OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Dynamical aspects of autoequivalence groups of derived categories
Author(s)	菊田, 康平
Citation	大阪大学, 2020, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/76359
rights	
Note	やむを得ない事由があると学位審査研究科が承認したため、全文に代えてその内容の要約を公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

様式３

論　文　内　容　の　要　旨

氏　名　（　菊田　康平　）	
論文題名	Dynamical aspects of autoequivalence groups of derived categories （導来圏の自己同値群の力学的側面）

論文内容の要旨

代数多様体上の連接層の導来圏は，代数幾何学や数理物理における様々な話題と繋がる重要な対象である．導来圏を力学的視点から捉えるという試みが，Dimitrov-Haiden-Katzarkov-Kontsevich(DHKK)により始まる．彼らの主な動機は，ホモロジー的ミラー対称性を介して，写像類群や位相的エントロピー，Teichmuller空間への作用などの圏論的類似を模索することにあった．本論文では，DHKKによる実験的な試みをより深化させる形で，導来圏の自己同値函手のなす自己同値群の力学的側面を調べる．手法として，圏論的エントロピーや，Bridgeland安定性条件のなす集合への作用を用いる．

自己同値函手に対して，その複雑さを測る圏論的エントロピーという量が定義される．代数多様体上の自己同型射の位相的エントロピーは,Gromov-Yomdinの定理によりコホモロジー群上の誘導写像の固有値の情報(スペクトル半径)で記述され，より詳細に調べることができる．この現象の圏論的類似を考えた．つまり，圏論的エントロピーと導来圏の数値的Grothendieck群上の誘導写像のスペクトル半径を比較した．スペクトル半径による下からの評価が成り立つ一方で，一般には一致しないことが分かった．この点は位相的エントロピーと大きく異なる．

DHKKにより，擬Anosov写像の圏論的類似として擬Anosov函手が導入された．著者は，安定性条件のなす集合への作用の観点から擬Anosov函手を調べた．擬Anosov函手の双曲性を示すとともに，推移長(translation length)と圏論的エントロピーの間の不等式を導出した．

Serre函手の圏論的エントロピーの漸近挙動は，代数多様体や多元環の次元のような振る舞いをする．この観察から導来圏，より広く三角圏に対してSerre次元という量が定義される．著者は，高橋篤史氏と大内元気氏との共同研究で，このSerre次元とIkeda-Qiuにより定義された安定性条件の大域次元という量を比較した．さらにGepner型安定性条件を持つという仮定のもと，Serre次元が１より小さい三角圏の分類を行った．

安定性条件の成す集合とその上の自然な距離の非正曲率的性質(CAT(0)性，Gromov双曲性)を調べた．結果として，この距離空間がCAT(0)でもGromov双曲的でもないことを示した．さらにKronecker箙の場合で，複素数体作用に関する商空間上の商距離がCAT(0)ではないことを示した．

様式 7

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　　名	（菊田　　康平　　）

論文審査担当者	（職）	氏　　名
主 査	教授	髙橋　篤史
副 査	教授	藤野　修
副 査	教授	山ノ井　克俊
副 査	准教授	大川　新之介
副 査	准教授	藤田　健人

論文審査の結果の要旨

滑らかでコンパクトな代数多様体の導来圏は，代数多様体の原始的性質を捉えることに適した非常に興味深い対象である．代数多様体の自己射に関する力学系はすでに重要な研究対象となっているが，導来圏上の自己函手に関する力学系はごく最近 DimitrovHaiden-Katzarkov-Kontsevich により初めて考察された新たな研究対象である．そこでは，様々な基礎定理が未整備であり，その解決が期待されている．

例えば，代数多様体の自己射に対してエントロピーが定義される．一方で，自己射は導来圏上の自己函手を与え，この自己函手に対して圏論的エントロピーが定まる．このとき，自己射のエントロピーと付随する自己函手の圏論的エントロピーが一致する．この内容を含む，解決すべき基礎課題の一つである Gromov-Yomdin 型定理の証明について，菊田康平氏は重要な貢献を行っている．とくに，導来圏上の自己函手は導来圏の数値的 Grothendieck 群上の自己準同型を誘導するが，菊田康平氏は，その自己準同型のスペクトル半径の自然対数が常に自己函手の圏論的エントロピー以下になることを示した（本申請論文の３章の内容）．証明は初等的であるが，導来圏の生成元と数値的 Grothendieck 群の基底を関連付ける巧妙なものである．

力学系的手法の重要な応用として，ある良い性質をもつ三角圏に対する次元概念の定義，が考えられる．代数多様体の次元を「自然に」導来圏から再定義することは未解決問題の一つである．Bridgeland 安定性条件の空間上の函数で，大局次元函数というものが考えられ，この函数の下限が良い次元概念を与えるという期待があった． 一方で，圏論的力学系の観点からは，Serre 函手のエントロピーから定まる次元概念，Serre 次元，が良いものと期待された．菊田康平氏は，Serre 次元が大局次元函数の下限以下であるという定理とその一連の応用に関して，重要な貢献を行った（本申請論文の 5 章の内容）．

本申請論文の 4 章および 6 章の内容については，問題提起から解決に至るまで，すべて菊田康平氏が単独で行った研究である．6 章は一見圏論的力学系とはやや異なる趣きもあるが，着想の原点に力学系的思想があり，独自性の高いものである．具体的には，リーマン面の写像類群がタイヒミュラー空間上に等長作用するという描像を，Bridgeland 安定性条件の空間に導来圏の自己同値群が等長作用するというものに置き換えるものである． 主結果は Bridgeland 安定性条件の空間に Bridgeland 距離を導入して距離空間と考えたとき，それが CAT(0)空間でも双曲的でもないというものである．証明に際立った革新性はないが，菊田康平氏の力量と数学的素養を十分に示すものであり，得られた結果も Bridgeland 安定性条件の幾何学的研究に対して意義のあるものである．これを基にした今後の研究の発展も大いに期待できる．

以上から，菊田康平氏の本申請論文は博士論文に十分価するものであると判断する．