The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	プラズマによる電磁波の散乱に関する研究
Author(s)	青海, 恵之
Citation	大阪大学, 1974, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/807
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

プラズマによる電磁波の散乱に関する研究

青　海　恵　之

3
2

昭和４８年１２年

(主論文のうち未公表のもの)

1. Reflection and Transmission of Obliquely-Incident Electromagnetic Waves by an Inhomogeneous Plasma Slab Moving Parallel to the Magnetostatic Field

(静磁界に平行に運動している不均質プラズマスラブによる斜入射電磁波の反射と透過)

Radio Science

1974年3月掲載予定

1. 回転している電子プラズマ円柱による平面電磁波の散乱

執筆中

電子通信学会誌投稿予定

論文目録

大阪大学

青海恵之

報告番号 甲第1690号

主論文　プラズマによる電磁波の散乱に関する研究

（主論文のうち印刷公表したもの）

1. 軸方向に運動している不均質プラズマ円柱による平面電磁波の散乱

電子通信学会誌 55巻4号
昭和47年4月

1. 運動する不均質プラズマスラブによる平面電磁波の反射と透過

電子通信学会誌 55巻12号
昭和47年12月

1. Scattering of Electromagnetic Waves from an Inhomogeneous Magnetoplasma Column Moving in the Axial Direction

（軸方向に運動している不均質磁化プラズマ円柱による電磁波の散乱）

IEEE Transactions on
Antennas and Propagation
Vol. AP-20, No. 4 (July,1972)

AGU AMERICAN GEOPHYSICAL UNION
1707 L STREET, N.W., WASHINGTON, D. C. 20036 (202) 293-

November 9, 1973

Professor S. Seikai
Department of Electrical
Communication Engineering
Osaka University
Suita, Osaka, Japan 565

Dear Professor Seikai:

In a short while you will be receiving the galleys for your article which will be published in the March 1974 issue of RADIO SCIENCE. For those authors whose institutions are unable to pay publication charges a special rate has been established for the purchase of reprints to be used for the author's own personal use. A reprint order form with the special author price schedule is enclosed.

If your wish to order reprints please complete the enclosed order form and return it to our office as soon as possible. If we can be of any further assistance, please do not hesitate to contact us.

Sincerely yours,

E G Sanders

(Mrs.) Ethel G. Sanders
Office Manager

EGS/jjj

Enclosure

プラズマによる電磁波の散乱に関する研究

青　海　恵　之

昭和４８年１２年

目　　次

第 1 章　序　　論 …… 1

第 2 章　軸方向に運動している不均質プラズマ円柱による平面電磁波の散乱 …… 7

2．1　序　　言 …… 7

2．2　運動プラズマ中における Maxwell の方程式 …… 8

2．3　不均質プラズマ円柱内部の電磁界 …… 10

2．4　散乱電磁界 …… 16

2．5　後方散乱断面積および散乱パターン …… 19

2．6　検　　討 …… 20

2．7　結　　言 …… 30

第 3 章　運動する不均質磁化プラズマスラブによる平面電磁波の反射と透過 …… 31

3．1　序　　言 …… 31

3．2　運動不均質プラズマ中における電磁界 …… 31

3．3　反射波および透過波 …… 36

3．4　検　　討 …… 39

3．5　結　　言 …… 47

第 4 章　回転運動を行なう電子プラズマ円柱による平面電磁波の散乱 …… 49

4．1　序　　言 …… 49

4．2　回転電子プラズマに対する構成関係式 …… 50

4．3　回転電子プラズマ円柱内部の電磁界 …… 56

4．4　散乱電磁界 …… 62

4．5　後方散乱断面積および散乱パターン …… 66

4．6　検　　討 …… 67
4．7　結　　言 …… 71
付　　録 …… 77

第5章　結　　論 …… 79

謝　　辞 …… 81

文　　献 …… 83

内　容　梗　概

本論文は，著者が大阪大学大学院工学研究科（通信工学専攻）在学中に行なったプラズマによる電磁波の散乱に関する研究の成果をまとめたものであり，つぎの5章からなっている．

第1章は序論であって，プラズマによる電磁波の散乱の理論はプラズマの診断に不可欠であり，その意味から近年，運動するプラズマを含む種々のプラズマによる散乱の理論が必要になってきた経緯を述べるとともに，本研究がこの分野において占める地位を明らかにしたものである．

第2章はプラズマを分散のある誘電体とみなす分極電流模型を用いて，軸方向に運動している，半径方向に不均質な異方性プラズマ円柱による斜入射平面電磁波の散乱について論じている．不均質プラズマに対する解析方法としては，プラズマ円柱を同軸円筒面によって多数の薄い層に分割し，各層内では媒質定数が近似的に一定であるとして，不均質なプラズマ円柱による散乱の問題を媒質定数がわずかずつ異なる多数の層からなる円柱による散乱の問題に変換するという方法を用いている．具体例として，電子密度の分布が2乗分布で与えられる場合を考え，プラズマ円柱の散乱特性を数値例を上げて検討している．

第3章では，第2章と同様の方法によって，境界面および入射面に平行に運動している不均質プラズマスラブによる，斜入射平面電磁波の反射と透過の問題について解析している．具体例として，電子密度の分布が2乗分布ならびに直線分布の場合を考え，電力反射係数の数値例を上げて，プラズマの不均質ならびにプラズマの運動の反射特性に及ぼす影響について考察している．

第4章では，一様な角速度で回転している電子プラズマ円柱による斜入射平面電磁波の散乱について論じている．電子論的な立場から得られた回転電子プラズマに対する構成関係式とMaxwellの方程式とから，電子プラズマ円柱内部の電磁界が満たす波動方程式を求め，つぎに重要な二つの場合，すなわち，プラズマの運動が回転運動のみでかつ垂直入射の場合，ならびに電子

