



Title	(ℓ)空間の特性づけ
Author(s)	中村, 正弘
Citation	全国紙上数学談話会. 1948, 2(12), p. 395-396
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75261
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

127 (ℓ)空間の特性づけ

(東北大) 中村正弘 (1948.10.29)

Schur のよく知られた定理によつて、絶対収斂級数の遡る空間(ℓ)では、弱収斂と強収斂とが一致します。この性質は無限次元の空間としては極めて際立つた(ℓ)の性質ですから、この点だけで(ℓ)を特性づけたいと思ひましたが、B空間と仮定しただけではうまく参りませんでした。が、B果とすると、次の様に解決することができる様であります。

定理 無限次元の可分B果に於て弱収斂が強収斂と一致するならば、それは(ℓ)と同型である。

証明：小笠原氏のK果に関する次の三つの定理を使用致します。

- I. B果が弱列完備であればK空間である。
- II. K空間の任意の区間は弱コンパクトである。
- III 区間がコンパクトな可分B果は数列空間である。

この三定理のうちIとIIは本誌240号の小笠原氏の論文の中に、IIIは広島文理大理科報告第11号にございます。(又、小生の本誌第6号の談話59を参照して頂ければ幸いです)。

以上の小笠原氏の三定理と定理の仮定とから、与えられたB果が可数無限個の座標の上に組み立てられたある種のB果となっていることは明かです。問題はノルムをつけかえて、同等なノルムで(ℓ)となし得るかにかゝります。或は角谷先生のAL空間の表現を用いればよいわけです。

そのために共軌空間の単位球の正部分で弱デノスな可附数列を取り $\{f_n\}$ とします。そして $f = \sum \frac{1}{2^n} f_n$ と置けば、 $f \geq 0$ となります。 $\|f\| = 1$ とすれば、

$\|f\|$ も1となります。Eに新しいノルムを $\|x\| = f(\|x\|)$ で定義すれば、この新しいノルムによつてEがAL空間となることは明かです。このとき恒等変換によつてEが同型に写像されることは次のようにして明かとなります。もしもそうでないならば、 $\|x_n\| = 1$ で $x_n \rightarrow 0$ (弱) となるものが存在するはずですが、これは仮定上不可能だからです。

従つて、残るところは、この新しいノルムによつてEが完備となつてゐることをいへば充分です。今新ノルムによつて $\{x_n\}$ が基本列であつたとします。ノルムの定義によつて、 $\|x_n - x_m\| \rightarrow 0$ (強) となります。ところが定理の仮定から、これは $\|x_n - x_m\| \rightarrow 0$ (強) で $\|x_n - x_m\| = \|x_n - x_m\|$ ですから x_n の極限 x が存在して $\|x_n - x\| \rightarrow 0$ となります。これで証明を終ります。