



Title	双線素 Riemann 空間ニ就テ (I)
Author(s)	田畑, 不二夫
Citation	全国紙上数学談話会. 1948, 2(8), p. 238-240
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75215
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

80. 双線素 *Riemann* 空間ニ就テ [1]

(京師) 田畑 不二夫 (1947-2-2)

□ λ $\forall n$ $\mathcal{V}_n$ n 元集合体 $\mathcal{S}$ ノ座標 u_λ^i ($\lambda=1, \dots, n$) ハ興數ヲトルモノトシテ.

-238-

U^2 = 於ける V_n ノ内積 Euclidean 空間ヲニツノ線型空間 U^2 , K_g = 介算スル
 ココニ夫々ノ次数ハ g, p ($g+p=n$) トスルナラバ U^2 K_g = 対シテ
 rank g ガ p, q, n + 対角 Tensor $g_{\alpha\mu}, g_{\lambda\nu}, h_{\lambda\mu} + g_{\lambda\mu}$ フ適當ニ選
 ブ事ニヨツテ U^2 K_g ガ夫々 $h_{\lambda\mu} g^{\lambda\mu} = 0$ $g_{\lambda\mu} h^{\lambda\mu} = 0$ ナル Vector $g^{\lambda} h^{\lambda}$,
 幾台デアルヤフニスル事カ出來ル。

□ 1. $g_{\lambda\mu}, h_{\lambda\mu}$ ハ考フル領域ニ於テ何回デモ連続変換可能トシ
 テ U^2, K_g ガ *holonomic* 集合体デアルタメノ條件ハ $g^{\alpha} g^{\beta} h^{\lambda\mu} \Gamma_{\lambda\mu, \beta} = 0 =$
 $h^{\alpha} h^{\beta} g^{\lambda\mu} \Gamma_{\lambda\mu, \beta}$ ナル事デアル。ココニ $h^{\lambda\mu}, v$ / h ハ $h_{\lambda\mu}$ ヨリ作ラレル事ヲ
 示ス。

□ 3. U^2, K_g = 夫々計量 ds, dt ヲ賦與スルノデアルガ。コノ $U^2, K_g, ds,$
 dt ヲ与ヘテ □ 1 ノ條件ヲ忘シ且ツ $ds^2 = g_{\alpha\beta} du^{\alpha} du^{\beta}$ ($du^{\alpha} \in U^2$),
 $dt^2 = h_{\alpha\beta} du^{\alpha} du^{\beta}$ ($du^{\alpha} \in K_g$) ナルヤウナ $g_{\lambda\mu}, h_{\lambda\mu}$ ヲ選メテ見出
 ス事カ出來ル。從ツテ V_n ノ内積ノ du^{λ} = 對シテ計量 ds, dt カに表
 サレタ Riemannian 空間デアルト見做ス事カ出來ル。ココニ注意シタイ事ハ
 $g_{\lambda\mu}, h_{\lambda\mu}$ ノ一次的結合例ハ $g_{\lambda\mu} + h_{\lambda\mu} \equiv K_{\lambda\mu}$ 等ハ $g_{\lambda\mu} + g_{\lambda\mu} = 2g_{\lambda\mu}$
 等ト共ニ計量 Tensor デナイ事デアル。

□ 4. 此ノ注意及 $g_{\lambda\mu} h^{\lambda\mu} = 0 = h_{\lambda\mu} g^{\lambda\mu}$ 等ヨリ $g^{\lambda} h^{\lambda} = 0$ 對シテ夫々
 $g_{\lambda} \equiv g_{\lambda\mu} g^{\mu}$ $h_{\lambda} \equiv h_{\lambda\mu} h^{\mu}$ 定義スルノガ自然デアラウ。ソコデ注意ノ
 Vector $A^{\lambda} = g^{\lambda} + h^{\lambda}$ ナル形ニ表ハシ得ルトコロカラ A^{λ} = 對ノチ $A_{\lambda} \equiv$
 $g_{\lambda} + h_{\lambda}$ ト選スルナラバ一般ノ Tensor ノ系群ノ上下ヲ定ムル事カ出來ル。
 結果カラ見レバ $K_{\lambda\mu}$ = ヨリ指標ノ上下ト何事決ラ所ナシ。