プラズマの回転角速度がLarmor周波数に等しい場合について，後方散乱断面積，散乱パターンの数値例を上げ，電子プラズマの回転の散乱電磁界に及ぼす影響について詳しく考察している．

第5章は結論であって，本研究の成果を総括して述べたものである．

以上の各章を構成する研究内容は，すべて，電子通信学会論文誌，電子通信学会アンテナ伝播研究会，電気学会電磁界理論研究会，輻射科学研究会，IEEE Transactions on Antennas and Propagation，Radio Science等においてすでに発表されたもの，あるいは掲載予定のものである．

第1章　序　　論

プラズマ状態は，真空放電に限らず，アーク，炎，電光，オーロラ，電離層，Van Allen帯，太陽等の外気に見られ，実に宇宙の物質の99.9%以上がプラズマ状態にあると考えられている．しかし，プラズマ状態が確認されたのは19世紀になってからであり，プラズマの名称も，1929年にTonksおよびLangmuirが名命したことに始まる[1]．プラズマの名称が与えられる以前にもすでにプラズマに関する研究はいくつかみられる[2]~[4]．たとえば，van der Pol[3]は，荷電粒子が電磁波の伝搬に大きな影響を与えることを実験的に確かめている．その後，1930年代になって，電離層の研究に関連して，Appleton, Hartree, Tonks, Huxleyらによってプラズマに関する研究は急速に進められた[5]~[9]．当時用いられたプラズマのモデル(Lorentz plasma)は今でも最も簡単なモデルとして多くの場合に用いられている．第2次世界大戦後はプラズマの積極的な利用という観点から研究が進められ，論文の枚挙にはいとまがないが，なお今日，MHD発電，熱核融合の利用等については未解決の問題が数多く残されている．

さて，van der Polの，初期のプラズマに関する実験，その後の電離層の研究に示されるように，プラズマに関する研究の歴史は，一面，プラズマの診断[10]の歴史であると考えることができる．診断の手段は，電磁波（マイクロ波，光）の利用と，probeの利用の二通りに大別できるが，特に，電磁波の照射による診断は，プラズマの物理的性質を変えないこと，同時に数種の観測が可能であること，遠隔測定ができる等の利点がある．ところで，従来の電磁波によるプラズマの診断は，静止したプラズマの場合にかぎられていた．ところが近年における宇宙開発の急速な進歩，あるいはエネルギー源としてのプラズマの利用とともに，このような従来の静止プラズマに対する理論では処理できない問題が徐々に出現しつつある[11],[12]．たとえば，最近行なわれた電波天文学における観測によって，太陽コロナや太陽風はプラズマが相対論的な速度で運動しているものであることが明らかにされた．また，電子ビームの安定化のために，ビームを回転させることは古くから行なわれ

ているが,[13] 特に近年，回転運動を行なうプラズマは，核融合への応用ならびに天体物理学上重要な問題になってきている.[14]～[16] このような高速度で運動するプラズマを電磁波の照射によって診断する場合には，プラズマの運動による影響を考慮した散乱の理論が必要になってくる．そのためには，従来の静止系の電磁界理論では不十分であり，真空中の光速度に比べて無視できない速度で運動している波源あるいは媒質を含む系の電磁界理論，すなわち，運動系の電磁界理論を用いなければならない．

さて，運動系の電磁界理論の基礎は，特殊相対性理論を用いて，１９０８年Minkowskiによって確立された.[17] Minkowskiの理論は,[18],[19] 等速度運動を行なう，線形，等方かつ非分散性媒質に対する理論であるが，分散性媒質，あるいは磁化プラズマ等の異方性かつ分散性媒質に対しても適用できるよう拡張することは容易である.[20]～[25] 一方，回転運動等の加速度運動を行なう媒質に対してもMinkowski の理論がそのまま適用できるかどうかは自明のことではない．すなわち，加速度運動にともなう慣性力によって媒質の巨視的性質が変化することが考えられる．最近，Minkowski の理論を媒質が加速度運動を行なう場合に拡張する試みが，Herr[26]，Yildiz および Tang[27]，Anderson および Ryon[28] ならびに Mo[29] らによってなされたが，彼らの解析ではこのような媒質の変化については何もふれられてない．極最近，塩沢は彼らとは異なった観点から解析を進め，加速度運動にともなう媒質の変化を考慮するためには電子論的な取り扱いが必要であることを明らかにし，回転運動を行なう分散性および非分散性誘電体に対する構成関係式を定式化した.[30] 塩沢の理論から，回転運動を行なうプラズマに対しては，もはや慣性力が無視できないことが予測できる．その他，回転系における電磁界理論の研究は，Modesitt[31]，Bladel[32] に見られる．

プラズマならびに運動系の電磁界理論に関する研究報告は，この十年間で驚くべき数に昇るが，プラズマのもつ物理的特性の多様性（分散性，異方性，不均質性，圧縮性，非線形性等）を考えるとき，必らずしも十分でない．以上に述べた観点から，著者らは，一貫してプラズマによる電磁波の散乱に関する研究を進めてきた.[33]～[38] 本論文では，等速度運動を行なう不均質磁化

