



Title	3次元回路の数値計算手法の開発と回路構造に起因するコモンモードノイズ発生起源の解明
Author(s)	神野, 崇馬
Citation	大阪大学, 2020, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/76595
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

3次元回路の数値計算手法の開発と回路構造に
起因するコモンモードノイズ発生起源の解明

令和2年 3月

神野 崇馬

3次元回路の数値計算手法の開発と回路構造に
起因するコモンモードノイズ発生起源の解明

博士（工学）論文提出先

大阪大学大学院基礎工学研究科

令和2年 3月

神野 崇馬

概要

電磁ノイズは電子・電気機器の誤動作などの問題を引き起こす。現在は、誤動作が生じてても通信障害などで済むが、今後、自動運転などの自動化により、我々の生活が電子・電気機器に依存するにつれて電磁ノイズによる誤動作が引き起こす問題の被害はより深刻になる。現状の電磁ノイズ対策はフィルタやシールドなどの対症療法的なものが多く、さらに技術者の勘や経験に頼ることが多い。今後は、回路の信号設計だけでなく、電磁ノイズを考慮した回路設計が必要になる。そのためには、回路内に発生する電磁ノイズ現象の発生メカニズムを解明することが重要である。

本論文はコモンモードが原因で電気回路内に発生する電磁ノイズ現象の起源を解明するために、マクスウェル方程式と回路理論に基づいた理論解析と数値計算手法を開発し、さらに実験的アプローチを行った研究をまとめたものであり、合計 8 章で構成されている。各章の概要は以下の通りである。

第 1 章 序論

電磁ノイズに関する社会的問題について述べた。電磁ノイズの発生原因について述べ、その中で最も対策が困難なコモンモードノイズについて説明した。また、回路内に流れる伝搬モードである「ノーマルモード (NM)」と「コモンモード (CM)」関する一般的な考え方について述べ、本研究で明らかにする「コモンモード (CM) ノイズ」について、先行研究を踏まえて説明した。先行研究では、CM ノイズは「電氣的構造 (集中定数回路と伝送線路の接続関係)」と「幾何学的構造 (伝送線路の形状や位置関係)」の非対称性により、CM が NM に変換されて発生することが解明されていることを説明した。また、CM ノイズ現象のメカニズム解明に関して、次の 3 つの課題があることを指摘した。1 つ目は、電氣的・幾何学的構造が CM ノイズに及ぼす影響が解明されていないこと。2 つ目は、時間領域における CM ノイズ定量化手法が確立されていないこと。3 つ目は、グラウンド導体の物理的な影響が考慮できないことである。CM ノイズ現象の発生メカニズムを解明し、CM ノイズが発生しない回路を設計するためには、CM ノイズに関する以上の課題を解決する必要がある。そこで本研究では、電氣的・幾何学的

構造が CM ノイズに及ぼす影響を解明し、CM ノイズが発生しない回路構造を導出することを研究目的とした。

第 2 章 マクスウェル方程式から導く 1 次元多導体線路内の電位と電流の電信方程式の導出とノーマルモード・コモンモードの電信方程式の導出、その数値計算手法

CM ノイズを取り扱うための理論とその数値計算手法について説明した。回路内に伝搬するコモンモード及びそこから生じるコモンモードノイズの本質を明らかにするために、1 次元多導体線路理論を用いた。コモンモードは回路と周囲環境の導体との間を伝搬するモードであるが、通常の 2 本線から構成される回路（2 本線回路）では扱うことができない。そこで、コモンモードを定式化するために、周囲環境を 1 本の伝送線路を用いて表した 3 本線回路を用いることで議論を単純化した。

まず、マクスウェル方程式と連続の式、オームの法則を用いて、多導体線路内における電位と電流に関する電信方程式を導出した。また、2 本線回路と 3 本線回路内に流れるノーマルモードとコモンモードに関する電信方程式を導出した。また、偏微分方程式を時間領域で数値計算するために有限差分時間領域（FDTD : Finite-Difference Time-Domain）法に基づく数値計算手法を説明した。さらに、集中定数回路を多導体線路と接続するための境界条件の計算手法も導出した。

第 3 章 1 次元回路内におけるコモンモードノイズ現象の数値計算と実験による過渡解析

第 2 章で導出した数値計算手法を用いて CM ノイズ現象の過渡解析を行った。具体的には、2 本線回路と 3 本線回路内における NM と CM、CM ノイズを定量化した。2 本線回路の数値計算の結果、回路の 2 つの信号線の幾何学的非対称構造とインピーダンスの場所依存性が原因で NM と CM がカップリングし、CM ノイズが発生することを明らかにした。3 本線回路の数値計算の結果、回路のインピーダンスマッチング（整合）をとっているにも関わらず、CM ノイズによるリングングノイズが発生することを明らかにした。また、NM と CM の過渡解析から CM が回路内を伝搬し、終端で NM に変換して CM ノイズが発生するメカニズムを解明した。さらに、幾何学的構造と電氣的構造の対称性と非対称性を組み合わせて数値計算を行うと、それぞれの非対称性によって CM ノイズのリングングの減衰の大きさが変化することを数値計算により明らかにした。また、回路内に発生した CM はジュール熱によって余分な電力消費の原因となっていることを理論と数値計算から証明した。さらなる数値解析の結果、幾何学的対称

かつ電氣的対称構造が CM ノイズを発生しない最適な構造であることを明らかにした。また、実験による検証を行い、本研究で用いる数値計算手法の妥当性を確認した。

第 4 章 1 次元回路内におけるコモンモードノイズ現象の解析的な分析

第 3 章で数値計算と実験により定量化した CM ノイズ現象の起源を第 2 章で導出した NM と CM に関する電信方程式を用いて解析的に解明した。2 本線回路の電信方程式から波動方程式を導出すると、幾何学的非対称構造かつ、インピーダンスの場所依存性がある場合、波動方程式の NM と CM のカップリング項が有限になり、NM と CM がカップリングすることを示した。さらに、3 本線回路内の NM・CM に関する波動方程式と、境界の集中定数回路が NM と CM で満たす条件から、境界における NM と CM のカップリング現象を表すカップリング係数を導出した。その結果、カップリング係数が 0 になる条件は、第 3 章の数値計算から導いた電氣的・幾何学的対称構造であることを理論的に明らかにした。また、カップリング係数を用いて、NM と CM のリングングの減衰を表す減衰係数を導出した。その結果、3 本線回路における電氣的対称性は CM から NM への変換の減少に寄与し、幾何学的対称性は NM から CM への変換の減少に寄与していることを明らかにした。

第 5 章 マクスウェル方程式から導く 3 次元回路の電荷と電位、電流密度とスカラーポテンシャルを変数とした時間領域数値計算手法

3 次元回路の数値計算手法について説明した。これまでは、コモンモードノイズを解析的に記述するためにコモンモードが伝搬するグラウンド導体を 1 次元の伝送線路で単純化していた。しかし、実際のグラウンドはプリント基板や筐体のように 3 次元構造を有しているため、グラウンド導体の幾何学的構造を考慮するためには、3 次元回路の数値計算手法を開発する必要がある。本研究で用いる基本方程式は偏微分積分方程式であるが、1 次元回路では近似を用いることで偏微分方程式に変換していた。しかし、3 次元回路では 1 次元回路で用いた近似を用いることができないため、偏微分積分方程式を数値計算する必要がある。そこで、有限体積法と FDTD 法を組み合わせることで 3 次元偏微分積分方程式を直接数値計算するための方程式を導出し、3 次元回路の数値計算を可能にした。さらに、任意の境界に集中定数回路を接続するために、1 次元回路で導出した境界条件式を 3 次元へと拡張した。

第 6 章 平面回路内に発生するコモンモードノイズ現象の定量化

第 5 章で開発した 3 次元回路の数値計算手法を用いて、従来法で用いていた理想グラウンドを有限大にした場合の CM ノイズへの影響について調べた。数値計算の結果、回路の基準を取るために有限大のグラウンド平面に接続するとグラウンド平面の電位変動の原因になることがわかった。さらに、変動したグラウンド電位はグラウンド平面の境界で反射し、リンギング現象が生じることがわかった。また、このリンギングが CM ノイズに影響を与えることがわかった。よって、グラウンド平面構造が CM ノイズに与える影響を明らかにした。また、本研究で導出した電氣的・幾何学的対称構造はグラウンド平面の電位変動の原因とならず、またグラウンド平面の電位変動の影響を受けず、EMC 設計に最適であることをシミュレーションにより明らかにした。

第 7 章 単純な構造の平面回路内に発生する電磁ノイズ現象の解析

第 5 章で導出した 3 次元回路の数値計算手法を用いて、単純な平面回路内におけるコモンモードノイズ以外の電磁ノイズ現象の定量化へと応用した。具体的には、屈曲を有する平面回路を用いて、屈曲によって生じる電磁ノイズ現象である反射ノイズを実験で観測し、開発した数値計算と比較した。さらに、類似手法である部分要素等価回路 (PEEC : Partial Element Equivalent Circuit) 法によって得られた数値計算結果とも比較した。その結果、本研究で開発した数値計算手法で得られた結果の方が PEEC 法より実験結果をより精度良く再現していることを実証した。

第 8 章 結論と今後の展望

本研究のまとめと得られた結果について総括した。また、本研究で得られた結果から生まれた新しい課題や可能性についての展望を述べた。具体的には、本研究の数値計算手法の精度をより高めるために改善すべき点や、より現実に近い回路系での CM ノイズ現象の解明のための課題などについて述べた。

以上が各章の概要である。本研究の意義は、CM ノイズの発生起源である回路の電氣的構造と幾何学的構造を考慮した理論と数値計算手法の確立により、これまでに明らかにされていなかった CM ノイズの定量化を実現したことである。これにより、回路構造が CM 発生に与える影響を明らかにし、CM ノイズを削減する最適な回路構造を設計することが可能になった。理論と実験から、CM が発生しない回路構造は、電氣的・幾何学的構造であることを実証した。また、3 次元回路の数値計算手法の確立により、これまで用いられていた基準導体の幾何学的構

造を考慮できるようになった。その結果、理想グランドでは考慮することができなかった、グランド平面がCM ノイズに与える影響を定量化することができるようになった。

目 次

第 1 章	序論	1
1.1	電磁ノイズの一般論	1
1.1.1	電磁ノイズ問題の始まり	1
1.1.2	電磁ノイズ設計	1
1.1.3	将来の電磁ノイズ問題	2
1.2	電磁ノイズの先行研究	2
1.2.1	電磁ノイズの原因	3
1.2.2	コモンモードノイズが問題となる理由	3
1.3	ノーマルモード・コモンモード	3
1.3.1	ノーマルモードの一般的な考え方	4
1.3.2	コモンモードの一般的な考え方	5
1.3.3	コモンモードノイズの先行研究	6
1.3.4	コモンモードノイズの取り扱いにおける課題	8
1.4	コモンモードノイズ現象解明に対する課題	9
1.5	本研究の目的	10
1.6	本論文の構成	11
第 2 章	マクスウェル方程式から導く 1 次元多導体線路内の電位と電流の電信方程式の導出とノーマルモード・コモンモードの電信方程式の導出、その数値計算手法	14
2.1	緒言	14
2.2	本研究で用いる 4 つの基本方程式	15
2.2.1	電位とベクトルポテンシャルに関する積分方程式の導出	15
2.2.2	オームの法則、連続の式	17
2.3	1 次元多導体線路内における電位と電流の電信方程式の導出	18
2.4	2 本線回路と 3 本線回路内におけるノーマルモードとコモンモード	21
2.4.1	2 本線回路内におけるノーマルモードとコモンモードの定式化	22
2.4.2	2 本線回路内におけるノーマルモードとコモンモードの電信方程式の導出	23
2.4.3	3 本線回路内におけるノーマルモードとコモンモードの定式化	24
2.4.4	3 本線回路内におけるノーマルモードとコモンモードの電信方程式の導出	25

2.5	時間領域有限差分 (Finite-Difference Time-Domain : FDTD) 法を用いた多導体 伝送線路内の電信方程式の数値計算	26
2.6	集中定数回路との接続による分布定数回路の境界条件の計算	30
2.6.1	集中定数回路が満たす境界条件	30
2.6.2	分布定数回路が満たす境界条件	33
2.6.3	境界における集中定数回路と伝送線路の節点電位方程式 (IPE)	35
2.7	結言	35
第 3 章	1 次元回路内におけるコモンモードノイズ現象の数値計算と実験による過渡解析	36
3.1	緒言	36
3.2	2 本線回路内におけるノーマルモードとコモンモードの過渡解析	36
3.2.1	平行 2 本線路と同軸線路のインピーダンスの場所依存によって発生する コモンモードノイズ	37
3.3	3 本線回路内におけるノーマルモードとコモンモードの過渡現象の定量化	41
3.4	3 本線回路内のコモンモードノイズ発生メカニズム解明のためのリングング解析	42
3.4.1	集中定数回路との接続関係と回路構造を同時に考慮したコモンモードノ イズのシミュレーション	43
3.4.2	3 本線回路内のコモンモードが原因で発生する熱の定量化	48
3.4.3	集中定数回路との接続関係と回路構造を同時に考慮したコモンモードノ イズ実験	49
3.5	結言	55
第 4 章	1 次元回路内におけるコモンモードノイズ現象の解析的な分析	57
4.1	緒言	57
4.2	伝送線路内におけるノーマルモードとコモンモードのカップリング	57
4.2.1	伝送線路のインピーダンスが場所依存しない場合の波動方程式	58
4.2.2	伝送線路のインピーダンスの場所依存を考慮した波動方程式	59
4.3	3 本線回路の終端におけるノーマルモードとコモンモードのカップリング	62
4.3.1	3 本線回路の両端で発生するノーマルモードとコモンモードのカップリ ング係数の導出	62
4.3.2	ノーマルモードとコモンモードのカップリング係数から導く、コモンモー ドノイズが発生しない回路構造	65

4.4	ノーマルモードとコモンモードのリングング現象の理論的考察	68
4.5	結言	70
第 5 章	マクスウェル方程式から導く 3 次元回路の電荷と電位、電流密度とスカラーポテンシャルを変数とした時間領域数値計算手法	71
5.1	緒言	71
5.2	3 次元回路の数値計算の方針	72
5.3	積分方程式の離散化	73
5.4	中心差分法と有限体積法を用いた時間と空間に関する連立偏微分方程式の差分化	75
5.4.1	空間に関する偏微分方程式の差分化	75
5.4.2	時間のに関する偏微分方程式の差分化	77
5.4.3	電位と電流密度に関する差分電位方程式の導出	78
5.5	境界条件の計算	81
5.5.1	境界条件の計算方針	81
5.5.2	多層平面回路の境界条件の定式化	82
5.5.3	集中定数回路との接続による境界条件の定式化	84
5.6	3 次元への拡張による計算コスト削減のためのアルゴリズム	85
5.7	結言	86
第 6 章	平面回路内に発生するコモンモードノイズ現象の定量化	88
6.1	緒言	88
6.2	有限大のグラウンド平面回路内に発生するコモンモードノイズ	88
6.3	有限大のグラウンド平面と回路の接続によって発生するコモンモードノイズ	92
6.3.1	2 本線回路をグラウンド面に接続した場合に発生するコモンモードノイズ	93
6.3.2	3 本線対称回路をグラウンド面に接続した場合に発生するコモンモードノイズ	95
6.4	結言	100
第 7 章	単純な構造の平面回路内に発生する電磁ノイズ現象の解析	102
7.1	緒言	102
7.2	3 次元数値計算手法の実証実験	102
7.3	2 次元平面回路の屈曲によって発生する反射ノイズのメカニズム	105

7.4	本研究手法と従来手法との比較	106
7.5	結言	109
第 8 章	結論	110
8.1	本研究のまとめ	110
8.2	今後の展望	112
付 録 A	2 本線回路と 3 本線回路内におけるノーマルモード・コモンモード電信方程式の導出	114
A.1	2 本線回路内におけるノーマルモード・コモンモード電信方程式の導出	114
A.2	3 本線回路内におけるノーマルモード・コモンモード電信方程式の導出	117
A.3	3 本線回路の境界の集中定数回路におけるノーマルモード・コモンモード方程式の導出	120
付 録 B	多導体伝送線路のインピーダンスの数値計算手法	124
B.1	円柱形導体におけるインピーダンスの計算	125
B.2	円筒形導体におけるインピーダンスの計算	131
付 録 C	PEEC (Partial Element Equivalent Circuit) 法の等価回路モデルの導出と本研究手法との違い	134
C.1	等価モデルと回路方程式の導出	134
C.2	PEEC 法の数値計算手法	140
	謝辞	146
	参考文献	148
	業績リスト	155

第1章 序論

1.1 電磁ノイズの一般論

1.1.1 電磁ノイズ問題の始まり

電磁ノイズが世界的に問題となり始めたのは電磁ノイズの国際規格を定める国際無線障害特別委員会（CISPR）が設立された 1934 年に遡る。CISPR は、機器から放出される不要電磁波の許容値と測定法を国際的に定め、貿易を促進するために設立された委員会である。当時はラジオやテレビなどの無線機器が普及し始めた時期であり、電磁ノイズの被害はラジオの受信障害がほとんどであった。よって、電磁ノイズが起こす問題の因果関係は明確であった。

しかし、トランジスタの汎用化により、電磁ノイズの原因はより複雑になった。スイッチング動作により、不要な電磁波が放射されるため、すべての電子・電気機器が電磁ノイズの発生源となった。現在では、電気・電子機器を一人で何台も所有するため、電磁ノイズの原因はあらゆるところに存在する。以上のように、電磁ノイズは現代の環境問題であり、信号だけでなく、電磁ノイズも考慮した設計が重要である。

1.1.2 電磁ノイズ設計

電磁ノイズ設計には EMC という概念が根底にある。EMC は”electromagnetic compatibility”の略で「電磁両立性」と訳され、以下の 3 つの規範から成り立っている [1]。

1. 機器自身に影響を及ぼさない
2. 他の機器に影響を及ぼさない
3. 他の機器からの影響を受けない

以上のように、電磁ノイズ設計は自他の機器に影響を及ぼさず、かつ影響を受けない電磁両立性を備えた回路設計が必要になる。これらの基準値は各国、地域に存在する CISPR のような委員会によって定められており、その地域の市場で製品を販売する際には電磁両立性に関する基準値に基づく規格を取得する必要がある。

1.1.3 将来の電磁ノイズ問題

電磁ノイズは、現代の社会に様々な問題を引き起こしている。開発の現場では EMC 規格の基準値を超えることで基板を再設計する必要があるため、製品開発の期間延長やコスト増大の原因となっている。また、EMC 規格に通った後でも問題が発生し、LED 照明からの電磁放射によって電磁ノイズが生じ、通信障害が生じるなど、我々の日常生活にも被害が報告されている。

今後、技術革新が進み、我々の生活は電子・電気機器にますます依存するようになる。例えば、運転者を必要としない完全自動運転車は今後普及し、世界の年間販売台数は 5 年後の 2025 年に約 180 万台、10 年後の 2030 年には約 1500 万台と試算されている [2]。このように、電気 で動き、電気で制御される機器によって我々の生活の一部が置き換えられる機会は今後急速に増加していくことが予想される。それに伴い、電磁ノイズが引き起こす問題は我々の身の危険に及ぶ可能性があるため、電磁ノイズが発生しない回路設計が必要不可欠になる。しかし、現状の電磁ノイズ対策は熟練技術者の経験やノウハウに基づく対症療法的なものが多い。これらの対策では、電磁ノイズの起源をなくすことはできないため、根本的な対策とはならない。回路内に発生する電磁ノイズ現象の発生メカニズムを解明し、電磁ノイズが発生しない回路設計の需要は今後ますます大きくなる。

1.2 電磁ノイズの先行研究

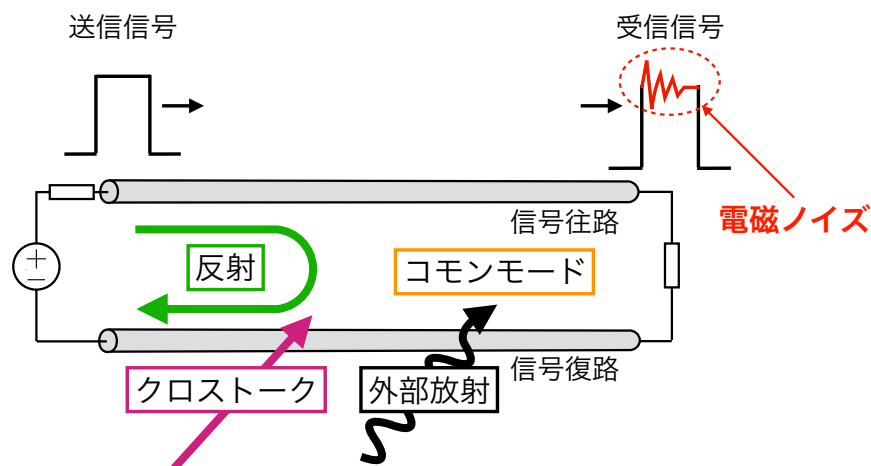


図 1.1: 回路内に発生する電磁ノイズの原因。

本研究では、図 1.1 に示すように、送信信号を歪曲させる成分を電磁ノイズと呼ぶ。本節では、回路内で発生する電磁ノイズの原因と、本研究で取り扱うコモンモードノイズについて説

明する。

1.2.1 電磁ノイズの原因

最も一般的な電磁ノイズの原因は、回路のインピーダンスのミスマッチ（不整合）による「反射」である。インピーダンスは回路の特性を表し、異なるインピーダンスの回路が接続されていると、反射が生じ電磁ノイズが発生する [3]。また、近くにある他の回路との干渉によって信号が歪曲され、電磁ノイズが発生する。この現象は「クロストーク」と呼ばれ、回路間の相互インダクタンスによって結合し、回路に信号が流れるとその時間変化に応じて他方の回路に電磁ノイズが発生する [1,3]。また、遠くにある他の機器からも「外部放射」を通じて干渉し、回路内に不要な起電力が生じ電磁ノイズとなる [4-8]。

次に、回路内には信号以外に流れる成分が存在する。それは「コモンモード」と呼ばれ、信号が変換されて発生したり [9]、外部からの電磁放射によって発生する [10-13]。回路内にコモンモードが発生すると、信号成分に変換され、電磁ノイズとなる [14,15]。本研究では、コモンモードが原因で発生する電磁ノイズをコモンモードノイズと呼ぶ。

1.2.2 コモンモードノイズが問題となる理由

信号は一般的に電圧を用いており、「差」の物理量で表され、電位差として測定が可能である。一方、電磁ノイズの原因となるコモンモードは「和」の物理量で表されるため直接測定が不可能である。よって、コモンモードの存在を直接確認することはできず、測定可能な信号成分に変換されたコモンモードノイズか、外部に放射した電磁場などの2次的な物理量でしか確認することができない。よって、一般的なノイズ対策はコモンモードノイズに対するチョークコイルや放射電磁場に対するシールドなどの対症療法的な対策となる。しかし、それらはコモンモードノイズの原因をなくす根本的な対策ではないため、別の場所でコモンモードノイズが発生する可能性がある。以上より、コモンモードノイズはノイズ源であるコモンモードを直接測定できないため、その原因を特定できないことがコモンモードノイズの対策をより困難にしている。

1.3 ノーマルモード・コモンモード

電気回路内には大別すると2つの伝搬モードが存在する。1つ目は「ノーマルモード (NM)」で我々が通常用いる信号である。2つ目は「コモンモード (CM)」で電磁ノイズの原因となる

不要な成分である。本章では、本研究で取り扱うノーマルモードとコモンモードに関する一般的な考え方について説明し、先行研究で明らかになっているコモンモードノイズや発生メカニズム解明に関する課題について説明する。

1.3.1 ノーマルモードの一般的な考え方

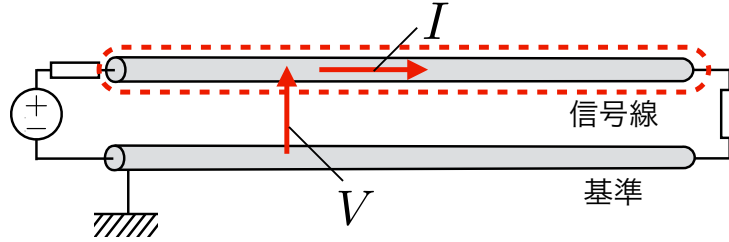


図 1.2: 一般的なノーマルモードの考え方。ノーマルモード電圧 V_n は、基準である導体と信号線との間の電圧であり、ノーマルモード電流 I_n は、信号線と基準導体に同じ大きさ逆向きに流れる電流である。ノーマルモードは理想導体とみなされている基準から見た相対的な物理量であり、基準導体では物理的な現象は起こっていないと考えられている。

電気信号は、2つの導体間に電位差を掛けることで伝搬させることができる。回路内を伝搬する信号は Oliver Heaviside (1850-1924) によって初めて理論的に定式化された。Heaviside はマクスウェルの著作 [16] を研究し、我々がよく知るマクスウェルの4つの方程式を定式化した。また、1876年、海底ケーブルで用いられていた伝送線路内の電信現象を以下の偏微分方程式で定式化した。

$$\frac{\partial V_n}{\partial x} = -L \frac{\partial I_n}{\partial x} - R I_n, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial I_n}{\partial x} = -C \frac{\partial V}{\partial t} - G V_n \quad (1.2)$$

信号線と基準の電圧 V_n と電流 I_n は、単位長さあたりの信号線の抵抗 R と、単位長さあたりの信号線と基準間の電気容量 C 、単位長さあたりの信号線の自己誘導 L 、単位長さあたりの信号線と基準間の漏電導度 G で表される。以上より、Heaviside は回路内に伝搬する信号を単位長さあたりのパラメーターを用いて記述した。Heaviside はそれらを一般化してインピーダンスと名付けた。

ここで、電信方程式で用いられる信号は図 1.2 に示す、電圧 V_n と電流 I_n であり、それぞれ導体間の電位差と導体間に同じ大きさ逆向きに流れる電流を表している。これらは差の物理量で

あり、現在では、ノーマルモード (Normal-Mode)、オッドモード (Odd-Mode)、あるいはディファレンシャルモード (Differential-Mode) と呼ばれる。本研究ではノーマルモード (NM) と呼ぶ。この時、伝送線路間の電磁場の関係は信号が伝搬する方向に対して垂直になり、この状態は TEM (Transverse Electromagnetic) と呼ばれ、単位長さあたりのパラメーターは伝送線路間の電磁場が TEM である条件を用いて導出することができる [17]。

1.3.2 コモンモードの一般的な考え方

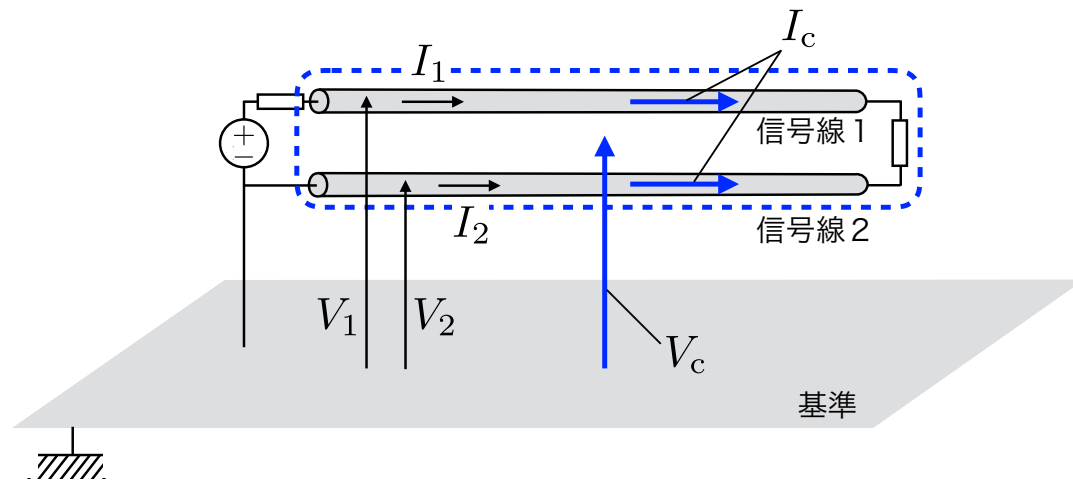


図 1.3: 一般的なコモンモードの扱い。コモンモード電圧 V_c は、基準導体から見た 2 本線で表された回路の電圧であり、コモンモード電流 I_c は、2 本線で表された回路に同じ向きに流れる電流の和で表される。

電気回路内の信号は差の物理量である NM が用いられているが、図 1.3 に示すように回路内を同じ向きに流れる和の物理量も存在し、それはコモンモード (Common-Mode)、イーヴンモード (Even-Mode)、あるいはサムモード (Sum-Mode) とも呼ばれる。本研究ではコモンモード (CM) と呼ぶ。CM の存在は Jones と Bolljahn (1956) によってマイクロ波の電信に用いられる差動伝送線路内で確認された [18]。当時は CM の伝搬特性が NM と異なるという考察のみで、電磁ノイズに対する影響は認識されていなかった。CM が電磁ノイズの原因となることが認識され始めたのは、Paul と Bush (1987) が、回路内を伝搬する CM 電流が回路からの不要な外部放射の主な原因になることを理論的に証明したことから始まる [19]。さらに、Bockelman と Eisenstadt (1995) が、CM が NM に変換され電磁ノイズの原因となることを実験的に明らかにした [20]。Bockelman と Eisenstadt は 2 つの信号線と 1 つの基準導体間に流れる NM・CM

電圧 V_n, V_c と電流 I_n, I_c を以下のように定式化した。

$$V_n = V_1 - V_2, \quad (1.3)$$

$$I_n = \frac{1}{2}(I_1 - I_2), \quad (1.4)$$

$$V_c = \frac{1}{2}(V_1 + V_2), \quad (1.5)$$

$$I_c = I_1 + I_2. \quad (1.6)$$

このように、2つの信号線と1つの基準を用いることで、信号線の和の物理量を定式化することができる。ここで、 V_1, V_2 はグランドから見た信号線1と2の電圧であり、 I_1, I_2 はグランドと信号線1と2の間に流れる電流を表している。 V_n, I_n はNM電圧と電流であり Heaviside が定式化した式 (1.1)(1.2) で用いられる、導体の電信方程式の電圧と電流と等価である。また、 V_c, I_c はCM電圧と電流である。また、CMは和の物理量で表され、CM電圧は V_1 と V_2 の平均、CM電流は I_1 と I_2 の和で表される。

1.3.3 コモンモードノイズの先行研究

Heaviside が記述した NM の電信方程式には、和の物理量である CM に関する電信は記述されていない。この理由は、Heaviside が参考にした Maxwell の電磁気の教科書の中で”the sum $V_1 + V_2$ has no physical meaning bearing on the phenomena, though $V_1 - V_2$ represents the electromotive force” [16] と述べられており、電位の和は物理的な意味はないと明記されていたため CM の概念が考慮されなかったことが推測される。

しかし、Paul と Bush (1987) によって CM が EMC に関する問題の原因となると提起されて以来 [19]、回路内に流れる CM は電磁ノイズの原因になるという物理的な意味を持ち、CM を定量化する手法が考案されてきた。Bockelman と Eisenstadt (1995) は S パラメーターを用いて NM と CM のカップリング現象を定量化した。しかし、実験的なカップリング現象の定量化手法であるため、その発生メカニズムを解明することはできない。CM ノイズ現象を解明するためには、Heaviside が導出したように、伝送線路内に流れる NM と CM の電信現象を定式化する必要がある。そこで、杉浦と上 (2011) は2つの信号線と1つの基準導体から成り立つ伝送線路系に発生する NM と CM の電信方程式を導出した [15]。まず、NM と CM 電圧を V_n, V_c 、電流を I_n, I_c とおき、ベクトルで表す。

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} V_n \\ V_c \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{pmatrix} I_n \\ I_c \end{pmatrix}. \quad (1.7)$$

次に、式 (1.3), (1.4), (1.5), (1.6) から、2 導体線路系の電信方程式を NM と CM で表すことができる。

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} = -\mathbf{L} \frac{\partial \mathbf{I}}{\partial x}, \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial \mathbf{I}}{\partial x} = -\mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t}. \quad (1.9)$$

ここで、 \mathbf{L} と \mathbf{C} は NM と CM 間の単位長さあたりのインダクタンスとキャパシタンスを表している。

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} L_{nn} & L_{nc} \\ L_{cn} & L_{cc} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_{nn} & C_{nc} \\ C_{cn} & C_{cc} \end{pmatrix}. \quad (1.10)$$

以上より、NM と CM に関する電信方程式は、Heaviside が導出した NM の電信方程式 (1.1), (1.2) と同じ形式で表される。異なる点は、単位長さあたりのパラメーターが行列となり、その非対角要素が NM と CM のカップリングを表している。杉浦と上 (2011) は、NM と CM の電信方程式を導出したが、伝送線路内のカップリングは考慮せず、伝送線路の入力と出力端に接続された集中定数回路の非対称性による NM と CM のカップリング現象を定式化した [15]。一方、Grassi 達 (2015) は、伝送線路構造の非対称性による NM と CM のカップリング (結合) 現象を定式化した [21]。ここで、非対称性とは、基準導体から見た 2 つの信号線との関係を表している。以上の先行研究より、回路内に発生する CM の原因は 2 つあるといえる。1 つ目は、終端に接続された集中定数回路の非対称性であり、本研究では「電気的非対称性」と呼ぶ。2 つ目は、伝送線路の位置関係や形状などの構造であり、本研究では「幾何学的非対称性」と呼ぶ。以上、2 つの非対称性によって CM ノイズが発生することがわかっている。

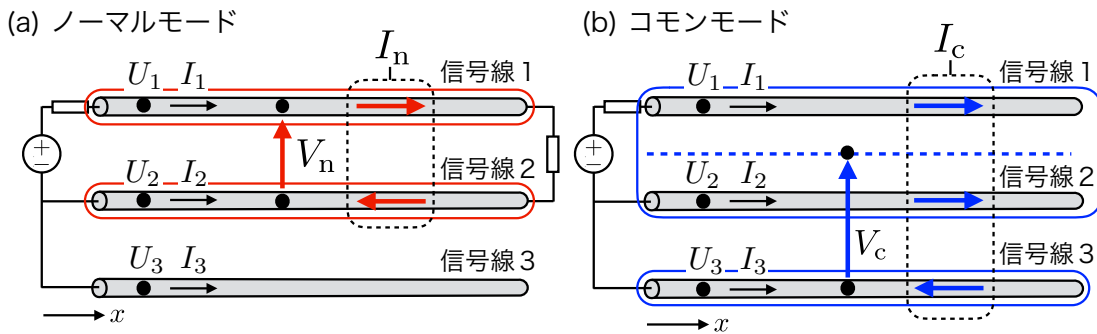


図 1.4: 土岐と佐藤 (2019) が提案した 3 本線回路における (a) ノーマルモードと (b) コモンモード。無限遠を基準として、従来の電信方程式で用いられていた基準導体を信号線と等価に扱う。

これまでは、Heaviside が導出した電信方程式を用いた CM 解析が行われていたが、CM の経路である基準導体は理想導体であるため、その幾何学的構造を考慮することができなかった。そ

ここで、土岐と佐藤（2009）は図 1.4 に示すように、これまで基準として用いていた理想グラウンドを回路の信号線と同じ伝送線路で表し、電磁気学で用いられる無限遠を基準とすることで、これまで基準としてみなしていた導体の幾何学的構造を考慮することが可能になった。基準導体を信号線 3 とした、3 本線回路内の NM・CM 電圧 V_n, V_c と電流 I_n, I_c を信号線の電位 U_1, U_2, U_3 と電流 I_1, I_2, I_3 を用いて表した。

$$V_n = U_1 - U_2, \quad (1.11)$$

$$I_n = \frac{1}{2}(I_1 - I_2), \quad (1.12)$$

$$V_c = \frac{1}{2}(U_1 + U_2) - U_3, \quad (1.13)$$

$$I_c = \frac{1}{2}(I_1 + I_2 - I_3). \quad (1.14)$$

以上より、これまで無限大の大きさを持つ理想グラウンドとして用いられていた基準導体の幾何学的構造を考慮することができるようになった。さらに、これまでは電氣的非対称構造と幾何学的非対称構造が別々に考慮され、それらの非対称性が CM に及ぼす影響が未解明であった。土岐と佐藤（2012）はマクスウェル方程式から多導体線路における電信方程式を導出し、電磁気学との対応をつけた。その後、土岐と阿部（2016）は多導体線路に集中定数回路を任意に接続するための数値計算手法を導出した [22]。これにより、任意の電氣的・幾何学的構造における CM の数値計算が可能になった。

1.3.4 コモンモードノイズの取り扱いにおける課題

以上の先行研究を踏まえて、本研究では以下の 3 つの課題に着目した。

1. 電氣的非対称性と幾何学的非対称性が CM ノイズに及ぼす影響が未解明

先行研究では、電氣的非対称性と幾何学的非対称性が CM ノイズ発生の原因であることのみ解明されているが、それらの非対称性が CM に与える影響などの定性的な解析は行われていない。CM ノイズの発生メカニズムを理解するためには、様々な電氣的・幾何学的非対称性によって発生する CM の関係を明らかにする必要がある。

2. 時間領域における CM ノイズ現象が未解明

これまでの CM 定量化手法は周波数領域がほとんどであり、時間領域における定量化手法は著者が調べた限りでは見つけることができなかった。CM ノイズ現象を解明するためには、その発生までの過渡現象を観察することが最も直感的である。よって、CM ノイズ

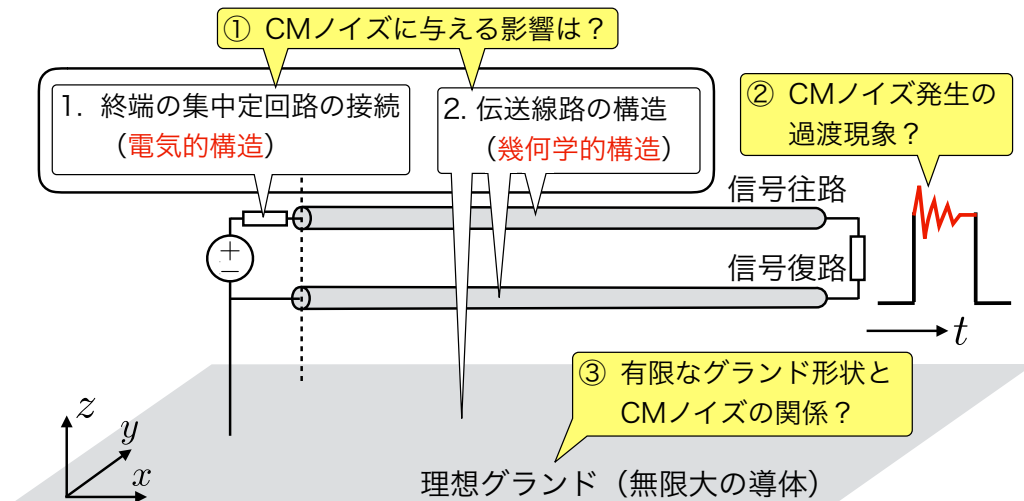


図 1.5: コモンモードノイズ源と本研究で明らかにするコモンモードノイズ現象

現象の発生メカニズムを解明するためには、時間領域における CM ノイズ定量化手法を開発する必要がある。

3. 有限大のグラウンドを考慮した場合に発生する CM ノイズ現象が未解明

従来法では、NM が伝搬する信号線の導体形状は考慮することができるが、CM が伝搬する基準導体は理想グラウンドであるため、グラウンドの幾何学的構造の影響を考慮することができない。実際、高周波信号によってグラウンド電位が変動することがわかっており、それが電磁ノイズの原因となっている [23–25]。しかし、グラウンド電位の変動が CM に及ぼす影響は定量化されていない。CM ノイズをより高精度で定量化するためには、実際のグラウンド平面の幾何学的構造を考慮した数値計算手法の開発が必要である。

1.4 コモンモードノイズ現象解明に対する課題

以上のことを踏まえると、CM ノイズ現象の起源を解明するためには以下の課題に取り組む必要がある。

1. 無限遠を基準とする伝送線路理論を考案し、理想グラウンドも伝送線路として扱う。
2. 集中定数回路の任意の接続条件と伝送線路の構造を考慮した CM ノイズの定量化手法の考案
3. 理論的に CM ノイズ発生メカニズムを解明する

4. 任意の伝送線路形状を考慮するための3次元回路の時間領域における数値計算手法の考案

1.5 本研究の目的

本研究では、CM ノイズ現象の発生メカニズムを解明し、CM ノイズが発生しない回路構造を考案することを研究目的とし、以下に関する研究を行う。

1. 1次元回路内におけるCM ノイズの数値計算と実験による定量化

理想グラウンドを伝送線路として扱うために、本研究では土岐と佐藤（2012）が定式化した1次元電信方程式を3本線回路に適用してCM ノイズの定量化を行う。第3章で、3本線回路内のNM とCM を定量化することでそれぞれのモードのカップリングによって発生するCM ノイズを数値計算と実験により観測する。

2. NM とCM に関する電信方程式の導出とCM ノイズ現象の発生メカニズムの理論的解明

第4章で、土岐と佐藤（2012）が導出した電信方程式からNM とCM に関する電信方程式を導出し [26]、得られた式からCM ノイズ現象の起源を解析的に解明する。

3. 電氣的・幾何学的構造がCM ノイズに及ぼす影響の解明

第3章で、電氣的・幾何学的構造の対称性と非対称性を考慮した数値計算を行い、それぞれの構造による非対称性がCM ノイズに与える影響を明らかにする。また、第4章で、電氣的・幾何学的構造の非対称性がCM モードノイズ発生に及ぼす影響を理論的に解明する。

4. 時間領域における3次元回路の数値計算手法の開発

グラウンド平面の幾何学的構造を考慮するために、3次元回路の時間領域における数値計算手法を開発する。第5章で、マクスウェル方程式から得られるスカラーポテンシャルとベクトルポテンシャルの式と連続の式、オームの法則の偏微分積分方程式を3次元導体内で直接計算するための差分方程式を導出する。また、第7章では、実験を用いて開発した数値計算手法の妥当性を証明する。

5. 有限大のグラウンド平面がCM ノイズに及ぼす影響の解明

3次元回路導体内の数値計算手法を開発し、第6章でこれまで明らかにされていなかった有限大のグラウンド平面がCM モードノイズに与える影響を明らかにする。

1.6 本論文の構成

本論文は合計 8 章で構成されている。第 1 章では電磁ノイズが引き起こす社会問題と本研究で明らかにする CM ノイズについて述べた。先行研究では、CM ノイズの発生原因は回路の終端における集中定数回路との接続関係である「電氣的構造」と、回路導体の位置関係や形状である「幾何学的構造」の非対称性であることが明らかにされている。しかし、それらの非対称性が CM ノイズに及ぼす影響は解明されていない。また、従来の伝送線路理論で用いられている基準は無限大の大きさを理想グランドとしているため、基準導体の幾何学的構造を考慮することができない。そこで、本研究では、回路の電氣的・幾何学的構造が CM ノイズに及ぼす影響を明らかにすることと、基準導体の幾何学的構造が CM ノイズに及ぼす影響を明らかにすることを研究目的とした。

第 2 章では、本研究で扱う理論と数値計算について説明する。本研究では、基準導体の幾何学的構造を考慮するために、電磁気学で用いられる電位、ベクトルポテンシャル、電荷、電流を変数とした。本研究で用いる基本方程式は、マクスウェル方程式から得られる電位とベクトルポテンシャルに関する積分方程式、連続の式とオームの法則とした。それらの基本方程式から、土岐と佐藤（2012）が導出した 1 次元多導体線路内の電位と電流に関する電信方程式をもとに回路形状をより正確に取り扱えるようにした [26]。また、時間領域における数値計算では、土岐と阿部（2016）が導出した手法について説明する [22]。

第 3 章では、1 次元回路における NM と CM の過渡解析により、CM ノイズ現象の発生メカニズムの解明を行なった。まずは一般的な回路構造として 2 本線回路を用いた。その結果、回路の幾何学的構造が非対称の場合かつ、インピーダンスが場所依存している場合に CM ノイズが発生することを明らかにした。さらに、周りの基準導体を回路と同じ信号線とみなした 3 本線回路を用いたシミュレーションを行なった。その結果、インピーダンスマッチングを取っているにもかかわらず、CM ノイズにより、リングングノイズが発生していることがわかった。また、発生した CM は回路内でジュール熱として消費され、余分な電力消費の原因になっていることを理論的に明らかにした。さらに、電氣的・幾何学的構造の対称性と非対称性を比較した数値計算と実験を行なった結果、それぞれの非対称性に応じて CM ノイズのリングングの減衰の振る舞いが異なることがわかった。また、CM ノイズが発生しない構造は電氣的・幾何学的対称構造であることがわかった。

第 4 章では、第 3 章で定量化した CM ノイズの発生メカニズムを理論的に解明した。導出した電信方程式を用いて NM と CM に関する電信方程式を導出した。2 本線回路の電信方程式か

ら波動方程式を導出すると、幾何学的構造が非対称の場合かつ、インピーダンスの場所依存を考慮した場合、波動方程式の NM と CM のカップリング項が有限になり、伝送線路内で NM と CM がカップリングしていることが理論的に示した。さらに、3 本線回路内の NM と CM に関するは導体方程式と境界の集中定数回路が NM と CM で満たす条件から、境界における NM と CM のカップリング現象を表すカップリング係数を導出した。その結果、カップリング係数が 0 になる条件は電氣的・幾何学的構造であることを理論的に明らかにした。また、カップリング係数を用いて、NM と CM のリンギングの減衰を表す減衰係数を導出した。その結果、電氣的対称性は CM から NM の変換の現象に寄与し、幾何学的構造は NM から CM への変換の減少に寄与していることを理論的に明らかにした。

第 5 章では、3 次元回路の数値計算手法について説明した。本研究で用いる基本方程式は偏微分積分方程式であるが、1 次元電信方程式では近似を用いることで偏微分方程式に変換していた。しかし、3 次元回路では 1 次元回路で用いた近似を用いることができないため、偏微分積分方程式を数値計算する必要がある。そこで、有限体積法と FDTD 法を組み合わせることで、3 次元偏微分積分方程式を数値計算するための差分方程式を導出し、3 次元回路の数値計算を可能にした。さらに、任意の境界に集中定数回路を接続するために、1 次元回路で導出した境界条件式を 3 次元へと拡張した。

第 6 章では、第 5 章で導出した 3 次元回路の数値計算手法を用いて、従来法で用いた理想グラウンドを有限大にした場合の CM ノイズへの影響について調べた。数値計算の結果、回路の基準を取るために有限の大きさのグラウンド平面に接続するとグラウンド平面の電位変動の原因になることがわかった。さらに、変動したグラウンド電位はグラウンド平面の境界で反射し、リンギング現象が生じることがわかった。また、このリンギングが CM ノイズに影響を与えることがわかった。このことにより、グラウンド平面構造が CM ノイズに与える影響を明らかにした。また、本研究で導出した電氣的・幾何学的対称構造はグラウンド平面の電位変動の原因とならず、またグラウンド平面の電位変動の影響を受けず、EMC 設計に最適であることをシミュレーションにより明らかにした。

第 7 章では、第 5 章で導出した 3 次元回路の数値計算手法の妥当性を検証した。具体的には、実験結果と類似手法で得られた数値計算結果と比較した。用いた回路系は回路の任意形状を考慮するために、屈曲を有する平面導体を用いた。その結果、本研究で開発した数値計算手法で得られた結果の方が類似手法より実験結果をより精度良く再現していることを実証した。

第 8 章では、本研究のまとめと得られた結果について総括した。また、本研究で得られた結果から生まれた新しい課題や可能性についての展望を述べた。具体的には、本研究の数値計算

手法の精度をより高めるために改善すべき点や、より現実に近い回路系での CM ノイズ現象の解明のための課題などについて述べた。

第2章 マクスウェル方程式から導く1次元多導体線路内の電位と電流の電信方程式の導出とノーマルモード・コモンモードの電信方程式の導出、その数値計算手法

2.1 緒言

本章では、CMノイズを取り扱うための理論体系を確立する。通常の2本線から構成される回路（2本線回路）ではその周囲の導体との間の伝搬現象は取り扱えない。この章では、コモンモード及びそこから生じるコモンモードノイズの本質を明らかにするために、1次元多導体線路の電信方程式の導出を行い、議論を単純化するために外部導体を3本目の伝送線路とした、3本線回路を用いてNMとCMに関する電信方程式を導出する。

最初に、本研究で用いる理論と数値計算手法について説明する。1次元回路に関する理論と数値計算は先行研究で確立されており、1次元多導体線路内における電信方程式は土岐、佐藤（2012）によって導出され [26]、その数値計算手法は土岐、阿部（2016）によって導出されている [22]。先行研究の電信方程式は、幾何学的平均距離による近似が用いられているため、伝送線路の断面形状で決まる一様なインピーダンスが用いられている [27-29]。しかし、伝送線路のインピーダンスは場所に依存した値を持つ場合があり [30,31]、インピーダンスの場所依存性がCMノイズに及ぼす影響は明らかにされていない。本章では、伝送線路の形状をより厳密に考慮することで、伝送線路のインピーダンスの場所依存性を考慮した電信方程式を定式化する。

本研究では、基準導体から見た電位ではなく、電磁気で用いられている無限遠から見た電位を扱うためにマクスウェル方程式を用いる。マクスウェル方程式からゲージ変換を用いて得られる電位（スカラーポテンシャル）とベクトルポテンシャルの2つの方程式を導出する。また、オームの法則と連続の式を用いる。以上の4つの方程式を本研究で用いる基本方程式とした。1次元回路内の物理現象を記述するために、基本方程式から多導体線路における電位と電流に関する電信方程式を導出する。

次に、回路内の NM と CM の電信方程式を定式化するために、2 本線回路と 3 本線回路を導入した。本研究では、回路内の電気信号を伝搬する最も単純な構造を 2 本線回路で表す。また、回路周囲にはグランドや筐体などの環境導体が存在し、基準を取るために接続されている。そこで、環境導体の幾何学的構造を考慮するために、環境導体を 1 つの伝送線路で表した 3 本線回路を用いる。ここで、実際の環境は線ではなく、平面であるが、CM の現象を解析的に取り扱うために、1 次元の伝送線路を用いて単純化する。また、多導体線路における電信方程式から NM と CM に関する電信方程式を導出した。

次に、NM と CM を定量化するために、伝送線路内に流れる電位と電流の電信方程式の数値計算手法について説明する。先行研究の数値計算では [22]、両端の境界条件の計算を別々に取り扱っていたが、本論文ではそれを一般化して、両端の境界条件を同時に取り扱うための条件式を導出する。本研究では、過渡解析を行うため、時間領域における数値計算手法である有限差分時間領域（FDTD : Finite-Difference Time-Domain）法を用いる。

2.2 本研究で用いる 4 つの基本方程式

本研究で用いる基本方程式を 4 つ導出する。2 つはマクスウェル方程式から導出される電位（スカラーポテンシャル）とベクトルポテンシャルであり、残りの 2 つは連続の式とオームの法則である。ここで、本研究で用いる変数とその単位は付録 C の表 C.1 に示す。

2.2.1 電位とベクトルポテンシャルに関する積分方程式の導出

マクスウェル方程式の微分形は以下のように表される。

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{q(\mathbf{r}, t)}{\varepsilon}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = 0, \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) - \varepsilon\mu \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \mu \mathbf{j}(\mathbf{r}, t). \quad (2.4)$$

ここで \mathbf{E} は電場、 \mathbf{B} は磁場、 q は電荷密度、 \mathbf{j} は電流密度、 ε, μ はそれぞれ誘電率と透磁率を表している。式 (2.1) はガウスの法則、式 (2.2) は単磁荷が存在しないこと、式 (2.3) はファラデーの法則、式 (2.4) はアンペールの法則を表している。

電気回路内の現象は電位差や電流を実験で測定することで理解することができる。本研究では、電気回路を構成する導体内の物理現象を取り扱うため、電磁場ではなく電位とベクトルポ

テンシャルを用いる。ここで、電位 U とベクトルポテンシャル \mathbf{A} を導入し、電場 \mathbf{E} と磁場 \mathbf{B} を消去する。ベクトルポテンシャルは、その定義より、

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) . \quad (2.5)$$

と表すことができる。この関係式をファラデーの法則 (2.3) に代入する。

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial (\nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t))}{\partial t} &= 0 , \\ \nabla \times \left(\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \right) &= 0 . \end{aligned} \quad (2.6)$$

よって、 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$ は動電磁場におけるスカラーポテンシャル U の傾きを表している。

$$-\nabla U(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} . \quad (2.7)$$

この式から電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ は電位 U とベクトルポテンシャル \mathbf{A} を使って次のように書ける。

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\nabla U - \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} . \quad (2.8)$$

次に電荷と電流が与えられた時、これらの電気の源が作る電磁場（ポテンシャル）を計算する。式 (2.1) に式 (2.8) を代入し、電場を消去する。

$$-\nabla^2 U - \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \frac{q(\mathbf{r}, t)}{\varepsilon} . \quad (2.9)$$

さらに、式 (2.4) に式 (2.5) と (2.8) を代入して電場と磁場を消去する。

$$-\nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) + \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} + \nabla \left(\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) + \varepsilon \mu \frac{\partial U(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \right) = \mu \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) . \quad (2.10)$$

ここで、以下のベクトル式の関係を用いた。

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \nabla &= \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) , \\ &= \nabla^2 , \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = -\nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) + \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)) . \quad (2.12)$$

また、上の式を $\varepsilon \mu = 1/c^2$ を用いて書き換えると

$$\begin{aligned} -\nabla^2 U - \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} &= \frac{q}{\varepsilon} , \\ -\nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} + \nabla \left(\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial U}{\partial t} \right) &= \mu \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) . \end{aligned} \quad (2.13)$$

となる。さらにこれらの式を簡単化するためにローレンツ条件をおく。それは以下の関係式で表される。

$$\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial U(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = 0. \quad (2.14)$$

このローレンツ条件を導入しゲージ変換すると、上の2つの式は分離し、それぞれ1変数の偏微分方程式となる。

$$-\nabla^2 U(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \frac{q(\mathbf{r}, t)}{\epsilon}, \quad (2.15)$$

$$-\nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \mu \mathbf{j}(\mathbf{r}, t). \quad (2.16)$$

