



Title	音響信号処理とその応用
Author(s)	今井, 正和
Citation	大阪大学, 1987, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/76
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

音響信号処理とその応用

昭和62年1月

今井 正和

音響信号処理とその応用

今 井 正 和

目 次

第1部 複素スペクトルを用いた周波数同定法

第1章	はじめに	2
第2章	単一周波数成分の信号のパラメータ同定	5
2.1	周期信号の複素スペクトルとその性質	5
2.2	周波数・振幅・位相の同定法	8
2.3	パラメータの同定精度	9
2.3.1	ノイズを加えないときの複素スペクトルの 内挿法の同定精度	10
2.3.2	ノイズを加えたときの複素スペクトルの 内挿法の同定精度	13
2.3.3	同定可能な範囲	13
第3章	隣接した2周波数成分をもつ信号のパラメータ同定	14
3.1	隣接した2つの周波数成分のパラメータ同定	14
3.1.1	単位ベクトル回転法	14
3.1.2	フィッティング法	17
3.2	同定精度	20
3.2.1	単位ベクトル回転法による同定精度	20
3.2.2	フィッティング法による同定精度	21
3.3	検討	22
第4章	スペクトルピークの判定	25

4. 1	スペクトルの1次近似誤差を用いたピーク判定	25
4. 1. 1	他のピークからの干渉による1次近似誤差	26
4. 1. 2	ノイズによる1次近似誤差	28
4. 2	複素スペクトルの位相特性を利用した スペクトルピーク判定法	29
第5章	他の周波数成分からの干渉の除去	32
5. 1	逆相成分加算法	32
5. 2	推定スペクトル除去法	34
5. 3	スペクトルの干渉を除去したときの同定精度	34
5. 3. 1	逆相成分加算法による同定精度の変化	34
5. 3. 2	推定スペクトル除去法による同定精度の変化	36
5. 4	検討	38
第6章	音楽音響信号処理への応用	40
6. 1	FFTを用いた位相補正法の同定精度	40
6. 2	楽器音の周波数抽出	43
6. 3	楽曲の周波数抽出	49
第7章	まとめ	53
	参考文献	55

第2部 音響信号処理技術の検査工程への応用

第1章	序論	58
-----	----	----

第2章	スピーカ検査工程における信号処理技術の応用	63
2.1	スピーカの構造と異常	63
2.2	スピーカの検査法	65
2.3	検査結果と考察	76
2.4	まとめ	84
第3章	圧縮機検査工程における信号処理技術の応用	85
3.1	冷房機用圧縮機の構造と異常の種類	85
3.2	圧縮機が発する音の採集法	89
3.3	異常音の検出	90
3.3.1	ブレードとびによる異常品の判別	90
3.3.2	シリンダきずとごみの混入による異常品の判別	92
3.4	検査の結果と考察	94
3.5	まとめ	101
第4章	清酒発酵プロセスのモニタリングにおける 信号処理技術の応用	103
4.1	清酒の製造工程	103
4.2	音響データの収集と処理	105
4.3	清酒発酵プロセスの音響的特徴量	107
4.4	音響信号採集位置による違い	114
4.5	まとめ	116
第5章	まとめ	118
参考文献		120

謝辭	-----	122
付録	-----	123

第 1 部 複素スペクトルを用いた

周波数同定法

第 1 章 はじめに

周期信号の周波数，振幅，位相はその周期波形を分析する際には重要な情報となる．周期信号を計算機を用いて解析し，計測や検査に利用することはさまざまな分野で行われている．このような計算機を用いた解析では，その精度が問題となってくる．

工業においては，センサを用いて物理量を計測し，検査，監視，制御を行っている．センサにより物理量の変化が電気信号に変換されるがその形態はさまざまである．このうち周波数を出力するものも数多くある¹⁾．例えば弦振動型張力センサは，弦の張力を振動モードの周波数として出力するものである．また弦振動型張力センサを応用した発振器型圧力センサがある．発振器型圧力センサには，IC(Integrated Circuit)技術を利用してピエゾ効果素子をシリコン製ダイアフラム上に作成した微小なものもあり，今後その応用が活発に行われると予想される．これら周波数出力型センサを用いて物理量の変化をとらえるためにはセンサからの信号の周波数を精度よく同定する必要がある．周波数を調べるために周波数カウンタを用いることができる．しかし，この方法では観測時間が長くなり，短い時間に変化する物理量の変化をとらえることはできない．センサからの信号を計算機に入力し周波数の同定を行うことにより，物理量の細かな変化を知ることができる．また，音声認識の分野においては，音声の基本周波数はアクセント，イントネーション等の情報を担っており²⁾，周波数抽出は重要な役割を果たしている．さらに，音楽情報処理における自動採譜においては音楽音響信号の持つ周波数を同定し，その結果を楽譜に変換しなければならない．

このような応用分野で周波数同定法に要求される性質をあげてみる．

- 1) センサの感度を有効に利用するためには高い周波数分解能が必要となる．
- 2) センサからの信号は計測している物理量に応じて常に変化している．物

理量の細かな変化を知るためには短い観測時間で同定しなければならない。

- 3) センサから出力される信号の周波数帯域は幅広いため、広い周波数帯域が必要である。
- 4) 対象とする信号に含まれている周波数成分は1つとは限らないため複数の周波数成分に対応しなければならない。
- 5) 実時間での計測、制御を考えたとき、短い計算時間で同定を行わなければならない。

これらの要求をすべて満足するような周波数同定法が存在すれば、応用における利益は計り知れない。

信号の周波数を求める方法には、フーリエ変換により求めたスペクトルを用いる方法^{3), 4), 5)}やARモデル、ARMAモデルなどのモデルを用いる方法^{6), 10)}など多くの報告がなされている。本論文第1部で述べる周波数、振幅、位相同定法は、フーリエ変換で求めたスペクトルから同定するものである。

一般に観測時間を T とすると、フーリエ変換により求めたスペクトルの周波数分解能 ΔF は $1/T$ となり、観測時間 T による制限を受ける。図1.1.1(a)は周波数（観測窓に含まれる波の数）が5.4である余弦波である。(b)はそのFFTにより求めたスペクトルの振幅、(c)はその位相である。周波数分解能を向上させるためには、観測時間 T を長くする方法がある。しかし、必要な周波数分解能に相当するだけの観測時間を設定することは非常に難しい。このためなんらかの方法を用いて ΔF に制限されたスペクトルから ΔF 以上の精度で周波数を同定しなければならない。この方法として、対数ピリオドグラムの特長であるケプストラムから長ケフレンシイピークを検出する方法³⁾や、時間的に隔たった二つの観測区間におけるピーク成分の位相の変化により補正する方法⁴⁾、短時間位相スペクトルを用いた周波数同定法⁵⁾などが提案されている。

信号波形の周波数分析に用いられるフーリエ変換は、信号波形から振幅と位相

を持ったスペクトルを求める演算である。信号処理におけるスペクトルの利用を見てみると、その振幅情報しか用いていない例が多く見受けられる。しかし、スペクトルの位相情報にも信号波形に関する重要な情報が多く含まれており、先に述べたピーク成分の位相変化を用いた周波数同定法などはその情報を有効に活用した例である。

本論文で述べる複素スペクトルを用いた信号波形の周波数、振幅、位相を求める方法^{(11), (12), (13), (14)}は、複素スペクトルが持っている位相情報を積極的に用いて周波数だけでなく、その位相、振幅をも推定するものである。対象とする信号は、周波数は変化しているがフーリエ変換を行う際の観測時間のような短い時間では周波数の変化がないと見なせるものである。

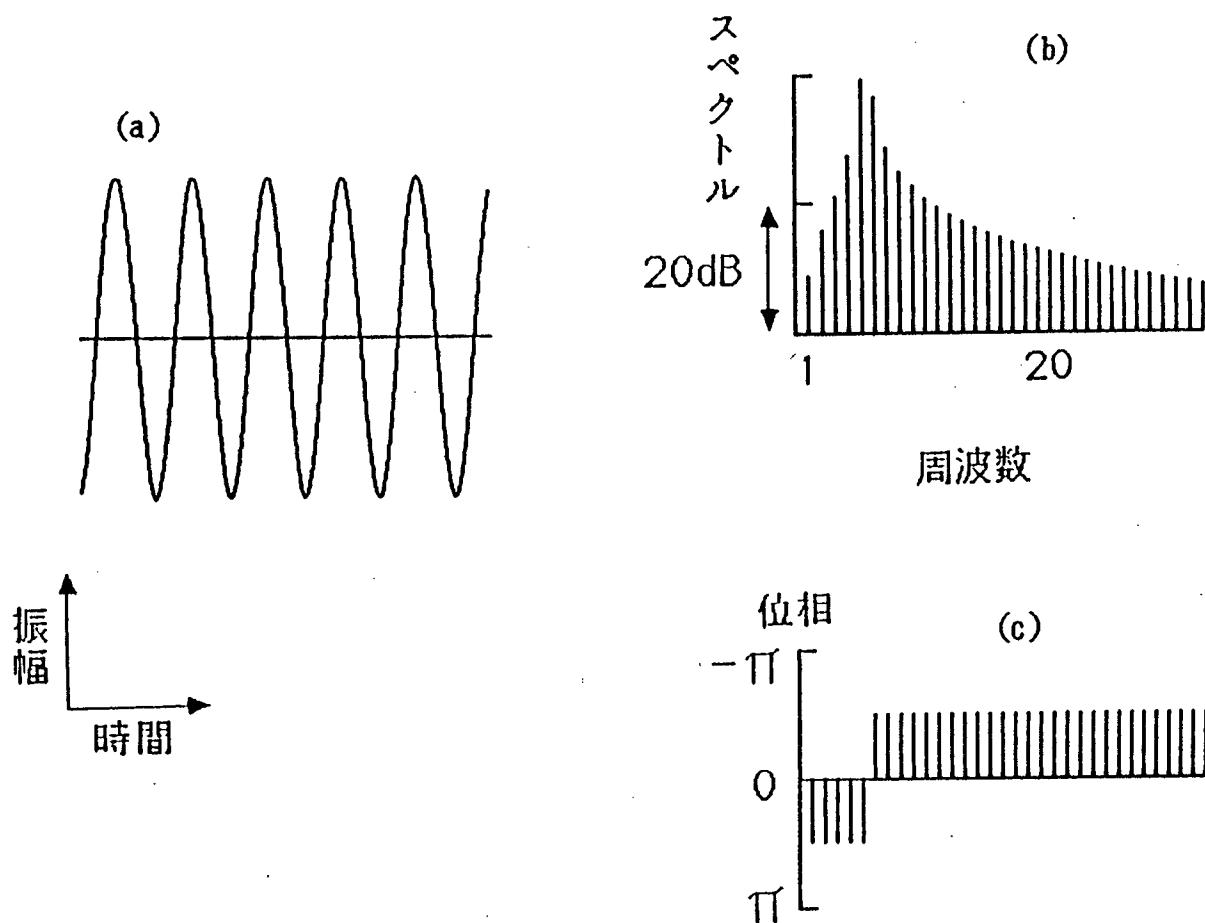


図1.1.1 余弦波とそのスペクトル

第2章 単一周波数成分の信号の

パラメータ同定

本研究では複素スペクトルから信号波形の周波数，位相，振幅を精度良く同定することが目的である。本章では，フーリエ変換により求めた単一の周波数からなる周期信号の複素スペクトルがどのような性質を持つかを示した後，複素スペクトルを用いた信号の周波数，位相，振幅の同定方法^{11), 12)}を示す。さらに周期信号に雑音を加えた際の同定精度の変化についても述べる。

2. 1 周期信号の複素スペクトルとその性質

周波数 f_a ，振幅 A ，観測区間 T ，区間中央での位相 ϕ なる余弦波を $x(t)$ とすると

$$\begin{aligned} x(t) &= A \cos\left(\frac{2\pi f_a t}{T} - \pi f_a + \phi\right) \\ &= \frac{A}{2} \exp\left\{i\left(\frac{2\pi f_a t}{T} - \pi f_a + \phi\right)\right\} + \frac{A}{2} \exp\left\{-i\left(\frac{2\pi f_a t}{T} - \pi f_a + \phi\right)\right\} \end{aligned} \quad (1.2.1)$$

で表される。これをフーリエ変換してスペクトルを求めると，それぞれの $\exp\{\cdot\}$ 項に対応して2つのピークが存在する。その一方に対応するものとして

$$y(t) = A \exp\left\{i\left(\frac{2\pi f_a t}{T} - \pi f_a + \phi\right)\right\} \quad (1.2.2)$$

を考える。この $y(t)$ のフーリエ変換 z_m は

$$z_m = \frac{A}{T} \int \exp\left\{i\left(\frac{2\pi f_a t}{T} - \pi f_a + \phi\right)\right\} \exp\left\{-i\frac{2\pi m t}{T}\right\} dt$$

$$= \frac{A \sin(\pi f_a)}{\pi(f_a - m)} \exp(i\phi) \quad (1.2.3)$$

となる。この $m = [f_a]$ ($[\cdot]$ はガウス記号)の近傍を図示すると図1.2.1(a)のようになる。この図からも分かるように、 z_m は方向 ϕ の直線上にあり、 $m < f_a$ と $m > f_a$ ではその向きが反転している。さらに z_m の ϕ 方向の成分の逆数 ω_m は、

$$\omega_m = \frac{\pi(f_a - m)}{A \sin \pi f_a} \quad (1.2.4)$$

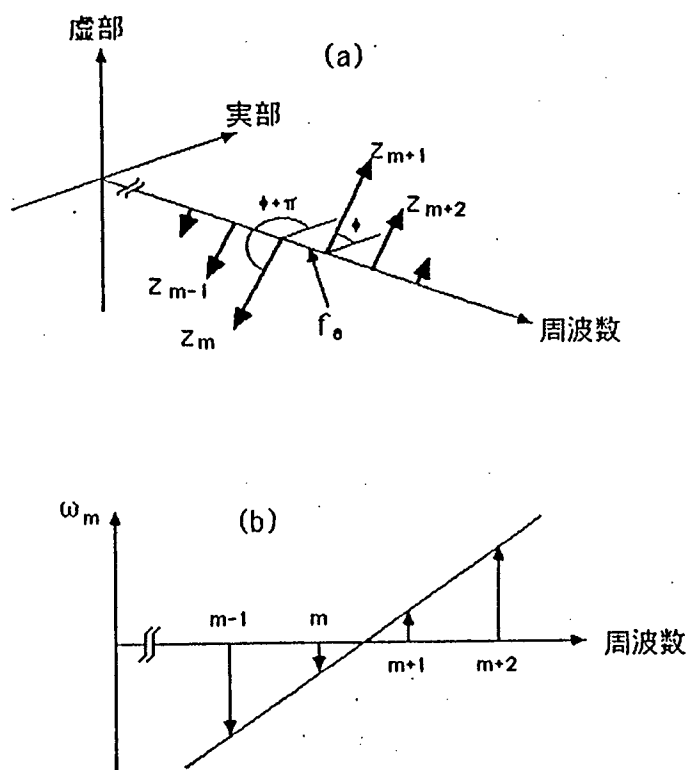


図1.2.1 (a) 単一周波数成分の複素スペクトル
(b) 複素スペクトルの位相方向の逆数

となり，図1.2.1(b)のように m に関する1次関数になっている．この直線と周波数軸（横軸）との交点が周波数 f_0 を与える．

以上(1.2.3)式と(1.2.4)式から，単一周波数の複素スペクトルには次のような性質があることが分かる．

- 1) スペクトルの方向はすべて等しく，信号の位相 ϕ で決まる．
- 2) スペクトルの向き ϕ における成分の逆数は，周波数 m についての1次関数となる．
- 3) その1次関数と周波数軸との交点が信号の周波数を与える．

この性質を用いて，信号の周波数を求める．計算機を用いて周波数，位相，振幅を求めるとき，信号は離散化がなされている．(1.2.2)式を離散型で表すと，

$$y_k = A \exp \left\{ i \left(\frac{2\pi f k}{N} - \pi f + \phi \right) \right\} \quad (1.2.5)$$

となる．ここで N は観測区間におけるサンプル点の数， f は周波数（観測区間に含まれる波の数）である．この信号の離散フーリエ変換は

$$\begin{aligned} z_m &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} y_k \exp \left\{ -i \frac{2\pi k m}{N} \right\} \\ &= \frac{A}{N} \exp \{ i(\phi - \pi f) \} \sum_{k=0}^{N-1} \exp \left\{ i \frac{2\pi k (f-m)}{N} \right\} \\ &= \frac{A}{N} \frac{\sin(\pi f)}{\sin \frac{\pi (f-m)}{N}} \exp(i\phi) \exp \left\{ -i \frac{\pi (f-m)}{N} \right\} \end{aligned} \quad (1.2.6)$$

となる．この式では，離散フーリエ変換の窓の両端において信号の不連続性がある．

るため、連続系で求めた(1.2.3)式のようにスペクトルの方向が一定でない。 y_0 として観測区間の始点と終点の平均を用いる端点処理を行った後に離散フーリエ変換を行うと、

$$z_m = \frac{A}{N} \frac{\sin(\pi f)}{\tan \frac{\pi (f-m)}{N}} \exp(i\phi) \quad (1.2.7)$$

となり、 z_m の方向は(1.2.3)式と同様に、 ϕ で一定となる。ピークの近傍では $|(f-m)/N|$ は十分小さく、 $\tan\{\pi (f-m)/N\} \doteq \pi (f-m)/N$ と近似できるので、(1.2.7)式は次のように変形できる。

$$z_m = \frac{A \sin(\pi f)}{\pi (f-m)} \exp(i\phi) \quad (1.2.8)$$

これは(1.2.3)式に一致している。(1.2.8)式をもとにして、信号の周波数、振幅、位相を求めることができる。

2. 2 周波数・振幅・位相の同定法

フーリエ変換により求めた複素スペクトルにおいて、ピークを形成する隣あった2つの成分を z_m 、 z_{m+1} とする。この2つのベクトルの方向は理論的には信号の位相 ϕ に等しく、その位相差は π になる。しかし、信号を量子化する際の誤差や雑音、他の周波数成分からの干渉（影響）などが原因となりベクトルの位相が乱され、 z_m と z_{m+1} の位相差は π にはならない。そこで、 $u = (z_{m+1} - z_m) / |z_{m+1} - z_m|$ なる単位ベクトルを考え、この u と z_{m+1} 、 z_m との内積をベクトルの ϕ 方向の成分であるとする。周波数、振幅、位相はこの内積を用いて次の式で求める。

$$f = m + \frac{(u, z_{m+1})}{(u, z_{m+1}) - (u, z_m)} \quad (1.2.9)$$

$$A = \frac{\pi (f - m) \cdot (u, z_m)}{\sin(\pi f)} \quad (1.2.10)$$

$$\phi = \angle u = \tan^{-1} \frac{u_i}{u_r} \quad (1.2.11)$$

ただし， u_r ， u_i は u の実部と虚部とする．

この方法は，スペクトルの逆数について m 番目と $m+1$ 番目との間を内挿している
ので，複素スペクトルを用いた内挿法と呼ぶことができる．

2. 3 パラメータの同定精度および検討

本節では，前節で述べた方法による周波数，位相，振幅を同定した時の同定精度について述べる．同定すべき信号として，計算機の内部で生成された余弦波を用いた．さらに，信号に雑音を加えたときの同定精度の変化についても示す．

今回用いた雑音は，ガウス分布を持つ雑音である．作成された雑音をもとに，次のような雑音を作成した．サンプリング周波数を f_s とする．

雑音1：フィルタをかけないもの．

雑音2：しゃ断周波数 $\frac{f_s}{3}$ の3次バターワース型ローパスフィルタをかけたもの．

雑音3：しゃ断周波数 $\frac{f_s}{4}$ の3次バターワース型ローパスフィルタをかけたもの．

雑音4：しゃ断周波数 $\frac{f_s}{6}$ の3次バターワース型ハイパスフィルタをかけたもの。

雑音5：しゃ断周波数 $\frac{f_s}{3}$ の3次バターワース型ローパスフィルタと，しゃ断周波数 $\frac{f_s}{6}$ の3次バターワース型ハイパスフィルタをかけたもの。

以上の5種類の雑音を用いて，周波数，位相，振幅の同定精度を調べた．一般に信号処理で取り扱う信号は周波数が正と負の共役なスペクトルを持っている．そのため，ここでは同定精度を調べる際に負の周波数成分を含んだまま行っている．

2. 3. 1 雑音を加えないときの複素スペクトルの内挿法の同定精度の変化

まず，雑音を加えない場合の同定精度を示す．図1.2.2は信号の周波数（窓の中に含まれる波の数）を5から15まで変化させたときに，周波数，振幅，位相の同定精度の変化を示したものである．作成した信号の振幅は10，位相は $\pi/3$ で一定である．

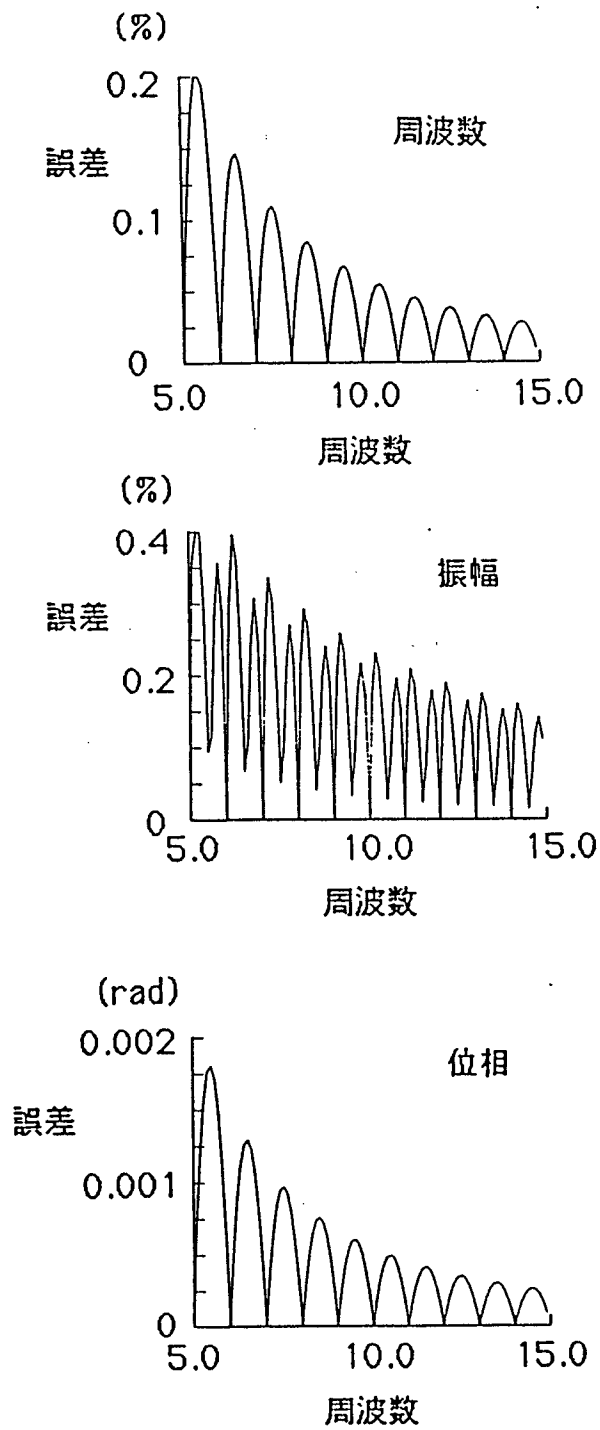


図1.2.2 単一周波数成分のパラメータ同定誤差

図1.2.2から次のことが観察できる。

- 1) 周波数，振幅の同定誤差はそれぞれ0.2%，0.4%以下で，位相の同定誤差は0.002ラジアン以下である。
- 2) 周波数，振幅，位相の同定はいずれも信号の周波数が低いところで誤差が大きくなっている。
- 3) 周波数，振幅，位相の同定精度は，信号の周波数が整数値となるところで極小となっている。さらに，振幅ではその中点付近でも極小となっている。
- 4) 周波数，振幅，位相の全体の誤差の傾向は同じようすを示している。特に周波数の傾向と位相の傾向に顕著にみられる。

1) については負の周波数成分からのスペクトル漏洩を含んだものを用いていることを考慮すると，非常に精度よい同定が行われている。2) については，負の周波数成分からのスペクトル漏洩の影響は低周波ほど大きくなることによる。3) については，信号の周波数が整数値になるとスペクトルは線スペクトルとなっているため，同定の際に誤差が発生しない。今回の実験における信号はcos関数であり，正の周波数成分に共役な負の周波数が含まれている。負の周波数からのスペクトル漏洩すなわち干渉は，周波数の変化についてのsinc関数であり，この影響で誤差が発生している。振幅の同定において信号の周波数の小数部が0.5付近で極小になるのは，振幅を求める式(1.2.10)の分母が $\sin(\pi f)$ であるため，小数部が0.5に近付くと式の分母が1に近付くためである。4) については，周波数を同定する式(1.2.9)からも分かるように，周波数と位相は特に単位ベクトル u の影響を大きく受けている。そのため u の推定に含まれている誤差が周波数，位相に影響を及ぼし，同じような傾向を持った同定誤差を持つ。

2. 3. 2 雑音を加えたときの複素スペクトルの内挿法の同定精度の変化

フーリエ変換は周波数が線形的に等間隔になったスペクトルを与えるため、周波数などを同定する際には特に低い周波数成分での精度が問題となる。そこで、周波数が10.2, 振幅が10, 位相が $\pi/3$ の余弦波に雑音を加えて同定誤差の変化を調べた。ただし、窓の長さは256点とした。

その結果は、S/N比が10dB以下では信号のピークを検出することができなかったが、信号のピークが検出されているところでは周波数で1%以下、振幅で5%以下、位相で0.5ラジアン以下の精度で検出された。また、加えた雑音による誤差への影響は、低周波数成分の大きな雑音ほど誤差を増大させている。周波数、振幅、位相の同定精度の変化は同じ傾向を持っていた。

2. 3. 3 同定可能な範囲

本章で提案した複素スペクトルの内挿法は特に低い周波数成分の信号の周波数、振幅、位相の同定に有効である。この方法により同定できるもっとも低い周波数について考えてみる。複素スペクトルの内挿法を適用するためには、1) 観測されたスペクトルにおけるピークの位置と2) 真のスペクトルのピークの前後2つのスペクトル成分における情報が必要となる。1) については、スペクトルの振幅を用いたピーク判定法ではスペクトル列 $\{z_m\}$ の $m \geq 2$ の範囲において有効である。この範囲にピークを持つ信号の周波数は1.5よりも大きくななければならない。 z_2 がピークの時は周波数、振幅、位相の同定に用いられるスペクトル成分は (z_1, z_2) または (z_2, z_3) の組であり、先の2) の条件を満たす。このため、同定できるもっとも低い周波数は1.5となる。しかし、信号の周波数がおよそ分かっているピークの検出を行う必要がなく、複素スペクトルの外挿を許すならば、周波数が1.5以下のものについても同定を行うことができる。

第3章 隣接した2周波数成分をもつ

信号のパラメータ同定

前章では一つの周波数をもつ信号の、周波数、振幅、位相の同定法について述べた。本章では二つの周波数 f_1 , f_2 を含む信号で、その周波数差 $|f_1 - f_2|$ が1より小さい場合の同定法^{13), 14)}について述べる。このように二つの周波数が接近しているとスペクトルピークは重なってしまい、見かけ上一つのピークとして観測される。このような場合の同定法は二つ考えられる。一つは前章で述べた方法を応用した単位ベクトル回転法であり、もう一つは代数的に求めたモデルを観測されたスペクトルにフィッティングさせるフィッティング法である。本章では、これら二つの方法について述べ、雑音を加えないときと加えたときの同定精度の変化について述べる。

3. 1 隣接した2つの周波数成分のパラメータ同定

3. 1. 1 単位ベクトル回転法

ここでは、二つの接近した周波数が信号に含まれている場合の周波数、振幅、位相の同定法について述べるが、これらの位相は同じでないものとする。このような信号のスペクトルは、各々の周波数成分のスペクトルがベクトル的に合成されたものである。すなわち、 $z_m^{(1)}$, $z_m^{(2)}$ をそれぞれ周波数 f_1 , f_2 によるスペクトルとすると観測されるスペクトル z_m は

$$z_m = z_m^{(1)} + z_m^{(2)} \quad (1.3.1)$$

で表される。ここで一方の周波数成分の周波数，振幅，位相を同定するときに他方の成分によるスペクトルの影響を除去できれば，第2章で述べた方法を用いることができる。例えば， f_2 の周波数を持つ成分の周波数，振幅，位相を求める場合について考えると， f_1 の周波数を持つ成分によるスペクトル $z_m^{(1)}$ を除去しなければならない。ここで，図1.3.1に示すように f_1 による成分 $z_m^{(1)}$ に直交する単位ベクトル u_1 を考え，これと観測されたスペクトル z_m との間で内積を計算すると，

$$\begin{aligned}(z_m, u_1) &= (z_m^{(1)} + z_m^{(2)}, u_1) \\ &= (z_m^{(1)}, u_1) + (z_m^{(2)}, u_1) \\ &= (z_m^{(2)}, u_1)\end{aligned}\tag{1.3.2}$$

となり，観測されたスペクトルに含まれる $z_m^{(1)}$ の成分の影響が除去される。この内積は第2章で述べた複素スペクトルの性質を満足するので，これを用いて信号の周波数，位相，振幅を推定することができる。 f_1 の周波数成分を同定するときには f_2 のスペクトル $z_m^{(2)}$ に直交するベクトル u_2 を考えればよい。

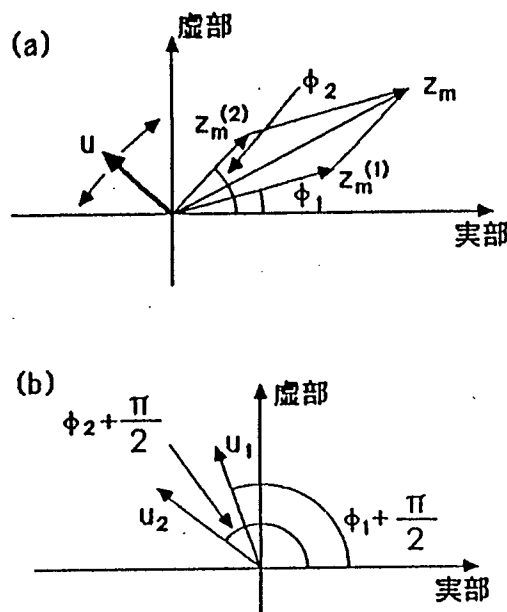


図1.3.1 複素スペクトルと各周波数成分に直交する単位ベクトル
(a) 複素スペクトルのベクトル表現
(b) 複素スペクトルに直交する単位ベクトル

周波数，振幅，位相を求めるためには先に述べた u_1, u_2 を必要とするが，これらは未知である．そこで，単位ベクトルの位相を0から π まで回転させ，その各々について内積 (z_n, u) を求める．観測されたスペクトルピークが z_{m-1} と z_n の間にあるとき，これらの逆数から1次関数を決定する．決定された1次関数を用いて $1/\hat{z}_{m-2}$ と $1/\hat{z}_{m+1}$ の値を推定し，観測されたスペクトルとの差の絶対値の2乗和

$$g = |z_{m-2} - \hat{z}_{m-2}|^2 + |z_{m+1} - \hat{z}_{m+1}|^2 \quad (1.3.3)$$

を計算する．この g は， u_1 と u_2 に対応して2ヶ所で極小値をとる．いま，単位ベクトルを N_p 個に分割して2乗和 g を計算したとき，その n 番目において g が極小になったとする．このとき， g を極小にする u の真の位相は $\frac{(n-1)\pi}{N_p}$ と $\frac{(n+1)\pi}{N_p}$ の間にある．そこで，この範囲において g は2次曲線で近似されるものとし，真の位相が $\frac{(n+\alpha)\pi}{N_p}$ で表されたとすると次の式が成り立つ．

$$\begin{aligned} P(\alpha+1)^2 + Q &\doteq g \left[\frac{(n-1)\pi}{N_p} \right] \\ P\alpha^2 + Q &\doteq g \left[\frac{n\pi}{N_p} \right] \\ P(\alpha-1)^2 + Q &\doteq g \left[\frac{(n+1)\pi}{N_p} \right] \end{aligned} \quad (1.3.4)$$

(1.3.4)式の P, Q は n, α に無関係な定数であり，左辺第1項は単位ベクトルの方向による成分，第2項は雑音による成分である．(1.3.4)の連立方程式を解くことにより α の値が求まり，単位ベクトルの方向が決定される．

