

Title	単位区間上における反復関数系の極限集合の重複度1の集合のHausdorff次元
Author(s)	下村, 健吾
Citation	大阪大学, 2020, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/76659
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

論文内容の要旨

氏名 (下村 健吾)	
論文題名	単位区間上における反復関数系の極限集合の重複度 1 の集合のHausdorff次元
<p>論文内容の要旨</p> <p>単位区間上の2元生成の反復関数系を考える。この2つの縮小変換は共に同じ縮小率をもつとする。この場合縮小率が1/2より小さいときは極限集合が古典カントール集合となる。縮小率が1/2より大きいときは極限集合が単位区間そのものとなるが、本論文では極限集合のうちコードマップによるアドレスが1つしか持たない点の集合について考える。</p> <p>従来の反復関数系の極限集合のHausdorff次元については反復関数系にいくつかの条件が指定されていた。その中の1つである開集合条件を縮小率が1/2より大きい場合は満たさない。そのような状況の反復関数系をオーバーラップする反復関数系と呼ぶが、今回は縮小率がある範囲内のオーバーラップする反復関数系の極限集合のうち、重複度が1の集合のHausdorff次元が分かった。その際に2元生成の反復関数系を段階ごとにみることによって反復関数系を拡張したgraph directed Markov systemとしてみることで今回の結果を得ることができた。</p> <p>反復関数系は段階ごとにみると元の集合の小さいコピーを元の数だけ作り出している。2元生成の反復関数系の縮小率を1/2から少しだけ大きくしてみても、小さいコピーを作りだしたコードの順序（辞書式順序）とそれらの位置関係に変化はない。ではどれくらい大きくしたら各段階の位置関係に影響がでるのかを考えた結果ある範囲では重複度1の集合のHausdorff次元が連続した変化をすることがわかった。</p> <p>今回の結果で分かった一番のことはオーバーラップする反復関数系についての対処の方法である。それは段階ごとに見ることによってgraph directed Markov systemに拡張することによって開集合条件を満たすようにできる。それで従来のHausdorff次元の計算方法に持ちこむことが可能になることが分かった。本結果はとある範囲に関してのみについてだがこれからの展望としては1/2より大きい縮小比すべてに関しても似たような事実が分かることが予想される。その際には構成したgraph directed Markov systemの極限集合の一致やそれに関する接続行列のirreducible性を十分に確認する必要がある。今回は一番簡単なモデルである2元生成の単位区間上の反復関数系においてその結果を示した。</p>	

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 (下村 健吾)			
論文審査担当者	(職)	氏 名	
	主 査	教授	和田 昌昭
	副 査	教授	降旗 大介
	副 査	准教授	茶碗谷 毅

論文審査の結果の要旨

単位区間上の縮小相似変換からなる2元生成反復関数系は、カントールの時代より研究され続けているフラクタル幾何学の重要なテーマである。二つの相似変換の縮小率が同じと仮定し、それが1/2より小さい場合には極限集合が古典カントール集合となり、その振る舞いはよく知られている。一方、縮小率が1/2以上の場合は極限集合が区間全体となってしまうため、それ以上の研究が行われてこなかった。

下村氏は縮小率が1/2以上の「オーバーラップする」反復関数系に注目し、コードマップによる重複度の概念を導入することにより、極限集合である区間全体が複雑な構造を持つことを明らかにした。とくに、縮小率が1/2より少し大きいある特定の区間列に属する場合に、重複度1の点からなる極限集合の部分集合がgraph directed Markov systemにより記述できることを発見した。そのgraph directed Markov systemは開集合条件と有界歪曲性を満たすが、graph directed Markov systemをさらに修正することにより接続行列がirreducibleとなるようにできることを示し、それを用いて重複度1の点からなる極限集合の部分集合のHausdorff次元を決定するという目覚ましい結果を得た。これらは、フラクタル幾何学の新しい時代を切り拓く重要な成果である。

よって、博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。