プラズマならびに回転運動を行なう電子プラズマによる平面電磁波の散乱について述べる．

まず，第２章では，軸方向に運動している不均質プラズマ円柱による斜入射平面波の散乱について考察する．円柱状プラズマは実験容易な形状であり，初期のプラズマ振動の測定に用いられた．また，高速度計算機の導入とともに，プラズマ円柱による散乱の複雑な問題も解析された．[37]～[42] さらに最近では，実際的な応用，たとえば大気圏突入のロケットに対する応用[43] を考えたもの[44]など，プラズマ円柱による散乱に関して種々の観点から調べられている．[45]～[47] しかし異方性プラズマの運動あるいは電子密度の不均質による影響については，まだ十分には検討されていない．[48]～[51] 運動しているプラズマ円柱による散乱の理論は，高速度で運動するプラズマビームあるいは電子ビームなどの診断に必要になってくる．最近，Messiaen および Vandenplas [48] は軸方向に非相対論的な速度で運動している異方性プラズマ円柱に，平面電磁波が垂直に入射した場合の散乱について検討した．また，Yeh[49] は相対論的な速度で運動している等方性プラズマ円柱に任意の角度で入射した平面電磁波の散乱の問題を電磁界ベクトルならびに波動四元ベクトルに対するLorentz変換を用いて考察している．さらに，塩沢および河野[50],[51]は，相対論的な速度で運動している等方性および異方性からなる無限長円柱による斜入射平面波の散乱について，Maxwell-Minkowski の方程式を用いて考察した．以上の運動するプラズマ円柱による散乱に関する報告では，すべて均質なプラズマ円柱が考えられているが，実際のプラズマビームあるいは電子ビームでは電子密度がビームの中心で大きく，外側へいくほど小さくなるのが普通である．[52] そこで，第２章では，軸方向に相対論的な速度で運動している，半径方向に任意に不均質な異方性プラズマからなる無限長円柱による斜入射平面波の散乱について述べる．運動プラズマを記述する方法としてはプラズマを分散のある誘電体とみなす模型，すなわち分極電流模型[22]～[25]を用いる．この方法はさきに，Yeh および塩沢らによって用いられた方法に等価である．また，不均質プラズマに対する解析方法としては，プラズマ円柱を同軸円筒面によって多数の薄い層に分割し，各層内では

電子密度が近似的に一定であるとして，不均質なプラズマ円柱による散乱の問題を電子密度がわずかずつ異なる多数の均質な層からなる円柱による散乱の問題に変換するという方法[47],[53]を用いる．以上の方法のもとに散乱電磁界を求め，特に電子密度の分布が2乗分布で与えられる場合について，プラズマの運動ならびに不均質の散乱電磁界に及ぼす影響を詳しく調べる．

つぎに第3章では，運動不均質プラズマスラブによる平面電磁波の反射と透過の問題を考察する．不均質プラズマスラブは典型的な電離層のモデルであり，反射と透過に関して多くの解析がなされた．[54]～[57] 一方，運動媒質による平面電磁波の反射と透過に関しても，これが電磁界理論の基本的な問題の一つであることから，これまでに多くの報告がなされ，種々の興味ある結果が得られている．[58]～[67] 特に，媒質が不均質な場合についても最近いくつか報告され，これらの報告では，不均質媒質として誘電体ならびに非磁化および無限大磁化プラズマが取り扱われている．[68]～[73] 第3章では，第2章と同様の解析方法によって，境界面および入射面に平行に運動している，不均質な有限磁化プラズマスラブによる斜入射平面電磁波の反射と透過について考察する．なお，Kong[71]は無限大磁化の場合を，風間ら[72]は非磁化の場合を，著者らとは独立に同様の解析方法によって検討しているが，有限磁化の場合については考察しておらず，また，不均質媒質に対する解析方法としての精度については何もふれていない．

つぎに第4章では，回転運動を行なう電子プラズマ円柱による平面電磁波の散乱について考察する．電子ビームの安定化のためにビームを回転させることは，先にも述べたように古くから行なわれている．[13] しかしながら回転運動を行なう電子ビームの電磁気的な特性に関する研究はこれまでほとんど行なわれていない．回転運動を行なう電子ビームあるいはプラズマビームによる散乱の理論は，ビームの診断に不可欠であり，そのためには，まず回転しているビーム内部の電磁界が明らかにされねばならない．その際，回転運動にともなう遠心力あるいはCorioriseの力を考慮する必要がある．最近，Kotsarenkoら[74],[75]は，導波管内で回転する電子ビームと空間電荷波なら

びにサイクロトロン波との相互作用について考察したが，このような慣性力を考慮していない．そこで，第4章では，まず電子論的な観点から得られた構成関係式とMaxwellの方程式とから，回転電子プラズマ中の電磁界が満たす波動方程式を求める．つぎに重要な二つの場合，すなわち，電子プラズマの運動が回転運動のみでかつ垂直入射の場合ならびに電子プラズマの回転角周波数がLarmor周波数に等しい場合[76]（Brillouin flow）について円柱内部の電磁界の厳密解を求める．さらに，これら二つの場合について，散乱電磁界を求め，慣性力の影響等について詳しく考察する．

