



Title	松島氏の談話1113より
Author(s)	豊田, 五浪
Citation	全国紙上数学談話会. 1949, 2(13), p. 461-463
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75274
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

140. 松島氏の談話1113より

(身延高校) 豊田五浪

松島氏は本誌1113号で、 k を p -進数体とし、そのAbel拡大 K/k に於て、もし $N_{K/k}(A)=1$ なる K の元 A が常に $\theta^{1-\lambda}$ なる形の元のみのもので表はされるならば、 K/k は *zyklisch* になることを証明されました。茲ではそれ

に整数論的の附加を一寸させて載せたいと思ひます。 K/k を *Galoissch* とし
てもその *Galois* 群 G は可解でありますから、単位元ならざる *Abel* 群を不
変部分群として含みます。それを $\mathcal{H}$ とすると、 $G/\mathcal{H}$ は別 *Abelsch* でも
Zyklich でもないのですが、

I. K/k を *Galois* 拡大とし、その *Galois* 群を G とするとき、もし
 $N_{K/k}(A) = 1$ なる K の元 A が $\zeta^{1-\lambda}$ なる形の元の積で表はされるならば……
 G の不変部分群 $\mathcal{H}$ について、 $\mathcal{H}$ が *Abelsch* で $G/\mathcal{H}$ が *Zyklich* なる時、
 K/k は *Zyklich* となる。

ことを証明致します。松岡氏に依れば K/k が *Abelsch* となることを云へばよい
事が分ります。主に参考にしましたのは、淡中先生本誌談話 1046 と、中山先
生の局所類体論、及び本誌談話 1092 とです。

$$G = \mathcal{H} + S\mathcal{H} + \dots + S^{f-1}\mathcal{H}$$

として $N_{\mathcal{H}/k}(N_{K/\mathcal{H}}(A)) = 1$ [Z は $\mathcal{H}$ に對應するガロア中間体] の時は
 $N_{K/\mathcal{H}}(A) = Z^{1-S}$ ($Z \in \mathcal{H}$) とおけます。中山先生 1092 より、

$$Z = a_{\mu, \nu} N_{K/\mathcal{H}}(C) \quad (C \in K)$$

$$Z^{1-S} = N_{K/\mathcal{H}} \left(\frac{b_{\mathcal{H}, S}}{b_{\mu, S}}, D^{1-S} \right) \dots \dots \dots (1)$$

$$N_{K/k} \left(\frac{b_{\mathcal{H}, S}}{b_{\mu, S}} \right) = 1$$

ですから $\frac{b_{\mathcal{H}, S}}{b_{\mu, S}} = \prod B^{1-\lambda}$ Z は更に $\prod B_0^{1-\mu} \prod B_1^{1-S_0 \nu} (\mu, \nu \in \mathcal{H})$

或ひは $\prod B_0^{1-\mu} \prod B_2^{1-\nu} \prod B_3^{1-S}$ の如くなり $N_{K/\mathcal{H}} \left(\frac{b_{\mathcal{H}, S}}{b_{\mu, S}} \right) = N_{K/\mathcal{H}} \left(\prod B_3^{1-S} \right)$
 $= N_{K/\mathcal{H}}(B_3^{1-S})$. 故に (1) と組合せて $Z^{1-S} = N_{K/\mathcal{H}} A_0^{1-S}$

II. $N_{\mathcal{H}/k} z_0 = 1$ ならば、 $Z_0 \in N_{K/\mathcal{H}}^*$ $\Pi^1 \cdot N_{K/\mathcal{H}}^* \subseteq N_{K/\mathcal{H}}^*$ (II の様う証明易)

又、同様に $Z^{1-S} = N_{K/\mathcal{H}} A_0^{1-S}$ なる結果より $\frac{Z}{N_{K/\mathcal{H}}(A_0)} = \left(\frac{Z}{N_{K/\mathcal{H}}(A_0)} \right)^S$ 而して、
 $\frac{Z}{N_{K/\mathcal{H}}(A_0)} \in \mathcal{H}$ だから $\frac{Z}{N_{K/\mathcal{H}}(A_0)} = a \in k$. 故に $Z = a N_{K/\mathcal{H}}(A_0)$

$$\text{III. } Z^* = k^* N_{K/2}^*$$

今 \$K\$ は含まれる最大 Abelian 拡大を \$\Lambda\$ とすると、それに対応する部分群 \$Z\$ は \$Z^*\$ に含まれる事は明らかですから、

$$k \subset Z \subseteq \Lambda \subseteq K$$

故に \$\Lambda \neq K\$ と仮定すると、局所類似論の終結定理 一意性定理により、

$$N_{K/k}^* = N_{\Lambda/k}^*, \quad N_{K/2}^* \subseteq N_{\Lambda/2}^*$$

従つて \$(Z^* : N_{\Lambda/2}^*) < (Z^* : N_{K/2}^*)\$ III を使つて、

$$(Z^* : N_{\Lambda/2}^*) = (k^* N_{\Lambda/2}^* : N_{\Lambda/2}^*) = (k^* : N_{\Lambda/2}^* \cap k^*)$$

$$(Z^* : N_{K/2}^*) = (k^* N_{K/2}^* : N_{K/2}^*) = (k^* : N_{K/2}^* \cap k^*) \quad (Z^* = k^* N_{\Lambda/2}^*)$$

従つて、\$N_{\Lambda/2}^* \cap k^* \subseteq N_{K/2}^* \cap k^*\$ が結論出来ます。さて、

\$a \in N_{\Lambda/2}^* \cap k^*\$ で \$a \notin N_{K/2}^* \cap k^*\$ なる \$a\$ をとれば、\$\alpha = N_{\Lambda/2}^*(\lambda^*)\$
 (\$\lambda^* \in \Lambda\$) で \$a \in N_{K/2}^*(A)\$。然るに \$a^f \in N_{\Lambda/k}^* = N_{K/k}^*\$。故に

\$a^f = N_{K/k}^*(x_0)\$, \$N_{2/k}(a) = N_{2/k}(N_{K/2}^*(x_0))\$, \$N_{2/k}(\frac{N_{K/2}^*(x_0)}{a}) = 1\$。従つて
 \$a \in N_{K/2}^*\$。これは仮定に矛盾する。従つて \$K = \Lambda\$ でなければなりません。

註 拡張された Chevalley の因子環の定理 (秋月先生) を使つて、定理 (秋月先生) を使つて 定理の仮定の下に \$G/H\$ が zyklisch になる事を云ひたいのですが書く所がありません。御教示願ひます。