これらの式より電荷 q からスカラーポテンシャルが計算でき、電流 $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ からベクトルポテンシャルが計算できる。これらの式はグリーン関数を用いて解くことができる [32]。

$$U(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{q(\mathbf{r}', t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c})}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}', \quad (2.17)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c})}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'. \quad (2.18)$$

以上より、導体内の電位とベクトルポテンシャルに関する条件式を導出することができた。電位とベクトルポテンシャルは、それぞれ全空間の電荷密度と電流密度の和によって導出することができる。

2.2.2 オームの法則、連続の式

オームの法則は以下のように表される。

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \sigma \mathbf{E}(\mathbf{r}, t). \quad (2.19)$$

ここで、 σ は電気伝導率であり、抵抗率 ρ の逆数 $\sigma = 1/\rho$ で表される。式 (2.8) から、電場を消去してポテンシャルで表す。

$$-\nabla U(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \rho \mathbf{j}(\mathbf{r}, t). \quad (2.20)$$

また、導体中では電荷と電流密度は以下の連続の式を満たす。

$$\frac{\partial}{\partial t} q(\mathbf{r}, t) + \nabla \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (2.21)$$

以上の4式 (2.17)(2.18),(2.20),(2.21) が本研究で用いる基本方程式となる。

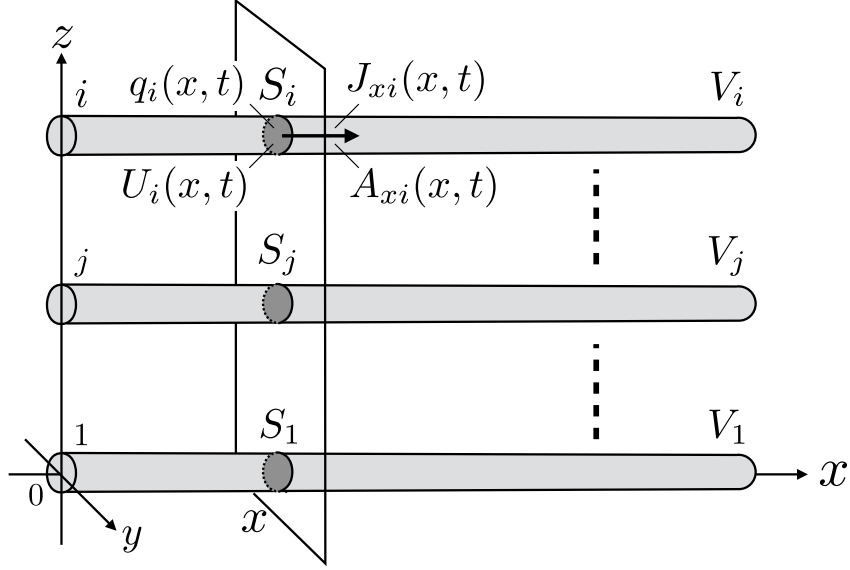


図 2.1: 本研究で用いる多導体線路と変数の位置

2.3 1次元多導体線路内における電位と電流の電信方程式の導出

基本方程式を用いて、多導体線路内における電位と電流に関する電信方程式を導出する。方程式を導出する際に、導体内の物理量である変数を定義する位置が重要になる。なぜなら、伝送線路の電位係数やインダクタンスの計算式が変わるからである。本研究では1次元多導体線路の場合、図 2.1 に示すように、変数を断面の値の平均値とみなし、 y, z 方向の変化を無視する。

$$U_i(x, t) = \frac{1}{S_i} \int_{S_i} U_i(x, y, z, t) dy dz, \quad (2.22)$$

$$q_i(x, t) = \frac{1}{S_i} \int_{S_i} q(x, y, z, t) dy dz, \quad (2.23)$$

$$A_{xi}(x, t) = \frac{1}{S_i} \int_{S_i} A_x(x, y, z, t) dy dz, \quad (2.24)$$

$$J_{xi}(x, t) = \frac{1}{S_i} \int_{S_i} J_{ix}(x, y, z, t) dy dz. \quad (2.25)$$

ここで、式 (2.17), (2.18) の両辺を点 x の断面で平均をとると、以下のように表すことができる。

$$U_i(x, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{S_j} \int_{S_j} dy dz \sum_j \int_{V_j} dx' dy' dz' \frac{q_j(x', y', z', t)}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}, \quad (2.26)$$

$$A_{xi}(x, t) = \frac{\mu}{4\pi} \frac{1}{S_j} \int_{S_j} dy dz \sum_j \int_{V_j} dx' dy' dz' \frac{J_{xj}(x', y', z', t)}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}. \quad (2.27)$$

さらに、伝送線路 j の電荷密度 q_j と電流密度 J_{xj} の x における断面は一様とみなすと、被積分関数である電荷密度と電流密度の積分は断面方向である y' と z' から外すことができる。また、伝送線路 j の $x = x'$ における電荷と電流をそれぞれ $Q_j(x), I_{xj}(x)$ と表すと、電荷密度と電流密度は伝送線路 j の断面積 S_j と線の長さ ℓ_j を用いて、 $q_j(x) = Q_j(x)/(S_j \ell_j)$, $J_{xj}(x) = I_{xj}(x)/S_j$ と表すことができる。

$$\begin{aligned} U_i(x, t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{S_i} \int_{S_i} dy dz \sum_j \int_0^{\ell_j} dx' \int_{S_j} dy' dz' \frac{1}{S_j \ell_j} \frac{Q_j(x', t)}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}, \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} A_{xi}(x, t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{S_i} \int_{S_i} dy dz \sum_j \int_0^{\ell_j} dx' \frac{1}{S_j} \int_{S_j} dy' dz' \frac{1}{S_j} \frac{I_{xj}(x', t)}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

ここで、被積分関数の分母にある $|y - y'|$ と $|z - z'|$ は $|y - y'| \leq a$, $|z - z'| \leq a$ より、線の長さに比べて十分に小さい値をとる。よって、被積分関数は $x' = x$ のときに急峻なピークを持つ関数であることがわかる。そこで、電荷 $Q_j(x')$ が x' に対して変動する割合が分母にある関数よりも小さいとすると、 $Q_j(x') = Q_j(x)$ とすることができ、電荷を積分の外に出すことができる。

$$\begin{aligned} U_i(x, t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{S_i} \int_{S_i} dy dz \sum_j \int_0^{\ell_j} dx' \frac{1}{S_j} dy' dz' \frac{1}{S_j \ell_j} \frac{Q_j(x, t)}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}, \\ &= \sum_j P'_{ij}(x) Q_j(x, t), \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$P'_{ij}(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{S_i} \frac{1}{S_j} \frac{1}{\ell_j} \int_{S_i} dy dz \int_0^{\ell_j} dx' \int_{S_j} dy' dz' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}. \quad (2.31)$$

ここで、 P'_{ij} は伝送線路 i, j 間の単位面積当たりの電位係数を表しており、単位は $[\text{F}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}]$ となる。以上より、電位を各伝送線路に分布する電荷と電位係数の和で表すことができた。同

様に式 (2.29) より、ベクトルポテンシャルは以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned}
 A_{ix}(x, t) &= \frac{\mu}{4\pi} \frac{1}{S_i} \int_{S_i} dy dz \sum_j \int_0^{\ell_j} dx' \int_{S_j} dy' dz' \frac{1}{S_j} \frac{I_{xj}(x, t)}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} , \\
 &= \sum_j L_{ij}(x) I_{jx}(x, t) , \tag{2.32}
 \end{aligned}$$

$$L_{ij}(x) = \frac{\mu}{4\pi} \frac{1}{S_i} \frac{1}{S_j} \int_{S_i} dy dz \int_0^{\ell_j} dx' \int_{S_j} dy' dz' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} . \tag{2.33}$$

ここで、 L_{ij} は伝送線路 i, j 間の単位長さあたりのインダクタンスを表しており、単位は $[\text{H} \cdot \text{m}^{-1}]$ となる。ベクトルポテンシャルは各伝送線路の電流とインダクタンスの積の和で表すことができる。

以上より、電位とベクトルポテンシャルに関する積分方程式を多導体伝送線路の電荷と電流の和で表すことができた。次に、式 (2.20) のオームの法則と式 (2.21) の連続の式に関しても電荷や電流は断面方向で平均をとり、一様であるとみなすと、以下のように表すことができる。

$$-\frac{\partial U_i(x, t)}{\partial x} - \frac{\partial A_{xi}(x, t)}{\partial t} = \rho_i \frac{I_{xi}(x, t)}{S_i} , \tag{2.34}$$

$$\frac{1}{V_i} \frac{\partial Q_i(x, t)}{\partial t} + \frac{1}{S_i} \frac{\partial I_{xi}(x, t)}{\partial x} = 0 . \tag{2.35}$$

以上より、電流と電位の連立偏微分方程式を導出するために、電荷を消去する。式 (2.30) の両辺を t で偏微分し、連続の式 (2.35) に代入して電荷を消去すると、

$$\frac{\partial U_i(x, t)}{\partial t} = - \sum_{ij} \ell_j P'_{ij}(x) \frac{\partial I_{xj}(x, t)}{\partial x} , \tag{2.36}$$

$$= - \sum_{ij} P_{ij}(x) \frac{\partial I_{xj}(x, t)}{\partial x} . \tag{2.37}$$

よって、電信方程式で用いる電位係数は以下のように表される。

$$P_{ij}(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{S_i} \frac{1}{S_j} \int_{S_i} dy dz \int_0^{\ell_j} dx' \int_{S_j} dy' dz' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} . \tag{2.38}$$

ここで、 P_{ij} は伝送線路 i, j 間の単位長さあたりの電位係数を表し、単位は $[\text{F}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}]$ となる。

次に、式 (2.32) の両辺を t で偏微分しベクトルポテンシャルを消去する。

$$\frac{\partial U_i(x, t)}{\partial x} = - \sum_j L_{ij}(x) \frac{\partial I_{xj}(x, t)}{\partial t} - \rho_i \frac{I_{xi}(x, t)}{S_i} . \tag{2.39}$$

以上より、式 (2.37) と (2.39) が本研究で計算する 1 次元多導体線路方程式となり、まとめると以下のように表される。

$$\frac{\partial U_i(x, t)}{\partial t} = - \sum_j P_{ij}(x) \frac{\partial I_{xj}(x, t)}{\partial x}, \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial U_i(x, t)}{\partial x} = - \sum_j L_{ij}(x) \frac{\partial I_{xj}(x, t)}{\partial t} - \rho_i \frac{I_{xi}(x, t)}{S_i}, \quad (2.41)$$

$$P_{ij}(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{S_i} \frac{1}{S_j} \int_{S_i} dy dz \int_0^{\ell_j} dx' \int_{S_j} dy' dz' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}, \quad (2.42)$$

$$L_{ij}(x) = \frac{\mu}{4\pi} \frac{1}{S_i} \frac{1}{S_j} \int_{S_i} dy dz \int_0^{\ell_j} dx' \int_{S_j} dy' dz' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}. \quad (2.43)$$

以上より、多導体線路内の電位と電流に関する電信方程式を導出することができた。

2.4 2本線回路と3本線回路内におけるノーマルモードとコモンモード

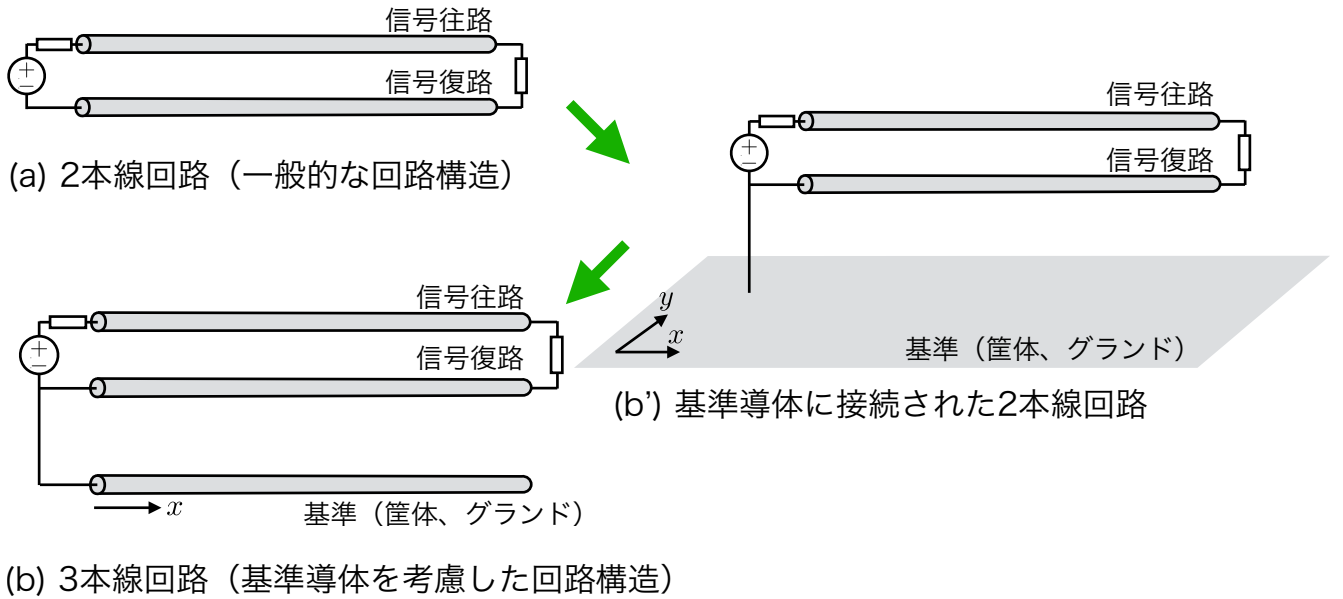


図 2.2: 本研究の 1 次元回路解析で用いる (a)2 本線回路と (b)3 本線回路。(a) は最も単純な電気回路を表しており、2 本の伝送線路を用いて遠方に信号を伝搬することができる。(b') は回路の周囲に存在する筐体やグランドなどの基準導体を表している。(b) は回路の基準導体を単純化のために 1 本の伝送線路で表した 3 本線回路である。

本章では、図 2.2(a) と (b) に示す 2 本線回路と 3 本線回路内に流れる NM と CM について説明する。図 2.2(a) の 2 本線回路は電気信号を遠方へと伝送させるために用いる最も単純な回路を表している。また、図 2.2(b') に示すように、電気回路の周囲には筐体やグランドなどの基準導体が存在し、回路と接続されている。コモンモードは回路と基準導体内を伝搬しているが従来手法では基準導体は理想グランドとみなし、その幾何学的構造の影響は考慮されていない。そこで、基準導体の幾何学的構造の影響を考慮するために、図 2.2(b) に示す、基準導体を単純な 1 本線で表した 3 本線回路を用いて、基準導体の幾何学構造を考慮した回路構造について考える。以上の 2 本線回路と 3 本線回路に流れる NM と CM について定式化し、2.3 で導出した多導体線路における電信方程式を用いて、NM と CM に関する電信方程式を導出する。

2.4.1 2 本線回路内におけるノーマルモードとコモンモードの定式化

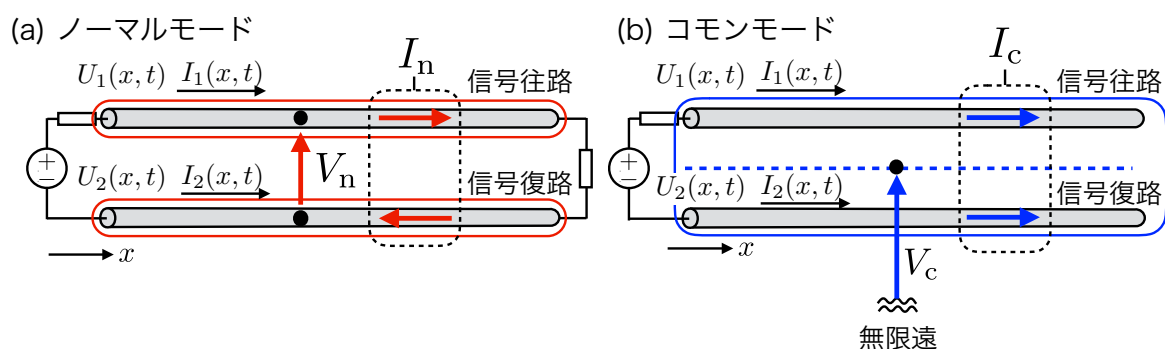


図 2.3: 2 本線回路内の (a) ノーマルモードと (b) コモンモードの定義。(a) のノーマルモードは我々が一般的に用いる信号と同じであり、2 本の伝送線路で構成された回路を一周するように伝搬する。よって、2 本の伝送線路に流れる電流の向きは逆向きになる。一方、(b) のコモンモードは回路と無限遠との間を流れるモードであるため、2 本の伝送線路に流れる電流の向きは同じ向きになる。

一般的に電気回路は信号の往復路の 2 導体で構成され、それらの間に電位差をかけることで信号を伝送することができる。本研究では、無限遠から見た導体の電位を変数としているため、図 2.3 に示すように、電位差である NM 電圧以外に、電位の和である CM 電流も定義することができる。以下に 2 本線回路における NM と CM で流れる電圧と電流を定義する。

(1) 2本線回路のノーマルモード電圧と電流

本研究では、2本線回路における NM を図 2.3(a) に示すような信号の往復路の間を流れるモードと定義する。よって、NM 電圧と電流は信号の往復路の電位と電流の差で表される。

$$V_n(x, t) = U_1(x, t) - U_2(x, t) , \quad (2.44)$$

$$I_n(x, t) = \frac{1}{2} (I_1(x, t) - I_2(x, t)) . \quad (2.45)$$

ここで、NM 電流に $\frac{1}{2}$ を掛けている。これは、例えば TEM 近似で用いられるように、信号の往復路に同じ大きさ逆向きの電流が流れているとすると [15, 17]、 $I_1(x, t) = -I_2(x, t)$ で表され、この時の NM 電流は $I_n = \frac{1}{2}(I_1(x, t) - I_2(x, t)) = I_1$ となり、TEM 近似で用いられる NM 電流と一致する。よって $\frac{1}{2}$ の係数が必要であることがわかる。

(2) 2本線回路内のコモンモード電圧と電流

次に、2本線回路における CM を図 2.3(b) に示すような無限遠と2本線回路の間を流れるモードと定義する。ここで、2本線回路の電位は信号線1と2の電位の平均とする。よって、CM は2本線と無限遠の間に流れる NM とみなすと、無限遠における電位と電流は共に0であるため、CM 電圧は2本線回路の電位の和で表され、CM 電流はそれぞれの信号線の電流の和で表される。

$$V_c(x, t) = \frac{1}{2} (U_1(x, t) + U_2(x, t)) , \quad (2.46)$$

$$I_c(x, t) = I_1(x, t) + I_2(x, t) . \quad (2.47)$$

2.4.2 2本線回路内におけるノーマルモードとコモンモードの電信方程式の導出

2本線回路内における NM・CM の伝搬現象を記述するために、NM・CM に関する電信方程式を導出する。式 (2.37), (2.39) より、多導体伝送線路の電信方程式を式 (2.44), (2.45), (2.46), (2.47) で定義した NM・CM の電圧と電流について解くと、以下の方程式を得ることができる。また、方程式の導出の詳細は、付録 A.1 に記す。

$$\frac{\partial V_n(x, t)}{\partial t} = -P_{nn}(x) \frac{\partial I_n(x, t)}{\partial z} - P_{nc}(x) \frac{\partial I_c(x, t)}{\partial z} , \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial V_c(x, t)}{\partial t} = -P_{cn}(x) \frac{\partial I_n(x, t)}{\partial z} - P_{cc}(x) \frac{\partial I_c(x, t)}{\partial z} , \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial V_n(x, t)}{\partial z} = -L_{nn}(x) \frac{\partial I_n(x, t)}{\partial t} - L_{nc}(x) \frac{\partial I_c(x, t)}{\partial t} , \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial V_c(x, t)}{\partial z} = -L_{cn}(x) \frac{\partial I_n(x, t)}{\partial t} - L_{cc}(x) \frac{\partial I_c(x, t)}{\partial t} . \quad (2.51)$$

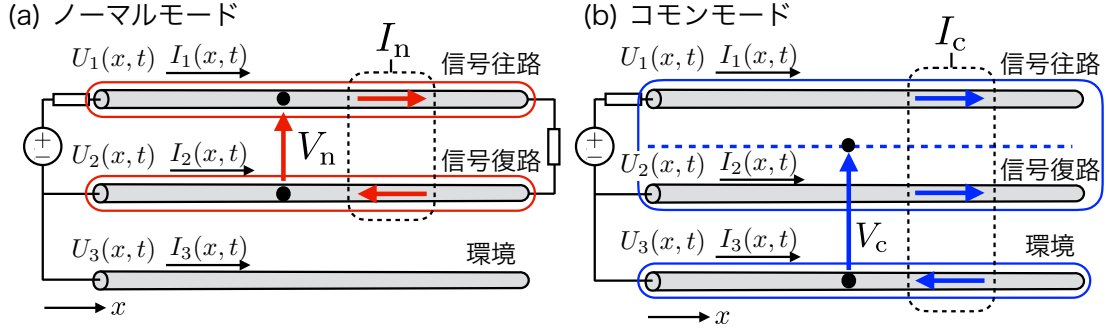


図 2.4: 3 本線回路におけるノーマルモードとコモンモード

ここで、式 (2.48) と (2.50) は 2 本線回路における NM 方程式を表しており、式 (2.49) と (2.51) は 2 本線回路における CM 方程式を表している。また、それぞれの係数は以下のように表される。

$$P_{nn}(x) = P_{11}(x) - P_{21}(x) - P_{12}(x) + P_{22}(x) , \quad (2.52)$$

$$P_{nc}(x) = \frac{1}{2} (P_{11}(x) - P_{21}(x) + P_{12}(x) - P_{22}(x)) , \quad (2.53)$$

$$P_{cn}(x) = \frac{1}{2} (P_{11}(x) + P_{21}(x) - P_{12}(x) - P_{22}(x)) , \quad (2.54)$$

$$P_{cc}(x) = \frac{1}{4} (P_{11}(x) + P_{21}(x) + P_{12}(x) + P_{22}(x)) . \quad (2.55)$$

これらの方程式をみると、NM 方程式に CM の項が含まれており、CM 方程式にも NM の項が含まれていることがわかる。以上より、係数 $P_{nc}(x), P_{cn}(x), L_{nc}(x), L_{cn}(x)$ が有限の場合、NM と CM はカップリングする。また、 P_{22} の項により、基準導体との相対的な関係だけでなく、基準導体の幾何学的構造も考慮することができる。

2.4.3 3 本線回路内におけるノーマルモードとコモンモードの定式化

次に、図 2.2(b) に示す回路の基準導体の構造を考慮した 3 本線回路について考える。2 本線回路と同様に、3 本線回路内の NM と CM について定式化し、電信方程式を導出する。

(1) 3本線回路のノーマルモード電圧と電流

本研究では、3本線回路に流れる NM を図 2.4(a) に示すような信号の往復路の間を流れるモードと定義する。これは 2 本線回路の NM の式 (2.44),(2.45) と同じである。

$$V_n(x, t) = U_1(x, t) - U_2(x, t) , \quad (2.56)$$

$$I_n(x, t) = \frac{1}{2} (I_1(x, t) - I_2(x, t)) . \quad (2.57)$$

(2) 3本線回路のコモンモード電圧と電流

次に、3本線回路における CM を図 2.4(b) に示すような 2 本線回路と環境線の間を流れるモードと定義する。ここで、2 本線回路の電位は信号往復路の電位の平均とし、2 本線回路に流れる電流は信号往復路の電流の和とする。CM は 2 本線回路と環境線の間を流れる NM とみなすと、CM 電圧と電流は以下のように表すことができる。

$$V_c(x, t) = \frac{1}{2} (U_1(x, t) + U_2(x, t)) - U_3(x, t) , \quad (2.58)$$

$$I_c(x, t) = \frac{1}{2} (I_1(x, t) + I_2(x, t) - I_3(x, t)) . \quad (2.59)$$

2.4.4 3本線回路内におけるノーマルモードとコモンモードの電信方程式の導出

3 本線回路内における NM・CM の伝搬現象を記述するために、2 本線回路と同様に NM・CM に関する電信方程式を導出する。式 (2.37),(2.39) より、多導体伝送線路の電信方程式を式 (2.56),(2.57),(2.58)(2.59) で定義した NM・CM の電圧と電流について解くと、以下の方程式を得ることができる。方程式の導出の詳細は付録 A.2 に記す。

$$\frac{\partial V_n(x, t)}{\partial t} = -P_{nn}(x) \frac{\partial I_n(x, t)}{\partial z} - P_{nc}(x) \frac{\partial I_c(x, t)}{\partial z} , \quad (2.60)$$

$$\frac{\partial V_c(x, t)}{\partial t} = -P_{cn}(x) \frac{\partial I_n(x, t)}{\partial z} - P_{cc}(x) \frac{\partial I_c(x, t)}{\partial z} , \quad (2.61)$$

$$\frac{\partial V_n(x, t)}{\partial z} = -L_{nn}(x) \frac{\partial I_n(x, t)}{\partial t} - L_{nc}(x) \frac{\partial I_c(x, t)}{\partial t} , \quad (2.62)$$

$$\frac{\partial V_c(x, t)}{\partial z} = -L_{cn}(x) \frac{\partial I_n(x, t)}{\partial t} - L_{cc}(x) \frac{\partial I_c(x, t)}{\partial t} . \quad (2.63)$$

式 (2.60) と (2.62) は 3 本線回路における NM 方程式を表しており、式 (2.61) と (2.63) は 3 本線回路における CM 方程式を表している。これは 2 本線回路の NM・CM 方程式と同じ形式で表

されていることがわかる。

$$P_{nn}(x) = P_{11}(x) - P_{21}(x) - P_{12}(x) + P_{22}(x) , \quad (2.64)$$

$$P_{nc}(x) = \frac{1}{2} (P_{11}(x) - P_{21}(x) + P_{12}(x) - P_{22}(x)) - (P_{13}(x) - P_{23}(x)) , \quad (2.65)$$

$$P_{cn}(x) = \frac{1}{2} (P_{11}(x) + P_{21}(x) - P_{12}(x) - P_{22}(x)) - (P_{31}(x) - P_{32}(x)) , \quad (2.66)$$

$$P_{cc}(x) = \frac{1}{4} (P_{11}(x) + P_{21}(x) + P_{12}(x) + P_{22}(x)) - \frac{1}{2} (P_{13}(x) + P_{31}(x) + P_{23}(x) + P_{32}(x) - 2P_{33}(x)) . \quad (2.67)$$

以上より、2 本線回路と同様、3 本線回路も NM と CM のカップリングを表す P_{nc} , P_{cn} が有限であれば NM と CM はカップリングする。ここで、 P_{33} の項により、3 番目の基準線の幾何学的構造も考慮することができる。

2.5 時間領域有限差分 (Finite-Difference Time-Domain : FDTD)

法を用いた多導体伝送線路内の電信方程式の数値計算

本節では 2.3 で導出した 1 次元多導体線路における電位と電流に関する電信方程式の数値計算手法を説明する。時間領域における数値計算には電磁界の数値計算でよく用いられる有限差分時間領域 (Finite-Difference Time-Domain Method : FDTD) 法を用いて数値計算を行う [33]。1 次元多導体線路の両端は、図 2.5 に示すように、集中定数回路と接続されている。これらの境界条件の計算は、集中定数回路の数値計算で用いられているスパースタブロー法を用いる [34]。スパースタブロー法はキルヒホッフの電流則 (KCL : Kirchhoff's Current Law) と電圧則 (KVL : Kirchhoff's Voltage Law)、また常微分方程式で表される枝構成式 (BCE : Branch Constitutive Equation) [35] を用いて、枝電圧と節点電位、枝電流を変数とした方程式を導出する。最終的に本研究手法では、変数を節点電位と枝電流とし、それらが満たす条件式を接続行列とインピーダンス行列で表した境界条件の式を導出し、それを節点電位方程式 (IPE : Incident Potential Equation) と呼ぶ [22]。

FDTD 法は図 2.6(c) のような中心差分近似を用いている。精度は他の (a) 前進差分近似と (b) 後進差分近似の (Δz) に比べ誤差が $(\Delta z)^2$ になる [36]。よって、中心差分近似を用いることで精度の高い数値計算が可能になる。式 (2.40),(2.41) より、本研究で解く方程式は以下の通り。こ

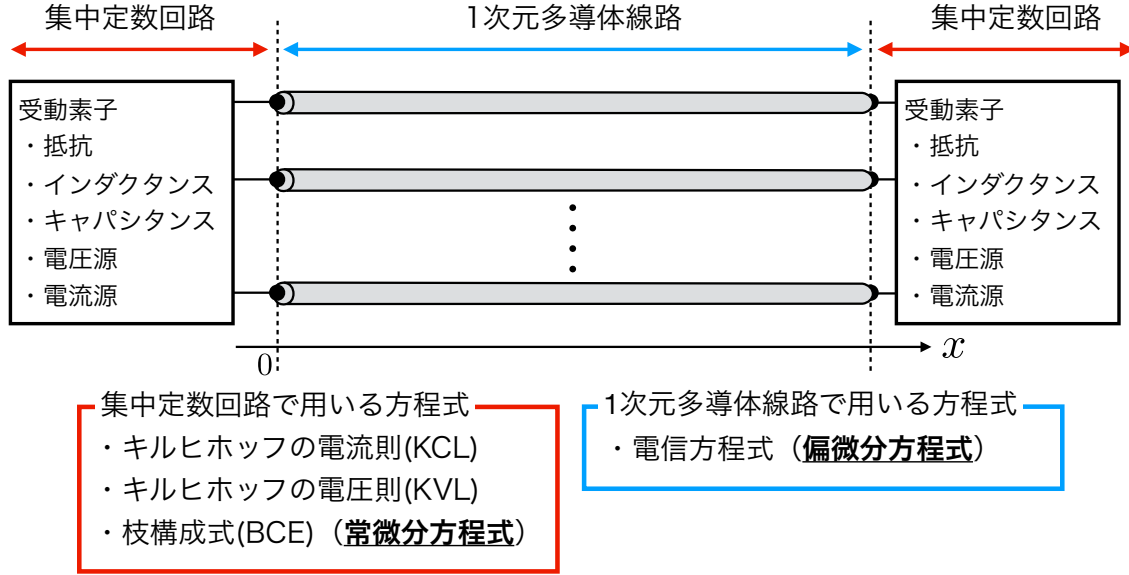


図 2.5: 本研究で用いる 1 次元多導体線路の両端に集中定数回路が接続された回路構造。集中定数回路が満たす方程式にキルヒホッフの電流則 (KCL) とキルヒホッフの電圧則 (KVL)、枝構成式 (BCE) を用いる。さらに、1 次元多導体線路が満たす方程式に、2.3 で導出した電信方程式を用いる。数値計算では、集中定数回路が満たす常微分方程式と多導体線路が満たす偏微分方程式を同時に計算する。

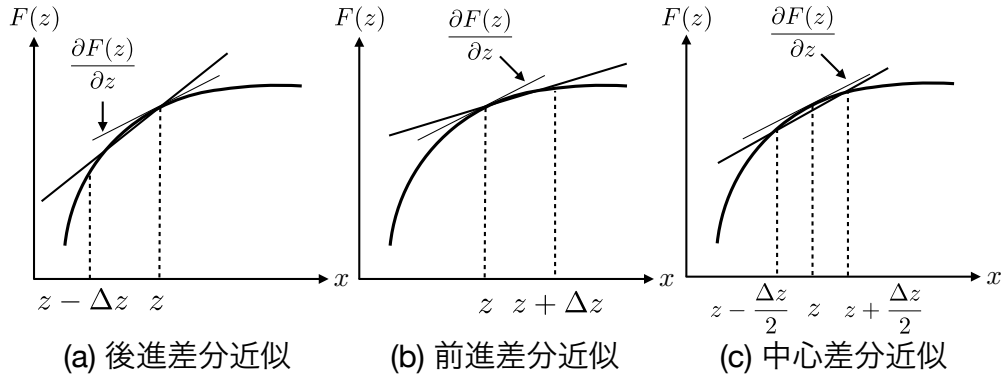


図 2.6: 差分方法の比較

ここで簡略化のため、添字の x は省略する。

$$\frac{\partial U_i(x, t)}{\partial t} = - \sum_j P_{ij}(x) \frac{\partial I_j(x, t)}{\partial z}, \quad (2.68)$$

$$\frac{\partial U_i(x, t)}{\partial z} = - \sum_j L_{ij}(x) \frac{\partial I_j(x, t)}{\partial t} - R_i I_i(x, t). \quad (2.69)$$

この方程式を中心差分方程式で表すためにまず、式 (2.68) の左辺を時間に関して差分化すると、

$$\frac{\partial U_i(x, t)}{\partial t} = \frac{U_i(x, t + \Delta t) - U_i(x, t)}{\Delta t} . \quad (2.70)$$

と表すことができる。中心差分近似を取る場合、上式は時刻 $t + \frac{\Delta t}{2}$ における差分近似を求めている。つまり、式 (2.68) の左辺の U の値は時刻 $t + \Delta t$ と t の値を用いる。一方、右辺の電流は時刻 $t + \frac{\Delta t}{2}$ の値を用いる。それに対応して、 I の値を取る位置が U に比べて半整数分 ($\frac{\Delta x}{2}$) だけずらす必要がある。以上より、式 (2.68) を中心差分をとると以下のように表すことができる。

$$\frac{U_i(x, t + \Delta t) - U_i(x, t)}{\Delta t} = - \sum_j P_{ij}(x) \frac{I_j(x + \frac{\Delta x}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}) - I_j(x - \frac{\Delta x}{2}, t + \frac{\Delta t}{2})}{\Delta x} . \quad (2.71)$$

このように FDTD 法では 2 変数 U と I のとる値が場所と時間でそれぞれ離散幅の半整数倍だけずれる。以下、差分方程式を見やすくするために i 番目の伝送線路の時間と場所に関する離散化後の U と I を次のように表す。

$$\begin{aligned} U(x, t) &\equiv U_{i(k)}^m, \quad (x = k\Delta x, \quad t = m\Delta t, \quad m, k = 0, 1 \cdots N) , \\ I(x, t) &\equiv I_{i(k+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}, \quad \left(x = \left(k + \frac{1}{2} \right) \Delta x, \quad t = \left(k + \frac{1}{2} \right) \Delta t, \quad m, k = 0, 1 \cdots N - 1 \right) . \end{aligned}$$

上記のように、 U は差分の整数倍の点、 I は差分の半整数倍の点とそれぞれ半整数分だけずれた点の値が用いられている。 N は伝送線路の x 方向の分割数を表しており、電流の数が電位に比べてひとつ少ない。以上より、式 (2.68) と (2.69) を中心差分を用いて差分化すると以下のように、表すことができる。

$$\frac{U_{i(k)}^{m+1} - U_{i(k)}^m}{\Delta t} = - \sum_j^M P_{ij(k)} \frac{I_{j(k+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - I_{j(k-\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta x} , \quad (2.72)$$

$$\frac{U_{i(k+1)}^{m+1} - U_{i(k)}^{m+1}}{\Delta x} = - \sum_j^M L_{ij(k+\frac{1}{2})} \frac{I_{i(k+\frac{1}{2})}^{m+\frac{3}{2}} - I_{i(k+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta t} - R_i \frac{I_{i(k+\frac{1}{2})}^{m+\frac{3}{2}} + I_{i(k+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{2} . \quad (2.73)$$

ここで、 M は伝送線路の数で $P_{ij(k)}$, $L_{ij(k)}$ は、点 $x = k\Delta x$ の座標における伝送線路 i, j 間の電位係数とインダクタンスを表している。さらに、未知数である新しい時間の電位と電流の値を求めるためには、上式 (2.72), (2.73) を解く必要がある。そこで、それぞれの式を行列とベクトルで表す。

$$U_k^{m+1} - U_k^m = - \frac{\Delta t}{\Delta z} P_k \left(I_{k+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - I_{k-\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right) , \quad (2.74)$$

$$U_{k+1}^{m+1} - U_k^{m+1} = - \frac{\Delta z}{\Delta t} L_{k+\frac{1}{2}} \left(I_{k+\frac{1}{2}}^{m+\frac{3}{2}} - I_{k+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{2} R_{ij(k+\frac{1}{2})} \left(I_{k+\frac{1}{2}}^{m+\frac{3}{2}} + I_{k+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right) . \quad (2.75)$$

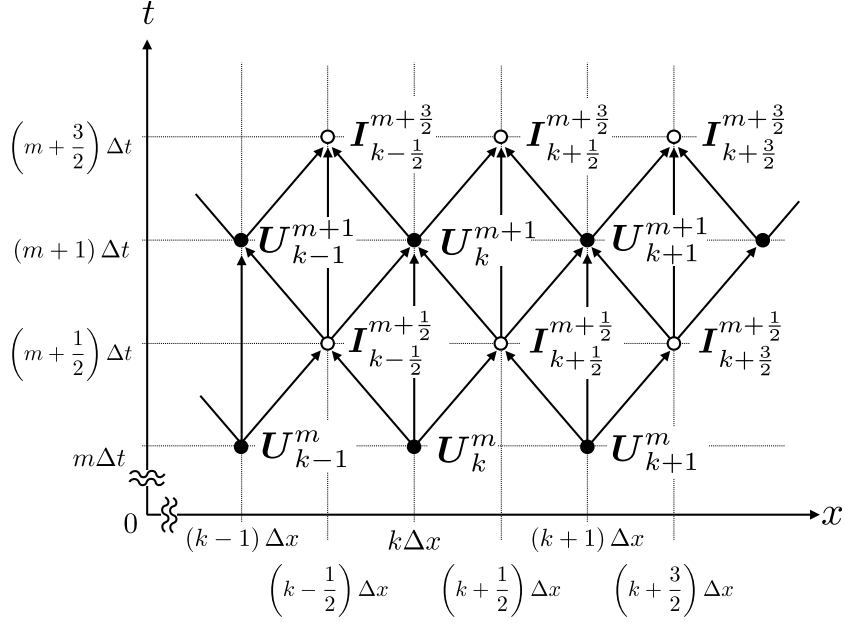


図 2.7: 電位 U と電流 I の差分点と時間発展の関係

ここで、 $U_k, I_{k+\frac{1}{2}}$ はそれぞれ場所 $k, k+\frac{1}{2}$ における各伝送線路の電位と電流を大きさ M のベクトルで表したものである。また、行列 P と L は伝送線路 i, j 間の電位係数行列とインダクタンス行列で $M \times M$ 行列である。また、 R は伝送線路内の抵抗行列であり、 $M \times M$ の対角行列となっている。

新しい時間の未知数を左辺に、古い時間の既知数を右辺に移動させ、電位と電流に関する漸化式を求める。

$$U_k^{m+1} = U_k^m - \frac{\Delta t}{\Delta x} P_k \left(I_{k+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - I_{k-\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right), \quad (2.76)$$

$$I_{k+\frac{1}{2}}^{m+\frac{3}{2}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} L_{k+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} R \right)^{-1} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} L_{k+\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} R_{k+\frac{1}{2}} \right) I_{k+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} L_{k+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} R_{k+\frac{1}{2}} \right)^{-1} (U_{k+1}^{m+1} - U_k^{m+1}). \quad (2.77)$$

式 (2.76) より、新しい時間の電位 U_k^{m+1} を求めるためには一つ前の時間の電位 U_k^m と、時間が半整数分だけ前の、場所が半整数だけずれた電流 $I_{k+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}}, I_{k-\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}}$ の値を用いている。同様に式 (2.77) より、得られた電位 U^{m+1} の値をもとに、新しい電流 $I^{m+\frac{3}{2}}$ の値を求めることができる。以上を繰り返すことで電位と電流の任意の場所の過渡現象を計算することができる。これを図で表すと、図 2.7 のようになる。ここで、解の安定性を満たすために以下の Courant 条件を満た

たす必要がある [17, 33]。

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{v} . \quad (2.78)$$

数値計算では、値を新しい時間へと更新する度に値は Δx だけ離れた位置に遷移する。つまり、Courant 条件を満たさない場合は、数値計算の値の遷移速度が光速を超え、物理現象から乖離してしまうために、数値計算の発散に繋がる。また、等号が成り立つ場合 ($v\Delta t = \Delta x$) は magic time step と呼ばれ??、数値計算の値の遷移速度と実際の伝搬速度が一致するため、数値計算結果の分散は最も小さくなる。さらに、 Δx は信号の立ち上がり（下がり）の空間長よりも十分小さくなるように取る必要がある。

2.6 集中定数回路との接続による分布定数回路の境界条件の計算

伝送線路両端の境界における計算は、伝送線路と集中定数回路との接続関係を表す接続行列と、インピーダンスを表すインピーダンス行列を用いた IPE を導入して計算する。図 2.5 に示すように、電信方程式での未知数は電位と電流であるため、集中定数回路で用いる変数は節点電位と枝電流とする。集中定数回路と伝送線路が境界で満たす条件式から IPE を導出する。

2.6.1 集中定数回路が満たす境界条件

(1) キルヒホッフの電流則 (KCL)

集中定数回路内の節点間の接続関係は接続行列 \mathbf{A}_l を用いて表すことができる。ここで、接続行列の行は節点を表し、列は枝を表している。行列の成分は 0, 1, -1 のいずれかであり、枝の向きと節点との接続関係で以下の値になる。

$$A_{lij} = \begin{cases} 0 & (\text{枝 } j \text{ が節点 } i \text{ に接続していない場合}) \\ 1 & (\text{枝 } j \text{ が節点 } i \text{ に出る向きに接続している場合}) \\ -1 & (\text{枝 } j \text{ が節点 } i \text{ に入る向きに接続している場合}) \end{cases} . \quad (2.79)$$

枝電流ベクトルを \mathbf{I}_l 、電流源ベクトルを \mathbf{J}_l 、電流源ベクトルとの接続関係を \mathbf{A}_J とおくと、集中定数回路内のキルヒホッフの電流則は以下のように表される。

$$\mathbf{A}_l \mathbf{I}_l + \mathbf{A}_J \mathbf{J}_l = \mathbf{0} . \quad (2.80)$$

(2) キルヒホッフの電圧則 (KVL) と枝構成式 (BCE)

集中定数回路内の枝電圧ベクトル \mathbf{V}_l は接続行列と節点電位ベクトル \mathbf{U}_l を用いて表すことができる。

$$\mathbf{V}_l = \mathbf{A}_l^T \mathbf{U}_l . \quad (2.81)$$

また、BCE は枝を構成する受動素子によって決まる。

$$\mathbf{V}_l = \mathbf{Z}_l \mathbf{I}_l + \mathbf{E}_l . \quad (2.82)$$

ここで、 \mathbf{Z}_l は枝を構成する受動素子によって決まる時間領域でのインピーダンスを表しており、対角行列である。また、 \mathbf{E}_l は電圧源を表している。

次に、時間に関して離散化した後のインピーダンス行列の要素を導出する。集中定数回路内の節点 ij 間で成り立つ枝構成式を枝の構成要素が抵抗・キャパシタンス・インダクタンスの場合を考える。枝電圧 V_{ij} と枝電流 I_{ij} が満たす微分方程式は以下のようになる。

$$V_{ij} = R_{ij} I_{ij} , \quad (2.83)$$

$$\frac{d}{dt} V_{ij} = C_{ij}^{-1} I_{ij} , \quad (2.84)$$

$$V_{ij} = L_{ij} \frac{dI_{ij}}{dt} , \quad (2.85)$$

$$V_{ij} = E_{ij} . \quad (2.86)$$

これらを離散化して、差分方程式で表すと以下のようになる。

$$\frac{V_{ij}^{m+1} + V_{ij}^m}{2} = R_{ij} \frac{I_{ij}^{m+1} + I_{ij}^m}{2} , \quad (2.87)$$

$$\frac{V_{ij}^{m+1} - V_{ij}^m}{\Delta t} = C_{ij}^{-1} \frac{I_{ij}^{m+1} + I_{ij}^m}{2} , \quad (2.88)$$

$$\frac{V_{ij}^{m+1} + V_{ij}^m}{2} = L_{ij} \frac{I_{ij}^{m+1} - I_{ij}^m}{\Delta t} , \quad (2.89)$$

$$\frac{V_{ij}^{m+1} + V_{ij}^m}{2} = \frac{E_{ij}^{m+1} + E_{ij}^m}{2} . \quad (2.90)$$

以上より BCE の差分方程式を一般化すると、以下のよう表すことができる。

$$V_{ij} - Z_{ij} I_{ij}^{m+1} = -\epsilon_{lij} V_{ij} + \delta_{lij} Z_{ij} I_{ij}^m + E_{ij}^{m+1} + E_{ij}^m . \quad (2.91)$$

表 2.1: 枝構成式のインピーダンスと係数行列の値

素子	Z	ϵ	δ
抵抗	R	1	1
インダクタ	$2L/\Delta t$	1	-1
キャパシタ	$\Delta t/2C$	-1	1

ここで、 ϵ_{ij} と δ_{ij} は符号を表す係数であり、枝の構成素子によって変わる。それらの関係は表 2.1 に示している。差分化された BCE は式 (2.91) より接続行列とインピーダンス行列を用いて表すことができる。

$$\mathbf{A}_l^T \mathbf{U}_l^{m+1} - \mathbf{Z}_l \mathbf{I}_l^{m+1} = -\boldsymbol{\epsilon}_l \mathbf{A}_l^T \mathbf{U}_l^m + \boldsymbol{\delta}_l \mathbf{Z}_l \mathbf{I}_l^m + (\mathbf{E}_l^{m+1} + \mathbf{E}_l^m) . \quad (2.92)$$

ここで式 (2.81) より、枝電圧を接続行列と節点電圧を用いて表した。 \mathbf{Z} はインピーダンス行列であり、枝を構成する素子の時間領域におけるインピーダンスを表す。また、 $\boldsymbol{\epsilon}$ と $\boldsymbol{\delta}$ は対角行列であり、枝を構成する素子の種類によって符号を変える役割を持つ。それぞれの行列の i 行 i 列目の対角要素は以下ようになる。

$$Z_{lii} = \begin{cases} R & (\text{枝構成素子が抵抗の場合}), \\ 2L/\Delta t & (\text{枝構成素子がインダクタの場合}), \\ \Delta t/2C & (\text{枝構成素子がキャパシタの場合}). \end{cases} \quad (2.93)$$

$$\epsilon_{lii} = \begin{cases} 1 & (\text{枝構成素子がキャパシタの場合}), \\ -1 & (\text{キャパシタ以外}). \end{cases} \quad (2.94)$$

$$\delta_{lii} = \begin{cases} 1 & (\text{枝構成素子がインダクタの場合}), \\ -1 & (\text{インダクタ以外}). \end{cases} \quad (2.95)$$

$$(2.96)$$

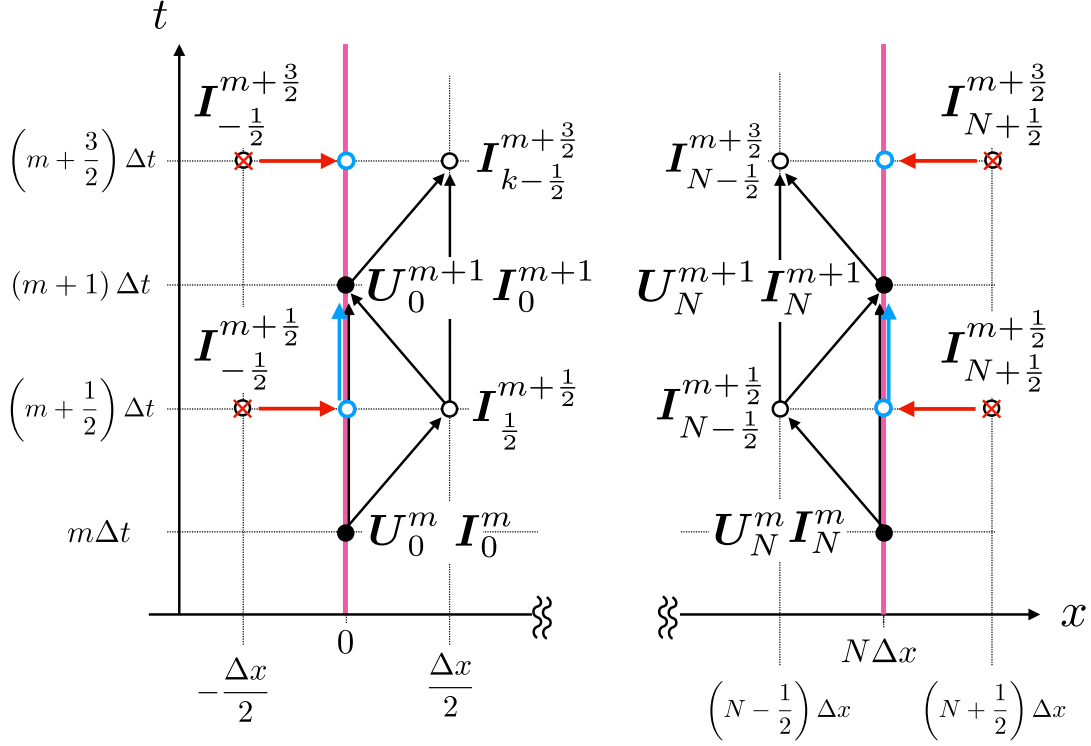


図 2.8: 境界における電位 U と電流 I の定義位置の関係。境界の U の計算をする際に、定義されていない空間外 ($x = -\frac{\Delta x}{2}, (N + \frac{1}{2}) \Delta x$) での I の値を用いる必要がある。そこで、本研究では、空間外の I の値を U と同じ位置にある I の時間平均とみなして計算を行う。

2.6.2 分布定数回路が満たす境界条件

次に多導体線路の境界で満たす条件式を導出する。境界で用いる式は、伝送線路内の電位の漸化式 (2.76) に $k = 0, N$ を代入すると導出することができる。

$$U_0^{m+1} = U_0^m - \frac{\Delta t}{\Delta x} P_0 \left(I_{\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - I_{-\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right), \quad (2.97)$$

$$U_N^{m+1} = U_N^m - \frac{\Delta t}{\Delta x} P_N \left(I_{N+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - I_{N-\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right). \quad (2.98)$$

ここで、電位と電流は場所が半整数ずれた位置で定義されているため、境界で電流の空間差分をとる場合、定義されていない空間の点の電流 $I_{-\frac{1}{2}}$ と $I_{N+\frac{1}{2}}$ を考慮する必要がある。本研究では、図 2.8 で示すように、電位が定義されている点に流れる電流で代用する。また、この電流

は時間も半整数ずれているため、時間平均を用いる。

$$\mathbf{I}_{-\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} = \frac{\mathbf{I}_0^{m+1} + \mathbf{I}_0^m}{2}, \quad (2.99)$$

$$\mathbf{I}_{N+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} = \frac{\mathbf{I}_N^{m+1} + \mathbf{I}_N^m}{2}. \quad (2.100)$$

さらに、電位の点での電流を用いると、電流の空間差分をとる際に距離が半分になる。以上を考慮すると、境界での電位の漸化式 (2.97) と (2.98) は以下のように表される。

$$U_0^{m+1} = U_0^m - \frac{\Delta t}{\Delta x/2} P_0 \left(\mathbf{I}_{\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - \frac{\mathbf{I}_0^{m+1} + \mathbf{I}_0^m}{2} \right), \quad (2.101)$$

$$U_N^{m+1} = U_N^m - \frac{\Delta t}{\Delta x/2} P_N \left(\frac{\mathbf{I}_N^{m+1} + \mathbf{I}_N^m}{2} - \mathbf{I}_{N-\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right). \quad (2.102)$$

ここで、境界の電流は未知数となるので、左辺に移動すると境界での伝搬方程式が導かれる。

$$U_0^{m+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} P_0 \mathbf{I}_0^{m+1} = U_0^m + \frac{\Delta t}{\Delta x} P_0 \left(\mathbf{I}_0^m - 2\mathbf{I}_{\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right), \quad (2.103)$$

$$U_N^{m+1} + \frac{\Delta t}{\Delta x} P_N \mathbf{I}_N^{m+1} = U_N^m - \frac{\Delta t}{\Delta x} P_N \left(\mathbf{I}_N^m - 2\mathbf{I}_{N-\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right). \quad (2.104)$$

両端での方程式を一つにまとめるために、以下の行列を用意する。

$$\mathbf{U}_d = \begin{pmatrix} U_0 \\ U_N \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}_d = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_0 \\ \mathbf{I}_N \end{pmatrix}, \quad (2.105)$$

$$\mathbf{I}_\alpha = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{\frac{1}{2}} \\ \mathbf{I}_{N-\frac{1}{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.106)$$

$$\mathbf{Z}_d = \frac{\Delta t}{\Delta x} \begin{pmatrix} P_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & P_N \end{pmatrix}. \quad (2.107)$$

ここで、 $\mathbf{U}_d, \mathbf{I}_d$ は伝送線路両端の電位と電流を表し、 \mathbf{I}_α は両端から半整数だけ伝送線路側にずれた位置での電流を表している。また、 \mathbf{Z}_d は両端でのインピーダンス行列を表している。以上より、多導体線路の境界で満たす条件式を行列でまとめると、以下のように表される。

$$\mathbf{A}_d \mathbf{U}_d^{m+1} - \delta_d \mathbf{Z}_d \mathbf{I}_d^{m+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{U}_d^m + \delta_d \mathbf{Z}_d \left(\mathbf{I}_d^m - 2\mathbf{I}_\alpha^{m+\frac{1}{2}} \right). \quad (2.108)$$

ここで、 \mathbf{A}_d は多導体線路を枝、境界を節点とみなしたときの接続行列を表している。各伝送線路は γ_α は境界の場所によって符号を変えるための対角行列であり、 i 行 i 列目の要素は以下のようになる。

$$\delta_{dii} = \begin{cases} 1 & (k=0) \\ -1 & (k=N) \end{cases}. \quad (2.109)$$

多導体線路の境界で満たされる電信方程式を導出した。

2.6.3 境界における集中定数回路と伝送線路の節点電位方程式 (IPE)

伝送線路の両端と集中定数回路の接続関係は KCL を用いて表すことができる。

$$\mathbf{A}_d \mathbf{I}_d + \mathbf{A}_l \mathbf{I}_l + \mathbf{A}_J \mathbf{J}_l = \mathbf{0} . \quad (2.110)$$

以上より、境界で解くべき全ての方程式を準備することができ、それらは集中定数回路が満たす BCE(2.92) と伝搬方程式が境界で満たす関係式 (2.108)、集中定数回路と伝送線路の接続関係を表す KCL(2.110) である。これらの方程式を連立することにより境界における IPE を導出することができ、新しい時間の未知数を数値計算することができる。そのために、集中定数回路と伝送線路内の変数を以下の行列でまとめる。

