



Title	不動点定理に就て（Ⅱ）
Author(s)	佐藤，徳意
Citation	全国紙上数学談話会．1948，2(10)，p. 306-308
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75237
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

103 不動点定理に就てⅡ

佐藤 徳 意 (6.3)

南雲氏から私の前談話が無利を讀まれたとて次の厚意ある注意の手紙(1947)を頂いた。

前略. En la pruvo de S-ro Nomizu troviĝas
grava eraro, kiu ne antaŭe tute ne
rimarkis! Kaj ankau la pruvo de la Teoremo
de Schauder en Stud. Math. II ŝajnas al
mi ne korekta! Ankaŭ en via pruvo de
Teoremo A troviĝas linioj kiun mi bedaŭ
rinde ne kompreni (en p. 27). T.e la espi-
mo $\forall \epsilon (\exists \delta) \forall i (\exists j) \Rightarrow f(y_{jk})$ (en la 2a-linio)
kaj la frazo $f(y_{jk})$ ($k=1, 2, \dots, n$) karakteras do
al unu rasbarato $\forall(x_0)$ kiun enhavas $\forall \epsilon (\exists \delta)$
(en la 3a k. 4a linioj). Kaj nu dubas
ĉu la teoremon de la granda matematikisto
Schauder kvankam mi ne povas doni kontraŭ-
ekzemplon. 後略.

私も野永氏の証明及び Schauder の証明を完全なものと思つておたつた
ので別に驚きはしなかつたが Schauder の定理すらその成立に疑問を持た
れるとのことで非常な衝撃を受けた。それは私の楕円型偏微分方程式 $\Delta Z = f(x, y, z, p, q)$ に用する Dirichlet の問題の研究に於ける一大支柱を失ふことにな
るから、私の不動点定理の証明も南雲氏の御注意の通り、 $\forall \epsilon (\exists \delta) \forall i (\exists j) \Rightarrow$
 $f(y_{jk})$ は誤りで従てその後の行は無意味なことになる筈である。併し私が望ん
である函数空間に於て有用な定理の証明に元分な程度の不動点定理は成立するので、
それを以下で述べ度いと思ひ前談話の以説明が重複するが誤りの出た理由を明かに

し. どのように仮定を変更したかを説明し度い再始めから述べよう.

定義 1 次の条件を満足する *linia* T_1 -*space* を *linia topologia space* と云ふ

i) $x+y$ は連続である.

ii) λx は λ 及び x に同じて連続である

注意 1) *linia topologia space* は *linia* T_3 -*space* (*regula Hausdorff-a*) である.

2) *linia topologia space* であるとは、予め与へられた整数 n 及び近傍 $W(x)$ に対し次のような近傍 $U(x)$ が存在する.

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i x_i \in W(x) \quad \left(\lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \right), \\ x_i \in U(x) \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

3) R を次の条件を満足する *linia* T_1 -*space* とする.

i) R は加法 $+$ に関して連続群をなす.

ii) 予め与へられた近傍 $W(\theta)$ に対し次のような近傍 $U(\theta)$ が存在する.

$$\lambda x + \mu y \in W(\theta), \quad \lambda, \mu \geq 0, \quad \lambda + \mu = 1,$$

$$x, y \in U(\theta).$$

然るときは R は *linia topologia space* である.

定義 2 *linia topologia space* が集合 K に対して次の条件を満足するとき、 K に対して *lokale preskau konvekcia* であるといふ

予め与へられた近傍 $W(x)$ ($x \in K$) に対して

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i x_i \in W(x) \quad \left(\lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \right) \\ x_i \in U(x) \cap K \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

を満足させる近傍 $U(x)$ が存在する. 茲に n は任意の整数とする (固定せず).

注意 1). *linia metrika space* が集合 K 上

$$\|\lambda x\| \leq \lambda \|x\| \quad 0 \leq \lambda \leq 1, \quad x \in K \quad (\| \cdot \| \text{ は定数})$$

を満足するならば K に対して *lokale preskau konvekcia* である.

2) K が空間と一致すれば Tychonoff の *lokale konvekcia space* とする.

A. Tychonoff の方法に依り彼の不動点定理は次の如くに拡張される。

定理. K は *linia topologia spaco* に於ける凸集合とし, $y=f(x)$ は K で定義された連続写射とする。もし次の条件を満足する *bikompakta* な集合 B が存在するならば少なくとも一つの不動点

$$x=f(x) \quad x \in f(K)$$

が存在する。 B は

$$f(K) \subseteq B \subseteq K$$

であり、空間は B で *lokale preskau konvekso* である。

この定理の形は *Funk*, *Elev. I*, *N-ro 1* で述べた定理と全く同一であるが、見出し的な変更、即ち定義 2 に於ける (固定せず) が本質的なものである。もし固定しても証明することが出来るならば 定義 (注意 3) により、前設誌で述べたやうな結果になる。斎藤氏が指摘して下さった私の誤り

$$\forall \epsilon (x_\epsilon) \forall i (x_i) \exists f(y_{jk})$$

式を固定しようと無理をした為 (実は不可能なことであらう) 生じたのである。

以上で Tychonoff の定理は少しく拡張することが出来たが、Schauder 定理の成否に向する本質に何等触れてゐない。