OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	パンチドカードメソッドによる非線型方程式の数値解法
Author(s)	清水, 辰次郎; 片山, 有一
Citation	全国紙上数学談話会. 1948, 2(11), p. 355-359
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75253
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

119. パンチドカードメソッドによる非線型方程式の数値解法

清水辰次郎　片山有一 (1948.9.9)

我国に於ては実用性ある計算器械は極めて少い.[1] 従つて複雑な数値計算を実行しようとすれば. I.B.M. 統計機械[2] よるより他に方法がない。著者は約八年前より同機にさる数値計算を考へてきたが 同機を特に必要とする非線型方程式の数値解法に利用した. 科学技術の進歩は 線型の関係にては不充分となり非線型の種々の問題を解く必要に迫られてゐる. これらの問題の或者は直接の数値計算法にて解き得られるが 或種の問題例へば境界値を与へられた非線型微分方程式の解法や非線型積分方程式の解法の如き. 高次代数連立方程式の解法に帰着させると都合のよい場合が少くない.

一方代数方程式は一元のものは数値計算なやり易い、これは根の第一近似値の求め易いことによる。二元までは高次連立方程式もグラフを画くことにより第一近似度を求めることは或程度の困難さに止るといふこともできるが三元以上の高次連立方程式に至つては根の第一近似を求めることは普通の数値計算にては絶望に近いとされてゐる. 理論的には消去法により高次一元方程式に帰るが その方法は実用的ではない.

著者は統計機械の高い性能により高次連立方程式の第一近似根を探す方法を実施しそれにより非線型微分方程式の境界値問題を解く方法を示す. 高次連立方程方は第一近似が求められれば. その精度を上げることは *Neuton* 法, 或は *Iteration* 法等比較的容易に根の近似度を上げることができることはよく知られてゐる.[3]

---

1) 微分方程式解法機として著者の研究室及び応用数学研究所にあるもの）及び統計記録機（山下研究室試作のもの）尚二三の実験中のものがあるが何れも現在初歩程度の実験をあるものさへない.

2) アメリカインターナショナルビジネスマシーン コオペレーションの統計機械の一組については著者のパンチドカードメソッドによる数値計算法. 東京書籍参照.

3). 尤もこれらの方法が適用せられるには第一近似は相当によい近似であることを要する. 元の数が増加するに従つて益々近似度のよいことが必要となる.

(I) 代数高次連立方程式の解法.

与へられた連立方程式に数学的考察をして根の大体の限界を求めその間隔を10乃至100等分(根の価値が推定せられる場合は等間隔でなくその附近を細かにする)してそれらのあらゆる組合せの数値を方程式に代入して計算する. そのうちに全部の方程式を或程度満足する根の幾組かを得る筈である. これによりその近くの区間を更に細分して同法を繰返へす. ここにより第一近似根の組を得ることができる.

例として

$$f_1 \equiv a_1x^3 + a_2xy + a_3z^2 + a_4x + a_5z + a_6 = 0$$
$$f_2 \equiv y^3 + b_2x^2y + b_3zx + b_4y + b_5z + b_6 = 0$$
$$f_3 \equiv x^2 + c_2xz^2 + c_3zy^2 + c_4xy + c_5x + c_6 = 0$$

について考えよう.

先づ10枚のカードの第一行に夫々 1. 2. 3. 4. 5, 6. 7. 8. 9. 0 を穿孔して同様な10枚のカード100組をつくる.

次に最初の10枚の第二行に1, 次の10枚の第二行に2, ……最後の10枚の第二行に0を穿孔する.

次に最初の100枚のカードの第三行に1, 次の100枚に2 …… 最後の100枚の第三行に0を穿孔する.

都合にして1000枚のカードが第一, 第二, 第三行に穿孔される. これをソーターにて分類する組とする.

今 暗保主に代入してみる x, y, z の数字を三桁のものとし それを夫々 $x_1, x_2, \cdots x_{10}, y_1, y_2, \cdots y_{10}, z_1, z_2, \cdots z_{10}$ とすれば 先づ第1, 第101, 第201, …… 第901番目のカード(計10枚)に第四行から第六行まで夫々 $x_1, x_2, \cdots x_{10}$ を穿孔し, それを親カードとして夫々100枚のカードで第四行から第六行に夫々 $x_1, x_2, \cdots x_{10}$ を穿孔したものをつくる.

次にそれらのカードに第七行から第九行 第十行から第十二行に夫々 x_i を穿孔する即ち x_i が三つ並んで穿孔される.

次に x_i の穿孔された1000枚のカードを第二行により10個の箱ポケットに

分類し、分類されたものに対して x_i と同様に y_i を第十三行から第十五行、第十六行から第十八行、第十九行から第二十一行までに三つ並べて穿孔する。

次に第一行によりそれらのカードを十個に分類して全く同様に z_i を第二十二行から第二十四行 第二十五行から第二十七行、第二十八行から第三十行までに三つ並べて穿孔する。

次に求算穿孔機にて夫々 x_i^2, $x_i y_i$, z_k^2, …… $x_i^2 y_j$ …… 等方程式に現われる項を計算して穿孔させる。次に第一 第二 第三には前と同じ穿孔をもつ100の枚のカードを六組として第一組には x_i^3, y_j^3, z_i^3, 第二組には $x_i y_i$ $x_i^2 y_i$, $x_i z_k^2$ 第三組には z_k^2 $x_i z_k$ $z_k y_i^2$, 第四組には x_i, y_i, 第五組には z_k, z_k, x_i, 第六組には a_i, b_i, c_6 を穿孔する。ここにiという数は方程式の項の数である。

