



Title	次元をあげない Compactification
Author(s)	寺阪, 英孝
Citation	全国紙上数学談話会. 1948, 2(8), p. 240-242
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75216
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

81. 次元をあげない Compactification

寺 阪 英 孝 (1948. II. 23)

« 可分正則空間 R の次元が n になるとき R は同次元の *compact* (完閉) な距離空間 R^* に入れられる » という *Khurewicz* のよく知られた定理に同氏は三つの証明を与へてゐるが、いづれも $\dim R = n$ を初めから十分に用ひてゐる。Wallman のやり方では次元と無関係な完閉化を行ひ、然る後次元がよらないことを証明するのであるが、これを今の問題に当てはめると、 R^* が T_1 空間になつて了つたり、又は可分でなくなつて了つて具合が悪い。筆者はいろいろ考へて見た結果、思はしい成果があげられなかつたけれど、H氏の *Monatsh.* 37 (1930) に近く近いが充分分りよい点もある証明を得たので御参考にあずかる。紙面の都合により大略を証明ゆきで説明する。

§1. R を可分 正則、且完閉でない n 次元空間とする。

$U_1, U_2, \dots$ を夫々、有限個の複素系なる基本系 — *Menger* の *erzeugende Doppelfolge* — とする。

まづ $U_1 = \{U_1^{(1)}, U_2^{(1)}, \dots, U_N^{(1)}\}$ をとる。 $\dim R = n$ であるから、

$\chi \in R - M$ なる χ が存在するかである。最初の場合 $\mathcal{C}$ は M に含まれる。
 $\mathcal{C} \subset M$ といふこととする。

かかる $\mathcal{C}$ につき上記の函数で $f_c^{(v)}(\chi)$ の値 α といふのを次の性質で定義する。

R での $\varepsilon > 0$ につき $\{ \chi \mid f_c^{(v)}(\chi) > \alpha - \varepsilon \} \cap \mathcal{C} \neq \emptyset$ であるが
 $\{ \chi \mid f_c^{(v)}(\chi) < \alpha + \varepsilon \} \cap \mathcal{C} = \emptyset$ ではない α を $f_c^{(v)}(\mathcal{C}) = \alpha$ とする。

R は R でのイデアル $\mathcal{C}$ を加して R^* とし、 $d(\chi, \mathcal{C})$ の式中 $\chi, \mathcal{C}$ に $\mathcal{C}$,
 $\mathcal{C}$ 等を入れたもので距離を定義すれば、距離空間が得られる。この R^* が求まる
 n 次後の空間と同様のである。

完備なことは次のようにして分る。それは $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots \in R^*$ を考える。今
 いづれ一つのやり方で [例えば紙上談話会第5号, 45]

$$\varepsilon = (\varepsilon^1, \varepsilon^2, \dots, \varepsilon^n, \dots)$$

を 0 より 1 からなる数 ε^n の列とし、これについて造つたイデアル $\mathcal{I} = \{ \varepsilon \lambda \}$
 とする。この $\mathcal{I}$ と $\mathcal{C}_n = \{ \chi_{\lambda_n} \}$ の各元 χ_{λ_n} から

$$\chi_\varepsilon = \varepsilon^1 \chi_{\lambda_1} + \varepsilon^2 \chi_{\lambda_2} + \dots + \varepsilon^n \chi_{\lambda_n} + \dots \text{ と } \chi \in \mathcal{I} \text{ 出し}$$

$\varepsilon^n = 0$ なら $\varepsilon^n \chi_{\lambda_n} = 0$; $\varepsilon^1 = 1$ なら $\varepsilon^1 \chi_{\lambda_1} = \chi_{\lambda_1}$ とする。すると、
 $\{ \chi_\varepsilon \} = \mathcal{C}$ 又イデアル $\mathcal{I}$ なることが分る。どんな $\varepsilon > 0$ についても $d(\mathcal{C}, \mathcal{C}_n) < \varepsilon$ なる n が見つかることが分るから $\mathcal{C}$ は $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots$ の至極点
 である。

$\dim R^* = n$ のことは、 $\varepsilon > 0$ を与へると、 0 が見つかつて、

$A_1^{(v)}, \dots, A_n^{(v)}$ から使われる R^* 閉集合が至極 ε であり、且次元
 $\leq n+1$ なることから証明される。以上

Nöbeling の *Freie Topologie* 7. 章の $f_c^{(v)}(\cdot, \mathcal{C})$ を用ひれば、 R を先づ完備にして
 用ひなくても出来る。結局 H の定理は補題 5.1 の要請が R に対して成つておくので、同
 様に H の定理の要請は R について $Nöbeling$ の要として出して置いた。然し讀者としては H
 の定理を R の要請の中に入るべく早い段階で出したものだと思つてゐる。