第2章　軸方向に運動している不均質プラズマ円柱による平面電磁波の散乱

2．1　序　　言

プラズマ円柱による散乱の問題は，これまでに種々の観点から詳しく調べられている.[39]～[47] しかしながら，従来の理論では，主として静止しているプラズマ円柱が取り扱われており，プラズマの運動（ドリフト）の影響については，まだ十分に検討されていないようである.[48]～[51] また，プラズマが異方性かつ不均質な場合には，静止プラズマ円柱についても十分調べられていない．運動しているプラズマ円柱による電磁波の散乱の理論は，高速度で運動するプラズマビームあるいは電子ビームなどの診断に必要になってくる．最近，Messiaen および Vandenplas[48] は，軸方向に非相対論的な速度で運動している異方性プラズマ円柱に，平面電磁波が垂直に入射した場合の散乱について検討した．また，Yeh[49] は相対論的な速度で運動している等方性プラズマ円柱に任意の角度で入射した平面電磁波の散乱の問題を，電磁界ベクトルならびに波動四元ベクトルに対する Lorentz 変換を用いて考察している．さらに，塩沢および河野[50],[51] は，相対論的な速度で運動している等方性および異方性プラズマからなる無限長円柱による斜入射平面波の散乱について，Maxwell-Minkowski の方程式を用いて考察した．以上の報告では，すべて均質なプラズマ円柱が考えられているが，実際のプラズマビームあるいは電子ビームでは，電子密度はビームの中心で大きく，外側へいくほど小さくなるのが普通である.[52] そこで，本章では，軸方向に相対論的な速度で運動している，半径方向に不均質な異方性プラズマからなる無限長円柱による斜入射平面波の散乱について考察する．運動プラズマを記述する方法としては，プラズマを分散のある誘電体とみなす模型，すなわち分極電流模型[22]～[25] を用いる．この方法は，さきに Yeh および塩沢らによって用いられた方法に等価である．また，不均質プラズマに対する解析方法としては，プラズマ円柱を同軸円筒面によって多数の薄い層に分割し，各層内では電子密度が近似的に一定であるとして，不均質なプラズマ円柱による散乱の問題

を電子密度がわずかずつ異なる多数の均質な層からなる円柱による散乱の問題に変換するという方法[47],[53]を用いる．具体例としては，電子密度の分布が2乗分布の場合を考え，後方散乱断面積および散乱パターンについて数値例を上げて検討する．

2．2　運動プラズマ中におけるMaxwellの方程式

まず，以下での解析の準備として，運動している異方性プラズマ中におけるMaxwellの方程式について述べる．ここで考えるプラズマは，均質，無損失および非圧縮性とし，イオンの効果は無視し得るものとする．また，プラズマは一定の速度 $\mathbf{v}=\mathbf{i}_z v$（ただし，$\mathbf{i}_z$ は z 方向の単位ベクトルを表わす）で z 方向に印加された一様な静磁界中を運動しているものとする．

さて，運動プラズマを記述する方法としては，これまでに二つの方法が用いられてきた．その一つはプラズマを分散のある誘電体とみなす模型であり，分極電流模型と呼ばれる．この模型は，Yeh[49]および塩沢ら[51]によって用いられた．もう一つの模型は，携帯電流模型と呼ばれ，プラズマの電磁気的効果を携帯電流としてMaxwellの方程式にくり込む方法である．この方法はMessiaenおよびVandenplas[48]によって用いられた．これらの方法とは別にChuの記述形式による方法[77]も提案されているが，この方法は上に述べた携帯電流模型に等価である．そこで，問題になるのは，運動プラズマを記述する方法として，上の二つの模型のどちらが相対論的に正しい模型であるかということである．この点に関して，小山ら[21]は上の二つの模型を具体的な問題に適用し，携帯電流模型は物理的に不合理な結果に導びかれることを示した．また，塩沢[22]は，運動プラズマ中における電磁界について相対論的電子論の立場から考察を行ない，相対論的電気力学に矛盾しない模型は分極電流模型であることを示した．そこで，本章では，運動プラズマを記述する方法として分極電流模型を採用する．

さて，分極電流模型では，Maxwellの方程式は次式で与えられる．

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{2.1a}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \qquad \nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \tag{2.1b}$$

一方，電磁界が時間的に exp ($j\omega t$) なる変化をするものとすると，運動プラズマに対する構成関係式はつぎのようになる．

$$\mathbf{B} = \mu_0 R_{xx} \mathbf{H}_t + j\,\mu_0 R_{xy}\, \mathbf{i}_z \times \mathbf{H}_t + \mu_0 H_z \mathbf{i}_z$$
$$+ j\,(N_{xx}/c)\,\mathbf{E}_t - (N_{xy}/c)\,\mathbf{i}_z \times \mathbf{E}_t \tag{2.2a}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 L_{xx} \mathbf{E}_t + j\,\varepsilon_0 L_{xy}\, \mathbf{i}_z \times \mathbf{E}_t + \varepsilon_0 \varepsilon_{zz} E_z \mathbf{i}_z$$
$$- j\,(N_{xx}/c)\,\mathbf{H}_t + (N_{xy}/c)\,\mathbf{i}_z \times \mathbf{H}_t \tag{2.2b}$$

ただし，

$$R_{xx} = (1-\beta^2)(1-\beta^2\varepsilon_{xx})/\Delta \tag{2.3a}$$

$$R_{xy} = \beta^2(1-\beta^2)\varepsilon_{xy}/\Delta \tag{2.3b}$$

$$L_{xx} = (1-\beta^2)[\varepsilon_{xx} - \beta^2(\varepsilon_{xx}^2 - \varepsilon_{xy}^2)]/\Delta \tag{2.3c}$$

$$L_{xy} = (1-\beta^2)\varepsilon_{xy}/\Delta \tag{2.3d}$$

$$N_{xx} = \beta(1-\beta^2)\varepsilon_{xy}/\Delta \tag{2.3e}$$

$$N_{xy} = \beta[(1-\beta^2\varepsilon_{xx})(\varepsilon_{xx}-1) + \beta^2\varepsilon_{xy}^2]/\Delta \tag{2.3f}$$

$$\Delta = (1-\beta^2\varepsilon_{xx})^2 - \beta^4\varepsilon_{xy}^2 \tag{2.4}$$

$$\varepsilon_{xx} = 1 - X'/(1-Y'^2) \tag{2.5a}$$

$$\varepsilon_{xy} = X'Y'/(1-Y'^2) \tag{2.5b}$$

$$\varepsilon_{zz} = 1 - X' \tag{2.5c}$$

$$X' = \omega_p^2/\omega'^2, \quad Y' = \omega_c/\omega' \tag{2.6}$$

$$\omega' = \gamma(\omega - \mathbf{v}\cdot\mathbf{k}) \tag{2.7}$$

$$\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}, \qquad \beta = v/c \tag{2.8}$$

