OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	双線素 Riemann 空間ニ就テ（Ⅰ）
Author(s)	田畑, 不二夫
Citation	全国紙上数学談話会. 1948, 2(8), p. 238-240
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75215
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

80. 双線素 Riemann 空間ニ就テ [1]

(京師) 田畑不二夫 (1947-2-2)

□ V_n ヲ n 次元集合体ソノ座標 u^λ $(\lambda=1,\cdots,n)$ ハ実数ヲトルモノトシテ.

U^λ ニ於ケル V_n ノ方向 Euclid 空間ヲニツノ線型空間 $\mathfrak{f}, \mathfrak{h}$ ニ分解スル。ココニ夫々ノ次数ハ q, p ($q+p=n$) トスルナラバ $\mathfrak{f}$ $\mathfrak{h}$ ニ対シテ rank ガ pq, n ナル対称 Tensor $g_{\lambda\mu}$ $h_{\lambda\mu}$ ($g_{\lambda\mu}$ ヲ適当ニ択ブ事ニヨッテ $\mathfrak{f}$ $\mathfrak{h}$ ガ夫々 $h_{\lambda\alpha}g^\alpha=0$ $g_{\lambda\alpha}h^\alpha=0$ ナル Vector g^λ h^λ ノ集合デアルヤウニスル事ガ出来ル。

□1 $g_{\lambda\mu}$, $h_{\lambda\mu}$ ハ考フル領域デ必要ニ応ジテ何回デモ連続微分可能トシテ $\mathfrak{f}$, $\mathfrak{h}$ ガ holonom 集合体デアルタメノ条件ハ $g^\alpha g^\beta R\Gamma_{\lambda\alpha,\beta}=0=h^\alpha h^\beta R\Gamma_{\lambda\alpha,\beta}$ ナル事デアル。ココニ $R\Gamma_{\lambda\mu,\nu}$ ノ h ハ $h_{\lambda\mu}$ ヨリ作ラレル事ヲ示ス。

□3. $\mathfrak{f}$ $\mathfrak{h}$ ニ夫々計量 dS, $d\tau$ ヲ規約スルノデアルガ、コノ $\mathfrak{f}$ $\mathfrak{h}$, dS, $d\tau$ ヲ与ヘテ□1ノ条件ヲ充シ且ツ $dS^2=g_{\lambda\alpha\beta}du^\alpha du^\beta$ ($du^\lambda\in\mathfrak{f}$), $d\tau^2=h_{\lambda\alpha\beta}du^\alpha du^\beta$ ($du^\lambda\in\mathfrak{h}$) ナルヤウナ $g_{\lambda\mu}$, $h_{\lambda\mu}$ ヲ更メテ見出ス事ガ出来ル。依ッテ V_n ヲソノ任意ノ du^λ ニ対シテ2計量 dS, $d\tau$ ヲ以テ表ハセル Riemann 空間デアルト見做ス事ガ出来ル。ココニ注意シタイ事ハ $g_{\lambda\mu}$ $h_{\lambda\mu}$ ノ一次的結合例ヘバ $g_{\lambda\mu}+h_{\lambda\mu}\equiv K_{\lambda\mu}$ 等ハ $g_{\lambda\mu}+g_{\mu\lambda}=2g_{\lambda\mu}$ 等ト共ニ計量 Tensor デナイ事デアル。

□4. 此ノ注意ト $g_{\lambda\alpha}h^\alpha=0=h_{\lambda\alpha}g^\lambda$ 等ヨリ g^λ h^λ ニ対シテ夫々 $g_\lambda\equiv g_{\lambda\alpha}g^\alpha$ $h_\lambda\equiv h_{\lambda\alpha}h^\alpha$ ト定義スルノガ自然デアラウ。ソコデ任意ノ Vector $A^\lambda=g^\lambda+h^\lambda$ ナル形ニ表ハシ得ルトコロカラ A^λ ニ対シテ $A_\lambda\equiv g_\lambda+h_\lambda$ ト定義スルナラバ一般ノ Tensor ノ共変ノ上下ヲ定ムル事ガ出来ル。結果カラ見レバ $K_{\lambda\mu}$ ニヨル指標ノ上下ト何等使ヒ所ハナイ。