このようにして求められた位相を持つ単位ベクトルを用いて，信号の周波数と位相を(1.2.9)と(1.2.10)式を用いて求める．振幅については，観測されたスペ

クトル z_m と $z_m^{(2)}$ に直交する単位ベクトル u_2 との内積は(1.3.2)式より,

$$\begin{aligned}
 (z_m, u_1) &= (z_m^{(1)}, u_2) \\
 &= \frac{A_1 \sin(\pi f_1)}{\pi (f_1 - m)} (\exp(i \phi_1), u_2) \\
 &= \frac{A_1 \sin(\pi f_1)}{\pi (f_1 - m)} \cos(\phi_2 - \phi_1 + \frac{\pi}{2}) \quad (1.3.5)
 \end{aligned}$$

となる。このため、(1.2.11)式をそのまま用いると(1.3.5)式の $\cos$ 項の分だけ誤差を生じる。そこで振幅 A_1 の推定は次の式を用いる。

$$A_1 = \frac{\pi (f_1 - m) (z_m, u_2)}{\sin(\pi f_1) \cos(\phi_2 - \phi_1 + \frac{\pi}{2})} \quad (1.3.6)$$

もう一方の振幅 A_2 を求めるときは、(1.3.6)式の添字を入れ換えるとよい。

3. 1. 2 フィッティング法

第2章2. 1節で述べたように単一の周波数成分の信号の複素スペクトルは、信号の周波数を f 、位相を ϕ 、振幅を A とすると、

$$z_m = \frac{A \sin(\pi f)}{\pi (f - m)} \exp(i \phi) \quad (1.3.7)$$

で表される。二つの周波数成分を持つ信号のスペクトルは、各々の周波数が f_1 と f_2 、位相が ϕ_1 と ϕ_2 、振幅が A_1 と A_2 とすると次の式で表される。

$$z_m = \frac{A_1 \sin(\pi f_1)}{\pi (f_1 - m)} \exp(i \phi_1) + \frac{A_2 \sin(\pi f_2)}{\pi (f_2 - m)} \exp(i \phi_2) \quad (1.3.8)$$

この式からもとの信号が持つ周波数，振幅，位相を未知数として方程式を解く．すなわち式によるモデルを観測されたスペクトルにフィッティングする．この式の中で未知数は $f_1, f_2, \phi_1, \phi_2, A_1, A_2$ の6個である．(1.3.8)式は複素数表現されているため，2つの実定数方程式と見なすことができる．未知数が6個であるから，ピークである z_m にその前後の z_{m-1}, z_{m+1} を加えて次の連立方程式が得られる．

$$\begin{aligned} z_{m-1} &= \frac{A_1 \sin(\pi f_1)}{\pi (f_1 - m + 1)} \exp(i \phi_1) + \frac{A_2 \sin(\pi f_2)}{\pi (f_2 - m + 1)} \exp(i \phi_2) \\ z_m &= \frac{A_1 \sin(\pi f_1)}{\pi (f_1 - m)} \exp(i \phi_1) + \frac{A_2 \sin(\pi f_2)}{\pi (f_2 - m)} \exp(i \phi_2) \\ z_{m+1} &= \frac{A_1 \sin(\pi f_1)}{\pi (f_1 - m - 1)} \exp(i \phi_1) + \frac{A_2 \sin(\pi f_2)}{\pi (f_2 - m - 1)} \exp(i \phi_2) \end{aligned} \quad (1.3.9)$$

この連立方程式を解くと，

$$f_1 = m + d_1, \quad f_2 = m + d_2 \quad (1.3.10)$$

となる．ただし，

$$\begin{aligned} a &= z_{m-1} + z_{m+1} - 2z_m, & b &= z_{m-1} - z_{m+1}, & c &= z_{m-1} + z_{m+1} \\ d_1, d_2 &= \frac{(a_r * c_i - a_i * c_r) \pm \sqrt{(a_r * c_i - a_i * c_r)^2 - 4(a_i * b_r - a_r * b_i)(b_i * c_r - b_r * c_i)}}{2(a_i * b_r - a_r * b_i)} \end{aligned}$$

であり，添字の r, i はそれぞれ実数部，虚数部を表す．また，位相，振幅は z_m と z_{m+1} より，

$$\phi_1 = \angle v, \quad \phi_2 = \angle w \quad (1.3.11)$$

$$A_1 = \frac{\pi}{\sin \pi f_1} |v|, \quad A_2 = \frac{\pi}{\sin \pi f_2} |w| \quad (1.3.12)$$

で求められる。ただし、

$$\begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(f_1 - m)(f_2 - m)(f_1 - m + 1)}{(f_2 - m)(f_1 - m + 1) - (f_1 - m)(f_2 - m + 1)} & \frac{-(f_1 - m)(f_2 - m)(f_2 - m + 1)}{(f_2 - m)(f_1 - m + 1) - (f_1 - m)(f_2 - m + 1)} \\ \frac{-(f_1 - m)(f_2 - m)(f_2 - m + 1)}{(f_2 - m)(f_1 - m + 1) - (f_1 - m)(f_2 - m + 1)} & \frac{(f_2 - m)(f_1 - m + 1)(f_2 - m + 1)}{(f_2 - m)(f_1 - m + 1) - (f_1 - m)(f_2 - m + 1)} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} z_m \\ z_{m-1} \end{pmatrix} \quad (1.3.13)$$

である。

以上で二つの隣接した周波数成分を含む信号の周波数、位相、振幅を求めることができる。

3. 2 同定精度

本節では前節で示した隣接した2つの周波数成分の同定法についての実験結果について述べる。本節で用いた雑音は、第2章2. 3節で述べたものである。

3. 2. 1 単位ベクトル回転法による同定精度

信号の周波数，振幅，位相を， $f_1=10.2$ ， $\phi_1=\frac{\pi}{6}$ ， $A_1=10$ ， $\phi_2=\frac{3\pi}{4}$ ， $A_2=10$

として f_2 を9.5から11.5まで変化させた。また，単位ベクトルは $\frac{\pi}{200}$ ラジアンステップで回転させている。 $f_1=10.2$ としたのは，第2章で雑音を加えたときの同定精度をこの周波数で調べているためであり， f_2 を9.5から11.5まで変化させたのは f_1 に対して隣接した周波数成分とするためである。実験の結果より， $|\Delta f|$ が0.2以下となる区間では誤差が急激に増大し，2つの周波数成分の分離抽出が困難となっているが，それ以外の部分では周波数で0.5%，振幅で10%，位相で0.3ラジアンの同定誤差であった。また， f_2 が10.8と11.1付近で推定誤差に不連続性がみられた。そこで周波数，振幅，位相の同定に用いられたスペクトルのピークについて調べてみると， f_2 が10.8から11.1の間では11番目を中心としたスペクトルが，その他の f_2 のときは10番目を中心としたスペクトルが用いられていた。すなわち，周波数，振幅，位相の同定に用いられたスペクトルが他の区間とは異なっているために，同定結果に不連続が生じたものと思われる。

$f_1=10.2$ ， $\phi_1=\frac{\pi}{6}$ ， $A_1=10$ ， $f_2=10.7$ ， $\phi_2=\frac{3\pi}{4}$ ， $A_2=10$ として第2章2. 3節で述べた5つの雑音を用いて雑音を加えたときの同定精度を調べた。雑音は0dBから50dBまで変化させた。今回用いた信号に雑音を加えないときの同定精度は，それぞれおよそ f_1 0.01%， ϕ_1 0.02ラジアン， A_1 0.8%， f_2 0.02%， ϕ_2 0.0005ラジアン， A_2 2.5%であった。S/N比が10から15dB以下ではスペクトルのピークが正しく検出

されず、10dBから15dB以上では周波数で0.5%以下、振幅で10%以下、位相で0.2ラジアン以下の同定誤差であった。また、低周波数成分を多く持つ雑音ほど同定誤差に与える影響が大きかった。雑音の影響を受けなくなるS/N比はおよそ30dBであった。

雑音1を加えて周波数、振幅、位相を、 $f_1=10.2$, $\phi_1=\frac{\pi}{6}$, $A_1=10$, $\phi_2=\frac{3\pi}{4}$, $A_2=10$ として f_2 を9.5から11.5まで変化させたときの周波数、振幅、位相の同定精度の変化を調べた。この結果では、2つの周波数成分を分離できるのは周波数差が0.3以上の区間である。この区間での同定誤差は周波数で2%以下、振幅で40%以下、位相で0.5ラジアン以下であった。

3. 2. 2 フィッティング法による同定精度

単位ベクトル回転法のときと同じように $f_1=10.2$, $A_1=10$, $\phi_1=\frac{\pi}{6}$, $A_2=10$, $\phi_2=\frac{3\pi}{4}$ とし、 f_2 を9.5から11.5まで変化させて雑音を加えずに同定精度の変化を調べた。その結果、2つの周波数成分が分離できる周波数差は0.3であった。同定誤差は、周波数で1%以下、振幅で40%以下、位相で0.6ラジアン以下であったが、 f_2 が10.5を越えるあたりから、 f_2 の成分の同定誤差の増大が著しい。また、単位ベクトル回転法のときと同じように、 f_2 が10.8から11.1の間でスペクトルピークの判定が異なることによる不連続点がみられた。この区間では f_2 の成分の同定誤差は小さい。

$f_1=10.2$, $\phi_1=\frac{\pi}{6}$, $A_1=10$, $f_2=10.7$, $\phi_2=\frac{3\pi}{4}$, $A_2=10$ の2つの周波数成分を持つ余弦波を計算機内で作成し、これに雑音1～5までを加えて周波数、振幅、位

相の同定精度を調べた。雑音の加え方は、単位ベクトル回転法の場合と同じく、S/N比を0dBから50dBまで変化させた。この信号に雑音を加えないときの同定精度は、それぞれおよそ $f_1 0.6\%$ 、 $\phi_1 0.03$ ラジアン、 $A_1 30\%$ 、 $f_2 1.4\%$ 、 $\phi_2 0.45$ ラジアン、 $A_2 10\%$ であった。この実験結果では、同定誤差は、周波数で2%以下、振幅で80%以下、位相で1.0ラジアン以下であった。同定誤差の性質については単位ベクトル回転法の場合と同じような傾向がみられた。S/N比が0dBから25dBまでの間では雑音の影響がみられた。

雑音1を加えて周波数、振幅、位相を、 $f_1=10.2$ 、 $\phi_1=\frac{\pi}{6}$ 、 $A_1=10$ 、 $\phi_2=\frac{3\pi}{4}$ 、 $A_2=10$ として f_2 を9.5から11.5まで変化させたときの周波数、振幅、位相の同定精度の変化について、S/N比を20dBとして調べた。この実験結果は雑音を加えずに行った実験結果と比べると大きな違いはなく、雑音による影響が小さかった。

3. 3 検討

前節では、単位ベクトル回転法とフィッティング法のそれぞれについて、雑音を加えた場合と加えなかった場合における周波数、振幅、位相の同定精度の変化を調べた。この2つの方法による今回の実験の結果を比較してみると、次のことが分かる。

- 1) 雑音を加えないときは、単位ベクトル回転法の方がフィッティング法よりも精度よい同定を行っている。このとき、同定できる最小の周波数差は0.2であった。
- 2) S/N比を変化させながら雑音を加えた実験では、絶対的な同定精度は単位ベクトル回転法の方がフィッティング法よりもよい。しかし、誤差が雑音

の影響を受けなくなるのは、雑音1の場合単位ベクトル回転法では30dB程度であるが、フィッティング法では25dB程度である。

3) S/N比を20dBとして、周波数成分を変化させたときの実験結果では同じ程度の同定誤差であった。分離できる最小の周波数差は0.3であった。

4) 必要な計算量を比較してみると、フィッティング法の方が単位ベクトル回転法よりも少ない。

1) の原因は、同定に用いるスペクトルの成分の数の違いであると考えられる。単位ベクトル回転法が基礎としている単一周波数成分の同定法では周波数、振幅、位相の3つを求めるのに4つの実数データ（複素数スペクトルの2つの成分）を用いている。これに対してフィッティング法では2組の周波数、振幅、位相を求めるのに6つの実数データ（複素スペクトルの3つの成分）しか用いていない。このため雑音を加えない理想的な条件では、1) のような結果となるのであろう。しかし、雑音が加えられると2) のようになる。単位ベクトル回転法では複素スペクトルの位相特性をうまく利用して4つの実数データから2組の周波数、振幅、位相を求めている。そのため、位相情報が雑音により乱されてしまうと同定精度が急激に悪くなる。フィッティング法では観測された複素スペクトルにモデルをフィッティングしているために、単位ベクトル回転法のようなことはない。2) の結果はそのことを裏付けている。しかし、絶対的な同定精度で比較するならば単位ベクトル回転法の方が優れていると考えられる。

フィッティング法については、計算に用いた3つのスペクトルの両側1つずつを加え、最小自乗法などを用いて精度を向上させることも考えられる。しかしスペクトルはピークからはなれると急激に小さくなるので、大きな精度向上は望めない。

本章で述べた2つの方法の特徴から、フィッティング法でそれぞれの成分の位相を調べた後、単位ベクトル回転法でより精度の高い同定を行うことができる。このようにすると、単位ベクトル回転法で単位ベクトルを回転させる範囲を限定

でき、より少ない計算量で精度の高い同定を行うことが可能となる。

また、2つの方法における同定可能な最小の周波数について考えてみる。単位ベクトル回転法においてもフィッティング法においてもスペクトルのピークの存在を判定できるのは、2番目以降のスペクトル成分についてである。2つの周波数成分が隣接しているときには、それらの位相関係によって観測されたスペクトルのピーク的位置が1つ程度変化する。このようなスペクトルピーク的位置の変化がなければ、2つの周波数成分の周波数が共に2以上であれば周波数、振幅、位相を同定することが可能であると考えられる。

第4章 スペクトルピークの判定

第2章では1つの周波数成分で構成されたスペクトルのピークから信号に含まれている周波数，振幅，位相を同定する方法について，第3章では2つの周波数が隣接している信号の場合に周波数，振幅，位相を同定する方法について述べた。これらの方法では観測されたスペクトルピークが1つの周波数成分で構成されているのか，2つの周波数成分で構成されているのかを判別することはできない。一般に観測されたスペクトルピークの形からだけではピークを構成する周波数成分が1つか2つかを判定できない。そこで本章では信号から求めたスペクトルのピークがいずれの場合であるかを判定をする方法について述べる。これにも2つの方法があり，1つは第3章でも述べた複素スペクトルの1次近似誤差を用いる方法であり，もう1つはピークにおける複素スペクトルの位相情報を用いる方法である。これらの方法では，スペクトルのピークを構成している周波数成分が1つであるか否かの判定しか行えない。しかし，2つの周波数成分が1つのピークを構成するのはごく限られた場合であり，3つ以上の周波数成分で構成されることはさらに少なく無視できる。そのため，本章ではスペクトルのピークが1つの周波数で構成されていないと判定されたときは2つの周波数で構成されていると判定する。

4. 1 スペクトルの1次近似誤差を用いたピーク判定方法

本節では第3章で用いたスペクトルピークの1次近似誤差 g を用いた方法について述べる。 g の求め方は，次に述べる通りである。真のスペクトルピークが z_{m-1} と z_m の間にあるとき，これからスペクトルの逆数の1次関数を決定する。決定さ

れた1次関数を用いて $1/\hat{z}_{m-2}$ と $1/\hat{z}_{m+1}$ の値を推定し、実際に観測されたスペクトルの値との差の絶対値の2乗和 g を求める。すなわち、

$$g = |z_{m-2} - \hat{z}_{m-2}|^2 + |z_{m+1} - \hat{z}_{m+1}|^2 \quad (1.4.1)$$

を計算する。この g の値があるいき値を越えたとき、観測されたスペクトルのピークが2つの周波数で構成されていると判定する。このいき値を決定するためには、単一周波数の場合に g を計算したときに発生する誤差について考えておく必要がある。誤差 g の原因には、他のピークからの干渉と信号に含まれる雑音の2つが考えられる。実際の誤差はこの2つによるものの合成されたものであるが、ここではそれぞれ別個に考える。

4. 1. 1 他のピークからの干渉による1次近似誤差

ピークの近傍におけるスペクトルは第2章で示したように、次の式で表される。

$$z_m = \frac{A \sin(\pi f)}{\pi (f-m)} \exp(i\phi) \quad (1.4.2)$$

これに他のピークからの干渉が加わる場合を考える。いま、周波数は $f=k+\alpha$ (k :整数値, $0 \leq \alpha < 1$) で表現できるとし、簡単のため位相は $\phi=0$ とする。

$$\begin{aligned} z_{k-1} &= -\frac{A}{\pi} \frac{\sin(\pi\alpha)}{1+\alpha} + d_{k-1} \\ z_k &= -\frac{A}{\pi} \frac{\sin(\pi\alpha)}{\alpha} + d_k \\ z_{k+1} &= \frac{A}{\pi} \frac{\sin(\pi\alpha)}{1-\alpha} + d_{k+1} \end{aligned} \quad (1.4.3)$$

$$z_{k+2} = \frac{A}{\pi} \frac{\sin(\pi \alpha)}{2-\alpha} + d_{k+2}$$

ここで、 $d_{k-1}, d_k, d_{k+1}, d_{k+2}$ は他のピークからの干渉である。いま問題としているピークに近い他のピークからの干渉については、第5章に述べるように除去することができ、ここでは問題とするピークとの周波数差は十分大きなものと考え、これより、

$$d_{k-1} = d_k = d_{k+1} = d_{k+2} = d \quad (1.4.4)$$

とおくことができる。これらを用いて、 $k-1$ 番目、 $k+2$ 番目のスペクトルを1次近似すると、

$$\begin{aligned} \hat{z}_{k-1} &= \frac{-\frac{A^2}{\pi^2 \alpha (1-\alpha)} \sin^2(\pi \alpha) + \frac{A(2\alpha-1)}{\pi \alpha (1-\alpha)} \sin(\pi \alpha) d + d^2}{\frac{A(1+\alpha)}{\pi \alpha (1-\alpha)} \sin(\pi \alpha) + d} \\ &\doteq -\frac{A}{\pi(1+\alpha)} \sin(\pi \alpha) + \frac{\alpha^2 + 2\alpha - 1}{(1+\alpha)^2} d \end{aligned} \quad (1.4.5)$$

$$\begin{aligned} \hat{z}_{k+2} &= \frac{-\frac{A^2}{\pi^2 \alpha (1-\alpha)} \sin^2(\pi \alpha) + \frac{A(2\alpha-1)}{\pi \alpha (1-\alpha)} \sin(\pi \alpha) d + d^2}{-\frac{A(2-\alpha)}{\pi \alpha (1-\alpha)} \sin(\pi \alpha) + d} \\ &\doteq -\frac{A}{\pi(2-\alpha)} \sin(\pi \alpha) + \frac{\alpha^2 - 4\alpha + 2}{(2-\alpha)^2} d \end{aligned} \quad (1.4.6)$$

となる。これを用いて誤差 g を計算すると、

$$g = \frac{4d^2}{(1+\alpha)^4} + \frac{4d^2}{(2-\alpha)^4} = 4d^2 \left\{ \frac{1}{(1+\alpha)^4} + \frac{1}{(2-\alpha)^4} \right\} \leq \frac{17}{4} d^2$$

(1.4.7)

が得られ、これがいき値となる。

4. 1. 2 雑音による1次近似誤差

信号にS/N比が γ_n であるような白色雑音が加わっているとする。このとき、(1.4.3)式において、

$$|d_{k-1}| = |d_k| = |d_{k+1}| = |d_{k+2}| = d = \gamma_n \cdot A_s \quad (1.4.8)$$

ただし、 A_s は信号全体の振幅

とおくことができ、

$$\begin{aligned} z_{k-1} - \hat{z}_{k-1} &= \frac{\frac{A \{(1+\alpha)^2 d_{k-1} - 2\alpha^2 d_k + (1-\alpha)^2 d_{k+1}\}}{\pi \alpha (1-\alpha)(1+\alpha)} \sin(\pi \alpha)}{\frac{A(1+\alpha)}{\pi \alpha (1-\alpha)} \sin(\pi \alpha) + 2d_{k+1} - d_k} \\ &\leq \frac{2(2\alpha^2 + 1)}{(1+\alpha)^2} d \end{aligned} \quad (1.4.9)$$

$$\begin{aligned} z_{k+2} - \hat{z}_{k+2} &= \frac{\frac{A \{\alpha^2 d_k - 2(1-\alpha)^2 d_{k+1} + (2-\alpha)^2 d_{k+2}\}}{\pi \alpha (1-\alpha)(1+\alpha)} \sin(\pi \alpha)}{-\frac{A(2-\alpha)}{\pi \alpha (1-\alpha)} \sin(\pi \alpha) + 2d_k - d_{k+1}} \\ &\leq \frac{2(2\alpha^2 - 4\alpha + 3)}{(2-\alpha)^2} d \end{aligned} \quad (1.4.10)$$

となる。これより、

$$g \leq \left\{ \frac{(2\alpha^2 + 1)^2}{(1+\alpha)^4} + \frac{(2\alpha^2 - 4\alpha + 3)^2}{(2-\alpha)^4} \right\} 4d^2 \leq \frac{25}{4} d^2 \quad (1.4.11)$$

となり，この値がいき値となる．

また，この方法によるピーク判定に要する計算量は1次近似に要するほかに，ベクトルの内積が4回，割り算が1回である．

4. 2 複素スペクトルの位相特性を利用したスペクトルピーク判定法

単一周波数成分で構成された信号の複素スペクトルは第2章で述べたように，

$$z_m = \frac{A \sin(\pi f)}{\pi (f-m)} \exp(i \phi) \quad (1.4.12)$$

で表される．いま，他の周波数成分からの干渉や雑音による影響が全くないと仮定すると，第2章2. 1節で述べた複素スペクトルの性質1) にもあるようにスペクトルの位相は一定である．この性質を用いて，観測されたスペクトルのピーク (m 番目と $m+1$ 番目の間にあるものとする) の前後についてその比 h は，

$$h = \frac{z_m}{z_{m+1}} = \frac{\frac{A \sin(\pi f)}{\pi (f-m)} \exp(i \phi)}{\frac{A \sin(\pi f)}{\pi (f-m-1)} \exp(i \phi)} = \frac{f-m-1}{f-m} \quad (1.4.13)$$

となり，実数値となる．観測されたスペクトルピークが2つの周波数成分で構成されている場合， h は次のようになる．

$$h = \frac{z_m}{z_{m+1}} = \frac{\frac{A_1 \sin(\pi f_1)}{\pi (f_1-m)} \exp(i \phi_1) + \frac{A_2 \sin(\pi f_2)}{\pi (f_2-m)} \exp(i \phi_2)}{\frac{A_1 \sin(\pi f_1)}{\pi (f_1-m-1)} \exp(i \phi_1) + \frac{A_2 \sin(\pi f_2)}{\pi (f_2-m-1)} \exp(i \phi_2)}$$

(1.4.14)

この式では、 h に虚数項が生じ、実数にはならない。このように h の虚数項を調べるによりスペクトルピークが1つの周波数成分で構成されているか、そうでないかの判断を行うことができる。

判定では h を計算し、その虚数項を調べれば良いが、観測されるスペクトルには他のピークからの干渉や雑音の影響があるため、ピークが1つの周波数で構成されていても虚数項は0になるとは限らない。そのため、前節と同じように他のピークからの影響や雑音の影響について検討する必要がある。

他のピークからの干渉や雑音の影響による成分が $|d_m| \exp(i\xi_m)$ で表現できるとすると、観測されたスペクトルは次のように表現できる。

$$z_m = |z_m| \exp(i\phi) + |d_m| \exp(i\xi_m) \quad (1.4.15)$$

このとき、 h を計算すると、

$$h = \frac{z_m}{z_{m+1}} = \frac{|z_m| \exp(i\phi) + |d_m| \exp(i\xi_m)}{|z_{m+1}| \exp(i\phi) + |d_{m+1}| \exp(i\xi_{m+1})} \quad (1.4.16)$$

となる。 $|d_{m+1}|$ が $|z_{m+1}|$ に比べて十分小さいとき(1.4.16)式は、

$$\begin{aligned} h &= \frac{|z_m| \exp(i\phi)}{|z_{m+1}| \exp(i\phi) + |d_{m+1}| \exp(i\xi_{m+1})} \\ &\quad + \frac{|d_m| \exp(i\xi_m)}{|z_{m+1}| \exp(i\phi) + |d_{m+1}| \exp(i\xi_{m+1})} \\ &\doteq \frac{|z_m| \exp(i\phi)}{|z_{m+1}| \exp(i\phi)} + \frac{|d_m| \exp(i\xi_m)}{|z_{m+1}| \exp(i\phi)} \\ &= \frac{|z_m|}{|z_{m+1}|} + \frac{|d_m|}{|z_{m+1}|} \exp\{i(\xi_m - \phi)\} \end{aligned} \quad (1.4.17)$$

と近似できる。右辺第1項は実数であり，虚数は第2項によって生じる。いき値は

$$\frac{|d_m|}{|z_{m+1}|} \sin(\xi - \phi) \text{となる。}$$

この方法によるスペクトル判定では，その計算量は1回の複素数の割り算ですむ。

第5章 他の周波数成分からの

干渉の除去

第2章，第3章では観測されたスペクトルのピークから，そこに含まれている信号の周波数，位相，振幅を同定する方法について述べた．一般に信号に含まれている周波数成分は，互いに干渉しあっている．このため，第2章，第3章に示した方法を用いて周波数，振幅，位相を同定しても精度が十分でないことがある．このようなときには，干渉を与える周波数成分を除去することにより，同定精度を向上することができる．これにも大きく分けて二つの方法がある．1つは信号波形に操作を加え，ある特定の周波数成分について位相が反転した波形を作成し加算する方法であり，もう1つは特定の周波数成分のスペクトルをスペクトル面上で除去する方法である．

5.1 逆相成分加算法

まず，周波数，振幅，位相を求める信号を操作することによって干渉を除去する．いま，二つの周波数 f_L と f_K により構成された波形

$$y_1(t) = A_L \exp\left\{i\left(\frac{2\pi f_L t}{T} - \pi f_L + \phi_L\right)\right\} + A_K \exp\left\{i\left(\frac{2\pi f_K t}{T} - \pi f_K + \phi_K\right)\right\} \quad (1.5.1)$$

に対し，時間軸上で $\frac{T}{2(f_L - f_K)}$ だけずらし， $\exp\left\{i\frac{\pi f_L}{(f_L - f_K)}\right\}$ を乗じたものを $y_2(t)$ とすると，

$$\begin{aligned}
 y_2(t) &= A_L \exp\left\{i\left(\frac{2\pi f_L t}{T} - \pi f_L + \phi_L\right)\right\} + A_K \exp\left\{i\left(\frac{2\pi f_K t}{T} - \pi f_K + \pi + \phi_K\right)\right\} \\
 &= A_L \exp\left\{i\left(\frac{2\pi f_L t}{T} - \pi f_L + \phi_L\right)\right\} - A_K \exp\left\{i\left(\frac{2\pi f_K t}{T} - \pi f_K + \phi_K\right)\right\} \quad (1.5.2)
 \end{aligned}$$

となり、 f_K の周波数成分のみが逆位相になる。 $y_1(t)$ と $y_2(t)$ を加えたものを $y(t)$ とすると、 $y(t)$ では、 $y_1(t)$ に含まれていた f_K の周波数成分のみが除去される。この処理を離散データに適用するときには、

$\frac{N}{2(f_L - f_K)}$ だけずらしたデータを必要とする。

このようなデータは補間によって求めなければならないが、直線補間を行うと図1.5.1に示すように、実データのサンプルA、BからCが生成され常に過小に補間される。そこでDを得るために、

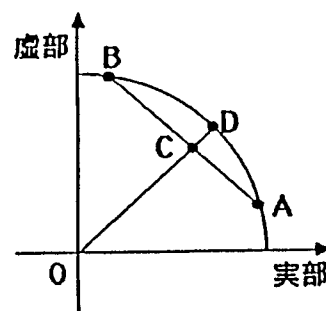


図1.5.1 データの補間

$$D = \frac{A \sin(\beta) + B \sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (1.5.3)$$

ただし、 α 、 β は除去すべき周波数 f_K での位相角

を行う。この後Dに対して $\exp\left\{i \frac{\pi f_L}{(f_L - f_K)}\right\}$ を乗ずるが、この演算はあらかじめ1つの複素係数にまとめることができる。複数の周波数成分を除去する必要があるときはこれを繰り返し適用すればよい。

5. 2 推定スペクトル除去法

第2章，第3章で述べたように，複素スペクトルの内挿法では，信号に含まれる周波数成分が持っている周波数，振幅，位相を推定することができる．この結果を用いることにより，特定の周波数成分によるスペクトルの分布を計算することができる．この予測されたスペクトルを観測されたスペクトルから減算することによって，他の周波数成分による干渉を除去することができる．すなわち，周波数 f_1 の成分を除去するには，

$$\hat{z}_m = \frac{\hat{A}_1 \sin(\pi \hat{f}_1)}{\pi (\hat{f}_1 - m)} \exp(i \hat{\phi}_1) \quad (1.5.7)$$

を計算し，観測されたスペクトル z_m から減算をすればよい．

5. 3 スペクトルの干渉除去後の同定精度

5. 3. 1 逆相成分加算法による同定精度の変化

振幅10，位相 $\pi/3$ とし，周波数を5から15まで変化させた信号に対して，負の周波数成分からの干渉を除去して周波数，振幅，位相を推定した結果を図1.5.2に示す．この図では，第2章2. 3節で負の周波数を除去せずに周波数，振幅，位相を推定した場合より同定精度が2桁向上している．誤差の傾向は先に取り扱ったときとは大きな違いはないが誤差の軽減にとっては非常に有効である．

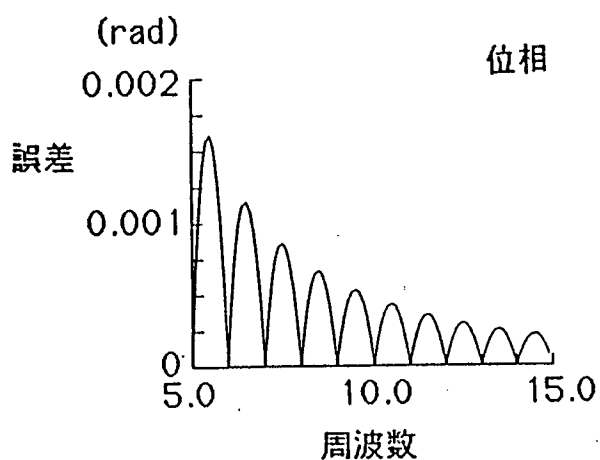
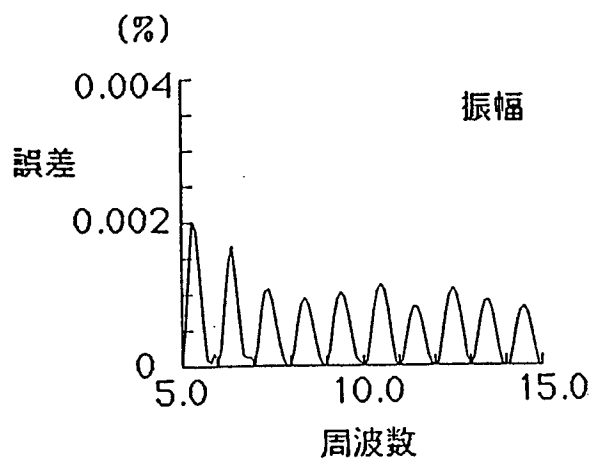
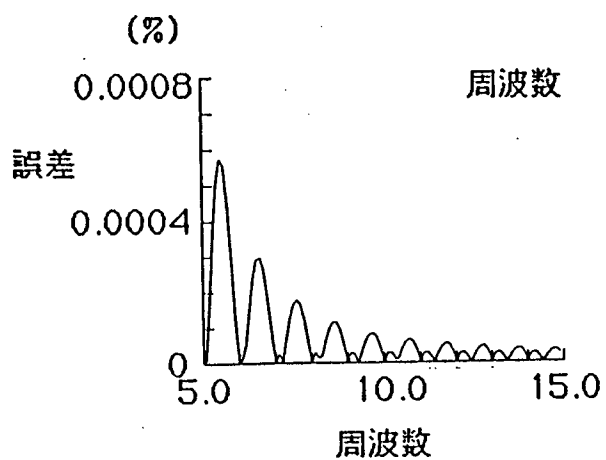


図1.5.2 逆相成分加算法による干渉除去後の
単一周波数成分の同定精度

次に、隣接した2つの周波数の同定の場合の結果を述べる。第3章で用いた信号 ($f_1=10.2$, $\phi_1=\frac{\pi}{6}$, $A_1=10$, $\phi_2=\frac{3}{4}\pi$, $A_2=10$ で f_2 を 9.5 から 11.5 まで変化させる) について単位ベクトル回転法とフィッティング法により周波数、振幅、位相を同定した。いずれの方法による結果でも、周波数、振幅、位相の同定精度の向上がみられたが、単一周波数成分の場合のような著しい改善はみられなかった。しかし周波数の同定においてのみ、2つの周波数成分を分離できる周波数差が0.1以下と向上している。また、単位ベクトル回転法においては f_2 が 10.7 を越える範囲でその効果が著しかった。一方フィッティング法においては干渉を除去したことの効果は小さい。この結果においても f_2 の値が 10.8 から 11.1 付近の間にあるときに同定精度に不連続な部分が観察されたが、これはこの部分においてのみスペクトルのピークが 11 にある（他の区間では 10 にある）と判定されていることによる。

