Title	The Dirichlet problem at infinity on Hadamard manifolds
Author(s)	久村, 裕憲
Citation	大阪大学, 1995, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3100497
rights	
Note	

氏　　　　名	久村裕憲（くむら ひろのり）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学 位 記 番 号	第　11715　号
学位授与年月日	平成7年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学 位 論 文 名	The Dirichlet problem at infinity on Hadamard manifolds （アダマール多様体上の漸近的ディリクレ問題）
論文審査委員	（主査） 教 授 尾関 英樹 （副査） 教 授 井川　満　教 授 坂根 由昌　助教授 竹腰 見昭

論 文 内 容 の 要 旨

Mをn次元Hadamard多様体，即ち，非正の断面曲率を持つ単連結，完備なRiemann多様体とする。EberleinとO' Neillは測地線を使ってMのコンパクト化$\overline{M}=M\cup S(\infty)$を定義した。それは（M, S(∞)）と（$B^n$, S^{n-1}）が位相同型となるようなものであった。ここでB^nはR^nの半径1の開球でS^{n-1}はその境界，すなわち，単位球面である。さて本論文においては次のDirichlet問題を考察した。

漸近的Dirichlet問題　無限球S(∞) 上の任意の連続関数fに対して，
$u\in C^\infty(M)\cap C^0(\overline{M})$ かつ $u|_{S(\infty)}=f$ なる調和関数uは存在するか？

次はこの問題に対する本論文の主結果である。

主結果　Mを3次元以上のHadamard多様体とし，ある正定数a，C，b∈（0，a）が存在して

(1)　$-C\exp\{b\rho(x)\}\leqq K_M(x)\leqq -a^2$,

がMからコンパクト集合を除いたすべての点xで成り立つとする。このとき漸近的Dirichlet問題は解ける。ここで，$K_M(x)$は点xにおける全ての断面曲率を動き，$\rho(x)$はMの任意の固定点からxまでの距離を表す。

これはAnderson, Sullivan, Hsu-Marchの結果の一般化である。特に，HsuとMarchは確率論の方法を用いて，曲率条件

$$-L^2\rho^2(x)\leqq K_M(x)\leqq -U^2$$

（xはMからコンパクト集合を除いたすべての点を動く）の下で漸近的Dirichlet問題が解けることを示した。ここでUとLは$U^2/L>(n-1)/2$なる正定数である。しかし彼らの方法は保存則$\int_M P(x, y, t)\,dV(y)\equiv 1$を必要とし（ここで$P(x, y, t)$はMの最小熱核)，そのため条件，$K_M(x)\geqq -L^2\rho^2(x)$を仮定している。本論文では，Schoenのテクニックと比較定理，最大値原理を使って，保存則が成立しないようなときでも漸近的Dirichlet問題が解けることを示した。

なお，曲率条件

(2)　$-C\rho(x)^{L-2}\{\log\rho(x)\}^{-1-\theta}\leqq K_M(x)\leqq -L(L-1)\rho(x)^{-2}$

（ここで，L＞2，C，θは正定数，またはx はMからコンパクト集合を除いたすべての点を動く）の下でも漸近的Dirichlet問題が解けることが分かる。また，これらの結果と芥川氏の議論を合わせることにより，Hadamard多様体Mが曲率条件(1)または(2)を満たすとき，Mから他のHadamard多様体への有界な調和写像に対する漸近的Dirichlet

問題が解けることも分かる。これらのことにも注意されたい。

論文審査の結果の要旨

Mをアダマール多様体（$\dim M \geq 3$），その断面曲率，リッチ曲率をK，Ricとする。

久村君は本論文の主結果として，M上の漸近的Dirichlet問題が以下の条件のもと肯定的に解けることを示した。

条件：定数$C>0$，$a>b>0$が存在して

$$K \leq -a^2,\ \mathrm{Ric}(x) \geq -C\exp(\rho(x))$$

がMのコンパクト集合を除いたすべての点で成立する。ここに，$\rho(x)$ はMの定点からの距離を表す。

これは，Yauの提起した問題に対する，現在のところ，最善の結果である。今後この方面への研究に寄与するところ大であり，博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。