□5. 今 $\frac{\delta g_{\lambda\mu}}{\delta u^\nu}=0=\frac{\delta h_{\lambda\mu}}{\delta u^\nu}$ ナルトキ移変ハ計量ヲデアルトスルナラバ $\Gamma^\lambda_{\mu\nu}\equiv g\Gamma^\lambda_{\mu\nu}+g^{\lambda\alpha}h^\beta_\mu\, g\Gamma_{\alpha\nu,\beta}+h\Gamma^\lambda_{\mu\nu}+h^{\lambda\alpha}g^\beta_\mu\, h\Gamma_{\alpha\nu,\beta}$ ハ計量移変ヲ与ヘ、一般ノ計量移変ノ係数 $A^\lambda_{\mu\nu}=L^\lambda_{\mu\nu}+D^{\cdots\lambda}_{\mu\nu}$ トオク事ガ出来ル。但シ $D_{\lambda\mu\nu}+D_{\nu\mu\lambda}=0$, $g^\alpha_\lambda D_{\alpha\mu\beta}h^\beta_\nu=0$ ナル条件ガ課セラレル。

□6. Vector 野 U^λ ヲ与ヘテ之ニヨリ定マル曲線素 Γ ヲ考ヘ、之ヲ holonom 空間 $\mathfrak{f}$ デ表ハスレバ一種ノ射影的幾何ガ得ラレル。依ッテ Γ ノ一ツノ曲線 Γ_0 ヲ与フルトキ且ニ射影的ナ Vector g^λ ノ全体ヨリ成ル野ノ集

者が P_0 ヲ基トシテ得ラレル.

□7. コノ計ノーツ g^λ ラ一次計量移変ノ径数 $A^\lambda_{\mu\nu}$ ニヨッテ $U^\lambda \equiv h^\lambda$ (但 $h_\alpha h^\alpha = 1$) 方向ニ平行移動スルナラバ $\delta g^\lambda = g^{\lambda\alpha}(-h^\beta \Gamma_{\alpha\varepsilon,\beta} + h^\beta D_{\varepsilon\beta\alpha}) g^\varepsilon \delta\tau$ ヲイウル. 若シコノトキ P_0 ヲ軸トシテ U_δ ガ全体トシテハ回転シナイナラバ. ソノ條件ハ $g^{\lambda\alpha}(h^\beta D_{\varepsilon\beta\alpha} - h^\beta D_{\alpha\beta\varepsilon}) g^\varepsilon = 0$ デアル.

次ニ U_δ ニ属スル共点ナル $d_1 u^\lambda$, $d_2 u^\lambda$ 及 $d_2 u^\lambda$, $d_1 u^\lambda$ 方向ヘ夫々平行移動後, $d_1 u^\lambda$ $d_2 u^\lambda$ ノ全部デ四箇ノ無限小 Vector カラ成ル斜航形ガ閉ジルタメノ條件ハ $D_{\alpha\beta\lambda} g^\alpha g'^\beta = 0$ デアル.

以上二條件ニカフルニ之等ニ双対的ナル $h^{\lambda\alpha}(g^\beta D_{\varepsilon\beta\alpha} - g^\beta D_{\alpha\beta\varepsilon}) h^\varepsilon = 0$, $D_{\alpha\beta\lambda} h^\alpha h'^\beta = 0$ ナル條件ヲ $A^\lambda_{\mu\nu}$ ニ課スルナラバ $D_{\lambda\mu\nu} = 0$ 即コノ二組ノ條件ヲ充ス一次計量移変ノ径数ハ $L^\lambda_{\mu\nu}$ ニ限ルト云フ結論ニナル.

(1948. 1. 26)