5. 3. 2 推定スペクトル除去法による同定精度の変化

逆相成分減算法の場合と同じように、振幅10、位相 $\pi/3$ とし、周波数を5から15まで変化させた信号に対して、推定スペクトル除去法により負の周波数成分からの干渉を除去して周波数、振幅、位相を推定した結果を図1.5.3に示す。

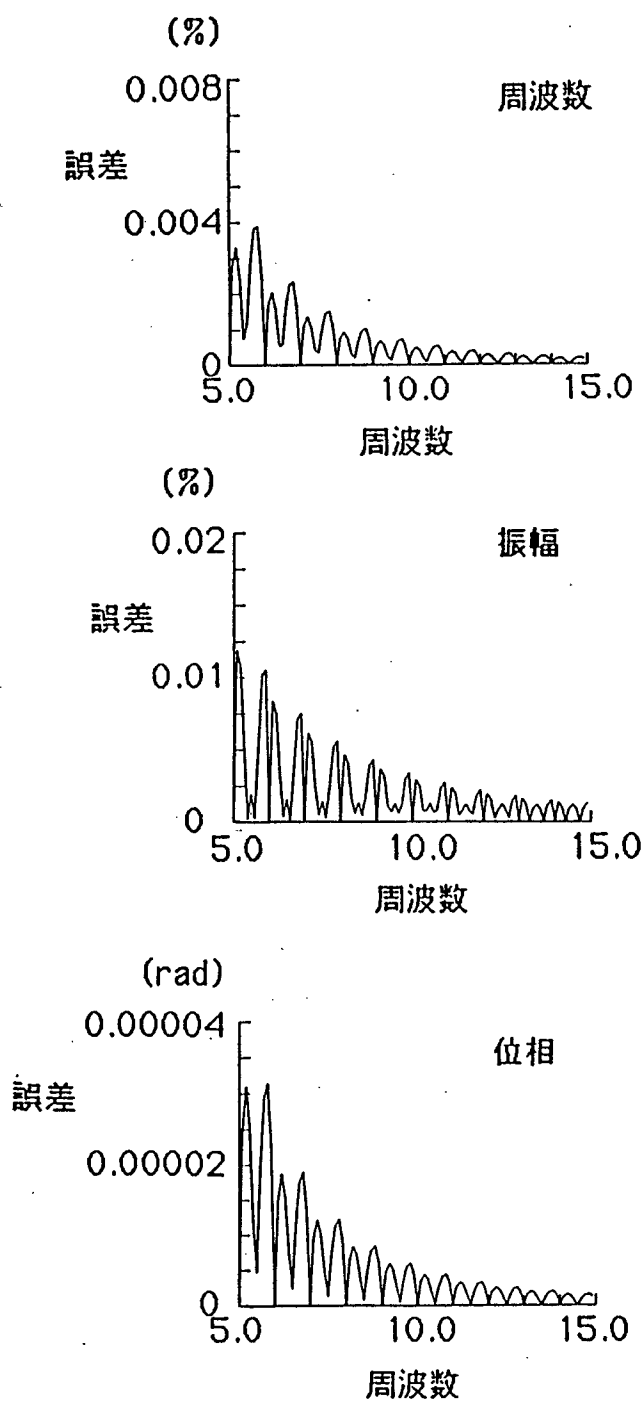


図1.5.3 推定スペクトル除去法による干渉除去後の単一周波数成分の同定精度

この図では、第2章2.3節で負の周波数からの干渉を除去せずに周波数、振幅、位相を推定した場合より周波数、振幅の同定精度で1桁、位相の同定精度で2桁向上している。また、前節での逆相成分減算法の場合と比べると、周波数と振幅については1桁悪くなっているが、位相については2桁向上している。誤差の傾向は先に取り扱ったときとは大きな違いはない。本方法は特に位相の同定精度の向上に有効である。

また、隣接した2つの周波数の同定の場合にも、逆相成分減算法の時と同じように、第3章で用いた信号 ($f_1=10.2$, $\phi_1=\frac{\pi}{6}$, $A_1=10$, $\phi_2=\frac{3}{4}\pi$, $A_2=10$ で f_2 を9.5から11.5まで変化させる) について単位ベクトル回転法とフィッティング法により周波数、振幅、位相を推定した。単位ベクトル回転法では逆相成分加算法ほどの改善はみられなかったが、フィッティング法では推定スペクトル除去法の方が同定精度の改善がなされており、周波数と位相において分離できる2つの周波数差は0.1となっていた。この結果でも、周波数、振幅よりも位相の同定において効果がみられた。また、今回も f_2 の値が10.8から11.1付近の間にあるときに同定精度に不連続な部分が観察されたが、これはこの部分においてのみスペクトルのピークが11にあると判定されていることによるものである。

5.4 検討

本章で述べた2つの干渉の除去法は、その計算時間に大きな違いがある。逆相成分加算法は周波数、振幅の同定精度改善には効果があるが、観測区間全てのデータに対して複素数乗算を行いFFTを1回行う必要がある。これに対して推定スペクトル除去法はスペクトルの推定と減算だけですみ、FFTを計算する必要がない。さらに、現在注目しているスペクトルにだけ処理を行い干渉を除去することが可

能である。このため1つの干渉を除去するために必要な計算量は、 $\sin, \cos$ が6回、乗算が8回、除算が2回、加減算が3回ですみ、逆相成分加算法に比べて非常に少ない。このため周波数、振幅の同定で非常によい精度が求められない限り推定スペクトル除去法を用いるべきである。

第6章 音楽情報処理への応用

前章まで、音響信号の複素スペクトルを用いて信号に含まれる周波数成分の周波数、振幅、位相を精度よく求める方法について述べてきた。本章では、この方法の音楽情報処理への応用について述べる。計算機の音楽情報処理への応用の一つに、音楽音響信号を楽譜へと自動的に変換を行う自動採譜という課題がある。ここでまず第一に必要なことは、音楽音響信号の持つ周波数の同定である。音楽情報処理ではこの後さまざまな処理をその目的に応じて行うが、自動採譜への応用については文献15),16),17),18)に、民族音楽の分析への応用については文献19)に、作曲者自らの演奏の分析への応用については文献20)に、人間のピアノ演奏を模倣するシステムへの応用については文献21)に詳しく述べられている。

音楽情報処理で必要になる音響信号の情報は、音の高さを表す周波数及び音の大きさを表す振幅であり、位相情報は余り重要でない。このうち特に周波数に関する情報は重要である。音楽音響信号から周波数を同定する際の難しさというものは、音の周波数差が小さいため必要となる高い周波数分解能、楽曲によっては0.2秒程度しかない短い継続時間である。これらの問題点を解決するためにさまざまな方法が考案されているが、ここでは文献4)に示されているFFTを用いた位相補正法による結果と本論文で述べた方法とを比較しながら、楽器の音についての分析結果を示し、最後に実際の音楽から複素スペクトルの内挿法を用いた周波数抽出結果を示す。

6.1 FFTを用いた位相補正法の同定精度

FFTを用いた位相補正法について簡単にその原理を述べておく。図1.6.1のようにサンプル周波数 f_s Hzでサンプルされた周期波形 $y(t)$ について、最初のフレーム

$[T_0, T_0 + \Delta T]$ をFFTを用いてスペクトルに変換し，スペクトル分布 $\{Y_i\}$ を得る．このスペクトル分布 $\{Y_i\}$ のピーク周波数から周期信号 $y(t)$ の真の周波数 F は，スペクトルのピークに対応する周波数 F_n 成分の位相を $\theta_n(t)$ としたとき，次の式で求められる．

$$F = \frac{d}{dt} \left\{ F_n t + \frac{1}{2\pi} \theta_n(t) \right\} = F_n + \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \theta_n(t) \quad (1.6.1)$$

区間 $[T_0, T_1 + \Delta T]$ の間で $y(t)$ の定常性が仮定できれば，フレーム $[T_0, T_0 + \Delta T]$ と $[T_1, T_1 + \Delta T]$ のスペクトルから F_n に対する位相 θ_{n0}, θ_{n1} を求め，次の式を用いて周波数を同定する．

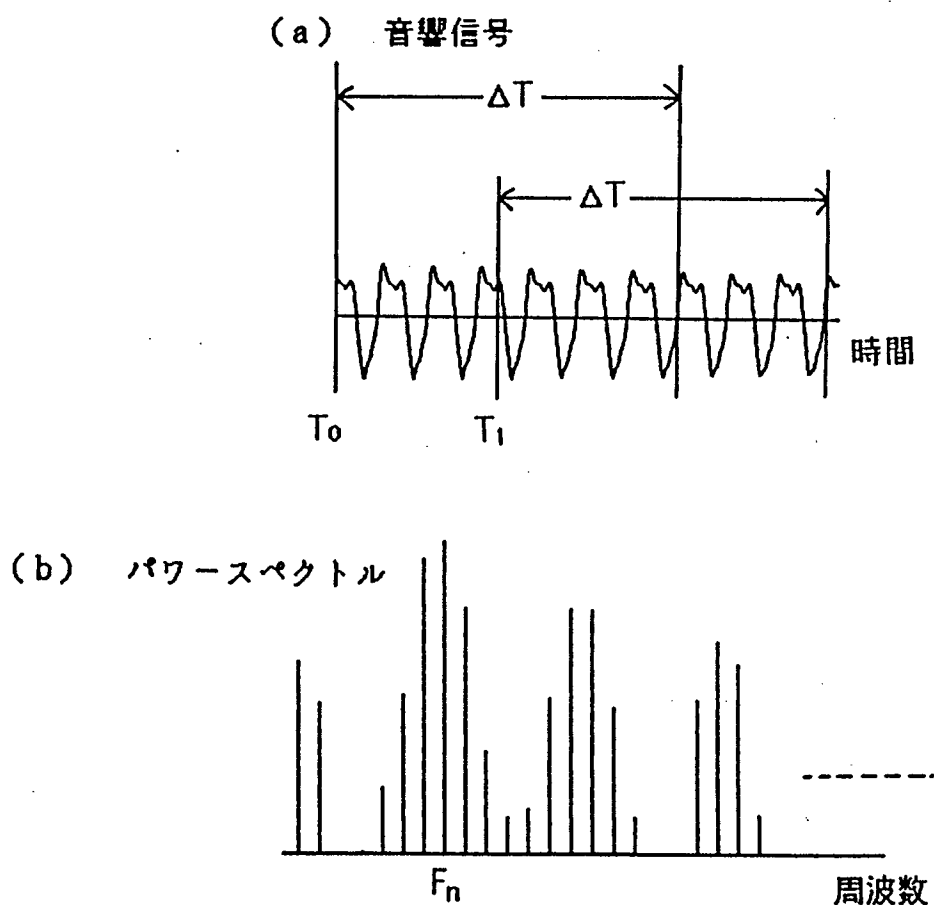


図1.6.1 FFTを用いた位相補正法の原理

$$F = F_n + \frac{1}{2\pi} \frac{\Theta_{n1} - \Theta_{n0}}{T_1 - T_0} \quad (1.6.2)$$

第2章で複素スペクトルの内挿法について行った同定精度を調べる実験をFFTを用いた位相補正法についても行った。雑音を加えない場合の結果を図1.6.2に示す。なお、FFTによりスペクトルを求める際にハニング窓を用いた。

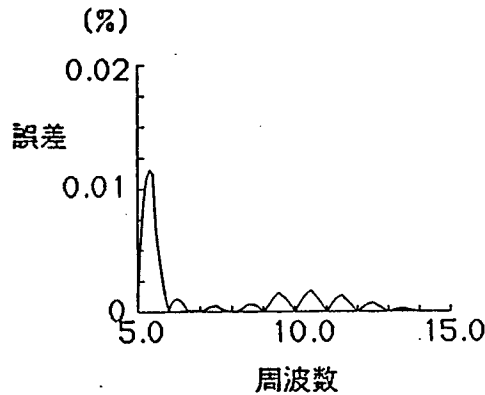


図1.6.2 FFTを用いた位相補正法による同定精度

また、周波数を10.2、振幅を10、位相を $\pi/3$ とした信号に第2章2.3節で用いた雑音を加えて同定精度を調べた。その結果はS/N比がおよそ10dB以下では信号のスペクトルピークが検出されていなかったが、検出されているところでは周波数で0.8%以下の同定精度であった。低周波成分のパワーが大きい雑音を加えたときほど同定精度に与える影響が大きくなっている。

これらの結果を複素スペクトルの内挿法による結果と比較すると、

- 1) 雑音を加えない場合の同定精度は負の周波数を除去しないときの複素スペクトルの内挿法よりも精度がよい。
- 2) さらに、負の周波数成分を除去した場合の複素スペクトルの内挿法による結果と比べると、逆相成分加算法で除去した場合も推定スペクトル除去法で除去した場合もFFTを用いた位相補正法よりも1桁から2桁精度がよい。

がわかる。これから、次のことがいえる。

- 1) 複素スペクトルの内挿法とFFTを用いた位相補正法とでは、雑音から受ける同定精度への影響は同じ程度である。
- 2) 複素スペクトルの内挿法では、精度を更に向上するために負の周波数を除去する方法がある。

従来、音楽音響情報処理の分野において、FFTを用いた位相補正法は十分な精度で周波数が同定できるとされていたので、それとほぼ同じ同定精度で周波数を同定できる複素スペクトルの内挿法も十分この分野への応用が可能である。

6. 2 楽器音の周波数抽出

実験結果を示す前に、音楽における周波数（音高）の枠組み（音階）について簡単に述べておく。音楽で一般に用いられている音階として平均律音階がある。これは1オクターブの間を対数的に等間隔で12等分したもので、半音（隣あった音）の周波数差は約6%となる。表1.6.1に平均律音階と周波数との関係を示す。音の高さの表現は、半音を100とする”セント”という単位でなされており、ピアノ

表1.6.1 国際標準周波数による平均律音階

音名	周波数(Hz)	セント
C ₀	32.7	0
C ₁	65.41	1200
C ₂	130.81	2400
C ₂ #	138.59	2500
D ₂	146.83	2600
D ₂ #	155.56	2700
E ₂	164.81	2800
F ₂	174.61	2900
F ₂ #	185.00	3000
G ₂	196.00	3100
G ₂ #	207.65	3200
A ₂	220.00	3300
A ₂ #	233.08	3400
B ₂	246.94	3500
C ₃	261.63	3600
C ₄	523.25	4800
C ₅	1046.50	6000

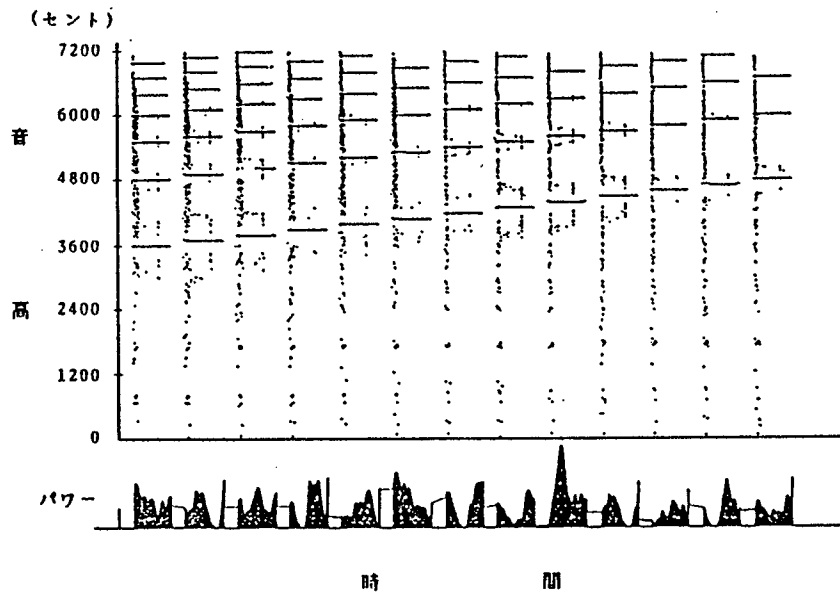
の中点ハの音の高さが3600セント，1オクターブ高いハの音が4800セントである。

ピアノ音源シンセサイザ（Roland社製MSK-20）でC₃（3600セント，261Hz）～C₄（4800セント，523Hz）までの音階の音を発生させ，ピーク周波数の抽出を行った．その結果を図1.6.3に示す．(a)はFFTを用いた位相補正法による結果であり，(b)は複素スペクトルの内挿法による結果で，他のピーク周波数成分からの干渉を推定スペクトル除去法で除去している．この図の上段は音高（周波数）の変化を示したもので，音高を縦軸とし，時間を横軸としている．また，下段はピーク周波数成分のパワーの変化を示したもので，パワーを縦軸に，時間を横軸にしている．フレーム長は0.1秒（1024点）である．音響信号は，シャ断周波数1kHzの3次バターワース型ローパスフィルタを用いて高周波成分を除去し，AD変換器を用いて10kHzの標本化周波数で12ビットに量子化されている．いずれの方法でも，十分な精度で音高が抽出されている．これに対して音の大きさであるパワーについては，複素スペクトルの内挿法では楽器音の減衰を忠実に示しているのに対して，FFTを用いた位相補正法では変動が激しく音の大きさを正しく求めなければならないときには別の方法と併用する必要がある．

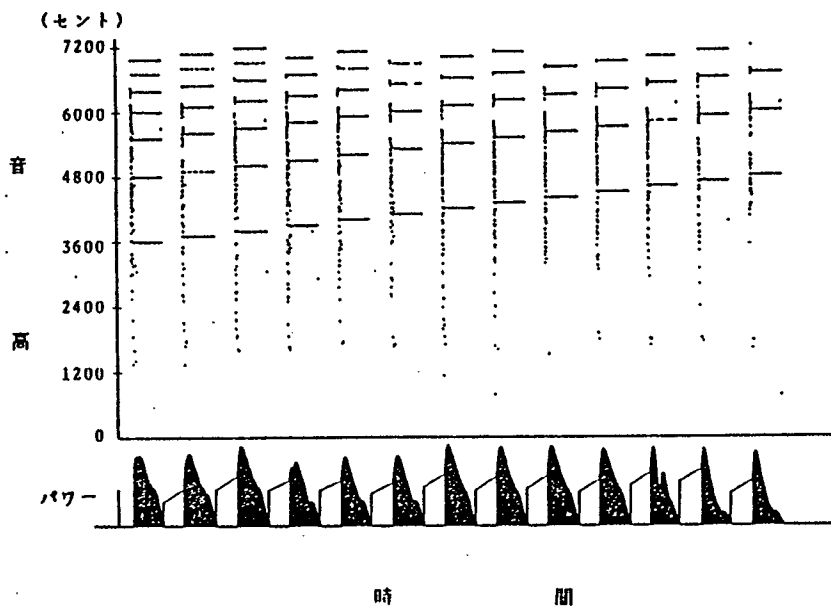
次に，2つの音が同時に演奏された場合について実験を行った．一方の音をC₃（3600セント，261Hz）とし，もう一方の音をC₄（4800セント，523Hz）からC₃♯（3700セント，277Hz）まで半音ごとに变化させたものについて音程抽出を行った．その結果を図1.6.4に示す．この図を見ると，いずれの方法でも半音差から正確な音程を抽出している．パワーの抽出についてみると，先ほどと同じくFFTを用いた位相補正法ではその変化が正確には抽出されていない．

また，3和音の分離能力についても調べた．和音としてC（C₃:3600セント，261Hz，E₃:4000セント，330Hz，G₃:4300セント，392Hz）とC_♯（C₃:3600セント，261Hz，E₃:3900セント，311Hz，G₃:4300セント，392Hz）を選び，その演奏音进行分析した．この2つの和音を選んだ理由は，第3音（E₃またはE₃）の音が半音しか変わらないからである．音楽においてはこの半音の違いは非常に重要であり，音楽音響信号処理へ応用するためにはこの分離は必要不可欠である．この結果を図

1.6.5に示す．この図からいずれの方法においてもこの2つの和音を判別することは可能であることが分かる．

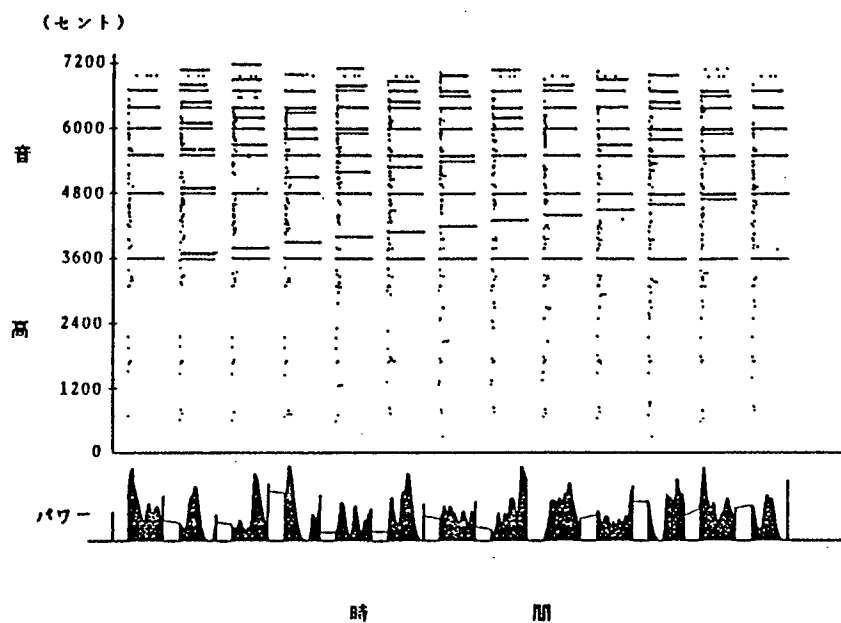


(a) FFTを用いた位相補正法による結果

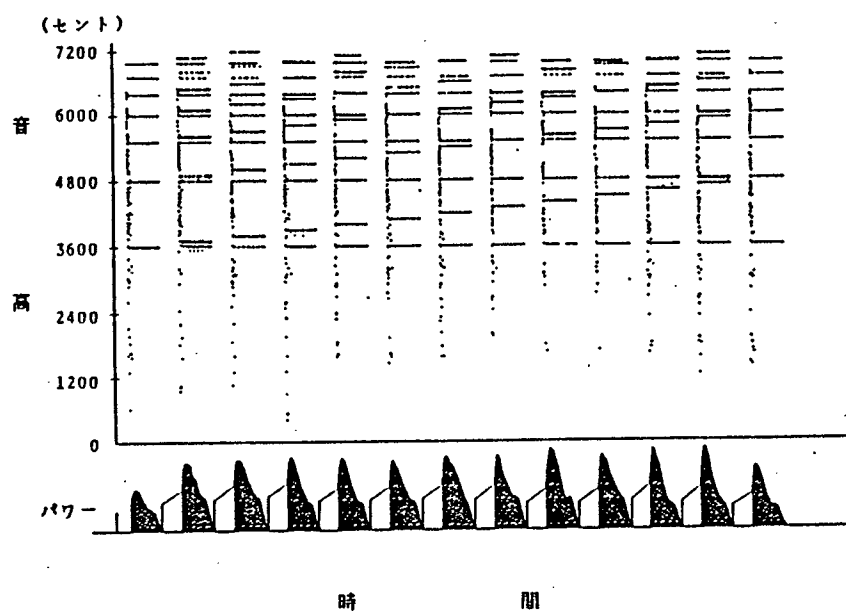


(b) 複素スペクトルの内挿法による結果

図1.6.3 音階の同定結果（上段：音高，下段：パワー）

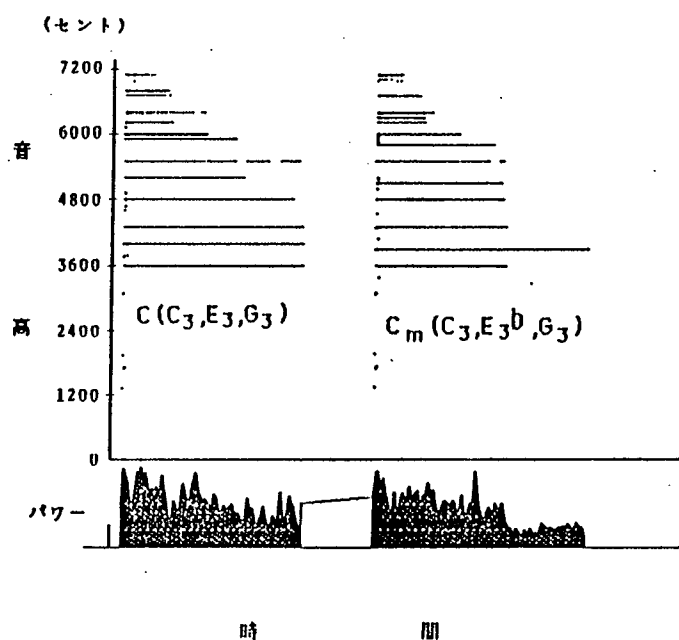


(a) FFTを用いた位相補正法による結果

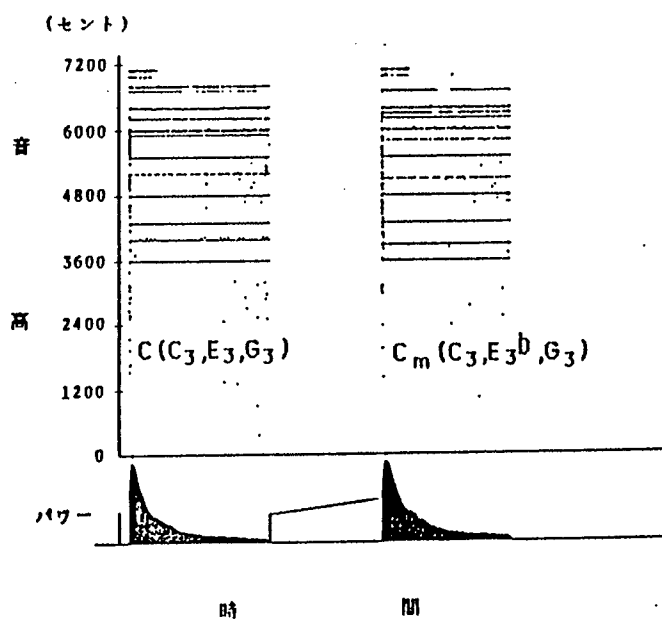


(b) 複素スペクトルの内挿法による結果

図1.6.4 2音の同定結果（上段：音高，下段：パワー）



(a) FFTを用いた位相補正法による結果



(b) 複素スペクトルの内挿法による結果

図1.6.5 和音の同定結果 (上段：音高，下段：パワー)

表1.6.2 FFTを用いた位相補正法と複素スペクトルの内挿法との比較

	単音の 分解能	2音の 分解能	和音の 分解能	パワーの 分解能	計算時間
FFTを用いた 位相補正法	◎	◎	◎	×	×
複素スペクトル の内挿法	◎	◎	◎	◎	◎

最後に本論文で述べた複素スペクトルの内挿法とFFTを用いた位相補正法との比較したものを表1.6.2に示す。この表から明らかなように、計算時間、パワーの同定精度の点から複素スペクトルの内挿法が優れている。音楽音響信号処理への応用では、周波数抽出がその処理の大半を占めているため、計算コストを低減することは重要な課題である。また、音高だけでなく、その微妙な音の大きさの変化も抽出しようとしたとき、FFTを用いた位相補正法では対応できない。これに対して複素スペクトルを用いた内挿法は計算時間、パワーの同定精度の点で非常に有効であるといえる。

6. 3 楽曲の周波数抽出

実際の音楽についてその周波数抽出を、複素スペクトルの内挿法を用いて行った結果を示す。図1.6.6は女性による歌唱「どんくりころころ」について周波数を抽出した結果である。この図の上段は、縦軸を音高（すなわち周波数）とし横軸を時間としたものである。下段は、縦軸をパワーとし、横軸は上段と同じ時間としたものである。この図は、音響信号に含まれている周波数成分がどのように変化してゆくかを表現している。この曲では基本周波数をもたない子音が多く、周波数の抽出が困難であるといわれているが、図を見ても明らかなように周波数

抽出はよい結果を得ている。図1.6.7はショパン作曲ピアノ曲「別れの曲」を、図1.6.8は2本の竹笛で演奏された南太平洋の民族音楽「Balasa Kwinakwi」を分析した結果である。図1.6.7は図1.6.6と同じ表現方法で表示しているが、図1.6.8は音高、時間、パワーの3つの要素をそれぞれ軸とした3次元的な表現である。図1.6.8では、音の高さと大きさの変化するようすが観察しやすい形となっている。

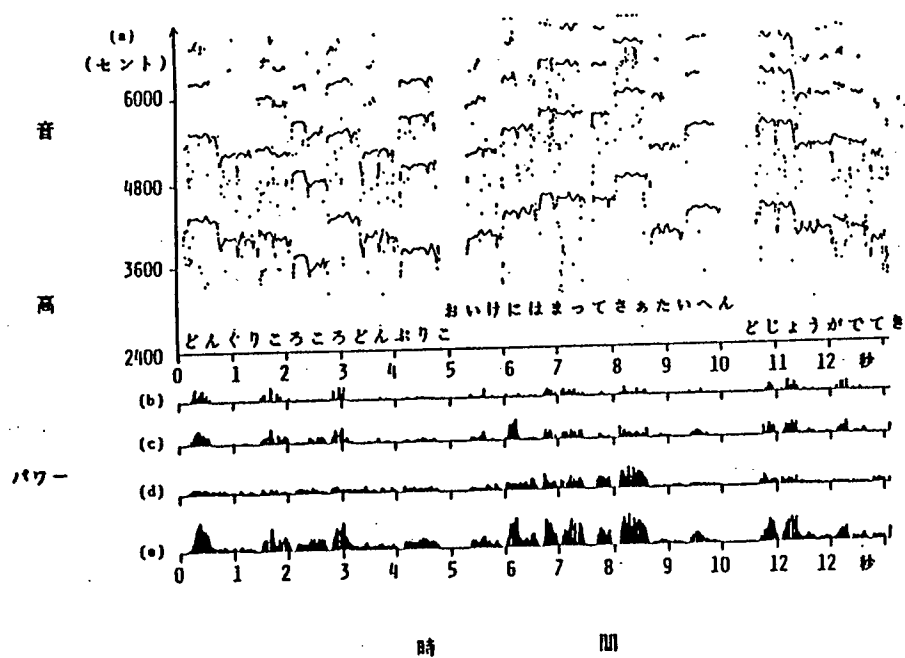


図1.6.7 歌唱「どんぐりころころ」の音高抽出結果

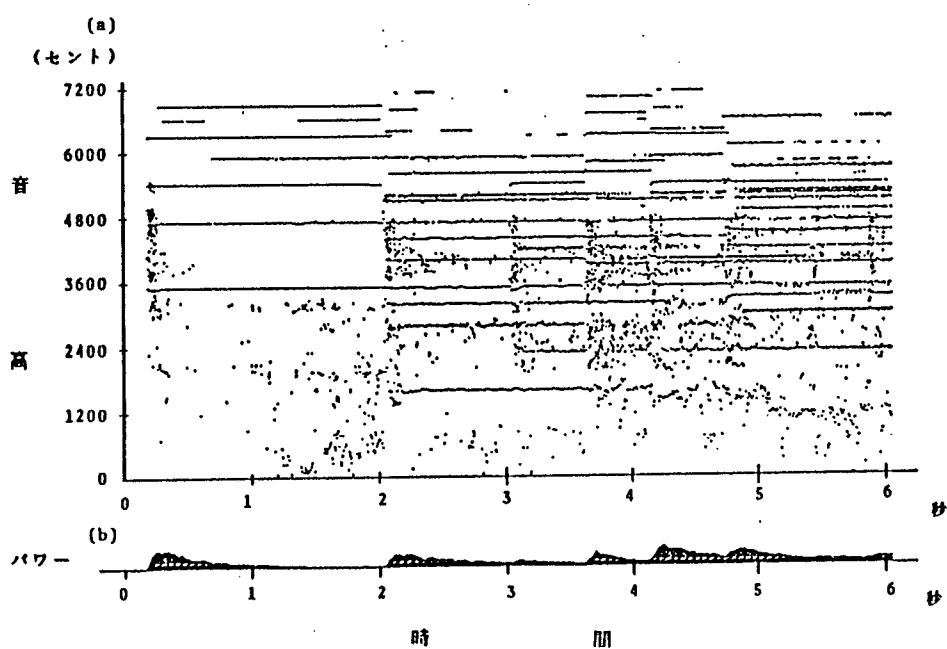


図1.6.8 ピアノ曲「別れの曲」の音高抽出結果

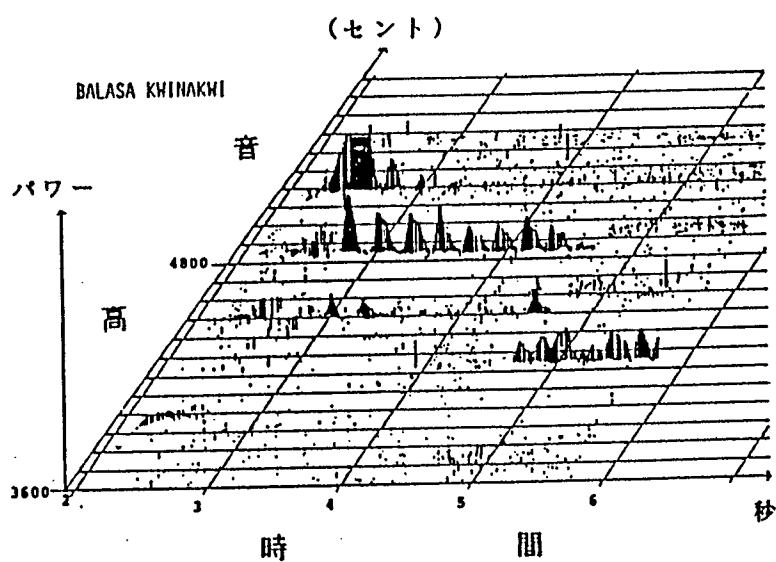


図1.6.9 民族音楽「Balasa Kwinakwi」の音高抽出結果

第7章 ま と め

本論文第1部においては、これまで余り重視されていなかった複素スペクトルの位相成分に着目して、信号に含まれている周波数成分の周波数、振幅、位相を精度良く同定する方法について述べてきた。

