Title	Efficient Branch-and-Cut Algorithms for Submodular Function Maximization
Author(s)	植松, 直哉
Citation	大阪大学, 2020, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/76641
rights	
Note	

様式3

論　文　内　容　の　要　旨

氏　名　（	植松　直哉	）
論文題名	Efficient Branch-and-Cut Algorithms for Submodular Function Maximization (劣モジュラ関数最大化に対する効率的な分枝カット法)	

論文内容の要旨

計算機科学の問題では，関数の値を最大にするような部分集合を全体集合から選択する問題が存在する．その問題の関数のいくつかは，限界効用逓減の法則やゴッセンの法則(経済分野)を表す劣モジュラ性を持つということが知られている．劣モジュラ関数最大化問題は，センサ配置問題，影響最大化，特徴選択問題など，多くの社会問題に現れる．本稿では，NP-困難と知られている位数制約下での劣モジュラ関数最大化問題を研究した．その問題に対して貪欲法は，良い実行可能解を得ることが知られている．しかしながら，応用事例(特徴選択，センサ配置問題など)では，最適解を求めたいという要求も少なくない．したがって，本稿では最適解を得る厳密解法を提案する．

2章では，NemhauserとWolsey(1981)が，劣モジュラ関数最大化問題を膨大な数の制約式を伴う整数計画問題に定式化した．制約式の数は，問題規模(n)に対して指数的に増加する．よって，彼らは一部の制約式からなる整数計画緩和問題を用いた厳密解法である制約生成法を提案した．その手法は，その緩和問題を解いては，1つの新しい制約式を加えるという手続きを繰り返す．しかしながら，彼らの手法は最適解を得るまで多くの整数計画緩和問題を解く必要がある．それゆえ，本稿では各反復で良い制約式集合を生成する改良制約生成法を提案した．その手法を効率化するために，分枝カット法に組み込んだ．

3章では，近似劣モジュラ関数最大化問題を取り扱った．応用事例(特徴選択問題，施設配置問題など)では，厳密な劣モジュラ性を持っていないことが多い．それゆえ，劣モジュラ関数最大化の拡張として，幅広い問題に適応できる近似された劣モジュラ関数を考える必要が出てきた．始めに，近似劣モジュラ関数を2種類の劣モジュラ比を利用して定義する．劣モジュラ比とは，関数が劣モジュラ関数にどれほど近いかを表す指標である．その定義を利用するによって，近似劣モジュラ関数最大化問題を膨大な数の制約式を伴う整数計画問題に定式化することに成功した．その定式化を利用することにより，2章で提案した改良制約生成法や分枝カット法を提案した．

劣モジュラ関数，近似劣モジュラ関数の最大化問題に対して，ベンチマーク問題例を用いて数値実験を行なった．performance profileやshifted geometric mean指標に用いることにより，提案手法が既存手法の制約生成法より良い結果を示した．

様式７

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名	（植松　直哉）	
	（職）	氏　名
論文審査担当者	主　査　准教授	梅谷　俊治
	副　査　教授	鈴木　秀幸
	副　査　教授	藤崎　泰正
	副　査　教授	森田　浩

論文審査の結果の要旨

劣モジュラ関数は実数値関数の凸性に当たる構造を持つ集合関数であり，機械学習，ネットワーク分析，施設配置，マーケティングなど産業や学術の幅広い分野に応用を持つ．劣モジュラ関数の最小化問題は効率的なアルゴリズムが知られている一方で，劣モジュラ関数の最大化問題はNP困難のクラスに属する計算困難な問題であり，現実的な計算時間で厳密な最適解を求めることは非常に困難である．これまで，劣モジュラ関数の最大化問題に対して最悪でも最適値の(1-1/e)倍の目的関数値を持つ近似解を出力する貪欲法が提案され，これまで多くの応用事例に適用されてきた．しかし，機械学習における特徴選択など十分な計算時間を使って最適解もしくはより良い近似解を求める必要がある応用事例もいくつか知られている．

本論文の２章では，劣モジュラ関数の最大化問題に対して整数計画問題による定式化にもとづく効率的な分枝カット法を提案した．NemhauserとWolseyは劣モジュラ関数の最大化問題が膨大な数の制約条件を持つ整数計画問題に定式化できることを示した．彼らは少数の制約条件のみを持つ緩和問題（整数計画問題）から始めて，制約条件を１本追加して緩和問題を解く手続きを繰り返す制約生成法を提案した．しかし，このアルゴリズムの計算効率は現実的な規模の問題例を解くには十分ではないことが知られていた．申請者は，この問題点を解決するために，制約生成法の各反復において最適値の上界を改善する見込みの高い複数の制約条件を追加する改良制約生成法を提案した．さらに，改良制約生成法を組合せ最適化問題に対する代表的な厳密解法である分枝カット法に導入することで，現実的な規模の劣モジュラ関数の最大化問題を効率的に解く厳密解法を実現した．代表的なベンチマーク問題例に対する数値実験では，提案手法がいくつかの最先端の厳密解法よりも良い性能を持つことを示した．この研究成果は，代表的な組合せ最適化問題の一つである劣モジュラ関数の最大化問題に対する厳密解法の研究に大きな進展をもたらした．また，特徴選択問題を始めとする機械学習の幅広い問題に組合せ最適化を活用する上で重要な先駆けとなることが期待できる．

本論文の３章では，近似劣モジュラ関数の最大化問題に対する整数計画問題の定式化と，それにもとづく効率的な分枝カット法を提案した．劣モジュラ関数は多くの応用分野に現れる問題を定式化する上で有用な集合関数である．しかし，実際の応用事例には劣モジュラ関数に近いものの厳密にはその性質を満たさない問題が少なくない．そこで，与えられた近似率γの下で劣モジュラ関数の性質を満たす近似劣モジュラ関数が知られている．DasとKempeは近似率γが与えられたとき，近似劣モジュラ関数の最大化問題に対して最悪でも最適値の$(1-1/e^{-\gamma})$倍の目的関数値を持つ近似解を出力する貪欲法を提案した．申請者は，まず，近似劣モジュラ関数の性質を利用することで，その最大化問題が膨大な数の制約条件を持つ整数計画問題に定式化できることを示した．また，劣モジュラ関数の最大化問題に対する研究成果を用いて，近似劣モジュラ関数の最大化問題に対する効率的な制約生成法および分枝カット法を提案した．いくつかのベンチマーク問題例に対する数値実験では，提案手法が現実的な規模の問題例に対して実用的な性能を持つことを示した．この研究成果は，劣モジュラ関数の最大化問題の適用範囲を大幅に拡大するものであり，多くの応用分野において大きく貢献することが期待できる．

このように，申請者は本論文において，幅広い分野に応用を持つ劣モジュラ関数およびその拡張となる近似劣モジュラ関数の最大化問題に対して，整数計画問題の定式化にもとづく厳密解法を提案し，数値実験を通じて提案手法が現実的な規模の問題例で実用的な性能を持つことを示した．これらの研究成果は，代表的な組合せ最適化問題の一つである劣モジュラ関数の最大化問題に対する厳密解法の研究に大きな進展をもたらすとともに，その適用範

囲を大幅に拡大するものであり，多くの応用分野に大きく貢献することが期待できる．
　よって，博士（情報科学）の学位論文として価値あるものと認める．