式（２．２）において，E_z および H_z は，それぞれ，電界および磁界の z 方向成分を表わし，$\mathbf{E}_t$ および $\mathbf{H}_t$ はそれらの横方向成分を表わす．ε_0，μ_0 および c は，真空の誘電率，透磁率および光速度を表わす．また，$\mathbf{k}$ はプラズマ中を伝搬する波の伝搬定数を表わす．さらに，ω_p および ω_c は，それぞれ，プラズマ周波数およびサイクロトロン周波数であり，電子の電荷を $-e$，静止質量を m，電子密度を N_0，静磁界の大きさを $\mathbf{B}_0$ とすると次式で与えられる．

$$\omega_p^2 = N_0 e^2/m\varepsilon_0 \tag{2.9}$$

$$\omega_c = e B_0/m \tag{2.10}$$

２．３　不均質プラズマ円柱内部の電磁界

軸方向に運動している，半径方向に不均質なプラズマからなる無限長円柱による平面電磁波の散乱について考察するために，図２．１のように座標系

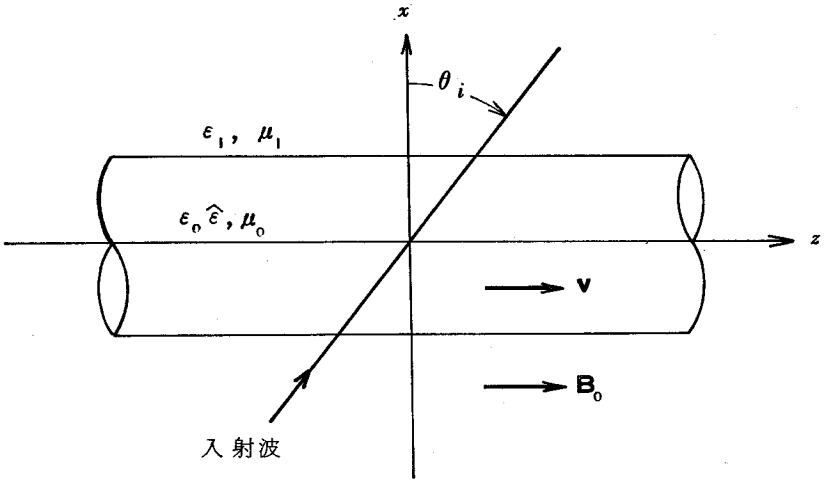


図２．１　座　標　系

を定める．円柱（半径 a ）の軸方向に z 軸を選び，円柱は一定の速度 $\mathbf{v}=\mathbf{i}_z v$ で，誘電率 ε_1，透磁率 μ_1 の等方性媒質中を運動しているものとする．また，一様な静磁界が z 方向に印加されているものとする．

まず，準備として，軸方向に運動している不均質プラズマ円柱内部の電磁界を求める．不均質プラズマに対する解析方法としては，さきにも述べたように，プラズマ円柱を同軸円筒面によって多数の薄い層に分割し，各層内では媒質定数が近似的に一定であるとして，不均質なプラズマ円柱の問題を媒質定数がわずかずつ異なる多数の層からなる円柱の問題に変換するという方法を[47),(53)]用いる．そのために，プラズマ円柱を図２．２に示すように，L 個の層に分割し，外側の層から数えて第 l 番目の層の外径を r_l とする．

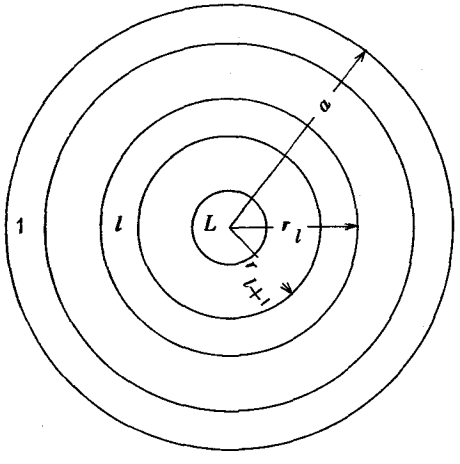


図２．２　不均質プラズマ円柱の分割

さて，各層は，それぞれ均質であると仮定しているので，各層内では，式（２．２）の構成関係式が成立する．いま，プラズマ中の電磁界が z 方向に exp $(-jk_z z)$ なる変化をするものとすると，各層内の電磁界の横方向成分，$\mathbf{E}_t$ および $\mathbf{H}_t$ は，式（２．１）および（２．２）から，電磁界の z 方向成分 E_z および H_z を用いてつぎのように表わされる．

$$
\begin{aligned}
K_3\mathbf{E}_t = {} & \nabla_t\left[jk_0(K_1m_z-K_2N_{xx})E_z\right] \\
& + \nabla_t\left[\omega\mu_0(K_2R_{xx}-K_1R_{xy})H_z\right] \\
& + \mathbf{i}_z\times\nabla_t\left[k_0(K_2m_z-K_1N_{xx})E_z\right] \\
& - \mathbf{i}_z\times\nabla_t\left[j\omega\mu_0(K_1R_{xx}-K_2R_{xy})H_z\right]
\end{aligned}
\qquad (2.11a)
$$

$$K_3\mathbf{H}_t = \nabla_t [\, j k_0 (K_1 m_z - K_2 N_{xx}) H_z]$$

$$- \nabla_t [\, \omega \varepsilon_0 (K_2 L_{xx} - K_1 L_{xy}) E_z]$$

$$+ \mathbf{i}_z \times \nabla_t [\, k_0 (K_2 m_z - K_1 N_{xx}) H_z]$$

$$+ \mathbf{i}_z \times \nabla_t [\, j \omega \varepsilon_0 (K_1 L_{xx} - K_2 L_{xy}) E_z] \qquad (2.11b)$$