第2章では、負の周波数を含めた単一周波数の周期信号をフーリエ変換して求められる複素スペクトルの性質とそれを用いた周波数、振幅、位相の同定方法について述べた。さらに、この方法を用いて周波数、振幅、位相の同定精度を調べ、雑音を加えることによってどのように同定精度が変化するかを調べた。その結果、周波数、振幅、位相の同定は精度よく行え、雑音の影響についてもS/N比が15dB～20dB以上確保されるならば十分な精度で同定できることが判明した。

第3章では、隣接した2つの周波数成分の周波数、振幅、位相を求める2つの方法を示した。その1つは第2章で示した方法を応用した単位ベクトル回転法であり、もう1つは観測されたスペクトルをモデルにフィッティングするフィッティング法である。この2つの方法についても、第2章で行った実験と同様の実験を行い、同定精度を調べた。その結果、同定精度の点で単位ベクトル回転法の方が、計算時間の点でフィッティング法の方が優れていた。この2つの方法を組み合わせて周波数、振幅、位相の同定を行うとその効率は大きく改善される。また、このような隣接した2つの周波数成分の同定は従来は不可能であったので、同定が可能になったことの意義は大きい。

第4章では、検出されたスペクトルピークに対して第2章で示した方法と第3章で示した方法のいずれを適用するかを決定する方法を示し、さらにそのパラメータのいき値についても考察を加えている。ここでも第3章で述べた単位ベクトル回転法に基づいた方法と複素スペクトルの位相特性を用いた方法を述べた。第5章では他のスペクトルピークからの干渉の除去法について示した。逆相成分加算法と推定スペクトル除去法を提案し、それぞれについて同定精度の改善への影

響を調べた。いずれの方法でも同定精度の改善はみられたが、周波数と振幅の同定については逆相成分加算法が、位相の同定と計算時間の点ではスペクトル推定減算法が有効であることが判明した。

第6章では複素スペクトルの内挿法の音楽音響情報処理の分野への応用について、FFTを用いた位相補正法と比較しながらその有効性について述べた。FFTを用いた位相補正法と比較すると、複素スペクトルの内挿法は周波数だけではなく振幅、位相も求めることができ、今まで省みられることの少なかった和音を構成する個々の音の大きさに関する情報を得ることができる。最近の音楽音響信号処理の分野では、従来のように単に周波数（音の高さ）を求めるだけではその目的を達成することができず、振幅（音の大きさ）をも用いた処理の必要性が高まっている。このような目的には複素スペクトルを用いた内挿法が適している。

本論文で提案した周波数、振幅、位相を求める方法ではスペクトルの逆数が1次関数になることを利用しているが、そのためにスペクトル解析の際に有効であるとされている窓関数を用いることができない。このため、実験結果にもあったように、スペクトルピークの有効な判定ができない。これまでスペクトルピークの判定は、その振幅にのみ基づいて行われてきた。しかし、フーリエ変換により求められるスペクトルには位相情報が含まれており、この位相情報を用いたスペクトルピークの判定法が開発されると複素スペクトルの内挿法をより有効に活用することができる。

参 考 文 献

- 1) 井口征士：デジタル出力型センサ，計測と制御， Vol.25 No.8, p.737～p.744 (1986)
- 2) 藤崎博也，須藤寛：日本語単語アクセントの基本周波数パターンとその生成機構のモデル，日本音響学会誌， Vol.27, No9, p.445～p.453 (1971)
- 3) A.M.Noll, M.R.Schroeder: Short-Time 'Cepstrum' Pitch Detection, J. Acoust. Soc. Am., 36-5. P.1030 (1964)
- 4) M.D.Freedman: Analysis of Musical Instrument Tones, J. Acoust. Am., 41-4, 793/806 (1967)
- 5) F. J. Charpenter: Pitch Detection Using The Short-Term Phase Spectrum, ICASSP86, p.113～p.116 (1986)
- 6) Steven M. Kay: Accurate Frequency Estimation at Low Signal-to Noise Ratio, IEEE Trans. on ASSP, ASSP-32 No.3, p.540～p.547 (1984)
- 7) Masayuki Shirakawa and Dusan S. Zrnic: The Probability of a Maximum Likelihood Mean frequency Estimator, IEEE Trans. on ASSP, ASSP-31 No.5, p.1197～p.1202 (1983)
- 8) Jean-Pierre Schott and James H. McClellan: Maximum Entropy Power Spectrum Estimation with Uncertainty in Correlation Measurements, IEEE Trans. on ASSP, ASSP-32 No.2, p.410～p.418 (1984)
- 9) J. L. Lacoume, M. Grarbi, C. Latombe and J. L. Nicolas: Close Frequency Resolution by Maximum Entropy Spectral Estimation, IEEE Trans. on ASSP, ASSP-32 No.5, p.977～p.984 (1984)
- 10) D. R. Farrier: Jaynes' Principle and Maximum Entropy Spectral Estimation, IEEE Trans. on ASSP, ASSP-32 No.6, p.1176～p.1183 (1984)
- 11) 原裕一郎，井口征士：複素スペクトルを用いた周波数同定，計測自動制御学会論文集， Vol.19 No.9, p.718～p.723 (1983)

- 12) Masakazu IMAI and Seiji INOKUCHI: Frequency Identification by Complex Spectrum, 1986 IEEE-IECEJ-ASJ International Conference on ACOUSTICS, SPEECH AND SIGNAL PROCESSING (ICASSP86), p.117~p.120 (1986)
- 13) 山本幸生, 原裕一郎, 井口征士: 位相特性を利用した二つの周波数の分離同定, 計測自動制御学会論文集, Vol.21 No.1, p.57~p.62 (1985)
- 14) 今井正和, 井口征士: 隣接した2つの周波数同定, 昭和61年度電子通信学会総合全国大会, 71 (p 1-71) (1986)
- 15) 新原高水, 今井正和, 井口征士: 歌唱の自動採譜, 計測自動制御学会論文集, Vol.20 No.10, p.940~p.945 (1984)
- 16) Takami NIIHARA and Seiji INOKUCHI :Transcription of Sung Song, ICASSP86, p.1277~p.1280 (1986)
- 17) 今井正和, 新原高水, 井口征士: 歌唱の自動採譜, 日本音響学会音楽音響研究会資料, MA83-16 (1984)
- 18) 新原高水, 今井正和, 井口征士: 自動採譜におけるAI的手法の適用, 日本音響学会音楽音響研究会資料, MA85-17 (1986)
- 19) 辻本敬一, 今井正和, 井口征士: 民族音楽の理解支援システム, 情報処理学会第33回全国大会, 1M-8(p.1307~p.1308) (1986)
- 20) 高澤嘉光: パソコンによる採譜支援システム, 日本音響学会音楽音響研究会資料, MA86-8 (1986)
- 21) 今井正和, 高見啓史, 辻本敬一, 井口征士: 人間のピアノ演奏をシミュレートするシステム, 情報処理学会第33回全国大会, 3N-10(p.1447~p.1448) (1986)

第 2 部 音響信号処理技術の

検査工程への応用

第 1 章 序論

音と光は太古の昔から人間の周囲にあり，耳と目を通して知覚の対象となってきた．音の発生，伝搬，聴取の仕組みは，少なくともギリシヤ時代から基本的には正しく理解されてきた．一方光（画像）の正体が知られるようになったのはごく最近のことである．これは，可聴域の音が物体の振動によって生じ空気が媒体となっているため，音による現象が目でみることができたためであろう．そのため音に関する研究の歴史も古く，16世紀ごろから始まっている．

人間は”目”と”耳”を通して音，光を知覚している．人間の優れた機能の模倣が目的のロボットにとってもやはり”目”と”耳”は重要な要素であり，事実近年実用化されているもののいくつかは”目”あるいは”耳”を持っている．現在までに実用化されている”目”の機能には，キズの抽出や物体認識などの検査，監視機能が，”耳”では音声認識を中心とした対人コミュニケーション機能が多く¹⁾，”目”の対人コミュニケーション，”耳”の検査，監視機能は余り用いられていなかった．しかし，最近のハードウェアの長足な進歩により，計算機の計算能力が飛躍的に増大し，高速フーリエ変換(FFT)を実時間あるいはそれに近い時間で行う製品が出荷されるようになってきている．このようなハードウェアの進歩を背景にして，音を用いた検査，監視機能の実現が期待されており，その試みがいくつか始まっている^{2)～3)}．

このようなロボットの”目”と”耳”におけるそれぞれの対人コミュニケーション機能と検査，監視機能への分類をすると表2.1.1のようになる．この表からロボットの”耳”における検査，監視機能が特に工業分野で重要になってくることがわかる．さらに”目”による検査では視野の範囲内の検査しかできないが，”耳”による検査ではいわゆる”死角”が存在しないという利点もある．

表2.1.1 ロボットの目と耳

	ロボットの目	ロボットの耳
人間との対話	・ 文字認識	・ 音声認識
検査，診断機能	・ 寸法，位置，形状 などの測定 ・ きずの検出	・ 音響，振動分析 ・ 異常音検出 ・ 超音波探傷

音を検査，監視に用いることは古くから行われている．機械の運転音を聞いて故障の有無，さらには故障の性質を推測することは広く行われている．その例として列車の出発前の点検，エンジン音の不揃いからプラグの異常の有無を知ることなどがあげられる．このように人間が音を聞いてなんらかの判断を下すような検査法は音感検査と呼ばれ，多くの場所で用いられている．音感検査を行う際，音の違いを理解するには熟練（学習）を必要とし，また判定結果も検査員や検査員の体調によるという不便さ，欠点がある．この欠点を克服するため，自動的に音感検査を行う試みがなされている^{9)～13)}が，人間の持つ微妙さの実現は難しい．

音感検査は大別して，受動的検査と能動的検査とにわけられる．受動的検査とは，図2.1.1(a)のように検査のための駆動信号を加えることなく，検査対象のシステムが運転中に自然に発する音を測定する方法であり，エンジン音の診断などがあげられる．能動的検査は，図2.1.1(b)のように特別に検査のための信号を外部から加えたり，検査のためにシステムを制御する方法で，超音波探傷などの例があげられる．受動的検査と能動的検査を比較してみると，必要なデータを得るためには能動的検査の方が効率よく行える．しかし，運転中の検査対象に影響を与えずにデータ収集が可能な受動的検査の方が応用範囲が広く，よりロボットの耳に適したものと思われる．

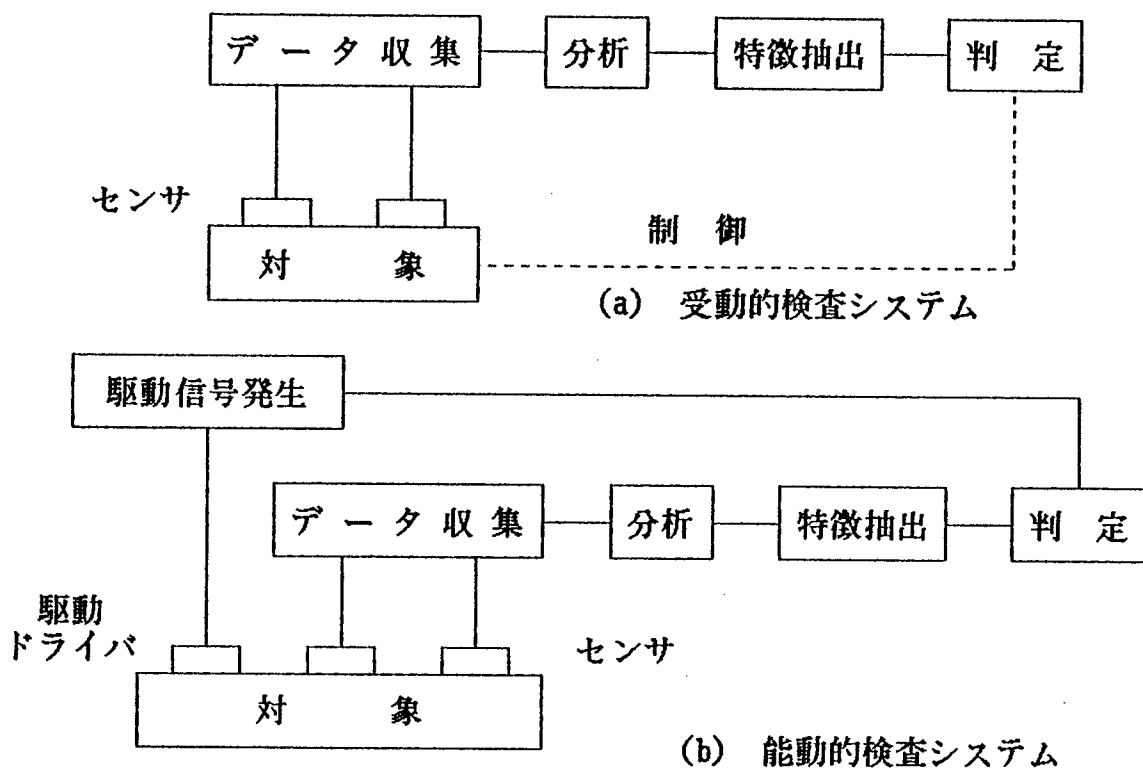


図2.1.1 検査，診断システム

ロボットの目におけるきずの認識のようすを考えてみる。図2.1.2のように表面にきずのある物体がカメラに写ったとする。このデータからきずを見つけるには、背景にある画像の影響を除去するようなマスクを用いる。これは、きずがきわめてインパルス信号に近いいため背景の単調性が仮定でき、二次元的冗長性を用いることができるためである。このように、ロボットの目においては二次元における冗長性を有効に活用できる。さらに、ロボットの目で取り扱う画像信号の特徴として、重ね合わせの理が成立しないことがある。物体の手前に別の物体をおいたときには奥の物体を観測することができない。そのため、きずの信号が他の信号の間に埋没することはない。

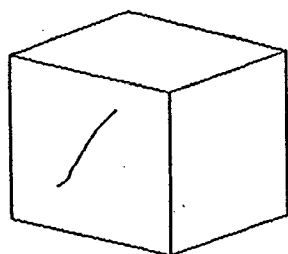


図2.1.2 きずのある画像

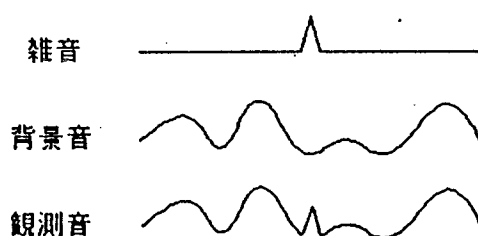


図2.1.3 インパルス状雑音が加わった音響信号

ロボットの耳にとって、目におけるきずに相当するものはインパルス状の異常音と考えられる。音響信号においてインパルス状ノイズが生じたとすると、図2.1.3のように重ね合わされた波形が観察される。これを見ても分かるように、画像におけるきずは背景の信号を隠しかつ無関係であるが、音響信号におけるインパルス状雑音では重ね合わせの理が成立して背景の信号との区別がつかなくなってしまう。画像ではきずの抽出は比較的簡単なマスク処理で可能だが、音響信号におけるインパルス状雑音をマスク処理で抽出することは難しく、周波数分析を行っても高周波成分がわずかに増加するだけである。

このような難しさを持った音響信号ではあるが、音（広義には物理モデルから発せられる一次元時系列データ）に関する研究の歴史は古い。例えば、音響信号の周波数分析を行う方法にフーリエ(Fourier)変換がある。このフーリエ変換は時間領域から周波数領域への写像である。今世紀に入って電子計算機の出現により、フーリエ変換を計算機で行うために離散フーリエ変換(DFT)が考案されたが、その計算量は膨大なものであるため、工業への応用は困難であった。しかし、1965年にJ.W.CoolleyとJ.W.TukeyがDFTを効率よく行う高速フーリエ変換(FFT)を発表し、計算量が大幅に圧縮された。さらに高速に行うため、FFT専用ハードウェアであるアレイプロセッサが開発され、音響信号の周波数分析が実時間時間に

近い計算時間で実行できるようになっている。このような技術を背景として、音感検査の自動化が期待されている。しかし、工業において音を用いた検査、監視工程を自動化する手法はいまだ確立されおらず、個々の事例ごとに対処しているのが実状である。本論文の第2部では、第2章で能動的検査であるスピーカの音感検査の自動化、第3章で受動的検査である圧縮機の異音検査、第4章で受動的検査である清酒発酵プロセスのモニタリングを取りあげる。

第2章 スピーカ検査工程における

信号処理技術の応用

スピーカは多くの音響製品にとりつけられており、月産100万個を越えている。スピーカの目的は忠実な原音再生であるから、びびり音のような異常音の発生は致命的な欠陥である。そのため、生産される全てのスピーカについて検査を行う必要があり、実際生産ラインの最終工程でヒトにより耳を用いた音感検査が行われている。この検査を行うには熟練を要し、その環境は音圧の大きい掃引音を繰り返し聴取するため好ましいものではない。本章では、能動的検査の一種である大量に生産される多品種のスピーカの音感検査工程の自動化¹⁴⁾について取り上げる。

2.1 スピーカの構造と異常

コーン型スピーカの構造は図2.1.1に示すように、外枠部とボイスコイル及びコーン紙からなる振動部から成り立っている。このようなスピーカの組立は、

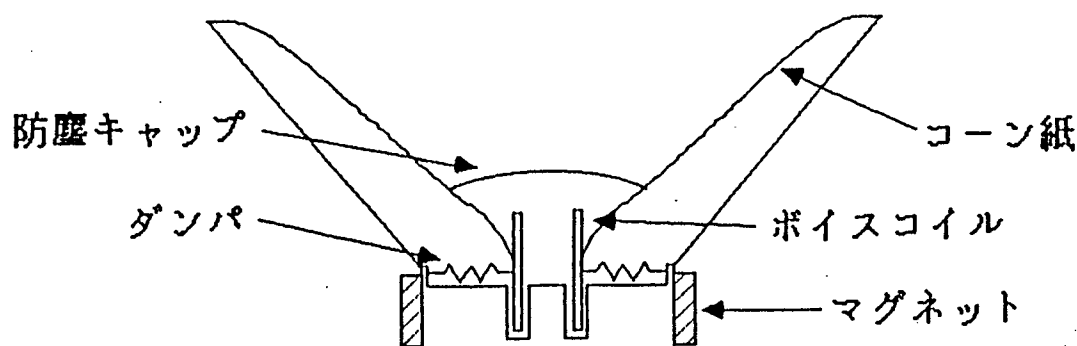


図2.2.1 コーン型スピーカの構造

図2.1.2に示すような工程で行われ、工程の最後に音感検査が行われている。工程で生じる不良としては、

- 1) 外枠部の不良
- 2) ボイスコイルの不良
- 3) ボイスコイルのギャップ
内接触
- 4) ボイスコイルのギャップ
への異物の混入
- 5) 鉄心の着磁不良
- 6) コーン紙，防塵キャップ
の不良
- 7) コーン紙，防塵キャップ
の接着不良
- 8) リード線の接続不良

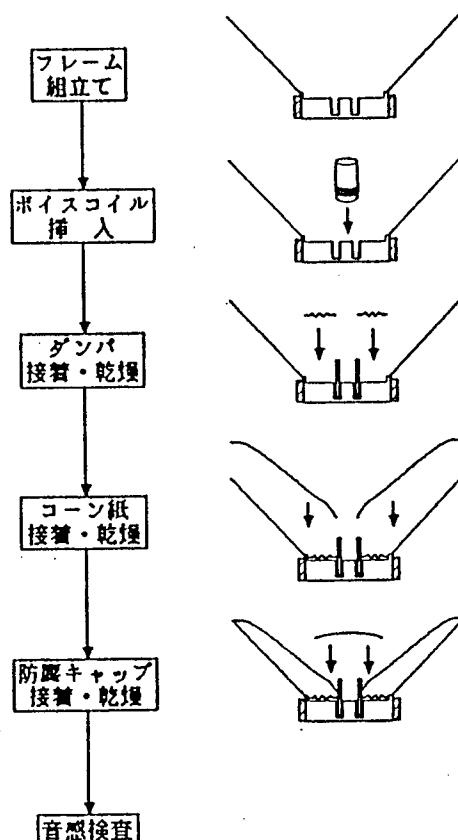


図2.2.2 スピーカの製造工程

などがあげられる。外枠，鉄心，ボイスコイル，コーン紙，防塵キャップなどの素材は別工程で

生産され，品質検査を通過したものをを用いているので，1), 2), 6)のような不良は少ない。組立工程で発生する不良は3), 4), 5), 7), 8)であり，なかでも3)と4)による不良が多い。3)のボイスコイルの接触とは，ボイスコイルがギャップの中心に垂直に挿入されていないため，大振幅時にボイスコイルと内壁が接触するものである。4)のボイスコイルギャップへの異物の混入とは，狭いボイスコイルギャップ内に小さな鉄粉などが混入し，ボイスコイルの振動にともなって接触する場合である。いずれの場合にも接触に伴い，広い周波数成分を持つ不快な音が生じる。5)は，鉄心の着磁が正常に行われなかったため，十分な磁束密度が得られずに音

圧が不足する。7)は、接着剤の不足によって未接着部分が生じ、不快な音を発生する場合と、過剰な接着剤がギャップに侵入しボイスコイルを固着させ、音圧を生じないかあるいは接着剤とギャップ内壁との接触で3)と同様な異常音を発するか of のいずれかである。8)には、リード線の接続不良による通電不良、接続端子の接続ミス、コーン紙との接触によるびりつき音の発生などがある。

2. 2 スピーカの検査法

コーンスピーカの性能はJISで定められており、その内容は表2.2.1に示すようである。この性能を試験する方法も同じ規格の中に述べられているが、抜取り個数や合格判定基準は当事者間の協定に任されている。しかし第3項の動作検定に

表2.2.1 コーン型スピーカの性能
(JIS C-5501より要約)

・ 絶縁耐力	1000V
・ 絶縁抵抗	20MΩ 以上
・ 動作	音質・音量・雑音その他全般の動作に異常があってはならない
・ インピーダンス	400Hzにおいて表示値の15%以内
・ 低域共振周波数	200Hz以下 (12センチの場合)※
・ 出力音圧レベル	92dB以上 (12センチの場合)※
・ 周波数特性 (出力音圧レベル の偏差値)	20dB以内 (12センチの場合)※
・ ひずみ率	300Hzにおいて5%以下
・ 連続負荷	300Hz, 5分の公称入力で 温度上昇50℃以下
・ 耐湿性	相対湿度90%以上3時間で 絶縁抵抗2MΩ 以上

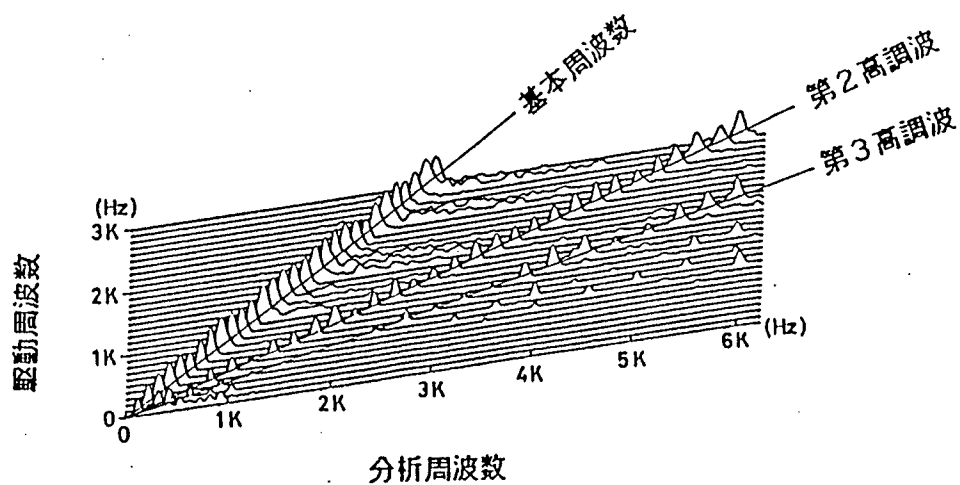
(※印は外形寸法により異なる)

は明確な表現がなく、製作者の判断に任されている。現在はヒトにより数十Hzから十数kHzにわたって公称入力で駆動周波数を掃引させ、異常音の有無を調べる音感検査が行われている。異常音はスピーカにとり致命的であるため、抜取り検査によって全体の合否を判定することは不適當であり、必ず全品検査をしなければならない。

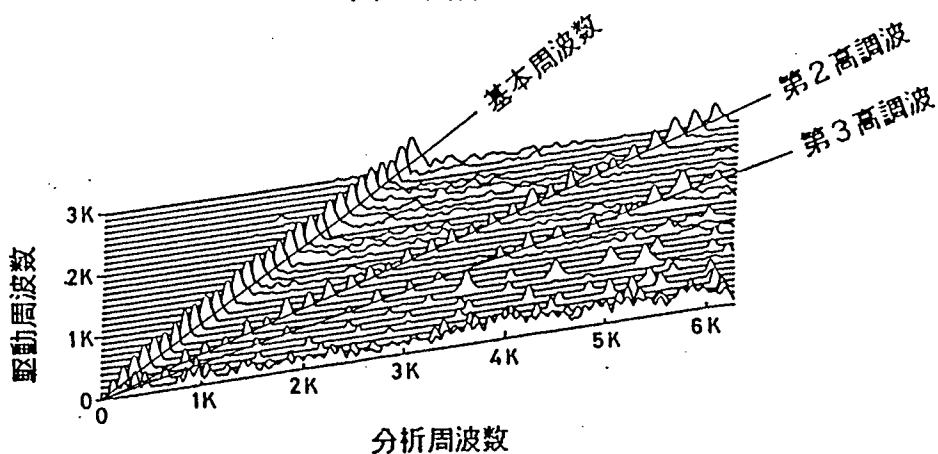
現在行われている音感検査では駆動周波数を掃引させてスピーカから発せられる音響信号がどう変化するかを調べているのだが、このとき音響信号の周波数成分がどのように変化してゆくかを示すスペクトルマップを図2.2.3に示す。この図は定格入力の正弦波を100Hzから3kHzまで100Hzのステップ幅で周波数を変化させ、各駆動周波数で得られた波形ごとに分析し、0Hzから6kHzまでの振幅スペクトルを描いたものである。図2.2.3において、(a),(b),(c)はそれぞれ良品、ボイスコイル接触による不良品、ギャップ内異物混入による不良品を示している。分析の際に原波形をそのまま用いると、低域共振が過大なため高周波帯域でダイナミックレンジの不足を生じるため、後に述べるような高域強調フィルタをかけている。この図で基本周波数と記した傾斜1に沿ったスペクトルのピーク列が、スピーカを線形要素とみなしたときの周波数伝達特性に相当する。傾斜1/2, 1/3, にそれぞれ第2, 第3, …の高調波が見え、高調波歪の様子が観察できる。この図から、次のことが読み取れる。

- 1) 良品であっても定格入力で駆動すると2～5次の高調波を含んでいる。
- 2) 不良品ではさらに高次の高調波を含んでいる。
- 3) 不良品では、低域共振周波数の近傍の100Hzで駆動したときに低域から高域まで幅広い周波数にわたって大きな振幅を持っている。

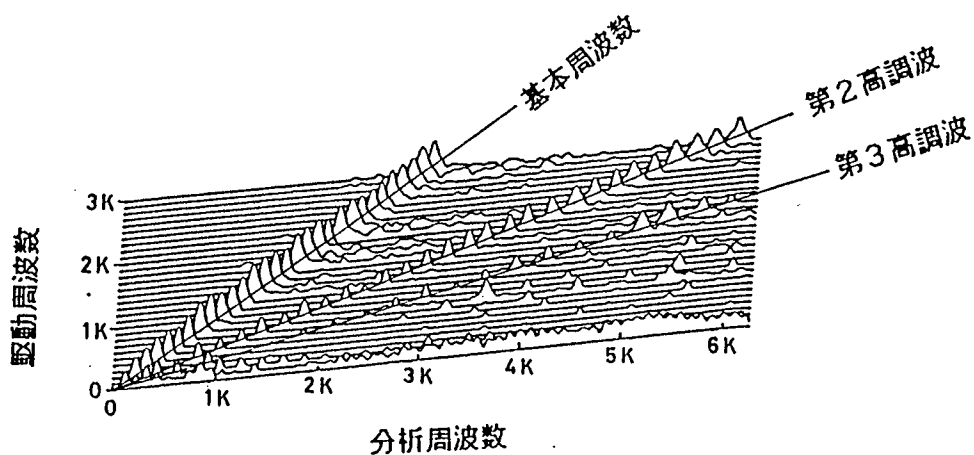
また不良品でも小振幅駆動を行ったときには接触などの異常が起こらず、良品と見なされる可能性があるので定格振幅駆動を行わなければならない。



(a) 良品



(b) ボイスコイル接触による不良



(c) ボイスコイルギャップ内異物混入による不良

図2.2.3 スピーカのスペクトルマップ

現在行われている音感検査で判定に用いられる情報は、スペクトルマップと同等なものと考えられる。実際、検査員は異常品の大半を低域共振周波数 f_0 近傍の駆動周波数のときに発見している。これは図2.2.3での低周波駆動時における高域部の持ち上がりを検出しているといえる。このことは、一般に小口径コーンスピーカはQが大きい¹⁵⁾ため低域共振周波数 f_0 における振幅が最も大きく、ギャップとの接触や異物の影響をもっとも受けやすいことに相当する。

しかし、異常音の有無の判定は難しく、熟練した専門の検査員を必要とするほど微妙なものである。例えば、図2.2.4に示すような駆動周波数 f_0 によって得られた波形のスペクトルについて、(a)は正常、(b)、(c)は異常と判定する。しかし、