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_d \\ \mathbf{I}_l \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_d \\ \mathbf{I}_l \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}' = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_d - 2\mathbf{I}_\alpha \\ \mathbf{I}_l \end{pmatrix}, \quad (2.111)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_l & \mathbf{A}_d \end{pmatrix}, \quad (2.112)$$

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_l & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Z}_d \end{pmatrix}, \quad (2.113)$$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_l & \mathbf{0} \end{pmatrix}^T, \quad (2.114)$$

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\epsilon}_l & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\delta} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\delta}_l & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\delta}_d \end{pmatrix}. \quad (2.115)$$

以上で導いた境界条件は以下の IPE でまとめることができる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^T & -\mathbf{Z} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}^{m+1} \\ \mathbf{I}^{m+1} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \boldsymbol{\epsilon} \mathbf{A}^T & -\boldsymbol{\delta} \mathbf{Z} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}^m \\ \mathbf{I}^{m+\frac{1}{2}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{E}^{m+1} + \mathbf{E}^m \\ -\mathbf{A}_l \mathbf{J}_l^{m+1} \end{pmatrix}. \quad (2.116)$$

2.7 結言

本章では、1次元多導体線路内の電信方程式とその数値計算手法を導出した。まず、マクスウェル方程式からゲージ変換を用いて電位とベクトルポテンシャルの積分方程式を導出した。さらに、導体内で満たす連続の式とオームの法則を用い、多導体線路内の電位と電流に関する電信方程式を導出した。さらに、本研究で用いる2本線回路と3本線回路内に流れる NM と CM について定義し、導出した多導体線路内の電信方程式から、NM・CMに関する電信方程式を導出した。数値計算では、境界で集中回路と多導体線路を接続するための境界条件の数値計算手法を導出した。

第3章 1次元回路内におけるコモンモードノイズ現象の数値計算と実験による過渡解析

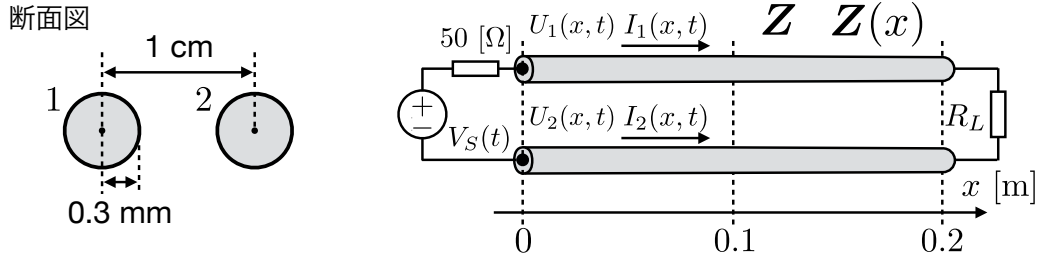
3.1 緒言

本章では、2.4 で導入した 2 本線回路と 3 本線回路内に発生する CM ノイズを定量化するために、2.5 で説明した数値計算手法を用いて過渡解析を行う。それにより、回路の幾何学的構造や電氣的構造が CM ノイズに与える影響を観測する。2 本線回路におけるシミュレーションでは、幾何学的構造の対称性を考慮するために、同じ形状を有する平行 2 本線路を用い、非対称性を考慮するために、異なる形状を有する同軸線路を用いた。また、伝送線路内のインピーダンスの場所依存性を考慮したシミュレーションも行なった。従来のインピーダンスの場所依存性を考慮した計算は、伝送線路内の NM の反射のみを考慮した計算が行われていた [30,31]。しかし、伝送線路内では NM 以外に CM も伝搬しており、インピーダンスの場所依存性が NM と CM に及ぼす影響を明らかにする必要がある。ここで、電氣的構造は 2 本線回路の場合、接続関係は常に一意に決まるため、幾何学的構造が CM ノイズに及ぼす影響を調べた。次に、3 本線回路におけるシミュレーションでは、幾何学的構造を考慮するために基準導体の位置を変化させた。また、電氣的構造を考慮するために、基準導体と信号線の接続関係を変化させた。過渡解析から、電氣的・幾何学的構造が CM ノイズに及ぼす影響を調べた。また、3 本線回路を用いて、実験による検証も行なった。

3.2 2本線回路内におけるノーマルモードとコモンモードの過渡解析

本節では、2 本線回路内に発生する NM・CM 電圧と電流の過渡解析を行う。今回は回路構造の対称性を考慮するために、図 3.1 で示すように、同じ形状の伝送線路で構成された対称構造を有する平行 2 本線路と、異なる形状の伝送線路で構成された非対称構造を有する同軸線路を用いて数値計算を行う。また、伝送線路のインピーダンスの場所依存性の有無による比較も行う。

(a) 平行2本線路（幾何学的対称構造）



(b) 同軸線路（幾何学的非対称構造）

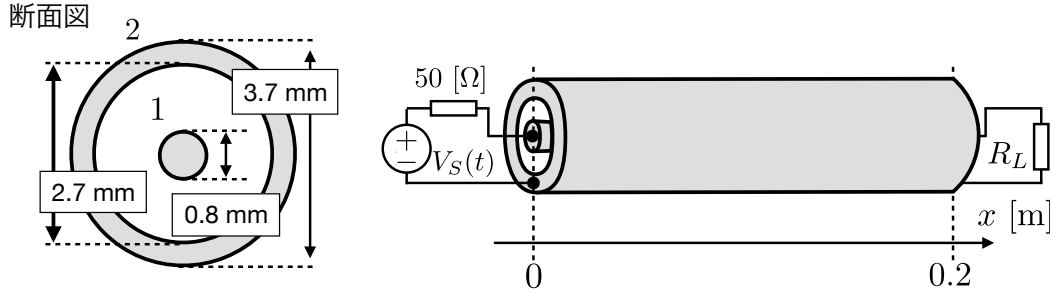


図 3.1: 数値計算で用いる 2 本線回路。(a) は平行 2 本線回路であり、同じ形状の伝送線路で構成されている。半径 0.3 mm、長さ 0.2 m の円柱形状の伝送線路を 1cm 離れて配置した。(b) は同軸線路であり、異なる伝送線路で構成されている。一方は半径 0.8 mm、長さ 0.2 m の円柱形状の伝送線路であり、他方は外径 3.7 mm、内径 2.7 mm、長さ 0.2 m の円筒形状の伝送線路である。それぞれの回路の入力側には内部抵抗 50 Ω の電圧源 $V_S(t)$ が接続されており、終端は抵抗 R_L を接続し、インピーダンスマッチングをとっている。

3.2.1 平行 2 本線路と同軸線路のインピーダンスの場所依存によって発生するコモンモードノイズ

図 3.1 に示す 1 次元 2 導体回路のインピーダンスの x 方向の依存性を数値計算により導出する。数値計算で用いる方程式は 2 章で導出した 1 次元多導体線路の電位係数とインダクタンスの式 (2.42)(2.43) を用いる。ここで、インピーダンスとインダクタンス、電位係数の関係は以下のように表される。

$$Z_{ij}(x) = vL_{ij}(x) = \frac{1}{v}P_{ij}(x) . \quad (3.1)$$

ここで、 v は信号の伝搬速度であり、導体周囲の媒質の誘電率を ϵ 、透磁率を μ とすると、 $v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$ で表される。また、導体内のインピーダンスの数値計算の方法は付録 B に記す。

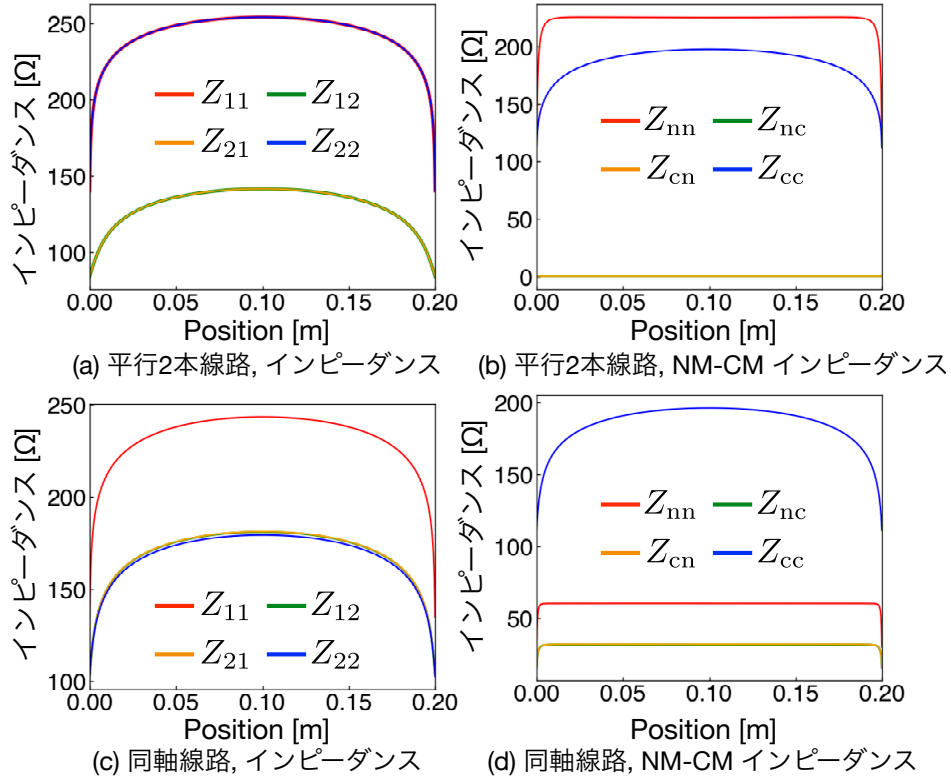


図 3.2: 平行 2 本線路と同軸線路のインピーダンスの場所依存。 $Z_{11}, Z_{12}, Z_{21}, Z_{22}$ は各伝送線路の自己インピーダンスと相互インピーダンスを表している。 $Z_{nn}, Z_{nc}, Z_{cn}, Z_{cc}$ は NM・CM インピーダンスを表している。

(1) 平行 2 本線路と同軸線路のインピーダンスの場所依存性

図 3.2 は平行 2 本線路と同軸線路のインピーダンスの数値計算結果を表している。(a),(c) は平行 2 本線路と同軸線路における各伝送線路間のインピーダンス $Z_{11}, Z_{12}, Z_{21}, Z_{22}$ を表しており、(b),(d) は伝送線路のインピーダンスを用いて導出した NM・CM インピーダンス $Z_{nn}, Z_{nc}, Z_{cn}, Z_{cc}$ を表している。(a),(c) より、各伝送線路のインピーダンスは場所に大きく依存した値を持ち、中心で最も大きくなることがわかる。さらに、終端のインピーダンスは中央部の半分程度になっていることがわかる。また、平行 2 本線路は同じ形状の伝送線路で構成されているため対称構造である。よって、 $Z_{11}(x) = Z_{22}(x), Z_{12}(x) = Z_{21}(x)$ となる。一方、同軸線路は異なる形状を有しているため、非対称構造である。よって、 $Z_{11} \neq Z_{22}, Z_{12} \neq Z_{21}$ となる。次に、図 3.2(b),(d) に示された NM・CM インピーダンスを見ると、 Z_{cc} は図 3.2(a),(c) の伝送線路のインピーダンスと同様の場所依存性を示しているのに対して、 Z_{nn} は伝送線路の内部では一様で、終端付近で急峻に変化していることがわかる。これは、 Z_{cc} は全ての係数の和で表されるのに対して、 Z_{nn}

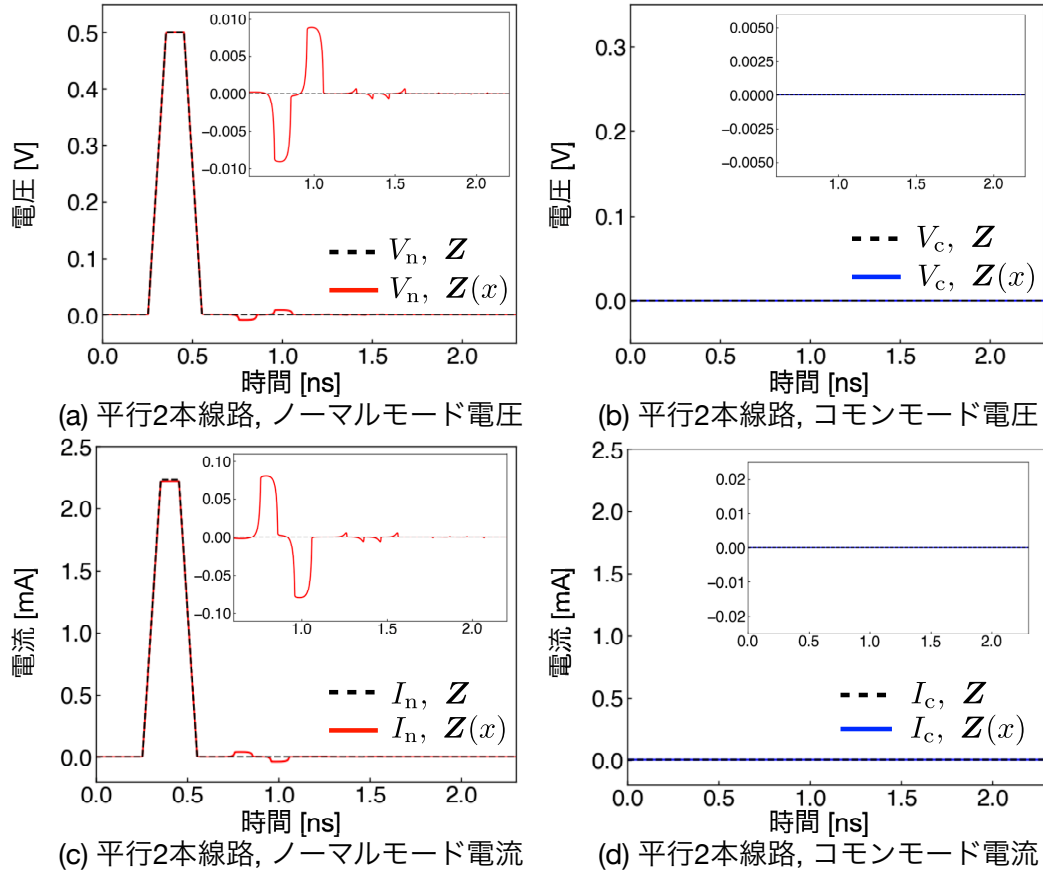


図 3.3: 幾何学的対称構造を有する平行 2 本線路の中央 ($x = 0.1 \text{ m}$) における NM・CM 電圧 $V_n(0.1, t)$, $V_c(0.1, t)$ と電流 $I_n(0.1, t)$, $I_c(0.1, t)$ の時間変化

は、それぞれの係数の差で表されるため、伝送線路内の場所依存が打ち消されたことが考えられる。また、NM と CM カップリングを表すインピーダンス Z_{nc} , Z_{cn} は対称構造であるため常に 0 であることがわかる。一方、同軸線路は非対称構造であるため、 Z_{nc} , Z_{cn} は有限の値を持つ。平行 2 本線路と同軸線路の Z_{nc} , Z_{cn} の違いが及ぼす影響を回路に信号を入力した際の振る舞いにより観測する。

(2) インピーダンスの場所依存性を考慮した NM・CM 電圧と電流の過渡現象

インピーダンスの場所依存性が CM ノイズに与える影響を、数値計算による NM と CM の過渡解析により明らかにする。インピーダンスの平均値 Z と、場所依存性があるインピーダンス $Z(x)$ を用いて数値計算を行った。数値計算では、図 3.1 に示すように、平行 2 本線路と同軸線路の両端に集中定数回路を接続してシミュレーションを行った。入力端 ($x = 0 \text{ m}$) では、電

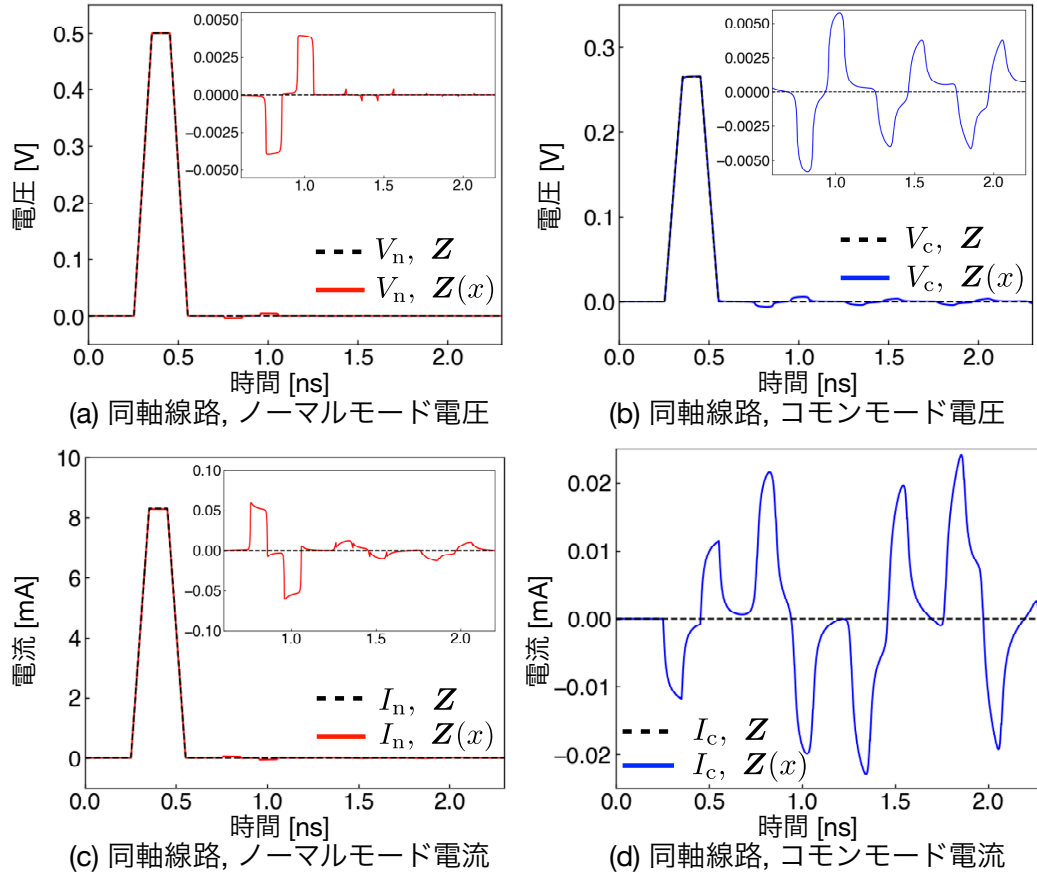


図 3.4: 幾何学的非対称構造を有する同軸線路の中央 ($x = 0.1$ m) における NM・CM 電圧 $V_n(0.1, t)$, $V_c(0.1, t)$ と電流 $I_n(0.1, t)$, $I_c(0.1, t)$ の時間変化

圧源が接続され、両端 ($x = 0, 0.2$ m) では $Z_{nn}(x)$ と同じ値の抵抗値を用いてインピーダンスマッチングを取っている。場所依存性がある場合は数値計算で反射波が最も小さくなった中央における値を用いた ($R_L = Z_{nn}(0.1)$)。入力には、電圧 1.0 V、立ち上がり (下がり) 時間 0.1 ns、平坦時間 0.1 ns のパルス波を用いた。

図 3.3 は平行 2 本線路の中央部 ($x = 0.1$ m) における NM・CM 電圧と電流 V_n, V_c, I_n, I_c の数値計算結果である。(a),(c) は V_n, I_n であり、黒点線で示す場所依存性を考慮しない場合は、インピーダンスマッチングをとっているため、終端では反射しないので、入力波形しか観測されない。しかし、赤実線で示した $Z(x)$ の場合は反射ノイズが発生していることがわかる。平行 2 本線路の場合は $Z_{nc} = Z_{cn} = 0$ であるため、NM・CM は伝送線路内でカップリングしていないため、図 3.3(b),(d) に示すように、平行 2 本線路の場合は常に V_c, I_c が 0 である。よって、生じた反射波は $Z_{nn}(x)$ が原因で発生したことがわかる。さらに、反射波の波形を見ると、入力波

の立ち上がりとしち下がり部分が反射されていることがわかる。また、その形状は時間変化を微分した波形になっている。

図 3.4 は同軸線路の中央部 ($x = 0.1 \text{ m}$) における V_n, V_c, I_n, I_c の数値計算結果である。(a),(c) は V_n, I_n であり、平行 2 本線路と同様に V_n, I_n が $Z(x)$ の場合に反射されている。さらに、図 3.4(b),(d) より、 V_c と I_c ともに発生している。よって、同軸線路では NM が変換し、CM が発生する。平行 2 本線路との違いから、CM が発生した原因は回路の幾何学的非対称構造である。また、 V_c と I_c の波形を比較すると、 V_c は入力波形と同じであるが、 I_c は入力波形の立ち上がり(下がり)に発生している。これは、 V_c と I_c の発生メカニズムが異なることを意味しており、 V_c は伝送線路の Z_{nc}, Z_{cn} が有限であるため境界で発生し、 I_c は伝送線路内の $Z_{nc}(x), Z_{cn}(x)$ が原因で発生したと考えることができる。以上より、2 本線回路における NM・CM カップリングによって発生する CM に関して以下の 4 つにまとめることができる。

1. 幾何学的対称構造かつ、 Z の場合、ノイズは発生しない。
2. 幾何学的対称構造かつ、 $Z(x)$ の場合、 V_n と I_n に反射ノイズが発生する。
3. 幾何学的非対称構造かつ、 Z の場合、 Z_{nc}, Z_{cn} により、 V_c が発生する。
4. 幾何学的非対称構造かつ、 $Z(x)$ の場合、 $Z_{nc}(x), Z_{cn}(x)$ により、 I_c が発生する。

3.3 3 本線回路内におけるノーマルモードとコモンモードの過渡現象の定量化

3 本線回路内の NM と CM の過渡解析により、CM ノイズ現象を解明するために、電氣的・幾何学的構造の対称性と非対称性を考慮したシミュレーションを行った。そこで、図 3.5(a) の 2 本線回路と (b) の 3 本線回路を用いて、CM ノイズを定量化した。図 3.6 は 2 本線と 3 本線回路の終端における V_n と V_c の時間変化を数値計算したものである。図 3.6(a) の 2 本線回路の結果を見るとインピーダンスマッチングをとっているため、 V_n に反射ノイズは発生しない。さらに、幾何学的対称構造であるため NM と CM はカップリングせず、 $V_c = 0$ である。しかし、図 3.6(b) を見ると、3 本線回路では、回路のインピーダンスマッチングをとっているにも関わらず、 V_n にリングングノイズが発生していることがわかる。一方、 V_c にもリングングが発生し、 V_n のリングング波形に似ていることから、 V_c が V_n に変換されて発生したことが考えられる。この周期は 17.2 ns であり、伝搬距離に直すと 4.0 m と回路の往復距離に一致した。つまり、CM が一往復するたびに NM に変換され、CM ノイズが発生していることがわかる。

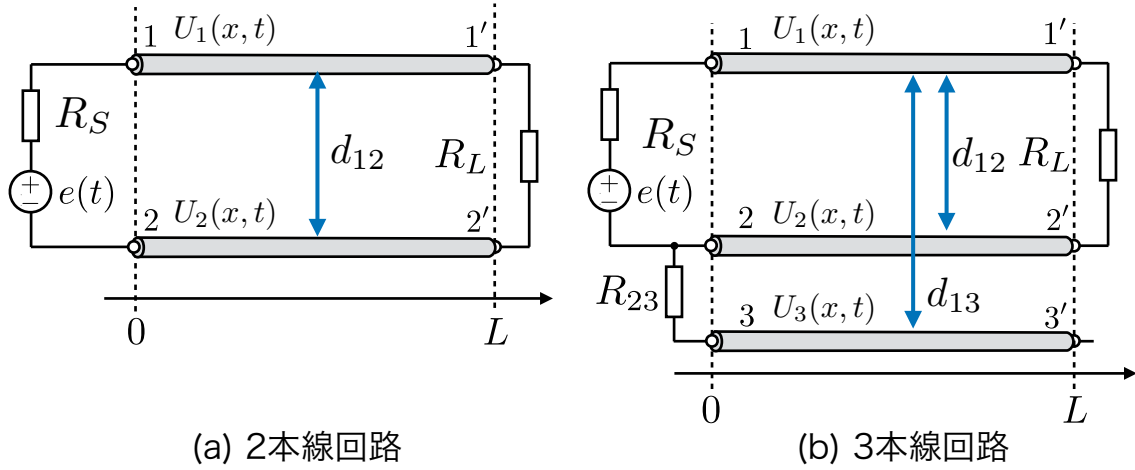


図 3.5: シミュレーションによる CM ノイズ解析で用いる (a)2 本線回路と (b)3 本線回路。2 本線回路と 3 本線回路は、長さ $L = 2.0$ 、半径 0.23 mm の円柱状導体で構成されている。回路の電源側には、内部抵抗 $R_S = 50 \Omega$ の電圧源 $e(t)$ が接続されている。入力には 5MHz の矩形波を用いた。また、信号線 1 と 2 の距離は $d_{12} = 2.54 \text{ mm}$ であり、信号線 1 と 3 の距離は $d_{13} = 5.08 \text{ mm}$ とした。終端には、インピーダンスマッチングが取れるように、 $R_L = Z_{\text{nm}}$ とした。一方、CM インピーダンスのマッチングは両端では取っていない。また、比誘電率は 1.6 とし、比透磁率は 1.0 とした。

回路内に発生する電磁ノイズ現象の過渡解析で最も一般的なものはリングングノイズである。リングングノイズの原因は、終端のインピーダンスのミスマッチによる反射によって生じる [37–43]。このリングング現象は、一般的には 2 導体間の特性インピーダンスと伝搬時間を用いて記述されている [17, 44–46]。しかし、実際の回路の周囲はグランドなどの導体があり、3 本線回路で行なった過渡解析のような現象が起こっている。以上より、回路終端のインピーダンスマッチングとっている場合でも、CM ノイズによって NM にリングングノイズが発生することが示された。

3.4 3 本線回路内のコモンモードノイズ発生メカニズム解明のためのリングング解析

3.3 の数値計算から、周囲環境を考慮した 3 本線回路内に CM が発生すると NM に変換され、リングングノイズが発生することを明らかにした。ここで、電氣的・幾何学的構造がコモンモー

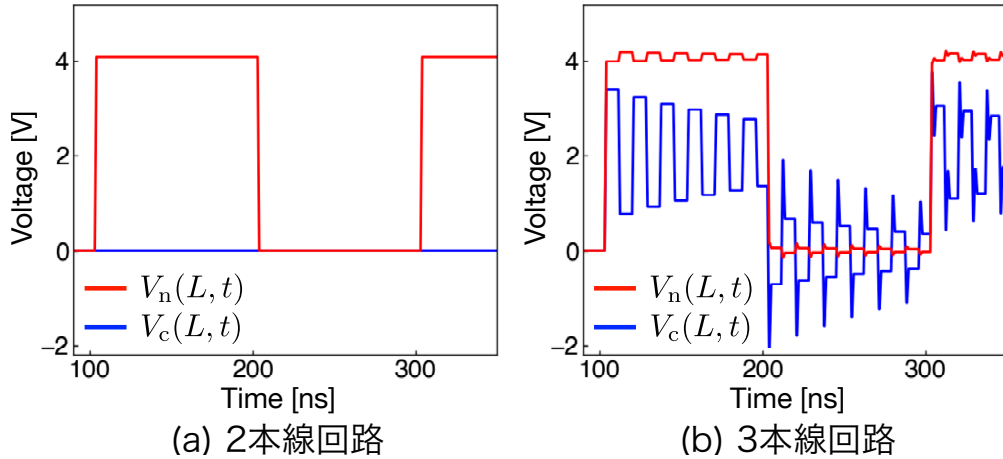


図 3.6: (a) 2 本線回路と (b) 3 本線回路の終端における NM 電圧 V_n と CM 電圧 V_c の時間変化。
 V_n は 2 本線回路と 3 本線回路ともに $V_n = U_1 - U_2$ となる。一方、CM 電圧は、2 本線回路の場合、 $V_c = \frac{1}{2}(U_1 + U_2)$ で表せ、3 本線回路の場合、 $V_c = \frac{1}{2}(U_1 + U_2) - U_3$ とした。

ドノイズに及ぼす影響を実験とシミュレーションを用いて定量化する。図 3.7 は 3 本線回路の電気的・幾何学的構造の対称性と非対称性を組み合わせた回路系を表している。ここでそれぞれの電気的・幾何学的構造のパラメーターは図のキャプションの通りである。図 3.7 に示す回路系を用いて、電気的・幾何学的構造が CM ノイズに及ぼす影響をシミュレーションと実験により明らかにする。

3.4.1 集中定数回路との接続関係と回路構造を同時に考慮したコモンモードノイズのシミュレーション

図 3.7 に示す 3 本線回路を用いた数値計算により、CM ノイズ発生 of 過渡現象を定量化する。図 3.8 は電気的対称・幾何学的対称 (ESGS) 構造と電気的非対称・幾何学的対称 (EAGS) 構造、電気的対称・幾何学的非対称 (ESGA) 構造における NM・CM 電圧 V_n, V_c の時間変化を表している。用いた回路構造のパラメーターは図 3.7 に示す回路構造と同じ値を用いた。ここで、NM と CM の伝搬を観測しやすくするために、入力で用いるパルス電圧の幅を短くした。用いたパルス電圧 $e(t)$ は振幅 5.0 V、立ち上がり（下がり）時間 0.4 ns、パルス幅 1.6 ns であり $t = 0$ の時に印加した。図 3.8 の $t = 3.54$ s のとき、全ての構造において入力した V_n が負荷側に向かって伝搬している。ここで、ESGS 構造の場合、 V_c は常に 0 である。一方、EAGS と ESGA 構造の場合、 V_c は V_n が印加されると同時に発生し、NM と同じ速度で伝搬している。次

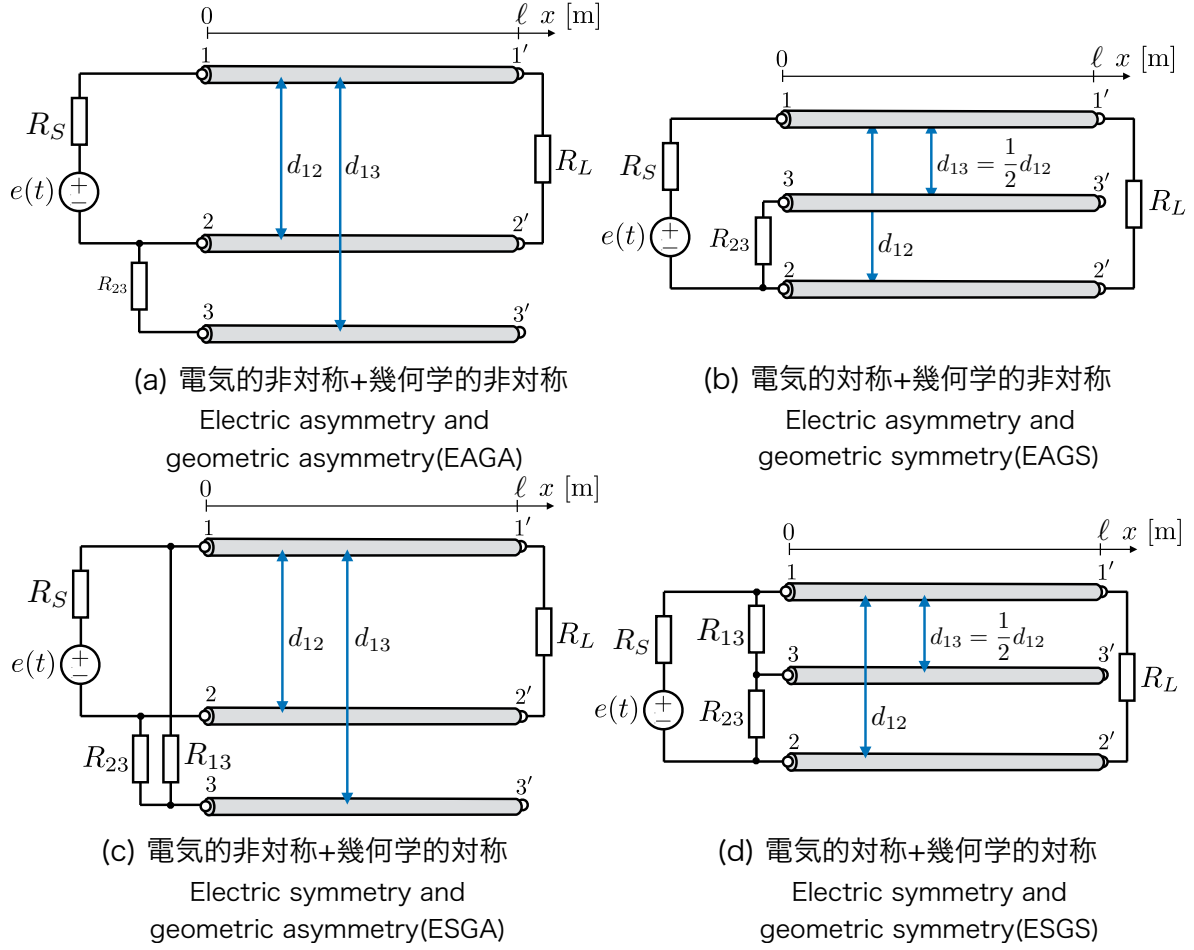


図 3.7: 電気的・幾何学的構造の対称性と非対称性を組み合わせた 3 本線回路。電気的対称性とは、3 本線回路の電源側におけるグラウンド線 3-3' に対する信号往復路 1-1', 2-2' に接続された集中定数回路の対称性であり、 $R_{23} = R_{13}$ の場合である。また、幾何学的対称性は 3 本線回路のグラウンド線 3-3' に対する信号往復路 1-1', 2-2' の位置に関する対称性であり、 $d_{13} = d_{12}/2$ である。伝送線路 1-1' と 2-2', 3-3' のそれぞれの長さは $l = 2.0$ m、半径 $a = 0.23$ mm である。2 本線で表された回路の線間距離 $d_{12} = 2.54$ mm である。よって幾何学的対称の場合、 $d_{13} = 1.27$ mm であり、幾何学的非対称の場合 $d_{13} = 5.08$ mm となる。また、電源側には内部抵抗 $R_L = 50 \Omega$ の電圧源 $e(t)$ が接続されており、その他の抵抗は $R_{13} = R_{23} = 10 \Omega$ である。ここで、シミュレーションでは、比誘電率を $\epsilon_r = 1.6$ 、比透磁率を $\mu_r = 1.0$ とした。

に、 V_n が負荷側に到達すると、全ての構造において V_n は反射していないことがわかる。これは、負荷抵抗 R_L と 3 本線回路の Z_{nn} が一致しているからである。一方コモンモードは、EAGS の場合は全反射され、 V_c は V_n に変換されていない。ESGA の場合は、より大きな V_c が反射し

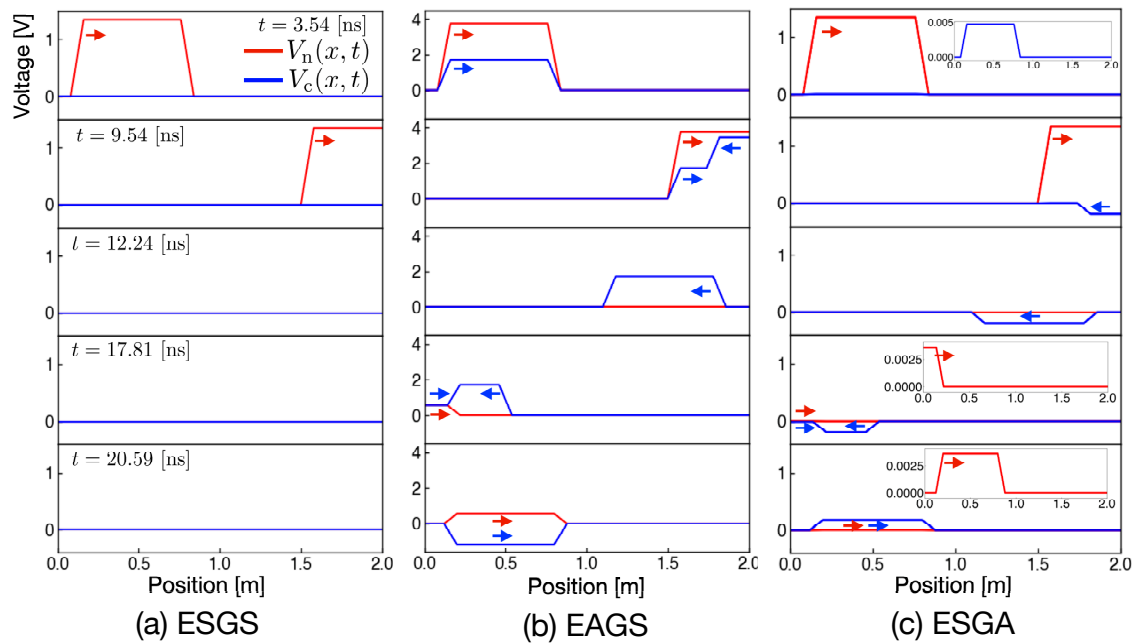
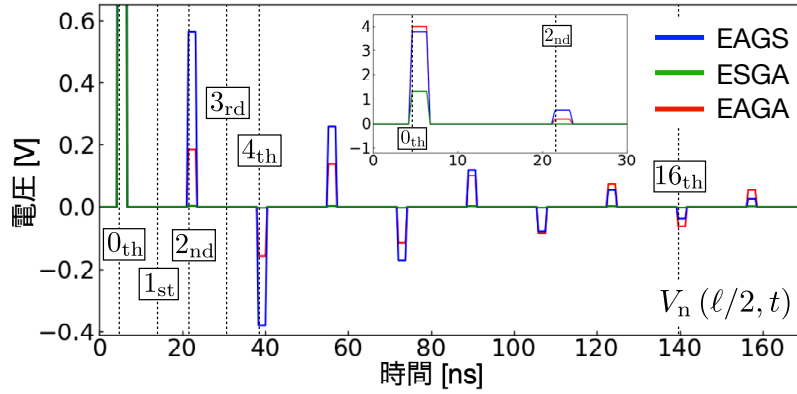


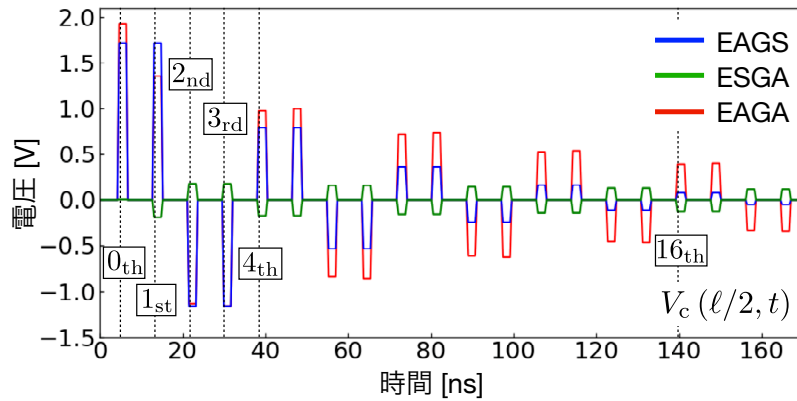
図 3.8: 3 本線回路内に伝搬する NM と CM 電圧の時間変化を数値計算した結果を示す。(a) は図 3.7 に示す 3 本線回路の ESGS 構造、(b) は EAGS 構造、(c) は ESGA 構造の結果である。ここで、 $t = 0$ の時に印加したパルス電圧 $e(t)$ は振幅 5.0 V、立ち上がり（下がり）時間 0.4 ns、パルス幅 1.6 ns の波形を有する。それぞれの結果は $t = 3.54, 9.54, 12.24, 17.81$ ns における NM 電圧（赤線）と CM 電圧（青線）を示している。また、矢印はパルス波が伝搬する方向を表している。

ている。これは、 V_n が終端に到達した際に V_c に変換されているからである。その後、EAGS 構造と ESGA 構造の V_c は電源側に向かって伝搬し、到達すると V_n に変換され CM ノイズを発生する。よって、CM ノイズは CM が電源側で NM に変換されて生じる。以上のように、インピーダンスマッチングを取っていても非対称構造による CM ノイズによってリングング現象が発生することを明らかにした。

次に、電氣的・幾何学的構造とリングング現象の関係を調べる。図 3.8(b),(c) の過渡現象が示すように、回路構造によって CM 電圧のリングング現象が異なる。そこで、数値計算により電氣的・幾何学的構造と NM・CM 電圧のリングング現象の関係を明らかにする。図 3.9 は EAGS 構造、EAGA 構造、ESGA 構造の 3 本線回路の中央 ($x = \ell/2$) における (a) NM 電圧 V_n と (b) CM 電圧 V_c の時間変化である。0th と 16th は、印加したパルス電圧が 3 本線回路の中央を通過する回数を表し、初めの入力波を 0th としている。つまり、偶数番目は電源側から負荷側に伝搬



(a) ノーマルモード電圧



(b) コモンモード電圧

図 3.9: 3 本線回路の中心 ($x = \ell/2$) における EAGS 構造 (青線) と EAGA 構造 (赤線)、ESGA 構造 (緑線) の (a) ノーマルモード電圧と (b) コモンモード電圧の時間変化。 $t = 0$ の時、3 本線回路に振幅 5.0 V、立ち上がり (下がり) 時間 0.4 ns、パルス幅 1.6 ns のパルス電圧 $e(t)$ を印加した。縦点線とその数字はパルス電圧が 3 本線回路の中心を通過した数を表す。ここで、入力パルスを 0 番目とした。

する進行波であり、奇数番目は負荷側から電源側に伝搬する後退波を示す。また、それぞれの電圧値は表 3.1 に示す。

図 3.9(a),(b) より、 V_n, V_c のリングング現象は回路構造に依存していることがわかる。また、 V_n, V_c ともに EAGS 構造が最もリングングの減衰が早く、ESGA 構造が最も遅い。図 3.9(a) と表 3.1 の V_n の時間変化を見ると、全ての構造において、1st と 3rd の V_n が 0 であることがわかる。これは、 V_n は負荷側ではインピーダンスマッチングを取っているため反射せず、 V_c が V_n に変換していないことを意味している。しかし、2nd と 4th の V_n を見ると再び発生していることがわかる。これは、 V_c が電源側で V_n に変換されたことを意味している。

表 3.1: ESGS 構造と EAGA 構造、ESGA 構造、EAGA 構造の 3 本線回路に伝搬する NM・CM におけるパルス電圧の値。それぞれの値は数値計算で得られた図 3.9 の値を用いている。時間 t_N は N 番目にパルス波が 3 本線回路の中心を通過する時の時刻を表し、電源側から負荷側までの伝搬時間を t_D 、立ち上がり時間を t_r とすると、 $t_N = (\frac{1}{2} + N) t_D + t_r$ で表すことができる。

Number		0th	1st	2nd	3rd	4th	16th
Time [ns]		$t_0 = 5.43$	$t_1 = 13.89$	$t_2 = 22.35$	$t_3 = 30.81$	$t_4 = 39.27$	$t_5 = 140.8$
ESGS [V]	NM	1.344	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	CM	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
EAGS [V]	NM	3.764	0.000	0.562	0.000	-0.381	-0.0366
	CM	1.719	1.719	-1.163	-1.163	0.787	0.0757
ESGA [V]	NM	1.342	0.000	0.00359	0.000	-0.00340	-0.00248
	CM	0.00475	-0.189	0.180	0.179	0.170	-0.124
EAGA [V]	NM	4.000	0.000	0.185	0.000	-0.158	-0.0632
	CM	1.932	1.354	-1.136	-1.162	0.975	0.389

次に、 V_c について考察を行う。0th の CM 電圧は電源側で電氣的・幾何学的どちらかの非対称性を有していると NM に入力した電圧が変換されて発生している。また EAGS 構造の 0th と 1st、2nd と 3rd の V_c の値が等しいことがわかる。これは、負荷側で V_c が全反射していることを意味している。一方で、ESGA と EAGA 構造の V_c は変化している。つまり、負荷側で V_n が V_c に変換されている。以上より、GS 構造の場合、 V_n は V_c に変換されず、GA 構造の場合、 V_n は V_c に変換されることがわかる。

次に、0th と 2nd の V_n の比をとることで、入力電圧によって発生する CM ノイズの比率を計算する。この時、EAGA 構造の場合が 15% と最も大きく、その次に EAGS 構造で 4.6% となり、ESGA 構造は 0.27% であった。また、0th の V_n と 1st あるいは 2nd の CM 電圧の絶対値の最大値との比をとることで、入力電圧によって発生する V_c の比率を計算する。この時、EAGA 構造の場合が 48.3% と最も大きく、その次に EAGS 構造で 45.7% となり、ESGA 構造は 14.1% であった。

3.4.2 3本線回路内のコモンモードが原因で発生する熱の定量化

次に、CM ノイズの熱の関係について考察する。3 本線回路内に流れる電力 $W(x, t)$ は以下のよう表すことができる。

$$W(x, t) = \sum_{i=1}^3 U_i(x, t) I_i(x, t) \quad (3.2)$$

2.4.3 で定義した NM と CM の関係から、それぞれの伝送線路の電位と電流を NM と CM で表すと以下ようになる。

$$U_1(x, t) = \frac{1}{2}(V_n(x, t) + V_c(x, t) + U_a(x, t)) , \quad (3.3)$$

$$U_2(x, t) = \frac{1}{2}(-V_n(x, t) + V_c(x, t) + U_a(x, t)) , \quad (3.4)$$

$$U_3(x, t) = \frac{1}{2}(V_n(x, t) - V_c(x, t)) , \quad (3.5)$$

$$I_1(x, t) = \frac{1}{2}(2I_n(x, t) + I_c(x, t) + I_a(x, t)) , \quad (3.6)$$

$$I_2(x, t) = \frac{1}{2}(-2I_n(x, t) + I_c(x, t) + I_a(x, t)) , \quad (3.7)$$

$$I_3(x, t) = \frac{1}{2}(I_n(x, t) - I_c(x, t)) . \quad (3.8)$$

ここで、 U_a と I_a は 3 本線回路における無限遠から見た CM 電圧と電流を表しており、基準導体から見た CM と区別するためにアンテナモード (AM) と呼び、AM の電圧と電流は、 $U_a = \frac{1}{2}(U_1 + U_2) + U_3$, $I_a = I_1 + I_2 + I_3$ で表される [26]。式 (3.2) に代入して、電力 $W(x, t)$ を NM と CM、AM で表すと以下ようになる。

$$W(x, t) = V_n(x, t)I_n(x, t) + V_c(x, t)I_c(x, t) + V_a(x, t)I_a(x, t) , \quad (3.9)$$

$$= W_n(x, t) + W_c(x, t) + W_a(x, t) . \quad (3.10)$$

ここで、 W_n と W_c , W_a は NM 電力と CM 電力、AM 電力であり、 $W_n(x, t) = V_n(x, t)I_n(x, t)$, $W_c(x, t) = V_c(x, t)I_c(x, t)$, $W_a(x, t) = V_a(x, t)I_a(x, t)$ と表す。今回の議論では、インピーダンスの場所依存を考慮していないため、3.2 で得られた結論から常に $I_a = 0$ となる。よって、 $W_a(x, t) = 0$ となり、3 本線回路内に流れる電力は W_n と W_c となる。

図 3.10 は EAGS 構造を有する 3 本線回路の中央 ($x = L/2$) における $W_n(L/2, t)$ と $W_c(L/2, t)$ の時間変化を表している。結果より、 $W_n(L/2, t)$ は常に正の値で振動しているのに対して、 $W_c(L/2, t)$ は正負の値で振動していることがわかる。この符号は電力が伝搬する向きを表し、正の場合は負荷側に伝搬し、負の場合は電源側に伝搬していることを意味している。 $W_n(L/2, t)$ は終端でマッチングを取っているため負荷側の抵抗で全て消費される。しかし、CM が電源側

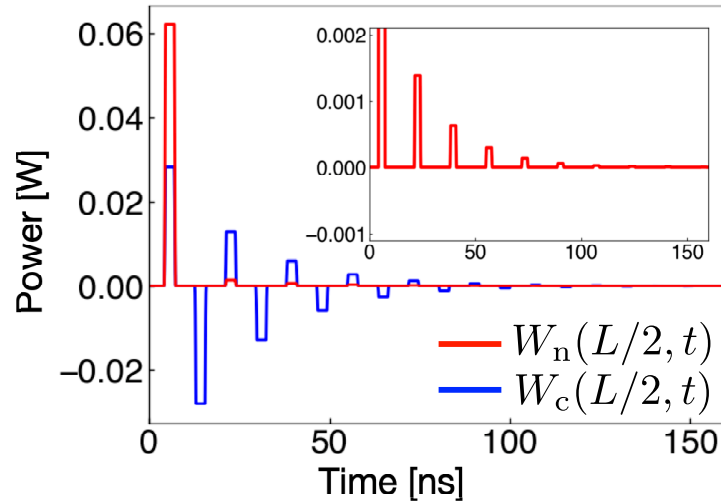


図 3.10: 電氣的非対称・幾何学的対称（EAGS）構造を有する 3 本線回路内に流れる NM 電力 $W_n(L/2, t)$ と CM 電力 $W_c(L/2, t)$ の時間変化。終端では CM 電流が 0 となるため、回路の中央（ $x = L/2$ ）での電力の時間変化を示す。

で NM に変換するため、再び $W_n(L/2, t)$ が生じている。よって、図 3.10 の拡大図は CM ノイズ電力の伝搬を表している。この電力を計算したところ、入力信号の電力 W_n の約 4% が CM ノイズとして消費されていることがわかった。また、電源側で反射した W_c の絶対値は減衰しており、NM で発生した CM ノイズ電力 W_n よりも小さくなっている。これは、 W_c が電源側の抵抗でジュール熱として消費されたことを意味している。以上より、CM は以下の 2 つの原因でジュール熱として消費される。

1. CM ノイズ（CM 電圧 が NM 電圧へ変換された成分）電力が終端抵抗で消費
2. CM 電力が入力側の抵抗で消費

シミュレーションより、発生した CM は余分な熱の原因となっていることが示された。

3.4.3 集中定数回路との接続関係と回路構造を同時に考慮したコモンモードノイズ実験

3.4.1 で行なった数値計算の実証実験を行う。用いる回路系は図 3.7 と同じ電氣的・幾何学的構造のパラメーターを有する回路を用いた。

(1) 実験器具・装置

1次元回路の実験で用いた装置は以下の通りである。

- ファンクションジェネレーター (任意波形発生器)
(メーカー：National Instruments、品名：NI PXIe-5451)
分解能：16 ビット
サンプリングレート：最大 400 MS/s
- オシロスコープ (メーカー：National Instrument、品名：NI PXIe-5160)
帯域幅：500 MHz
サンプリングレート：最大 2.5 GS/s (測定時：1.0 GS/s)
- アクティブプローブ (メーカー：National Instrument、品名：NI5191)
帯域幅：800 MHz
入力インピーダンス：100 k \parallel 0.2 pF
- フラットケーブル (メーカー：フジクラ、品番：FRX-CF-S)
導体外径：0.38 mm
間隔：1.27 mm
- アクリル板
- チップ抵抗 (部品名：RSKT-MCR10)
10 Ω , 50 Ω , 100 Ω , 220 Ω

ファンクションジェネレーターとオシロスコープはLabVIEWで制御しており、一般的に信号の時間変化の早さがノイズの大きさに影響を与えるので、任意の立ち上がり時間を持った矩形波を出せるように設計した。次に、アクティブプローブを用いることでプローブの影響をできるだけ小さくした。3本線回路を実現するフラットケーブルは線間が1.27 mmと小さく、さらにアクリル板上で測定を行うことで外部からの影響が最小限になるように工夫した。伝送線路の測定の際には終端における影響が実験結果に大きな影響を及ぼす。そこで、アクティブプローブを用いることに加えてチップ抵抗を用いることで抵抗が持つ余分な寄生成分の影響を最小限に留めた。

(2) 実験手順・方法

実験では、図 3.7 と同じパラメーターを用いた。今回の実験では、シミュレーションと同様、電氣的・幾何学的構造がノイズに及ぼす影響を実験によって確認する。まず、回路と環境を表すための 3 本線は長さ 2 m、間隔 1.27 mm のフラットケーブルを用いた（図 3.11-図 3.13）。これは、回路内のノイズ現象を観測するためには信号が終端で反射によって生じるノイズを観測する必要があるので、それを観測するために十分に長い線を用いた。また、抵抗は入力側は $10\ \Omega$ 、負荷側は $220\ \Omega$ のチップ抵抗を接続した。チップ抵抗を用いることにより、素子を持つ物理的な影響を小さくし、集中定数回路として扱えるようにする（図 3.14）。また、 $220\ \Omega$ は回路のインピーダンスとほぼ同じ値を用いて、反射波が生じないようにマッチングを取っている。入力側の抵抗はシミュレーションより、大きくするほどコモンモードが小さくなることがわかっている。一方、測定では CM ノイズ現象を観測する必要があるので、できる限り小さい抵抗値を用いる必要がある。また、入力波形には振幅 5 V、周波数 1 MHz の矩形波を用いた。ここで、立ち上がり（下がり）時間が早いと高周波成分を含みプローブの影響が顕著に現れる。そこで、プローブの影響が小さく、かつカップリングノイズが見えるように立ち上がり時間を変化させて測定を行ったところ、本実験系では $0.04\ \mu\text{s}$ が最も最適であることがわかり、この時間を用いて測定を行った。実験では回路の終端の電圧 V_{12} , V_{32} の時間変化を測定した。 V_{12} は $U_1 - U_2$ であり、 V_{32} は $U_3 - U_2$ である。コモンモード電圧 V_c は、測定した終端電圧を用いて $V_c = \frac{1}{2}V_{12} - V_{32}$ とする。