□ 5. 今 $\frac{\delta g_{\lambda\mu}}{\delta u^{\alpha}} = 0 = \frac{\delta h_{\lambda\mu}}{\delta u^{\alpha}}$ ナルトキ移変ハ計量ヲデアルトスルナラバ
 $\nabla_{\mu}^{\lambda} \equiv g^{\lambda\alpha} \Gamma_{\alpha\mu}^{\lambda} + g^{\lambda\alpha} h_{\mu}^{\beta} g^{\gamma} \Gamma_{\alpha\gamma\beta}^{\lambda} + h^{\lambda\alpha} \Gamma_{\alpha\mu}^{\lambda} + h^{\lambda\alpha} g_{\mu}^{\beta} h^{\gamma} \Gamma_{\alpha\gamma\beta}^{\lambda}$
 ハ計量移変ヲ与ハ一般ノ計量移変ノ係數 $A_{\mu}^{\lambda} = L_{\mu}^{\lambda} + D_{\mu}^{\lambda}$ トオク事カ出來ル。
 但シ $D_{\lambda\mu\nu} + D_{\nu\mu\lambda} = 0$, $g^{\lambda} D_{\lambda\mu\nu} h^{\nu} = 0$ ナル條件ヲ課セラレル。

□ 6. Vector 野 U^{λ} ヲ与ヘテ之ニヨリ定マル曲線群 Γ ヲ考ヘ、之ヲ
holonomic 空間 U^2 テ表サスレバ一種ノ射影的對應カ得ラレル。從ツテ Γ ノ
 一ツノ曲線 Γ ヲ与フルト之ニ射影的ナ Vector g^{λ} ノ全体ヨリ成ル野ノ集

君が Γ_0 を軸トシテ得ラレル。

□7. コノ系ノーツ g^λ ラ一次計量移変ノ徑数 $A^\lambda_{\mu\nu} = \partial x^\lambda / \partial x'^\mu \partial x^\lambda / \partial x'^\nu \equiv h^\lambda$ (但 $h_\lambda h^\lambda = 1$) 方向ニ平行移動スルナラバ $\delta g^\lambda = g^{\lambda\alpha} (-h^\beta \Gamma_{\alpha\beta}^\lambda + h^\beta D_{\alpha\beta}^\lambda) g^\epsilon \delta x^\epsilon$ ライレル。若シコノトキ Γ_0 を軸トシテ Γ_α ガ全体トシテハ同様シナイナラバ。ソノ條件ハ $g^{\lambda\alpha} (h^\beta D_{\alpha\beta}^\lambda - h^\beta D_{\alpha\beta}^\lambda) g^\epsilon = 0$ デアル。

次ニ Γ_α ニ属スル共点ナル dx^λ, dx^λ 及 dx^λ, dx^λ 方向ヘ夫々平行移動後、 dx^λ, dx^λ ノ全部デ四面ノ内限ト Vector カラ成ル折線ガ閉ルヲメノ條件ハ $D_{\alpha\beta\lambda} g^\alpha g^\beta = 0$ デアル。

以上二條件ニ加フルニ之等ニ双対的ナル $h^{\lambda\alpha} (g^\beta D_{\alpha\beta}^\lambda - g^\beta D_{\alpha\beta}^\lambda) h^\epsilon = 0$, $D_{\alpha\beta\lambda} h^\alpha h^\beta = 0$ ナル條件ヲ $A^\lambda_{\mu\nu}$ ニ課スルナラバ $D_{\lambda\mu\nu} = 0$ 即コノ二組ノ條件ヲ充ス一次計量移変ノ徑数ハ $L^\lambda_{\mu\nu}$ ニ限ルト云フ結論ニナル。

(1948. 1. 26)