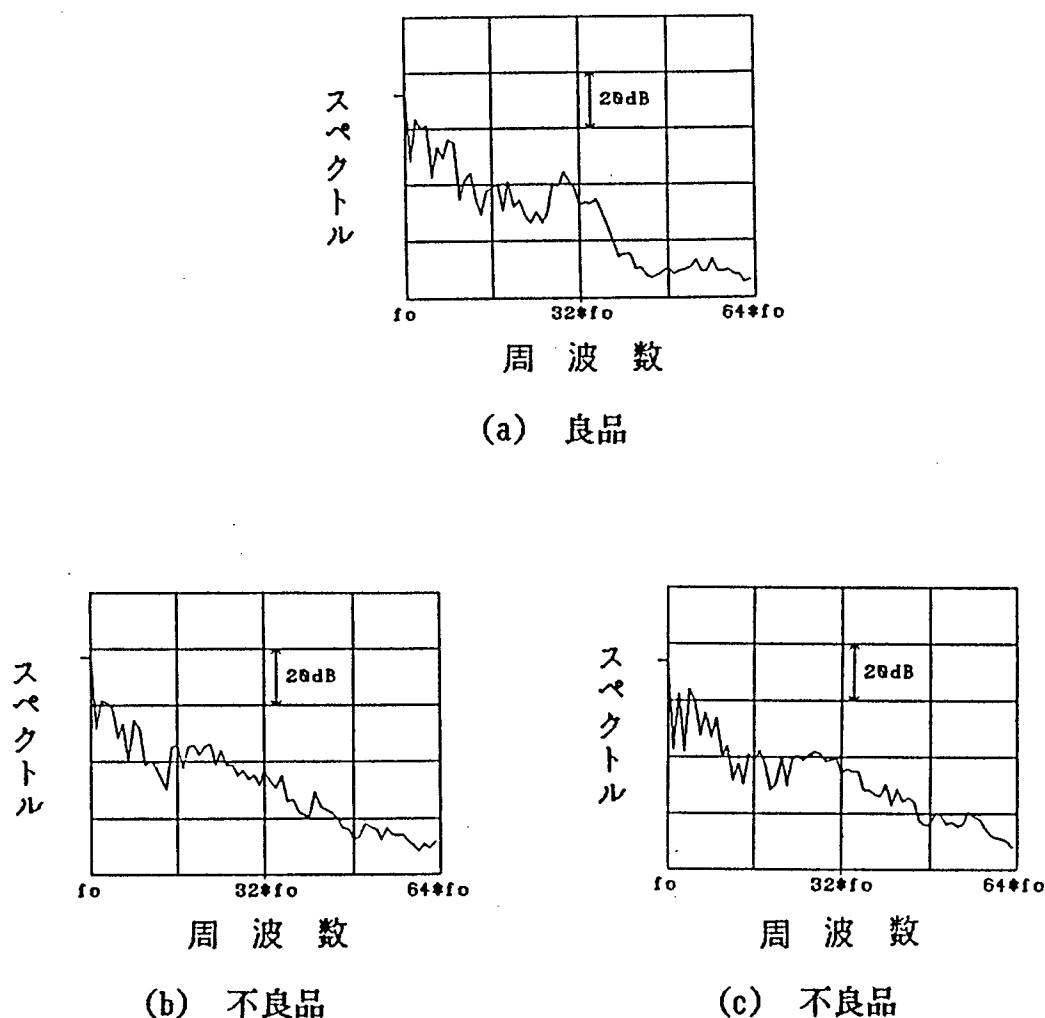


図2.2.4 スピーカを低域共振周波数で駆動したときのスペクトル

異常音の特徴は明確には現れていない。このため、単に高周波成分の大きさだけで検査を行うことは難しく、スペクトル分布を一つのパターンと見なしてパターン認識を行う必要がある。なおこの図において縦軸はスペクトルの大きさを示しているおり、縦軸の左側にスペクトルが少し突き出ているが、これは f_0 成分の値を明らかにするためである。

そこで、スペクトル分布で得られた64個のスペクトル成分を用いて判定を行う。実験に用いたデータ74個の3乗根に近い5をパターンベクトルの次元とし、 $f_0 \sim 60 \cdot f_0$ の60個のスペクトルを5分割し、各区間でのスペクトル成分の大きさ（dB値）の平均値を要素とする5次元空間を用いた。一般にパターン識別においては、次元数の3乗個程度のデータがあれば求めた主因子は十分に安定であるといわれている。本研究で用いたデータは、生産ラインにおいて約2日間にわたって発生した全ての不良品（38個）に加えて良品（36個）からなっている。この期間に生産されたスピーカは約8,000個であった。

異常音検査の工程を図2.2.5に示す。データ収集までがハードウェア中心であり、スペクトル分析以降がデータ処理工程である。

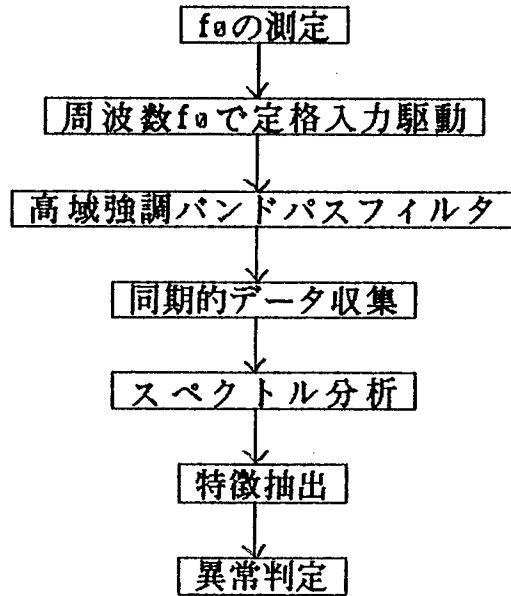


図2.2.5 スピーカ検査の工程

(1) 低域共振周波数 f_0 の測定

小形コーンスピーカのQは大きく、かつ低域共振周波数 f_0 の分散は大きい。
(表2.2.1でも示したように、JISでも15%の変動を認めている。) 異常検査で必要な最大振幅駆動を行うには公称値ではなく、個々のスピーカの低域共振周波数 f_0 を実測し、その周波数で定格入力駆動しなければならない。そこで、スピーカ試験器 (SA-1000, アドニス電機製) を用いてインパルス信号印加後の自由振動周期から f_0 を測定する。この試験器はJISで定められた f_0 、インピーダンス、音圧レベル、周波数特性の他、端子の極性を調べる機能を持っている。

(2) 周波数 f_0 での公称定格入力駆動

周波数 f_0 の正弦波を発生するため、図2.2.6のように $256 \cdot f_0$ の周波数を持つクロックパルスを発生させ、 $\sin(2\pi i/256)$ ($i=0,1,2,\dots$) なるテーブルのデータをクロックパルスに同期して出力する。DA変換出力に含まれるクロック周波数をしゃ断するためにしゃ断周波数500Hzの三次バターワース型ローパスフィルタを通して所望の正弦波 $E_m \sin(2\pi f_0 t)$ (ただし、 E_m は定格入力を与える振幅) を出力する。このようにクロックパルスを用いてデジタル的に正弦波を発生させるのは、(4)で述べるように駆動周波数に同期して音響信号波形を収集するためである。

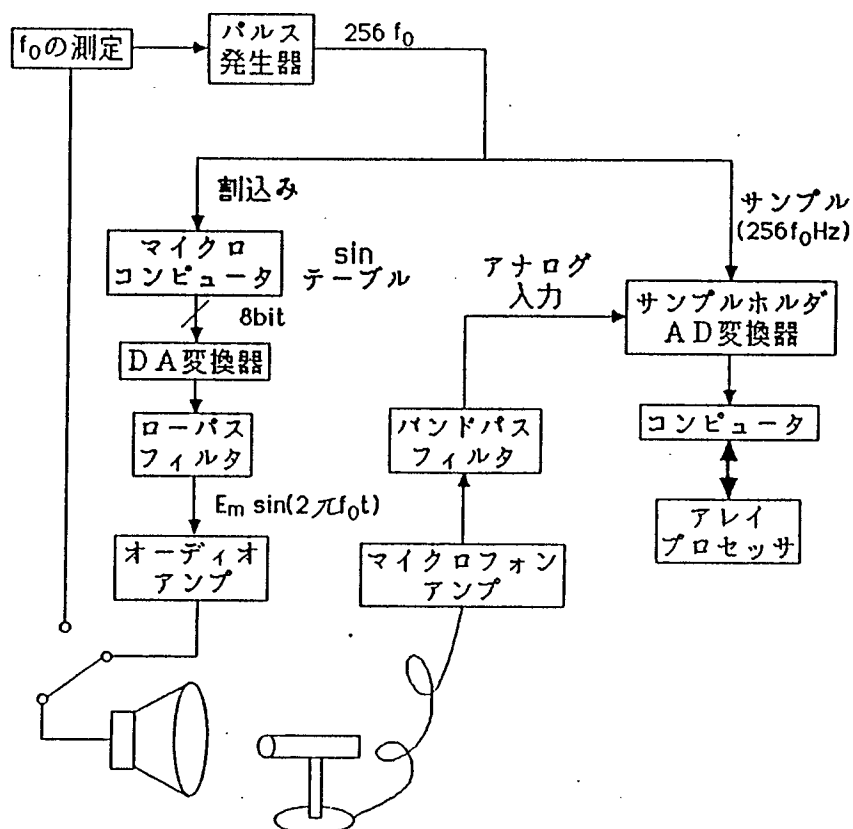


図2.2.6 スピーカ検査システム

(3)高域強調バンドパスフィルタリング

マイクロフォンによって収集された音響信号は f_0 に大きな振幅を持つが、検査に必要な高域周波数成分は小さい。そこで、処理系のダイナミックレンジを有効に活用するため、一次の高域強調特性を持たせる。また、アリアス効果を除去するためしゅ断周波数5kHzの三次のバターワース型ローパスフィルタを接続し、総合的に図2.2.7に示す伝達特性を持つバンドパスフィルタを通過させる。

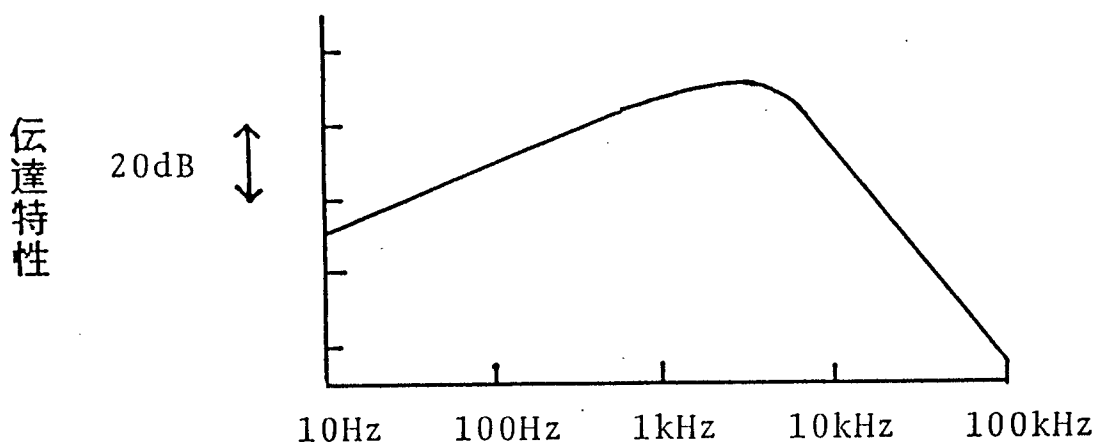


図2.2.7 バンドパスフィルタの特性

(4)同期的データ収集

駆動周波数を f_0 によって変化させた場合、一定幅の時間窓でデータ収集を行うと、時間窓の位置、すなわち観測波形の位相の違いによって観測データ両端に不連続部が生じ、スペクトル漏洩が発生する。周波数の高い区間における微妙な差を判別する音感検査ではこのようなスペクトル漏洩は好ましくない。この対策として、ハニング窓のような窓関数を用いることが考えられるが、異常波形が窓の両端に位置した場合、スペクトルに現れる高周波成分が低下する。

そこで図2.2.6のように、(2)の f_0 の正弦波作成に用いたクロックパルスに同期して駆動周波数一周あたり256点標本化する。したがって、ちょうど一周分の波形をスペクトル分析することになり、窓の両端での波形の不連続は生じない。収集された波形はAD変換器により12ビットに量子化される。

(5) スペクトル分析

収集したデータは、FFTプログラムを内蔵したアレイプロセッサにより256点のFFTを行うことによってスペクトルに変換される。今回用いたアレイプロセッサは語長24ビットのブロックフローティング方式を採用しているので、ダイナミックレンジが約140dBに制限されるが、バンドパスフィルタによる高域強調により必要な高周波成分は十分保存されている。

(6) 異常判定

求めたスペクトル成分を表2.2.2に示すように5つの区間に分割し、その各々の区間でのdB値での平均値を要素とする5次元ベクトル空間で表現する。

異常判定には学習を用いた。学習には大きく分けて教師ありの学習と教師なしの学習とがあるが、まず教師ありの学習について述べ、次に教師なしの学習について述べる。

表2.2.2 パターンベクトル

	成分番号	周波数(Hz)*
第1要素	1~12	145~1740
第2要素	13~24	1885~3480
第3要素	25~36	3625~5220
第4要素	37~48	5365~6960
第5要素	49~60	7105~8700

*：公称周波数で計算した値。個々のスピーカによって異なる。

a)教師ありの学習

教師ありの学習で用いた評価関数 $g(x_j)$ は,

$$g(x_j) = \sum_{i=1}^6 w_{ki} |x_{ji} - \bar{x}_i|$$

ただし,

$w_k = (w_{k1}, w_{k2}, \dots, w_{k6})^T$: 重みベクトル

$x_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{j6})^T$: パターンベクトル

$\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_5, 0)^T$: 正常データのパターンベクトルの平均

である。学習のアルゴリズムは次のものを用いた。

- ① w_0 を適当に定める。
- ② 評価関数 $g(x_j)$ を計算する。

$g(x_j) > \theta$ かつ x_j が正常データならば,

$$w_{k+1,i} = w_{k,i} - \alpha |x_{ji} - \bar{x}_i| \quad (i=1,2,\dots,6)$$

$g(x_j) > \theta$ かつ x_j が異常データならば,

$$w_{k+1,i} = w_{k,i} \quad (i=1,2,\dots,6)$$

$g(x_j) < \theta$ かつ x_j が正常データならば,

$$w_{k+1,i} = w_{k,i} \quad (i=1,2,\dots,6)$$

$g(x_j) < \theta$ かつ x_j が異常データならば,

$$w_{k+1,i} = w_{k,i} + \alpha |x_{ji} - \bar{x}_i| \quad (i=1,2,\dots,6)$$

ただし, θ は境界値, $0 < \alpha < 1$ とする。

この学習のアルゴリズムは平均からの距離 $|x_{ji} - \bar{x}_i|$ を一つの変数として考えると, パーセプトロンと等価である。

b)教師なしの学習

教師なしの学習にはJakowatzのモデルを用いた。教師なしの学習における識別関数を $f(x_j)$ とすると、

$$f(x_j) = (x_j, w_k)$$

ただし、 $x_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{j5})^T$: パターンベクトル

$w_k = (w_{k1}, w_{k2}, \dots, w_{k5})^T$: 重みベクトル

(x_j, w_k) は x_j と w_k の内積とする。

で与えられる。k番目の手順において、重みベクトルが w_k 、いき値が T_k であったとすると、k+1番目のパターンベクトル x_j について $f(x_j)$ を計算する。その結果、

$f(x_j) > T_k$ ならば、 x_j はクラスAに属すると判断し、

$$w_{k+1} = \frac{\gamma}{\gamma+1} w_k + \frac{1}{\gamma+1} x_j$$

$$T_{k+1} = \alpha \cdot f(x_j)$$

$f(x_j) < T_k$ ならば、 x_j はクラスBに属すると判断し、

$$w_{k+1} = w_k$$

$$T_{k+1} = \beta T_k$$

とする。ただし、 $0 < \alpha \leq 1$ 、 $0 < \beta \leq 1$ 、 $0 < \gamma$ である。このアルゴリズムにより、2つのクラスに分類されるが、事前に正常品、異常品がどのクラスに対応するかを知ることはできない。

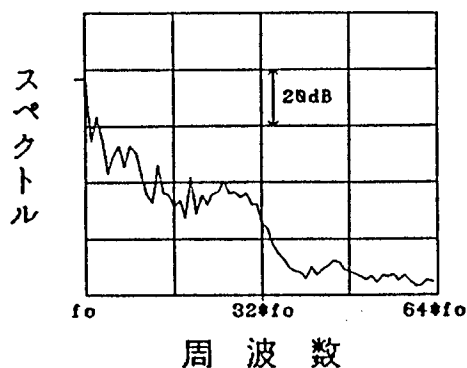
2. 3 検査結果と考察

前節で述べた装置を用いて、2日間に発生した異常品38個に正常品36個を加えてデータとした。教師ありの学習、教師なしの学習共に全データ74個のうち異常データ19個、正常データ18個を用いてそれぞれ学習を行い、重みベクトルを求めた。これを表2.2.3に示す。この表を見てみると、教師ありの学習の重みベクトルでは第4要素と第5要素の値が特に大きく異常音の高周波成分を重視していることが分かる。これに対して教師なしの学習の重みベクトルでは第1要素から第5要素へと順に値が小さくなっており、異常音の低周波成分を重視していることが分かる。異常音の周波数は高次の高調波であったことを考えると、教師ありの学習ではスピーカの異常らしさを検出しており、教師なしの学習ではスピーカの正常らしさを検出しているといえる。次にこの重みベクトルを用いて学習に用いた残りの異常データ19個、正常データ18個を用いて認識実験を行った。

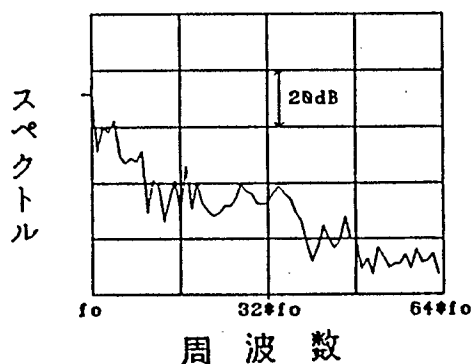
表2.2.3 重みベクトル

	教師あり	教師なし
第1要素	0.13	8.26
第2要素	0.34	6.94
第3要素	0.24	6.08
第4要素	0.66	4.07
第5要素	0.48	3.26

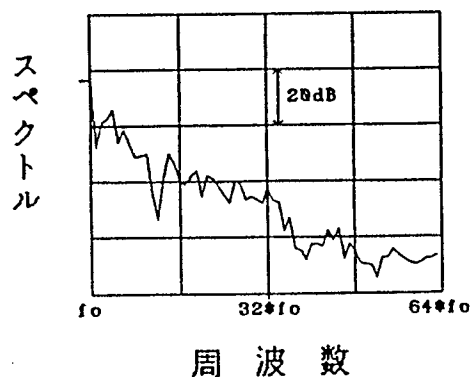
教師ありの学習の場合学習が終了し、認識実験で異常品2個が正常品とみなされた。この2つのスピーカのスペクトル（図2.2.8(b),(c)）は正常データ（同図(a)）と非常に似ている。図2.2.8(b)は低域共振周波数 f_0 での値がやや小さいため、同図(c)はスペクトルの第16成分付近での値がやや大きいため異常品と見なされている。しかしこれらの誤認識された異常品は正常品と見なしても差し支えない程度のものであり、検査員によっては正常品と判定される可能性の高いものである。そのため、これらのデータについては誤認識であるとは断言できない。



(a) 良品



(b) 誤認識されたデータ

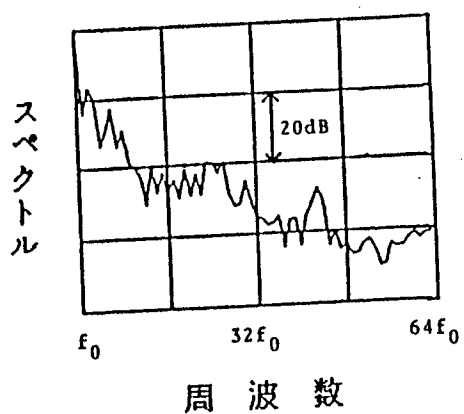


(c) 誤認識されたデータ

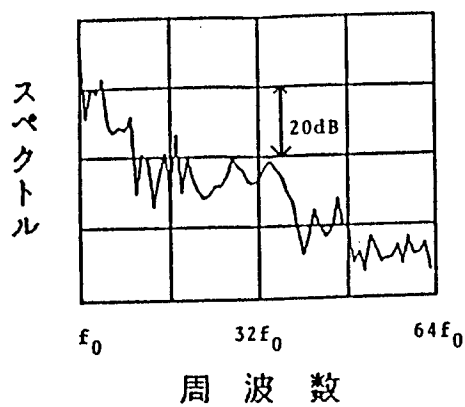
図2.2.8 教師ありの学習で誤認識されたデータ

教師なしの学習の場合学習は終了し、学習に用いられたデータのうち1つの異常データを正常データと判定した。さらに認識実験において5つの異常データを正常データと誤認識した。それらを図2.2.9に示す。

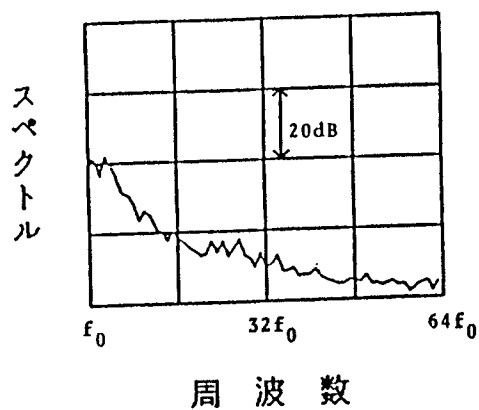
図2.2.9を見ると、(a),(b)は微妙なものであり、(b)は教師ありの学習においても誤認識されたものである。(a)は学習の過程で誤った判定が下されたものである。また(c)から(f)のデータは音圧不足の例である。そこで教師なしの学習でも教師ありの学習と同じように正常品の平均値からの距離を用いた学習を行えば結果の改善が期待される。しかし、教師なしの学習であるために事前に正常品の平均値を与えることができないので、学習用データ計37個の学習が1回終了することにそれまでの学習結果で正常品と判定されたものの平均を正常品の平均とみなし、それとの距離を用いて学習を行った。学習は収束したが10個の異常データを正常データと判定した。認識実験では18個の正常データを異常データと判定し、総計28個のデータについて誤った判断を下した。ここで、誤った判断が下されたデータのスペクトルを調べてみると、微妙なものについての判断ミスがめだつ。学習の過程で正常品の平均値を計算する際に異常品のいくつかを含めて計算したため微妙な異常品の識別ができなかったためと考えられる。誤認識の一部を図2.2.10に示す。この図で(a)～(c)は正常データが異常データと、(d),(e)は異常データが正常データと判定されたものである。



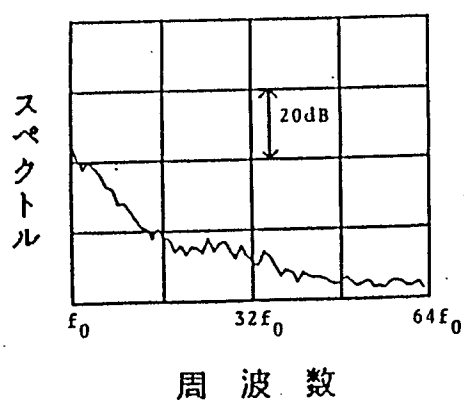
(a)



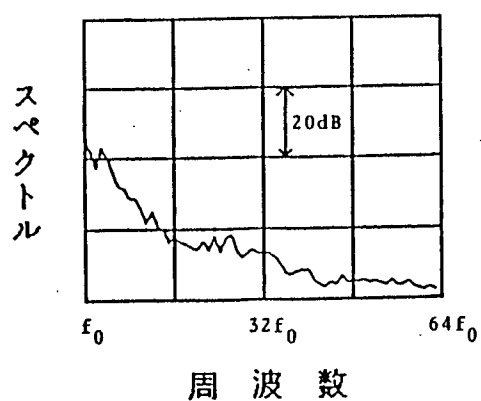
(b)



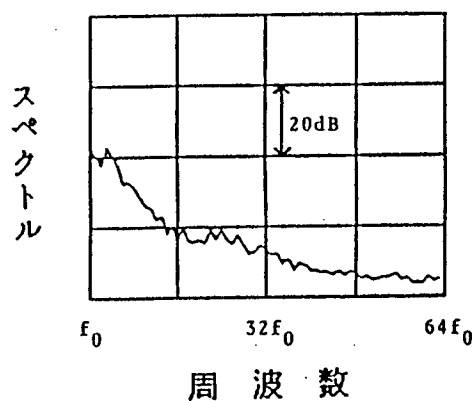
(c)



(d)

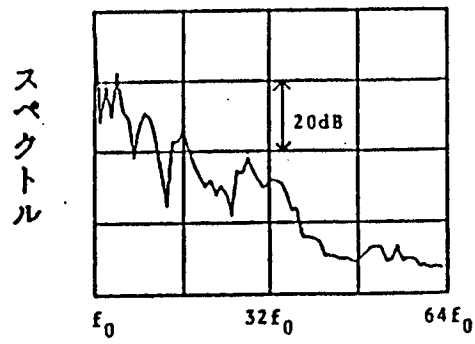


(e)



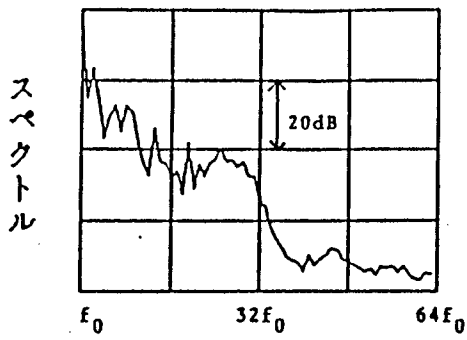
(f)

図2.2.9 教師なしの学習で誤認識されたデータ



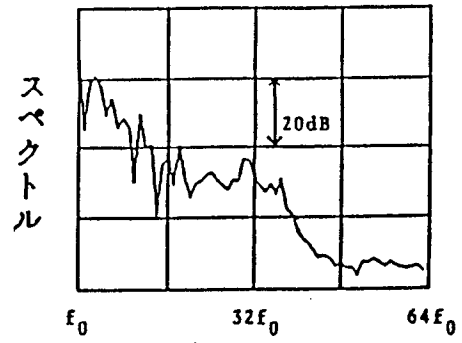
周波数

(a)



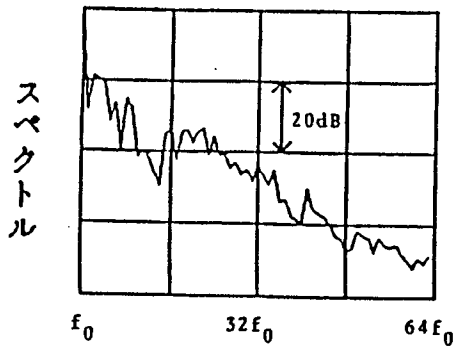
周波数

(b)



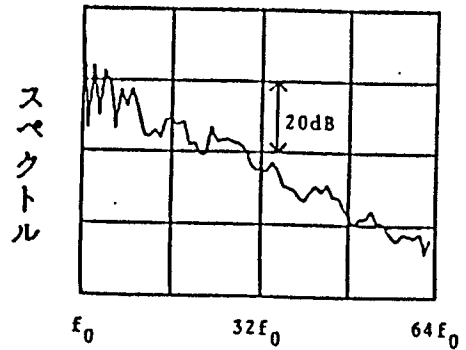
周波数

(c)



周波数

(d)



周波数

(e)

図2.2.10 正常品からの距離を考えた教師なしの学習における誤認識されたデータ

以上のことから、教師なしの学習では人間の持つ微妙な判定力を実現することが難しく、その点においては教師ありの学習の方が優れているといえる。

教師ありの学習においては、正常品の平均との距離を考えたが、スペクトルのデータそのものをパターンベクトルと見なしたパーセプトロンについても実験を行った。データは、正常品との距離を考えた場合と同じように f_0 から $60 \cdot f_0$ を5つの区間に分割し、そのdB値での平均を用いた。学習が行われた後の認識実験では、異常品を正常品と判定する誤認識が6個あった。それら6個のうち2個は正常品との距離を考えた教師ありの学習でも誤認識した微妙なものであり、残りの4個は図2.2.9(c)～(f)にも示したように音圧不足のデータであった。この結果と正常品との距離を考えた学習による結果とを比較すると、正常品との距離を考えることによって高周波成分を含む異常品の検出だけでなく音圧不足による異常品の検出も可能になったことがわかる。

これまでパターンベクトルを5次元として実験を進めてきたが、この5次元ベクトルの判定に対する貢献度を調べるため、5次元のうちの一つの要素を削除して教師ありの学習を行った。学習の後認識率の評価を行ったが、いずれの要素を削除しても、異常品を正常品とみなす誤認識が2個あった。その2個はいずれも5次元のパターンベクトルを用いたときと同じものである。このときの重みベクトルを表2.2.4に示す。これから、5次元パターンベクトルのうちの1つの要素を削除

表2.2.4 要素を削除したときの重みベクトル

	削 除 し た 要 素				
	1	2	3	4	5
第1要素		0.15	0.15	0.31	0.19
第2要素	0.35		0.37	0.70	0.45
第3要素	0.26	0.30		0.57	0.36
第4要素	0.69	0.80	0.73		0.94
第5要素	0.49	0.57	0.52	1.11	

表2.2.5 各要素間の相関

	第 1	第 2	第 3	第 4	第 5
第1要素	1.0				
第2要素	0.83	1.0			
第3要素	0.84	0.95	1.0		
第4要素	0.63	0.92	0.87	1.0	
第5要素	0.60	0.90	0.86	0.98	1.0

しても結果に大きな影響を与えないことが分かった。そこでパターンベクトルの各要素間の相関を調べると、表2.2.5に示すように全体的に各要素間の相関が高く、独立性が小さいといえる。特に第4要素と第5要素の間の相関が高く、5次元にする必要性は特に認められない。そこでパターンベクトルの次元数が4次元と3次元の2通りについて教師ありの学習を行った。このとき、スペクトルの $f_0 \sim 60 \cdot f_0$ 成分をベクトルの次元数の区間に分割し、その各々の区間でのdB値の平均をベクトルの要素とした。ベクトルが4次元のとき、学習を行った後の認識実験では1つの異常品を正常品とみなす誤認識があった。3次元ベクトルを用いたとき、学習の後の認識実験では2個の異常品を正常品と判定した。これからも、ベクトルの要素数を減少させることは可能ではある。しかし、多品種検査を目的とする本研究では、システムとしてのフレキシビリティは高いほうが望ましい。スピーカが発する音のスペクトルパターンの特徴は品種ごとに異なっている。特に防塵キャップの有無によって、中高域のスペクトルパターンの特徴が異なってくることが観察されている。このように異なったスペクトルパターンを持ついくつかの品種の検査に対応するためには、ベクトルの次元数を多する必要がある。そのため、ベクトルの次元数に多少の余裕を持たせる必要があるので、ベクトルの要素数をこれ以上少なくすることは不適當であると考えられる。

さらに検査で異常と判定されたものについて、その異常原因を調べることは生産ラインの品質管理を強化する上で欠かすことができないデータの一つである。

スピーカの異常は第1節でも述べたように、ボイスコイルのギャップ内接触とボイスコイルギャップへの異物の混入の場合がほとんどである。ボイスコイルのギャップ内接触による不良では、ボイスコイルは各周期の同じ位相で内壁に接触し異常音を発する。これに対して、ボイスコイルギャップへの異物混入による異常では異物がボイスコイルの振動と共にボイスコイルギャップ内で動くため、各周期のさまざまな位相で異常音を発し、その位置は1周期毎に変化する。そこで、異なった2つの周期の間で波形の相関を調べると、ボイスコイルのギャップ内接触の場合には相関値が0.95以上になるがボイスコイルギャップ内への異物混入の場合には0.5以下となって区別することができる。また、パターンベクトル上にその違いがあるかどうかをクラス間分散などを用いて調べる必要がある。

また、学習のためのパターンベクトルを求める際に、アナログのバンドパスフィルタを用いることが考えられる。そのときには、フィルタのQをかなり高く設定する必要があり、フィルタの設計が難しくなる。また、検査の効率をあげるためには、検査時のスピーカの駆動周波数を低域共振周波数としなければならない。2.2節にも述べたように、低域共振周波数は同じ規格のものでもその分散は大きい。これに対応するためには、アナログフィルタの中心周波数を自動的にきめ細かく変更できなければならないが、それは難しいことである。しかし、本論文で提案する方法のように計算機を用いてデジタル的に処理を行う場合には低域共振周波数 f_0 の変動に追随することは容易なことである。さらに異常が発生した際に、その異常音を記録、保存するためには、計算機に取り込む必要がある。以上のことを考えると、全処理を始めから計算機によってデジタル的に行う方が効率がよい。

今回の方法ではアレイプロセッサを用いているため、FFTの計算(0.1秒)を含めて0.2秒以下の処理時間で判定が行える。音の入力に0.3秒要するとして、全処理時間は0.5秒程度となる。実際の生産ラインではほぼ4秒に1個の速度で生産されているので、スピーカのマニピュレーションをライン毎に独立させれば、8ラインの同時処理も可能である。

2. 4 まとめ

本章では、人間が自分の耳を用いて行ってきた検査法に変わる自動検査法を示した。実験は異常品38個と正常品38個で行った。異常品は工場において2日間に発生したものであり、この期間に製造されたスピーカは約8000個であった。本来はより多くの異常品を用いて実験する必要があるが、計算機の記憶容量の制限のためこれ以上のデータを用いることができなかった。

今回提案したスピーカの検査方法は、約100Hzから150Hzの間にある個々のスピーカの低域共振周波数で定格入力駆動音による正常、異常の判定を可能とする。約9kHzまでのスペクトル分布を5つの帯域に等分割したものをを用いた学習によって異常音の検出が可能であることが判明した。

この自動検査法により、スピーカ製造工場で生産ラインを自動化する際のもっとも困難な点とされてきた検査工程の自動化が可能となる。さらに、非常に大きな音であるスピーカの定格入力駆動音を人間が聴取する必要がなくなり、労働環境の大幅な改善となる。

第3章 圧縮機検査工程における

信号処理技術の応用

本章では、現在人間の聴覚に頼っている冷房機用ロータリ型圧縮機の運転検査におけるアコースティックインスペクション^{16)・17)}について取り扱う。この検査は、圧縮機を運転した際に発生する音に基づいて、正常、異常の判定を行う受動的検査であり、従来人間によって行われてきた検査である。