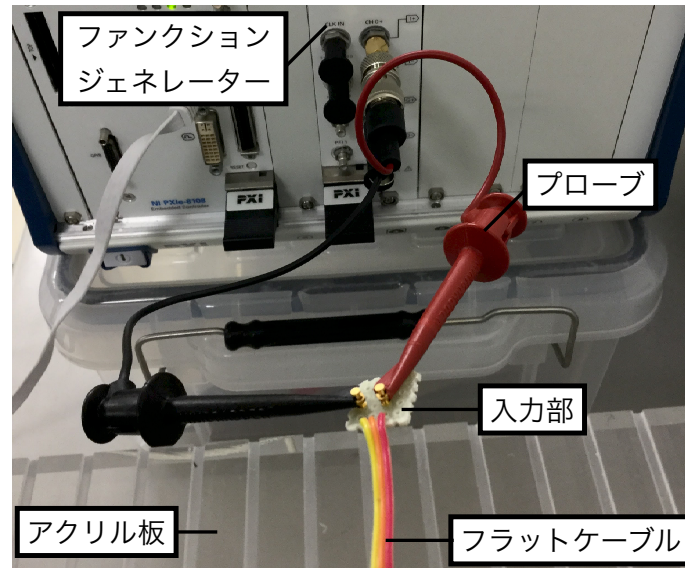


図 3.11: 入力側での実験系。フラットケーブルとファンクションジェネレーターがプローブを介して接続されている。フラットケーブルはアクリル板の上に配置している。

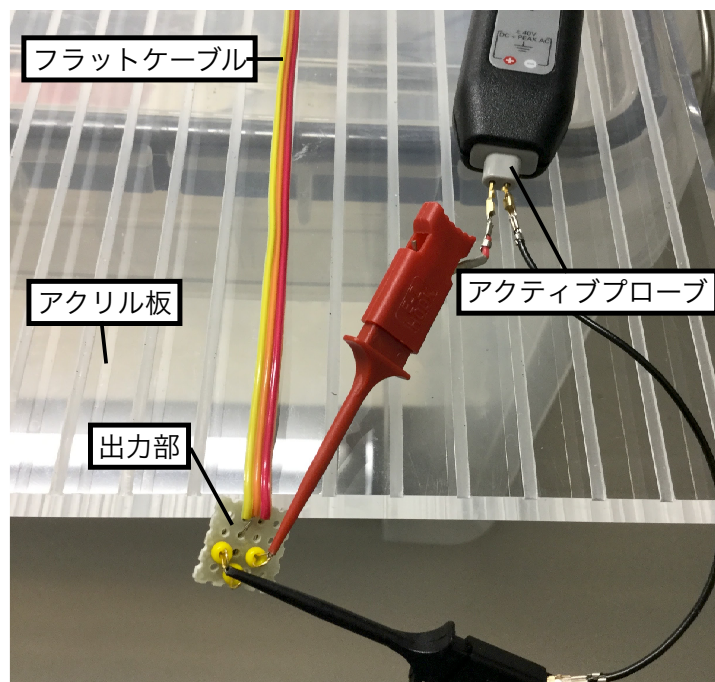


図 3.12: 測定側での実験系。アクティブプローブを用いて出力部における電圧を測定する。

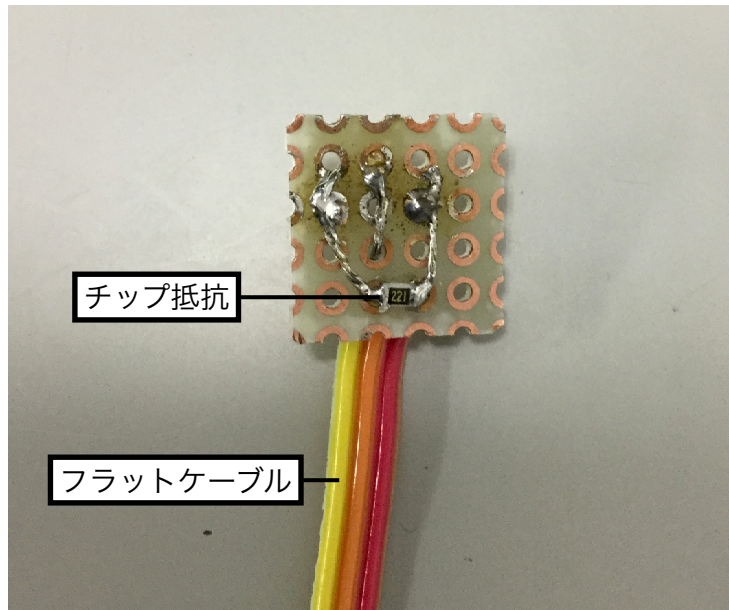


図 3.13: チップ抵抗接続部。フラットケーブルの出力側はチップ抵抗が半田付けされている。

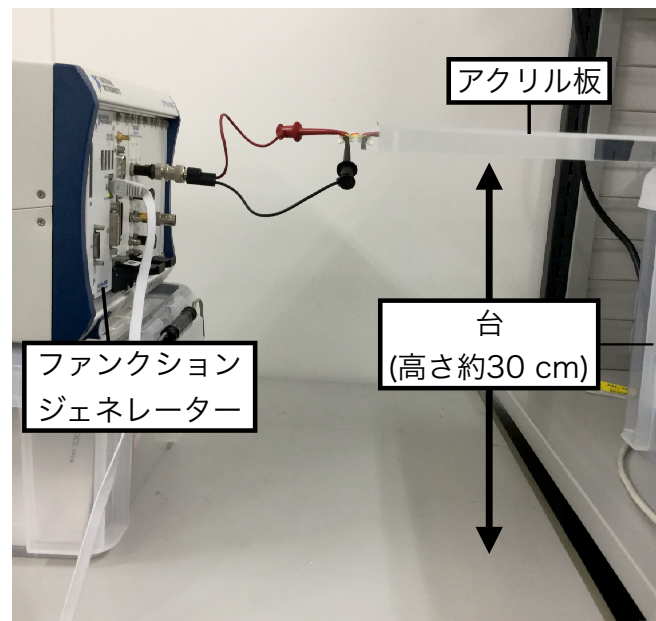


図 3.14: 入力側を横から見た時の実験系。フラットケーブルの周囲の導体の影響を小さくするために台から約 30 cm 離れたアクリル板の上にフラットケーブルを配置した。

(3) シミュレーションと実験結果の比較と考察

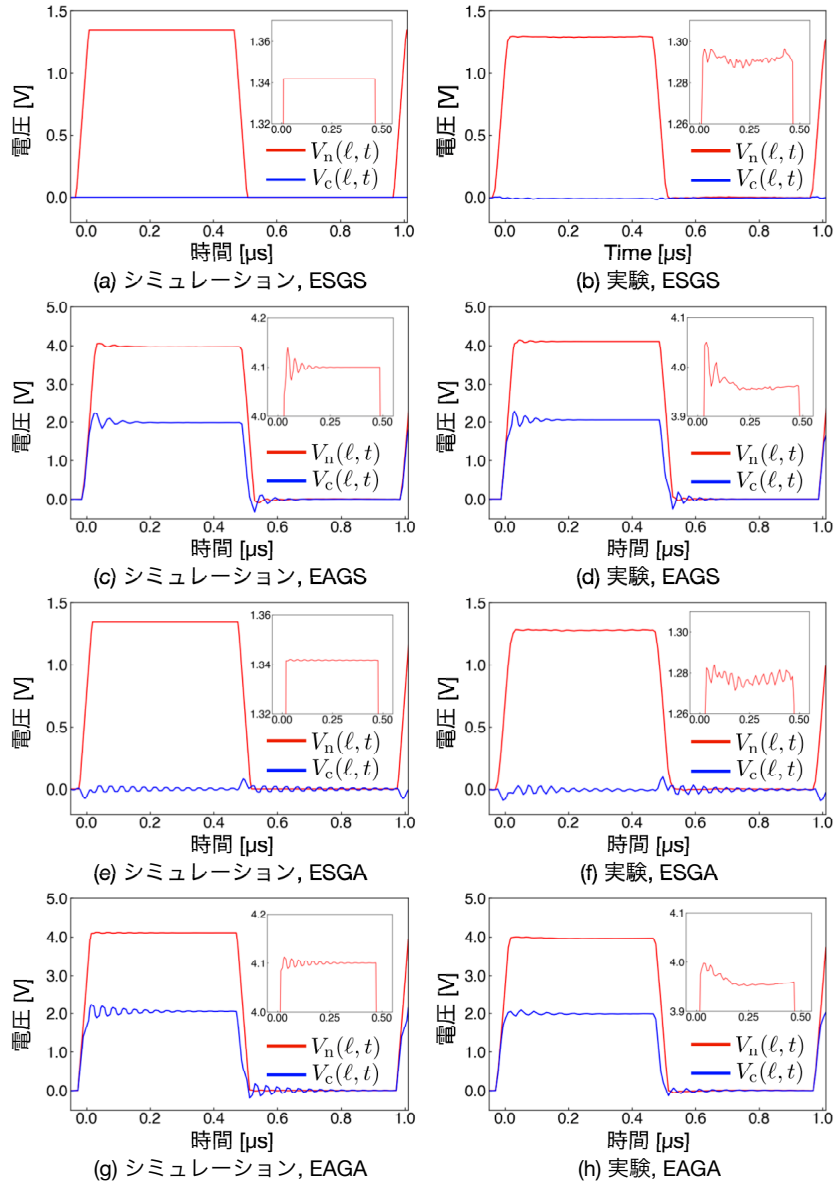


図 3.15: 図 3.7 に示す 3 本線回路の電氣的・幾何学的構造の対称性・非対称性を考慮した時の終端におけるノーマルモード電圧 $V_n(\ell, t)$ とコモンモード電圧 $V_c(\ell, t)$ の時間変化。(a),(c),(e),(g) がシミュレーション結果で、(b),(d),(f),(h) が実験結果。回路の電氣的・幾何学的構造のパラメータは図 3.7 と同じ値を用いた。

図 3.15 は図 3.7 の回路構造を用いて行ったシミュレーションと実験結果の比較を表している。シミュレーションと実験結果の波形を比較すると、どの接続関係と回路構造の条件でも概ねよく似た結果を得られたことがわかる。(a),(b) は ESGS 構造を表しており CM 電圧は常に 0 V で

あり、NM 電圧は入力波形と同じである。よって、ESGS 構造は CM ノイズを発生しないことがわかる。また、矩形波の電圧はシミュレーションでは 1.34V であり、実験の 1.29V と比較すると、およそ 4%、数値計算の NM インピーダンス Z_{nm} に誤差がある。図 3.15(c),(d) は EAGS 構造の場合の結果を表している。この場合、 V_n, V_c は振動している。また、図 3.15(e),(f) は ESGA 構造の場合の結果を表している。EAGS 構造と比較すると、 V_c の振幅は減少したが、振動の減衰時間が遅くなったことがわかる。最後に、図 3.15(g),(h) が EAGA 構造の場合の結果を表している。この構造は電氣的・幾何学的ともに非対称であるため、当然 CM ノイズが発生する。以上の結果から、CM ノイズが発生しない回路構造は電氣的・幾何学的対称構造 ESGS が唯一の条件であることを数値計算と実験により証明することができた。

3.5 結言

本章では、1 次元回路内に発生する CM ノイズ現象の定量化を行った。2 章で導出した多導体線路における電信方程式と数値計算手法を用いて、回路の各伝送線路に流れる電流と電位を計算し、NM・CM 電圧と電流を直接定量化した。

2 本線回路では幾何学的対称性に着目したシミュレーションを行った。幾何学的対称構造には同じ形状の伝送線路で構成された平行 2 本線回路を用い、幾何学的非対称構造には、異なる形状の伝送線路で構成された同軸線路を用いた。また、伝送線路内のインピーダンスの場所依存性を考慮したシミュレーションを行った結果、以下の CM ノイズの起源を解明した。

1. 幾何学的非対称構造では CM 電圧が発生する。しかし、NM 電圧への変換は起こらない。
2. 幾何学的非対称構造かつインピーダンスの場所依存性があると伝送線路内で NM・CM がカップリングし、CM ノイズが発生する

さらに、3 本線回路を用いて回路と周囲環境であるグラウンドとの間に流れる CM によって発生する CM ノイズ現象の定量化を行った。NM 電圧と CM 電圧の過渡解析の結果、インピーダンスマッチングをとっているにも関わらず、NM に CM ノイズによるリングングが発生することがわかった。さらに、電氣的構造（境界における伝送線路と集中定数回路の接続関係）と幾何学的構造（伝送線路の形状と位置関係）を同時に考慮したシミュレーションを行った結果以下の CM ノイズ現象について解明した。

1. 電氣的・幾何学的構造のどちらかに非対称構造があると CM ノイズが発生する

2. 電氣的・幾何学的構造の関係によってリング現象の振幅や減衰の大きさが変わる
3. 電氣的・幾何学的対称構造が CM ノイズを削減する最適な構造である

最後に CM が原因で発生する電力について考察を行った。その結果、CM は全て抵抗によって余分な電力として消費されていることを証明した。

第4章 1次元回路内におけるコモンモードノイズ現象の解析的な分析

4.1 緒言

前章では、1次元回路の境界における NM と CM のカップリングによって発生する CM ノイズ現象を数値計算で示した。本章では、伝送線路のインピーダンスの場所依存性がない場合には2つのモードカップリングは線路内では起こらないことを解析的に示す。その上で CM ノイズが伝送線路のインピーダンスと境界につなぐ抵抗の間の関係を方程式で表す。得られた方程式を用いて、どのような条件であれば、CM ノイズを削減することができるかを明らかにする。2.4 で導出した NM・CM 電信方程式を用いて、NM と CM が伝送線路と境界で満たす方程式を以下の手順で導出する。

1. 伝送線路内の NM・CM 波動方程式の導出
2. 境界の集中定数回路における NM・CM 方程式の導出
3. 伝送線路内と終端の集中定数回路の方程式を用いて境界における NM・CM カップリング係数を導出

ここで、伝送線路内で生じる現象と境界で生じる現象を分けて考えるために、境界で生じるカップリング現象を定式化する際はインピーダンスの平均値を用いて場所依存性を無視した。

4.2 伝送線路内におけるノーマルモードとコモンモードのカップリング

2本線回路と3本線回路における NM・CM 電信方程式は3章で導出した。2本線回路は式(2.48)～(2.51)で表され、3本線回路は式(2.60)～(2.63)で表される。これらの電信方程式は全く同じ形式で表され、NM・CM インピーダンスの式が異なる。

4.2.1 伝送線路のインピーダンスが場所依存しない場合の波動方程式

回路の NM・CM インピーダンスが場所に依存しない場合の電信方程式を導出する。ここで、電信方程式のインピーダンスは伝送線路の長さ方向にインピーダンスの平均をとることで場所依存性を無視する。さらに、NM・CM の電圧と電流に関する連立方程式を行列で表すために、それぞれのモードの電位と電流を以下のベクトルでまとめる。

$$\mathbf{V}(x, t) = \begin{pmatrix} V_n(x, t) \\ V_c(x, t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}(x, t) = \begin{pmatrix} I_n(x, t) \\ I_c(x, t) \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P_{nn} & P_{nc} \\ P_{cn} & P_{cc} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{L} = \begin{pmatrix} L_{nn} & L_{nc} \\ L_{cn} & L_{cc} \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

よって、NM・CM 方程式は以下の行列で表すことができる。

$$\frac{\partial \mathbf{V}(x, t)}{\partial t} = -\mathbf{P} \frac{\partial \mathbf{I}(x, t)}{\partial x}, \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}(x, t)}{\partial x} = -\mathbf{L} \frac{\partial \mathbf{I}(x, t)}{\partial t}. \quad (4.4)$$

式 (4.3) の両辺に左から \mathbf{P}^{-1} をかけ、両辺を t で微分する。

$$\mathbf{P}^{-1} \frac{\partial^2 \mathbf{V}(x, t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 \mathbf{I}(x, t)}{\partial t \partial x}. \quad (4.5)$$

さらに、式 (4.4) の両辺に左から \mathbf{L}^{-1} をかけ、両辺を x で微分する。

$$\mathbf{L}^{-1} \frac{\partial^2 \mathbf{V}(x, t)}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 \mathbf{I}(x, t)}{\partial x \partial t}. \quad (4.6)$$

よって、 $\mathbf{I}(x, t)$ を消去すると \mathbf{V} に関する波動方程式を導出することができる。

$$\mathbf{L} \mathbf{P}^{-1} \frac{\partial^2 \mathbf{V}(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{V}(x, t)}{\partial x^2} \quad (4.7)$$

ここで、式 (2.42), (2.43) より、伝送線路間の電位係数 P_{ij} とインダクタンス L_{ij} は同じ積分形を有しているため、伝送線路内の伝搬速度を $v = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$ とおくと、NM と CM に関する電位係数行列とインダクタンス行列は式 (3.1) より、以下のように表すことができる。

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{v} \mathbf{P} = v \mathbf{L}. \quad (4.8)$$

ここで、 \mathbf{Z} は NM と CM に関するインピーダンス行列を表している。

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} Z_{nn} & Z_{nc} \\ Z_{cn} & Z_{cc} \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

よって、 $\mathbf{L}\mathbf{P}^{-1} = \frac{1}{v^2}\mathbf{1}$ となる。ここで、 $\mathbf{1}$ は単位行列を表す。以上より、NM・CM 電圧ベクトル \mathbf{V} に関する波動方程式は以下のように表すことができる。

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{V}(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{V}(x, t)}{\partial x^2} . \quad (4.10)$$

同様に式 (4.3) と (4.4) を用いて NM・CM 電流 \mathbf{I} について解くと波動方程式を導出することができる。

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{I}(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{I}(x, t)}{\partial x^2} . \quad (4.11)$$

式 (4.10) と (4.11) より、各モードの電圧と電流の波動方程式を導出することができた。この式から各モードの電圧と電流は回路内をカップリングせずに速度 v でして伝搬していることがわかる。

4.2.2 伝送線路のインピーダンスの場所依存を考慮した波動方程式

次に、インピーダンスの場所依存を考慮した場合の NM・CM の波動方程式を導出する。インピーダンスの場所依存を考慮した電位係数行列 $\mathbf{P}(x)$ とインダクタンス行列 $\mathbf{L}(x)$ を導入する。

$$\mathbf{P}(x) = \begin{pmatrix} P_{nn}(x) & P_{nc}(x) \\ P_{cn}(x) & P_{cc}(x) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{L}(x) = \begin{pmatrix} L_{nn}(x) & L_{nc}(x) \\ L_{cn}(x) & L_{cc}(x) \end{pmatrix} . \quad (4.12)$$

よって、インピーダンスの場所依存を考慮した NM・CM の電信方程式は以下の行列で表すことができる。

$$\frac{\partial \mathbf{V}(x, t)}{\partial t} = -\mathbf{P}(x) \frac{\partial \mathbf{I}(x, t)}{\partial x}, \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}(x, t)}{\partial x} = -\mathbf{L}(x) \frac{\partial \mathbf{I}(x, t)}{\partial t} . \quad (4.14)$$

4.2.1 と同様に NM・CM 波動方程式を導出する。まず、式 (4.13) の両辺に左から $\mathbf{P}(x)$ をかけ、両辺を t で微分する。

$$\mathbf{P}(x)^{-1} \frac{\partial^2 \mathbf{V}(x, t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 \mathbf{I}(x, t)}{\partial t \partial x} . \quad (4.15)$$

さらに、式 (4.14) の両辺に左から $\mathbf{L}^{-1}(x)$ をかけ、両辺を x で微分する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[\mathbf{L}^{-1}(x) \frac{\partial \mathbf{V}(x, t)}{\partial x} \right] &= -\frac{\partial^2 \mathbf{I}(x, t)}{\partial x \partial t}, \\ \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{L}(x)^{-1} \frac{\partial \mathbf{V}(x, t)}{\partial x} + \mathbf{L}^{-1}(x) \frac{\partial^2 \mathbf{V}(x, t)}{\partial x^2} &= -\frac{\partial^2 \mathbf{I}(x, t)}{\partial x \partial t} . \end{aligned} \quad (4.16)$$

式 (4.15),(4.16) から \mathbf{I} を消去して、 \mathbf{V} に関する波動方程式を導出する。

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{V}(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \mathbf{V}(x, t) - \mathbf{L}(x) \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{L}(x)^{-1} \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{V}(x, t). \quad (4.17)$$

同様に式 (4.13) と (4.14) を用いて \mathbf{I} について解くと波動方程式を導出することができる。

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{I}(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \mathbf{I}(x, t) + \mathbf{P}^{-1}(x, t) \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{P}(x) \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{I}(x, t). \quad (4.18)$$

以上より、式 (4.17),(4.18) がインピーダンスの場所依存性を考慮した場合の NM・CM 波動方程式となる。場所依存を考慮しない式 (4.10),(4.11) と比べると、それぞれの式の右辺の第 2 項目が新たに追加されている。これは、NM と CM が伝送線路内を伝搬する際にカップリングしていることを表している。また、カップリング係数を以下のように定義する。

$$\mathbf{C}_v(x) = \mathbf{L}(x) \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{L}(x)^{-1}, \quad \mathbf{C}_v(x) = \begin{pmatrix} C_{vnn}(x) & C_{vnc}(x) \\ C_{vcn}(x) & C_{vcc}(x) \end{pmatrix}, \quad (4.19)$$

$$\mathbf{C}_i(x) = \mathbf{P}^{-1}(x) \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{P}(x), \quad \mathbf{C}_i(x) = \begin{pmatrix} C_{inn}(x) & C_{inc}(x) \\ C_{icn}(x) & C_{icc}(x) \end{pmatrix}. \quad (4.20)$$

カップリング係数の式には空間の偏微分が含まれていることがわかる。よって、カップリング係数は場所依存している箇所有限となる。さらに、カップリング係数が掛かる $\mathbf{V}(x, t), \mathbf{I}(x, t)$ にも空間の偏微分が含まれているため、 $\mathbf{V}(x, t), \mathbf{I}(x, t)$ が時間変化する場合に NM と CM がカップリングすることがわかる。以上より、伝送線路内部では、NM と CM は $\mathbf{Z}(x)$ が変化している場所、かつ $\mathbf{V}(x, t), \mathbf{I}(x, t)$ が時間変化する時にカップリングすることが解析的に示された。

次に、カップリング係数を定量化する。用いる回路の幾何学的構造は 3.2 の図 3.1 で用いた平行 2 本線路と同軸線路を用いる。それぞれの回路形状のパラメーターは同じものを用いた。図 4.1 は 2 本線路と同軸線路の伝送線路内の負荷側付近のカップリング係数 $\mathbf{C}_v, \mathbf{C}_i$ の場所依存性を表している。電源側付近も符号が変わるが、同様の結果が得られる。この結果より、伝送線路の NM・CM インピーダンスは図 3.2 で求めたように、終端付近で大きく変化しているため、カップリング係数も終端付近で有限な値となる。

図 4.1(a),(b) は、平行 2 本線路のカップリング係数を示している。この回路は対称な構造であるため $Z_{nc}(x) = Z_{cn}(x) = 0$ となり、常に $C_{vnc}(x) = C_{vcn}(x) = C_{inc}(x) = C_{icn}(x) = 0$ となる。よって、平行 2 本線路は伝送線路内部でも NM と CM はカップリングしない。しかし、 $C_{vnn}(x)$ と $C_{inn}(x)$ が有限であり、これは V_n, I_n は負荷側付近で反射することを意味している。実際、図 3.3 の数値計算で得られた結果を見ると、 V_n, I_n は時間変化する立ち上がりとしち下がりて反射

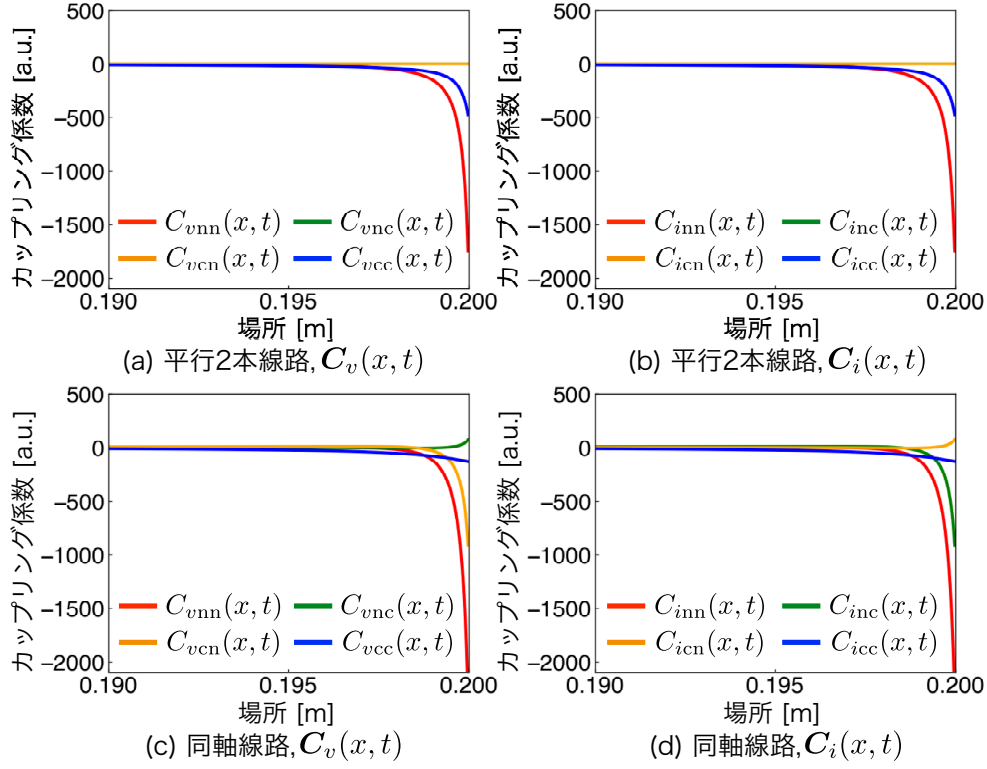


図 4.1: 図 3.1 に示す 2 導体回路の負荷側付近 ($0.190 \leq x \leq 0.200$) におけるカップリング係数 $C_v(x)$, $C_i(x)$ の場所依存性。(a),(b) は平行 2 本線路、(c),(d) は同軸線路の $C_v(x)$, $C_i(x)$ を表している。それぞれの回路の形状は図 3.1 と同じ値を用いた。

している。また、反射波は信号の時間変化を微分した波形をしており、式 (4.17),(4.18) で表されたカップリングと同じ現象を数値計算で得られていることがわかる。

次に、図 4.1(c),(d) に示す同軸線路のカップリング係数について考察する。 $V_n(x, t)$, $I_n(x, t)$ は 2 本線回路と同様に負荷側付近で反射することがわかる。一方、平行 2 本線路と異なり $Z_{nc}(x) \neq 0$, $Z_{cn}(x) \neq 0$ であるため、カップリング係数 $C_v(x)$, $C_i(x)$ の非対角要素は有限な値となる。さらに、 $C_{vnc}(x) \neq C_{inc}(x)$, $C_{vcn}(x) \neq C_{icn}(x)$ であることがわかる。これは、 \mathbf{V} と \mathbf{I} が異なるカップリングの性質を持っていることを意味している。 \mathbf{V} に関しては、 V_n から V_c へと変化する割合が大きく、 \mathbf{I} は、 I_c から I_n へと変化する割合が大きい。これを踏まえて再度、図 3.4 に示す数値計算結果を見ると、 V_c の反射波の波形は、 V_n の立ち上がりとしち下がりが変換されたものである。さらに、 I_n に発生した反射波以外の波形は、 I_c が変換されたものであり、式 (4.17),(4.18) で表されたカップリングと同じ現象を数値計算で得られていることがわかる。

4.3 3本線回路の終端におけるノーマルモードとコモンモードのカップリング

本節では、伝送線路の終端で生じる NM・CM のカップリング現象を定式化し、CM ノイズ現象の起源を理論的に解明する。ここで、伝送線路内部でのカップリング現象と切り分けるために伝送線路内のインピーダンスは平均値を用いて場所依存性を無視した。また数値計算結果から、2 本線回路の両端では NM と CM はカップリングしないので、3 本線回路の境界における NM と CM のカップリング現象を定式化する。

4.3.1 3 本線回路の両端で発生するノーマルモードとコモンモードのカップリング係数の導出

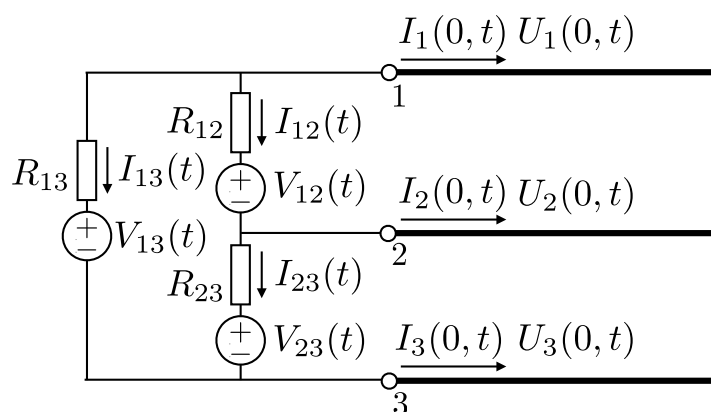


図 4.2: 集中定数回路と 3 本線回路の電源側での接続関係を表す。全ての接続関係を考慮するため、3 本線回路の境界の全てのノードが電圧源と抵抗で接続されている。伝送線路の未接続を考慮する場合は、電圧源の電圧値を 0 とし、抵抗を ∞ とする。

3 本線回路内において、NM と CM は式 (4.10),(4.11) から伝搬速度 v で伝搬する。また、3 本線回路の両端には集中定数回路が接続されている。図 4.2 は電源側の集中定数回路と 3 本線回路を表している。任意の接続条件を考慮するために、3 本線回路の全てのノードが電圧源と抵抗で接続された条件で定式化する。両端の集中定数回路における条件式はキルヒホッフの電流

則を用いる。

$$I_1(0, t) = -I_{13}(t) - I_{12}(t) , \quad (4.21)$$

$$I_2(0, t) = I_{12}(t) - I_{23}(t) , \quad (4.22)$$

$$I_3(0, t) = I_{23}(t) + I_{13}(t) . \quad (4.23)$$

さらに、キルヒホッフの電圧則と枝構成式から、以下の式を導出できる。

$$U_1(0, t) - U_2(0, t) = R_{12}I_{12}(t) + V_{12}(t) , \quad (4.24)$$

$$U_2(0, t) - U_3(0, t) = R_{23}I_{23}(t) + V_{23}(t) , \quad (4.25)$$

$$U_1(0, t) - U_3(0, t) = R_{13}I_{13}(t) + V_{13}(t) . \quad (4.26)$$

以上の関係式から NM・CM について解くと以下のように表される。導出過程は付録 A.3 に記す。

$$\mathbf{V}(0, t) = \mathbf{R}_0 \mathbf{I}(0, t) - \mathbf{V}_0(t) . \quad (4.27)$$

ここで、 \mathbf{R}_0 は抵抗行列を表し、0 は電源側を意味している。その要素は接続される抵抗で決まり、以下のように表される。

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} R_{nn} & R_{nc} \\ R_{cn} & R_{cc} \end{pmatrix} , \quad (4.28)$$

$$R_{nn} = \frac{R_{12}(R_{23} + R_{13})}{R_{12} + R_{23} + R_{13}} , \quad (4.29)$$

$$R_{cc} = \frac{1}{4} \frac{4R_{23}R_{13} + R_{12}R_{23} + R_{13}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}} , \quad (4.30)$$

$$R_{nc} = R_{cn} = \frac{1}{2} \frac{R_{12}(R_{13} - R_{23})}{R_{12} + R_{23} + R_{13}} . \quad (4.31)$$

また、 $\mathbf{V}_0(t)$ は電源側の電圧源によって発生する NM・CM 電圧ベクトルである。 $\mathbf{V}_0(t)$ は電源側に接続される電源電圧によって決まり、3 本線回路に接続される電源電圧によってノーマルモード電圧やコモンモード電圧に変換される。それぞれの要素は以下のように表される。

$$\mathbf{V}_0(t) = \mathbf{R}_0 \mathbf{I}_0(t), \quad (4.32)$$

$$\mathbf{I}_0(t) = \begin{pmatrix} V_{12}(t)/R_{12} - V_{23}(t)/2R_{23} + V_{13}(t)/2R_{13} \\ V_{23}(t)/R_{23} + V_{13}(t)/R_{13} \end{pmatrix} . \quad (4.33)$$

ここで、 $\mathbf{I}_0(t)$ は電源側の電圧源によって発生する NM・CM 電流ベクトルである。負荷側も同様に与えられ、以下のように表される。

$$\mathbf{V}(L, t) = \mathbf{R}_L \mathbf{I}(L, t) + \mathbf{V}_L(t) . \quad (4.34)$$

ここで、 \mathbf{R}_L と \mathbf{V}_L 以上の関係式を用いて、多導体線路内における反射係数の導出と同様に行うと [17]、3 本線回路内のノーマルモードとコモンモードは反射係数と伝搬時間を用いて表すことができる。

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}(0, t) = & \mathbf{M}_0 \mathbf{V}_0(t) \\
& + (\mathbf{1} + \mathbf{\Gamma}_0) \left[\mathbf{M}_L \mathbf{V}_L(t - T_D) + \mathbf{\Gamma}_L \mathbf{\Gamma}_0 \mathbf{M}_L \mathbf{V}_L(t - 3T_D) \right. \\
& \quad \left. + \cdots + (\mathbf{\Gamma}_L \mathbf{\Gamma}_0)^N \mathbf{M}_L \mathbf{V}_L(t - (2N + 1)T_D) \right] \\
& + (\mathbf{1} + \mathbf{\Gamma}_0) \mathbf{\Gamma}_L \left[\mathbf{M}_0 \mathbf{V}_0(t - 2T_D) + \mathbf{\Gamma}_0 \mathbf{\Gamma}_L \mathbf{M}_0 \mathbf{V}_0(t - 4T_D) \right. \\
& \quad \left. + \cdots + (\mathbf{\Gamma}_0 \mathbf{\Gamma}_L)^N \mathbf{M}_S \mathbf{V}_0(t - 2(N + 1)T_D) \right], \quad (4.35)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}(L, t) = & \mathbf{M}_L \mathbf{V}_L(t) \\
& + (\mathbf{1} + \mathbf{\Gamma}_L) \mathbf{\Gamma}_0 \left[\mathbf{M}_L \mathbf{V}_L(t - 2T_D) + \mathbf{\Gamma}_L \mathbf{\Gamma}_0 \mathbf{M}_L \mathbf{V}_L(t - 4T_D) \right. \\
& \quad \left. + \cdots + (\mathbf{\Gamma}_L \mathbf{\Gamma}_0)^N \mathbf{M}_L \mathbf{V}_L(t - 2(N + 1)T_D) \right] \\
& + (\mathbf{1} + \mathbf{\Gamma}_L) \left[\mathbf{M}_0 \mathbf{V}_0(t - T_D) + \mathbf{\Gamma}_0 \mathbf{\Gamma}_L \mathbf{M}_0 \mathbf{V}_0(t - 3T_D) \right. \\
& \quad \left. + \cdots + (\mathbf{\Gamma}_0 \mathbf{\Gamma}_L)^N \mathbf{M}_0 \mathbf{V}_0(t - (2N + 1)T_D) \right]. \quad (4.36)
\end{aligned}$$

ここで、 T_D は信号が回路の両端を伝搬する時間であり、 $2T_D$ は回路を往復する時間となる。 \mathbf{M} は境界の集中定数回路に流れる NM 電圧と CM 電圧が伝送線路に分圧される割合であり分圧係数行列と呼ぶ。また、 $\mathbf{\Gamma}$ は境界での NM・CM 電圧が反射あるいはそれぞれが変換される割合を表しており、それらを総称してカップリング係数行列と呼ぶ。従来の伝送線路理論では、対角要素である回路内を伝搬するモードの反射に着目しているが、本研究では、非対角要素である NM・CM カップリングが重要である。

$$\mathbf{M} = \mathbf{Z}(\mathbf{R} + \mathbf{Z})^{-1}, \quad (4.37)$$

$$\mathbf{\Gamma} = (\mathbf{R} - \mathbf{Z})(\mathbf{R} + \mathbf{Z})^{-1}. \quad (4.38)$$

ここで、 \mathbf{Z} は伝送線路内の NM・CM インピーダンス行列を表している。以上より、 \mathbf{M} と $\mathbf{\Gamma}$ を用いることで、多導体線路理論で用いられている方程式と同じ形式で回路内を伝搬する NM と CM を記述することができた。分圧係数とカップリング係数の要素を以下のように定義する。

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_{nn} & M_{nc} \\ M_{cn} & M_{cc} \end{pmatrix}, \quad (4.39)$$

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{pmatrix} \Gamma_{nn} & \Gamma_{nc} \\ \Gamma_{cn} & \Gamma_{cc} \end{pmatrix}. \quad (4.40)$$

これらの要素は式 (4.39) と (4.38) によって導出することができる。

$$M_{nn} = \frac{1}{A} [Z_{nn}(R_{cc} + Z_{cc}) - Z_{nc}(R_{cn} + Z_{cn})], \quad (4.41)$$

$$M_{nc} = \frac{1}{A} [Z_{nc}R_{nn} - Z_{nn}R_{nc}], \quad (4.42)$$

$$M_{cn} = \frac{1}{A} [Z_{cn}R_{cc} - Z_{cc}R_{cn}], \quad (4.43)$$

$$M_{cc} = \frac{1}{A} [-Z_{cn}(R_{nc} + Z_{nc}) + Z_{cc}(R_{nn} + Z_{nn})], \quad (4.44)$$

$$\Gamma_{nn} = \frac{1}{A} [(R_{nn} - Z_{nn})(R_{cc} + Z_{cc}) - (R_{nc} - Z_{nc})(R_{cn} + Z_{cn})], \quad (4.45)$$

$$\Gamma_{nc} = \frac{2}{A} [Z_{nn}R_{nc} - Z_{nc}R_{nn}], \quad (4.46)$$

$$\Gamma_{cn} = \frac{2}{A} [Z_{cc}R_{cn} - Z_{cn}R_{cc}], \quad (4.47)$$

$$\Gamma_{cc} = \frac{1}{A} [-(R_{cn} - Z_{cn})(R_{nc} + Z_{nc}) + (R_{cc} - Z_{cc})(R_{nn} + Z_{nn})], \quad (4.48)$$

ここで、

$$A = (R_{nn} + Z_{nn})(R_{cc} + Z_{cc}) - (R_{nc} + Z_{nc})(R_{cn} + Z_{cn}). \quad (4.49)$$

である。以上より、 \mathbf{M} と $\mathbf{\Gamma}$ は伝送線路のインピーダンス行列 \mathbf{Z} と 3 本線回路に接続される抵抗行列 \mathbf{R} に依存していることがわかる。

4.3.2 ノーマルモードとコモンモードのカップリング係数から導く、コモンモードノイズが発生しない回路構造

3.4 より、CM ノイズが発生しない回路構造は電氣的・幾何学的対称構造であることを数値計算により導出した。今回は、この構造での $\mathbf{M}, \mathbf{\Gamma}$ を導出する。ここで、電源側では、 $V_{13} = V_{23} = 0$, $R_{13} = R_{23}$ とし、負荷側では $V_{12} = V_{13} = V_{23} = 0$, $R_{13} = R_{23} \rightarrow \infty$, $R_{12} = Z_{nn}$ とした。

$$\mathbf{M}_0 = \begin{pmatrix} Z_{nn}/(R_{nn} + Z_{nn}) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.50)$$

$$\mathbf{\Gamma}_0 = \begin{pmatrix} (R_{nn} - Z_{nn})/(R_{nn} + Z_{nn}) & 0 \\ 0 & (R_{cc} - Z_{cc})/(R_{cc} + Z_{cc}) \end{pmatrix}, \quad (4.51)$$

$$\mathbf{M}_L = \begin{pmatrix} Z_{nn}/(R_{nn} + Z_{nn}) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.52)$$

$$\mathbf{\Gamma}_L = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.53)$$

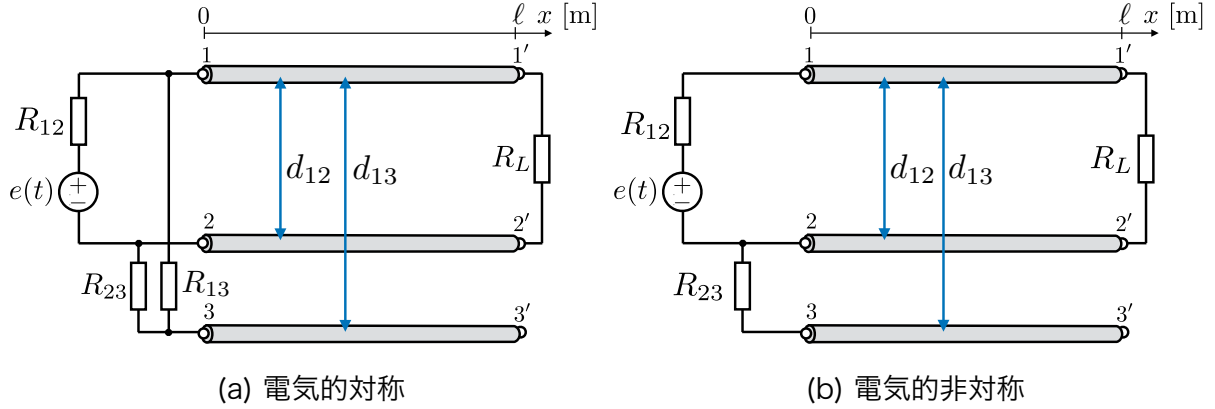


図 4.3: 電氣的構造の (a) 対称性と (b) 非対称性を有する 3 本線回路。数値計算では、幾何学的構造 d_{13} を変化させた時に発生するノーマルモードとコモンモードのカップリング係数を定量化する。電氣的構造のパラメーターは、(a) 電氣的対称構造の場合、内部抵抗 $R_{12} = 50 \, \Omega$ の電圧源と、 $R_{23} = R_{13} = 300 \, \Omega$ が接続されている。(b) 電氣的非対称構造の場合、内部抵抗 $R_{12} = 50 \, \Omega$ の電圧源と、 $R_{23} = 5 \, \Omega$ とした。また、伝送線路 $1-1'$ と $2-2'$ で構成された回路に終端された抵抗 R_L はインピーダンスマッチングをとっており、 $R_L = Z_{nn} = 349.715 \, \Omega$ とした。幾何学的構造のパラメーターは、伝送線路 $1-1'$, $2-2'$, $3-3'$ は長さ $\ell = 2.0 \, \text{m}$ 、半径 $0.5 \, \text{mm}$ であり、 $d_{12} = 0.02 \, \text{m}$ とした。ここで、シミュレーションでは、比誘電率を $\epsilon_r = 1.6$ 、比透磁率を $\mu_r = 1.0$ とした。

これより、電氣的・幾何学的対称 (ESGS) 構造では、分圧係数とカップリング係数の非対角要素が全て 0 であり、ESGS 構造では NM と CM のカップリングは生じず、CM ノイズが発生しないことがカップリング係数からも示された。

次に、図 4.3 に示す、電氣的構造が非対称 (EA) と対称 (ES) の場合で回路構造を変化させ、カップリング係数のそれぞれの要素を計算した。図 4.4 はその結果を表している。結果より、 d_{13} を変化させて回路の幾何学的構造を変えると、それぞれの係数は場所に依存した値を持っている。図 4.4(a),(b) は ES の Γ_0, Γ_L を表しており、(c),(d) は EA の Γ_0, Γ_L を表している。負荷側での電氣的構造は (b) と (d) とともに同じ構造であるため、同じ結果となっている。ES と EA の場合で比較すると、図 4.4(a),(b) の ES の場合は幾何学的対称 (GS) な位置である $d_{13} = 0.01 \, \text{m}$ の場合に Γ_0, Γ_L の非対角要素が同時に 0 になることがわかる。これは電源側と負荷側で NM と CM がカップリングしないため、CM ノイズが発生しないことを意味している。一方、図 4.4(c),(d) の EA の場合は、 Γ_0 の非対角要素が 0 になる構造が存在していないことが

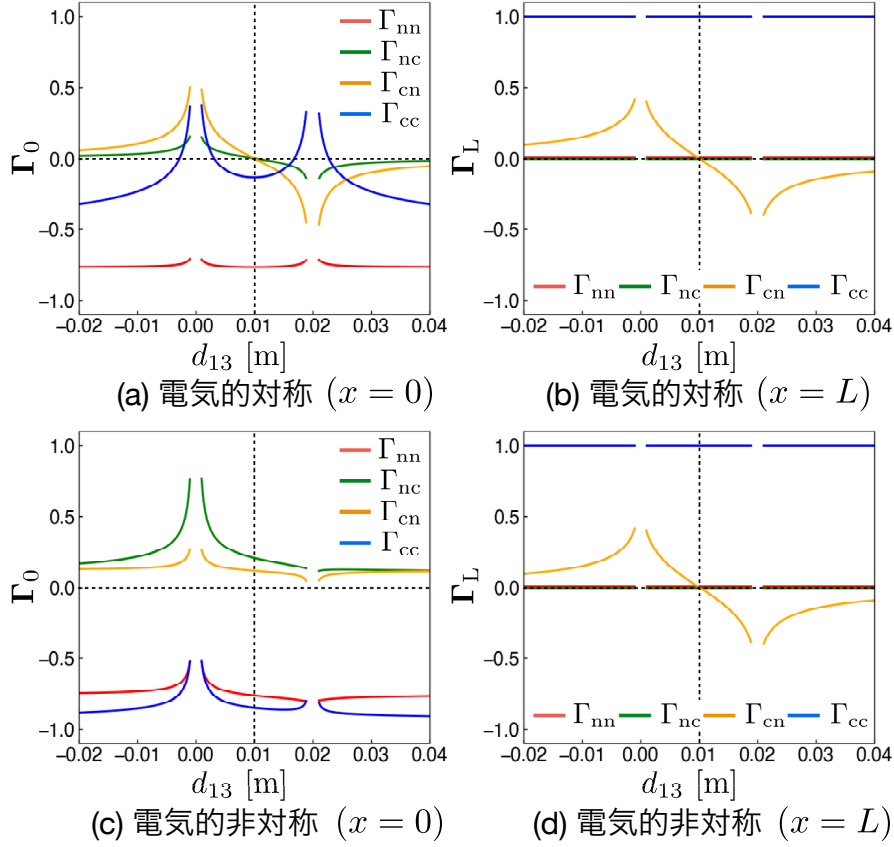


図 4.4: 図 4.3 に示す、電源側の集中定数回路の接続が、電氣的対称構造と電氣的非対称構造を有する 3 本線回路の d_{13} を変化させて、幾何学的構造を変化させた時のカップリング係数の成分の変化。(a),(c) は電源側のカップリング係数 Γ_0 であり、(b),(d) は負荷側のカップリング係数 Γ_L である。負荷側は環境線と信号線共に同じ接続関係を有している。

わかる。これは、CM ノイズが電源側で常に発生していることを意味している。図 4.4(b),(d) の負荷側での Γ を見ると、 Γ_{cn} のみ構造に依存した値となっている。この電氣的構造は、環境線がその他の回路と接続されていないために集中定数回路の R_{cc} は ∞ となる。よって、境界では CM に電流が流れないため、 Γ_{nc} は常に 0 となり CM は NM に変換されず、逆に NM は CM に変換する。また、CM の反射を表す Γ_{cc} は常に 1 となり、CM は全反射される。NM はインピーダンスマッチングを取っているため Γ_{nn} は常に 0 となる。

4.4 ノーマルモードとコモンモードのリング現象の理論的考察

4.3.1 で導出したカップリング係数から、3.4.1 の数値計算で観察した図 3.9 に示す NM と CM のリング現象について考察する。まず、伝送線路に印加される 0th の電圧の振幅を定式化する。電圧源によって集中定数回路内に流れる NM・CM 電流を $\mathbf{I}_0(t)$ とおくと、電源側に印加される NM・CM 電圧 $\mathbf{V}(0, t)$ は式 (4.35) より、以下のように表される。

$$\mathbf{V}(0, t) = \mathbf{Z}(\mathbf{Z} + \mathbf{R}_S)^{-1} \mathbf{R}_S \mathbf{I}_0(t), \quad (4.54)$$

$$= \mathbf{T} \mathbf{I}_0(t). \quad (4.55)$$

ここで、 \mathbf{T} は、集中定数回路と分布定数回路の合成抵抗行列であり、集中定数回路内の NM と CM に流れる電流 \mathbf{I}_0 から伝送線路に印加される電圧を求めることができる。

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{nn} & T_{nc} \\ T_{cn} & T_{cc} \end{pmatrix}. \quad (4.56)$$

また、両端でカップリングを繰り返すことにより NM と CM のリングの振幅が減衰する。そこで、NM と CM が回路内を 1 往復する際に減衰・変換する割合をまとめて減衰係数行列と呼び、 α と表す。

$$\alpha = \mathbf{\Gamma}_S \mathbf{\Gamma}_L, \quad (4.57)$$

$$= \begin{pmatrix} \Gamma_{Snn} & \Gamma_{Snc} \\ \Gamma_{Scn} & \Gamma_{Scc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_{Lnn} & \Gamma_{Lnc} \\ \Gamma_{Lcn} & \Gamma_{Lcc} \end{pmatrix}, \quad (4.58)$$

$$= \begin{pmatrix} \Gamma_{Snn}\Gamma_{Lnn} + \Gamma_{Snc}\Gamma_{Lcn} & \Gamma_{Snn}\Gamma_{Lnc} + \Gamma_{Snc}\Gamma_{Lcc} \\ \Gamma_{Scn}\Gamma_{Lnn} + \Gamma_{Scc}\Gamma_{Lcn} & \Gamma_{Scn}\Gamma_{Lnc} + \Gamma_{Scc}\Gamma_{Lcc} \end{pmatrix}, \quad (4.59)$$

$$= \begin{pmatrix} \alpha_{nn} & \alpha_{nc} \\ \alpha_{cn} & \alpha_{cc} \end{pmatrix}. \quad (4.60)$$

ここで、対角成分の α_{nn} と α_{cc} は、一往復での NM と CM 電圧の減衰係数であり、非対角成分の α_{cn} と α_{nc} は、一往復での NM と CM 電圧の変換係数を表している。それぞれの成分の値は両端の反射係数によって決まる。以上より、 N 往復した後の伝送線路の中央における NM・CM 電圧は以下のように表すことができる。

$$\mathbf{V}\left(\frac{\ell}{2}, t_{2N}\right) = \alpha^N \mathbf{T} \mathbf{I}_S. \quad (4.61)$$

ここで、 t_{2N} は $2N$ 番目に伝送線路の中央を通過した時間を表しており、信号の立ち上がり時間を t_r 、電源側から負荷側までの伝搬時間を t_D とすると $t_{2N} = \left(\frac{1}{2} + 2N\right)t_D + t_r$ となる。こ

表 4.1: 図 3.7 に示す、ESGS と EAGA、 ESGA、 EAGA の回路構造の合成抵抗 \mathbf{T} の要素の計算結果

	ESGS	EAGS	ESGA	EAGA
T_{nn}	13.44	37.64	13.42	40.00
T_{cn}	0.00	17.19	0.048	19.32

表 4.2: 図 3.7 に示す、ESGS と EAGA、 ESGA、 EAGA の回路構造の減衰係数 α の要素の計算結果。

	ESGS	EAGS	ESGA	EAGA
α_{nn}	0.000	0.000	0.00274	-0.0197
α_{nc}	0.000	0.327	-0.0190	0.136
α_{cn}	0.000	0.000	0.137	0.121
α_{cc}	-0.909	-0.677	0.951	-0.838

ここで、図 3.7 に示す回路の電源 $e(t)$ のパルス電圧によって集中定数回路に流れる NM 電流は、 $e(t)/R_S = 0.1$ A であるため、3 本線回路に印加される NM・CM 電圧は合成抵抗 \mathbf{T} の成分との積によって導出することができる。表 4.1 は図 3.7 の各回路構造における合成抵抗行列の成分である。この値に集中定数回路に流れる NM 電流 0.1 A をかけることで、初めに印加される 0th のパルス電圧を算出することができる。この値は、図 3.9 と表 3.1 に示す、伝送線路の数値計算で得られた結果と一致した。表 4.1 より、ES 構造の T_{nn} は EA 構造と比べ小さくなっている。この理由は、グランド線と信号線が小さい抵抗で接続されているためである。よって、 T_{nn} は NM に印加される電圧の大きさを表すため、ES 構造に印加される NM 電圧は小さくなる。次に、EAGS と ESGA の T_{cn} を比較すると、EA 構造が大きく寄与していることがわかる。よって、 T_{cn} は NM から CM に変換される大きさを意味しているため、EA 構造ではより大きな CM 電圧が印加される。

次に、表 4.2 は図 3.7 の各回路構造における減衰係数の成分である。減衰を表す対角要素では、減衰係数は-1 から 1 まで変化し、0 に近づくと減衰は大きくなり、1 または-1 に近づくと減衰は小さくなる。一方、変換を表す非対角要素では、0 に近づくと変換が小さくなり、1 または-1 に近づくと変換は大きくなる。

CM ノイズによるリングング現象は、CM が両端で NM に変換されて生じるため、 α_{nc} に着

目すれば良い。 α_{nc} が最も大きい構造は EAGS であるため、EA 構造が CM から NM への変換をより大きくする原因であると言える。さらに、CM から NM への変換が大きいと、CM の減衰を表す α_{cc} も小さい。一方、ESGA を見ると α_{cn} が大きい。そのため、CM の減衰係数 α_{cc} が小さくなる。よって、GA 構造が NM から CM への変換をより大きくする原因であると言える。EAGA は EA 構造と GA 構造の影響を受け、 α_{nc} と α_{cn} が大きくなっている。これらの傾向は 3.4.1 と 3.4.3 で行なった数値計算と実験で得られた NM と CM のリングングの傾向と一致している。

4.5 結言

本章では、回路内に発生する CM ノイズの発生起源を NM と CM の電信方程式を用いて理論的に解明した。伝送線路内におけるカップリング係数を導出した。その結果、インピーダンスの場所依存性があり、かつ NM と CM が時間変化している時に NM と CM はカップリングすることを解析的に示した。さらに、境界における NM と CM のカップリング係数を導出した。その結果、電氣的対称かつ幾何学的対称構造が CM ノイズを発生しない唯一の構造であることを示した。さらに、カップリング係数を用いて、NM と CM のリングング現象を理論的に考察した。カップリング係数を用いて NM と CM の減衰係数を導出すると電氣的構造と幾何学的構造によってそれぞれ以下の異なる性質があることを示した。