ただし，

$$K_1 = m_z^2 - L_{xx} R_{xx} \qquad (2.12a)$$

$$K_2 = 2 m_z N_{xx} - (L_{xx} R_{xy} + L_{xy} R_{xx}) \qquad (2.12b)$$

$$K_3 = k_0^2 (K_1^2 - K_2^2) \qquad (2.12c)$$

$$k_0 = \omega / c \,, \quad m_z = n_z + N_{xy} \,, \quad n_z = k_z / k_0 \qquad (2.13)$$

$$\nabla_t = \nabla - \mathbf{i}_z (\partial / \partial z) \qquad (2.14)$$

また，E_z および H_z はつぎの結合波動方程式から決定される．

$$\nabla_t^2 E_z + k_0^2 (p E_z + j g H_z) = 0 \qquad (2.15a)$$

$$\nabla_t^2 H_z + k_0^2 (q H_z + j h E_z) = 0 \qquad (2.15b)$$

ただし，

$$p = \varepsilon_{zz} (K_1 R_{xx} - K_2 R_{xy}) / K_4 \qquad (2.16a)$$

$$q = (K_1 L_{xx} - K_2 L_{xy}) / K_4 \qquad (2.16b)$$

$$g = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0}\, (K_2 m_z - K_1 N_{xx}) / K_4 \qquad (2.16c)$$

$$h = - \sqrt{\varepsilon_0 / \mu_0}\, \varepsilon_{zz} (K_2 m_z - K_1 N_{xx}) / K_4 \qquad (2.16d)$$

$$K_4 = N_{xx}^2 - L_{xx} R_{xx} \qquad (2.17)$$

なお，式（2.12）および（2.16）に現われる媒質定数は，おのおのの層に対する値をとるものとする．

第 l 層における，式（2.15）の解を円筒座標を用いて表わすとつぎのようになる[51]

$$E_z=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\Big[A_{ln}k_{l1}^2J_n(k_{l1}r)+B_{ln}k_{l2}^2J_n(k_{l2}r)$$
$$+C_{ln}k_{l1}^2H_n^{(2)}(k_{l1}r)$$
$$+D_{ln}k_{l2}^2H_n^{(2)}(k_{l2}r)\Big]f_n \qquad (2.18a)$$

$$H_z=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\Big[A_{ln}k_{l1}^2\xi_{l1}J_n(k_{l1}r)$$
$$+B_{ln}k_{l2}^2\xi_{l2}J_n(k_{l2}r)+C_{ln}k_{l1}^2\xi_{l1}H_n^{(2)}(k_{l1}r)$$
$$+D_{ln}k_{l2}^2\xi_{l2}H_n^{(2)}(k_{l2}r)\Big]f_n \qquad (2.18b)$$

ただし，

$$f_n=\exp\{j(\omega t-n\varphi-k_z z)\} \qquad (2.19)$$

$$k_{li}=k_0\sqrt{s_i}\quad(i=1,\ 2) \qquad (2.20)$$

$$\xi_{li}=-j(s_i-p)/g\quad(i=1,\ 2) \qquad (2.21)$$

ここで，s_i（$i=1,\ 2$）はつぎの二次方程式の2根である．

$$s^2-(p+q)s+pq+gh=0 \qquad (2.22)$$

また，J_n および $H_n^{(2)}$ は，それぞれ Bessel 関数および第2種 Hankel 関数を表わし，A_{ln}，B_{ln}，C_{ln} および D_{ln} は未定定数である．第 l 層の電磁界の他の成分は式（2.11）から得られる．そこで，第 l 層に関する電磁界の n 次モードの z および φ 成分を行列を用いてまとめると，つぎのようになる

$$F_n(k_{l1}r,\ k_{l2}r)=G_{ln}(k_{l1}r,\ k_{l2}r)K_{ln} \qquad (2.23)$$

ただし，

$$F_n = \begin{bmatrix} E_{zn} \\ E_{\varphi n} \\ H_{zn} \\ H_{\varphi n} \end{bmatrix} \quad ; \quad K_{ln} = \begin{bmatrix} A_{ln} \\ C_{ln} \\ B_{ln} \\ D_{ln} \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

