



Title	位相完備について
Author(s)	長田, 潤一
Citation	全国紙上数学談話会. 1948, 2(8), p. 252-255
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75220
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

85. 位相完備について

坂本 長田 潮一 (1948. Ⅱ. 14)

Shanin (Doklady 1943. No. 38. No 5-6, / 論文 Tr. 4) を用いて
 $metin$ space が位相完備ノタメノ必要充分条件ハ完備ニ至リソテ得ルコトデ
 アルコトヲ証明フル。

112 号

R 位相完備ノカラ $(C_h, \beta(R))$ 中デ G_h ナルトコトガ R 上 $metin$
 ナル故ニ正現故ニ $\beta(R)$ 上 $U_{alt. man}$ ノ $biocompact$ 上 $W(R)$ 上
 フル。即チ $Shanin$ ノ (U, F_h) extension 上ナル。ソコデ $Shanin$
 ノ F_h 上 $vanishing$ w -family in F_h 場合 $\{X_n\}$
 デ $|\{X_n\}| \leq \infty$ ンテ任意ノ $max. vanishing$ w -family in
 F_h 上 Z 上 $X \in Z$ ナル X 存在スルガキ $\{X_n\}$ ナル。

X_n 上 $Complement$ フキハルト關ヒフタツナス。コレヲ M_n トシルス。 R 上
 $metric$ ナル故。可フコノ位相ニ至ル一様ヒツク系ノ列 $\{R_n\}$ ガアルカ
 ラ $M_n \wedge R_n$ ヲアラタメテ M_n トス。 $\{M_n, R_n\}_{n \in \mathbb{N}} = \Delta_0 \{M_n\}$ ト

トシル。

又 R は $metric$ ナル故ニ正値ノ故ニ

$$\exists \delta_n^0 < \delta_n (b_n) \quad \text{或} = \{\delta_n\} = \Delta^{-1}\{\delta_n\} \text{トスル。}$$

$$\{\delta_n\}_{(1)} = \{\delta_n\} + \Delta_0 \{\delta_n\} + \Delta^{-1}\{\delta_n\} \text{トオク同様ニ}$$

$$\{\delta_n\}_{(2)} = \{\delta_n\}_{(1)} + \Delta_0 \{\delta_n\}_{(1)} + \Delta^{-1}\{\delta_n\}_{(1)}$$

トツベク。

$$\{\delta_n'\} = \{\delta_n\}_{(1)} + \{\delta_n\}_{(2)} + \dots \text{ヲ考ヘルト。}$$

$$|\{\delta_n'\}| \leq \sigma$$

$$\text{シカモ } \delta_n', \delta_n'' \in \{\delta_n'\} \rightarrow \exists \delta_n' \in \{\delta_n'\} : \delta_n' < \delta_n' \wedge \delta_n''$$

$$\text{又 } \delta_n' \in \{\delta_n'\} \rightarrow \exists \delta_n' \in \{\delta_n'\} : \delta_n' < \delta_n'$$

故ニ $\{\delta_n'\}$ ハ位相ニ合致スル一様ニフク系ノキニナツテキル。

$$\delta_1 = \delta_1'$$

$$\delta_{n_2}' < \delta_1 \rightarrow \delta_2 = \delta_{n_2}' \wedge \delta_2'$$

$$\delta_{n_3}' < \delta_2 \rightarrow \delta_3 = \delta_{n_3}' \wedge \delta_3'$$

$$\text{トオクト。 } \{\delta_n'\} \wedge \delta_{n+1}' < \delta_n' \text{デ } |\{\delta_n'\}| \leq \sigma$$

ナル位相ニ合致スル一様ニフク系ノキデアル。

コノ位相空間論 $P.11.9$ ノ方法ヲモツテ $\{\delta_n'\}$ ヲ存ソテ $R = metric$ ヲ

スル ($\{\delta_n'\}$ ナル一様位相ニ合致スル $metric$) コノ $metric$ デ R ハ

$complete$ ニナル。ソレヲイフニハスハテ $closed$ 無限次ノ $Cauchy$

ヲト $vanishing$ デナイコトヲイフトヨイ (コノ $metric$ ハ $topology$

ニ一致スル) : コトガイハルト。世ノ $Cauchy$ filter $\{A_\alpha\}$ ヲ考ヘルト

$\{A_\alpha\} \in Cauchy$ ニナル。ソレハ世ノ $\delta_n = \delta_{n+1}$ ヲ考ヘルト a, b

$\in A_\alpha \rightarrow \exists \delta \in \delta_{n+1} : a, b \in N$ ナル A_α ガ存在スル。シカルニ $x, y \in A_\alpha$

$$\text{ナラ } \exists N_1, N_2 \in \delta_{n+1} \quad \therefore N_1 \cdot A_\alpha, N_2 \cdot A_\alpha = \emptyset$$

$$\text{或} = A_\alpha \text{ ノ } \delta_{n+1} \text{ ノ } \delta_n \text{ ナルコトガ}$$

$$\exists \delta \in \delta_n : M \cap N_1 \cap N_2 \neq \emptyset \quad \text{或} = \{A_\alpha\} \in Cauchy$$