1. 電氣的非対称性は CM から NM への変換を増加させる原因となる
2. 幾何学的非対称性は NM から CM への変換を増加させる原因となる

以上より、CM ノイズを削減するためには、電氣的・幾何学的構造を共に対称にすることが重要であることを示した。

第5章 マクスウェル方程式から導く3次元回路 の電荷と電位、電流密度とスカラーポテ ンシャルを変数とした時間領域数値計算 手法

5.1 緒言

コモンモードノイズの記述のためには2本線回路と周辺的环境導体を伝搬する物理現象を定量的に取り扱う必要がある。この章までは議論を単純にし、コモンモードの概念をわかりやすくするために周囲的环境導体を1次元の伝送線路として取り扱った。本章では、実際のプリント基板で用いられるような平面構造を持った導体を取り扱うようにする。そのために3次元導体の回路理論をマクスウェル方程式から導出する。この3次元回路理論は電磁ノイズの問題だけではなく、一般に使われる回路の動作を定量的に記述するのに不可欠な理論である。

本章では、グランド平面の幾何学的構造によるCMノイズを定量化するために、3次元回路の時間領域における数値計算手法について説明する。基本的には1次元の場合の導出方法を踏襲する。マクスウェル方程式から得られるスカラーポテンシャルやベクトルポテンシャルは導体内に存在する電荷・電流で与えられるが、今回は導体が3次元なので、全ての変数を微小体積内で定義することで、3次元回路の数値計算で用いる差分方程式を定式化する。ここで、数値計算には1次元と同様FDTD法を用い、それに加えて、積分方程式の離散化には有限体積法を用いる。また、境界では集中定数回路が接続されているので境界条件も導出する必要がある。以上の3次元の場合の数値計算方法は本論文で開発されたものである。

3次元回路の類似手法としては、部分要素等価回路(PEEC: Partial Element Equivalent Circuit)法が存在する[47, 48]。PEEC法は、3次元導体を微小体積で離散化し、その等価回路モデルを導出し、SPICEで回路方程式を数値計算する手法である。PEEC法を用いると、3次元回路内の電位と電流の過渡応答を解析することができるが、電荷保存則を破っているために、回路方程式の導出の際に不自然な操作を行う必要がある。詳細は付録Cに記すが、例えば、

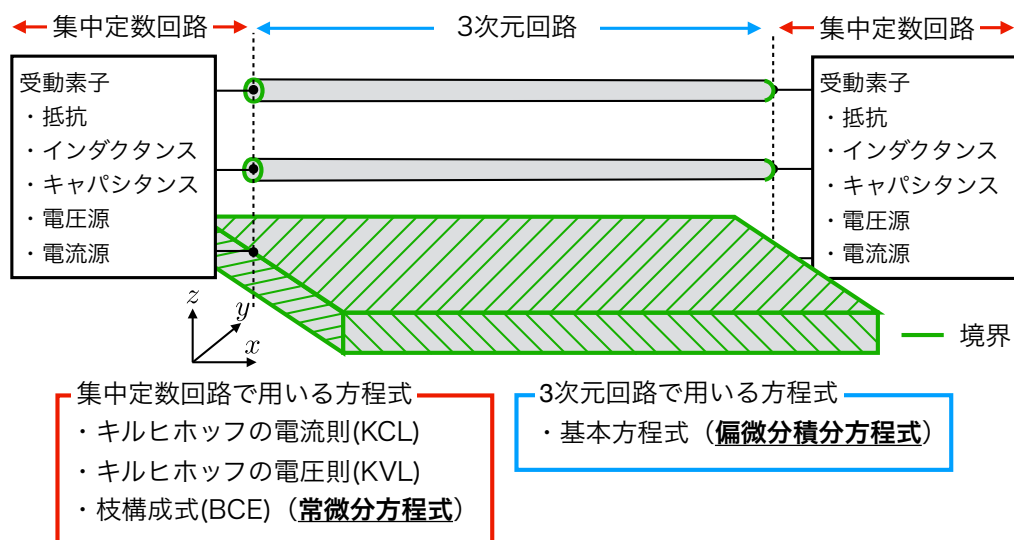


図 5.1: 3 次元回路とその境界の模式図。集中定数回路は任意の境界に接続されており、1 次元回路と同じ条件式を用いる。3 次元回路では、2.2.1 で導出した基本方程式（偏微分積分方程式）を用いる。

PEEC 法は変数である電位と電荷密度を微小体積の表面に定義し、ベクトルポテンシャルと電流を微小体積内に定義している。その結果、連続の方程式を満たさなくなる。

5.2 3 次元回路の数値計算の方針

図 5.1 は 3 次元回路と境界で接続された集中定数回路、計算で用いる方程式を示している。集中定数回路の接続箇所は緑で示したように、1 次元では両端の 2 箇所であったが、3 次元導体の場合は任意の境界に接続される。1 次元多導体線路における計算では、近似を用いることで積分偏微分方程式を偏微分方程式へと簡略化することができた。具体的には、被積分関数に含まれる電荷や電流を断面 (yz -平面) で平均をとることで 1 次元 (x 方向) に変換し、さらに x に関する積分を同じ x 座標の値で代用することで、電荷や電流を x 方向の積分から外すことができた。これにより、電位とベクトルポテンシャルの積分計算は偏微分方程式と分離することができた。しかし、3 次元回路の場合ではあらゆる方向に電流が伝搬するため 1 次元回路で用いた近似を適用することができない。そこで、3 次元回路では 2.2.1 で導出した基本方程式を直接数

値計算する。ここで、再度 3 次元回路の定式化に必要な 4 つの基本方程式を書いておく。

$$U(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int d\mathbf{r}' \frac{q(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (5.1)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int d\mathbf{r}' \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (5.2)$$

$$-\nabla U(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \rho \mathbf{j}(\mathbf{r}, t), \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} q(\mathbf{r}, t) + \nabla \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (5.4)$$

式 (5.1) は遅延を含まない電位の積分方程式、式 (5.2) は遅延を含まないベクトルポテンシャルの積分方程式、式 (5.3) はオームの法則、式 (5.4) は連続の式を表している。時間領域における遅延時間を含んだ計算はその他の先行研究でも発散する問題が報告されている [49, 50]。本研究では、まずは平面回路内を伝搬する現象が CM ノイズに与える影響を調べるために、遅延時間を無視し、遠方からの影響は無限の速さで伝わるとする。本研究では、以下の方針で 3 次元回路内の偏微分積分方程式を数値計算する。

1. 3 次元平面を直方体の微小体積で区分化
2. 変数は微小体積内での平均値を用いる
3. 積分方程式と偏微分方程式を微小体積の和と差を用いて定式化

5.3 積分方程式の離散化

数値計算のための方程式の離散化は単純化のために図 5.2 に示すように、2 次元多層平面回路を用いる。3 次元立方導体を計算する際も同様に定式化することができる。数値計算では、図 5.2 の多層平面を区分化するために微小体積を用い、それを「セル」と呼ぶ。また、以下の式の

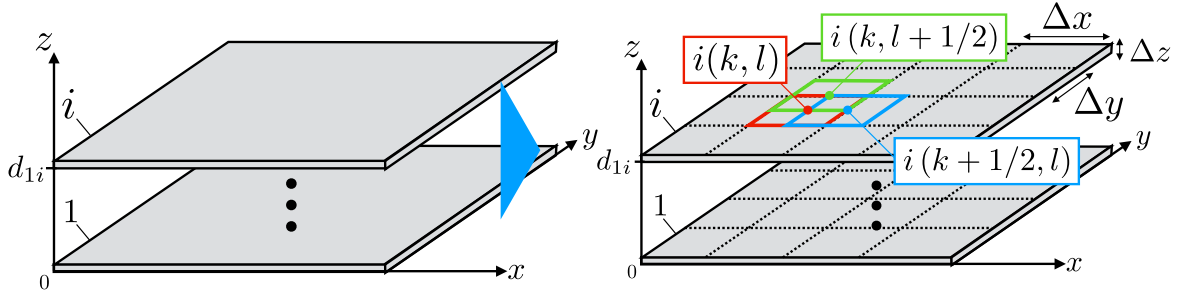


図 5.2: 方程式を離散化するために多層平面回路を $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ の大きさを持つ立方体の微小体積を用いて区分化した。多層平面の場合、 $\Delta x \gg \Delta z, \Delta y \gg \Delta z$ とし、非常に薄い立方体とみなし、 z 方向の変化は無視した。1 は最下層にある平面を表し、 i は最下層から数えて i 層目にある平面を表している。 d_{1i} は 1 層目と i 層目の距離を表している。

ように微小体積内で変数を平均化することで一様とみなす。

$$U_{i(k,l)}(t) = \frac{1}{V_{i(k,l)}} \int_{V_{i(k,l)}} U(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}, \quad (5.5)$$

$$A_{xi(k+\frac{1}{2},l)}(t) = \frac{1}{V_{i(k+\frac{1}{2},l)}} \int_{V_{i(k+\frac{1}{2},l)}} A_x(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}, \quad (5.6)$$

$$A_{yi(k,l+\frac{1}{2})}(t) = \frac{1}{V_{i(k,l+\frac{1}{2})}} \int_{V_{i(k,l+\frac{1}{2})}} A_y(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}, \quad (5.7)$$

$$q_{i(k,l)}(t) = \frac{1}{V_{i(k,l)}} \int_{V_{i(k,l)}} q(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}, \quad (5.8)$$

$$j_{xi(k+\frac{1}{2},l)}(t) = \frac{1}{V_{i(k+\frac{1}{2},l)}} \int_{V_{i(k+\frac{1}{2},l)}} j_x(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}, \quad (5.9)$$

$$j_{yi(k,l+\frac{1}{2})}(t) = \frac{1}{V_{i(k,l+\frac{1}{2})}} \int_{V_{i(k,l+\frac{1}{2})}} j_y(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} \quad (5.10)$$

ここで、 i, k, l はそれぞれ区分化した後のセルが存在する導体平面の層と x, y 座標を表しており、セルの場所を $i(k, l)$ と表記する。後に導出されるが、FDTD 法を用いた空間差分を行うため、あらかじめ電位と x 方向と y 方向に流れる電流密度のセルはそれぞれの微小領域の半分だけずれた位置に定義される。また、最下層を第 1 層とし、 i 層との距離を d_{1i} と表す。 x, y, z 空間ではセルの空間は中心座標を $(k \times \Delta x + \Delta x/2, l \times \Delta y + \Delta y/2, d_{1i} + \Delta z/2)$ とする以下の領

域で定義する。

$$\Delta x \times (k-1) \leq x \leq \Delta x \times k \quad (k = 1, 2, 3, \dots, N_x) , \quad (5.11)$$

$$\Delta y \times (l-1) \leq y \leq \Delta y \times l \quad (l = 1, 2, 3, \dots, N_y) , \quad (5.12)$$

$$d_{1i} \leq z \leq d_{1i} + \Delta z \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N_z) . \quad (5.13)$$

次に、セルで定義された変数を用いると、式 (5.1),(5.2) の積分方程式を以下に示す区分和で表すことができる。

$$U_{i(k,l)}(t) = \sum_{i',k',l'} P_{i(k,l)i'(k',l')} q_{i'(k',l')}(t) , \quad (5.14)$$

$$A_{xi(k+\frac{1}{2},l)}(t) = \sum_{i',k',l'} L_{xi(k+\frac{1}{2},l)i'(k'+\frac{1}{2},l')} j_{xi'(k'+\frac{1}{2},l')}(t) , \quad (5.15)$$

$$A_{yi(k,l+\frac{1}{2})}(t) = \sum_{i',k',l'} L_{yi(k,l+\frac{1}{2})i'(k',l'+\frac{1}{2})} j_{yi'(k',l'+\frac{1}{2})}(t) . \quad (5.16)$$

ここで、 $P_{i(k,l)i'(k',l')}$ と $L_{i(k,l)i'(k',l')}$ はそれぞれ、セル $i(k,l)$ と $i'(k',l')$ との間の電位係数とインダクタンスであり、以下の式で表される。

$$P_{i(k,l)i'(k',l')} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{V_{i(k,l)}} \int_{V_{i(k,l)}} \int_{V_{i'(k',l')}} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' , \quad (5.17)$$

$$L_{xi(k+\frac{1}{2},l)i'(k'+\frac{1}{2},l')} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{1}{V_{i(k+\frac{1}{2},l)}} \int_{V_{i(k+\frac{1}{2},l)}} \int_{V_{i'(k'+\frac{1}{2},l')}} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' , \quad (5.18)$$

$$L_{yi(k,l+\frac{1}{2})i'(k',l'+\frac{1}{2})} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{1}{V_{i(k,l+\frac{1}{2})}} \int_{V_{i(k,l+\frac{1}{2})}} \int_{V_{i'(k',l'+\frac{1}{2})}} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' . \quad (5.19)$$

式から、電位係数とインダクタンスはセル $i(k,l)$ がセル $i'(k',l')$ から受ける影響の平均であることがわかる。1次元と異なり、2次元では電荷密度と電流密度を用いているため電位係数とインダクタンスの単位が変わる。 $P_{i(k,l)i'(k',l')}$ は $[\text{F}^{-1} \cdot \text{m}^3]$ であり、 $L_{xi(k+\frac{1}{2},l)i'(k'+\frac{1}{2},l')}$ 、 $L_{yi(k,l+\frac{1}{2})i'(k',l'+\frac{1}{2})}$ は $[\text{H} \cdot \text{m}]$ である。

5.4 中心差分法と有限体積法を用いた時間と空間に関する連立偏微分方程式の差分化

5.4.1 空間に関する偏微分方程式の差分化

5.3 で定義した微小体積セル内における変数を用いてオームの法則 (5.3) と連続の式 (5.4) の空間と時間に関する偏微分方程式の差分化を行う。式 (5.3) はベクトルで表されており、それぞ

れの成分を以下に示す。

$$\frac{\partial}{\partial x} U(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial A_x(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \rho j_x(\mathbf{r}, t), \quad (5.20)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} U(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial A_y(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \rho j_y(\mathbf{r}, t). \quad (5.21)$$

セルを用いた変数を導入するために、式 (5.20) の両辺をベクトルポテンシャル A_x と電流密度 j_x が定義されているセル $i(k + \frac{1}{2}, l)$ 内で平均をとる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{V_{i(k+\frac{1}{2}, l)}} \int_{V_{i(k+\frac{1}{2}, l)}} \frac{\partial}{\partial x} U(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{V_{i(k+\frac{1}{2}, l)}} \int_{V_{i(k+\frac{1}{2}, l)}} A_x(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' - \frac{1}{V_{i(k+\frac{1}{2}, l)}} \int_{V_{i(k+\frac{1}{2}, l)}} \rho j_x(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}', \\ & \frac{1}{V_{i(k+\frac{1}{2}, l)}} \int_{V_{i(k+\frac{1}{2}, l)}} \frac{\partial}{\partial x} U(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} A_{xi(k+\frac{1}{2}, l)}(t) - \rho_{i(k+\frac{1}{2}, l)} j_{xi(k+\frac{1}{2}, l)}(t). \end{aligned} \quad (5.22)$$

ここで、ベクトルポテンシャル A_x と電流密度 j_x に関してはセル $i(k + \frac{1}{2}, l)$ 内での体積平均で表すことができるが、スカラーポテンシャル U に関しては x における偏微分が掛けられているため直接体積平均で表すことができない。そこで、以下のように関数 $f(x, y, z)$ について、 x に関する偏微分の体積積分は、FDTD 法で用いられている中心差分を行った後に、セル $i(k + \frac{1}{2}, l)$ 内で体積平均をとることとする。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{V_{i(k, l)}} \int_{V_{i(k, l)}} \frac{\partial}{\partial x} f(x, y, z) d\mathbf{r} \\ &= \frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta z} \int_{(k-1/2)\Delta x}^{(k+1/2)\Delta x} dx \int_{(l-1/2)\Delta y}^{(l+1/2)\Delta y} dy \Delta z \frac{[f(x + \frac{\Delta x}{2}, y) - f(x - \frac{\Delta x}{2}, y)]}{\Delta x}. \end{aligned} \quad (5.23)$$

ここで、 z 方向の成分は一様としている。よって、それぞれの項は点 (x, y, z) から x 方向に $\pm \Delta x/2$ だけずれた位置にある体積平均を表しており、それらを、

$$f_{i(k+\frac{1}{2}, l)} = \frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta z} \int_{(k-1/2)\Delta x}^{(k+1/2)\Delta x} dx \int_{(l-1/2)\Delta y}^{(l+1/2)\Delta y} dy \Delta z f\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y\right) \quad (5.24)$$

$$f_{i(k-\frac{1}{2}, l)} = \frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta z} \int_{(k-1/2)\Delta x}^{(k+1/2)\Delta x} dx \int_{(l-1/2)\Delta y}^{(l+1/2)\Delta y} dy \Delta z f\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y\right) \quad (5.25)$$

と表すことで、偏微分を含んだセル $i(k, l)$ の体積平均はそれぞれ半分だけずれた位置にあるセルの差分で表すことができる。

$$\frac{1}{V_{i(k, l)}} \int_{V_{i(k, l)}} \frac{\partial}{\partial x} f(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r} = \frac{f_{i(k+\frac{1}{2}, l)}(t) - f_{i(k-\frac{1}{2}, l)}(t)}{\Delta x}. \quad (5.26)$$

よって、 y 成分についても同様に行うことで、式 (5.20) と (5.21) はセルを用いた差分で表すことができる。

$$\frac{U_{i(k+\frac{1}{2},l)}(t) - U_{i(k-\frac{1}{2},l)}(t)}{\Delta x} = -\frac{\partial}{\partial t} A_{xi(k,l)}(t) - \rho_{i(k,l)} j_{xi(k,l)}(t) , \quad (5.27)$$

$$\frac{U_{i(k,l+\frac{1}{2})}(t) - U_{i(k,l-\frac{1}{2})}(t)}{\Delta y} = -\frac{\partial}{\partial t} A_{yi(k,l)}(t) - \rho_{i(k,l)} j_{yi(k,l)}(t) . \quad (5.28)$$

連続の式についても同様に、セルを用いた空間の差分方程式で表す。両辺をセル $i(k,l)$ について体積平均をとると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} q_{i(k,l)}(t) + \frac{1}{V_{i(k,l)}} \int_{V_{i(k,l)}} \nabla \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' &= 0 , \\ \frac{\partial}{\partial t} q_{i(k,l)}(t) + \frac{1}{V_{i(k,l)}} \int_{V_{i(k,l)}} \left[\frac{\partial}{\partial x} j_x(\mathbf{r}', t) + \frac{\partial}{\partial y} j_y(\mathbf{r}', t) \right] d\mathbf{r}' &= 0 , \\ \frac{\partial}{\partial t} q_{i(k,l)}(t) &= -\frac{j_{xi(k+\frac{1}{2},l)}(t) - j_{xi(k-\frac{1}{2},l)}(t)}{\Delta x} - \frac{j_{yi(k,l+\frac{1}{2})}(t) - j_{yi(k,l-\frac{1}{2})}(t)}{\Delta y} . \end{aligned} \quad (5.29)$$

と表すことができる。ここで x 方向に関する差分は、式 (5.24) と (5.25) の関係式を用いた。以上より、空間に関する偏微分方程式の差分方程式を導出することができた。

5.4.2 時間のに関する偏微分方程式の差分化

次に時間に関する差分化を行う。 x, y それぞれの方向に流れる電流密度セルは電位セルに対して微小領域の半分だけずれた位置に定義されている。時間領域でも電位と電流密度は微小時間の半分だけずれた時間で定義する。

$$U_{i(k,l)}^m = \sum_{i',k',l'} P_{i(k,l)i'(k',l')} q_{i'(k',l')}^m , \quad (5.30)$$

$$A_{xi(k+\frac{1}{2},l)}^{m+\frac{1}{2}} = \sum_{i',k',l'} L_{xi(k+\frac{1}{2},l)i'(k'+\frac{1}{2},l')} j_{xi'(k'+\frac{1}{2},l')}^{m+\frac{1}{2}} , \quad (5.31)$$

$$A_{yi(k,l+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} = \sum_{i',k',l'} L_{yi(k,l+\frac{1}{2})i'(k',l'+\frac{1}{2})} j_{yi'(k',l'+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} . \quad (5.32)$$

ここで、 m は区分化された時間を表しており、微小時間を Δt とおくと、時刻は $t = \Delta t \times m$ で表される。式 (5.30) より、電位と電荷密度は同じ場所に定義されているため、同じ時刻で定義される。よって、電荷密度を求めると同時に電位も計算することができる。式 (5.31) と (5.32) より、ベクトルポテンシャルと電流密度は同じ場所に定義されているため、同じ時刻で定義される。よって、電流密度を求めると同時にベクトルポテンシャルも計算することができる。ま

ずは連続の式 (5.29) を用いて、時間に関する差分化をすると、電荷密度の更新式を求めることができる。

$$\frac{q_{i(k,l)}^{m+1} - q_{i(k,l)}^m}{\Delta t} = -\frac{j_{xi(k+\frac{1}{2},l)}^{m+\frac{1}{2}} - j_{xi(k-\frac{1}{2},l)}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta x} - \frac{j_{yi(k,l+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - j_{yi(k,l-\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta y}. \quad (5.33)$$

ここで時刻 $m+1$ の電荷密度が未知数となり、それ以外の時間の変数は既知となる。これより、電荷密度に関する漸化式を得ることができた。次に x 方向と y 方向に関するオームの法則 (5.27),(5.28) の差分化を行う。

$$\begin{aligned} & \frac{U_{i(k+1,l)}^m - U_{i(k,l)}^m}{\Delta x} \\ &= -\frac{A_{xi(k+\frac{1}{2},l)}^{m+\frac{3}{2}} - A_{xi(k+\frac{1}{2},l)}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta t} - \rho_{i(k+\frac{1}{2},l)} \frac{j_{xi(k+\frac{1}{2},l)}^{m+\frac{3}{2}} + j_{xi(k+\frac{1}{2},l)}^{m+\frac{1}{2}}}{2}, \end{aligned} \quad (5.34)$$

$$\begin{aligned} & \frac{U_{i(k,l+1)}^m - U_{i(k,l)}^m}{\Delta y} \\ &= -\frac{A_{yi(k,l+\frac{1}{2})}^{m+\frac{3}{2}} + A_{yi(k,l+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta t} - \rho_{i(k,l+\frac{1}{2})} \frac{j_{yi(k,l+\frac{1}{2})}^{m+\frac{3}{2}} + j_{yi(k,l+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{2}. \end{aligned} \quad (5.35)$$

ここで、時刻 $m+\frac{3}{2}$ で定義されたベクトルポテンシャルと電流密度が未知数となる。これらに加えて、式 (5.31) と (5.32) を連立させて、ベクトルポテンシャルと電流密度に関して解くことで変数の新しい時間の値を求めることができる。以上より、基本方程式の空間と時間に関する差分化を行うことができた。これらを用いることで多層平面回路内に流れる電荷と電位、電流密度とベクトルポテンシャルの過渡現象を計算することができる。

5.4.3 電位と電流密度に関する差分電流方程式の導出

一般的に、回路理論で用いる変数は電位と電流であるため、導出した差分方程式から回路理論では用いないベクトルポテンシャル A_x, A_y と電荷密度 q を削除する。まずは、連続の式 (5.33) の両辺に電位係数をかけて和をとる。

$$\begin{aligned} & \sum_{i',k',l'} P_{i(k,l)i'(k',l')} \left(\frac{q_{i'(k',l')}^{m+1} - q_{i'(k',l')}^m}{\Delta t} \right) \\ &= -\sum_{i',k',l'} P_{i(k,l)i'(k',l')} \left(\frac{j_{xi'(k'+\frac{1}{2},l')}^{m+\frac{1}{2}} - j_{xi'(k'-\frac{1}{2},l')}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta x} \right) \\ & \quad - \sum_{i',k',l'} P_{i(k,l)i'(k',l')} \left(\frac{j_{yi'(k',l'+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - j_{yi'(k',l'-\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right). \end{aligned} \quad (5.36)$$

次に、式 (5.30) を用いて電荷密度を消去すると、

$$\begin{aligned}
& \frac{U_{i(k,l)}^{m+1} - U_{i(k,l)}^m}{\Delta t} \\
&= - \sum_{i',k',l'} P_{i(k,l)i'(k',l')} \left(\frac{j_{xi'(k'+\frac{1}{2},l')}^{m+\frac{1}{2}} - j_{xi'(k'-\frac{1}{2},l')}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta x} \right) \\
&\quad - \sum_{i',k',l'} P_{i(k,l)i'(k',l')} \left(\frac{j_{yi'(k',l'+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - j_{yi'(k',l'-\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right). \quad (5.37)
\end{aligned}$$

となり、これは平面回路における差分化された 3 次元電信方程式を表している。これより、電位に関する漸化式を電流密度を用いて表すことができる。

$$\begin{aligned}
& U_{i(k,l)}^{m+1} \\
&= U_{i(k,l)}^m - \sum_{i',k',l'} \frac{\Delta t}{\Delta x} P_{i(k,l)i'(k',l')} \left(j_{xi'(k'+\frac{1}{2},l')}^{m+\frac{1}{2}} - j_{xi'(k'-\frac{1}{2},l')}^{m+\frac{1}{2}} \right) \\
&\quad - \sum_{i',k',l'} \frac{\Delta t}{\Delta y} P_{i(k,l)i'(k',l')} \left(j_{yi'(k',l'+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - j_{yi'(k',l'-\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} \right). \quad (5.38)
\end{aligned}$$

次に電流密度について同様に行う。式 (5.31) を式 (5.34) に、式 (5.32) を、式 (5.35) に代入して、ベクトルポテンシャルを消去すると、電流密度と電位の関係式を得ることができる。

$$\begin{aligned}
& \frac{U_{i(k+1,l)}^m - U_{i(k,l)}^m}{\Delta x} \\
&= - \sum_{i',k',l'} L_{xi(k+\frac{1}{2},l)i'(k'+\frac{1}{2},l')} \left(\frac{j_{xi(k'+\frac{1}{2},l')}^{m+\frac{3}{2}} - j_{xi(k'+\frac{1}{2},l')}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta t} \right) \\
&\quad - \rho_{i(k'+\frac{1}{2},l')} \frac{j_{xi(k'+\frac{1}{2},l')}^{m+\frac{3}{2}} + j_{xi(k'+\frac{1}{2},l')}^{m+\frac{1}{2}}}{2}, \quad (5.39)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{U_{i(k,l+1)}^m - U_{i(k,l)}^m}{\Delta y} \\
&= - \sum_{i',k',l'} L_{yi(k,l+\frac{1}{2})i'(k',l'+\frac{1}{2})} \left(\frac{j_{yi(k,l+\frac{1}{2})}^{m+\frac{3}{2}} + j_{yi(k,l+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{\Delta t} \right) \\
&\quad - \rho_{i(k,l+\frac{1}{2})} \frac{j_{yi(k,l+\frac{1}{2})}^{m+\frac{3}{2}} + j_{yi(k,l+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}}}{2}. \quad (5.40)
\end{aligned}$$

以上の方程式を用いることで、平面回路内の電位と電流密度の過渡応答を計算することができる。また、求めた電流密度から式 (5.33) を用いると電荷密度を計算することができ、電流密度から式 (5.31),(5.32) を用いるとベクトルポテンシャルを計算することができる。

ここで、1次元の数値計算の場合と同様に、2次元の場合も数値計算の安定化のために Courant 条件を満たす必要がある。2次元の場合の Courant 条件を以下に示す [33]。

$$\Delta t \leq \frac{1}{v \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta y}\right)^2}} . \quad (5.41)$$

ここで、 Δx と Δy の大きさが異なると、新しい時間の値の遷移速度が x 方向と y 方向で異なるため、数値計算結果の分散が大きくなる。これは、グリット分散と呼ばれ [33]、数値計算の分散を小さくするためには、 $\Delta x = \Delta y$ にすれば良い。この時の magic time step は、

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Delta x}{v} . \quad (5.42)$$

となり、発散しないためには、1次元に比べて Δt を $1/\sqrt{2}$ 倍以下にする必要がある。

5.5 境界条件の計算

本節では、3次元回路導体の任意の境界に集中定数回路を接続する方法について説明する。

5.5.1 境界条件の計算方針

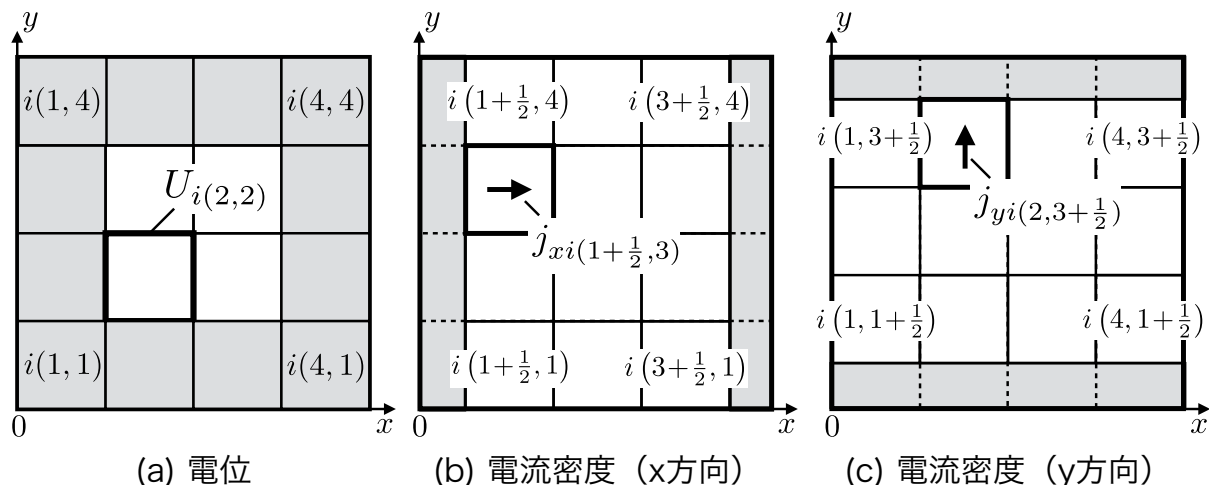


図 5.3: 離散化した後の平面回路。電位と電流密度でセルの位置が半分だけずれている。灰色部は境界にあるセルを表している。

図 5.3 は多層平面回路の境界を表している。本手法では、電位セルの端が境界と一致するように区分化を行う。その場合、図に示すように電流密度セルは電位セルに対して半分ずれているため、境界ではセルの大きさが半分になっていることがわかる。境界で半分のセルを用いる場合、相互インピーダンスの組み合わせが増大し計算が煩雑になるのに加え、計算の安定性が経験的に悪くなる。そのため本手法では、境界の電流密度は電位セルに流れる電流密度の時間平均とみなすことで同じ大きさのセルで扱えるようにした。多層平面回路内の条件式を 2.6.3 で導出した節点電位方程式 (Incident Potential Equation : IPE) の形で定式化する。その際に以下の 2 点を考慮した。

1. 多層平面回路の条件式は電位の漸化式 (5.38) を用いる。
2. 境界の電流密度セルは電位密度セルに流れる電流密度の時間平均を用いる。

集中定数回路における IPE は以下の通りである。

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \mathbf{A}_l^T & -\mathbf{Z}_l \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_l^{m+1} \\ \mathbf{I}_l^{m+1} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\epsilon \mathbf{A}_l^T & \delta \mathbf{Z}_l \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_l^m \\ \mathbf{I}_l^m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{V}_s^{m+1} + \mathbf{V}_s^m \\ -\mathbf{A}_s \mathbf{I}_s^{m+1} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5.43)$$

以後、2次元多層平面回路の境界で満たす IPE を定式化する。

5.5.2 多層平面回路の境界条件の定式化

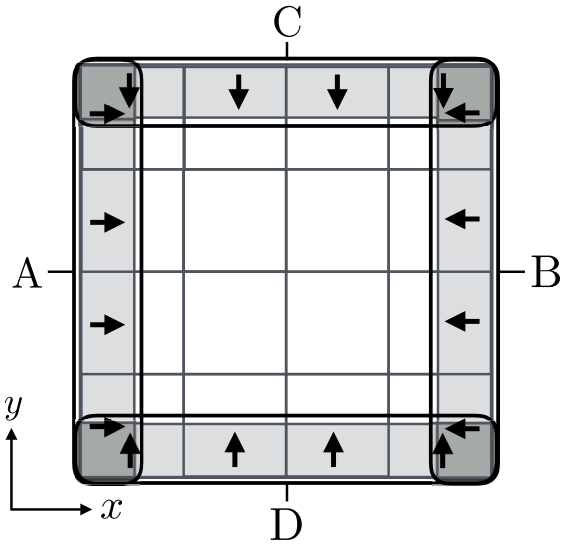


図 5.4: 本研究手法で対象とする多層平面回路。境界には集中定数回路が接続されている。

多層平面回路内での条件式は 1 次元と同様に電位の漸化式を用いる。式 (5.38) から、時刻 $m+1$ の未知数のみを左辺に、それ以外を右辺に移行する。

$$\begin{aligned} U_{i(k,l)}^{m+1} = U_{i(k,l)}^m &+ \sum_{i',k',l'} \frac{\Delta t}{\Delta x} P_{i(k,l)i'(k',l')} \left(j_{xi'(k'+\frac{1}{2},l')}^{m+\frac{1}{2}} - j_{xi'(k'-\frac{1}{2},l')}^{m+\frac{1}{2}} \right) \\ &+ \sum_{i',k',l'} \frac{\Delta t}{\Delta y} P_{i(k,l)i'(k',l')} \left(j_{yi'(k',l'+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - j_{yi'(k',l'-\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} \right). \end{aligned} \quad (5.44)$$

次に、境界に流れる電流密度を電位セルに流れる電流密度で定義する。

$$j_{xi(k\pm\frac{1}{2},l)}^{m+\frac{1}{2}} = \frac{j_{xi(k,l)}^{m+1} + j_{xi(k,l)}^m}{2}, \quad (5.45)$$

$$j_{yi(k,l\pm\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} = \frac{j_{yi(k,l)}^{m+1} + j_{yi(k,l)}^m}{2}. \quad (5.46)$$

表 5.1: 境界に存在するセル $i(k, l)$ の係数 $\gamma_x, \gamma_y, \Gamma_x, \Gamma_y$ の値。ここで、A から D は図 5.4 で表された場所と対応している。

場所	A	B	C	D
γ_x	1	-1	0	0
γ_y	0	0	-1	1
Γ_x	2	2	0	0
Γ_y	0	0	2	2

式 (5.45) と (5.46) を条件式 (5.44) に代入すると、右辺の差分和の項が境界の場合、未知数である時刻 $m+1$ の電流密度が含まれている。そこで、区分和を境界と非境界で分け、未知数を左辺に移行すると求める条件式を導出することができる。

$$\begin{aligned}
U_{i(k,l)}^{m+1} - \sum_{i',k',l'}^{\text{境界}} \sum_{\alpha}^{x,y} \gamma_{\alpha i'(k',l')} \frac{\Delta t}{\Delta \alpha} P_{i(k,l)i'(k',l')} j_{\alpha i'(k',l')}^{m+1} = \\
U_{i(k,l)}^m + \sum_{i',k',l'}^{\text{境界}} \sum_{\alpha}^{x,y} \gamma_{\alpha i'(k',l')} \frac{\Delta t}{\Delta \alpha} P_{i(k,l)i'(k',l')} j_{\alpha i'(k',l')}^m \\
- \sum_{i',k',l'}^{\text{境界}} \sum_{\alpha}^{x,y} \Gamma_{\alpha i'(k',l')} \frac{\Delta t}{\Delta \alpha} P_{i(k,l)i'(k',l')} j_{\alpha i'(k'+\beta_x, l'+\beta_y)}^{m+\frac{1}{2}} \\
- \sum_{i',k',l'}^{\text{非境界}} \frac{\Delta t}{\Delta x} P_{i(k,l)i'(k',l')} \left(j_{xi'(k'+\frac{1}{2}, l')}^{m+\frac{1}{2}} - j_{xi'(k'-\frac{1}{2}, l')}^{m+\frac{1}{2}} \right) \\
- \sum_{i',k',l'}^{\text{非境界}} \frac{\Delta t}{\Delta x} P_{i(k,l)i'(k',l')} \left(j_{yi'(k', l'+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - j_{yi'(k', l'-\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} \right). \quad (5.47)
\end{aligned}$$

ここで、係数 γ, Γ は図 5.4 に示す境界の場所に依存した値を持ち、セル $i(k, l)$ の位置との対応は表 5.1 に示す。さらに、式 (5.47) のそれぞれの項の和を行列で表す。

$$\mathbf{A}_d^T \mathbf{U}_d^{m+1} - \mathbf{Z}_d \mathbf{j}_d^{m+1} = \mathbf{A}_d^T \mathbf{U}_d^m + \mathbf{Z}_d \mathbf{j}_d^m - \tilde{\mathbf{U}}_d^{m+1}. \quad (5.48)$$

ここで、 $\tilde{\mathbf{U}}_d$ は非境界の区分和をまとめてベクトルで表したものである。以上より、多層平面回路の境界で満たす伝搬方程式を IPE の形式で表すことができた。

5.5.3 集中定数回路との接続による境界条件の定式化

次に、5.5.2 で求めた多層平面回路の境界における伝搬方程式と集中定数回路を接続する。接続点では、キルヒホッフの法則が成り立つ。

$$(\gamma_x \mathbf{S}_x + \gamma_y \mathbf{S}_y) \mathbf{A}_d \mathbf{j}_d^{m+1} + \mathbf{A}_l \mathbf{I}_l^{m+1} = -\mathbf{A}_s \mathbf{I}_s^{m+1}. \quad (5.49)$$

ここで、 γ_x, γ_y は電流の方向を表し、表 5.1 に示すように境界の場所に対応している。また、 $\mathbf{S}_x, \mathbf{S}_y$ はセルの断面積を表しており、多層平面回路の電流密度を集中定数回路と接続するために単位を $[\text{A} \cdot \text{m}^{-2}]$ から $[\text{A}]$ に変換している。

次に多層平面回路内の変数と集中定数回路内の未知数を行列を用いて同時に計算するために以下のようにまとめる。

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_d \\ \mathbf{U}_l \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_l \\ \mathbf{j}_d \end{pmatrix}. \quad (5.50)$$

接続行列も以下のようにまとめる。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_l & \mathbf{A}_d \end{pmatrix}. \quad (5.51)$$

インピーダンス行列も以下のようにまとめる。

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_l & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Z}_d \end{pmatrix}. \quad (5.52)$$

電圧源も以下のようにまとめる。

$$\mathbf{E}^{m+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_s^{m+1} + \mathbf{V}_s^m \\ -\tilde{\mathbf{U}}_d^{m+1} \end{pmatrix}. \quad (5.53)$$

以上の行列とベクトルを用いることで、境界で満たす式 (5.43)(5.48),(5.49) は以下の IPE でまとめることができる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^T & -\mathbf{Z} \\ \mathbf{0} & \gamma_S \mathbf{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}^{m+1} \\ \mathbf{I}^{m+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\epsilon \mathbf{A}^T & \delta \mathbf{Z} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}^m \\ \mathbf{I}^m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{E}^{m+1} \\ -\mathbf{A}_s \mathbf{I}_s^{m+1} \end{pmatrix}. \quad (5.54)$$

ここで、 ϵ と δ はそれぞれ境界に接続される受動素子の種類によって符号を変える対角行列であり、それらの成分は以下で表される。

$$\epsilon_{\beta\beta} = \begin{cases} -1 & (\text{キャパシタンス、セル}), \\ 1 & (\text{その他}). \end{cases} \quad (5.55)$$

$$\delta_{\beta\beta} = \begin{cases} -1 & (\text{インダクタンス}), \\ 1 & (\text{その他}). \end{cases} \quad (5.56)$$

次に、 γ_S は電流密度の単位を電流に変換するために用いられ、また集中定数回路の接続位置によって符号を変える役割を持つ。

$$\gamma_{S\beta\beta} = \begin{cases} 1 & \text{(集中定数回路)}, \\ \gamma_{x\beta\beta} S_{x\beta\beta} + \gamma_{y\beta\beta} S_{y\beta\beta} & \text{(セル)}. \end{cases} \quad (5.57)$$

以上より、2次元多層平面回路における境界での IPE を定式化することができた。

5.6 3次元への拡張による計算コスト削減のためのアルゴリズム

表 5.2: 1次元数値計算と2次元数値計算アルゴリズムの比較。境界における「接続」、「未接続」は集中定数回路の接続の有無を表している。

計算箇所		1次元計算アルゴリズム [22]		2次元計算アルゴリズム	
		U	j_x, j_y	U	j_x, j_y
境界	接続	(i) Eq. (5.54)		(i) Eq. (5.54)	
	未接続			(iii) Eq. (5.59)	(ii) Eq. (5.58)
非境界		(ii) Eq. (5.59)	(iii) Eqs. (5.39) and (5.40)	(iii) Eq. (5.59)	(vi) Eqs. (5.39) and (5.39)

本章では、2次元平面回路の計算アルゴリズムについて説明する。これまでは平面回路の境界全てを式 (5.54) で計算していた。しかし、2次元回路の計算では1次元回路では現れなかった以下の問題により、IPE 行列の作成が非常に煩雑になった。

1. 分割数に比例して増大する IPE 行列
2. 任意形状導体の境界の場所の判別

図 5.1 に示すように、1次元回路の場合は境界は両端の2箇所のみであり、回路の分割数には比例しなかった。しかし、3次元回路の場合、回路導体の分割数を増やすほど、式 (5.54) で示される IPE 行列の数が分割数に比例して大きくなる。さらに、境界の位置によって回路導体に流入する電流の向きが変わるため場所を特定する必要があるが、任意形状導体などを考慮する際は IPE の作成が非常に煩雑になる。以上の問題を踏まえて本アルゴリズムでは、集中定数回路の接続の有無に応じて用いる式を変更することで、境界の計算を1次元と同程度にすることを実現した。

境界に集中定数回路が接続されていない場合、式 (5.49) のキルヒホッフの法則は以下のようになる。

$$\left(\gamma_{xi(k,l)} S_{xi(k,l)} + \gamma_{yi(k,l)} S_{yi(k,l)} \right) j_{i(k,l)}^{m+1} = 0. \quad (5.58)$$

つまり、境界に集中定数回路が接続されていない場合、境界の電流密度は常に 0 となる。よって、境界が接続されていない場合は境界の未知数は電位のみとなり、伝搬方程式のみで電位を導出することができる。

$$\begin{aligned} U_{i(k,l)}^{m+1} &= U_{i(k,l)}^m \\ &+ \sum_{i',k',l'}^{\text{境界 (接続)}} \sum_{\alpha}^{x,y} \gamma_{\alpha i'(k',l')} \frac{\Delta t}{\Delta \alpha} P_{i(k,l)i'(k',l')} \left(j_{\alpha i'(k',l')}^{m+1} + j_{\alpha i'(k',l')}^m \right) \\ &- \sum_{i',k',l'}^{\text{境界 (接続)}} \sum_{\alpha}^{x,y} \gamma_{\alpha i'(k',l')} \Gamma_{\alpha i'(k',l')} \frac{\Delta t}{\Delta \alpha} P_{i(k,l)i'(k',l')} j_{\alpha i'(k'+\beta_x, l'+\beta_y)}^{m+\frac{1}{2}} \\ &- \sum_{i',k',l'}^{\text{非境界}} \frac{\Delta t}{\Delta x} P_{i(k,l)i'(k',l')} \left(j_{xi'(k'+\frac{1}{2}, l')}^{m+\frac{1}{2}} - j_{xi'(k'-\frac{1}{2}, l')}^{m+\frac{1}{2}} \right) \\ &- \sum_{i',k',l'}^{\text{非境界}} \frac{\Delta t}{\Delta x} P_{i(k,l)i'(k',l')} \left(j_{yi'(k', l'+\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} - j_{yi'(k', l'-\frac{1}{2})}^{m+\frac{1}{2}} \right). \end{aligned} \quad (5.59)$$

ここで、 $j_{\alpha i'(k',l')}$ は集中定数回路が接続されたセルに流れる電流密度を表しており、既に境界条件式である IPE(5.54) を用いて導出しているため既知の数字である。よって、境界に集中定数回路が接続されていない場合は非境界の場合と同じように計算することができる。以上より、2次元平面回路の計算手順を表 5.2 に示す。まずは、入力を含む集中定数回路が接続されているセルが満たす境界条件の計算を IPE を用いて行う。次に、式 (5.58) を用いて、境界の集中定数回路が接続されていないセルの電流密度を 0 とする。次に、式 (5.59) を用いて集中定数回路が接続されていない境界と非境界のセルの電位を計算する。最後に、式 (5.39) と (5.40) を用いて非境界での電流密度の計算を行う。

5.7 結言

本章では、グランド平面の幾何学的構造による CM ノイズ現象を定量化するために、3次元回路の数値計算を実現した。この定式化は本研究でなされたものである。3次元回路計算の類似手法に PEEC 法があるが、変数を別の位置で定義しているため、回路方程式の定式化の際に連続の式を満たさないなどの問題があった。そこで、本研究では、変数を同じ位置で定義する

ことでそれを解決し、さらに、有限体積法と FDTD 法を組み合わせ、数値計算で用いる方程式の導出を実現した。さらに、3 次元回路の任意の境界に集中定数回路を接続するための境界条件式を導出し、境界条件の計算コストを削減するためのアルゴリズムについて提案した。本手法のメリットは、FDTD 法を用いているため、PEEC 法よりも精度の高い数値計算が可能であり、幾何学的構造をより正確に考慮することが可能である。

第6章 平面回路内に発生するコモンモードノイズ現象の定量化

6.1 緒言

電気回路を構成する導体は1本線と平面導体、あるいは、2本線とそこから平面導体にグラウンドあるいはアースとしてつながり構造がよく見かけられる。多導体線路理論では平面導体内の物理現象を定量的に表現することは難しい。本章ではより現実的な回路系として1本線と平面導体、2本線と平面導体、さらには3本線と平面導体の場合のコモンモードノイズを議論する。

具体的には、5章で導出した3次元数値計算手法を用いて、有限大のグラウンド平面構造がCMノイズに与える影響を定量化する。その際に、3.2で定量化した2本線回路のグラウンドをプリント基板で用いられるような有限大のグラウンド平面にしたときのCMノイズを定量化する。さらに、3.4.1で定量化した3本線回路のグラウンド線を有限大のグラウンド平面にした時のCMノイズを定量化する。

6.2 有限大のグラウンド平面回路内に発生するコモンモードノイズ

表 6.1: 第6章の数値計算で用いたパラメーター

パラメーター	値	パラメーター	値
Δx	0.002 [m]	ε_r	2.2
Δy	0.002 [m]	μ_r	1.0
Δt	9.90 [ps]		

本節では、2次元平面回路内に発生するCMノイズ現象を解明するため、まずは最も単純な信号線とグラウンド面で構成された回路構造を考える。グラウンド平面は通常、理想的なグラウンドとされており、無限大の大きさを持ち、電位は一律であるとされている。そこで、有限大の平

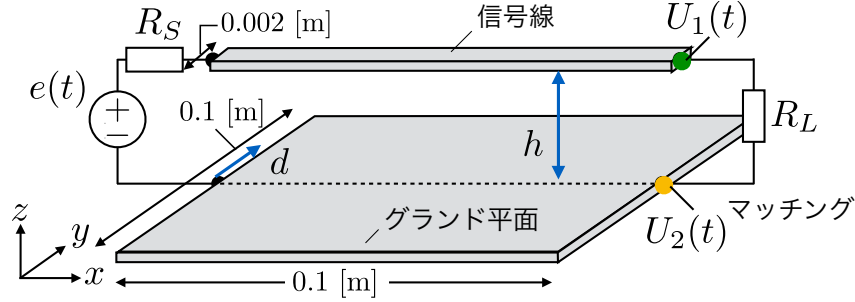


図 6.1: 有限大のグランド平面と信号線をもつ回路。信号線の幅は 0.002 m、グランド平面の幅は 0.1 m、それぞれの長さはともに 0.1 m の導体を用いた。 d はグランド平面の中心からの接続点のずれを表しており、 h は信号線とグランド平面の距離を表している。電源側は内部抵抗 $R_S = 50 \, \Omega$ の電圧源 $e(t)$ が接続されており、振幅 10 V、立ち上がり（下がり）時間 1.0 ns、平坦時間 3.0 ns のパルス波を用いた。負荷側は反射波が最も小さくなる抵抗 R_L を用いてインピーダンスマッチングをとった。ここで、比誘電率を $\varepsilon_r = 2.2$ 、比透磁率を $\mu_r = 1.0$ とした。

面導体を用意し、グランド平面が CM ノイズに及ぼす影響を観測する。本章で行なった全ての数値計算のパラメーターは表 6.2 で示した値を用いる。

図 6.1 に示す幅 0.001 m の信号線と幅 0.1 m のグランド平面を基準とした回路構造内に発生する CM ノイズを定量化する。それぞれの導体は同じ長さ 0.1 m である。回路の電源側には内部抵抗 $50 \, \Omega$ の電圧源が接続されており、終端はシミュレーションから導出した反射波が最も小さくなる値を用いてマッチングをとった。信号線とグランド面の距離によって回路のノーマルモードインピーダンスが変わり、 $h = 0.001 \, \text{m}$ のとき、 $R_L = 65 \, \Omega$ 、 $h = 0.01 \, \text{m}$ のとき、 $R_L = 145 \, \Omega$ 、 $h = 0.1 \, \text{m}$ のとき、 $R_L = 245 \, \Omega$ とした。信号線とグランド面の構造と CM ノイズの関係について明らかにするために、信号線とグランド面の接続点の中心からのずれ d と信号線とグランド面の距離 h を変化させてシミュレーションを行なった。

図 6.2 は信号線のグランド面の中心からのずれ d を変化させた時の終端の電位 U_1, U_2 と NM・CM 電圧 V_n, V_c の時間変化を表している。ここで、信号線とグランド面の距離 h は 0.001 m と固定した。図 6.2(a),(b),(c) は回路の終端における U_1, U_2 を表している。この場合、グランド面の電位はほぼ 0 V で信号線の電位が印加した電圧と等しくなっている。また、図 6.2(d),(e),(f) のは回路の終端における V_n と V_c である。 V_c を見ると、 V_n のおよそ半分であることがわかる。また、図 6.2 の (a),(b),(c) を比較すると、 d が大きくなると、それぞれの信号線の電位が振動し始めることがわかる。この原因は、信号線のグランド面の中心の位置からのずれにより、幅

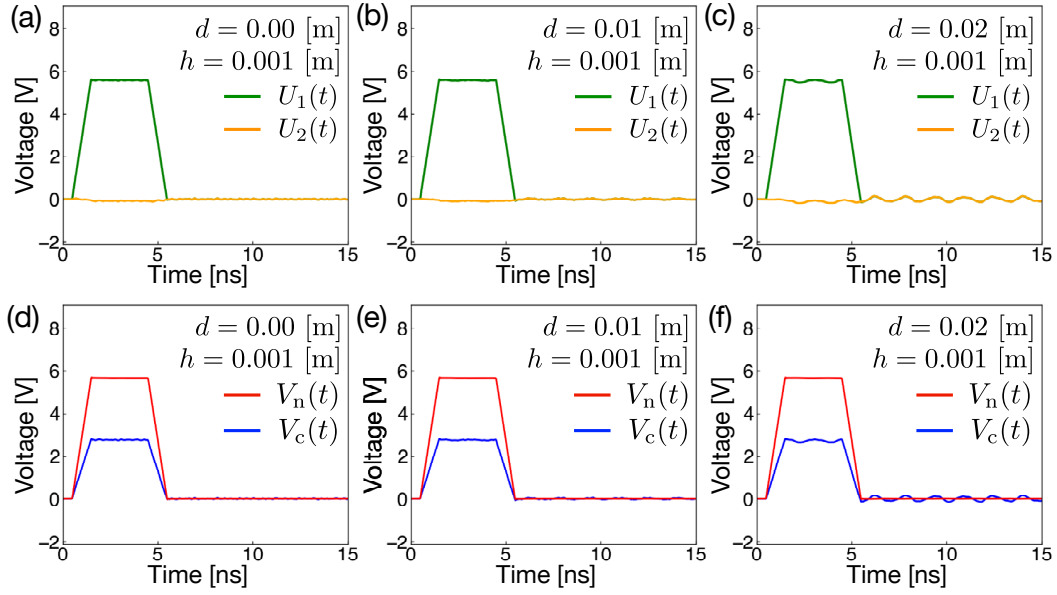


図 6.2: 図 6.1 に示す回路の信号線のグランド面の中心からのずれ d を (a),(d) : 0.00m、(b),(e) : 0.01 m、(c),(f) : 0.02 m と変化させた時の (a),(b),(c) : 電位 (U_1, U_2) と、(d),(e),(f) : NM・CM 電圧 (V_n, V_c) の時間変化。この時、信号線とグランド面の距離は $h = 0.001$ m と固定した。

(y) 方向の対称性が崩れたからである。この時、グランド平面の電位は振動し、信号線に影響を与えているが、それぞれの電位は同じ大きさ同じ位相で振動していたため、CM 電圧は振動しているが、NM 電圧は振動していないことがわかる。

次に、信号線とグランド平面との距離 h の影響を調べた。図 6.3 は h を 0.001 m から 0.1 m まで変化させた時の U_1, U_2 と $V_n(t), V_c(t)$ を表している。ここで、グランド平面との接続位置は $d = 0.00$ m で固定し、常に中心に接続した。図 6.3(a),(b),(c) を比較すると、信号線とグランド平面を離すとグランド平面の電位変動の振幅が大きくなり、リンギングが発生していることがわかる。この振動は回路の両端でそれぞれの電位が全反射されて伝搬 (x) 方向に振動していることがわかった。この現象が起こった原因は、信号線とグランド面を離すとその間の結合が小さくなり、それぞれの導体単独で電位が伝搬するため、終端では全反射する。図 6.3(d),(e),(f) は回路終端の $V_n(t)$ と $V_c(t)$ の時間変化を表しており、信号線とグランド面の距離 h の増加に伴い $V_n(t)$ が大きくなる理由は、回路の NM インピーダンスが大きくなるため、回路に分圧される電圧が大きくなっている。また、 $V_c(t)$ にもリンギング現象が見られ、この振動の減衰は非常に遅いことがわかる。この理由は、 $V_c(t)$ が両端で全反射し、 $V_n(t)$ に変換されていないためである。しかし、3 本線回路で明らかにしたように、周りの環境に平面回路が接続されると、発