また，G_{ln} は 4 行 4 列の行列であり，その要素 $g_{\mu\nu}^{(l)}$ は次式で与えられる．

$$g_{11}^{(l)} = k_{l1}^2 J_n(k_{l1} r) f_n \tag{2.25a}$$

$$g_{21}^{(l)} = k_{l1}^2 (a_l + b_l \xi_{l1})(-jn/r) J_n(k_{l1} r) f_n$$

$$+ k_{l1}^3 (c_l + d_l \xi_{l1}) J_n'(k_{l1} r) f_n \tag{2.25b}$$

$$g_{31}^{(l)} = k_{l1}^2 \xi_{l1} J_n(k_{l1} r) f_n \tag{2.25c}$$

$$g_{41}^{(l)} = k_{l1}^2 (b_l' + a_l' \xi_{l1})(-jn/r) J_n(k_{l1} r) f_n$$

$$+ k_{l1}^3 (d_l' + c_l' \xi_{l1}) J_n'(k_{l1} r) f_n \tag{2.25d}$$

ただし，

$$a_l = j k_0 (K_1 m_z - K_2 N_{xx}) / K_3 \tag{2.26a}$$

$$b_l = \omega \mu_0 (K_2 R_{xx} - K_1 R_{xy}) / K_3 \tag{2.26b}$$

$$c_l = k_0 (K_2 m_z - K_1 N_{xx}) / K_3 \tag{2.26c}$$

$$d_l = -j \omega \mu_0 (K_1 R_{xx} - K_2 R_{xy}) / K_3 \tag{2.26d}$$

$$a_l' = a_l \tag{2.26e}$$

$$b_l' = \omega \varepsilon_0 (K_1 L_{xy} - K_2 L_{xx}) / K_3 \tag{2.26f}$$

$$c_l' = c_l \tag{2.26g}$$

$$d_l' = j \omega \varepsilon_0 (K_1 L_{xx} - K_2 L_{xy}) / K_3 \tag{2.26h}$$

式（2.25）ではG_{ln}の第1列の要素のみを示したが，他の列の要素はつぎのようにして求めることができる．すなわち，第3列の要素は，第1列の要素においてk_{l1}およびξ_{l1}をk_{l2}およびξ_{l2}によって置き換えることにより得られ，第2列および第4列の要素は，それぞれ，第1列および第3列の要素においてJ_nおよびJ_n'を$H_n^{(2)}$および$H_n^{(2)\prime}$によって置き換えることにより得られる．なお，以下では簡単のために，$F_n(k_{l1}r, k_{l2}r)$および$G_{ln}(k_{l1}r, k_{l2}r)$を$F_n(k_l r)$，$G_{ln}(k_l r)$と書くことにする．

式（2.23）から

$$G_{ln}^{-1}(k_l r)F_n(k_l r)=K_{ln} \tag{2.27}$$

なる関係が得られるが，K_{ln}は第l層内では一定値をとるから，層の両端，すなわち$r=r_l$および$r=r_{l+1}$においても同じ値をもつ．したがって次式が成立する．

$$G_{ln}^{-1}(k_l r_l)F_n(k_l r_l)=G_{ln}^{-1}(k_l r_{l+1})F_n(k_l r_{l+1}) \tag{2.28}$$

あるいは，

$$F_n(k_l r_l)=M_{ln}(k_l r_l, k_l r_{l+1})F_n(k_l r_{l+1}) \tag{2.29}$$

ただし，

$$M_{ln}=G_{ln}(k_l r_l)G_{ln}^{-1}(k_l r_{l+1}) \tag{2.30}$$

式（2.29）は第l層の両端における電磁界の接線成分の間の関係を表わす．

さて，F_nは境界条件[78]により，各層の境界面上で連続，すなわち，

$$F_n(k_\nu r_{\nu+1})=F_n(k_{\nu+1}r_{\nu+1}) \quad (\nu=1, 2, \cdots L-1) \tag{2.31}$$

でなければならないこと，および式（2.29）の関係を繰り返し用いることにより，次式が得られる．

$$F_n(k_l r_l)=M_n(k_l r_l, k_{L-1}r_L)F_n(k_L r_L) \tag{2.32}$$

ここで，

$$M_n(k_l r_l, k_{L-1} r_L) = \prod_{\nu=l}^{L-1} M_{\nu n}(k_\nu r_\nu, k_\nu r_{\nu+1}) \tag{2.33}$$

一方，式（2.23）から $l=L$ に対して

$$F_n(k_L r_L) = G_{Ln}(k_L r_L) K_{Ln} \tag{2.34}$$

なる関係が得られる．ただし，プラズマ円柱の中心では電磁界は有界でなければならないことから，K_{Ln} はつぎのようになる．

$$K_{Ln} = \begin{bmatrix} A_{Ln} \\ 0 \\ B_{Ln} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.35}$$

式（2.32）および（2.34）から，$F_n(k_l r_l)$ は，結局つぎのように表わすことができる．

$$F_n(k_l r_l) = M_n(k_l r_l, k_{L-1} r_L) G_{Ln}(k_L r_L) K_{Ln} \tag{2.36}$$

式（2.36）から，第 l 層の外側の境界面上における電磁界の接線成分が，円柱の中心における電磁界の振幅 A_{Ln} および B_{Ln} によって表わされることがわかる．A_{Ln} および B_{Ln} はまだ未知の量であるが，これらは，後に，プラズマ円柱と周囲の媒質との境界面における境界条件から決定される．

2．4　散乱電磁界

つぎに，軸方向に運動している不均質な異方性プラズマ円柱に平面電磁波が入射した場合の散乱波について考察する．いま，入射波面の波動ベクトルが $x-z$ 平面内にあり，図2．1に示すように，x 軸と θ_i なる角度をなすものとすると，入射平面波は一般につぎのような円筒波の形に表わすことができる．

$$E_z^{(i)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{(i)} J_n(\lambda_1 r) \exp[j(\omega t - n\varphi - k_{iz} z)] \tag{2.37a}$$

$$H_z^{(i)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n^{(i)} J_n(\lambda_1 r) \exp[j(\omega t - n\varphi - k_{iz} z)] \tag{2.37b}$$

ただし，

$$\lambda_1 = k_i \cos\theta_i, \quad k_{iz} = k_i \sin\theta_i \tag{2.38a}$$

$$k_i = \omega\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \tag{2.38b}$$

$A_n^{(i)}$ および $B_n^{(i)}$ は入射波の振幅の大きさおよび偏波によって決まる定数であり，与えられた入射平面波を円筒波に展開することによって得られる．いま，入射波の電界ベクトルが y 軸と ψ_i なる角度をなすものとし，その大きさを E_{io} とすると $A_n^{(i)}$ および $B_n^{(i)}$ は次式で与えられる．

$$A_n^{(i)} = (-j)^n E_{io} \sin\psi_i \cos\theta_i \tag{2.39a}$$

$$B_n^{(i)} = (-j)^n (\sqrt{\varepsilon_1 / \mu_1}) E_{io} \cos\psi_i \cos\theta_i \tag{2.39b}$$

