



Title	完全正則空間の Bicompactification
Author(s)	小松, 醇郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1948, 2(8), p. 243-244
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75217
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

82. 完全正則空間の Bicomactification

阪大 小松 昭 郎 (1948. II. 7)

R は *Completely regular* な空間とすると R を含み *biconvact* な空間 R^* で $R = R^*$ なるものを作る, その可法は Wallman の R^* と Čech の $\beta(R)$ とがあり月初の様は R^* は T_1 空間で, $\beta(R)$ は *normal* である. R^* と $\beta(R)$ との間には次の関係が成立する.

定理 1 R^* から $\beta(R)$ の上へ, R の点を *invariant* に保つ様を連続変 φ が存在する.

この定理は埋め込み定理 95P 定理 5R 述べたものではありますがゴタゴタして分かり難いので改訂します. 尚ほ此の定理は此の説明に依らずに他の長田昭一氏の定理. 証明

定理 T_1 空間 P で定義された位相の有界実函数 f は Wallman の *bicom-compactification* R^* に連続写像出来る.

を候へば簡単に導かれる. 長田氏の定理は何れも幾度か見ると思ふが此處では通常の証明を述べる.

R^* の一点 $\overline{x} = \{M_x | x\}$ に對し $\beta(R)$ で $\{\overline{M_x} | x\}$ から作られる極大フィルター $\mathcal{F}$ の収斂点を對應させる. $\{\overline{M_x}\}$ から作らる 極大フィルターは一意に定まるから此の對應 φ は一意に定まる. 且 $\varphi(R) \equiv R$ である.

1) $\varphi(R^*) = \beta(R)$ である. $q \in \beta(R) - R$ に對し $\overline{q} = \beta(R)$ から R の有向点集合 $\psi(y | \overline{q}) \rightarrow q$ なるものが存在する. ψ から導かれたフィルター $\mathcal{F}_q \rightarrow q$ である. $\mathcal{F}_q$ を含む R の開集合に依る極大フィルター $\mathcal{F}$ を作れば $\varphi(\overline{x}) = q$ である. 何と云へば $\mathcal{F} \supset \mathcal{F}_q$ であるから $\mathcal{F} \rightarrow q$ 従つて $\mathcal{F} = \{M_x | x\}$ とせば $\overline{M_x} \rightarrow q$ である.

2) φ の逆像のために R^* での完全有向点集合 $\psi(y | \overline{q})$ をとり $\psi \rightarrow q^*(in R^*)$ だとする. $\psi(y | \overline{q}) \in R$ とすれば ψ から導かれた R に於ける開極大フィルター $\mathcal{F}_q = \{M_x | x\}$ は実は q^* を定数とするフィルターである. 何と云へば若し $\mathcal{F}' = \{F_y | y\} \rightarrow q^*$ と $\mathcal{F}_q \neq \mathcal{F}'$ とすればある y で $M_x \cap F_y = \emptyset$ 従つて R^* の *disjoint*

で $\overline{M_2} \ni 2^* \quad \overline{p_y} \rightarrow \alpha^*$ に収束する。従つて $f \circ \overline{p_y} \rightarrow f(\alpha^*)$, かつ $\overline{p_y} \rightarrow \overline{p}(\alpha^*)$ である。

3) $\overline{p(y)} \in R$ のときを証明する。この R の閉集合 M に対し、 $\beta(R)$ の閉集合 G と $G \cap R = M$, $\overline{G} = \overline{M}$ なる G をとり、 G は $R - M = M^c \cap R$ 上では $\beta(R) - \overline{M^c} = \emptyset$ である。さて α^* の性質の基 M 上の閉集合 $\{M_2 \subset R\}$ で $\overline{p(y)}$ は連続である。今 M_2 閉集合の一点 β^* とすれば $\overline{p(y)} \in \overline{G_2}$, 同様に R^* で $\beta^* = \{M_1 | \beta^*\}$ とすれば $(\forall i) M_2 \cap M_1 \neq \emptyset$ かつ $\overline{M_2} \ni \overline{p(y)}$ である。従つて $\{\overline{M_2}\}$ から作られる $\beta(R)$ の閉包のフィルターは $\overline{M_2}$ を含む。故に $\overline{G_2} \ni \overline{p(\beta^*)}$, 故に $\overline{G_2} \ni \overline{p(\alpha^*)}$.

次に α^* の凡ての基閉集合 M_2 をとれば $\bigcap \overline{G_2} = \overline{p(\alpha^*)}$ である。同様に $\overline{p(\beta^*)} \neq \overline{p(\alpha^*)}$ で $\overline{p(\beta^*)} \in \bigcap \overline{G_2}$ とならば $\beta(R)$ の閉集合 G_1, G_2 で $G_1 \supset \overline{p(\beta^*)}$, $G_2 \supset \overline{p(\alpha^*)}$, $G_1 \cap G_2 = \emptyset$ なる G_1, G_2 がとれる。今 $\beta^* = \{M_1 | \beta^*\}$ とすれば $\{\overline{M_2} | \beta^*\} \rightarrow \overline{p(\beta^*)}$ から $(\forall i) M_2 \cap G_1 \neq \emptyset$, $M_2 \subset R$ から $\overline{M_2} \cap G_1 \cap R \neq \emptyset$ である。故に β^* は R^* 上で $G_1 \cap R$ 閉集合の点である。同様に α^* は R^* 上で $G_2 \cap R$ 閉集合の点である。故に $\overline{G_1} = \overline{G_2} \cap R$ から $\overline{p(\beta^*)} \in \overline{G_2} \cap R$ 是 $\overline{p(\beta^*)} \in \bigcap \overline{G_2}$ になる。

又 $\overline{p(y)}$ は基 M_2 閉集合で連続である故 $\overline{p(y)}$ は $\overline{G_2}$ 上連続である。 $\beta(R)$ で $\overline{p(\alpha^*)}$ の閉包の基 $\{G_\alpha\}$ をとり各 G_α に対し $G_\alpha \cap \overline{M^c} \neq \emptyset$ である。この基 $\{G_\alpha\}$ をとり、 α^* の基 N の R 閉集合をとり $\overline{p(y)}$ は $\overline{N} \cap R$ 上連続。従つて $\overline{N}$ 上 G_α 上も連続である。故に $\overline{p(y)} \rightarrow \overline{p(\alpha^*)}$ である。故に $\overline{p}$ は連続である。

定理 2 完全正則空間 R に対し *Wallman* の *compactification* R^* を作れば R での任意の連続実数値関数は R^* 上連続である。

証明 R での連続実数値関数 f とすれば f は $\beta(R)$ 上連続である。

今 R^* の関数 f^* として

$$f^*(\alpha^*) = f(\overline{p(\alpha^*)}) \quad \alpha^* \in R^*$$

と定義すれば f^* が求まるものである。