無限 $closed$ 無限次ノ $vanishing$ デナイコト $\exists x : x \in A_\alpha (V_\alpha)$

即ち $\{A_n\}$ は点列 $\{A_n\}$ は Cauchy 列である $\{A_n\}$ はコンパクト
 ナル。即ち任意の Cauchy filter は収束するから R は complete ナル。
 故に結局 vanishing かつ Cauchy デナイ コトガイヘルトヨイ。又 $\max$.
 vanishing ω -family in $\mathcal{F}_R$ が Cauchy デナイ コトガイヘルトヨイ。

任意 $\max$: vanishing ω -family on $\mathcal{F}_R \setminus \{F_2\}$ を考へル。

$$\exists \{F_{\alpha_i}\} \in \mathcal{F}_R. \{F_{\alpha_i}\} \supset \{F_{\alpha_i}\}$$

$$\{F_{\alpha_i}^c\} = \mathcal{M}_n \text{ トスル } \exists \mathcal{M}_n < \mathcal{M}_n, \mathcal{M}_n \in \{\mathcal{M}_n\}$$

$$\mathcal{M}_{n+1}^* < \mathcal{M}_n < \mathcal{M}_n$$

トコロが $\{F_{\alpha_i}\}$ Cauchy トスル $\exists F_{\alpha} : S(\alpha, \mathcal{M}_{n+1}) F_{\alpha} \ (\alpha \in F_{\alpha})$

$$\exists F_{\alpha_i} : S(\alpha, \mathcal{M}_{n+1}) \subset F_{\alpha_i}^c \in \mathcal{M}_n; F_{\alpha_i} \in \{F_{\alpha_i}\} \subset \{F_{\alpha}\}$$

$\therefore F_{\alpha} \cap F_{\alpha_i} = \emptyset$ コレハ $\{F_{\alpha}\}$ の有限交わり性ニ反スル。故

$= \{F_{\alpha}\}$ は Cauchy デナイ。

充分に R を ω -metric space トスル。もしも R が totally
 bounded なら bicompact トナルから問題ナイからソウデナイトスル。
 $\{S(x, \frac{1}{2^n})\}$ の有限コデ R を被ハナイトシテヨイ。

$\{S(x, \frac{1}{2^n})\}$ は x の半径 $\frac{1}{2^n}$ の $\mathcal{M}_n$ $n=1, 2, \dots$

故に $\{\{S(x, \frac{1}{2^n})\} : x \in X\} = \{\mathcal{M}_n\}$, vanishing ω -family in
 $\mathcal{F}_R$ のアツマリデ 可数 ω -power フモツ。

任意 $\max$. vanishing ω -family in $\mathcal{F}_R$ X トスル R は常
 ナコトカラ コレハ Cauchy デナイ

$$\exists \mathcal{M}_n : \forall x \in X \ S(x, \frac{1}{2^n}) \cap F \neq \emptyset \ (\forall F \in \mathcal{F})$$

$$\therefore S(x, \frac{1}{2^n}) \cap F = \emptyset$$

x が $\max$ ナル故 $S(x, \frac{1}{2^n}) \in \mathcal{M}_n$

$$\therefore \forall n \in \mathbb{N} \ \exists x \in X \ |\{x_n\}| = \omega$$

又コトキ R は normal デ $\beta(R)$ ト $\alpha(R)$ は一話ンテルカラ Shannon
 の $\mathcal{H}_A$ かつ $\{\omega, \mathcal{F}_R\}$ extension の場合ニ用ニ R は位相完備デアル。

終

コレデシルト一般ニ $\{\mathcal{M}_n\}$ ナル uniformity フミ ω -form space が ω -

ナ必要元分条件ハ $\{\sigma_y\} : |\{r_y\}| \leq |\{m_z\}|$

ナル空間ヲ $complete = \text{スル} (topology \text{ヲカハナシ}) - uniformity \{\sigma_y\}$ トレ
 ルコトデアル。