3.1 冷房機用圧縮機の構造と異常の種類

検査の対象とする冷房機用のロータリ型圧縮機の構造を図2.3.1に示す。その構造は冷媒を圧縮する圧縮部とそれを回転させるモータ部に大別される。圧縮部

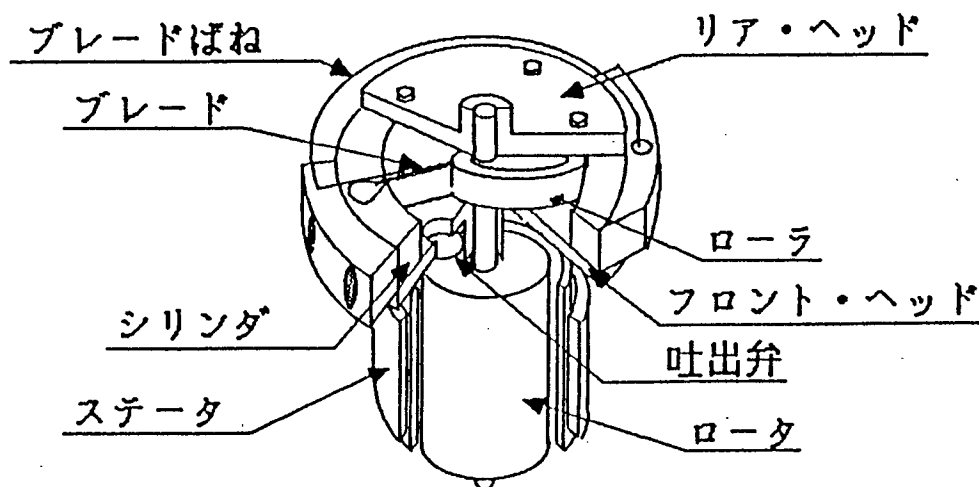


図2.3.1 冷房用ロータリ型圧縮機の構造

ではモータ部からの回転力を用いてロータを、シリンダの内部で回転させている。ロータはシリンダに対しては偏心して接触しており、回転に対して一様でない空間を作っている。この空間をブレードと呼ばれるものが二分しており、二つの空間の体積変化を用いて冷媒を圧縮している。コンプレッサの生産工程で発生する異常にはさまざまなものが考えられる。今回対象とするのは、圧縮部におけるものである。

1) ブレードとびによる異常

圧縮部のブレードがロータの回転に追従できずに離れてしまうもの。

2) シリンダきずによる異常

圧縮室の外周壁を構成するシリンダに何らかの原因で傷が付いているもの。

3) ゴミの混入による異常

圧縮機を保護ケースに封入する際に混入したゴミが圧縮室内に入り込み、シリンダ内でローラの回転と共に動きシリンダやローラに傷を付けるもの。

1) の異常は、圧縮を正常に行うことができない。また、2)、3) の異常はいずれも運転中に圧縮部を構成する部品に傷がつくため、使用中に冷媒の漏れが発生して圧縮機的能力が低下する。2)、3) の異常については、生産工程の現場で人間による音感検査では発見が難しいものである。しかも、異常の性質から出荷後に性能が劣化するものでこれまでその対処に苦慮していた。

ここで、コンプレッサが発する音について考える。コンプレッサは誘導型モータを使用して圧縮部に回転力を与えているため、その回転周期は軽負荷時には電源周波数にほぼ一致している。シリンダでは、ブレードがロータとシリンダ側壁が作る空間を二分しており、モータに直結しているロータが一回転することにより圧縮行程が一回行われる。吐出弁はシリンダ内で圧縮行程が進行して、

内部の圧縮空間における冷媒の圧力が上がり過ぎた場合に開き、吐出管の出口における冷媒の圧力が一定になるような調節を行っている。（シリンダ内圧力の変化の様子を図2.3.2に示す。）このような機構のため、ロータが一回転すると吐出弁が一回開き、内部の冷媒がこの弁から吹き出す。圧縮機の発する音を図2.3.3, 2.3.4に示す。（音の採集条件等については次節で詳しく述べる。）冷媒が吐出弁から吹き出す時の音が波形において、一周期に一回みられる急激な立上りの部分に対応している。波形は急激な立上りの後、約1400～1500Hz程度の周波数がみられる。これは数値計算により求めた吐出弁の1次の固有振動数1490Hzによく一致している。コンプレッサの運転時の音は基本的には、冷媒が吐出弁から漏れる際の音と冷媒によって押し上げられた吐出弁の1次の固有振動による音の2つの音が合成されたものであると考えられる。

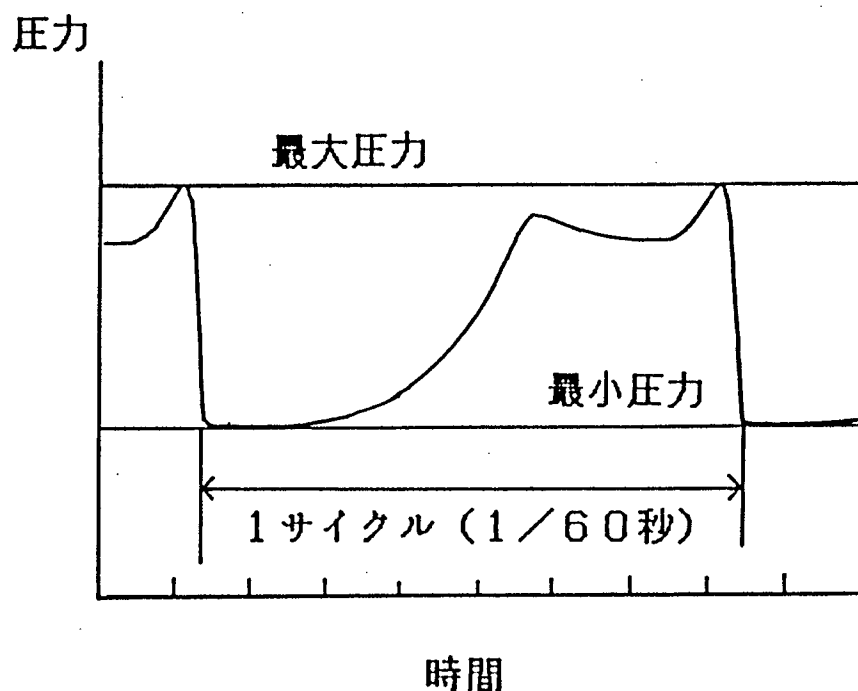


図2.3.2 圧縮室内における冷媒の圧力変化

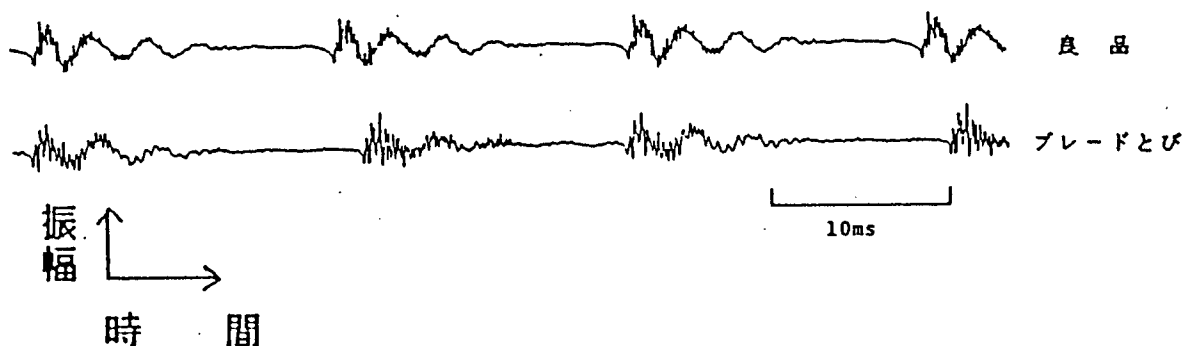


図2.3.3 良品とブレードとびによる異常品の波形

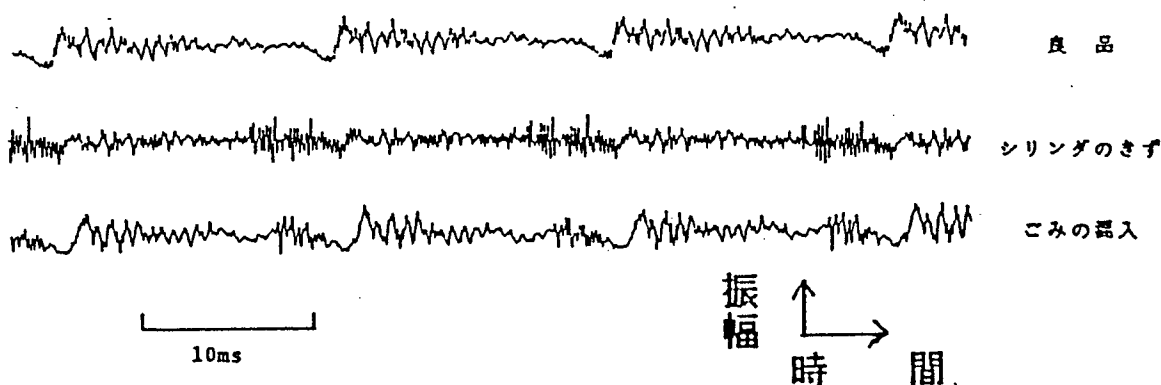


図2.3.4 良品とシリンダのきず、ごみの混入による異常品の波形

異常品の発する音はブレードとびとシリンダきず、ごみの混入とではその発生メカニズムが違ふ。ブレードとびでは、ブレードがロータの回転に追従できないためブレードとロータが密着せず、圧縮された高压側の冷媒が低压側に逃げてしまい冷媒が吐出弁から吹き出す時期がずれてしまう。ブレードとロータの接触状態は、各回転において不均一であるため、時期のずれは各回転ごとに異なってくる。その結果、音の急激な立上りの部分の不均一さが異常音として検査員の耳に聞こえるのである。このとき検査の手がかりとなるのは吐出弁からの音であるが、この音は吸気口から外部に出ている。吸気口に細い管をつけると吐出弁の音は弱められる。このため、ブレードとびによる異常の検出においては吸気口に管を付けないで行う方が検査の効率、S/N比という面で有利である。

シリンダのきず、ごみの混入による異常では、シリンダの内部にある部品にな

んらかの原因によりきずがついて、そのきずにロータが接触して異常な音を発する。この時に発生する異常音は吸気口に付けられた管には関係しない。このため吸気口に管を付けた状態での運転音を用いる方が吐出弁による音を小さくすることができ、S/N比が大きくなる。この場合の異常音は、コンプレッサの部品の固有振動数であると思われる。しかし、図2.3.1に示したようにいくつかの部品が複雑に組み合わされているため、どの部分の固有振動数かは分からなかった。

3. 2 圧縮機が発する音の採集方法

生産ラインで音の採集を行うと周囲の雑音が大きいので、サンプルを防音室に持ち込んで音を採集した。圧縮機の音はマイクロフォンを通してオーディオテープレコーダに録音される。録音された音はA/D変換器を用いて計算機に入力される。今回用いたシステムでは分解能が12bit、スループットは70kHzであるが、標準化周波数は次のような理由から60kHzに決定した。

- ・ テープレコーダで録音できる音は、20kHzまでであり、そのS/N比は40dB以上あるため。
- ・ 可聴帯域の音響信号を保存するため。
- ・ 圧縮機のモータの回転が電源周波数にほぼ同期しているため。

また、ブレードとびによる異常品についてはその検査効率を高めるために吸気口には管をつけずに運転し、その発生音を採集した。シリンダのきずとごみの混入の異常品の場合は吸入口に長さ数十cmの細い管を取り付けて運転し、その発生音を採集した。それぞれの方法で採集した運転音の波形を図2.3.3, 2.3.4に示す。

3. 3 異常音の検出

前節で述べたように、ブレードとびによる異常品とその他の異常品とでは圧縮機の運転方法が異なるため、同一には扱えない。そこで以下ではブレードとびによる異常品とその他の原因による異常品の判別とを区別して考える。

3. 3. 1 ブレードとびによる異常品の判別

図2.3.3は、ブレードとびによる異常品の波形を示したものである。この図から、ブレードとびによる異常品の波形ではその周期が安定していないことが読み取れる。実際に数個の正常品と異常品についてその一周期の長さを人間が測定してみると、図2.3.5に示すようになっている。そこでブレードとびによる異常品の検出は運転音の波形の周期性を調べることにより行う。これにはいくつかの方法が考えられるが、ここでは時間領域的手法を用いた。圧縮機は、無負荷運転の際には電源周波数(60Hz)にほぼ同期した回転を行っているので、その発生音も電源周波数に同期している。そこで、長さが1/60秒の時間窓を設定し、その時間窓

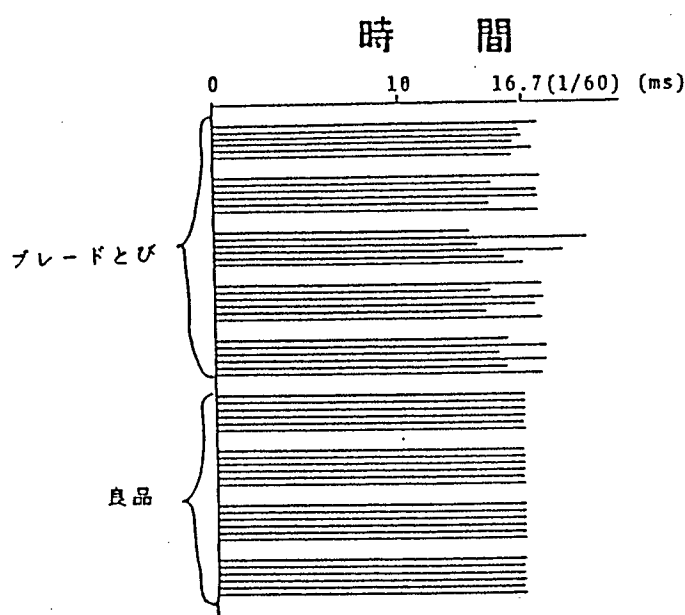


図2.3.5 コンプレッサが発する音の一周期の長さ

ごとの波形の変化を調べる。今回は単純に2つの連続した周期における波形の差分を求めた。ただし、高周波成分を残したままでこの処理を行うと、わずかの位相の違いが結果に大きく反映されてしまう。そこでこの影響を避けるため、入力波形は500Hz以上をしゃ断しておく。そのようすを図2.3.6に示す。入力された波形の信号を $x(t)$ とすると、

$$s_b = \sum z(t) \quad (2.3.1)$$

ただし、 $z(t) = |x(t) - x(t - t_0)|$ 、 $t_0 = 1/60$ 秒とする。

より位相のずれ s_b を計算する。ブレードとびによる異常品では波形の繰り返し周期が一定していないため、 s_b の値が大きくなる。 s_b のこのような性質を利用して、ブレードとびによる異常品の検出を行うことができる。

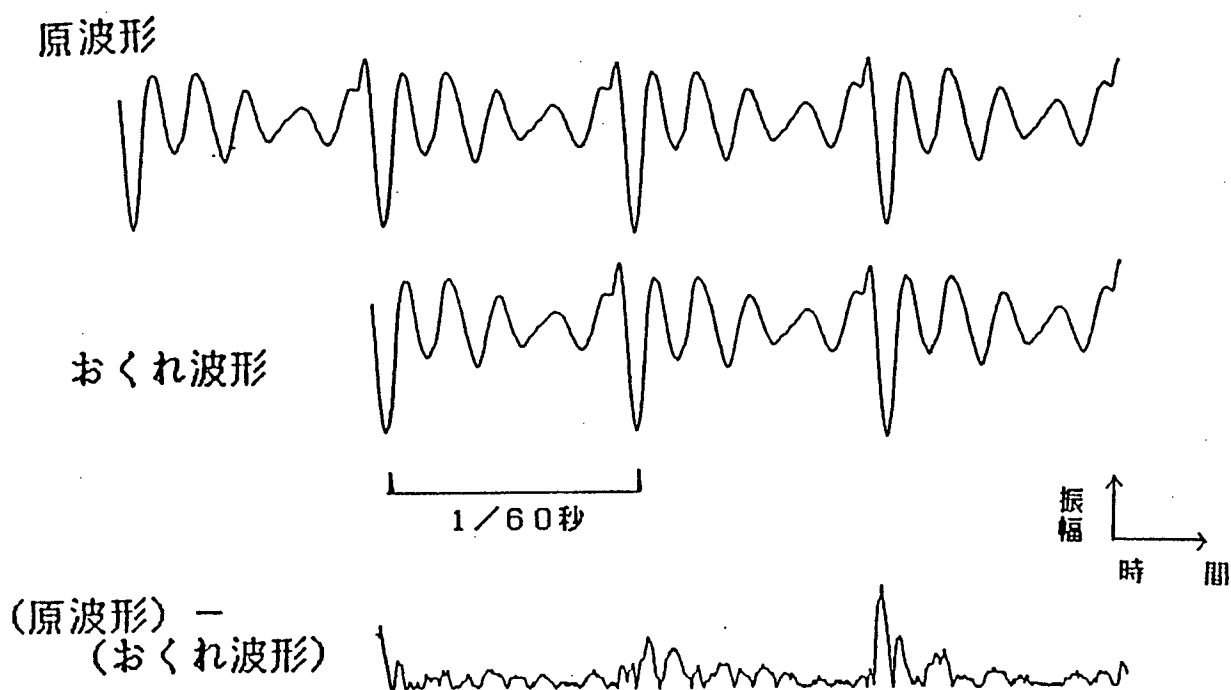


図2.3.6 時間領域的手法によるブレードとびの検出

3. 3. 2 シリンダきずとごみの混入による異常品の判別

図2.3.4に示したシリンダのきずとごみの混入による異常品と良品の波形を比べてみると、シリンダのきずとごみの混入による異常品では良品にはみられない数kHzの高周波成分が観察される。これは可動部がきずまたはごみに接触して音を発生しているものと考えられ、この高周波成分を検出すれば異常品の検出が可能である。ここではその検出に時間領域的手法を用いる。吐出弁から冷媒が吐出する際、その開始時に波形には急激かつ大きな立ち上がりとして現れている。この部分にはさまざまな高周波成分が含まれており、傷あるいはごみによる高周波成分との区別がつきにくい。そのため、吐出弁から冷媒が吹き出す際の音と異常による音とを区別する必要がある。波形の位相が重要な情報となる。波形の位相を揃える方法にはフーリエ変換を用いた方法などもあるが、ここでは時間領域的に行う方法を用いた。いくつかの標準的な正常品の運転音から標準データを決定し、それを基に各データの位相を揃える。位相を揃えることによって異常音の発生する時点が判明すれば、きずの位置同定が行える利点もある。標準波形の決定法は次に述べるとおりである。まず、検査波形 $x(t)$ に対して幅8点の移動平均をおこなう。その結果を4点ごとに取り出し、 $y(t)$ とする。 $x(t)$ が1024点で一周期であったので、 $y(t)$ は256点で一周期となる。位相の基準となるデータ（良品のデータから適当に選んだもの）に対してもいまと同じ処理を行い $y_r(t_a)$ を求める。この2つの波形の間の時刻 t における一致度 $m(t)$ を次式より求める。

$$m(t) = \sum_{t_a=0}^{255} |y(t_a+t) - y_r(t_a)| \quad (2.3.2)$$

t を一周期分変化させながら一致度を計算する。図2.3.7に操作のようすを示す。 $m(t)$ を最小にする t は、2つの波形（ $y(t)$ と $y_r(t_a)$ ）の間の位相のずれを示しており、これから波形（ $x(t)$ ）の位相のずれを補正する。この補正を良品11個について

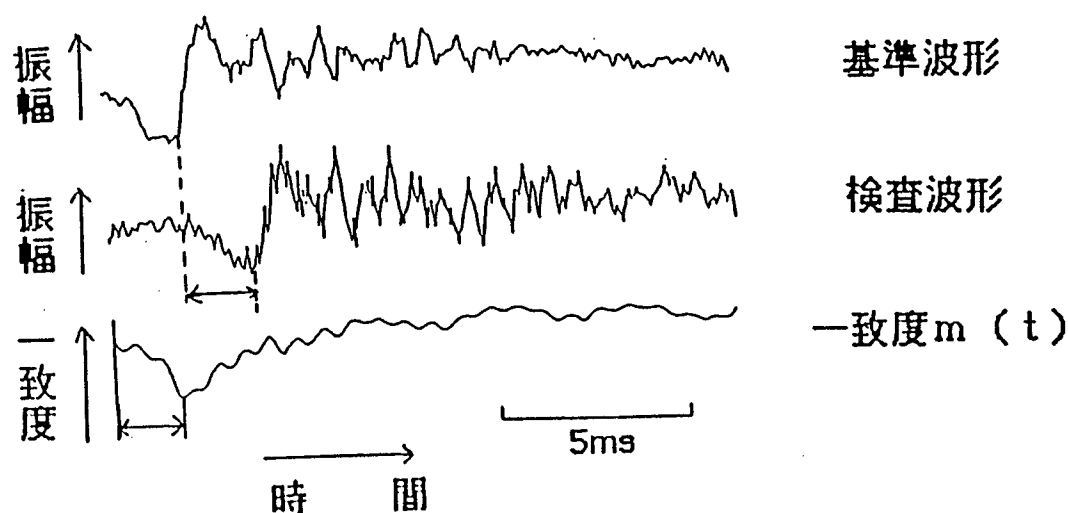


図2.3.7 位相を揃える操作のようす

行い、その平均を標準波形とする。

正常，異常の判断は，次のようにして行う。まず，入力された検査波形を，標準波形を作成する時に用いた方法で，標準波形との間で位相を揃える操作を行う。この後，64点を1つのブロックとして16点ずつシフトさせながら検査波形のブロック内での分散を求めてゆきその変化を調べる。先にも述べたように，一周期の波形は，吐出弁が開いている部分（分散の大きい部分）と吐出弁が閉じている部分（分散の小さな部分）とに分けることが出来る。そこで，検査波形をこの2つの部分に分け，それぞれにおける分散の和を求める。この2つの値について，どちらか一方が許容範囲を越えているときや，ある一定の関係にないときは，傷またはごみによる異常な高周波が含まれていると考えられる。そこで，この2つのパラメータを，正常，異常の判断の基準とすることができる。

3. 4. 検査の結果と考察

まず、ブレードとび検出の結果について述べる。図2.3.8において、縦軸は先に述べた位相のずれ s_b であり、対数表示されている。横軸は位相のずれ s_b の値に対応するコンプレッサの個数である。この図において、縦軸に対して 10^4 近傍にいき値を設定することにより、今回のデータについては異常品を誤りなく検出できることが分かる。実験に用いたデータは正常品117個、異常品21個である。さらに、しゃ断周波数を300Hzとして判別を行ったが、ブレードとびの1つが正常品として認識された。

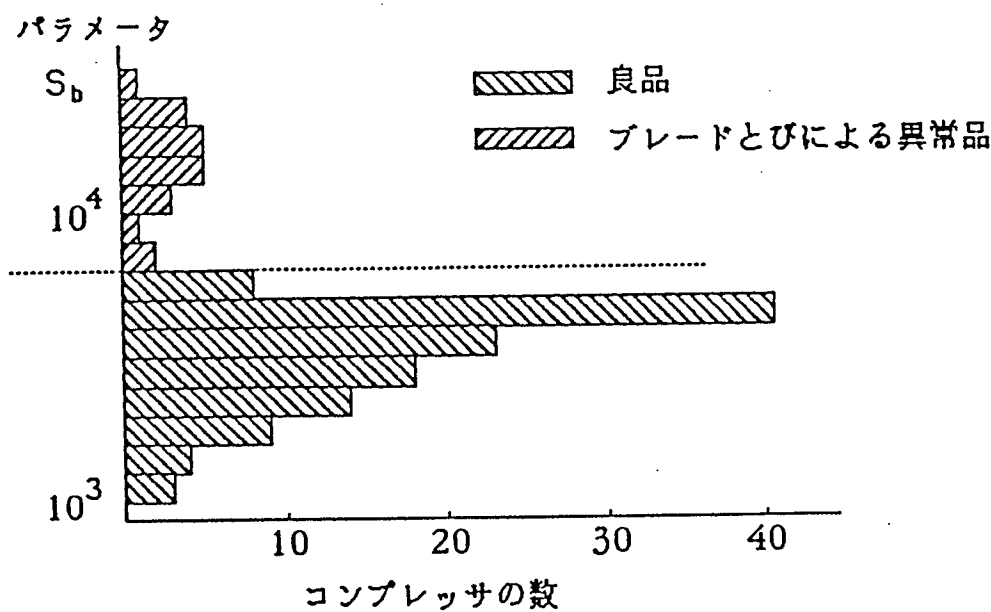


図2.3.8 時間領域的手法によるブレードとび検出結果

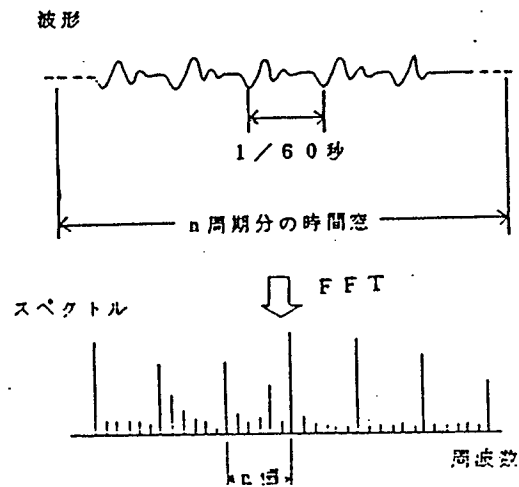


図2.3.9 ブレードとびの周波数領域的検出法

ブレードとびの検出については、前節で述べたようにいくつかの方法が考えられる。ここでは、さきに述べたような時間領域的な手法だけではなく、周波数領域的な手法についても試みた。図2.3.9に示すように、波形の n 周期分の時間窓を設定する。その設定した時間窓について高速フーリエ変換(FFT)を行う。すると時間窓には n 周期分の波形があるので、FFTによるスペクトルのピークは n 本おきに現れる。しかし、一周期の長さが不揃いであると、スペクトルは n 本おきのピーク以外にも大きな値を持つ成分が発生する。この性質を利用して、ブレードとびによる異常品とそうでないものとを区別することができる。さきの時間領域的な手法の場合と同じデータを用いて実験を行った。ここでは $n=8$ としてFFTによりスペクトルを求めた。すると、ブレードとびでないものでは8番目、16番目、・・・に大きなスペクトルが現れ、その他の部分には現れない。そこで8番目のスペクトルを分子に、1～7、9～15番目のスペクトルの中の最大値を分母にしたものを求め、 P_i とした。ただし、時間窓を大きくすると計算コストが大きくなるので、標準化周波数を $1/8$ にしたものを用いた。また、アリアス効果を避けるため、 300Hz 以上をしゃ断した。その結果を図2.3.10に示す。これからブレードとびに

よる異常品を100%正しく決定することはできなかった。この原因として、検査の際には観測区間のごく一部の波形しか用いていないことが上げられる。このため、この区間にブレードとびの異常が顕著に現れているものについては検出できるが、そうでないものは正常品としていたと考えられる。この問題は観測区間を広くとることにより解決すると思われるが、この方法ではFFTを用いているので計算時間の点で適しているとは言えない。

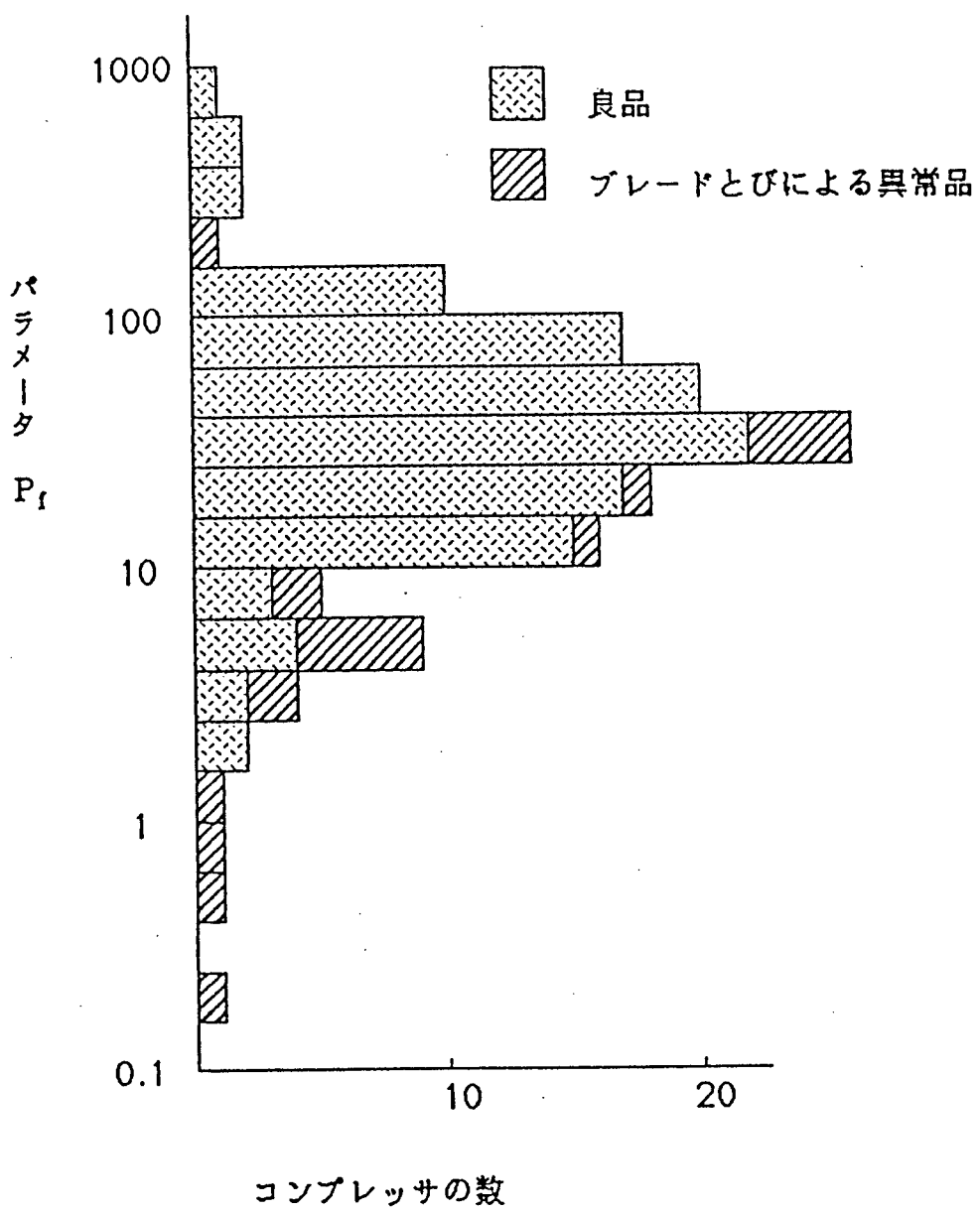
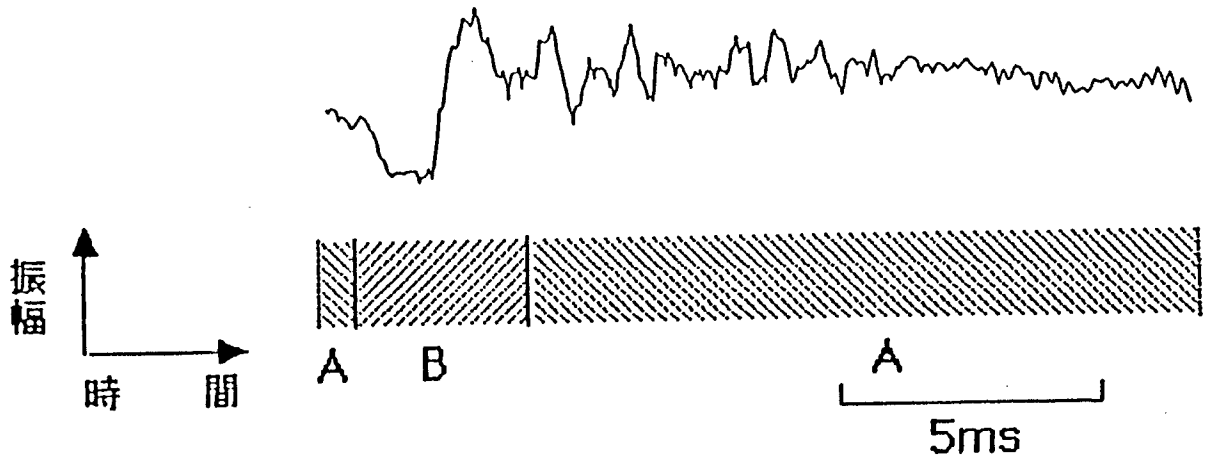


