OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	ℓ-Group ノ定義ニツイテ
Author(s)	道浦, 正
Citation	全国紙上数学談話会. 1948, 2(8), p. 251-252
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75219
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

84. l-group ノ定義ニツイテ

（大阪理工大） 垣 浦 正（Mat. II. 10）

lattice ordered group（以下単ニ l-group トイフ）ノ今迄）定義ト同値ナ條件ヲ述ベマス．（l-group ノ定義ニツイテハ Birkhoff ノ論文[2]ヲ参照）

定理1. l-group ノ各 element ニ對シテ次ノ條件 α)－δ) ヲ充ス1ツノ unary operation $a \to a^*$ ガ与ヘラレタ group トシテ定義スルコトガ出来ル．

α) $0^* = 0$

β) $c = -(-c)^* + c^*$

γ) operation $(a-b)^* + b$ ガ associative.

δ) 任意ノ x ニ對シ $a + x^* - a = (a + x - a)^*$

証明 l-group ガコレラノ條件ヲ満スコトハ $a^* = a \cup 0$ トオクコトニヨリ容易ニ見ラレル．逆ニコレガ l-group ヲ支ヘルコトハ次ノ Stone ノ公理デ満足シテイルコトヲ證証スレバヨイ．

Stone ノ條件．l-group ハ次ノ條件ヲ満ス operation $\cup$ ヲ有スル group トシテ定義セラレル．

a) $a \cup a = a$

b) $a \cup b = b \cup a$

c) $a \cup (b \cup c) = (a \cup b) \cup c$

d) $a + (x \cup y) = (a + x) \cup (a + y)$

e) $(x \cup y) + a = (x + a) \cup (y + a)$ [1]

扨上ノ様ナ unary operation ヲ与ヘラレテイル group ニ於テ $(a-b)^* + b = a \cup b$ トオケバ α)ニヨリ a) ガ．β)ニヨリ b) ガ又 γ)ニヨリ c) ガ得ラレル．更ニ δ)ニヨリ

$$(a+x) \cup (a+y) = ((a+x)-(a+y))^* + (a+y) =$$
$$(a + (x-y) - a)^* + a + y$$
$$= a + (x-y)^* - a + a + y$$

$$= a + (x-y)^* + y$$
$$= a + (x \cup y)$$

又 ℓ) ハ直チニ出ラレル.

$$(x+a) \cup (y+a) = \big((x+a)-(y+a)\big)^* + (y+a)$$
$$= (x-y)^* + y + a = (x \cup y) + a$$

依ッテ定理ハ証明セラレタ.

---

1) Stone ハ group ガ commutative ナルコトヲ仮定シテイルノデ 本来 ℓ) ハ省略サレテイル. M.H. Stone: a general theory of spectra II, Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. 26 (1940)

2) G. Birkhoff. Lattice ordered groups. Annals of Math., 43. (1942)