OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Analysis of reaction diffusion equations with Lyapunov structure and singular initial data
Author(s)	馬越, 春樹
Citation	大阪大学, 2020, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/77517
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

様式３

論　文　内　容　の　要　旨

氏　名　（　馬越春樹　）	
論文題名	Analysis of reaction diffusion equations with Lyapunov structure and singular initial data （リャプノフ構造及び初期値の特異性を有する反応拡散方程式の解析）

論文内容の要旨

化学反応をはじめとして，様々な現象のメカニズムを反応・拡散という視点から説明できることが知られている．これらの視点から現象を定式化した非線形偏微分方程式（系）を反応拡散方程式（系）と呼び，本論文では２つのタイプの反応拡散方程式（系）を考察した．１つ目は可逆な化学反応を記述する方程式系で，反応速度論に基づき導出されるものである．第１章から第３章に於いてこれを考察する．２つ目はべき乗型の非線形項を有する半線形熱方程式で，第４章に於いてこれを考察する．いずれも化学反応を記述する方程式（系）として広く知られているにも関わらず，解の適切性をはじめ，基礎理論の研究には未解決問題が数多く残されている．本論文では方程式（系）が有する固有の構造から解の性質をより深く理解することにより，問題を紐解く新しい視点と方法の導入に貢献することを目的とする．

第1章では可逆反応の時間発展を非斉次ディレクレ境界条件の下で考察した．反応の可逆性に由来する構造の定式化により解のアプリオリ評価が得られることが知られているが，非斉次境界条件の場合には境界付近でこの評価が困難となる．本研究では，境界付近まで適用可能な解析方法を確立し，近似解のL^1コンパクト性を証明した．また，得られた解の時間無限大に於ける漸近挙動も調べた．

第2章ではboundary equilibriaを有する可逆反応の漸近挙動を解析した．まず，global renormalized solutionの解軌道のL^1コンパクト性を示し，次にそれを利用して解が平衡点の一つにL^1収束することを証明した．更に，解がL^∞評価を満たす場合には正値平衡点に収束し，その速さは指数的となることを示した．

第3章では非線形拡散と非斉次ノイマン境界条件の下，時間大域的な解の存在を考察した．反応項のアプリオリな有界性を仮定せずに近似解のL^1コンパクト性を示したことが本研究の特色である．特に，もし反応項がL^1有界性を満たす場合，近似解から得られる極限関数は弱解となる．

第4章では特異な初期値を有する半線形熱方程式を考察した．本研究では，初期値を含む関数空間を負冪のソボレフ空間に取る場合に，時間局所的な解の適切性を保証する十分条件を与えた．この結果を初期値がルベーグ空間の場合に適用すると，先行研究に於ける臨界指数を用いた関係式を再現できる．

様式７

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名　（　馬越春樹　）		
	（職）	氏　名
論文審査担当者		
主 査	教授	石渡通徳
副 査	教授	関根順
副 査	教授	小林孝行
副 査	名誉教授	Michel Pierre (ENS Rennes Department of mathematics)

論文審査の結果の要旨

本論文は、反応速度論や燃焼理論に現れる非線形放物型方程式系について数学的な研究を行ったものである。これらの方程式系においては、拡散項と非線形項の複雑な相互作用によって、解の一意存在に関する基本定理や時間大域存在、漸近挙動についての定性的理論の構築の障害となる一方、線形方程式ではおこりえない様々な興味深い現象が発生することが知られ、これまでの研究の蓄積にもかかわらず、未解決な問題が多数残されてきた。本論文は物理化学に現れる方程式系を題材とし、新たな解析を加えてその数学的な性質の一端を解明したものである。前半の第1章から第3章において可逆な化学反応に由来する非線形項をもつ拡散方程式系の解の一意性と時間大域挙動を扱い、後半の第4章においては燃焼理論で現れる単独熱方程式において特異性を持つ初期値を与えた場合の古典解の時間局所存在を論じている。

前半で扱われた方程式系では、全質量の制御という基本的な性質に関わらず、多成分に特有な拡散係数の相違という状況から、解の時間大域存在を示すことが大きな障害となってきた。第1章では非斉次Dirichlet境界条件のもとで、拡散係数のばらつきが小さいときに時間大域的な弱解が存在することと、エントロピー条件の下での近似解のL^2コンパクト性を示している。第2章では強い非線形性のもとで存在が証明されている再規格化解について、その定数定常状態への収束、また第3章ではporous media型の準線形方程式系について、構成した近似解のL^1コンパクト性を示している。さらに後半の第4章においては、非線形性の指数と初期値の属する関数空間の制約についてこれまでの結果が拡張されることを明らかにしている。

非線形放物型方程式系の数学理論は近年ようやく研究が進展している分野である。本論文は、従来知られてこなかった事柄を数学的に厳密に証明し、非線形偏微分方程式論に新たな貢献を果たしたであり、博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。