図2.3.10 周波数領域的手法によるブレードとび検査結果

シリンダのきずとごみの混入による異常品の検出について、さきに示したアルゴリズムにより求めた2つの計算値のうち、図2.3.11のAで示された吐出弁が開く部分の分散の和を P_v 、同図のBで示された吐出弁が閉じる部分の和を P_s としてグラフ化したものを図2.3.12に示す。この時用いたデータは、正常品18個、シリンダのきず25個、ゴミの混入17個であった。このデータについて、図に示したような線分で囲まれた部分の内側は良品の空間であり、その外側は異常品の空間であるといえる。しかし、この図からは完全に異常品とそうでないものとの区別を行うことはできず、いくつかの誤認識が生じる。図2.3.13にいくつかの誤認識されたデータの波形を示す。誤認識されたものは、波形からも分かるように非常に微妙なものであり、これを人間が聴覚を用いて判断を行っても結果が一致しないものであった。



A：冷媒が吐出弁から吹き出していない部分

B：冷媒が吐出弁から吹き出る部分

図2.3.11 冷媒が吐出弁から吹き出す部分と吹き出さない部分

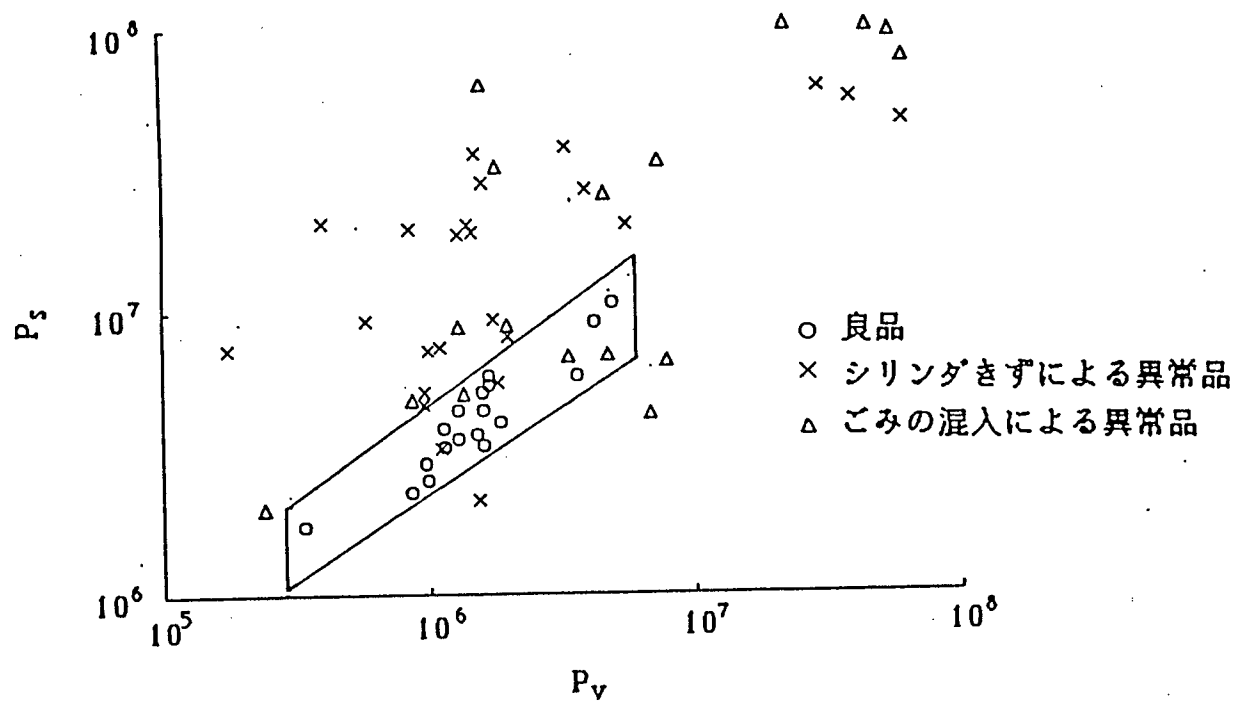
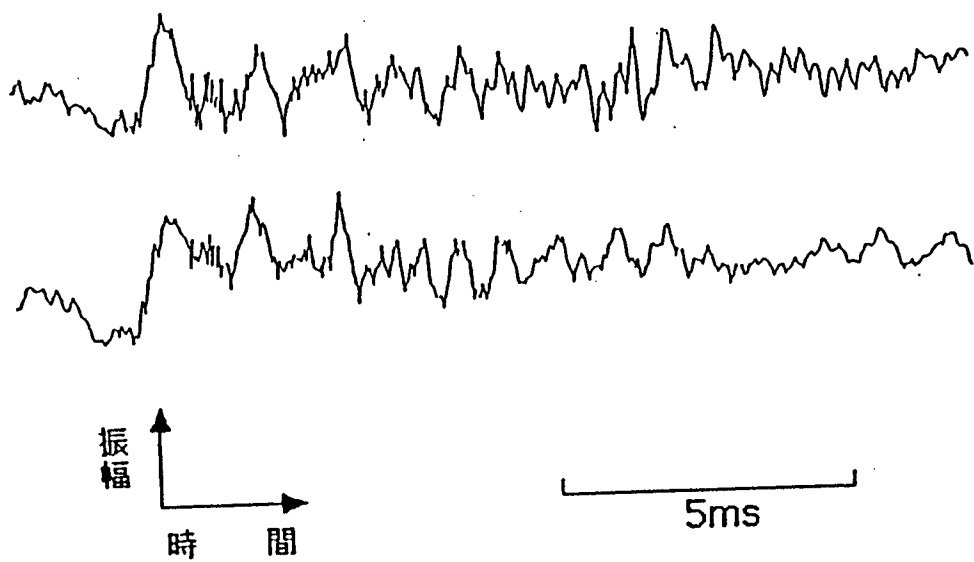
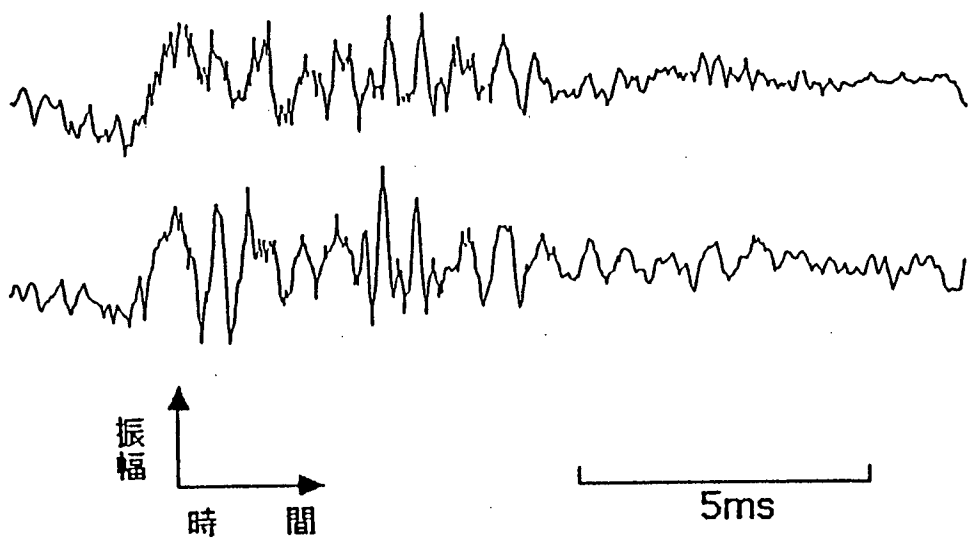


図2.3.12 シリンダきず，ごみの混入による異常品の検査結果



(a) 正常と判断された異常品



(b) 異常と判断された正常品

図2.3.13 誤認識されたデータ

また、今回のシリンダのきずとごみの混入による異常品の検出方法は、波形に含まれる高周波成分の検出を行っている。これに対して、スペクトルを用いた検査法も考えられる。しかし、スペクトルを用いた方法では今回のような高周波成分を多く含むデータの判別は難しい。図2.3.14にスペクトルを示す。スペクトルに変換することによって波形の持つ高周波成分が累積されてしまい、今回のようなデータでは正常品と異常品の差がなくなる。さらにスペクトルへ変換すると位相情報が失われるため、波形のどの部分に高周波成分が存在するかが分からなくなる。これに対し、本方法では時間領域で処理を行っているため、高周波成分の波形における位置情報を利用することができ、きずの位置同定も可能となる。

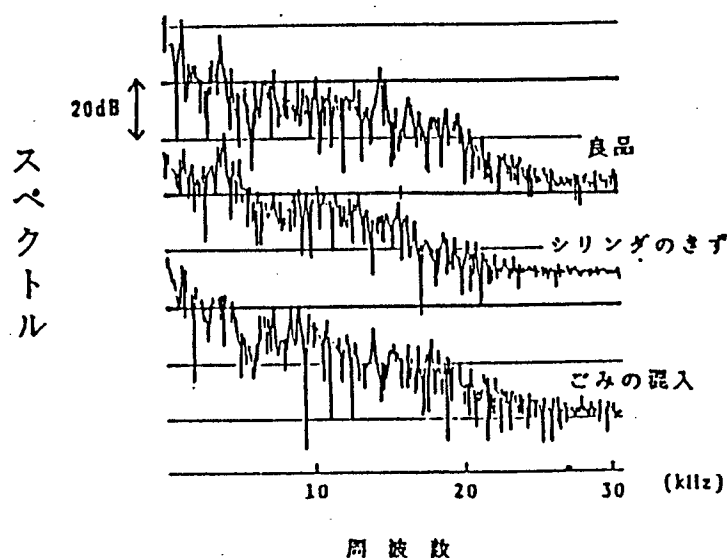


図2.3.14 良品と異常品のスペクトル

現在の人間による検査でもその認識がほとんど不可能とされている異常品を対象としていることを考慮すれば、ここに述べた方法は有効に利用できるものであると言えることができる。さらに計算時間についてみると、ブレードとびの検出において時間領域的手法を用いた場合にはそれに要する時間は、1秒間の音響データに付き2～3秒である。シリンダきずなどの検出では一周期の処理で2秒程度である。検査の信頼性を向上させるためにシリンダきずとごみの混入の検査の際に用いるデータを30周期（0.5秒）としても、1分以下の処理時間である。これは生産ラインにおける検査のためのマニピュレーションに必要な時間より若干長い程度である。この計算時間は68000（クロック周波数12.5MHz）のUNIX上でのものであるが、専用のマイクロコンピュータシステムを用いればより短い計算時間で済み、マニピュレーションに要する時間より短くすることができる。専用システムを用いて、マニピュレーションと計算を平行して行えば十分実時間検査が可能である。

3. 5 まとめ

以上、本章ではコンプレッサの自動音感検査の方法を提案し、その有効性を確認した。対象とした異常品は、ブレードとび、シリンダのきず、ごみの混入によるものであるが、異常音発生メカニズムの違いから、ブレードとびによる異常の検査とシリンダのきず、ごみの混入による異常の検査とでは音の採集方法を異なったものにする必要がある。それぞれの検査において時間領域的手法、周波数領域的手法について検討した。その結果、実用化の際の大きな問題点の一つである検査に要する時間の点から、時間領域的手法が有効であった。今回の実験で用いた異常品は合計63個であったが、生産工程で発生する異常品は1週間に数個程度であり、これ以上の異常品の収集は困難であった。

今回提案した方法を用いることにより、現在人間が行っている音感検査の自動化という目的は十分達成される。さらに、対象とした異常の程度には、現在の間による検査ではほとんど検出されていない異常も含まれているが、今回の方法によれば、そのような異常の検出も可能となり、その工業的意味は大きいといえる。

第4章 清酒発酵プロセスの

モニタリングにおける

信号処理の応用

清酒の製造は、昔からの杜氏と呼ばれる職人が長年の経験と勘を頼りとして行っている。清酒は米を発酵させて作られるが、その味は発酵の出来、不出来による。そのため、清酒製造工程における発酵工程の管理は大きな問題である。最近一部では、温度、湿度、pH値などを計測して、発酵に必要な条件を制御する自動化システムが試みられている¹⁸⁾が、発酵の進行状況を直接的に示し、かつオンライン計測の可能な計測量を用いた制御が望まれる。本章では清酒の発酵過程で発せられる音をもとにした発酵プロセスのモニタリングへの信号処理の応用¹⁹⁾について述べる。

4.1 清酒の製造工程

清酒の製造工程は図2.4.1に示すように、原料である精白米を蒸し、種麴を加えて米麴とし、白米と水を加えて酵母の大量培養を行い酒母とする。次に酒母に麴と蒸し米と水を加える初添、仲添、留添工程をへてもろみが製造される。このもろみを約15日間かけて発酵させ、ブドウ糖、アルコール、アミノ酸などを生成する。発酵が終ったもろみは熟成、精製されて清酒となる。今回のモニタリングの対象とするのは、この留添後の発酵期間である。

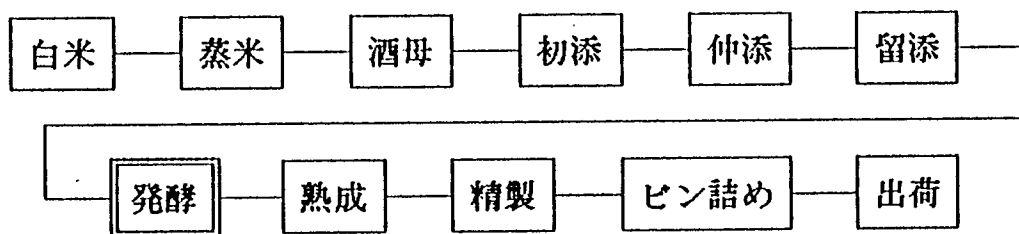


図2.4.1 清酒の製造工程

4. 2 音響データの収集と処理

発酵中のもろみは図2.4.2に示すような容器に入っている。この容器の直径は約205cm、深さは約200cmで、もろみの容量は約500lである。当初、図2.4.2のAやBのもろみの外部の位置から集音マイクを用いてもろみが発する音を収録して分析を行っていた。しかし周囲の騒音による影響のため、十分なS/N比が得られず、音響的特徴量と物理量との間に単調な関係が認められなかった。そこで、エレクトロ

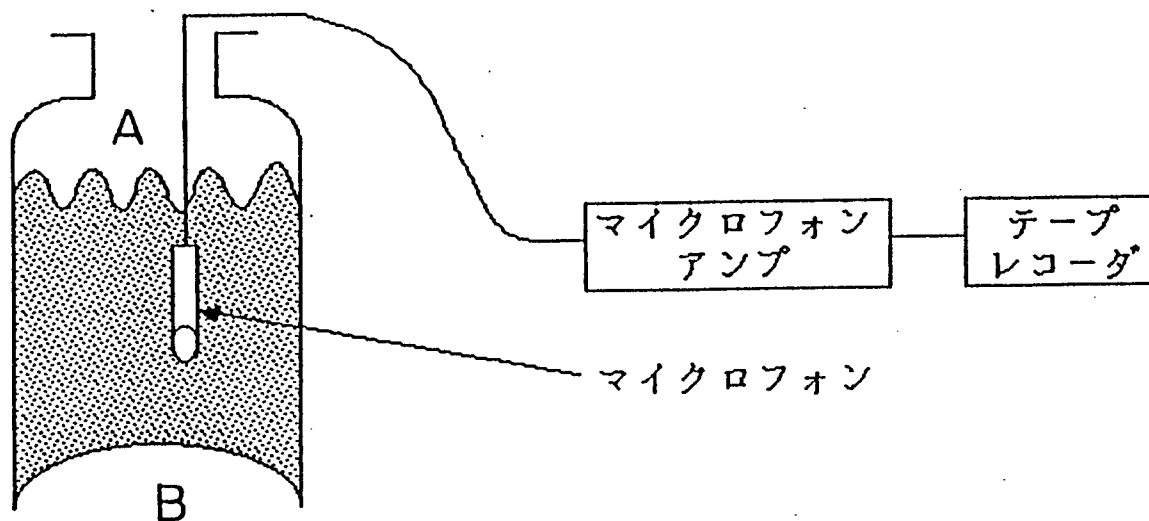


図2.4.2 清酒発酵槽と音の採集位置

トレットマイクロフォンをゴム風船で覆って防水をし、もろみの中に挿入して内部の音響信号をオーディオテープレコーダ(IC-D5M, SONY製)を用いて録音した。マイクロフォンの位置は発酵槽上縁から1mのところである。充填直後は、蒸米などの固形物が原形をとどめていてもろみが固いため、マイクロフォンの挿入が困難でかつマイクロフォンを覆っているゴムが破れる可能性がある。そこでデータの収集は充填後3日目から終了日までの発酵槽に対して行った。

オーディオテープレコーダに収録された音響信号は再生時に分解能12ビットのAD変換器を用いて計算機に入力する。入力された音響信号のスペクトルは、10～1,000Hzの間での変化が観測されたので、シャ断周波数1kHzの3次ローパスバターフースフィルタを通した後、AD変換器への入力とした。なお標本化周波数は10kHzとした。

特徴抽出を行うため、第2章でも述べた、計算機に内蔵されたアレイプロセッサを用いてスペクトル分析を行う。時間窓としてハニング窓を用い、フレーム長を2048点(約0.2秒)とした。1フレームの分析だけでは窓に含まれる信号が短かすぎて、音響信号の周波数のダイナミックレンジが不足する。そこで、フレームを順次ずらして各フレーム毎のスペクトルの相加平均を計算して、約12秒のデータについてスペクトルを求めた。時間窓としてハニング窓を用いたので、窓の両端の情報が失われている。そこで、フレームを窓の長さの1/2だけずらすこととした。

音響信号のパワースペクトルから特徴を抽出するために、Karhunen-Loeve変換(K-L変換)を用いた。パターン集合全体は、各経過日数に応じたカテゴリーごとのパターン集合の和集合で表現される。カテゴリー α に属するスペクトルパターンを $u(\alpha)$ とする。任意のベクトル ϕ を考えると、その $u(\alpha)$ 方向の成分は、

$$\frac{\phi^t}{\|\phi\|} u(\alpha) \quad \text{ただし、} \|\phi\| = \sqrt{\phi^t \phi}$$

で与えられる。この $u(\alpha)$ 成分のカテゴリーに関する2乗平均値

$$\lambda = \frac{\sum_{\alpha} [\phi^t u(\alpha)]^2}{\phi^t \phi} \quad (2.4.1)$$

を最大にする ϕ を求めれば、全てのカテゴリーのスペクトルパターンに共通に含まれる成分が得られる。(2.4.1)式の分母を払って微分すると、

$$\lambda \phi = [\sum_{\alpha} u(\alpha) u(\alpha)^t] \phi \quad (2.4.2)$$

となる。 $u(\alpha) u(\alpha)^t$ は行列となり、(2.4.2)式は固有値問題となる。 $\sum_{\alpha} u(\alpha) u(\alpha)^t = V$ とおくと、

$$V = R R^t \quad \text{ただし、} R = [u(1), u(2), \dots, u(n)], n: \text{カテゴリーの数}$$

となるので、(2.4.2)式は

$$\lambda \phi = V \phi \quad (2.4.3)$$

となる。 V はカテゴリーによる観測値の変化の様子が観測点間でどの程度あるかを示す相関行列である。(2.4.3)式の固有値問題を解くと固有ベクトル $\phi = \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m$ が求められる。 V が対称行列になることから固有値は実数であり、 ϕ を正規直交系にとることができる。ここで、

$$w = \phi_i^t u(\alpha)$$

は ϕ_1 の方向の $u(\alpha)$ を与える。 w を求めるとき、この ϕ_1 に固有値の大きいものを選んでやれば、その w の最大値と最小値の差が大きくなる。つまり、 ϕ_1 として固有値の大きいものを選んでやることによって音響的特徴の抽出ができる。

4. 3 清酒発酵プロセスの音響的特徴量

前節で述べた方法によりサンプルしたもろみ内部の音響信号を図2.4.3に示す。発酵日数の経過と共に音響パワーが増大してゆくことが予想される。

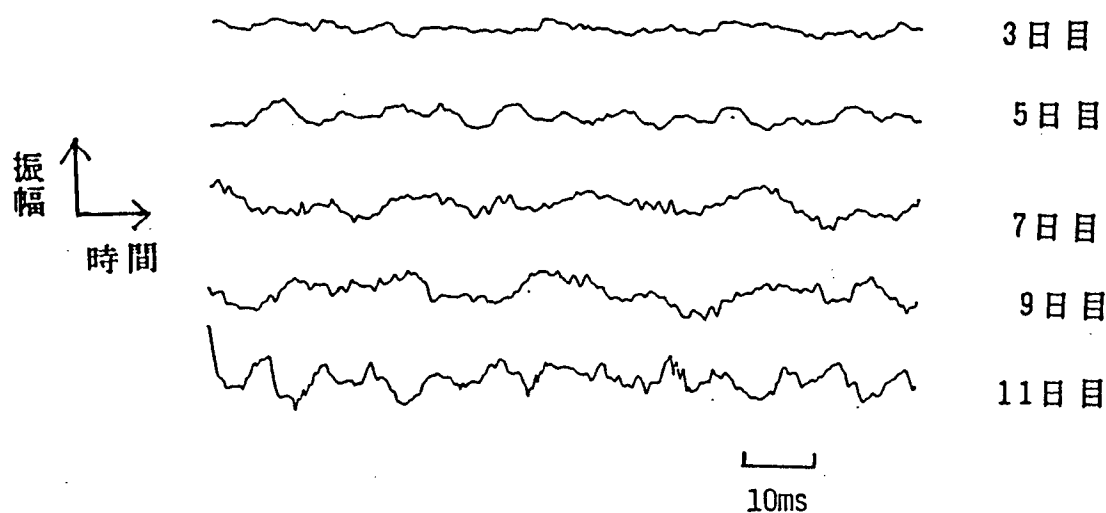


図2.4.3 採集された発酵プロセスの音響信号

この音響信号についてスペクトル分析を行ったものを図2.4.4に示す。先に予想されたように、音響パワーの増大が認められる。また、300~1kHzの帯域に注目してみるとパワーが経過日数と共に変化し、特に9日目の上昇が著しい。

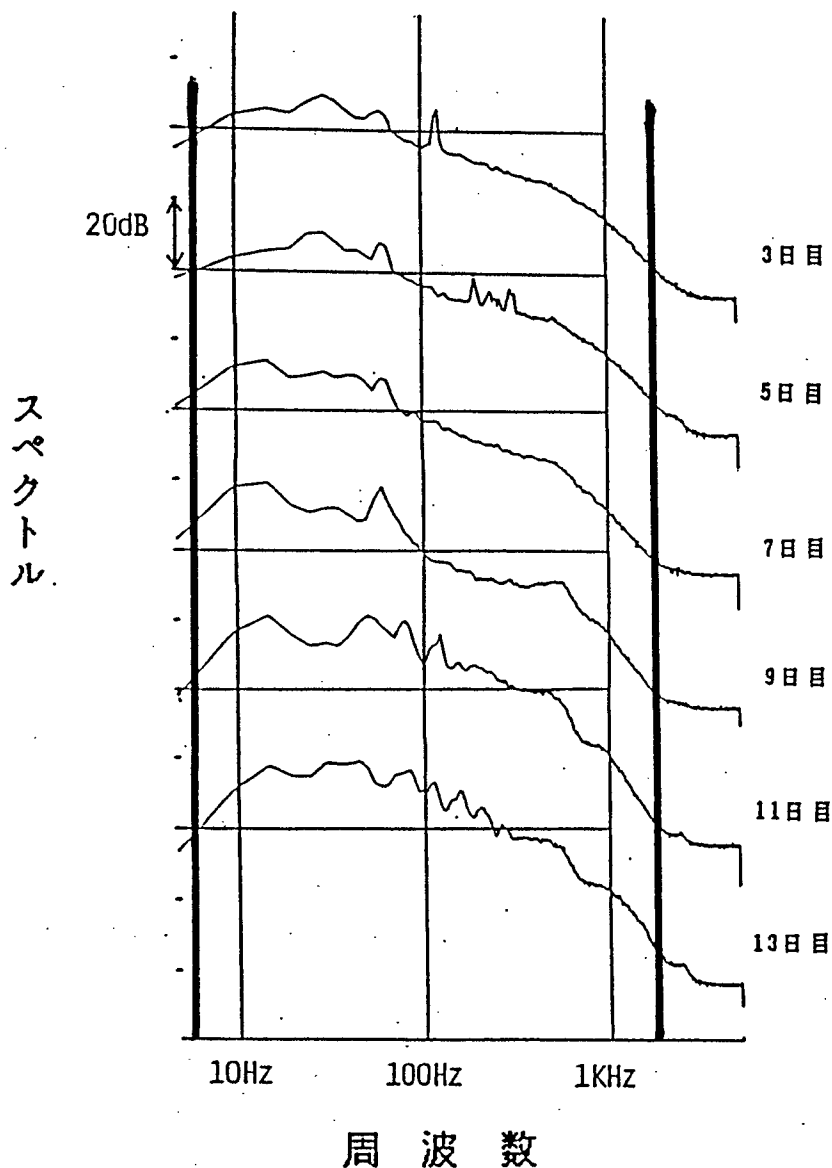


図2.4.4 清酒発酵プロセスが發する音のスペクトル

このパワースペクトルから特徴を抽出するためにK-L変換を用いた。K-L変換を用いるため、スペクトルパターンを表現するベクトルは17次元とし、図2.4.4に2本の太線で示した間を、対数軸上で17等分してそこでの音響パワーを読み取ったものを用いた。ベクトルの次元数を17次元としたのは、スペクトルパターンを保存するためである。このようにして求めたパターンベクトルからK-L変換を行い、固有値の最大値に対応する変換ベクトルを求めた。変換ベクトルを表2.4.1に示す。この変換ベクトルによって求めた主成分（第1主成分）と他の物理量との間

で比較を行った。清酒の成熟度、品質、性質をあらわす物理量として、清酒メートル^{注)}、アルコール%、酸度等が用いられている。

- a) 清酒メートル：清酒の甘い、辛いを主に表現する量であり、もっとも良く清酒の質を表現している。
- b) アルコール%：主に酒税法との関連で測定されているが、あまり本質的なものではない。
- c) 酸度：これもやはり清酒の味について示すが、清酒メートルほど良くは表現しない。

このような物理量のうち、今回、発酵の進行度を示すものとして清酒メートル、アルコール%を用いた。

K-L変換で求めた主成分と清酒メートル、アルコール%の経過日数による変化のようすを図2.4.5に示す。主成分の分散が大きいため、音響データから直接清酒メートルの推定は難しいが、強い相関がみられる。そこで、主成分と清酒メートルをグラフの軸としたものを図2.4.6に示す。この2つのパラメータの間には線形関係があると仮定して、最小自乗法により直線を求めた。このときの係数と相関度を表2.4.2に示す。音響信号の採集は6回行った。この表では、主成分をx、清酒メートルをyとしたとき、 $y=ax+b$ なる関係が両者の間にあると仮定し、aとbの推定

表2.4.1 変換ベクトル

要素	値
1	0.28
2	0.26
3	0.27
4	0.26
5	0.18
6	0.06
7	0.07
8	0.14
9	0.16
10	0.22
11	0.19
12	0.30
13	0.29
14	0.33
15	0.27
16	0.29
17	0.29

注) 清酒メートル：従来から用いられているボーメ値をもとにした、清酒に限り使用されている比重の表現方法。軽ボーメ10度（水の比重）を清酒メートル0度、軽ボーメ11度を清酒メートル10度と表現されている。

値を求めたものである。この評価から主成分と清酒メートルの間には大きな相関が認められ、清酒メートルを推定できる可能性がある。

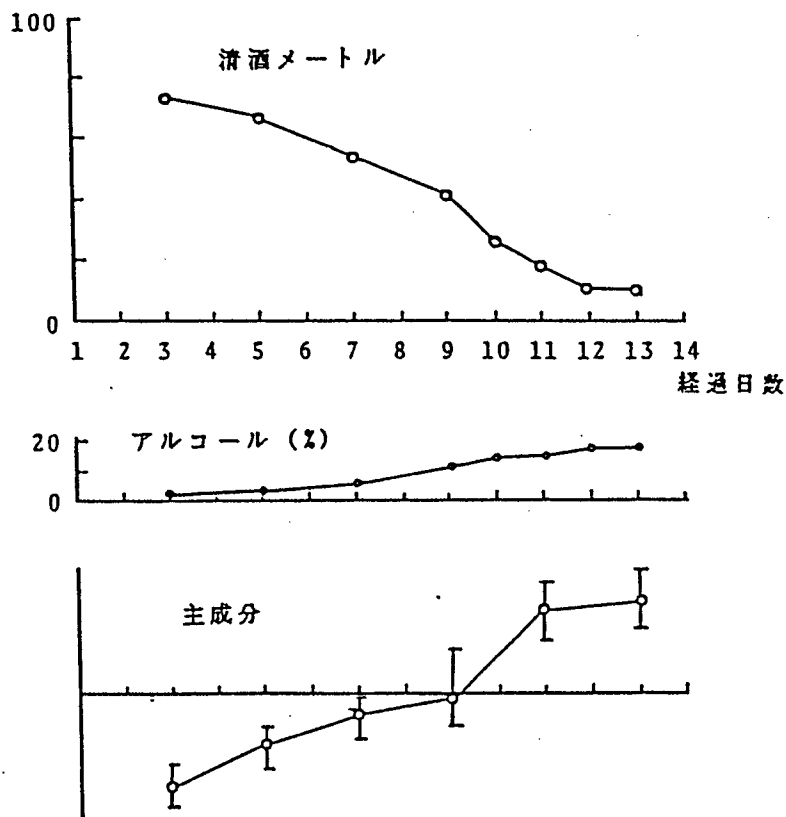


図2.4.5 音響的特徴量と物理的特徴量の経過日数による変化

また、K-L変換に用いた17次元のベクトルの各要素間の相関を表2.4.3に示す。この表を見ると、隣あった要素の間には比較的大きな相関がみられるが、その他の要素との間の相関は小さいといえることができる。通常発酵状態は杜氏によって管理されており、異常な発酵状態は未然に防がれている。そのため、正常な発酵状態での音響信号しか採集しておらず、異常発酵時にはどのような音響信号、スペクトルが得られるか不明である。この点を考慮すれば、スペクトルを17次元で表現したことは妥当であるといえる。また、各要素の平均と分散を表2.4.4に示す。これを見ると、第1、第5、第6、第17番目の要素の分散は小さいが、これに

対応する変換ベクトルの値には大きいものもあり、分散の値と特徴量への貢献度は必ずしも一致するものではない。

また、第2、第3主成分についても調べてみたが、単調性が認められず、モニタリングには有効ではなかった。

表2.4.2 主成分と清酒メートルの相関

回数	係数		相関値
	a	b	
1	-6.7	41	-0.55
2	-9.3	46	-0.72
3	-9.8	48	-0.79
4	-10.4	48	-0.83
5	-10.6	49	-0.86
6	-10.6	50	-0.86
総合	-10.8	50	-0.88

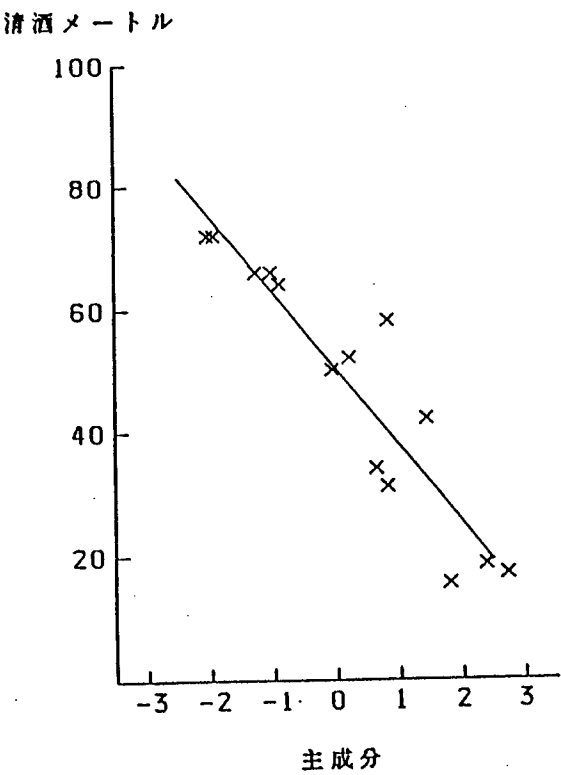


図2.4.6 清酒メートルと主成分の関係

表2.4.3 パターンベクトルの各要素間の相関

		要素															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
要素	1																
	2	.95															
	3	.85	.94														
	4	.84	.91	.89													
	5	.86	.92	.88	.89												
	6	.68	.72	.68	.72	.90											
	7	.61	.63	.58	.63	.82	.89										
	8	.68	.69	.65	.69	.80	.77	.93									
	9	.73	.76	.70	.77	.72	.59	.65	.79								
	10	.67	.70	.64	.71	.63	.46	.53	.71	.92							
	11	.58	.58	.53	.56	.48	.31	.37	.56	.78	.91						
	12	.61	.58	.51	.57	.58	.46	.57	.71	.78	.86	.85					
	13	.69	.71	.66	.70	.61	.41	.42	.59	.78	.91	.95	.81				
	14	.72	.79	.85	.76	.65	.43	.38	.54	.74	.78	.76	.64	.86			
	15	.56	.64	.63	.62	.51	.30	.26	.42	.61	.76	.72	.58	.82	.85		
	16	.55	.65	.64	.63	.53	.31	.22	.35	.57	.68	.65	.43	.79	.83	.92	
	17	.42	.47	.47	.44	.33	.13	.03	.17	.41	.54	.58	.35	.71	.74	.84	.91

