



Title	定点通過ベクトル場に就ての注意
Author(s)	朝長, 康郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1949, 2(15), p. 509-510
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75289
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

154. 定典通過ベクトル場に就ての注意

朝長 康郎 (1949.3.25)

本誌第二輯第12号誌第125の同じ様な取極の結論に対して、其後、佐々木博士から御注意があつたので再論したい。 前回は

可符号、compact、class C' の Riemann 空間には class C' の定典通過ベクトル場は存在しない。

と云ふ定理を述べたのであるが、之は条件が過過ぎるので之の條に緩くすることが出来る。

[定理] complete な Riemann 空間 (即ち Euklid 空間に等しく)
には 定典通過ベクトル場は存在しない。

complete の定義は Rinow-Hopf [1]による 即ち 次の五つに等しい四つの定義がある。

- (A) 有界集合が compact なこと。
- (B) 有界曲線が 無限大の長さを持つこと。
- (C) 各測地線上に任意の長さがとれること。
- (D) 基本列が必ず収束すること。

[證明] 定典通過ベクトル場 $\bar{v}^\lambda$ があることは

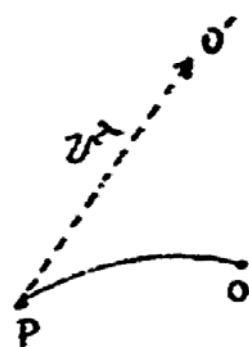
各点に於ける、切ユークリッド空間内に定典 O' が存在して、それを如何なる曲線に沿つて展開しても互に重ならないと云ふことだから、佐々木博士の御注意の如く

或点 P から出る $\bar{v}^\lambda$ の方向に向ふ測地線上に $\overline{PO'}$ に等しい距離の点 O が取れれば、 O は O' の原像になるわけである。

complete の定義 (C) から 点 O は確に存在する。そこで以下は、正花俊一氏 [2] の論法になるが、 O を原点とする 標準座標 $\{\bar{x}^\lambda\}$ を導入する

$\bar{v}^\lambda$ は $-\bar{x}^\lambda$ と表わされ、定典通過だから

$$\begin{aligned} d\bar{x}^\lambda + \delta(-\bar{x}^\lambda) &= d\bar{x}^\lambda + \left\{ \delta(-\bar{x}^\lambda) - \{\bar{\omega}^\lambda\} \bar{x}^\mu d\bar{x}^\mu \right\} \\ &= -\{\bar{\omega}^\lambda\} \bar{x}^\mu d\bar{x}^\mu = 0 \end{aligned}$$



が 任意の $d\bar{x}$ に対して成立たねばならない。故に

$$\{\bar{x}_{\mu\omega}\} \bar{x}^{\mu} = 0$$

即ち

$$\bar{x}^{\mu} \{\bar{x}_{\mu\omega}, \lambda\} = \frac{1}{2} \bar{x}^{\mu} \left(\frac{\partial \bar{g}_{\mu\lambda}}{\partial \bar{x}^{\omega}} - \frac{\partial \bar{g}_{\omega\lambda}}{\partial \bar{x}^{\mu}} - \frac{\partial \bar{g}_{\mu\omega}}{\partial \bar{x}^{\lambda}} \right) = 0.$$

λ と ω を交換して加えると

$$\frac{\partial \bar{g}_{\lambda\omega}}{\partial \bar{x}^{\mu}} \bar{x}^{\mu} = 0$$

即ち $\bar{g}_{\lambda\omega}$ は $\bar{x}$ の 0 次の斉次函数。故に偏微分しなければ原点で値が不定になる。従者は假設に反するから 結局常数となり、吾々の空間は実は Euklid 空間と云ふことになる。〔証明了〕

終りに喘み、佐々木重夫、矢野健太郎両先生の御注意に深く感謝の意を表する次第である。(Mar. 21. 1949)

文 献

- [1] W. Rinow und W. Hopf. *Über den Begriff der vollständigen differentialgeometrische Fläche*. 1931. *Comm. Math. Helv.* vol. 3 S209.
- [2] 立花俊一. 「ホロノミー群が一点又は数個の独立な点を不変にするリーマン空間の標準座標とその一次線形集合体への応用について」,
ホロノミー群研究 第7号 昭和23年2月10日