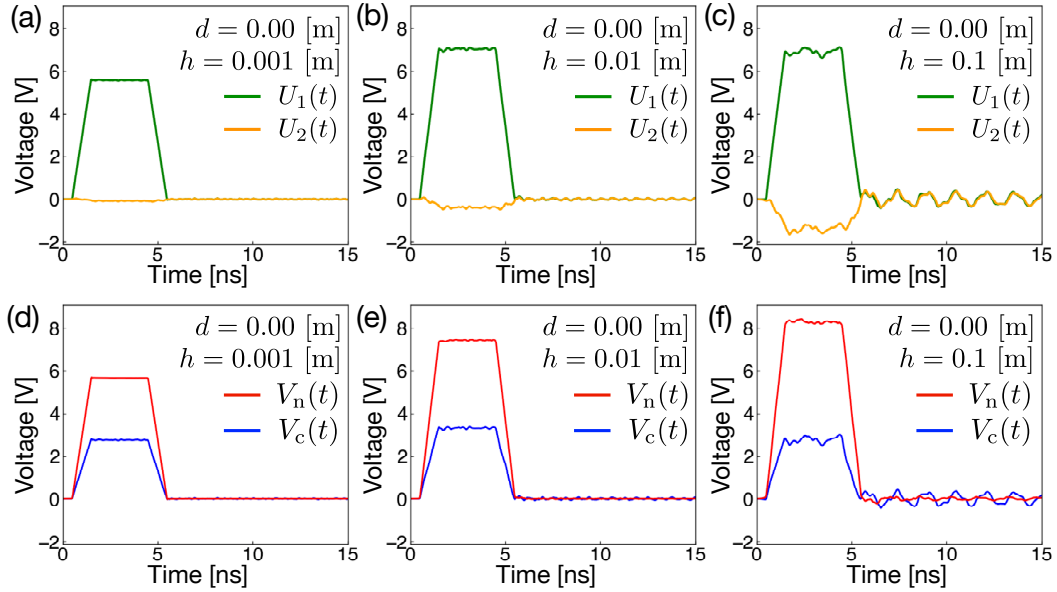


図 6.3: 図 6.1 に示す回路の信号線とグランド面の距離 h を (a),(d) : 0.00m、(b),(e) : 0.01 m、(c),(f) : 0.1 m と変化させた時の (a),(b),(c) : 電位 (U_1, U_2) と、(d),(e),(f) : NM・CM 電圧 (V_n, V_c) の時間変化。この時、信号線のグランド面の中心からのずれは $d = 0.00$ m と固定した。

生じた CM は NM に変換され、CM ノイズが発生する。

次に、信号線とグランド平面の接続位置 d と信号線とグランド平面の距離 h の影響を調べた。図 6.4 は d を 0.00 m から 0.04 m まで変化させた時の回路の終端の $U_1(t), U_2(t)$ と $V_n(t), V_c(t)$ を表している。ここで、信号線とグランド平面との距離は $h = 0.1$ m で固定した。図 6.4 に示す結果より、接続位置をずらすと $V_n(t)$ が大きく振動し始めたことがわかる。図 6.4(a),(d) は伝搬 (x) 方向における信号線とグランド面を同相で流れる CM のみであったが、 d を大きくし、接続点をずらすに連れて、グランド平面の電位が伝搬 (x) 方向だけでなく、幅 (y) 方向にも振動し始めた。よって、CM 以外の振動がグランド平面に生じ、NM 電圧となって変換された。よって、今回のシミュレーションで NM に生じた電磁ノイズは CM ノイズではなく、「グランド電位の伝搬方向以外の振動」によって生じた電磁ノイズである。これは、グラウンドバウンズと呼ばれる電位変動によって生じる電磁ノイズである [51, 52]。以上のシミュレーション結果から得られた電磁ノイズに関する結果を以下にまとめる。

1. 信号線とグランド平面の形状の非対称性により CM 電圧が発生する。
2. 2 導体の場合、CM 電圧は NM 電圧に変換されないため CM ノイズは発生しない。(*別

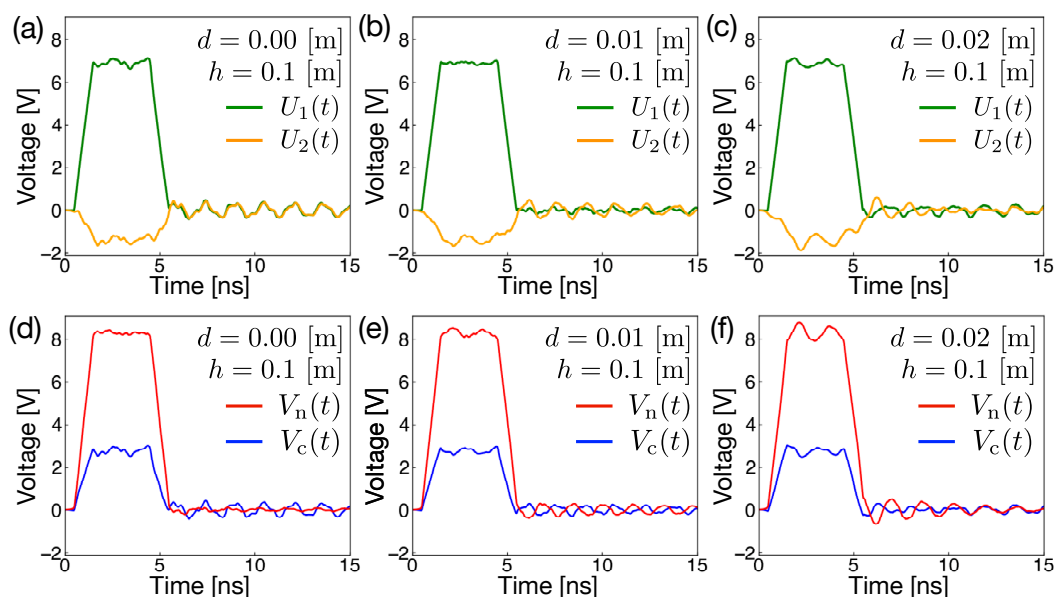


図 6.4: 図 6.1 に示す回路の信号線のグランド面の中心からのずれ d を (a),(d) : 0.00m、(b),(e) : 0.01 m、(c),(f) : 0.02 m と変化させた時の (a),(b),(c) : 電位 (U_1, U_2) と、(d),(e),(f) : NM・CM 電圧 (V_n, V_c) の時間変化。この時、信号線とグランド面の距離は $h = 0.1$ m と固定した。

の伝送線路と接続すると CM は NM に変換されて CM ノイズを発生する [53]。)

3. グランド平面の電位が伝搬方向以外に振動すると、NM に変換されて電磁ノイズの原因となる。
4. 信号線がグランド平面と十分に近くすると、グランド平面の電位の変動による電磁ノイズの影響を小さくすることができる。

6.3 有限大のグランド平面と回路の接続によって発生するコモンモードノイズ

4 章と 3 章で、1 次元 3 本線回路内に生じる CM ノイズの発生起源を解明した。本節では、有限大のグランド平面に接続された回路内に発生する CM ノイズ現象を定量化する。

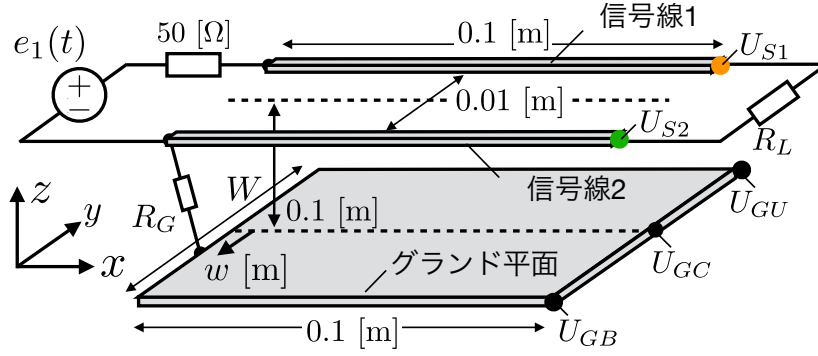


図 6.5: 一般的に用いられている 2 本線回路にグランド平面を接続した構造。回路の信号線は幅 0.002 m、長さ 0.1 m であり、幅 W m、長さ 0.1 m の有限大のグランド平面の 0.1 m 上に配置されている。また、2 本線回路の信号線は 0.01 m 離して配置されている。点線で示された 2 本線回路の中心とグランド面の中心は同じ $z-x$ 平面に存在する。2 本線回路は $R_G = 5 \Omega$ の抵抗を介してグランド平面に接続されており、グランド平面の中心に対して w m だけずれた位置に接続する。電源側では、 50Ω の内部抵抗を持つ電圧源 $e_1(t)$ が接続されている。負荷側では、回路の反射が最も小さくなる終端抵抗 $R_L = 245 \Omega$ の抵抗が接続されている。ここで、比誘電率 $\varepsilon_r = 2.2$ 、比透磁率 $\varepsilon = 1.0$ とした。数値計算では導体空間全体に流れる電位と電流密度の過渡現象を定量化し、終端の信号線の電位 (U_1, U_2, U_3) とグランド面の電位 (U_{GU}, U_{GC}, U_{GB}) を観測した。

6.3.1 2 本線回路をグランド面に接続した場合に発生するコモンモードノイズ

コモンモードノイズの削減のためには 2 本線回路の場合においても、伝送線路の対称化およびそれに接続する電子部品をできるだけ対称に配置することが大切である。そのように考慮されている 2 本線対称回路は存在し、高周波回路で用いられ、差動伝送線路と呼ばれている [54]。しかし、コモンモードノイズを考慮していない場合、図 6.5 に示すように、回路の片方の信号線は基準を取るために周りのグランド平面へと接続されている。この場合にはグランド平面は理想グランドであり、信号が伝播しないことが想定されている。本節では、2 本線回路に信号を入力した際に回路内に発生するコモンモードノイズの過渡現象を定量化することにする。

入力電圧 $e_1(t)$ として、振幅 5.0 V、立ち上がり（下がり）時間 1.0 ns パルス波形を用いた。数値計算では、2 本線回路とグランド平面の導体空間全体の電位と電流密度を時間領域で計算し、図 6.5 に示す終端の信号線の電位 (U_{S1}, U_{S2}) とグランド面の電位 (U_{GU}, U_{GC}, U_{GB}) を観測した。グランド面の電位を 3 点とる理由は、グランド電位の幅 (y) 方向の電位の変動を調べ

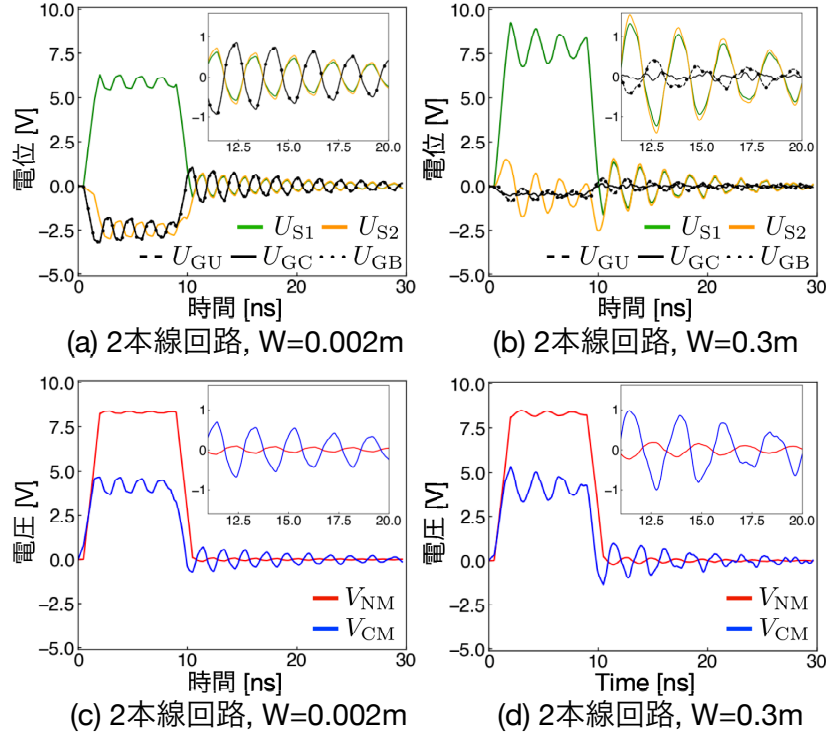


図 6.6: 図 6.5 に示す 2 本線回路内の終端における電位と NM・CM 電圧の時間変化を計算した結果を表している。グラウンド面が信号線と同じ幅 ($W = 0.002$) m の狭い場合 (a),(c) と十分に広い ($W = 0.3$ m) 場合 (b),(d) でシミュレーションを行なった。(a),(b) は信号線 1 (緑) と信号線 2 (橙)、グラウンド面の中央 (黒実線) と上部 (黒点線)、下部 (黒破線) の電位を表している。(c),(d) は回路内の電位から導出した NM 電圧 (赤) と CM 電圧 (青) を表している。グラフの拡大部はパルス波が立ち下がった後の 11ns から 20ns における時間変化を表している。

るためである。さらに、2 本線回路の終端における NM・CM 電圧を図 6.5 に示す変数を用いて以下のように定義した。

$$V_n = U_{S1} - U_{S2}, \quad (6.1)$$

$$V_c = \frac{1}{2} (U_{S1} + U_{S2}) - U_{GC}. \quad (6.2)$$

まず、グラウンド平面の形状が CM ノイズに及ぼす影響を調べるために、グラウンド平面の幅 W を信号線と同じ幅である 0.002 m から十分に広い 0.3 m へと変化させた。ここで、グラウンド平面への接続点は常に中心 ($w = 0.0$ m) とした。図 6.6 は入力側で時刻 $t = 0$ s にパルス信号を入力した後の (a),(b) 終端電位と (c),(d) NM・CM 電圧の時間変化を表している。

図 6.6(a),(b) の電位の時間変化より、信号線 1,2 とグラウンド平面の電位にリングングが発生

している。また、2本線回路の信号線1,2のリングングの位相は同じで、グラウンドはそれらと逆になっている。よって、回路内の電位のリングングは2本線回路とグラウンド平面の間に流れるCMによって発生している。さらに、電圧源 $e_1(t)$ により励起された、(a),(b)の信号線の電位の振幅を比較すると、信号線1の電位の振幅が2に比べて大きくなっている。これは、グラウンドが広くなるにつれて信号線1と2の非対称性が大きくなるためである。よって、信号線1の電位が信号線2に比べてより非対称に分配されるため、 V_c が大きくなる。さらに、信号線1と2の電位のリングングの周期を(a)と(b)の拡大したグラフで比較すると、(a)が約2.0 ns、(b)が約2.4 nsと、グラウンドを広げるとリングングの周期が長くなっていた。これは、グラウンドの電位が伝搬する長さ(x)方向だけでなく幅(y)方向にも振動していることを意味している。実際、図6.6(b)の拡大図を見ると、グラウンドの電位の周期が U_{GC} と U_{GU}, U_{GB} で異なることがわかる。これは、グラウンドの中心(U_{GU})を節として、端(U_{GU}, U_{GB})を腹として振動していることを意味している。よって、グラウンド電位の振動が V_c に与える影響を定量化することができた。図6.6(c),(d)の拡大図を見ると、 V_c のリングングの周期に応じてNMにCMノイズが発生していることがわかる。

次に、グラウンド平面との接続点 w を変化させ、中心($w = 0.00$ m)に接続した場合と、角付近($w = 0.04$ m)に接続した場合のCMノイズを定量化した。ここで、グラウンドの幅は $W = 0.1$ mと固定した。図6.7は数値計算結果を表しており、(a),(b)は終端電位、(c),(d)はNM・CM電圧である。(a)と(b)のグラウンド電位の時間変化を比較すると、(b)のグラウンドの接続点を端にずらした場合の方がグラウンド電位の振動が大きくなっている。これは、グラウンドの角では電荷密度が大きくなりやすく、電位の変動が大きくなるためである。よって、グラウンド電位の変動の増大によって V_c が増加し、回路内に発生するCMノイズも大きくなる。さらに、グラウンド電位のリングングの周期が少し長くなっている。これは、グラウンドの接続点がグラウンド電位の変動源であるため、接続点が中心からずれることによって、グラウンド電位が幅(y)方向にも振動し始めたからである。実際、図6.7(b)の拡大図を見ると、グラウンド電位がそれぞれの場所で異なる値を持っている。

6.3.2 3本線対称回路をグラウンド面に接続した場合に発生するコモンモードノイズ

次に、図6.8に示す、3本線対称回路にグラウンド平面を接続した場合に発生するCMノイズをグラウンドの幅 W と接続位置 w を変化させて定量化した。数値計算結果は図6.9に示した通りである。(a),(c)はグラウンド幅 W を0.3 mにした時の結果であり、(b),(d)はグラウンドとの接続位置 w を0.04 mにした時の結果である。図6.9(a),(b)を見ると、回路の信号線1と2の電位

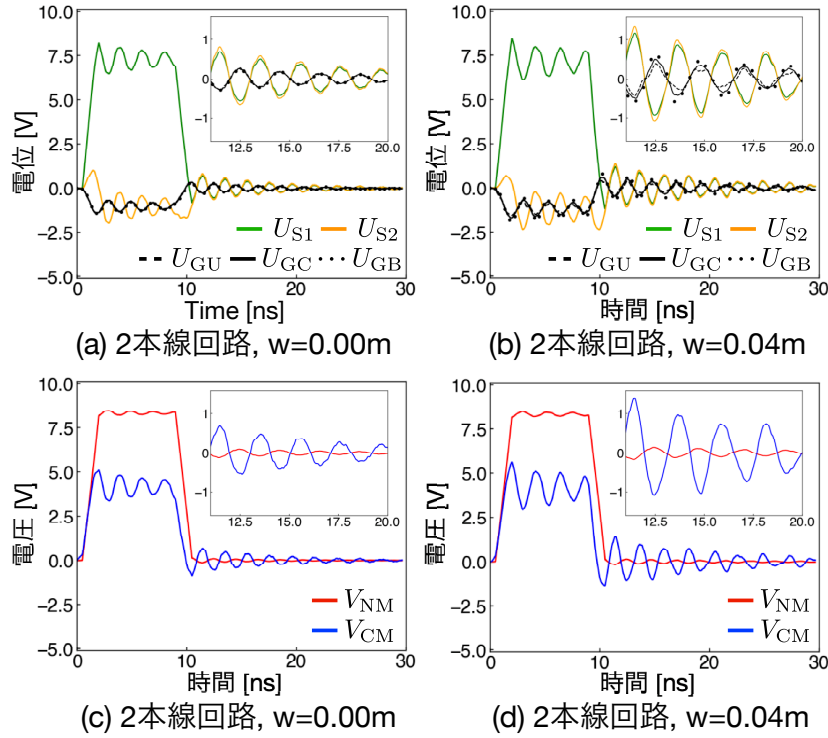


図 6.7: 図 6.5 に示す 2 本線回路内の終端における電位と NM・CM 電圧の時間変化を計算した結果を表している。グランド面への接続が中心 ($w = 0.00 \text{ m}$) の場合 (a),(c) とずれた位置 ($w = 0.04 \text{ m}$) の場合 (b),(d) でシミュレーションを行なった。(a),(b) は信号線 1 (緑) と信号線 2 (橙)、グランド面の中央 (黒実線) と上部 (黒点線)、下部 (黒破線) の電位を表している。(c),(d) は回路内の電位から導出した NM 電圧 (赤) と CM 電圧 (青) を表している。グラフの拡大部はパルス波が立ち下がった後の 11ns から 20ns における時間変化を表している。

は同じ絶対値を持ち、正負対称に分布しており、中心線である信号線 3 の電位は常に 0V である。よって、グランド電位も振動せずに常に 0V である。この結果より、3 本線対称回路はグランドの形状を変化させても、またグランドのどの位置に回路を接続しても CM ノイズは発生しないことがわかる。

今回、具体的に考察した簡単な回路系では 3 本線回路中央に配置した 3 番目の信号線 3 は冗長的だとも考えられる。実際に、真ん中の線を除いた 2 本線対称回路も同じように、グランド平面と信号線を電氣的対称に接続するとコモンモードノイズが発生しない。しかし、回路構成が複雑になった場合には 3 番目の信号線の周りに電子部品を対称の位置に配置するという基本的な考え方が重要になってくる [55]。

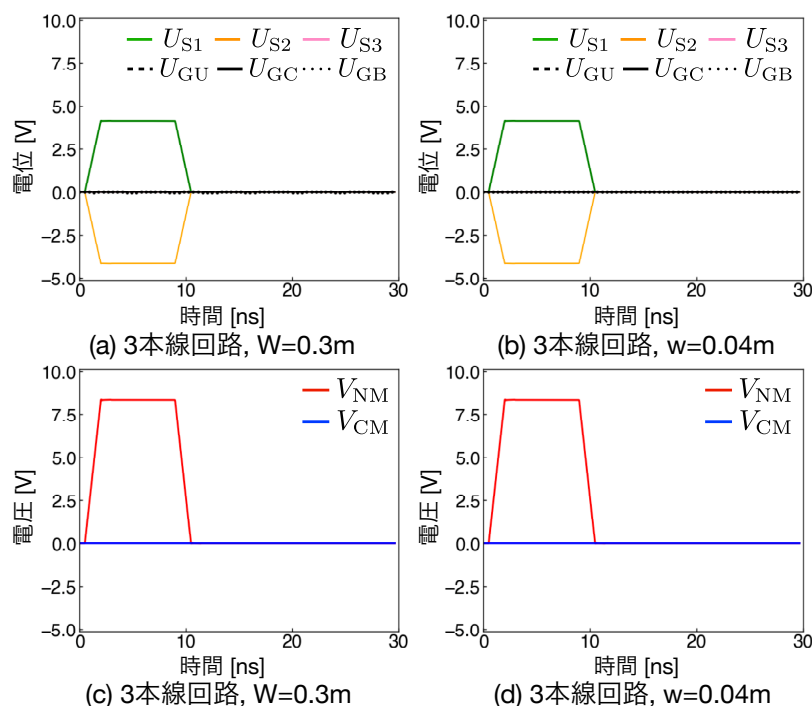


図 6.9: 図 6.8 に示す 3 本線回路内の終端における電位と NM・CM 電圧の時間変化を計算した結果を表している。グラウンド面が十分に広い ($W = 0.3 \text{ m}$) 場合 (a),(c) とグラウンドとの接続がずれた位置 ($w = 0.04 \text{ m}$) の場合でシミュレーションを行なった。(a),(b) は信号線 1 (緑) と 2 (橙)、3 (ピンク)、グラウンド面の中央 (黒実線) と上部 (黒点線)、下部 (黒破線) の電位を表している。(c),(d) は回路内の電位から導出した NM 電圧 (赤) と CM 電圧 (青) を表している。

ランド電位 U_{GC} が信号 $e_2(t)$ によって大きく変化していることがわかる。また、グラウンド電位が境界で反射することでリングングが発生している。この時の周期は約 2 ns であった。 2 ns を伝搬距離に直すと 0.4 m であり、これは入力信号 $e_2(t)$ が長さ方向に 2 往復伝搬する距離に等しい。これは、グラウンド平面 1,2 で構成された回路の両端を往復し、1 往復ごとに位相が 180° 変わっていることを意味している。また、負荷側は開放であるため電源側で位相が変化している。図 6.11(a),(b) の拡大図は入力信号 $e_2(t)$ が立ち上がった後の時間を表しており、それぞれの電位を比較すると、2 本線回路の信号線 1,2 の電位は異なる値であるのに対して、3 本線対称回路の信号線 1,2 の電位は全く同じ値であることがわかる。この電位の違いが電位差を取った時にノイズとなって現れる成分であり、それは図 6.11(c),(d) で表される。(c) は 2 本線回路の $V_n(t), V_c$ を表しており、CM ノイズが $V_n(t)$ の成分として現れている。また、グラウンド電位を

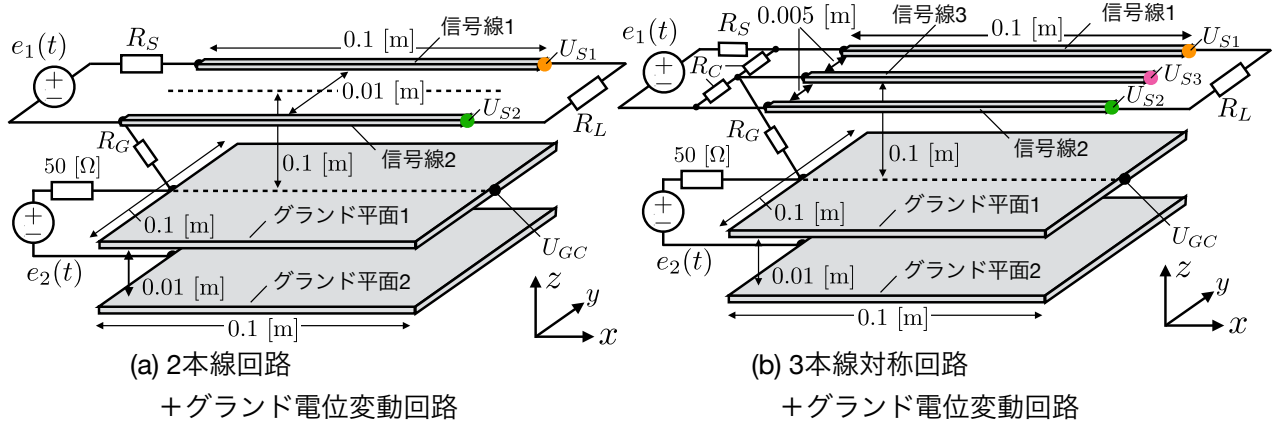


図 6.10: グランド平面 1 の電位変動による CM ノイズ現象を観測するために用いた回路系。グランド平面 1 の電位を変動するために同じ形状のグランド平面 2 を 0.01 m 真下に配置し、それらの間に内部抵抗 $50\ \Omega$ の電圧源 $e_2(t)$ をグランド平面 1 と 2 の中心に接続した。ここで、2 本線回路と 3 本線回路の電圧源 $e_1(t)$ は信号を発生させず、常に 0V とした。また、それぞれの回路の終端には、シミュレーションにより得られた最も反射波が小さくなる抵抗値 $R_L = 245\ \Omega$ の抵抗を接続し、インピーダンスマッチングを取っている。

変動する信号 $e_2(t)$ の立ち上がり（下がり）時に最も CM ノイズが大きくなっており、この時、約 3.5% のグランド電位が CM ノイズに変換されていることがわかった。一方、3 本線対称回路の場合は、 $V_c(t)$ が回路内に発生しているが、NM に変換されず、CM ノイズが発生しないことがわかる。この結果より、3 本線対称回路を用いると、グランド電位の変動の影響を受けないことがわかる。

以上より、2 本線回路と 3 本線回路のシミュレーション結果を比較すると、グランド面に接続する際に以下の点に留意しておく必要がある。

1. グランド平面の接続は、グランド電位を変動させる。
2. グランド平面の電位が変動すると、回路内に CM ノイズが発生し、他の回路の CM ノイズの原因にもなる。
3. グランド平面を用いる際は、グランド平面の電位を変動させず、グランド電位の電位変動が NM に変換されない回路を設計する必要がある。

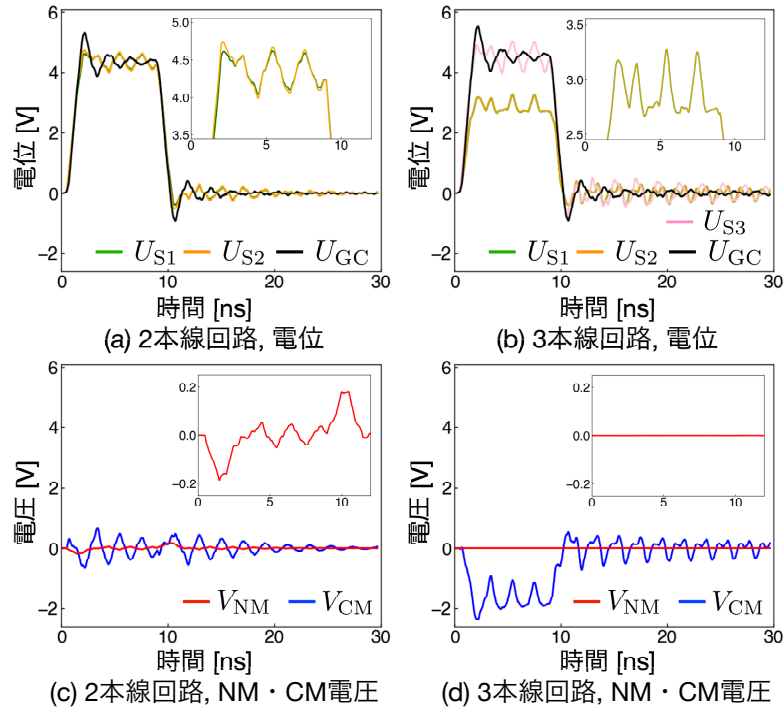


図 6.11: 図 6.10 に示す 2 本線回路と 3 本線回路のグラウンドを強制的に変化させた時の回路終端における電位と NM・CM 電圧の時間変化を計算した結果を表している。(a),(b) は信号線 1 (緑) と 2 (橙) と 3 (ピンク)、グラウンド面の中央 (黒実線) の電位を表している。(c),(d) は回路内の電位から導出した NM 電圧 (赤) と CM 電圧 (青) を表している。(a),(b) グラフの拡大部はパルス波が立ち上がった後における信号線 1 と 2 の時間変化を表し、(c),(d) は、NM 電圧の時間変化を表している。

6.4 結言

本章では、有限大のグラウンド平面構造が CM ノイズに及ぼす影響を数値計算により調べた。1 本線と 1 つのグラウンド平面で構成された回路では、伝送線路の形状の非対称性により CM 電圧が発生したが、NM 電圧には変換されなかった。一方で、グラウンド電位に伝搬方向とは異なる向きの振動が存在すると、NM 電圧に変換され電磁ノイズが生じた。次に、グラウンド平面との接続によって発生する CM ノイズの定量化を行なった。その結果、2 本線回路をグラウンド平面に接続すると、3 本線回路と同様に CM ノイズが発生することがわかった。さらに、グラウンド平面の形状と接続位置によってグラウンド平面の電位の振動の振る舞いの変化し、CM ノイズの振動に影響を与えることがわかった。また、3 本線対称回路の中心線をグラウンド平面に接続した結果、グラウンド平面の電位を変動させず、CM ノイズが発生しないことを示した。さらに、

グランド平面の電位を強制的に変動させた時に回路内に発生する CM ノイズを定量化した。2 本線回路の場合は、グランド電位の変動は回路内の NM に変換されて CM ノイズが発生することを示した。一方、3 本線対称回路は CM ノイズが発生しないことを示した。よって、本研究で導出した 3 本線対称回路はグランド電位の変動を起こさず、グランド電位の変動による影響を受けないことを示し、EMC 設計に最適な構造であることをシミュレーションで実証した。

第7章 単純な構造の平面回路内に発生する電磁 ノイズ現象の解析

7.1 緒言

本論文で開発された3次元回路の数値計算手法はコモンモードノイズの問題だけでなく多くの電磁ノイズに関する課題に適応することが可能である。その1例として、プリント基板を使った簡単な実験を行い、3次元数値計算結果との比較を行った。具体的には、時間領域反射（TDR：Time Domain Reflectometry）測定を用いた実験を行なった。複数の屈曲を有する平面回路を作成し、回路内にステップ電圧を入力し、屈曲によって反射する波形を観測した。また、実験で用いた平面回路と同じ形状の導体平面を用いて、シミュレーションを行った。実験と数値計算により得られた結果から、屈曲によって反射するノイズ現象のメカニズムを解明し、その対策について考察した。また、類似手法である部分要素等価回路（PEEC：Partial Element Equivalent Circuit）法との比較も行なった。

7.2 3次元数値計算手法の実証実験

実験では本研究で開発した数値計算が回路導体の形状を考慮できることを実証するために、TDRを用いてプリント基板内に生じる反射波を測定した。

(1) 実験器具・装置

TDRによる実験で用いる器具と装置、それらの用途は以下の通りである。

- デジタル・シリアル・アナライザー（DSA）
（メーカー：Tektronix、品名：DSA8200型）
用途：TDR解析のための高性能サンプリング・オシロスコープ
- 電気サンプリングモジュール
（メーカー：Tektronix、品名：80E04型）

用途：2チャンネル TDR サンプリングモジュール

- EOS/ESD プロテクションモジュール

（メーカー：Tektronix、品名：80A02 型）

用途：回路基板やケーブルの過電圧（EOS）や過電流（ESD）からサンプリングモジュールを保護する。

- スタッフレックスケーブル

（メーカー：スタック電子、品番：SMA(P)-STF358 ）

用途：高周波計測用同軸ケーブル

- SMA コネクタ

（メーカー：TE Connectivity、品番：5-1814832-1）

用途：TDR 測定のために、同軸ケーブルと PCB 基板を接続する。

(2) 実験方法

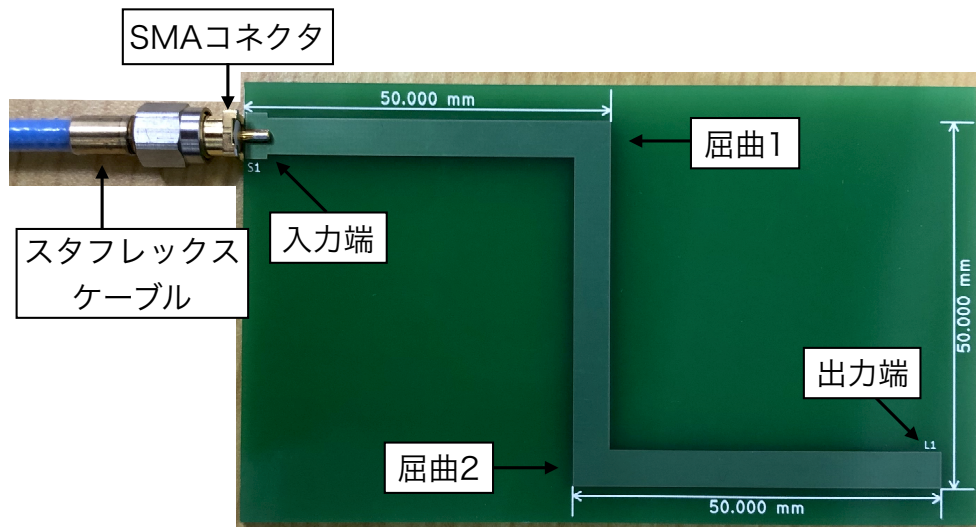


図 7.1: TDR 実験で用いた回路基板。伝送線路の形状に起因する電磁ノイズ現象を観察するために、2つの屈曲（屈曲1, 屈曲2）を有する平面回路を用いた。また、平面回路の両面は同じ形状を有しており、終端は開放端となっている。実験では、入力端に SMA コネクタを接続してステップ電圧を入力した。

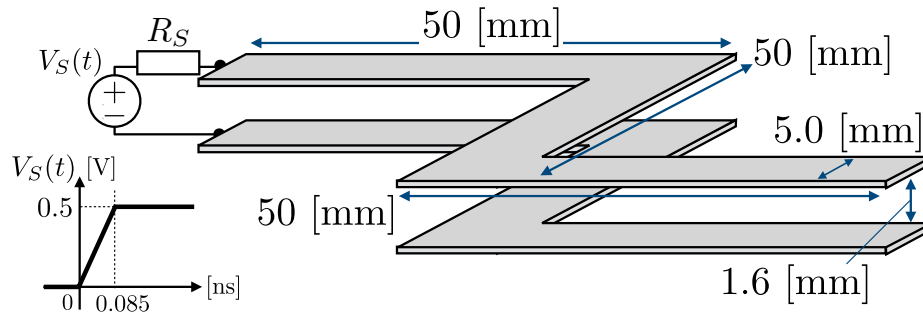


図 7.2: 実験と数値計算で用いた回路の形状。幅 5mm の平面回路を用い、回路形状を変化させるために 50 mm ごとに直角に曲げた屈曲を設けた。平面回路は同じ形状の平面導体で構成され、それぞれ 1.6 mm だけ離れている。数値計算では、電源側に内部抵抗 $R_S = 50 \Omega$ の電圧源 $V_S(t)$ が接続され、立ち上がり時間 0.085 ns、振幅 0.5 V のステップ電圧を入力した。

TDR による実験を行い、時間領域における 2 次元平面回路の電位差の過渡現象を観測する。実際の実験には、図 7.1 で示した PCB 基板を用いた。これは、両面基板であり、両面とも同じ形状の平面導体である。一般的に、PCB 基板の裏面は同じ形状ではなく、広い平面導体になっている。両面とも同じ形状にした理由は、一方をグランド平面にすると、6.4 で定量化したようにグランド電位の変動により電磁ノイズが発生する可能性があるため、グランド平面による影響をなくすためである。この平面回路の入力端に SMA コネクタを半田付けし、スタフレックスケールとデジタル・シリアル・アナライザーを接続し、TDR 測定を行った。この基板は図 7.1 に示すように、屈曲構造を 2 箇所所有し、終端は開放端となっている。TDR 測定では、屈曲による反射波を観測する。

図 7.2 は実験と数値計算で用いた平面回路の形状を表している。50 mm ごとに屈曲がある幅 5 mm の平面導体が 1.6 mm 離れて配置されている。数値計算の電源側には内部抵抗 50Ω の電圧源 $V_S(t)$ が接続されている。一方、実験は SMA コネクタを介して同軸線路と接続されている。入力電圧の波形は振幅 0.5 V、立ち上がり時間 0.085 ns のステップ電圧を用いた。

(3) 実験と数値計算結果

図 7.3 は実験結果（赤実線）と数値計算結果（青点線）を表している。この結果は、平面回路に入射したステップ電圧が立ち上がった後の時間変化を表している。ここで、反射波が認識できるように、平面回路のステップ電圧分だけ負のオフセットをかけ、反射波がない状態は 0 V となるようにした。結果より、実験と数値計算ともに波形が歪み、2 つの屈曲において反射

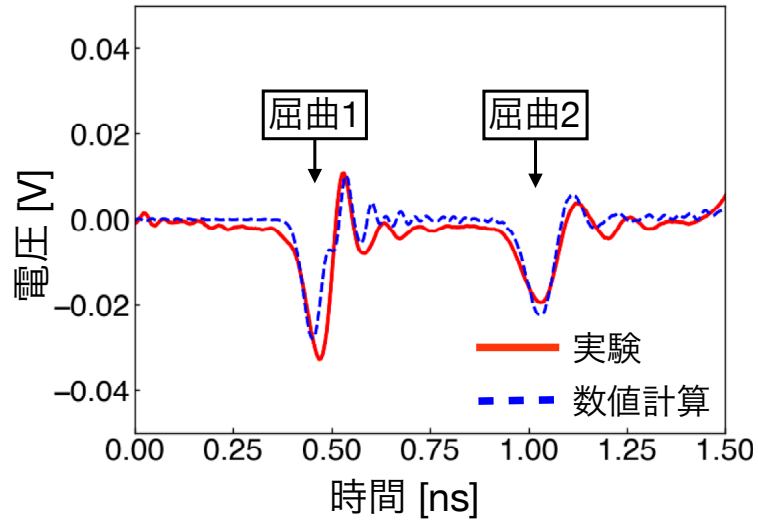


図 7.3: 図 7.2 の回路系を用いて行なった実験（赤実線）と数値計算結果（青点線）を比較した。

表 7.1: 第 7 章の数値計算で用いたパラメーター

パラメーター	値	パラメーター	値
Δx	1.00 [mm]	ε_r	3.8
Δy	1.00 [mm]	μ_r	1.0
Δt	3.25 [ps]		

波が発生している。また、数値計算は実験で得られた反射ノイズの波形を再現していることがわかる。よって、実験結果との比較によって本研究で開発した 3 次元回路の数値計算手法の妥当性を証明することができた。

7.3 2次元平面回路の屈曲によって発生する反射ノイズのメカニズム

本節では、本研究手法の数値計算で得られた結果から、伝送線路の屈曲で起こる反射ノイズのメカニズムについて考察する。平面回路の屈曲による反射は、伝送線路の余分なキャパシタンス成分が原因となっていることが言われている [56, 57]。反射ノイズ現象と波形の関係について考察し、反射ノイズが発生しない回路構造を提案する。

図 7.4 は数値計算結果と屈曲部を拡大した図を表している。(b) の実験と数値計算で得られた

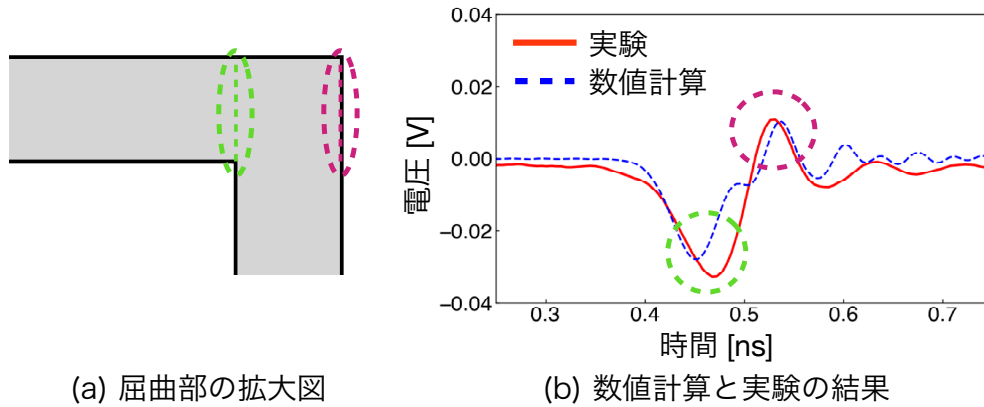


図 7.4: (a) は屈曲部の拡大図。(b) は実験（赤実線）と数値計算（青点線）の結果で、屈曲部による反射を拡大したもの。緑と紫で囲んだ部分が屈曲部の開始と終端で反射した波形と対応している。

波形には下に凸と上に凸の大きな反射波が生じている。過渡解析の結果、図 7.4(b) の緑と紫で囲んだ反射波は、図 7.4(a) の緑と紫で囲んだ屈曲部で生じていることがわかった。極性が異なる理由は、屈曲の開始（緑）と終わり（紫）で伝送線路のインピーダンスが変化するためである。屈曲の開始では、伝送線路の幅が急に広がるためにインピーダンスが低くなり、大きな下に凸の反射波が生じている。一方、屈曲の終わりは開放端となっているためインピーダンスが高くなり、上に凸の反射波が生じる。

以上の考察結果から、伝送線路内の屈曲による反射波ノイズは伝送線路の幅の変化で生じていることがわかった。そこで、反射波が生じない回路形状は屈曲の際に伝送線路の幅が変化しなければ良いことがわかる。そこで図 7.5(a) に示すように屈曲部分の伝送線路の幅が一定になるように、角の青斜線で示した部分を取り除いた形状でシミュレーションを行った。その結果が図 7.5(b) となる。対策前の数値計算結果（青点線）と対策後（紫実線）を比較すると、反射波が大きく削減されていることがわかる。以上より、本計算手法を用いることで、実装前にノイズが小さくなる配線形状をシミュレーションすることができる。

7.4 本研究手法と従来手法との比較

次に、3次元回路計算を行う部分要素等価回路（PEEC: Partial Element Equivalent Circuit）法との比較を行った。PEEC 法は本研究と同じ方程式を用いて 3次元導体空間を有限体積で分割して数値計算する。分割した導体を等価回路モデルに変換することで 3次元回路内の物理現

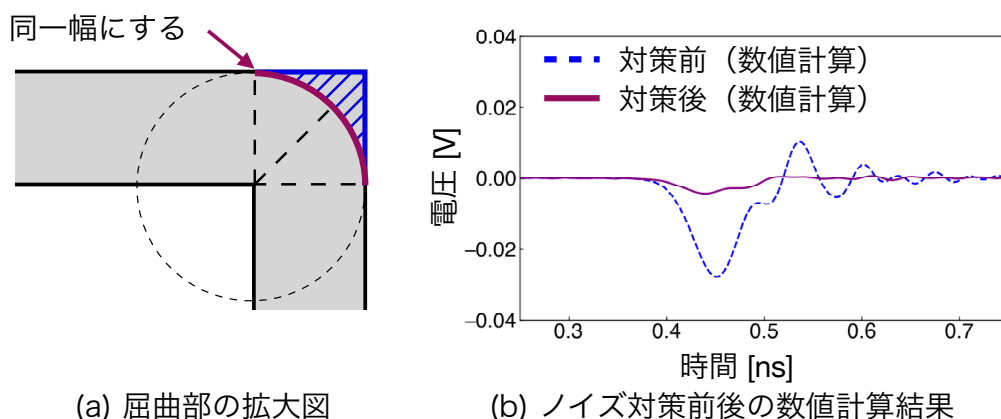


図 7.5: (a) は反射ノイズを低減するために屈曲部で同一幅になるように角を削り、対策を施した屈曲部を表している。(b) は対策前（青点線）と後（紫実線）を表している。

表 7.2: 本研究手法と PEEC 法の相違点

	本研究手法	PEEC 法
空間の分割方法	図 7.6(a) 空間分割 1	図 7.6(b) 空間分割 2
方程式の離散化	有限体積法・FDTD 法 [58,59] (時空間の偏微分方程式)	SPICE で用いる方法 [60] (時間の常微分方程式)
インピーダンスの数値計算	P : 体積積分	P : 表面積分
	L : 体積積分	L : 体積積分

象を SPICE などの汎用回路シミュレーターで計算することができる。PEEC 法と本研究の数値計算手法との詳細な比較は付録 C で行うが、相違点は表 7.4 の通りである。まず、空間分割の方法が異なり、それぞれの空間分割方法は図 7.6 で示すように、本研究手法の空間分割は全ての場所で同じ形状にしているが、PEEC で用いる空間分割は境界で形状を細かくしている。次に、方程式の離散化の方法が異なる。本研究手法は FDTD 法で用いられている leap-frog 法を用いて時空間の偏微分方程式を中心差分を用いて差分化する。この際、変数の定義する時間と空間が差分幅の半分だけずれている。一方で、PEEC 法は SPICE で用いられている数値計算手法を用いて計算する。SPICE は回路方程式である常微分方程式を数値計算する。次にインピーダンスの数値計算の方法が異なる。本研究手法では、離散化した有限体積間のインピーダンスは P と L とともに体積積分を用いて数値計算をするが、PEEC 法は P は表面積分を用いる一方、L は体積積分を用い、それぞれ異なる積分範囲で P と L を計算している。

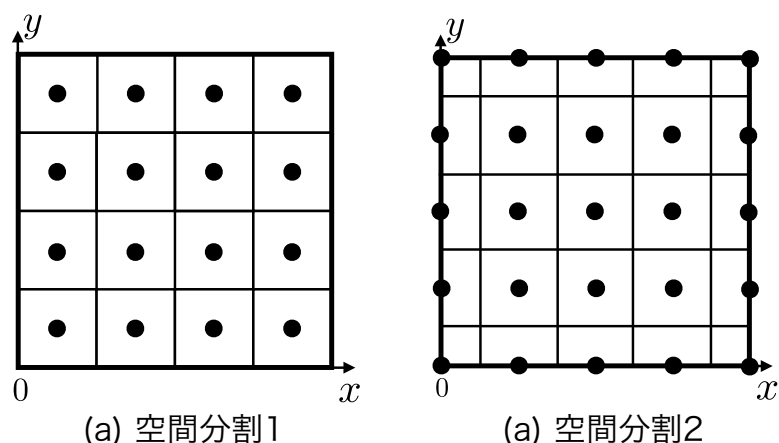


図 7.6: 数値計算で用いる電位と電荷密度が定義された空間の離散化方法を表している。(a) は本研究で用いた空間分割で、(b) は PEEC 法で用いられている空間分割を表している。(a) は全て同じ大きさの有限体積を用いているが、(b) は境界だけ有限体積が小さくなるように分割されている。

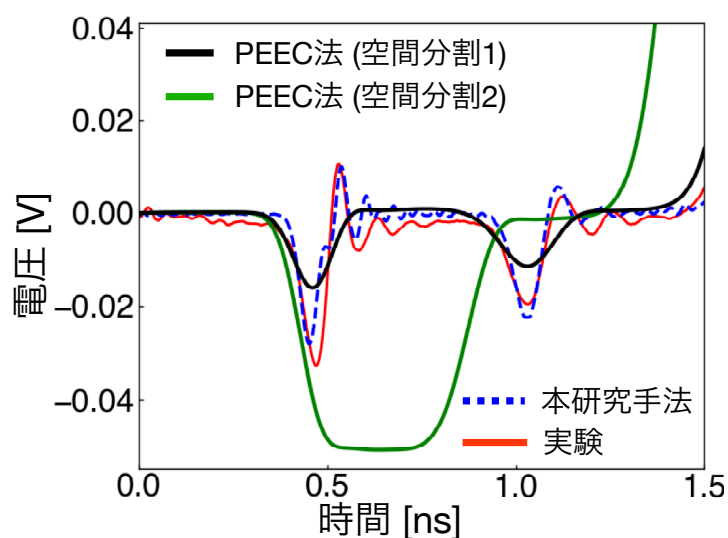


図 7.7: PEEC 法を用いた数値計算（緑実線、黒実線）と本研究手法を用いた数値計算（青点線）と実験結果（赤実線）を比較したものを表している。PEEC 法による数値計算では、空間分割の方法を図 7.6 に示すように、本研究手法で用いている空間分割 1（黒実線）と PEEC 法で用いている空間分割 2（緑実線）を用いた。

図 7.7 は本研究手法と PEEC 法の数値計算結果と実験結果を比較したものである。これより、本研究手法は PEEC 法で得られた数値計算結果よりも実験結果をより精度よく再現していることがわかる。また、空間の分割の方法によって結果が大きく変わっていることがわかる。空間分割 1（緑実線）と空間分割 2（黒実線）の PEEC 法で得られた結果を比較すると、空間分割 1 の数値計算結果の方が実験により似た波形であることがわかる。空間分割 2 は PEEC 法でよく用いられる分割方法であるが、計算結果に大きな違いが得られた原因は、分割した微小体積の大きさが境界では異なるため、数値計算の値が更新された時に遷移する速度が場所によって異なっていることが考えられる。その理由は、1.25 ns 付近で観測できる終端での反射が他の手法よりも早く到達し、空間分割 2 で得られた波形の伝搬速度は他の手法よりも早くなっていることから推測できる。

7.5 結言

本章では、第 5 章で考案した 3 次元回路の数値計算手法により簡単な回路での数値計算を行った。その比較として屈曲を有する平面回路の実験も行った。具体的には屈曲を有する平面回路を用いて TDR（時間領域反射）測定を行った。その結果、本研究手法の数値計算で得られた結果は、実験で得られた波形を再現していることがわかった。また、類似手法である PEEC 法と比較した結果、本研究手法の精度がより高いことを実証した。シミュレーションによる過渡応答から、屈曲による反射ノイズのメカニズムを解明し、反射ノイズを対策する配線形状を提案した。提案形状でシミュレーションを行うと反射ノイズを削減することを実現し、本研究手法のノイズ対策の応用例を示した。

第8章 結論

現代社会ではほとんど全ての場面で電気が使われている。電気回路を取り囲む導体を使って伝わるコモンモードはその正体も明らかではなく、設計した回路を使う際に取り除き難いコモンモードノイズを生じる。本論文では理論の定式化と数値計算、さらに実験的手法を使って、このコモンモードノイズの発生起源を明らかにし、適切なノイズ除去方法について提案した。

8.1 本研究のまとめ

本論文は電気回路内に発生するコモンモード（CM）が信号であるノーマルモード（NM）に変換され、歪曲する CM ノイズ現象の起源を解明するために行った研究をまとめたものである。CM ノイズを定量化するためにマクスウェル方程式に基づく理論と数値計算手法の開発、実験による検証を行った。本研究の内容を以下にまとめる。

(1) 1次元回路のコモンモードノイズ現象解明のための理論構築と数値計算手法の開発

第2章では、1次元回路内に発生する CM ノイズを定量化するために、マクスウェル方程式とオームの法則、連続の式を用いることで、多導体線路内の電位と電流に関する電信方程式を導出した。また、最も単純な回路を2本の伝送線路で表した2本線回路と周りの環境導体を考慮した3本線回路内の NM と CM を定義した。導出した多導体線路の電信方程式から、2本線回路と3本線回路の NM と CM の電信方程式を導出した。偏微分方程式である電信方程式を時間領域で計算するために時間領域差分（FDTD : Finite-Difference Time-Domain）法を用いた数値計算手法を導出した。さらに、終端で集中定数回路を任意に接続する境界条件の計算手法を導出した。

(2) 1次元回路内に発生するコモンモードノイズの起源の解明

第3章と第4章では、2本線回路と3本線回路を用いて、1次元回路内に発生する CM ノイズ現象の起源を解明した。第3章では、数値計算と実験を用いて CM ノイズを定量化し、第4章

では、NM と CM の電信方程式を用いて解析的に CM ノイズ現象の起源を明らかにした。2 本線回路では、対称構造を有する平行 2 本線路と非対称構造を有する同軸線路を用い、CM ノイズについて以下の点を明らかにした。

1. 幾何学的非対称構造とインピーダンスの場所依存性がある場合、CM ノイズが発生
2. インピーダンスが変化する場所と NM と CM が時間変化する時に CM ノイズが発生

次に、3 本線回路の電氣的構造と幾何学的構造によって発生する以下の CM ノイズの起源を明らかにした。

1. 電氣的・幾何学的構造のどちらかに非対称性があると CM ノイズが発生する
2. 電氣的対称性は CM から NM への変換に寄与し、幾何学的対称性は NM から CM への変換に寄与している
3. 電氣的・幾何学的対称構造が CM ノイズを発生しない唯一の構造である

(3) 3 次元回路内の数値計算手法の開発

第 5 章では、有限大のグラウンド平面の影響を考慮するために、3 次元回路の数値計算手法を開発した。これまでは、満足すべき 3 次元回路理論が存在しなかったもので、本論文で初めて 3 次元回路における数値計算手法を定式化した。さらに数値計算のためのプログラムも自らで開発し実際の数値計算も行った。これまでは、現象を単純化するために 1 次元回路を用いて CM ノイズ現象の発生起源の解明を行った。しかし、実際の回路の環境はグラウンドや筐体などの 2 次元または 3 次元構造を有している。そこで、環境導体の構造を考慮するために 3 次元数値計算手法の開発を行った。3 次元回路の数値計算では、マクスウェル方程式からゲージ変換を用いて導出される電位（スカラーポテンシャル）とベクトルポテンシャルに関する積分方程式、偏微分方程式である連続の式とオームの法則を数値計算するための差分方程式を導出した。さらに、集中定数回路を 3 次元回路の任意の境界に接続できる境界条件の計算手法も考案した。