表2.4.4 各要素の平均と分散

要素	平均	分散
1	6.6	0.16
2	7.1	0.19
3	7.5	0.25
4	7.8	0.18
5	7.8	0.14
6	7.8	0.13
7	7.7	0.21
8	7.4	0.20
9	7.0	0.26
10	6.6	0.20
11	6.3	0.23
12	6.1	0.30
13	5.8	0.18
14	5.7	0.23
15	5.2	0.18
16	4.6	0.17
17	3.8	0.16

4. 4 音響信号採集位置による違い

前節までは、マイクロフォンをゴム風船で防水し、もろみの中に入れて発酵槽上縁から1mの点で内部の音を収集した場合について述べてきた。本節では、発酵槽上縁から0.5m, 1.5mの深さから採集した音響信号の特徴について述べる。発酵槽上縁から0.5mで採集した音のスペクトル分析の結果を図2.4.7に、1.5mで採集した音のスペクトル分析の結果を図2.4.8にそれぞれ示す。

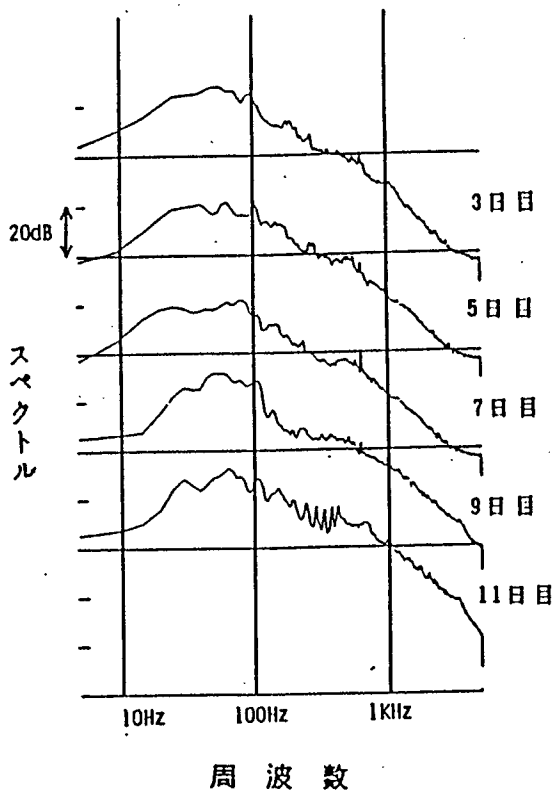


図2.4.7 発酵槽上部の音のスペクトル

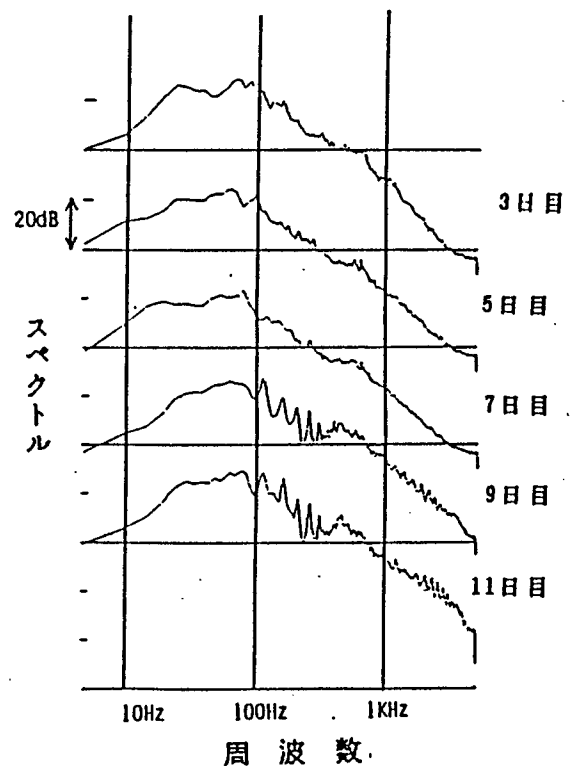
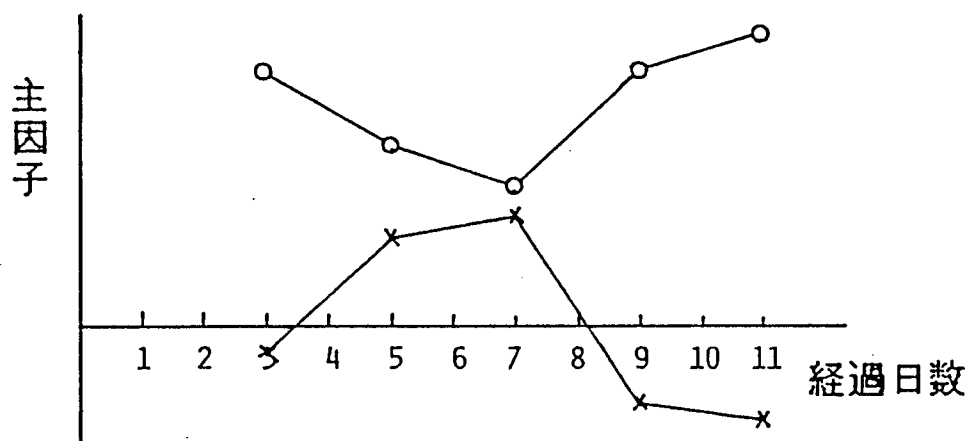
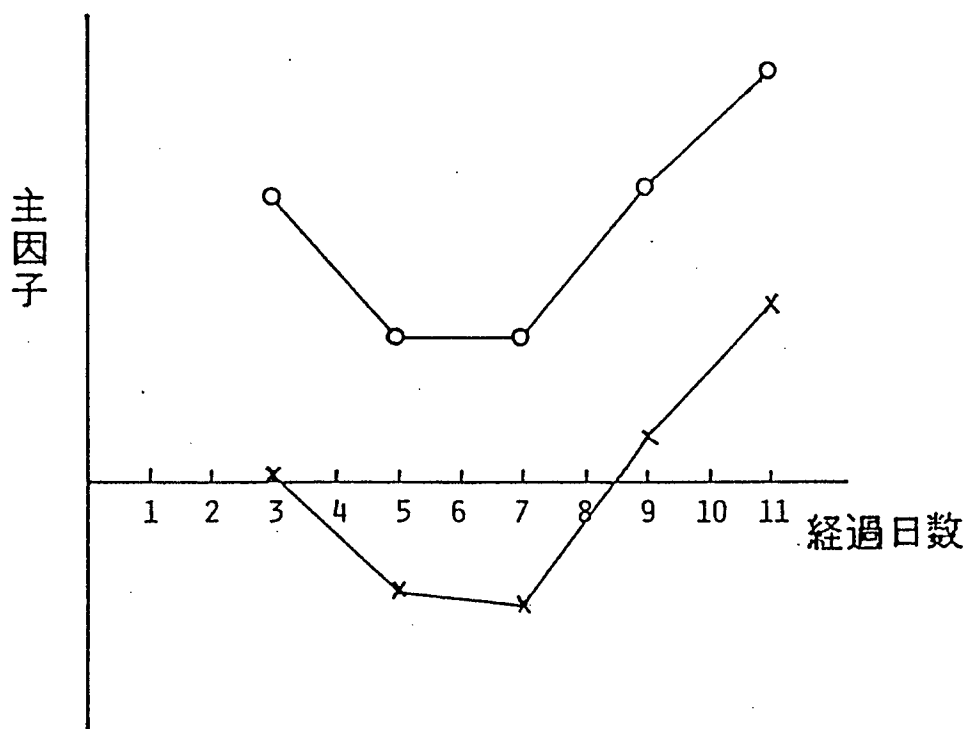


図2.4.8 発酵槽底部の音のスペクトル

この2つの場所で収集した音のスペクトルを前節で求めた変換ベクトルを用いて変換を行った。これを図2.4.9に示す（図中の○印）。また、それぞれのデータを用いてK-L変換を行って主因子を求め、グラフに示すと図中の×印になる。



(a) 発酵槽上縁から0.5mにおける音の主因子の推移



(b) 発酵槽上縁から1.5mにおける音の主因子の推移

図2.4.9 発酵槽上部，底部の音響的特徴量の推移

この図から、発酵槽上部から採集した音および底部から採集した音のスペクトルから主因子を求めたものには単調性が認められなかった。これから単調減少を行う清酒メートルを推定することは困難であり、モニタリングに用いるには不適當である。この理由の一つとして、採集した音のS/N比の悪さがあげられる。発酵槽がおかれている環境について考えてみると、その周囲には圧縮機や、もろみが発酵の過程で作る泡が発酵槽からあふれないようにする泡切り機等の音を発生するさまざまな機械がある。これらの機器は、音の採集の際には極力停止させて音の発生を防止したが、なかには止められない機器もあり、それらの発する音が雑音として採集されたものと思われる。これに対して発酵槽中央部にあたる上縁から1mの点での採集音では、もろみが外部からの雑音を防ぐ役割を果たし、S/N比がよくなっていると考えられる。

4. 5 まとめ

清酒発酵プロセスのモニタリングが可能であることを示すには、種々の異常発酵状態での音響信号を観測し、それから得られる主因子が正常な状態のものとは大きく異なることを確認しなければならない。しかし、発酵槽は杜氏によって正常な状態に管理されており、異常な状態が発生することはほとんどない。そのため、異常な発酵の状態は故意に発生させるしかないが、その損害は大きく、現時点では行われていない。しかし、異常発酵を経験した杜氏、専門家の話を総合すると、発酵の速度が異常に速い場合にはボコボコと激しい音がし、逆に発酵の速度が異常に遅いときは音が小さくなりついには発酵が停止することもあるという。このことから、発酵槽の内部の音の音響パワーから求めた特徴量が許容範囲内かどうかを調べることによってモニタリングは可能であると思われる。

また、音響信号の採集方法は、マイクロフォンをゴム風船で防水し、発酵槽上縁から1mのもろみ内部の音を採集する方法とした。発酵槽上縁から0.5m、1.5mの

点では発酵槽外部からの雑音の影響が大きく、不適當である。しかし、マイクを覆う風船が割れやすく、実用上問題が残る。さらに、防水のためのゴム風船の張り方によって採集された音が影響を受けるきらいがあるので、センサの伝達特性について十分配慮する必要がある。

第5章 ま と め

以上、第2部では音響信号処理の工業的応用として、製造工程における検査、監視への応用について述べた。

第2章では、スピーカ製造工程における音感検査の自動化について述べた。スピーカのコーン紙の振幅は低域共振周波数で駆動したときに最大となるため、検査を行う際には低域共振周波数で駆動する必要がある。そのため、スピーカ検査機で個々のスピーカの低域共振周波数を求めた後、マイクロコンピュータを用いたテーブルルックアップ方式で駆動信号を作成する。この信号による駆動音を採集し、スペクトル変換した後、学習により検査を行う方法を提案し、実際に工場で発生した異常品を用いてその有効性を示した。

第3章では、冷房機用圧縮機の製造工程における音感検査の自動化について取り上げた。圧縮機の発する異常音は、その発生メカニズムから2つに分けることができる。そのため、音を採集する際の条件をそれぞれに適したものとして、実験を行った。それぞれの異常検出について、時間領域的手法と周波数領域的手法について検討したが、時間領域的手法が有効であることが判明した。

第4章では、清酒発酵プロセスのモニタリングの自動化について取り上げた。清酒は米を発酵させて作られている。この発酵は杜氏と呼ばれる経験を積んだ人間によって管理されているが、その後継者は少なく、自動化によるメリットは大きい。発酵中の米はもろみと呼ばれているが、このもろみ内の音を採集しスペクトル変換を行った結果に、K-L変換を施して音響信号の主因子を求め、それと清酒の状態を反映している物理量である清酒メートルとの間に線形な関係があることを示した。これにより、清酒発酵プロセスのモニタリングが行える可能性を示した。この方法で発酵状態のモニタリングが可能かどうかの判断を行うためには、異常な発酵状態になったときに音響的特徴量がどのように変化するかを調べなければならないが、その損害が非常に大きいためデータの採集ができなかった。今

後その検討が必要である。

いくつかの具体的な例について取り扱ったが、いずれの例でも現在人間が検査、モニタリングを行っている。人間が検査を行うと検査員の体調、周囲の環境などの要因のため検査結果が主観的なものになるが、工業的にみたときにはこのような主観性は排除されなければならない。特に聴覚を用いた検査には主観的要素が入り込む余地が大きい。実際に今回の研究を通じて、異常品と正常品の間の区別があい昧なケースがいくつかあった。このようなあい昧さ、主観性を排除するためには検査工程を自動化し、一定の客観的な基準によって検査を行わなければならない。今回の研究ではこのための方法を示しており、工場における品質の向上に大きな効果があるものと考えられる。さらに製造工程で最も自動化が遅れていた検査工程が自動化されることにより、生産性も大幅に向上する。

音感検査の自動化についてその手法を見てみると、時間領域的手法と周波数領域的手法がある。これらの手法をどのように適用するかについては統一的な基準はなく個々の例に応じて種々の方法が適用されているが、統一的な基準を作成するためにはさらにいくつかの音感検査の自動化の例を取り扱い、人間がどのような音響的特徴量を抽出しているのかという点を明らかにする必要がある、今後の課題である。

参 考 文 献

- 1) 辻三郎, 井口征士: 感覚を代行するエレクトロニクス, エレクトロニクス百科, p34~p39, 日刊工業新聞社
- 2) 井口征士: 音響信号処理, システムと制御チュートリアル講座「デジタル信号処理と制御」, 日本自動制御協会, p.137~p.152(1984)
- 3) 岡田三郎, 今出政明, 住本哲宏: 超音波を用いた微小液面変位の測定, 電子通信学会技術研究報告[電気音響], EA85-20, (1985)
- 4) 渡辺, 三輪: 屋外構造物の有効利用を図る診断補修技術の動向, N T T施設 Vol.37 No.8, p.63~p.68
- 5) 川野滋祥, 山中博人: 発電プラントにおける音響応用計測, 電子通信学会技術研究報告[電気音響], EA85-19, (1985)
- 6) 東島英輔, 佐藤拓宋: 超音波の非線形効果を利用したパイプ等の欠陥の探索系: 計測自動制御学会論文集, Vol.22 No.6, p.685~p.690(1986)
- 7) 山本: 自動車部品製造における自動検査・診断, セミナ”検査・診断とその自動化”テキスト, p19~p.27, 日本自動制御協会(1979)
- 8) 井上: 溶接技術におけるパターン計測, 処理, システムと制御, Vol.23 No.7, p.371~p.378(1979)
- 9) 妹尾, 出海, 渡辺: 音響信号の統計的処理法によるラビングモニタの開発, 計測自動制御学会論文集, Vol.19 No.1, p55~p61(1983)
- 10) 麦倉喬次, 是永雄二: 音声認識手法を用いた衝撃性信号の特徴識別方法とそのタイルはく離検知器への応用, 電子通信学会技術研究報告[電気音響], EA84-26, (1984)
- 11) 湯浅, 金井, 安倍, 城戸: 振動解析によるボールベアリングの傷音の同定—2つのセンサ使用による精度の向上—, 電子通信学会技術研究報告[電気音響], EA85-38(1985)
- 12) 大林 彦, 早瀬徹: 音響測定における自動化, シャープ技報, 第32号, p.87

～p.92 (1985)

- 13) 関楨徳, 鈴木陽一, 曾根敏夫, 青木茂雄: 小形ヘッドホンのびりつき異常音の測定と分析, 電子通信学会技術研究報告 [電気音響], EA85-3, (1985)
- 14) 今井正和, 井口征士: 音響信号処理手法を用いたスピーカの自動検査, 計測自動制御学会論文集, Vol.20 No.5, p.435～p.441 (1984)
- 15) M. Colloms: High Performance Loudspeakers, p.70～p.72, Pentech Press
- 16) 今井正和, 藤原康明, 広田精二, 前川浩, 井口征士: アコースティック・インスペクションにおけるデジタル信号処理, 計測自動制御学会関西支部シンポジウム「計測・制御におけるデジタル信号処理」, p.23～p.28, (1985)
- 17) 今井正和, 井口征士, 前川浩: アコースティック・インスペクション——コンプレッサの異音検査——, 計測自動制御学会論文集 (投稿中)
- 18) いぶにんぐフィーチャー, 毎日新聞夕刊, 1983年7月8日
- 19) 今井正和, 井口征士: 清酒発酵プロセスの音響的モニタリング, 計測自動制御学会論文集, Vol.20 No.3, p.275～p.277 (1984)

謝 辞

本研究は、筆者が大阪大学基礎工学部、大阪大学大学院基礎工学研究科修士課程在学中に桜井良文教授（現在名誉教授、摂南大学教授）の御指導を受け、大阪大学大学院基礎工学研究科博士課程在学中に辻三郎教授及び井口征士教授の御指導のもとに行われたものである。桜井教授、辻教授、井口教授には、ご厚情溢れる御教示とたえまない御鞭撻を頂いた。本研究を完成せしめるまでに辛抱強く御指導賜りましたのは、ひとえに桜井教授、辻教授、井口教授の御心の広さであり、心より感謝の意を捧げる。

大阪大学須田信英教授、豊田順一教授には懇切なる御指導、御討論を賜った。ここに厚く御礼申し上げる。

筆者が大阪大学在学中御指導をいただいた大阪大学坂和愛幸教授、白江公輔教授に厚く御礼申し上げる。

本研究第1部第6章の研究において、南太平洋の民族音楽を快く提供して下さいった大阪大学文学部山口修助教授に深く感謝する。歌唱データの収集に快くご協力くださった仁田（旧姓市場）真理様に心から感謝する。

第2部第2章を行うに当たってデータを提供して頂いた㈱東洋電機の梅沢格氏に深く感謝する。

第2部第3章の研究におけるデータの収集には㈱ダイキン工業の前川浩氏のご協力を頂いた。心から感謝する。

第2部第4章で用いたデータの収集について、㈱福寿酒造の足立有氏、柏原純氏のご協力に厚く御礼申し上げる。

大阪大学基礎工学部制御工学科第4講座の研究室で本研究を進めるに当たって種々の御教示を頂いた沼田卓久氏、並びに研究の遂行の途でご協力頂いた原裕一郎氏、山本幸生氏、新原高水氏、辻本敬一氏、研究室の皆様に深く感謝する。

付録

A フィッティング法における二つの

隣接した周波数を同定する式の導出

二つの隣接した周波数 f_1, f_2 を持つ信号は,

$$y_k = A_1 \exp\left\{i\left(\frac{2\pi f_1 k}{N} - \pi f_1 + \phi_1\right)\right\} + A_2 \exp\left\{i\left(\frac{2\pi f_2 k}{N} - \pi f_2 + \phi_2\right)\right\} \quad (\text{A.1})$$

で表される. ただし, $|f_1 - f_2| < 1$, 窓の長さ N , 窓の中央での位相 ϕ_1, ϕ_2 , 振幅 A_1, A_2 とする. このとき, $m = [f_1] = [f_2]$ ($[\cdot]$ はガウス記号)でのスペクトル z_m は次の式で表される.

$$z_m = \frac{A_1 \sin \pi f_1}{\pi (f_1 - m)} \exp(i \phi_1) + \frac{A_2 \sin \pi f_2}{\pi (f_2 - m)} \exp(i \phi_2) \quad (\text{A.2})$$

そこで, $f_1, f_2, \phi_1, \phi_2, A_1, A_2$ を求めるには, z_m に z_{m-1}, z_{m+1} の場合を加えて次の連立方程式として解けばよい (z_m, z_{m-1}, z_{m+1} は複素数).

$$z_{m-1} = \frac{A_1 \sin(\pi f_1)}{\pi (f_1 - m + 1)} \exp(i \phi_1) + \frac{A_2 \sin(\pi f_2)}{\pi (f_2 - m + 1)} \exp(i \phi_2)$$

$$z_m = \frac{A_1 \sin(\pi f_1)}{\pi (f_1 - m)} \exp(i \phi_1) + \frac{A_2 \sin(\pi f_2)}{\pi (f_2 - m)} \exp(i \phi_2)$$

$$z_{m+1} = \frac{A_1 \sin(\pi f_1)}{\pi (f_1 - m - 1)} \exp(i \phi_1) + \frac{A_2 \sin(\pi f_2)}{\pi (f_2 - m - 1)} \exp(i \phi_2)$$

ここで, $\alpha_m = \frac{A_1 \sin \pi f_1}{\pi (f_1 - m)}$, $\beta_m = \frac{A_2 \sin \pi f_2}{\pi (f_2 - m)}$ とおくと,

$$Z_{m-1} = \alpha_{m-1} \exp\{i\phi_1\} + \beta_{m-1} \exp\{i\phi_2\} \quad (\text{A.3})$$

$$Z_m = \alpha_m \exp\{i\phi_1\} + \beta_m \exp\{i\phi_2\} \quad (\text{A.4})$$

$$Z_{m+1} = \alpha_{m+1} \exp\{i\phi_1\} + \beta_{m+1} \exp\{i\phi_2\} \quad (\text{A.5})$$

(A.5)式より

$$\exp\{i\phi_1\} = \frac{Z_{m+1} - \beta_{m+1} \exp\{i\phi_2\}}{\alpha_{m+1}} \quad (\text{A.6})$$

これを(A.4)式に代入すると

$$Z_m = \frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}} Z_{m+1} + \frac{\alpha_{m+1} \beta_m - \alpha_m \beta_{m+1}}{\alpha_{m+1}} \exp\{i\phi_2\} \quad (\text{A.7})$$

となり,

$$\exp\{i\phi_1\} = \frac{\beta_m Z_{m+1} - \beta_{m+1} Z_m}{\alpha_{m+1} \beta_m - \alpha_m \beta_{m+1}}, \quad \exp\{i\phi_2\} = \frac{\alpha_{m+1} Z_m - \alpha_m Z_{m+1}}{\alpha_{m+1} \beta_m - \alpha_m \beta_{m+1}} \quad (\text{A.8})$$

が得られる. これを(A.3)に代入すると

$$Z_{m-1} = \frac{\alpha_{m-1} \beta_m Z_{m+1} - \alpha_{m-1} \beta_{m+1} Z_m}{\alpha_{m+1} \beta_m - \alpha_m \beta_{m+1}} + \frac{\alpha_{m+1} \beta_{m-1} Z_m - \alpha_m \beta_{m-1} Z_{m+1}}{\alpha_{m+1} \beta_m - \alpha_m \beta_{m+1}}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{m+1} \beta_m Z_{m-1} - \alpha_m \beta_{m+1} Z_{m-1} &= \alpha_{m-1} \beta_m Z_{m+1} + \alpha_{m+1} \beta_{m-1} Z_m \\ &\quad - \alpha_{m-1} \beta_{m+1} Z_m - \alpha_m \beta_{m-1} Z_{m+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{A_1 \sin \pi f_1}{\pi (f_1 - m - 1)} \frac{A_2 \sin \pi f_2}{\pi (f_2 - m)} z_{m-1} - \frac{A_1 \sin \pi f_1}{\pi (f_1 - m)} \frac{A_2 \sin \pi f_2}{\pi (f_2 - m - 1)} z_{m-1} \\
&= \frac{A_1 \sin \pi f_1}{\pi (f_1 - m + 1)} \frac{A_2 \sin \pi f_2}{\pi (f_2 - m)} z_{m+1} - \frac{A_1 \sin \pi f_1}{\pi (f_1 - m + 1)} \frac{A_2 \sin \pi f_2}{\pi (f_2 - m - 1)} z_m \\
&\quad + \frac{A_1 \sin \pi f_1}{\pi (f_1 - m - 1)} \frac{A_2 \sin \pi f_2}{\pi (f_2 - m + 1)} z_m - \frac{A_1 \sin \pi f_1}{\pi (f_1 - m)} \frac{A_2 \sin \pi f_2}{\pi (f_2 - m + 1)} z_{m+1}
\end{aligned} \tag{A.8}$$

両辺に $\frac{\pi^2}{A_1 \sin \pi f_1 A_2 \sin \pi f_2}$ をかけて、

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{(f_1 - m - 1)} \frac{1}{(f_2 - m)} z_{m-1} + \frac{1}{(f_1 - m)} \frac{1}{(f_2 - m - 1)} z_{m-1} \\
&= \frac{1}{(f_1 - m + 1)} \frac{1}{(f_2 - m)} z_{m+1} - \frac{1}{(f_1 - m + 1)} \frac{1}{(f_2 - m - 1)} z_m \\
&\quad + \frac{1}{(f_1 - m - 1)} \frac{1}{(f_2 - m + 1)} z_m - \frac{1}{(f_1 - m)} \frac{1}{(f_2 - m + 1)} z_{m+1}
\end{aligned} \tag{A.10}$$

ここで、

$$\delta_1 = f_1 - m, \quad \delta_2 = f_2 - m \tag{A.11}$$

とおくと(A.9)式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{(\delta_1-1)\delta_2} z_{m-1} - \frac{1}{\delta_1(\delta_2-1)} z_{m-1} \\
&= \frac{1}{(\delta_1+1)\delta_2} z_{m+1} - \frac{1}{(\delta_1+1)(\delta_2-1)} z_m \\
&\quad + \frac{1}{(\delta_1-1)(\delta_2+1)} z_m - \frac{1}{\delta_1(\delta_2+1)} z_{m+1} \\
& \frac{\delta_1\delta_2-\delta_1-\delta_1\delta_2+\delta_2}{\delta_1(\delta_1-1)\delta_2(\delta_2-1)} z_{m-1} = \frac{\delta_1\delta_2+\delta_1-\delta_1\delta_2-\delta_2}{\delta_1(\delta_1+1)\delta_2(\delta_2+1)} z_{m+1} \\
&\quad + \frac{\delta_1\delta_2+\delta_2-\delta_1-1-\delta_1\delta_2+\delta_2-\delta_1+1}{(\delta_1-1)(\delta_1+1)(\delta_2-1)(\delta_2+1)} z_m \\
& \frac{-\delta_1+\delta_2}{\delta_1(\delta_1-1)\delta_2(\delta_2-1)} z_{m-1} = \frac{\delta_1-\delta_2}{\delta_1(\delta_1+1)\delta_2(\delta_2+1)} z_{m+1} \\
&\quad + \frac{-2(\delta_1-\delta_2)}{(\delta_1-1)(\delta_1+1)(\delta_2-1)(\delta_2+1)} z_m
\end{aligned} \tag{A.12}$$

両辺に $\frac{\delta_1\delta_2(\delta_1-1)(\delta_1+1)(\delta_2-1)(\delta_2+1)}{\delta_1-\delta_2}$ をかけると

$$\begin{aligned}
& -(\delta_1+1)(\delta_2+1)z_{m-1} = (\delta_1-1)(\delta_2-1)z_{m+1} - 2\delta_1\delta_2z_m \\
& 2\delta_1\delta_2z_m = (\delta_1+1)(\delta_2+1)z_{m-1} + (\delta_1-1)(\delta_2-1)z_{m+1} \\
& 2\delta_1\delta_2z_m = (\delta_1\delta_2+\delta_1+\delta_2+1)z_{m-1} + (\delta_1\delta_2-\delta_1-\delta_2+1)z_{m+1} \\
& (z_{m-1}+z_{m+1}-2z_m)\delta_1\delta_2 + (z_{m-1}-z_{m+1})\delta_1 + (z_{m-1}-z_{m+1})\delta_2 + (z_{m-1}+z_{m+1}) = 0
\end{aligned} \tag{A.13}$$

となる。ここで、 $a=z_{m-1}+z_{m+1}-2z_m$, $b=z_{m-1}-z_{m+1}$, $c=z_{m-1}+z_{m+1}$ とおくと、(A.13) 式は、次のようになる。

$$a\delta_1\delta_2 + b\delta_1 + b\delta_2 + c = 0 \tag{A.14}$$

ここで a, b, c は複素数であることを用いると、(A.14)式は次の二つの実係数方程式となる。

$$a_r \delta_1 \delta_2 + b_r \delta_1 + b_r \delta_2 + c_r = 0 \quad (\text{A.15})$$

$$a_i \delta_1 \delta_2 + b_i \delta_1 + b_i \delta_2 + c_i = 0 \quad (\text{A.16})$$

(A.15)式より、

$$\begin{aligned} (a_r \delta_1 + b_r) \delta_2 + b_r \delta_1 + c_r &= 0 \\ \therefore \delta_2 &= \frac{-(b_r \delta_1 + c_r)}{a_r \delta_1 + b_r} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

これを(A.16)式に代入として解くと、

$$\begin{aligned} a_i \delta_1 \frac{-(b_r \delta_1 + c_r)}{a_r \delta_1 + b_r} + b_i \delta_1 + b_i \frac{-(b_r \delta_1 + c_r)}{a_r \delta_1 + b_r} + c_i &= 0 \\ a_i (b_r \delta_1 + c_r) \delta_1 - b_i (a_r \delta_1 + b_r) \delta_1 + b_i (b_r \delta_1 + c_r) - c_i (a_r \delta_1 + b_r) &= 0 \\ (a_i b_r - a_r b_i) \delta_1^2 + (a_i c_r - b_r b_i + b_r b_i - a_r c_i) \delta_1 + b_i c_r - b_r c_i &= 0 \\ (a_i b_r - a_r b_i) \delta_1^2 + (a_i c_r - a_r c_i) \delta_1 + b_i c_r - b_r c_i &= 0 \\ \therefore \delta_1 &= \frac{(a_r c_i - a_i c_r) \pm \sqrt{(a_r c_i - a_i c_r)^2 - 4(a_i b_r - a_r b_i)(b_i c_r - b_r c_i)}}{2(a_i b_r - a_r b_i)} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

となる。また、 δ_2 については(A.15)式より δ_1 で表現すると(A.17)で δ_1 と δ_2 とを入れ換えたものになるため、 δ_2 は(A.18)式と同じものとなる。また、位相・振幅は次のようにして求める。二つの周波数を含む信号のスペクトルは、

$$\begin{aligned}
z_m &= \frac{A_1 \sin(\pi f_1)}{\pi (f_1 - m)} \exp(i \phi_1) + \frac{A_2 \sin(\pi f_2)}{\pi (f_2 - m)} \exp(i \phi_2) \\
z_{m-1} &= \frac{A_1 \sin(\pi f_1)}{\pi (f_1 - m + 1)} \exp(i \phi_1) + \frac{A_2 \sin(\pi f_2)}{\pi (f_2 - m + 1)} \exp(i \phi_2)
\end{aligned}
\tag{A.19}$$

となる。ここで、

$$v = \frac{A_1 \sin(\pi f_1)}{\pi} \exp(i \phi_1), \quad w = \frac{A_2 \sin(\pi f_2)}{\pi} \exp(i \phi_2) \tag{A.20}$$

とおくとスペクトルは、

$$\begin{aligned}
z_m &= \frac{1}{f_1 - m} v + \frac{1}{f_2 - m} w \\
z_{m-1} &= \frac{1}{f_1 - m + 1} v + \frac{1}{f_2 - m + 1} w
\end{aligned}
\tag{A.21}$$

となる。これを連立方程式として解くと、

$$\begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} = \frac{1}{\frac{1}{f_1 - m} \frac{1}{f_2 - m + 1} - \frac{1}{f_2 - m} \frac{1}{f_1 - m + 1}} \begin{pmatrix} \frac{1}{f_2 - m + 1} & \frac{1}{f_2 - m} \\ \frac{1}{f_1 - m + 1} & \frac{1}{f_1 - m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_m \\ z_{m-1} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{(f_2-m)(f_1-m+1)-(f_1-m)(f_2-m+1)} \times$$

$$\begin{pmatrix} (f_1-m)(f_2-m)(f_1-m+1) & -(f_1-m)(f_1-m+1)(f_2-m+1) \\ -(f_1-m)(f_2-m)(f_2-m+1) & (f_2-m)(f_1-m+1)(f_2-m+1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_m \\ z_{m-1} \end{pmatrix}$$

(A.22)

となり，次の式から振幅・位相を求めることができる．

$$A_1 = \frac{\pi}{\sin \pi f_1} |v|, \quad A_2 = \frac{\pi}{\sin \pi f_2} |w| \quad (\text{A.23})$$

$$\phi_1 = \angle v = \tan^{-1} \frac{v_i}{v_r}, \quad \phi_2 = \angle w = \tan^{-1} \frac{w_i}{w_r} \quad (\text{A.24})$$

