



Title	Global existence of solutions for nonlinear fourth-order Schrödinger equations
Author(s)	青木, 和貴
Citation	大阪大学, 2020, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/76358
rights	© Springer Nature Switzerland AG
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

論 文 内 容 の 要 旨

氏 名 (青 木 和 貴)	
論文題名	Global existence of solutions for nonlinear fourth-order Schrödinger equations (4階非線形シュレディンガー方程式の時間大域解の存在)
論文内容の要旨	
本論文は、深水波を記述する方程式として知られている4階非線形Schrödinger方程式の初期値問題に対する時間大域解の存在、解の時間減衰評価及び漸近的振舞いについて研究したものである。特に、冪乗型の非線形項を伴う場合の4階Schrödinger方程式を考察しており、全3章から構成されている。 以下、本論文の構成および各章の概要について述べる。 第1章は序章であり、研究の背景及び動機と本論文の構成について述べている。 第2章では、空間次元が1次元及び2次元の場合を考察している。空間1次元の場合には、非線形項の指数が5を超える場合に小さな初期値に対する時間大域解の存在、時間減衰評価、基本解(非線形項を恒等的に0とした方程式の解)への漸近を証明した。非線形項がゲージ不変性を満足する場合には、Hayashi, Mendez-Navarro and Naumkin(2016)により同様の結果が得られていたが、本論文で得られた結果はその一般化である。証明の革新性は4階Schrödinger方程式の基本解が空間遠方で減衰するという性質を利用することにある。この性質は通常のSchrödinger方程式の基本解にはない性質であり、この性質を用いることで4階の熱方程式の基本解の時間減衰評価に対応する評価を得ることができる。この評価を用いて、非線形項が主要部である線形項に対する摂動であることを証明した。また、空間2次元への拡張も行っており、非線形項の指数が3を超える場合にベクトル場法を応用することによって同様の結果が得られている。 第3章では、空間次元が6次元で、未知関数の複素共役の2乗の非線形項を伴う4階非線形Schrödinger方程式の初期値問題を考察している。Strauss(1981)により空間6次元で非線形項の指数が2を超える場合には、小さい初期値に対する時間大域解の存在が示されている。指数が2である場合は未解決であったが、Shatah(1985) によってKlein-Gordon方程式に用いられた方程式の変換を4階非線形Schrödinger方程式に応用することにより、初期値が空間無限遠方で減衰していて滑らかで且つ十分小さい場合の時間大域解の存在、時間減衰評価、基本解への漸近を示した。また、Strauss(1981)の結果で得られていなかった解の適切性と各点での時間減衰評価についても導くことに成功した。	

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 (青 木 和 貴)			
	(職)	氏 名	
論文審査担当者	主 査	教授	林仲夫
	副 査	教授	片山聡一郎
	副 査	教授	土居伸一
	副 査	准教授	水谷治哉
論文審査の結果の要旨 本論文は、流体力学の研究に用いられる 4 階非線形シュレディンガー方程式の初期値問題に関する研究を行ったものである。論文の構成は 3 章からなり、1 章は問題の背景と問題点を述べたものであり、主結果は 2 章、3 章に述べられている。以下各章における結果と研究方法を述べることにする。 2 章では空間次元が 1 次元及び 2 次元の場合に冪乗型非線形問題を考察している。通常非線形シュレディンガー方程式の線形解の評価から空間次元を n とした場合、非線形項の冪乗指数が $1+4/n$ のとき、解の時間減衰評価に関する臨界冪となることが予想される。冪乗指数が臨界に近い場合、解の時間減衰評価は未解決であった。申請者は冪乗指数が臨界冪を超える場合、線形解の平滑化効果、時空間評価、及び方程式固有の作用素を利用することにより時間大域解の存在、各点における解の時間減衰が線形解と同じになることを示した。 3 章では高次元空間で問題を考察している。臨界冪指数は上述より $1+4/n$ であるが非線形項が滑らかである場合を考えると、空間次元 5 あるいは 6 の時、2 次の非線形項を考えるのが自然な問題となる。1981 年、Strauss は Strauss 指数と呼ばれる冪乗指数を提唱し、非線形項の冪乗指数が Strauss 指数を超える場合、非線形方程式は時間大域解を持つことを示した。Strauss の方法を本研究の問題に応用すると、6 次元空間の場合、Strauss 指数は 2 となることがわかる。すなわち冪乗指数が 2 の場合、時間大域解の存在、解の時間減衰評価は未解決な問題として研究する意味を持つ。申請者は非線形項が未知関数の複素共役の 2 乗である特殊な場合であるがこの問題を肯定的に解決した。問題の解決には方程式固有の作用素及び 1985 年、Shatah が 2 次の非線形項を持つ非線形クライン・ゴールドン方程式の研究で用いた変換が利用されている。しかしこの変換を非線形シュレディンガー方程式にそのままの形で利用するとはできない。このことは 1994 年の Cohn の論文から明らかである。申請者は方程式固有の作用素を方程式に作用させるときに現れる、時間と共に増大する項にのみこの変換を用いた。これらの項は空間微分を含んでおり、変換を用いることができる形となっていることを発見し困難を克服した。 よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。			