(4) 有限大のグラウンド平面の構造が起因となって発生するコモンモードノイズ

第 6 章では、開発した 3 次元回路の数値計算手法を用いて、グラウンド平面構造が原因で発生する CM ノイズ現象を定量化した。実際の回路の周囲環境はグラウンドや筐体などの 2 次元あるいは 3 次元構造を有する。しかし、従来法では理想グラウンドを用いており、グラウンド形状は考

慮されていなかった。そこで、グラウンドが有限大の平面構造をもつ場合に発生する CM ノイズの定量化を行った結果、以下の点を明らかにした。

1. グラウンド平面の形状や接続位置が CM ノイズに影響を及ぼす
2. 電氣的・幾何学的対称構造を用いると CM ノイズを発生させず、グラウンド平面の形状の影響を受けない

以上より、CM ノイズを発生させずに信号伝送するためには 3 本線対称回路構造が最適であることをシミュレーションにより実証した。

(5) 開発した 3 次元回路の数値計算手法の妥当性を実証

第 7 章では、本数値計算手法の妥当性を検証するために実験との比較を行った。屈曲を有する 2 つの平面回路を用いた実験と本数値計算手法の結果を比較すると屈曲の形状を正確に再現していることを実証した。さらに、類似手法である部分要素等価回路 (PEEC : Partial Element Equivalent Circuit) 法と比較すると、本研究手法の方がより正確に再現できることを実証した。

8.2 今後の展望

本研究では、数値計算手法を 3 次元へと拡張することを実現し、任意の形状の導体内に発生する CM ノイズ現象の定量化を可能にした。今後は、数値計算の残された課題の解決による計算手法の拡張とより現実に近い系での CM ノイズ現象の解明を実現することで CM ノイズが発生しない回路設計のさらなる実用化が期待できる。

(1) 遅延時間を考慮した 3 次元時間領域数値計算手法の実現

本研究で用いる基本方程式に電位 (スカラーポテンシャル) とベクトルポテンシャルの積分方程式があり、それらの積分計算には遅延時間が含まれている。この遅延時間は数値計算の不安定性の原因となる問題があり [49, 50]、集中定数回路と 3 次元回路を接続する数値計算は未だ実用化されていない。遅延時間を考慮することで放射による損失が考慮できるようになる [26]。本研究で取り扱ったグラウンド平面内の数値計算に遅延時間を入れると電位変動が小さくなるという報告もある [61]。よって、より高精度な数値計算を実現するためには遅延時間を考慮した 3 次元数値計算手法の開発を実現する必要がある。これを実現することで、遅延時間がグラウン

ド平面の電位変動に及ぼす影響を明らかにし、我々がこれまで理想としていたグラウンド平面内に起こる物理現象をより高精度に解明することができ、回路設計におけるグラウンド平面の幾何学的構造の最適化が可能になる。

(2) 多層平面回路内に発生するコモンモードノイズ現象の解明と実験検証

本研究で行った平面回路の数値計算では、信号線とグラウンド層の合計2層を用いた数値計算を行った。しかし、CMノイズは他にも3層で構成された回路内に発生する現象が報告されている [14]。より現実に近い回路系でシミュレーションをするためには、3層以上でのシミュレーションと実験による妥当性を検証する必要がある。多層平面回路内に発生するCMノイズ現象の解明を実現すると、1次元回路シミュレーションで実現したように、CMノイズが発生しない回路構造の考案が期待できる。

(3) 異なる構造を有する伝送線路との接続によるコモンモードノイズ現象の解明

これまでは、信号を入力する際に集中定数回路と3次元回路を接続してシミュレーションを行っていたが、実際の回路は同軸線路などのケーブルから入力されている。本研究で定量化したように、同軸線路などに電位差をかけるとCMが発生する。よって、実際の入力にはCMも同時に入力されているが、集中定数回路からの入力にはCMが考慮されていない。さらに、異なる伝送線路の形状を接続する際には伝送線路の幾何学的構造の対称性の違いによってNMとCMがカップリングする [62]。異なる構造を有する伝送線路の接続によって発生するCMノイズの定量化が実現されると、実際の実験系に近い回路系でのシミュレーションが可能になる。

付 録 A 2 本線回路と 3 本線回路内における ノーマルモード・コモンモード電信方 程式の導出

本章では、本研究で用いる 2 本線回路と 3 本線回路内における NM と CM の電信方程式の導出を行う。用いる関係式は、第 2 で導出した多導体線路における電信方程式と、第 3 章で定式化した NM と CM である。

A.1 2 本線回路内におけるノーマルモード・コモンモード電信方程式の導出

2 本線回路内のノーマルモードとコモンモードに流れる電圧と電流は以下のように表される。

$$V_n(x, t) = U_1(x, t) - U_2(x, t) , \quad (\text{A.1})$$

$$V_c(x, t) = \frac{1}{2} (U_1(x, t) + U_2(x, t)) , \quad (\text{A.2})$$

$$I_n(x, t) = \frac{1}{2} (I_1(x, t) - I_2(x, t)) , \quad (\text{A.3})$$

$$I_c(x, t) = I_1(x, t) + I_2(x, t) . \quad (\text{A.4})$$

また、2 本線回路内の電位と電流に関する伝搬方程式は以下のように表される。

$$\frac{\partial U_i(x, t)}{\partial t} = - \sum_{j=1}^2 P_{ij}(x, t) \frac{\partial I_j(x, t)}{\partial x} , \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial U_i(x, t)}{\partial x} = - \sum_{j=1}^2 L_{ij}(x, t) \frac{\partial I_j(x, t)}{\partial t} - R_i I_i(x, t) . \quad (\text{A.6})$$

式 (2.44) の両辺を t で微分する。

$$\frac{\partial V_n(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial U_1(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial U_2(x, t)}{\partial t} \quad (\text{A.7})$$

さらに、式 (A.5) を代入する。ここで、 x と t に関する微分記号をそれぞれチルダ記号 (\sim) とハット記号 ($\hat{}$) で表す。また、以下の関係式を用いることで、和と差の式に分離することがで

きる。

$$AI_1 + BI_2 = \frac{1}{2}(A+B)(I_1 + I_2) + \frac{1}{2}(A-B)(I_1 - I_2) . \quad (\text{A.8})$$

よって式 (A.5) を用いて、ノーマルモードについて解くと、以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \hat{V}_n &= \hat{U}_1 - \hat{U}_2 , \\ &= -\left(P_{11}\tilde{I}_1 + P_{12}\tilde{I}_2\right) + \left(P_{21}\tilde{I}_1 + P_{22}\tilde{I}_2\right) , \\ &= -(P_{11} - P_{21})\tilde{I}_1 - (P_{12} - P_{22})\tilde{I}_2 , \\ &= -\frac{1}{2}[(P_{11} - P_{21}) + (P_{12} - P_{22})]\left(\tilde{I}_1 + \tilde{I}_2\right) \\ &\quad - [(P_{11} - P_{21}) - (P_{12} - P_{22})]\frac{1}{2}\left(\tilde{I}_1 - \tilde{I}_2\right) , \\ &= -P_{nn}\tilde{I}_n - P_{nc}\tilde{I}_c . \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

ここで、それぞれの電位係数は以下のように表される。

$$P_{nn} = P_{11} - P_{21} - P_{12} + P_{22} , \quad (\text{A.10})$$

$$P_{nc} = \frac{1}{2}(P_{11} - P_{21} + P_{12} - P_{22}) . \quad (\text{A.11})$$

次に、式 (A.5) を用いてコモンモードについて解くと、以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \hat{V}_c &= \frac{1}{2}(\hat{U}_1 + \hat{U}_2) , \\ &= \frac{1}{2}\left[-\left(P_{11}\tilde{I}_1 + P_{12}\tilde{I}_2\right) - \left(P_{21}\tilde{I}_1 + P_{22}\tilde{I}_2\right)\right] , \\ &= -\frac{1}{2}\left[(P_{11} + P_{21})\tilde{I}_1 + (P_{12} + P_{22})\tilde{I}_2\right] , \\ &= -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\{(P_{11} + P_{21}) + (P_{12} + P_{22})\}\left(\tilde{I}_1 + \tilde{I}_2\right) \right. \\ &\quad \left. + \{(P_{11} + P_{21}) - (P_{12} + P_{22})\}\frac{1}{2}\left(\tilde{I}_1 - \tilde{I}_2\right)\right] , \\ &= -P_{cn}\tilde{I}_n - P_{cc}\tilde{I}_c . \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

ここで、それぞれの電位係数は以下のように表される。

$$\begin{aligned} P_{cn} &= \frac{1}{2}(P_{11} + P_{21} - P_{12} - P_{22}) , \\ P_{cc} &= \frac{1}{4}(P_{11} + P_{21} + P_{12} + P_{22}) . \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

次に、式 (A.6) を用いてノーマルモードについて解くと、以下のように表される。

$$\begin{aligned}\tilde{V}_n &= \tilde{U}_1 - \tilde{U}_2 , \\ &= - \left(L_{11}\hat{I}_1 + L_{12}\hat{I}_2 \right) - R_{11}\hat{I}_1 + \left(L_{21}\hat{I}_1 + L_{22}\hat{I}_2 \right) + R_{22}\hat{I}_2 ,\end{aligned}\tag{A.14}$$

$$\begin{aligned}&= -\frac{1}{2} [(L_{11} - L_{21}) + (L_{12} - L_{22})] (\hat{I}_1 + \hat{I}_2) \\ &\quad - [(L_{11} - L_{21}) - (L_{12} - L_{22})] \frac{1}{2} (\hat{I}_1 - \hat{I}_2) \\ &\quad - \left[\frac{1}{2} (R_{11} - R_{22}) (I_1 + I_2) + (R_{11} + R_{22}) \frac{1}{2} (I_1 - I_2) \right] , \\ &= -L_{nn}\hat{I}_n - L_{nc}\hat{I}_c - R_{nn}I_n - R_{nc}I_c .\end{aligned}\tag{A.15}$$

ここで、それぞれの成分の係数であるインダクタンスと抵抗は以下のように表される。

$$L_{nn} = (L_{11} - L_{21}) - (L_{12} - L_{22}) ,\tag{A.16}$$

$$L_{nc} = \frac{1}{2} [(L_{11} - L_{21}) + (L_{12} - L_{22})] ,\tag{A.17}$$

$$R_{nn} = R_{11} + R_{22} ,\tag{A.18}$$

$$R_{nc} = \frac{1}{2} (R_{11} - R_{22}) .\tag{A.19}$$

次に、式 (A.6) を用いてコモンモードについて解くと、以下のように表される。

$$\begin{aligned}\hat{V}_c &= \frac{1}{2} (\hat{U}_1 + \hat{U}_2) , \\ &= \frac{1}{2} \left[- \left(L_{11}\tilde{I}_1 + R_{11}I_1 + L_{12}\tilde{I}_2 \right) - \left(L_{21}\tilde{I}_1 + L_{22}\tilde{I}_2 + R_{22}I_2 \right) \right] , \\ &= -\frac{1}{2} \left[(L_{11} + L_{21}) \tilde{I}_1 + (L_{12} + L_{22}) \tilde{I}_2 \right] - \frac{1}{2} (R_{11}I_1 + R_{22}I_2) , \\ &= -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \{ (L_{11} + L_{21}) + (L_{12} + L_{22}) \} (\tilde{I}_1 + \tilde{I}_2) \right. \\ &\quad \left. + \{ (L_{11} + L_{21}) - (L_{12} + L_{22}) \} \frac{1}{2} (\tilde{I}_1 - \tilde{I}_2) \right] \\ &\quad - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (R_{11} + R_{22}) (I_1 + I_2) + (R_{11} - R_{22}) \frac{1}{2} (I_1 - I_2) \right] , \\ &= -L_{cn}\tilde{I}_n - L_{cc}\tilde{I}_c - R_{cn}I_n - R_{cc}I_c .\end{aligned}\tag{A.20}$$

それぞれの成分の係数であるインダクタンスと抵抗は以下のように表される。

$$L_{cn} = \frac{1}{2} (L_{11} + L_{21} - L_{12} - L_{22}) ,\tag{A.21}$$

$$L_{cc} = \frac{1}{4} (L_{11} + L_{21} + L_{12} + L_{22}) ,\tag{A.22}$$

$$R_{cn} = \frac{1}{2} (R_{11} - R_{22}) ,\tag{A.23}$$

$$R_{cc} = \frac{1}{4} (R_{11} + R_{22}) .\tag{A.24}$$

A.2 3本線回路内におけるノーマルモード・コモンモード電信方程式の導出

2本線回路の場合と同様に導出することができる。3本線回路内のノーマルモードとコモンモードに流れる電圧と電流は以下のように表される。

$$V_n(x, t) = U_1(x, t) - U_2(x, t) , \quad (\text{A.25})$$

$$V_c(x, t) = \frac{1}{2} (U_1(x, t) + U_2(x, t)) - U_3(x, t) , \quad (\text{A.26})$$

$$I_n(x, t) = \frac{1}{2} (I_1(x, t) - I_2(x, t)) , \quad (\text{A.27})$$

$$I_c(x, t) = \frac{1}{2} (I_1(x, t) + I_2(x, t) - I_3(x, t)) . \quad (\text{A.28})$$

また、3本線回路内の電位と電流に関する電信方程式は以下のように表される。

$$\frac{\partial U_i(x, t)}{\partial t} = - \sum_{j=1}^3 P_{ij}(x, t) \frac{\partial I_j(x, t)}{\partial x} , \quad (\text{A.29})$$

$$\frac{\partial U_i(x, t)}{\partial x} = - \sum_{j=1}^3 L_{ij}(x, t) \frac{\partial I_j(x, t)}{\partial t} - R_i I_i(x, t) . \quad (\text{A.30})$$

ここで、 $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ とし、外部からこの回路系は閉じているとみなす。式 (A.25) の両辺を t で微分する。

$$\frac{\partial V_n(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial U_1(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial U_2(x, t)}{\partial t} . \quad (\text{A.31})$$

さらに、式 (A.29) を代入する。ここで、 x と t に関する微分記号をそれぞれチルダ記号 (\sim とハット記号 ($\hat{}$) で表す。また、以下の関係式を用いることで、和と差の式に分離することができる。

$$AI_1 + BI_2 = \frac{1}{2}(A + B)(I_1 + I_2) + \frac{1}{2}(A - B)(I_1 - I_2) . \quad (\text{A.32})$$

よってノーマルモード方程式は以下のように導出することができる。

$$\begin{aligned}
\hat{V}_n &= \hat{U}_1 - \hat{U}_2 = -\left(P_{11}\tilde{I}_1 + P_{12}\tilde{I}_2 + P_{13}\tilde{I}_3\right) + \left(P_{21}\tilde{I}_1 + P_{22}\tilde{I}_2 + P_{23}\tilde{I}_3\right) , \\
&= (-P_{11} + P_{21})\tilde{I}_1 + (-P_{12} + P_{22})\tilde{I}_2 + (P_{13} + P_{23})\tilde{I}_3 , \\
&= -\frac{1}{2}[(P_{11} - P_{21}) + (P_{12} - P_{22})]\left(\tilde{I}_1 + \tilde{I}_2\right) \\
&\quad - \frac{1}{2}[(P_{11} - P_{21}) - (P_{12} - P_{22})]\left(\tilde{I}_1 - \tilde{I}_2\right) + (-P_{13} + P_{23})\tilde{I}_3 , \\
&= -[(P_{11} - P_{21}) - (P_{12} - P_{22})]\frac{1}{2}\left(\tilde{I}_1 - \tilde{I}_2\right) \\
&\quad - \left[\frac{1}{2}[(P_{11} - P_{21}) + (P_{12} - P_{22})] + (P_{13} - P_{23})\right]\frac{1}{2}((I_1 + I_2) + I_3) \\
&\quad - \left[\frac{1}{2}[(P_{11} - P_{21}) + (P_{12} - P_{22})] - (P_{13} - P_{23})\right]\frac{1}{2}((I_1 + I_2) - I_3) , \\
&= -P_n\tilde{I}_n - P_{nc}\tilde{I}_c . \tag{A.33}
\end{aligned}$$

よって、ノーマルモードに関する方程式を導出することができた。それぞれの電位係数は以下のように表される。

$$P_{nn} = (P_{11} - P_{21}) - (P_{12} - P_{22}) , \tag{A.34}$$

$$P_{nc} = \frac{1}{2}\left[(P_{11} - P_{21}) + (P_{12} - P_{22})\right] - (P_{13} - P_{23}) . \tag{A.35}$$

同様にコモンモード方程式について導出する。式 (A.26) の両辺を t で微分し、式 (A.29) を代入する。

$$\begin{aligned}
\hat{V}_c &= \frac{1}{2}(\hat{U}_1 + \hat{U}_2) - \tilde{U}_3, \\
&= -\frac{1}{2}(P_{11} + P_{21} - 2P_{31})\tilde{I}_1 - \frac{1}{2}(P_{12} + P_{22} - 2P_{32})\tilde{I}_2 - \frac{1}{2}(P_{13} + P_{23} - 2P_{33})\tilde{I}_3, \\
&= -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(P_{11} + P_{21} - 2P_{31}) + \frac{1}{2}(P_{12} + P_{22} - 2P_{32})\right](\tilde{I}_1 + \tilde{I}_2) \\
&\quad - \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(P_{11} + P_{21} - 2P_{31}) - \frac{1}{2}(P_{12} + P_{22} - 2P_{32})\right](\tilde{I}_1 - \tilde{I}_2) \\
&\quad - \frac{1}{2}(P_{13} + P_{23} - 2P_{33})\tilde{I}_3, \\
&= -\left[\frac{1}{2}(P_{11} + P_{21} - 2P_{31}) - \frac{1}{2}(P_{12} + P_{22} - 2P_{32})\right]\frac{1}{2}(\tilde{I}_1 - \tilde{I}_2) \\
&\quad - \left[\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(P_{11} + P_{21} - 2P_{31}) + \frac{1}{2}(P_{12} + P_{22} - 2P_{32})\right] - \frac{1}{2}(P_{13} + P_{23} - 2P_{33})\right] \\
&\quad \times \frac{1}{2}((\tilde{I}_1 + \tilde{I}_2) + \tilde{I}_3) \\
&\quad - \left[\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(P_{11} + P_{21} - 2P_{31}) + \frac{1}{2}(P_{12} + P_{22} - 2P_{32})\right] - \frac{1}{2}(P_{13} + P_{23} - 2P_{33})\right] \\
&\quad \times \frac{1}{2}((\tilde{I}_1 + \tilde{I}_2) - \tilde{I}_3), \\
&= -P_{cn}\tilde{I}_n - P_{cc}\tilde{I}_c.
\end{aligned} \tag{A.36}$$

以上より、コモンモード方程式を導出することができた。それぞれの係数は以下のように表される。

$$P_{cn} = \frac{1}{2}(P_{11} + P_{21} - 2P_{31}) - \frac{1}{2}(P_{12} + P_{22} - 2P_{32}), \tag{A.37}$$

$$P_{cc} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(P_{11} + P_{21} - 2P_{31}) + \frac{1}{2}(P_{12} + P_{22} - 2P_{32})\right] - \frac{1}{2}(P_{13} + P_{23} - 2P_{33}). \tag{A.38}$$

本研究で用いる伝送方程式は電位係数を用いているため上記の計算のように電位の足し合わせができたため、コモンモード方程式を導くことが可能である。式 (A.30) から同様にノーマルモードとコモンモード方程式を導くことができる。以上の結果を以下にまとめる。

$$\frac{\partial V_n(z, t)}{\partial t} = -P_{nn}\frac{\partial I_n(z, t)}{\partial z} - P_{nc}\frac{\partial I_c(z, t)}{\partial z}, \tag{A.39}$$

$$\frac{\partial V_c(z, t)}{\partial t} = -P_{cn}\frac{\partial I_n(z, t)}{\partial z} - P_{cc}\frac{\partial I_c(z, t)}{\partial z}, \tag{A.40}$$

$$\frac{\partial V_n(z, t)}{\partial z} = -L_{nn}\frac{\partial I_n(z, t)}{\partial z} - L_{nc}\frac{\partial I_c(z, t)}{\partial t}, \tag{A.41}$$

$$\frac{\partial V_c(z, t)}{\partial x} = -L_{cn}\frac{\partial I_n(z, t)}{\partial t} - L_{cc}\frac{\partial I_c(z, t)}{\partial t}. \tag{A.42}$$

式 (A.39) と (A.41) はノーマルモード方程式を表しており、式 (A.40) と (A.42) はコモンモード方程式を表している。これらの方程式をみると、ノーマルモード方程式にコモンモードの項が含まれており、コモンモード方程式にもノーマルモードの項が含まれていることがわかる。これより、3 本線回路を用いることでそれぞれのモード間はカップリングしていることが理論的に証明できる。

A.3 3 本線回路の境界の集中定数回路におけるノーマルモード・コモンモード方程式の導出

図 4.2 の 3 本線回路の両端に接続された集中定数回路が満たすノーマルモードとコモンモードの関係式を導出する。

$$I_1(0, t) = -I_{13}(t) - I_{12}(t) , \quad (\text{A.43})$$

$$I_2(0, t) = I_{12}(t) - I_{23}(t) , \quad (\text{A.44})$$

$$I_3(0, t) = I_{23}(t) + I_{13}(t) . \quad (\text{A.45})$$

BCE は以下の通り。

$$U_1(0, t) - U_2(0, t) = R_{12}I_{12}(t) + V_{12}(t) , \quad (\text{A.46})$$

$$U_2(0, t) - U_3(0, t) = R_{23}I_{23}(t) + V_{23}(t) , \quad (\text{A.47})$$

$$U_1(0, t) - U_3(0, t) = R_{13}I_{13}(t) + V_{13}(t) . \quad (\text{A.48})$$

よって

$$I_{12}(t) = \frac{U_1(0, t) - U_2(0, t)}{R_{12}} - \frac{V_{12}(t)}{R_{12}} = \frac{V_n(0, t)}{R_{12}} - \frac{V_{12}(t)}{R_{12}} , \quad (\text{A.49})$$

$$I_{23}(t) = \frac{U_2(0, t) - U_3(0, t)}{R_{23}} - \frac{V_{23}(t)}{R_{23}} = -\frac{V_n(0, t)}{2R_{23}} + \frac{V_c(0, t)}{R_{13}} - \frac{V_{13}(t)}{R_{13}} , \quad (\text{A.50})$$

$$I_{13}(t) = \frac{U_1(0, t) - U_3(0, t)}{R_{13}} - \frac{V_{13}(t)}{R_{13}} = \frac{V_n(0, t)}{2R_{13}} + \frac{V_c(0, t)}{R_{13}} - \frac{V_{13}(t)}{R_{13}} . \quad (\text{A.51})$$

と表すことができる。 $I_n(0, t), I_c(0, t)$ を $V_n(0, t), V_c(0, t)$ で表す。

$$\begin{aligned}
I_n(0, t) &= \frac{1}{2}(I_1(0, t) - I_2(0, t)) = \frac{1}{2}(-2I_{12}(t) - I_{13}(t) + I_{23}(t)) , \\
&= -\left(\frac{V_n(0, t)}{R_{12}} - \frac{V_{12}(t)}{R_{12}}\right) - \frac{1}{2}\left(-\frac{V_n(0, t)}{2R_{23}} + \frac{V_c(0, t)}{R_{13}} - \frac{V_{13}(t)}{R_{13}}\right) \\
&\quad + \frac{1}{2}\left(\frac{V_n(0, t)}{2R_{13}} + \frac{V_c(0, t)}{R_{13}} - \frac{V_{13}(t)}{R_{13}}\right) , \\
&= -\left(\frac{1}{R_{12}} - \frac{1}{4R_{23}} - \frac{1}{4R_{13}}\right)V_n(0, t) - \left(\frac{1}{2R_{13}} - \frac{1}{2R_{23}}\right)V_c(0, t) \\
&\quad + \left(\frac{V_{12}(t)}{R_{12}} - \frac{V_{23}(t)}{2R_{23}} + \frac{V_{13}(t)}{2R_{13}}\right) , \\
I_c(0, t) &= \frac{1}{2}(I_1(0, t) + I_2(0, t) - I_3(0, t)) = -I_{23}(t) - I_{13}(t) , \\
&= -\left(-\frac{V_n(0, t)}{2R_{23}} + \frac{V_c(0, t)}{R_{13}} - \frac{V_{13}(t)}{R_{13}}\right) - \left(\frac{V_n(0, t)}{2R_{13}} + \frac{V_c(0, t)}{R_{13}} - \frac{V_{13}(t)}{R_{13}}\right) , \\
&= \left(\frac{1}{2R_{23}} - \frac{1}{2R_{13}}\right)V_n(0, t) - \left(\frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_{13}}\right)V_c(0, t) + \left(\frac{V_{23}(t)}{R_{23}} + \frac{V_{13}(t)}{R_{13}}\right) .
\end{aligned}$$

これより、電源 $V_{12}(t), V_{23}(t), V_{13}(t)$ は、ノーマルモード電流源 $I_{n0}(t)$ とコモンモード電流源 $I_{c0}(t)$ に変換され、それぞれ以下のように表される。

$$I_{n0}(t) = \frac{V_{12}(t)}{R_{12}} - \frac{V_{23}(t)}{2R_{23}} + \frac{V_{13}(t)}{2R_{13}} , \quad (\text{A.52})$$

$$I_{c0}(t) = \frac{V_{23}(t)}{R_{23}} + \frac{V_{13}(t)}{R_{13}} . \quad (\text{A.53})$$

以上より、ノーマルモード電流とコモンモード電流は以下のように表すことができる。

$$\begin{pmatrix} I_n(0, t) \\ I_c(0, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{1}{R_{12}} - \frac{1}{4R_{23}} - \frac{1}{4R_{13}}\right) & \left(\frac{1}{2R_{13}} - \frac{1}{2R_{23}}\right) \\ \left(\frac{1}{2R_{23}} - \frac{1}{2R_{13}}\right) & -\left(\frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_{13}}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_n(0, t) \\ V_c(0, t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_{n0}(t) \\ I_{c0}(t) \end{pmatrix} .$$

さらに、ノーマルモード電圧とコモンモード電圧について解くと、

$$\begin{pmatrix} V_n(0, t) \\ V_c(0, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{R_{12}} - \frac{1}{4R_{23}} - \frac{1}{4R_{13}}\right) & -\left(\frac{1}{2R_{13}} - \frac{1}{2R_{23}}\right) \\ -\left(\frac{1}{2R_{23}} - \frac{1}{2R_{13}}\right) & \left(\frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_{13}}\right) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} I_n(0, t) \\ I_c(0, t) \end{pmatrix} \\
- \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{R_{12}} - \frac{1}{4R_{23}} - \frac{1}{4R_{13}}\right) & -\left(\frac{1}{2R_{13}} - \frac{1}{2R_{23}}\right) \\ -\left(\frac{1}{2R_{23}} - \frac{1}{2R_{13}}\right) & \left(\frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_{13}}\right) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} I_{Sn}(t) \\ I_{Sc}(t) \end{pmatrix} . \quad (\text{A.54})$$

となる。ここで、電源側の集中定数回路に流れるノーマルモードとコモンモードの電流源と抵

抗を以下の行列で表す。

$$\mathbf{I}_0(t) = \begin{pmatrix} I_{n0}(t) \\ I_{c0}(t) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.55})$$

$$\mathbf{R}_0 = \begin{pmatrix} R_{nn} & R_{nc} \\ R_{cn} & R_{cc} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.56})$$

$$= \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{R_{12}} - \frac{1}{4R_{23}} - \frac{1}{4R_{13}} \right) & -\left(\frac{1}{2R_{13}} - \frac{1}{2R_{23}} \right) \\ -\left(\frac{1}{2R_{23}} - \frac{1}{2R_{13}} \right) & \left(\frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_{13}} \right) \end{pmatrix}^{-1}. \quad (\text{A.57})$$

よって、ノーマルモード電圧とコモンモード電圧は行列を用いて以下のように表すことができる。

$$\mathbf{V}(0, t) = \mathbf{R}_0 \mathbf{I}(0, t) - \mathbf{R}_0 \mathbf{I}_0(t). \quad (\text{A.58})$$

次に式 (A.57) の逆行列の成分を求める。逆行列の係数を $1/A$ とおくと、

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{R_{12}} + \frac{1}{2R_{13}} + \frac{1}{2R_{23}} \right) \left(\frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{23}} \right) - \left(\frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{1}{R_{13}} - \frac{1}{R_{23}} \right)^2, \\ &= \frac{1}{R_{12}} \left(\frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{23}} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{23}} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{R_{13}} - \frac{1}{R_{23}} \right)^2, \\ &= \frac{1}{R_{12}} \left(\frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{23}} \right) + \frac{1}{R_{13}R_{23}}, \\ &= \frac{1}{R_{12}R_{13}} + \frac{1}{R_{12}R_{23}} + \frac{1}{R_{13}R_{23}}, \\ \frac{1}{A} &= \frac{R_{12}R_{23}R_{13}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}. \end{aligned} \quad (\text{A.59})$$

以上より、式 (A.57) の要素は以下のように表される。

$$\begin{aligned} R_{nn} &= \frac{R_{12}R_{23}R_{13}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}} \left(\frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{23}} \right), \\ &= \frac{R_{12}R_{23}R_{13}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}} \cdot \frac{R_{23} + R_{13}}{R_{13}R_{23}}, \\ &= \frac{R_{12}(R_{23} + R_{13})}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}, \end{aligned} \quad (\text{A.60})$$

$$\begin{aligned} R_{cc} &= \frac{R_{12}R_{23}R_{13}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{2}{R_{12}} + \frac{1}{2R_{13}} + \frac{1}{2R_{23}} \right), \\ &= \frac{R_{12}R_{23}R_{13}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}} \frac{4R_{23}R_{13} + R_{12}R_{23} + R_{13}R_{12}}{4R_{12}R_{23}R_{13}}, \\ &= \frac{1}{4} \frac{4R_{23}R_{13} + R_{12}R_{23} + R_{13}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}, \end{aligned} \quad (\text{A.61})$$

$$\begin{aligned} R_{nc} = R_{cn} &= \frac{R_{12}R_{23}R_{13}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}} \cdot \frac{-1}{2} \left(\frac{1}{R_{13}} - \frac{1}{R_{23}} \right), \\ &= \frac{1}{2} \frac{R_{12}(R_{13} - R_{23})}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}. \end{aligned} \quad (\text{A.62})$$

負荷側 ($x = L$) の境界でも同様に導出することができ、この時、集中定数回路に流出入する電流の向きが変わるので、符号が変わる。

$$\mathbf{V}(L, t) = \mathbf{R}_L \mathbf{I}(L, t) + \mathbf{R}_L \mathbf{I}_L(t) . \quad (\text{A.63})$$

ここで、 \mathbf{R}_L と $\mathbf{I}_L(t)$ は負荷側の集中定数回路の接続条件によって決まるノーマルモードとコモンモードに関する抵抗行列と電流源となる。

付 録 B 多導体伝送線路のインピーダンスの数値計算手法

第2章でマクスウェル方程式から導出した多導体線路における電信方程式で用いる、伝送線路 i, j 間の電位係数 $P_{ij}(x)$ とインダクタンス $L_{ij}(x)$ は以下で表される。

$$P_{ij}(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{S_i} \frac{1}{S_j} \int_{S_i} dy dz \int_0^{\ell_j} dx' \int_{S_j} dy' dz' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}, \quad (\text{B.1})$$

$$L_{ij}(x) = \frac{\mu}{4\pi} \frac{1}{S_i} \frac{1}{S_j} \int_{S_i} dy dz \int_0^{\ell_j} dx' \int_{S_j} dy' dz' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}. \quad (\text{B.2})$$

また、伝送線路内の伝搬速度を v とすると、インピーダンス Z_{ij} は、 $Z_{ij} = \frac{1}{v} P_{ij} = v L_{ij}$ で表される。本研究では、 x', y', z' に関する積分を解析的に解き、 x, y に関する積分は数値計算を用いる。そこで、 $L_{ij}(x)$ と $P_{ij}(x)$ に共通する x', y', z' に関する積分方程式を以下のように表す。

$$K_{ij}(x, y, z) = \int_0^{\ell_j} dx' \int_{S_j} dy' dz' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}. \quad (\text{B.3})$$

ここで、伝送線路 i, j 間の電位係数 P_{ij} とインダクタンス L_{ij} 、インピーダンス Z_{ij} は同じ積分方程式を有しているため、 $K_{ij}(x, y, z)$ を計算することで以下のように導出することができる。

$$P_{ij}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon} K_{ij}(x, y, z), \quad (\text{B.4})$$

$$L_{ij}(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi} K_{ij}(x, y, z), \quad (\text{B.5})$$

$$Z_{ij}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} K_{ij}(x, y, z). \quad (\text{B.6})$$

また、 $i = j$ におけるインピーダンスを自己インピーダンスと呼び、 $i \neq j$ の場合のインピーダンスを相互インピーダンスと呼ぶ。本章では、多導体線路で用いられる円柱形導体と円筒形導体のインピーダンスの数値計算手法を説明する。

B.1 円柱形導体におけるインピーダンスの計算

図 B.1 のように長さ l 、線の半径が R の 2 つの円柱形導体が距離 s だけ離れた位置に配置された平行 2 本線路の自己インピーダンスと相互インピーダンスを求める。

(1) 2 本線路回路における円柱形導体の自己インピーダンスの計算

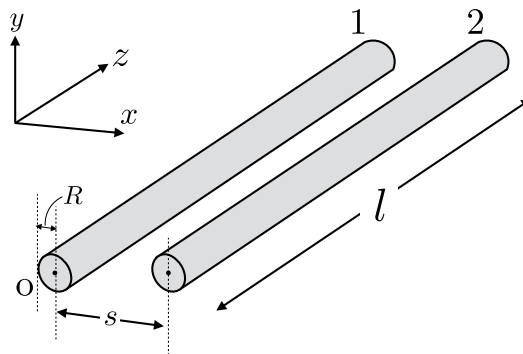


図 B.1: 平行 2 本線路。半径 R 、長さ l の円柱形導体 1 と 2 が距離 s だけ離れた位置に配置されている。

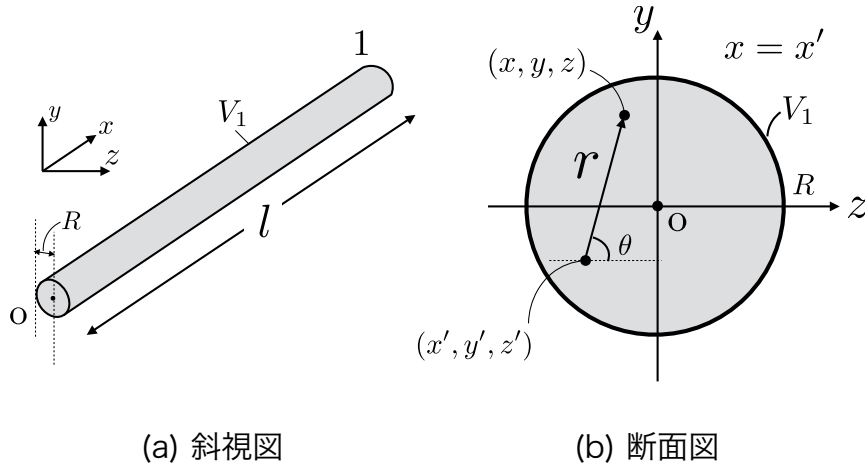


図 B.2: 自己インピーダンスの場合の r と θ の範囲

K_{11} を求める際、 $x' = x, y' = y, z' = z$ となる点で分母が 0 になるため発散する。そこで、発散を避けるために変数変換を利用した計算を行う。まず、円柱形導体 1 内の任意の点 (x, y, z) における K_{11} は、

$$K_{11}(x, y, z) = \iiint_{V_1} \frac{1}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}} dx' dy' dz' . \quad (\text{B.7})$$

である。ここで、積分関数の変数である x', y', z' は円柱形導体 1 内に存在するので、

$$z'^2 + y'^2 \leq R, \quad (\text{B.8})$$

$$0 \leq x' \leq l. \quad (\text{B.9})$$

と表すことができる。ここで、円筒座標系に変数変換を行う。

$$z - z' = r \cos \theta, \quad (\text{B.10})$$

$$y - y' = r \sin \theta, \quad (\text{B.11})$$

$$x - x' = -v. \quad (\text{B.12})$$

この場合のヤコビアンは以下のように計算できる。

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x'}{\partial r} & \frac{\partial x'}{\partial \theta} & \frac{\partial x'}{\partial v} \\ \frac{\partial y'}{\partial r} & \frac{\partial y'}{\partial \theta} & \frac{\partial y'}{\partial v} \\ \frac{\partial z'}{\partial r} & \frac{\partial z'}{\partial \theta} & \frac{\partial z'}{\partial v} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\sin \theta & -r \cos \theta & 0 \\ -\cos \theta & r \sin \theta & 0 \end{vmatrix} = r. \quad (\text{B.13})$$

これは図 B.2(b) に示すように、導線路上の任意の点を中心に、半径 r とした円筒座標となる。

このときの積分関数は

$$K_{11} = \iiint \frac{r}{\sqrt{r^2 + v^2}} dr dv d\theta. \quad (\text{B.14})$$

となる。この計算を行うためには、 θ, v, r の積分範囲を求める必要がある。まず θ に関しては、図 B.2(b) より、 θ の値によらず v と r は存在するので、 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ である。 x' は V_1 内に存在するので、 v は

$$-x \leq v \leq l - x. \quad (\text{B.15})$$

となる。同様に r の範囲を求める。 z', y' は V_1 内に存在するので、

$$\begin{aligned} (z - r \cos \theta)^2 + (y - r \sin \theta)^2 &\leq R^2, \\ r^2 - 2(z \cos \theta + y \sin \theta)r - (R^2 - z^2 - y^2) &\leq 0. \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

となり、このとき上の不等式の等式が成り立つ場合は

$$a_1, a_2 = -(z \cos \theta + y \sin \theta) \pm \sqrt{(z \cos \theta + y \sin \theta)^2 + (R^2 - z^2 - y^2)}. \quad (\text{B.17})$$

のときである（複合同順）。ここで、任意の点 (x, y, z) は V_1 内に存在するので、 $R^2 - z^2 - y^2 \geq 0$ となる。よって、 $a_1 \geq 0$, $a_2 < 0$ である。さらに、 $r \geq 0$ であることを考慮すると、不等式

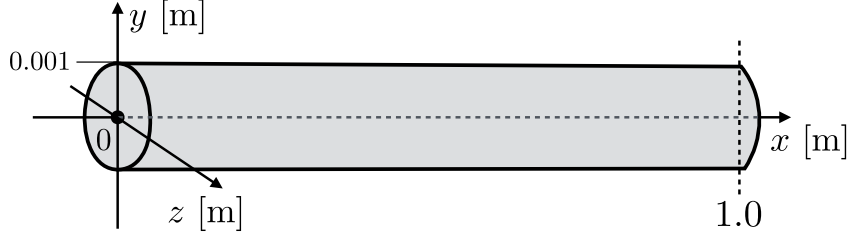


図 B.3: 半径 0.001 m、長さ 1.0 m の円柱形導体。円柱形導体内の (x, y, z) 座標における局所インピーダンスを導出する。この時の比誘電率 ϵ_r は 2.3 とした。

(B.16) は、 $0 \leq r \leq a_1$ となる。以上より、 K_{11} は

$$K_{11} = \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-x}^{l-x} dv \int_0^{a_1} dr \frac{r}{\sqrt{r^2 + v^2}} . \quad (\text{B.18})$$

と表すことができる。上式の積分式は以下のように計算できる。

$$\begin{aligned} K_{11} &= \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-x}^{l-x} dv \left[\sqrt{v^2 + r^2} \right]_0^{a_1} , \\ &= \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-x}^{l-x} dv \left\{ \sqrt{v^2 + a_1^2} - |v| \right\} , \\ &= \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \left[v \sqrt{v^2 + a_1^2} + a_1^2 \log |v + \sqrt{v^2 + a_1^2}| \right]_{-x}^{l-x} \\ &\quad - \int_0^{2\pi} \int_{-x}^0 (-v) dv - \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{l-x} (v) dv , \\ &= \int_0^{2\pi} d\theta \frac{1}{2} \left\{ (l-x) \sqrt{(l-x)^2 + a_1^2} + x \sqrt{x^2 + a_1^2} \right. \\ &\quad \left. + a_1^2 \log \frac{(l-x) + \sqrt{(l-x)^2 + a_1^2}}{-x + x \sqrt{x^2 + a_1^2}} - 2x^2 + 2lx - l^2 \right\} . \quad (\text{B.19}) \end{aligned}$$

上式の第 2 式の $\sqrt{v^2 + a_1^2}$ の積分は、積分公式

$$\int \sqrt{v^2 + A} dv = \frac{1}{2} (v \sqrt{v^2 + A} + A \log |v + \sqrt{v^2 + A}|) .$$

を用いた。これは $v = \frac{1}{2}(t - \frac{A}{t})$ とおいて置換積分をすることで証明できる。式 (B.19) は θ の関数であり、これ以上解析的に解くことができないため、残りの θ に関する積分は数値計算を行う。

次に、図 B.3 に示す、長さ $l = 1.0$ m、半径 $R = 0.001$ m の円柱形導体を用いて数値計算を行う。電信方程式で用いるインピーダンスは断面 yz -平面に関して平均を取っているが、まずは平均を取る前の点 (x, y, z) におけるインピーダンスを式 (B.19) を用いて計算する。ここで、点 (x, y, z) におけるインピーダンスを局所インピーダンスと呼び、その空間分布を定量化する。ま

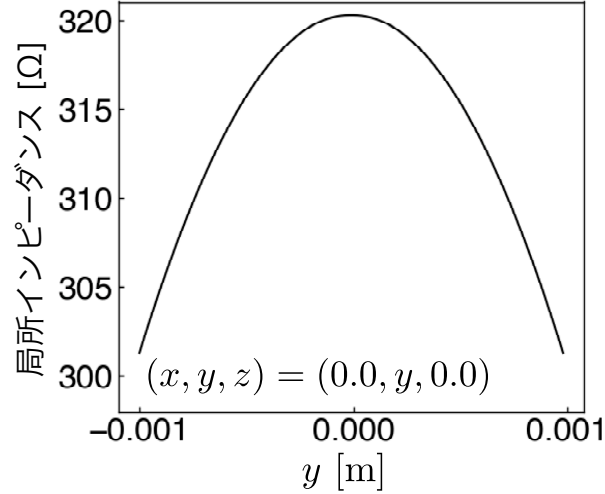


図 B.4: 図 B.3 の伝送線路の $x = 0.0, z = 0.0$ における yz -平面内の局所自己インピーダンスの半径 (y) 方向の分布

ず、円柱形導体内の任意の点の座標 (x, y, z) を式 (B.17) の a_1 に代入する。残る変数は被積分関数内の θ だけであり、この式を θ について区分求積法を用いて数値計算する。 θ を 0 から 2π にわたって積分した値を $K_{11}(x, y, z)$ とおくと、

$$K_{11}(x, y, z) = \Delta\theta \times \sum_{n=1}^N K_{11}\left(\frac{2\pi}{N}n\right) \quad (\text{B.20})$$

と表すことができる。ここで、 N は分割数を表している。また、 $\Delta\theta = 2\pi/N$ である。

$x = 0$ m の断面 yz -平面内にあるときの局所インピーダンスの分布を図 B.4 に示した。このとき、対称性から θ 方向には変化しないので、半径方向の依存を示す。この結果から、局所自己インピーダンスが断面 yz -平面内で変化していることがわかる。中央部分が局所インピーダンスが最も大きく、表面に近づくにつれて小さくなっていることがわかる。これは高周波で見られる表皮効果に矛盾しない結果が得られた。 $x = 0$ m における表面と中心のインピーダンスを比較すると、表面 ($y = 0.001$ m) の局所インピーダンスは 301.29Ω であり、中心は 320.27Ω である。よってこの形状では、表面の方が約 5.93 % 自己インピーダンスが小さいことがわかった。

次に、長さ方向の局所インピーダンスの場所依存性を定量化した。図 B.5 は、点 $(x, 0.001, 0)$ における局所自己インピーダンスの長さ方向 x の依存性を数値計算した結果である。結果から、長さ方向の自己局所インピーダンスは大きく変化していることがわかった。これも、図 B.4 と同様に、自己局所インピーダンスは、線の中央 ($x = 0.5$ m) で 547.77Ω と最も値が大きく、終端 ($x = 0.0, 1.0$ m) で 301.29Ω と最も小さくなっている。以上より、本研究では断面方向の局所インピーダンスの場所依存は小さいとして平均化を取り、長さ方向のインピーダンスの

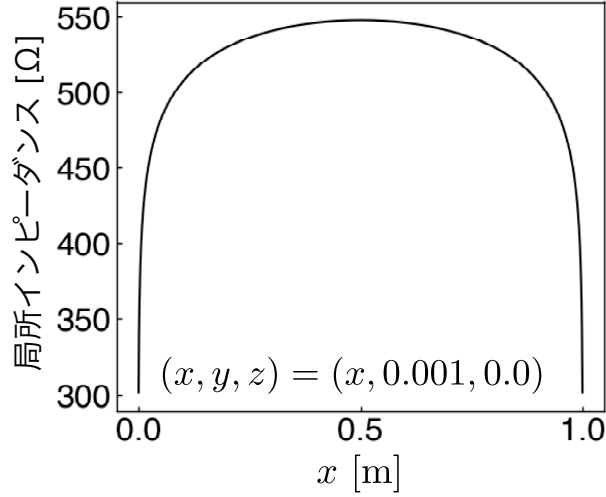


図 B.5: 図 B.3 の伝送線路 $y = 0.001, z = 0.0$ における局所自己インピーダンスの長さ (x) 方向の分布

場所依存性を考慮する。電信方程式のインピーダンスは表面で平均を取っているため、その時の $Z_{11}(x)$ は

$$Z_{11}(x) = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{S_i} \int_{S_i} K_{11}(x, y, z) dy dz . \quad (\text{B.21})$$

とすると導出することができる。 y, z に関する積分は、解析的に解くことは困難であるため、円筒座標を利用して区分求積を行う。

(2) 2 本線路回路における 2 円柱形導体間の相互インピーダンスの計算

次に、相互インピーダンス K_{12} の計算を行う。積分範囲が自身でなく他の導体空間（図 B.6 灰色部）になるため、積分範囲が伝送線路 2 の空間 V_2 である。

$$\begin{aligned} (z' - s)^2 + y'^2 &\leq R , \\ 0 &\leq x' \leq l . \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

となる。このときの θ, v, r の積分範囲を求める。自己インピーダンスの計算と異なる点は、図 B.6 より、 θ の値によって、 r が存在しない範囲があることである。それに注意して計算する必要がある。まず、 v は変わらず、

$$-z \leq v \leq l - z . \quad (\text{B.23})$$

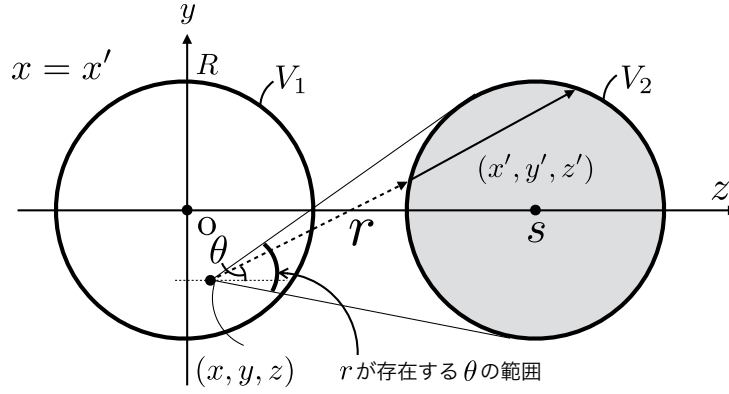


図 B.6: 円柱形導体 1 内の点 (x, y, z) と円柱形導体 2 の相互局所インピーダンスを導出する際の r と θ の範囲。

である。また、 r の範囲は z', y' は V_2 内に存在するので、

$$\begin{aligned} & \left((z - r \cos \theta) - s \right)^2 + (y - r \sin \theta)^2 \leq R^2, \\ & r^2 + 2 \left((z - s) \cos \theta + y \sin \theta \right) - \left(R^2 - (z - s)^2 - y^2 \right) \leq 0. \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

となり、このとき上の不等式の等式が成り立つ場合は、

$$b_1, b_2 = -((z - s) \cos \theta + y \sin \theta) \pm \sqrt{((z - s) \cos \theta + y \sin \theta)^2 + (R^2 - (z - s)^2 - y^2)}.$$

のときである（複合同順）。ここで、図 B.6 で示しているように、 r が存在する範囲を求めるためには b_1 と b_2 が 0 以上になる θ の範囲を求める必要がある。そのためには、具体的な数値を入れて解く必要があるので一般化することが難しい。そこで、 $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ のときに r が存在すると仮定して解き進める。このときの r の範囲は $b_2 \leq r \leq b_1$ となるので、 K_{12} は

$$K_{12} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} b_2 \theta \int_{-x}^{l-x} dv \int_{b_2}^{b_1} dr \frac{r}{\sqrt{r^2 + v^2}}. \quad (\text{B.25})$$

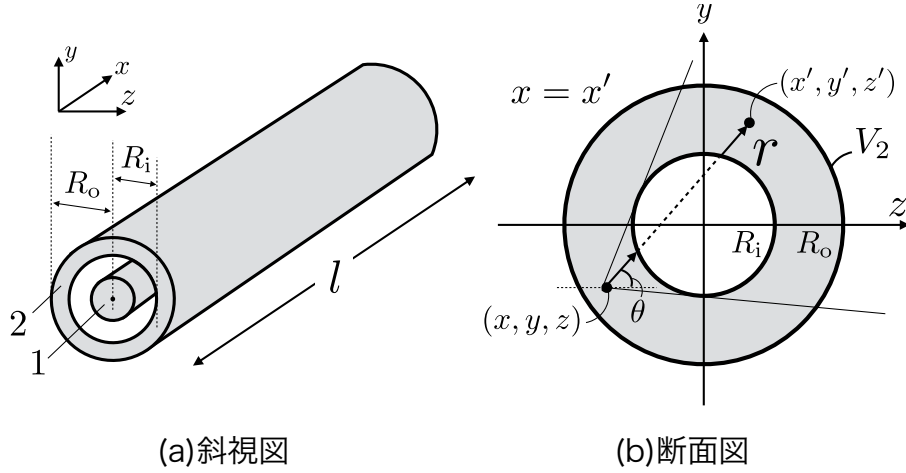


図 B.7: (a) 同軸線路 (b) 円筒形導体の自己局所インピーダンス計算の積分範囲 r と θ の関係

と表すことができる。ここで、 K_{11} の式 (B.18) と比べると、 r と θ の積分範囲が異なり少し複雑になっている。この積分式は以下のように計算できる。

$$\begin{aligned}
 K_{12} &= \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{-x}^{l-x} dv \left[\sqrt{v^2 + r^2} \right]_{b_2}^{b_1}, \\
 &= \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{-x}^{l-x} dv \left\{ \sqrt{v^2 + b_1^2} - \sqrt{v^2 + b_2^2} \right\}, \\
 &= \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{1}{2} \left[v \left(\sqrt{v^2 + b_1^2} - \sqrt{v^2 + b_2^2} \right) + b_1^2 \log \left(v + \sqrt{v^2 + b_1^2} \right) - b_2^2 \log \left(v + \sqrt{v^2 + b_2^2} \right) \right]_{-x}^{l-x}, \\
 &= \int_{\theta_1}^{\theta_2} b_2 \theta \frac{1}{2} \left\{ (l-x) \left(\sqrt{(l-x)^2 + b_1^2} - \sqrt{(l-x)^2 + b_2^2} \right) + x \left(\sqrt{x^2 + b_1^2} - \sqrt{x^2 + b_2^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + b_1^2 \log \frac{(l-x) + \sqrt{(l-x)^2 + b_1^2}}{-x + \sqrt{x^2 + b_1^2}} - b_2^2 \log \frac{(l-x) + \sqrt{(l-x)^2 + b_2^2}}{-x + \sqrt{x^2 + b_2^2}} \right\}. \tag{B.26}
 \end{aligned}$$

残りの θ に関する積分は K_{11} と同様に数値計算で求める。以上の計算から、円柱形導体 1 の点 (x, y, z) における円柱形導体 2 からの局所相互インピーダンスを求めることができる。相互インピーダンスは、自己インピーダンスと同様に、断面方向で積分を取ることで平均化して導出する。

B.2 円筒形導体におけるインピーダンスの計算

次に、図 B.7(a) に示す同軸線路を考える。同軸線路は円筒形導体と円柱形導体の組み合わせであるので、円柱形導体の自己局所インピーダンス計算は (1) で求めた式と同じである。よって、ここでは円筒形導体の自己局所インピーダンスの計算を示す。

(1) 円筒形導体のインピーダンスの計算

円筒形導体は文字どおり円筒座標系で表されるので式 (B.14) と同じ積分式で計算することができる。そこで、 r, θ, v の積分範囲を求める。図 B.7(b) より、円筒形導体の自己局所インピーダンス K_{22} を求める。積分範囲 V'_2 は

$$R_i \leq z'^2 + y'^2 \leq R_o, \quad (\text{B.27})$$

$$0 \leq x' \leq l. \quad (\text{B.28})$$

となり、導線路の場合と異なり半径の異なる二つの縁で囲まれた範囲となる。式 (B.11)-(B.12) と同じ変数変換を行う。まず x は、

$$-x \leq v \leq l - x.$$

となる。次に、 r は、

$$R_i^2 \leq (z + r \cos \theta)^2 + (y + r \sin \theta)^2 \leq R_o^2. \quad (\text{B.29})$$

となり、まず右側の不等式から解いていく。

$$(z + r \cos \theta)^2 + (y + r \sin \theta)^2 \leq R_o^2.$$

となり、これと同じ計算を円柱形導体の自己局所インピーダンスで行った。式 (B.16) が $R = R_o$ のときであるので、右側不等式の範囲は

$$0 \leq r \leq c. \\ c = -(z \cos \theta + y \sin \theta) + \sqrt{(z \cos \theta + y \sin \theta)^2 + (R_o^2 - z^2 - y^2)}. \quad (\text{B.30})$$