次に a_1, a_2, a_3, …… b_2, b_3, …… c_2, c_3 …… を親カードとして群集算にて1000枚のカード六組が所用の項が穿孔せられたものを得る

コレーターにて6枚のカードの1000組となるよう順序を変えて f_1, f_2, f_3 を加算する。次に合計機にて f_1, f_2, f_3 の値の表をつくる。

以上の x, y, z の数値のうち根の組に充分近いものがあれば f_1, f_2, f_3 は充分0に近いものが現われる筈である。

以上の方法は方程式の項をつくるのに煩雑が多いが、組合せの数が多くなると組織的にやらなければならない。尤も組合せの数の多くないときや項数の多くないときは初めから $a_i x_i y_i$ …… 等を計算器で計算してカードの所用数に穿孔して f_1, f_2, f_3 を計算すればいい。

実例として

$$f_1 \equiv 21.6x^3 + 1.8xy - z^2 + 5.3x + 2.1z - 160.1 = 0$$

$$f_2 \equiv \quad y^3 + 13.1x^2 y - 1.3xz + 5.3y + 2.4z - 596.4 = 0$$

$$f_3 \equiv \quad x^3 + 2.1z^2 x - 11.7yz - 21.6xy - x - 450.1 = 0$$

に $|x|, |y|, |z| < 10$ なる根の組を求めるには先づ計算により $1 < x < 3$, $4 < y < 8$, $-7 < z < 0$ なることがわかるから $x = 1, 2, 3$, $y = 4, 5, 6, 7, 8$, $z = 0, -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7$ を代入した一部を示せば、

x	y	z	f_1	f_2	f_3
1	6	-1	-125.5	-271.1	-156.4
1	6	-2	-130.6	-272.2	+271.1
1	7	-1	-123.7	-125.7	- 25.9
1	7	-2	-128.8	-126.8	+553.7
2	6	-1	- 41.8	- 34.0	-277.9
2	6	-2	+ 36.7	- 33.8	+155.9
2	7	-1	+ 40.5	+150.7	-169.0
2	7	-2	+ 40.3	+150.9	+416.9
y	z	x			
6	-1	1	-125.5	-271.1	-156.4
6	-1	2	+41.8	- 34.0	-277.9
6	-2	1	-130.6	-272.2	-271.1
6	-2	2	+ 36.7	- 33.8	+155.9
7	-1	1	-123.7	-125.7	- 25.9
7	-1	2	+ 45.4	+150.7	-169.0
7	-2	1	-128.8	-126.8	+553.7
7	-2	2	+ 40.3	+150.9	+416.9
x	z	y			
1	-1	6	-125.5	-271.1	-156.4
1	-1	7	-123.7	-125.7	- 25.9
1	-2	6	-130.6	-272.2	+271.1
1	-2	7	-128.8	-126.8	+553.7
2	-1	6	+ 41.8	- 34.0	-277.9
2	-1	7	+ 45.4	+150.7	-169.0
2	-2	6	+ 36.7	- 33.8	+155.9
2	-2	7	+ 40.3	+150.9	+416.9
1.8	6.4	-1.4	- 8.8	- 28.8	- 16.6
		-1.6	- 9.8	- 28.4	+ 73.7
	6.6	-1.4	- 8.1	+ 5.5	+ 18.2
		-1.6	- 9.2	+ 6.1	+122.4
2.0	6.4	-1.4	+ 41.4	+ 35.3	- 41.3
		-1.6	+ 40.4	+ 35.3	+ 57.1
	6.6	-1.4	+ 42.1	+ 72.2	- 7.5
		-1.6	+ 41.1	+ 72.2	+ 96.9

根の組の近似度が充分でないときは $f_1, f_2 : f_3$ に0に近くはないが、x, y, z のうち二つをとめて第三のものを動かすとき f_1, f_2, f_3 のすべてがどこかで符号を変えること前表の如くであるから根の所在がわかる。

尤もこのことは三つの曲面 f_1, f_2, f_3 が三次元空間に接するものがあつたり又は三つとも極度に接近していたりすると左様にはならぬときがあり得るが、前者は $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}$ が零となるものがあることから予知することができ、後者は更に区間を細分すればわかる筈である。

(II) 応用として次の微分方程式

$$\frac{d^2y}{dt^2} = y^3 + 4\pi^2 \sin \pi\left(t - \frac{1}{2}\right)$$

の $t = -\frac{1}{2}, y = 0$; $t = \frac{1}{2}, y = 0$ なる境界値をもつ解を計算してみた。

境界條件が与えられているから積分方程式の形に直して非線型の方程式となり、数値積分法によりニッ五元の方程式に帰着させて第一近似値を求めてみると、

$t_1 = -0.459$	$y_1 = 1.636$
$t_2 = -0.269$	$y_2 = 1.804$
$t_3 = 0.$	$y_3 = 2.624$
$t_4 = 0.269$	$y_4 = 1.804$
$t_5 = 0.453$	$y_1 = 1.636$