となる。次に左側の不等式を解いていく。

$$R_i^2 \leq (z + r \cos \theta)^2 + (y + r \sin \theta)^2, \\ r^2 + 2(z \cos \theta + y \sin \theta)r + (z^2 + y^2 - R_i^2) \geq 0.$$

より、この不等式の等式が成り立つときは

$$d_1, d_2 = (z \cos \theta + y \sin \theta) \pm \sqrt{(z \cos \theta + y \sin \theta)^2 - (z^2 + y^2 - R_i^2)}.$$

である（複合同順）。 d_1 と d_2 は図 B.7(b) のように r の範囲が絶縁体の存在によって場合分けする必要があるときに実数の値を持つ。このときの範囲を θ_1, θ_2 とおくと、 r の範囲は $0 \leq r \leq d_2$

と $r \leq d_1$ となる。それ以外の d_1 と d_2 は虚数となる。式 (B.30) と組み合わせると、 r の積分範囲は図 B.7 より、 $0 \leq r \leq e$ の場合と、 $0 \leq r \leq d_2$ の場合と、 $d_1 \leq r \leq e$ の場合がある。これを数式で表すと以下ようになる。

$$\begin{aligned}
K_{22} = & \int_0^{\theta_1} d\theta \int_{-x}^{l-x} dv \int_0^e dr \frac{r}{\sqrt{r^2 + v^2}} , \\
& + \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{-x}^{l-x} dv \left\{ \int_0^{d_2} dr \frac{r}{\sqrt{r^2 + v^2}} + \int_{d_1}^e dr \frac{r}{\sqrt{r^2 + v^2}} \right\} , \\
& + \int_{\theta_2}^{2\pi} d\theta \int_{-x}^{l-x} dv \int_0^e dr \frac{r}{\sqrt{r^2 + v^2}} .
\end{aligned}$$

以上より、円筒形導体の局所インピーダンスの計算の場合、円筒座標系に変化すると、全て同じ形の積分関数で表される。その際に、求めたい任意の点とその点に影響を与える導体の積分範囲との関係で θ と r の積分範囲が変化する。同軸線路における、円筒形導体と円柱形導体の相互局所インピーダンスも同じように計算することができる。

付 録 C PEEC (Partial Element Equivalent Circuit) 法の等価回路モ デルの導出と本研究手法との違い

表 C.1: 本研究で用いる変数の SI 単位

物理量	記号	SI 単位	物理量	記号	SI 単位
長さ	ℓ	m	電場	E	$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$
時間	t	s	電位	U	V
電荷	Q	C	電気伝導率	σ	$\text{S} \cdot \text{m}^{-1} (\Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1})$
電荷密度	q	$\text{C} \cdot \text{m}^{-3}$	磁場	H	$\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$
電流	I	A	抵抗	R	Ω
電流密度	j	$\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$	キャパシタンス	C	F
誘電率	ε	$\text{F} \cdot \text{m}^{-1}$	インダクタンス	L	H
透磁率	μ	$\text{H} \cdot \text{m}^{-1}$			

C.1 等価モデルと回路方程式の導出

PEEC 法で用いる方程式は、本研究で用いる方程式と同じ、2.2 で導出した基本方程式を用いる。ここで、遅延時間は無視している。

$$U(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int d\mathbf{r}' \frac{q(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (\text{C.1})$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int d\mathbf{r}' \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (\text{C.2})$$

$$-\nabla U(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \rho \mathbf{j}(\mathbf{r}, t), \quad (\text{C.3})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} q(\mathbf{r}, t) + \nabla \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (\text{C.4})$$

これらの方程式から、回路理論で計算される枝電流と節点電位を用いた回路方程式を導出する。
式 (C.3) のオームの法則に式 (C.1) と (C.2) を代入する。

$$\frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)}{\sigma} + \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \right] + \nabla \left[\frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{q(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \right] = \mathbf{0} . \quad (\text{C.5})$$

この両辺の単位は [V/m] である。空間に関する偏微分を要素の差分で表すために、両辺を微小体積空間 i に関する体積平均をとる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)}{\sigma} d\mathbf{r} \\ & + \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \right] d\mathbf{r} \\ & + \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \nabla \left[\frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{q(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \right] d\mathbf{r} = \mathbf{0} . \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

以上より、上式は体積セル i に関する電場の平均とみなすことができる。それぞれの項を以下のようにおく。

$$\mathbf{E}_{ir} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)}{\sigma} d\mathbf{r} , \quad (\text{C.7})$$

$$\mathbf{E}_{il} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \right] d\mathbf{r} , \quad (\text{C.8})$$

$$\mathbf{E}_{ip} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \nabla \left[\frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{q(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \right] d\mathbf{r} . \quad (\text{C.9})$$

ここで、 \mathbf{E}_{ir} は微小空間 i の抵抗成分が原因で発生する電場の平均であり、 \mathbf{E}_{il} はインダクタンス成分が原因で発生する電場の平均であり、 \mathbf{E}_{ip} は電位係数成分が原因で発生する電場の平均となる。さらに、変数である電流密度 \mathbf{J} [A/m²] と電荷密度 q [C/m²] に関して、積分方程式を要素和で表すために、要素空間内で平均をとる。電流密度と電荷密度の要素の形は異なるので、それぞれ i, l と呼ぶと、以下のように表すことができる。

$$\mathbf{J}_i(t') = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} , \quad (\text{C.10})$$

$$q_l(t') = \frac{1}{S_l} \int_{S_l} q(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} . \quad (\text{C.11})$$

PEEC 法では、図 C.2(a) に示すように、電荷は表面に拘束されているとして、表面あたりの電荷密度 [C/m²] を用いている。一方、本研究は電流の存在範囲に合わせて、要素内に一様に存在しているとし、体積あたりの電荷密度 [C/m³] を用いている。 \mathbf{E}_{rl} , \mathbf{E}_{il} と \mathbf{E}_{ip} に関して積分を

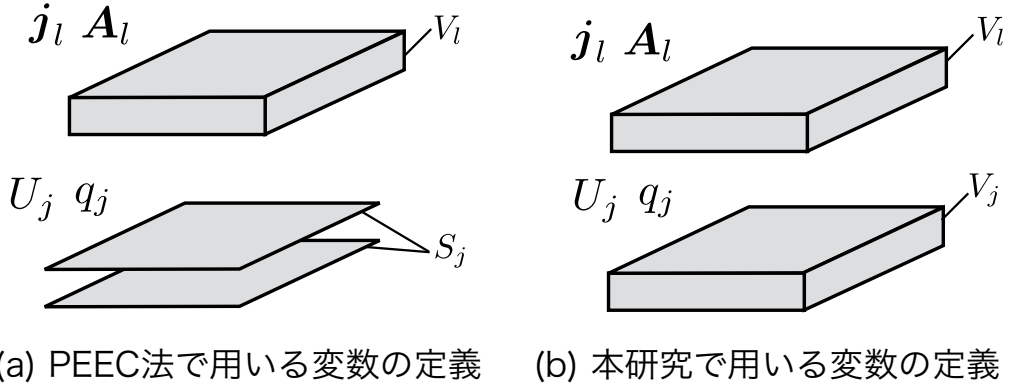


図 C.1: PEEC 法と本研究で用いる変数が存在する範囲。(a)PEEC 法は電流密度とベクトルポテンシャルは体積内に存在し、電位と電荷密度は表面に存在するとしている。一方、(b) 本研究は全ての変数は体積内に存在するとする。

要素和を用いて表すと、以下のように展開することができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{ir} &= \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)}{\sigma} d\mathbf{r} , \\ &= \frac{\mathbf{J}_i(t)}{\sigma_i} , \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{il} &= \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \right] d\mathbf{r} , \\ &= \frac{\mu}{4\pi} \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \int_V \frac{\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{J}(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' d\mathbf{r} , \\ &= \sum_j \frac{\mu}{4\pi} \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \int_{V_j} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \frac{\partial \mathbf{J}_j(t)}{\partial t} , \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{ip} &= \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \nabla \left[\frac{1}{4\pi\epsilon} \int_S \frac{q(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \right] d\mathbf{r} , \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \nabla \int_S \frac{q(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' d\mathbf{r} , \\ &= \sum_l \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \nabla \int_{S_l} \frac{q_l(t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' d\mathbf{r} . \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

ここで、 \mathbf{E}_{ip} に関して、 $\gamma (= x, y, z)$ 方向の成分で考えると、以下のように表すことができる。

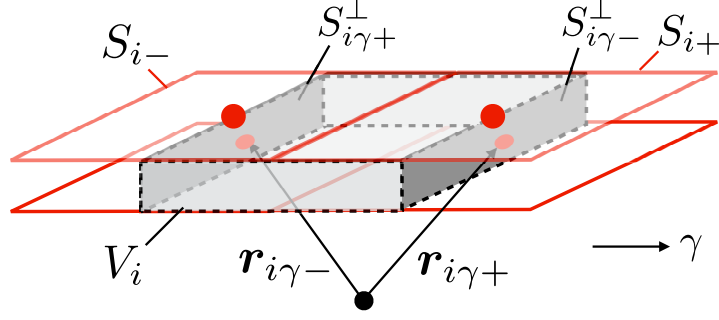


図 C.2: PEEC 法の差分方程式の導出の際に行う変数の存在範囲の変更。PEEC 法の差分方程式の導出過程で、電荷密度の存在範囲は本来であればセル V_i の側面 $S_{i\gamma+}^\perp, S_{i\gamma-}^\perp$ に存在するが、 S_{i-}, S_{i+} に変更している。

$$E_{ip\gamma} = \sum_l \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{V_{i\gamma}} \int_{V_{i\gamma}} \frac{\partial}{\partial\gamma} \int_{S_l} \frac{q_l(t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' d\mathbf{r}, \quad (\text{C.15})$$

$$= \sum_l \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{V_{i\gamma}} \left[\int_{S_{i\gamma+}} \int_{S_l} \frac{q_l(t)}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' d\mathbf{r} - \int_{S_{i\gamma-}} \int_{S_l} \frac{q_l(t)}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \right], \quad (\text{C.16})$$

$$= \sum_l \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{V_{i\gamma}} S_{i\gamma}^\perp \left[\int_{S_l} \frac{q_l(t)}{|\mathbf{r}_{i\gamma+} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' - \int_{S_l} \frac{q_l(t)}{|\mathbf{r}_{i\gamma-} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \right], \quad (\text{C.17})$$

$$= \sum_l \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{\Delta\gamma} \left[\int_{S_l} \frac{q_l(t)}{|\mathbf{r}_{i\gamma+} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' - \int_{S_l} \frac{q_l(t)}{|\mathbf{r}_{i\gamma-} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \right], \quad (\text{C.18})$$

$$= \sum_l \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{\Delta\gamma} \left[\frac{1}{S_{i+}} \int_{S_{i+}} \int_{S_l} \frac{q_l(t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' - \frac{1}{S_{i-}} \int_{S_{i-}} \int_{S_l} \frac{q_l(t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \right]. \quad (\text{C.19})$$

ここで、式 (C.15) から (C.16) への変形は \mathbf{r} に関する γ 方向の偏微分を体積積分したものである。この時、図 C.2 に示すように、積分範囲である体積 V_i の γ 方向に垂直な両端の面 $S_{i\gamma+}, S_{i\gamma-}$ に関する積分だけが残る。さらに、両端の面での値は一樣であるとする、式 (C.17) を導出することができる。ここで、 $S_{i\gamma+}^\perp = S_{i\gamma-}^\perp = S_{i\gamma}^\perp$ とした。また、式 (C.18) は $V_{i\gamma} = S_{i\gamma}^\perp \Delta\gamma$ とすると、導出することができる。最後に、式 (C.19) はセル i の断面に存在した点 $\mathbf{r}_{i\gamma+}$ と $\mathbf{r}_{i\gamma-}$ を電荷密度と電位が存在する面 $S_{i\gamma+}$ と $S_{i\gamma-}$ になるように式を変換している。この際、中心の点を取るのではなく、面積 $S_{i\gamma+}$ と $S_{i\gamma-}$ の平均をとっている。

以上より、微小空間 i 内の γ 方向の電場の平均を導出することができる。式 (C.17) を電場に微小区間の長さ $\Delta\gamma$ を掛けると、 γ 方向の電位差を導出することができるので、それぞれの成

分に関する電位差を $v_{ir\gamma}, v_{il\gamma}, v_{ip\gamma}$ とおくと、以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned}
v_{i\gamma r} &= \Delta\gamma \times E_{ir\gamma} , \\
&= \frac{\Delta\gamma}{\sigma_i} J_{i\gamma}(t) , \\
&= \frac{\Delta\gamma}{\sigma_i S_{i\gamma\perp}} I_{i\gamma}(t) ,
\end{aligned} \tag{C.20}$$

$$\begin{aligned}
v_{i\gamma l} &= \Delta\gamma \times E_{il\gamma} , \\
&= \sum_j \frac{\mu}{4\pi} \frac{\Delta\gamma}{V_{i\gamma}} \int_{V_{i\gamma}} \int_{V_{j\gamma}} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \frac{\partial J_{\gamma j}(t)}{\partial t} , \\
&= \sum_j \frac{\mu}{4\pi} \frac{\Delta\gamma}{V_{i\gamma} S_{j\gamma\perp}} \int_{V_{i\gamma}} \int_{V_{j\gamma}} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \frac{\partial I_{\gamma j}(t)}{\partial t} ,
\end{aligned} \tag{C.21}$$

$$\begin{aligned}
v_{i\gamma p} &= \Delta\gamma \times E_{ip\gamma} , \\
&= \sum_l \frac{\Delta\gamma}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{S_{i\gamma+}} \int_{S_{i\gamma+}} \int_{S_l} \frac{q_l(t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' - \frac{1}{S_{i\gamma-}} \int_{S_{i\gamma-}} \int_{S_l} \frac{q_l(t)}{|\mathbf{r}_{i\gamma-} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \right] , \\
&= \sum_l \frac{\Delta\gamma}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{S_{i\gamma+}} \frac{1}{S_l} \int_{S_{i\gamma+}} \int_{S_l} \frac{Q_l(t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' - \frac{1}{S_{i\gamma-}} \frac{1}{S_l} \int_{S_{i\gamma-}} \int_{S_l} \frac{Q_l(t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \right] .
\end{aligned} \tag{C.22}$$

このように、微小区間の長さをかけることで、大きさの概念を消している。以上より、セルの抵抗とインダクタンス、電位係数を用いて以下のように表すことができる。

$$v_{i\gamma r} = R_{i\gamma} I_{i\gamma}(t) , \tag{C.24}$$

$$v_{i\gamma l} = \sum_j L_{\gamma ij} I_{\gamma j} , \tag{C.25}$$

$$v_{i\gamma p} = \sum_l P_{i\gamma+l} Q_l(t) - \sum_l P_{i\gamma-l} Q_l(t) , \tag{C.26}$$

$$R_{i\gamma} = \frac{\Delta\gamma_i}{\sigma_i S_{i\gamma\perp}} , \tag{C.27}$$

$$L_{ij\gamma} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{\Delta\gamma_i}{V_{i\gamma} S_{j\gamma\perp}} \int_{V_i} \int_{V_j} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' d\mathbf{r} , \tag{C.28}$$

$$P_{kl} = \frac{\Delta\gamma}{4\pi\epsilon} \frac{1}{S_k S_l} \int_{S_k} \int_{S_l} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' . \tag{C.29}$$

$$\tag{C.30}$$

次に、セル l における電荷と電流の関係は、連続の式 (C.4) を体積平均することで差分化す

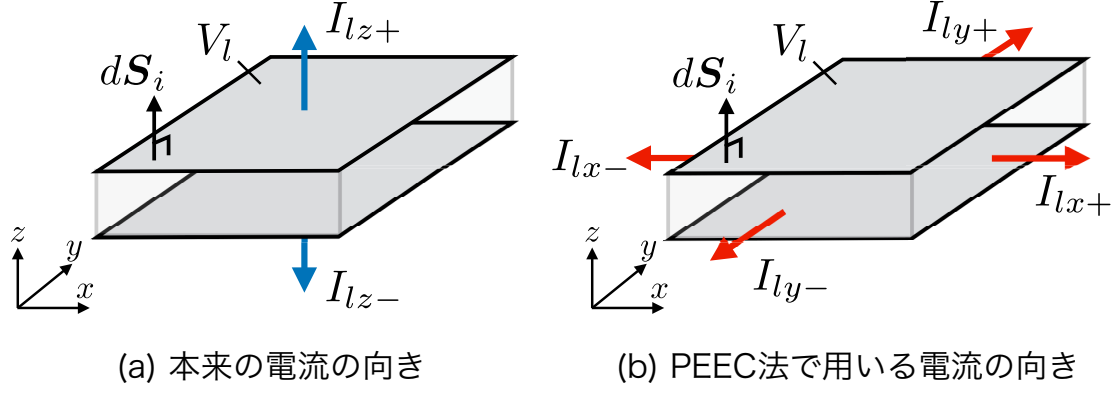


図 C.3: ガウスの法則を用いた際の電流の向き。電荷密度が表面に存在すると仮定すると、電流の向きは (a) の表面を貫く方向とな。PEEC 法は (b) に示すように、電荷が存在しない側面に貫く方向としている。

ることができる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_l} q(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} + \frac{1}{V_l} \int_{V_l} \nabla \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} = 0, \quad (\text{C.31})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} Q_l(t) + \int_{S_l} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{S}_l = 0, \quad (\text{C.32})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} Q_l(t) + I_{lz+}(t) + I_{lz-}(t) = 0. \quad (\text{C.33})$$

ここで、図 C.3(a) に示すように、本来であれば電流の向きは電荷が存在する面に対して垂直の向きであるはずであるが、実際の PEEC 法で用いている電流の向きは、セルの側面 (x, y 方向) から出る向きとなっている。

$$\frac{\partial}{\partial t} Q_l(t) + I_{lx+}(t) + I_{lx-}(t) + I_{ly+}(t) + I_{ly-}(t) = 0, \quad (\text{C.34})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} Q_l(t) + \tilde{I}_l(t) = 0. \quad (\text{C.35})$$

ここで、 \tilde{I}_l はセル l に流出入する電流の合計である。また、式 (C.26) から、節点電位を電流を用いて表すと以下のように表される。

$$\frac{d}{dt} U_k(t) = \sum_l P_{kl} \tilde{I}_l. \quad (\text{C.36})$$

以上が PEEC 法で用いる回路方程式となる。

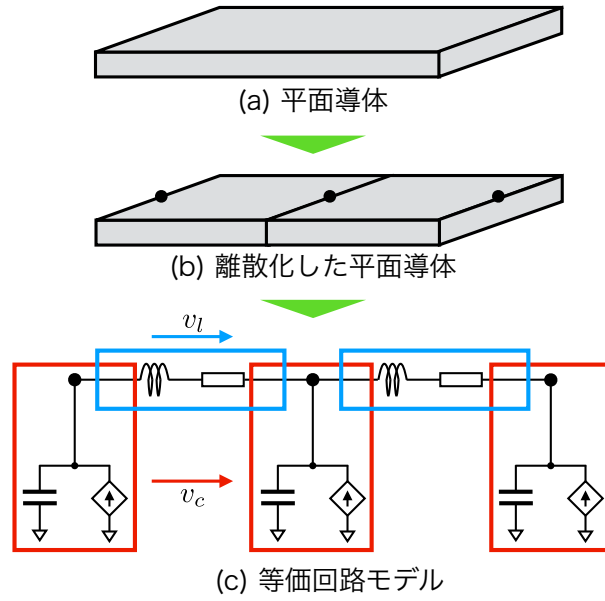


図 C.4: 空間の離散化と離散化後の等価回路モデル

C.2 PEEC 法の数値計算手法

これまでに導出した節点電位と枝電流を変数とした回路方程式を接続行列やインダクタンス行列、電位係数行列などを用いて定式化する

(1) 電荷セルの等価回路表示

電荷セルの等価回路モデルを導出する。電荷セルのノード電位は、式 (C.36) より、

$$\mathbf{U} = \mathbf{P} \tilde{\mathbf{I}} . \quad (\text{C.37})$$

と表すことができる。ここで、 \mathbf{U} 電位ベクトルを表しており、 $\tilde{\mathbf{I}}$ は合計電流のベクトルを表している。 \mathbf{P} を対角要素とそれ以外の要素の行列で表す。

$$\mathbf{P}_d = \begin{bmatrix} P_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & P_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & P_{NN} \end{bmatrix}, \quad (\text{C.38})$$

$$\mathbf{P}_{nd} = \begin{bmatrix} 0 & P_{12} & \cdots & P_{1N} \\ P_{21} & 0 & \cdots & P_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{N1} & P_{N2} & \vdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{C.39})$$

これらを用いると、

$$\frac{d}{dt}\mathbf{U} = \mathbf{P}_d\tilde{\mathbf{Q}} + \mathbf{P}_{nd}\tilde{\mathbf{Q}}. \quad (\text{C.40})$$

と表すことができる。両辺に \mathbf{P}_d の逆行列 \mathbf{P}_d^{-1} を左からかける。

$$\mathbf{P}_d^{-1}\frac{d}{dt}\mathbf{U} = \mathbf{P}_d^{-1}\mathbf{P}_d\tilde{\mathbf{I}} + \mathbf{P}_d^{-1}\mathbf{P}_{nd}\tilde{\mathbf{I}}, \quad (\text{C.41})$$

$$= (\mathbf{I} + \mathbf{M})\tilde{\mathbf{I}}. \quad (\text{C.42})$$

ここで、 \mathbf{I} は単位行列で、 \mathbf{M} は、

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{P_{P_{12}}}{P_{P_{11}}} & \cdots & \frac{P_{P_{1N_s}}}{P_{P_{11}}} \\ \frac{P_{P_{21}}}{P_{P_{22}}} & 0 & \cdots & \frac{P_{P_{2N_s}}}{P_{P_{22}}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{P_{P_{N_s1}}}{P_{P_{N_sN_s}}} & \frac{P_{P_{N_s2}}}{P_{P_{N_sN_s}}} & \vdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{C.43})$$

と表される。以上より、電荷セル内の関係式を等価回路で表すと、図 C.3 に示すように、各電荷セルに流入する電流によって制御される電流源と無限遠と電荷セル間の自己キャパシタンスで表現することができる。

(2) 電流セルの等価回路表示

電流セルの両端の電位差は、流れる電流を用いて、以下のように表される。

$$\mathbf{V}_{lr} = \mathbf{L}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{I}_{lr} + \mathbf{R}\mathbf{I}_{lr}. \quad (\text{C.44})$$

等価回路で表すと、図 C.3 の電荷セルノード間の枝となる。以上より、電荷セルと電流セルの等価回路はそれぞれ図 C.4(c) の赤で囲った回路と青で囲った回路で表すことができる。

(3) キルヒホッフの電流則

各ノードにおけるキルヒホッフの電流則は以下になる。

$$\mathbf{A}_c \mathbf{I}_c + \mathbf{A}_s \mathbf{I}_s + \mathbf{A}_{lr} \mathbf{I}_{lr} + \mathbf{A}_e \mathbf{I}_e + \mathbf{A}_i \mathbf{I}_i = 0 . \quad (\text{C.45})$$

ここで、 \mathbf{I}_c はキャパシタンスに流れる電流を表し、 \mathbf{I}_s は制御電流源 (Current Controlled Source) であり、 \mathbf{I}_{lr} はインダクタンスと抵抗に流れる電流であり、 \mathbf{I}_e はセルに接続する外部要素に流れる電流であり、 \mathbf{I}_i は、電流源を表す。

(4) 回路方程式の差分化

ここで、 $\tilde{\mathbf{I}}$ は電荷セルに流出入する電流の合計であり、それは、図 C.3 のキャパシタンスと電流制御電流源に流れる電流の総和であり、以下のように表される。

$$\tilde{\mathbf{I}} = \mathbf{A}_c \mathbf{I}_c + \mathbf{A}_s \mathbf{I}_s . \quad (\text{C.46})$$

よって、式 (C.45) より、

$$\tilde{\mathbf{I}} = -\mathbf{A}_{lr} \mathbf{I}_{lr} - \mathbf{A}_e \mathbf{I}_e - \mathbf{A}_i \mathbf{I}_i . \quad (\text{C.47})$$

と表すことができる。式 (C.42) に代入して、インダクタンスに流れる電流と、電流源に流れる電流で表すと、

$$\mathbf{P}_d^{-1} \frac{d\mathbf{U}}{dt} + (\mathbf{I} + \mathbf{M}) \mathbf{A}_{lr} \mathbf{I}_{lr} + (\mathbf{I} + \mathbf{M}) \mathbf{A}_e \mathbf{I}_e = -(\mathbf{I} + \mathbf{M}) \mathbf{A}_i \mathbf{I}_i . \quad (\text{C.48})$$

この方程式を後退オイラー法を用いて差分化し、未知数を左辺に移項すると、

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_d^{-1} \frac{\mathbf{U}^{m+1} - \mathbf{U}^m}{\Delta t} + (\mathbf{I} + \mathbf{M}) \mathbf{A}_{lp} \mathbf{I}_{lp}^{m+1} + (\mathbf{I} + \mathbf{M}) \mathbf{A}_l \mathbf{I}_l^{m+1} \\ = -(\mathbf{I} + \mathbf{M}) \mathbf{A}_i \mathbf{I}_i^{m+1} , \end{aligned} \quad (\text{C.49})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_d^{-1} \mathbf{U}^{m+1} + \Delta t (\mathbf{I} + \mathbf{M}) \mathbf{A}_{lr} \mathbf{I}_{lr}^{m+1} + \Delta t (\mathbf{I} + \mathbf{M}) \mathbf{A}_e \mathbf{I}_e^{m+1} \\ = \mathbf{P}_d^{-1} \mathbf{U}^m - \Delta t (\mathbf{I} + \mathbf{M}) \mathbf{A}_i \mathbf{I}_i^{m+1} . \end{aligned} \quad (\text{C.50})$$

となる。よって、電荷セルの関係式を等価回路で表した時の更新式を導出することができた。

次にインダクタンスと抵抗についてみる。式 (C.44) より、t に関して差分化し未知数を左辺に移項する。

$$\mathbf{V}_{lr}^{m+1} = \mathbf{L} \frac{\mathbf{I}_{lr}^{m+1} - \mathbf{I}_{lr}^m}{\Delta t} + \mathbf{R} \mathbf{I}_{lr}^{m+1} , \quad (\text{C.51})$$

$$\mathbf{V}_{lr}^{m+1} - \left(\frac{1}{\Delta t} \mathbf{L} + \mathbf{R} \right) \mathbf{I}_{lr}^{m+1} = -\frac{1}{\Delta t} \mathbf{L} \mathbf{I}_{lr}^m . \quad (\text{C.52})$$

また、上の方程式を電位 U で表すために、KVL と接続行列 \mathbf{A}_{lr} を用いて表す。

$$\mathbf{V}_{lr} = \mathbf{A}_{lr}^T \mathbf{U} . \quad (\text{C.53})$$

よって、電流セルの関係式を等価回路で表した時の更新式は以下のように表すことができる。

$$\mathbf{A}_{lr}^T \mathbf{U}^{m+1} - \left(\frac{1}{\Delta t} \mathbf{L} + \mathbf{R} \right) \mathbf{I}_{lr}^{m+1} = -\frac{1}{\Delta t} \mathbf{L} \mathbf{I}_{lr}^m . \quad (\text{C.54})$$

(5) セルの外部に接続された集中定数回路の枝構成式

受動素子である抵抗 R とインダクタンス L 、キャパシタンス C が接続されている場合の枝構成式から、任意の素子を接続できるように一般化した差分方程式を導出する。

(5)-1. 内部抵抗を有する電圧源

内部抵抗 R_e の電圧源 V_e を接続した場合のノード間の枝構成式は、接続行列 \mathbf{A}_e を用いて表すと、

$$\mathbf{A}_e^T \mathbf{U} = \mathbf{V}_e + \mathbf{R}_e \mathbf{I}_e . \quad (\text{C.55})$$

となる。差分化して表すと、

$$\mathbf{A}_e^T \mathbf{U}^{m+1} - \mathbf{R}_e \mathbf{I}_e^{m+1} = \mathbf{V}_e^{m+1} . \quad (\text{C.56})$$

(5)-2. インダクタンス

インダクタンスの枝構成式は以下ようになる。

$$\mathbf{A}_e^T \mathbf{U} = -\mathbf{L}_e \frac{d}{dt} \mathbf{I}_e . \quad (\text{C.57})$$

差分方程式は以下の通り。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_e^T \mathbf{U}^{m+1} &= -\mathbf{L}_e \frac{\mathbf{I}_e^{m+1} - \mathbf{I}_e^m}{\Delta t} , \\ \mathbf{A}_e^T \mathbf{U}^{m+1} + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{L}_e \mathbf{I}_e^{m+1} &= \frac{1}{\Delta t} \mathbf{L}_e \mathbf{I}_e^m . \end{aligned} \quad (\text{C.58})$$

(5)-3. キャパシタンス

キャパシタンスの場合の枝構成式は以下ようになる。

$$\mathbf{I}_e = \mathbf{C}_e \frac{d}{dt} \mathbf{A}_e^T \mathbf{U} . \quad (\text{C.59})$$

枝構成式の差分方程式は以下の通り。

$$\mathbf{A}_e \mathbf{I}_e^{m+1} = \mathbf{C} \mathbf{A}_e^T \frac{\mathbf{U}^{m+1} - \mathbf{U}^m}{\Delta t} \quad (\text{C.60})$$

$$-\frac{1}{\Delta t} \mathbf{C}_e \mathbf{A}_e^T \mathbf{U}^{m+1} + \mathbf{A}_e \mathbf{I}_e^{m+1} = \frac{1}{\Delta t} \mathbf{C}_e \mathbf{A}_e^T \mathbf{U}^m \quad (\text{C.61})$$

$$-\mathbf{A}_e^T \mathbf{U}^{m+1} + \Delta t \mathbf{C}_e^{-1} \mathbf{A}_e \mathbf{I}_e^{m+1} = \mathbf{A}_e^T \mathbf{U}^m \quad (\text{C.62})$$

(5)-4. 任意の受動素子へと一般化された枝構成式

以上より、任意の受動素子が接続された場合の枝構成式は以下のように表される。

$$\alpha_1 \mathbf{A}_e^T \mathbf{U} + \alpha_2 \mathbf{Z} \mathbf{A}_e \mathbf{I}_e^{m+1} = \alpha_3 \mathbf{A}_e^T \mathbf{U}^m + \alpha_4 \mathbf{Z} \mathbf{A}_e \mathbf{I}_e^m + \mathbf{V}_e^{m+1}. \quad (\text{C.63})$$

ここで、 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ は枝の素子によって符号を変えるための対角行列であり、それぞれの要素は枝の素子に応じて以下になる。

$$\alpha_{1ii} = \begin{cases} 1 & (R \text{ または } L \text{ のとき}), \\ -1 & (C \text{ のとき}). \end{cases} \quad (\text{C.64})$$

$$\alpha_{2ii} = \begin{cases} 1 & (L \text{ または } C \text{ のとき}), \\ -1 & (R \text{ のとき}). \end{cases} \quad (\text{C.65})$$

$$\alpha_{3ii} = \begin{cases} 1 & (C \text{ のとき}), \\ 0 & (R \text{ または } L \text{ のとき}). \end{cases} \quad (\text{C.66})$$

$$\alpha_{4ii} = \begin{cases} 1 & (L \text{ のとき}), \\ 0 & (R \text{ または } C \text{ のとき}). \end{cases} \quad (\text{C.67})$$

また、 \mathbf{Z} は枝の素子のインピーダンス行列を表しており、それぞれの素子に応じて以下のように表される。

$$Z_{ii} = \begin{cases} R_{ii} & (R \text{ のとき}), \\ \frac{1}{\Delta t} L_{ii} & (L \text{ のとき}), \\ \Delta t C_{ii} & (C \text{ のとき}). \end{cases} \quad (\text{C.68})$$

(6) PEEC 法の数値計算で用いる更新式

以上より、式 (C.50) と式 (C.54),(C.63) の漸化式を行列でまとめると、PEEC 法で解くべき更新式を得ることができる。

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} P_d^{-1} & \Delta t(I+M)A_{lr} & \Delta t(I+M)A_e \\ A_{lr}^T & -L_{lr} & \mathbf{0} \\ \alpha_1 A_e^T & \mathbf{0} & \alpha_2 Z_e A_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ I_{lr} \\ I_e \end{pmatrix}^{m+1} \\
 &= \begin{pmatrix} P_d^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\frac{1}{\Delta t}L + R & \mathbf{0} \\ \alpha_3 A_e^T & \mathbf{0} & \alpha_4 Z_e A_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ I_{lr} \\ I_e \end{pmatrix}^m + \begin{pmatrix} \Delta t(I+M)A_i & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & N_v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_i \\ \mathbf{0} \\ V_e \end{pmatrix}^{m+1}.
 \end{aligned} \tag{C.69}$$

2次元の場合も同様に定式化できる。

謝辞

本論文は、大阪大学 大学院基礎工学研究科 システム創成専攻 電子光科学領域 教授 阿部真之 先生、同領域特任教授（同学 名誉教授）土岐博 先生のご指導のもと、著者が同領域在籍中に行った研究成果をまとめたものです。

指導教員である、阿部真之先生には、私が阿部研究室に配属されてから6年間、本研究の実現にあたり、数多くのご指導、ご支援を承りました。阿部先生のご指導を通して、学問に関する知識はもちろんのこと、全く新しいものを取り入れ、今までに無いものを生み出そうとする姿勢や、失敗を恐れずに果敢に挑戦する姿勢を身をもって学び、実行に移すことができました。その結果、特別研究員への内定、研究予算獲得、論文投稿、学会発表での受賞など、自分の実力以上の成果を挙げる事ができました。さらに、親身なご支援のお陰で、何一つ不自由することなく本研究に専念することができました。研究以外にも、様々な挑戦に後押しして頂き、徐々に達成できることが増え、6年間があっという間に過ぎ去るほど毎日を楽しく過ごすことができました。阿部先生に出会ったことで、自ら好きなことを学び研究するという贅沢な時間を過ごす事ができました。心より感謝いたします。

副指導教員である、土岐 博先生には、本研究に関する数多くの議論とご指導をして頂きました。研究室に配属された当時、何もわからない私にマクスウェル方程式から電信方程式の導出をホワイトボードを使ってマンツーマンで解説して頂いたことは今でも記憶に新しいです。私のどんな質問にも真剣に、時間を掛けて解説して頂きました。研究を進める際も、私がどんなデータを出しても興味津々に聞いて頂きました。お陰様で臆せずに色々な方法を使って研究を遂行することができ、本研究を実現することができました。心より感謝いたします。

同領域 教授 北川 勝浩先生、眞田 篤志先生には副査を引き受けて頂きました。本論文に関するコメントを頂き、価値をさらに高めて頂きました。心より感謝いたします。

同領域 助教 山下 隼人先生には、本研究に関して、専門外の視点から多くのご質問、ご助言をいただきました。また、研究室生活においては様々な相談にも乗っていただきました。心より感謝いたします。

同領域 博士後期課程3年 木虎 秀二氏は、私と同じ電磁ノイズに関する研究グループの一員

であり、日頃議論に付き合っていました。木虎氏は、私には真似できない緻密なアプローチで研究を進め、物凄い勢いで素晴らしいデータを出すため、私にとって良い意味で脅威的で、非常に良い刺激になりました。木虎氏と切磋琢磨できたため、本研究を実現することができました。心から感謝いたします。

阿部研究室 秘書 塚越 亜紀氏には本研究の遂行に関わる事務を支援して頂きました。また、日々気に掛けて頂いたお陰で、良い気分転換にもなりました。誠にありがとうございます。

また、ここには書き切れないほど多くの先輩、後輩方に本研究の遂行するための支えとなってくれました。誠にありがとうございます。

最後に、両親、親族の経済的な支援がなければ博士後期過程への進学はおろか、大学にも入学することはできませんでした。お陰様で好きな研究に出会い、没頭することができ、こうして博士号を取得することができました。心より感謝いたします。特に母には、何故そこまで長い間大学に行く必要があるのかと、心配を掛け続けましたが、最後まで信じて下さり感謝いたします。卒業までの長い間、本当にありがとうございました。

参考文献

- [1] Clayton R Paul. Introduction to Electromagnetic Compatibility. Wiley-Interscience, 2nd edition, 2006.
- [2] 矢野経済研究所. 2019 自動運転システムの可能性と将来展望～Tier1 /自動車メーカーの開発動向～. Technical report, 2019.
- [3] Clayton R. Paul. On the Superposition of Inductive and Capacitive Coupling in Crosstalk-Prediction Models. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 1982.
- [4] Serguei Tkatchenko, Farhad Rachidi, and Michel Ianoz. Electromagnetic Field Coupling to a Line of Finite Length: Theory and Fast Iterative Solutions in Frequency and Time Domains. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 37, No. 4, pp. 509–518, 1995.
- [5] Roni Khazaka and Michel Nakhla. Analysis of high-speed interconnects in the presence of electromagnetic interference. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 46, No. 7, pp. 940–947, 1998.
- [6] H Haase, J Nitsch, and T Steinmetz. Transmission-Line Super Theory: A new Approach to an Effective Calculation of Electromagnetic Interactions. URSI Radio Science Bulletin (Review of Radio Science), Vol. 307, No. 307, pp. 33–60, 2003.
- [7] Jürgen B. Nitsch and Sergey V. Tkachenko. Complex-valued transmission-line parameters and their relation to the radiation resistance. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 46, No. 3, pp. 477–487, 2004.
- [8] Antonio Maffucci, Giovanni Miano, and Fabio Villone. An enhanced transmission line model for conducting wires. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 46, No. 4, pp. 512–528, 2004.

- [9] Ana Vukicevic, Marcos Rubinstein, Farhad Rachidi, and José Luis Bermudez. On the mechanisms of differential-mode to common-mode conversion in the Broadband over Power Line (BPL) frequency band. 17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2006, Vol. 2006, pp. 658–661, 2006.
- [10] Antonio Maffucci, Giovanni Miano, and Fabio Villone. An enhanced transmission line model for conductors with arbitrary cross sections. IEEE Transactions on Advanced Packaging, Vol. 28, No. 2, pp. 174–188, 2005.
- [11] Ana Vukicevic, Farhad Rachidi, Marcos Rubinstein, and Sergey V. Tkachenko. On the evaluation of antenna-mode currents along transmission lines. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 48, No. 4, pp. 693–700, 2006.
- [12] A G Chiariello, A Maffucci, G Miano, F Villone, and W Zamboni. A Transmission-Line Model for Full-Wave Analysis of Mixed-Mode Propagation. Vol. 31, No. 2, pp. 275–284, 2008.
- [13] Bing Li, Donglin Su, Junjun Wang, and Xinwei Song. Common-and Differential-Mode Conversion Induced by Asymmetry and Dielectric Coating in a Transmission Line System. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 59, No. 3, pp. 988–991, 2017.
- [14] Paolo S. Crovetto and Franco Fiori. Distributed conversion of common-mode into differential-mode interference. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 59, No. 8, pp. 2140–2150, 2011.
- [15] Akira Sugiura and Yoshio Kami. Generation and propagation of common-mode currents in a balanced two-conductor line. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 54, No. 2, pp. 466–473, 2012.
- [16] A treatise on electricity and magnetism. Journal of the Franklin Institute, Vol. 258, No. 6, p. 534, dec 1954.
- [17] Clayton R Paul. Analysis of multiconductor transmission lines. Wiley-IEEE Press, New York, 1993.

- [18] E. M.T. Jones and J. T. Bolljahn. Coupled-Strip-Transmission-Line Filters and Directional Couplers. IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 4, No. 2, pp. 75–81, 1956.
- [19] Clayton R. Paul and Donald R. Bush. RADIATED EMISSIONS FROM COMMON-MODE CURRENTS. In IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, No. 4, pp. 197–203, 1987.
- [20] David E Bockelman, William R Eisenstadt, and Senior Member. Combined Differential and Common-Mode Scattering Parameters: Theory and Simulation. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 43, No. 7, pp. 1530–1539, 1995.
- [21] Flavia Grassi, Yuehong Yang, Xinglong Wu, Giordano Spadacini, and Sergio A. Pignari. On mode conversion in geometrically unbalanced differential lines and its analogy with crosstalk. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 57, No. 2, pp. 283–291, 2015.
- [22] Hiroshi Toki and Masayuki Abe. Multiconductor transmission-line theory that includes an antenna process with a lumped-parameter circuit. Journal of the Physical Society of Japan, Vol. 85, No. 3, 2016.
- [23] Michel M. Ney. Striction and Skin Effects on the Internal Impedance Value of Flat Conductors. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 33, No. 4, pp. 321–327, 1991.
- [24] Zhihua Zhao and Weiming Ma. Frequency characteristic of ground impedance for a flat steel plane. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 45, No. 2, pp. 468–474, may 2003.
- [25] Zhao Zhihua, Yuan Jiansheng, and Ma Weiming. Coupling model and impedance calculation of the steel ground loops with proximity effect. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2006.
- [26] Hiroshi Toki and Kenji Sato. Multiconductor Transmission-Line Theory with Electromagnetic Radiation. Journal of the Physical Society of Japan, Vol. 81, No. 1, p. 014201, 2012.

- [27] E. B. Rosa. On the geometrical mean distances of rectangular areas and the calculation of self-inductance. Bulletin of the Bureau of Standards, Vol. 3, No. 1, p. 1, 1907.
- [28] 説三竹山. 電磁気学現象理論. 丸善出版, 1944.
- [29] Cletus Hoer and Carl Love. Exact inductance equations for rectangular conductors with applications to more complicated geometries. Journal of Research of the National Bureau of Standards, Section C: Engineering and Instrumentation, Vol. 69C, No. 2, p. 127, 1965.
- [30] Jose E. Schutt-Aine. Transient Analysis of Nonuniform Transmission Lines. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 1992.
- [31] Ke Lu. An efficient method for analysis of arbitrary nonuniform transmission lines. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 45, No. 1, pp. 9–14, 1997.
- [32] John David Jackson. Classical Electrodynamics. Wiley, 3rd editio edition, 1998.
- [33] 宇野亨. FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析. コロナ社, 1998.
- [34] Gary D. Hachtel, Robert K. Brayton, and Fred G. Gustavson. The Sparse Tableau Approach to Network Analysis and Design. IEEE Transactions on Circuit Theory, Vol. 18, No. 1, pp. 101–113, 1971.
- [35] 浅井秀樹, 渡辺貴之. 電子回路シミュレーション技法. 科学技術出版, 2003.
- [36] Strang Gilbert. Computational Science and Engineering. Wellesley-Cambridge Press, 2007.
- [37] Antonije R. Djordjević, Tapan K. Sarkar, and Roger F. Harrington. Analysis of Lossy Transmission Lines with Arbitrary Nonlinear Terminal Networks. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 34, No. 6, pp. 660–666, 1986.
- [38] Ching Wen Hsue. Elimination of Ringing Signals for a Lossless, Multiple-Section Transmission Line. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 37, No. 8, pp. 1178–1183, 1989.
- [39] Fung Yuel Chang. Transient Analysis of Lossless Coupled Transmission Lines in a Nonhomogeneous Dielectric Medium. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 18, No. 9, pp. 616–626, 1970.

- [40] Songxin Qi and Quanrang Yang. Time-domain analysis of lossy coupled transmission lines. International Journal of Infrared and Millimeter Waves, Vol. 13, No. 12, pp. 1943–1949, 1992.
- [41] M. Sriram and S. M. Kang. Efficient Approximation of the Time Domain Response of Lossy Coupled Transmission Line Trees. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, Vol. 14, No. 8, pp. 1013–1024, 1995.
- [42] Yungseon Eo, Seongkyun Shin, William R. Eisenstadt, and Jongin Shim. Generalized traveling-wave-based waveform approximation technique for the efficient signal integrity verification of multicoupled transmission line system. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, Vol. 21, No. 12, pp. 1489–1497, 2002.
- [43] Christopher W. Trueman. Animating transmission-line transients with BOUNCE. IEEE Transactions on Education, Vol. 46, No. 1, pp. 115–123, 2003.
- [44] Carl.T.A. Johnk. Engineering Electromagnetic Fields and Waves. John Wiley & Sons, New York, 2nd edition, 1988.
- [45] William H Hayt and Jr John A Buck. Engineering Electromagnetics : Sixth Edition. 2001.
- [46] Bhag Singh Guru and Huseyin R. Hiziroglu. Electromagnetic Field Theory Fundamentals. 2004.
- [47] Albert E. Ruehli. Equivalent Circuit Models for Three-Dimensional Multiconductor Systems. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-22, No. 3, pp. 216–221, 1974.
- [48] Albert E. Ruehli, Guilio Antonini, and Lijun Jiang. Circuit Oriented Electromagnetic Modeling Using the PEEC Techniques. 2017.
- [49] Alfredo Bellen, Nicola Guglielmi, and Albert E. Ruehli. Methods for linear systems of circuit delay differential equations of neutral type. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, Vol. 46, No. 1, pp. 212–216, 1999.

- [50] Giulio Antonini and Pierdomenico Pepe. Input-to-state stability analysis of partial-element equivalent-circuit models. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, Vol. 56, No. 3, pp. 673–684, 2009.
- [51] Jong Gwan Yook, V. Chandramouli, Linda P.B. Katehi, Karem A. Sakallah, Tawfik R. Arabi, and Tim A. Schreyer. Computation of switching noise in printed circuit boards. IEEE Transactions on Components Packaging and Manufacturing Technology Part A, Vol. 20, No. 1, pp. 64–74, 1997.
- [52] S. Van Den Berghe, F. Olyslager, D. De Zutter, J. De Moerloose, and W. Temmerman. Study of the ground bounce caused by power plane resonances. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 40, No. 2, pp. 111–119, 1998.
- [53] Tetsushi Watanabe, Hiroshi Fujihara, Osami Wada, and Ryuji Koga. A Prediction Method of Common-Mode Excitation on a Printed Circuit Board Having a Signal Trace near the Ground Edge. IEICE Transactions on Communications, Vol. E87-B, No. 8, pp. 2327–2334, 2004.
- [54] Bao Ren Huang, Chia Han Chang, Ruei Ying Fang, and Chun Long Wang. Bended differential transmission line using compensation inductance and capacitance. SPI 2015 - 19th IEEE Workshop on Signal and Power Integrity, Vol. 2, No. 9, pp. 1518–1525, 2015.
- [55] Kenji Sato and Hiroshi Toki. Synchrotron magnet power supply network with normal and common modes including noise filtering. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, Vol. 565, No. 2, pp. 351–357, 2006.
- [56] Arthur A. Oliner. Equivalent circuits for discontinuities in balanced strip transmission line. IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1955.
- [57] Peter Silvester and Peter Benedek. Microstrip Discontinuity Capacitances for Right-Angle Bends, T Junctions, and Crossings. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1973.
- [58] Clayton R. Paul. Incorporation of Terminal Constraints in the FDTD Analysis of Transmission Lines. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 1994.

- [59] Allen Taflove, Susan C. Hagness, and Melinda Piket-May. Computational Electromagnetics: The Finite-Difference Time-Domain Method. In The Electrical Engineering Handbook. 2005.
- [60] Laurence W Nagel. SPICE2: A Computer Program To Simulate Semiconductor Circuits, 1975.
- [61] Phillip J. Restle, Albert E. Ruehli, Steven G. Walker, and George Papadopoulos. Full-wave PEEC time-domain method for the modeling of on-chip interconnects. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, Vol. 20, No. 7, pp. 877–887, 2001.
- [62] Tetsushi Watanabe, Osami Wada, Takuya Miyashita, and Ryuji Koga. Common-Mode-Current Generation Caused by Difference of Unbalance of Transmission Lines on a Printed Circuit Board with Narrow Ground Pattern. IEICE Transactions on Communications, Vol. E83-B, No. 3, pp. 593–598, 2000.

業績リスト

原著論文 (学位論文に関係)

1. Souma Jinno, Shuji Kitora, Hiroshi Toki, Masayuki Abe, “ Time-domain ringing noise analysis induced in transmission lines using the common and normal mode concepts, ” submitted.
2. Souma Jinno, Shuji Kitora, Hiroshi Toki, Masayuki Abe, “ Origin of common-mode noise in two dimensional finite-size circuit and reduction of the noise using a symmetric three-line circuit, ” submitted.
3. Souma Jinno, Shuji Kitora, Hiroshi Toki, Masayuki Abe, “ Time-domain formulation of a multi-layer plane circuit coupled with lumped-parameter circuits using maxwell equations, ” Scientific Reports, vol 9, 17891, (2019) doi:10.1038/s41598-019-53288-x
4. Souma Jinno, Shuji Kitora, Hiroshi Toki, Masayuki Abe, “Mechanism of common-mode noise generation in multi-conductor transmission lines,” Scientific Reports, vol 9, 15036, (2019) doi:10.1038/s41598-019-51259-w
5. Souma Jinno, Hiroshi Toki, Masayuki Abe, “ Mechanism of common-mode noise and heat generation in an electric circuit with grounding using multiconductor transmission-line theory, ” Chinese Journal of Physics, vol. 55, no. 3, pp. 904–915 (2017).
6. Souma Jinno, Hiroshi Toki, Masayuki Abe, “ Configuration of three distributed lines for reducing noise due to the coupling of the common and normal modes, ” Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, vol. 844, pp.19–23 (2017).

国際学会プロシーディングス（査読あり）

1. S. Jinno, S. Kitora, H. Toki, and M. Abe, “A mechanism of simultaneous switching noise in multiple plane conductors using two dimensional transport theory,” in Progress in Electromagnetics Research Symposium, Session 3A-4, 2019.
2. S. Jinno, S. Kitora, H. Toki, and M. Abe, “Study of Simultaneous Switching Noise in Two-Dimensional Transport Theory Including Radiation Effect,” in Progress in Electromagnetics Research Symposium, Session 2A-17, 2018.

国内特許

1. 出願番号：特願 2018-057186 発明者:阿部真之、土岐博、神野崇馬、木虎秀二
発明の名称:「電気回路の シミュレーション方法、及びプログラム」
出願人：国立大学法人大阪大学 出願日：2018/3/23
2. 出願番号：特願 2016-95138 発明者：神野崇馬、土岐博、阿部真之
発明の名称：「電気回路」
出願人：国立大学法人大阪大学 出願日：2016/5/1

国内学会発表

口頭発表

1. 神野崇馬、木虎秀二、土岐博、阿部真之、“マクスウェル方程式と集中定数回路理論に基づく多層平面回路内の時間領域解析手法”、超高速・高周波エレクトロニクス実装研究会、回路会館（東京都杉並区）、2019 年 11 月 22 日、(2)
2. 神野崇馬、木虎秀二、土岐博、阿部真之、“平面回路の不連続によって生じる反射特性の時間領域解析”、電子情報通信学会 2019 年ソサエティ大会、大阪大学豊中キャンパス、2019 年 9 月 10 日～13 日、B-4-46
3. 神野崇馬、木虎秀二、土岐博、阿部真之、“有限なグランド平面の電位変動によって生じる電磁ノイズ現象”、電子情報通信学会 2018 年総合大会、早稲田大学西早稲田キャンパス、2019 年 3 月 19 日～22 日、B-4-20

4. 神野崇馬、木虎秀二、土岐博、阿部真之、”FDTD法を用いた2次元分布定数回路の数値計算”、電子情報通信学会2018年ソサエティ大会、金沢大学角間キャンパス、2018年9月11日～14日、B-4-40
5. 神野崇馬、木虎秀二、土岐博、阿部真之、”2本線回路における伝送線路形状の非対称性とインピーダンスの場所依存性が原因で発生するコモンモードの定量化”、電子情報通信学会2018年総合大会、東京電気大学東京千住キャンパス、2018年3月20日～23日、B-4-19
6. 神野崇馬、土岐博、阿部真之、”伝送線路の形状を考慮した伝送線路理論を用いた電磁ノイズ現象の定量化”、電子情報通信学会2017年総合大会、名城大学天白キャンパス、2017年3月22日～25日、B-4-23
7. 神野崇馬、土岐博、阿部真之、”コモンモード・ノーマルモード変換が生じない単電源回路構造のシミュレーション”、電子情報通信学会2016年ソサエティ大会、北海道大学札幌キャンパス、2016年9月20日～23日、B-4-8
8. 神野崇馬、土岐博、阿部真之、”3本線伝送線回路内におけるコモンモードノイズ”、電子情報通信学会2016年総合大会、九州大学伊都キャンパス、2016年3月15日～18日、B-4-73

ポスター発表

1. 神野崇馬、木虎秀二、土岐博、阿部真之、”次世代回路設計への応用に向けた高精度電磁ノイズシミュレーターの開発”、応用物理学会関西支部2019年度第2回講演会、大阪大学豊中キャンパス、2019年11月8日、P-09
2. 神野崇馬、木虎秀二、土岐博、阿部真之、”電磁界の結合を考慮した3次元電気回路シミュレーターの開発と、社会実装に向けた取り組み”、応用物理学会関西支部2018年度第3回講演会、大阪大学中之島キャンパス、2018年2月23日、P-13

研究代表者として獲得した予算

1. 日本学術振興会 科学研究費助成事業 特別研究員奨励費（課題番号：19J14259）、”電磁ノイズ定量化技術を用いたメタマテリアルアンテナの低ノイズ・高効率化”、期間：2019/4

～2021/3、役割：代表者、金額：1,700 千円（直接経費、2019 年度 900 千円、2020 年度 800 千円）

2. 平成 29 年度笹川科学研究助成 (研究番号：29-201)、“オンチップアンテナ実装に向けた、デジタル回路とアンテナ間に生じる相互インピーダンスと電磁波放射の影響による電磁ノイズ現象の物理的解明とその低減法の開発”、役割：代表者、研究助成金額：480,000 円

受賞

1. Best Student Paper Award 2nd Prize, In Progress in Electromagnetics Research Symposium, August 1-4, 2018, Toyama JAPAN, “A mechanism of simultaneous switching noise in multiple plane conductors using two dimensional transport theory”
2. ポスター賞、応用物理学会関西支部 2019 年度第 2 回講演会、“次世代回路設計への応用に向けた高精度電磁ノイズシミュレーターの開発”、大阪大学豊中キャンパス、2019 年 11 月 8 日、P-09