一方，散乱電磁界も同様につぎのように表わすことができる．

$$E_z^{(s)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{(s)} H_n^{(2)}(\lambda_s r) \exp[j(\omega t - n\varphi - k_{sz} z)] \tag{2.40a}$$

$$H_z^{(s)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n^{(s)} H_n^{(2)}(\lambda_s r) \exp[j(\omega t - n\varphi - k_{sz} z)] \tag{2.40b}$$

ここで，$A_n^{(s)}$ および $B_n^{(s)}$ は未定定数であり，後に境界条件から決定される．また k_{sz} は z 方向の伝搬定数でありつぎの関係を満たす．

$$\lambda_s = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_1 \mu_1 - k_{sz}^2} \tag{2.41}$$

式（2.37）および（2.40）では，入射波および散乱波の z 方向成分のみを示したが，他の成分は Maxwell の方程式から得られる．

式（2.40）および（2.36）に現われる未定定数 $A_n^{(s)}$, $B_n^{(s)}$, A_{Ln} および B_{Ln}

は，円柱表面で電界および磁界の接線成分が連続でなければならないという境界条件[78]，すなわち

$$F_n(k_1 a) = \begin{bmatrix} E_{zn}^{(i)} + E_{zn}^{(s)} \\ E_{\varphi n}^{(i)} + E_{\varphi n}^{(s)} \\ H_{zn}^{(i)} + H_{zn}^{(s)} \\ H_{\varphi n}^{(i)} + H_{\varphi n}^{(s)} \end{bmatrix} \quad (r = a) \tag{2.42}$$

から求められる．式(2.42)が成立するためには，まず，z方向の伝搬定数はすべて等しくなければならない．すなわち

$$k_{sz} = k_z = k_{iz} \tag{2.43}$$

式(2.43)から$\lambda_s = \lambda_1$なる関係が得られる．また，式(2.7)および(2.43)から，プラズマの静止系での入射波の周波数ω'はつぎのようになる．

$$\omega' = \gamma\,(1 - n_1 \beta \sin\theta_i)\,\omega \tag{2.44}$$

ただし，

$$n_1 = \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1 / \varepsilon_0 \mu_0} \tag{2.45}$$

つぎに，式(2.36)，(2.37)および(2.40)を式(2.42)に代入することによって，$A_n^{(s)}$，$B_n^{(s)}$，A_{Ln}およびB_{Ln}は次式で与えられることがわかる．

$$\begin{bmatrix} A_n^{(s)} \\ B_n^{(s)} \\ A_{Ln} \\ B_{Ln} \end{bmatrix} = [W_n] \begin{bmatrix} -A_n^{(i)} J_n(\lambda_1 a) \\ A_n^{(i)}(k_{iz} n / \lambda_1^2 a) J_n(\lambda_1 a) - B_n^{(i)}(j\omega\mu_1/\lambda_1) J_n'(\lambda_1 a) \\ -B_n^{(i)} J_n(\lambda_1 a) \\ A_n^{(i)}(j\omega\varepsilon_1/\lambda_1) J_n'(\lambda_1 a) + B_n^{(i)}(k_{iz} n / \lambda_1^2 a) J_n(\lambda_1 a) \end{bmatrix} \tag{2.46}$$

ただし，

$$
[W_n]^{-1}=\begin{bmatrix} H_n^{(2)}(\lambda_1 a) & 0 & U_1 & V_1 \\ -(k_{iz}n/\lambda_1^2 a)H_n^{(2)}(\lambda_1 a) & (j\omega\mu_1/\lambda_1)H_n^{(2)\prime}(\lambda_1 a) & U_2 & V_2 \\ 0 & H_n^{(2)}(\lambda_1 a) & U_3 & V_3 \\ -(j\omega\varepsilon_1/\lambda_1)H_n^{(2)\prime}(\lambda_1 a) & -(k_{iz}n/\lambda_1^2 a)H_n^{(2)}(\lambda_1 a) & U_4 & V_4 \end{bmatrix} \tag{2.47}
$$

$$
U_\mu=-\sum_{i=1}^{4} m_{\mu i}\, g_{i1}^{(L)}(k_L r_L) \tag{2.48a}
$$

$$
V_\mu=-\sum_{i=1}^{4} m_{\mu i}\, g_{i3}^{(L)}(k_L r_L)\ (\mu=1,\ 2,\ 3,\ 4) \tag{2.48b}
$$

ただし，m_{ij} は $M_n(k_1 a,\ k_{L-1} r_L)$ の要素を表わす．

ここで，特別の場合として均質なプラズマ円柱の場合を考えると，この場合には，式（2.23）から式（2.48）の U_μ および V_μ として $U_\mu=g_{\mu 1}^{(1)}(k_1 a)$ および $V_\mu=g_{\mu 3}^{(1)}(k_1 a)$ を用いればよいことがわかる．

2．5　後方散乱断面積および散乱パターン

軸方向に運動している不均質プラズマ円柱の単位長あたりの後方散乱断面積，および円柱の軸に垂直な面内における散乱パターンは，均質プラズマ円柱の場合と同様に考えることができる．

まず，後方散乱断面積 C_B は，円柱が入射波源の方へ散乱されて戻ってくる電力をあらゆる方向に一様に再放射しているとみなした時の散乱電力と，円柱に垂直な入射電力の成分との比によって定義される．すなわち，

$$
C_B=\frac{2\pi r\left[\frac{1}{2}R_e\left\{\mathbf{E}^{(s)}\times\mathbf{H}^{(s)*}\right\}\cdot\mathbf{i}_r\right]_{\varphi=\pi}}{\left[\frac{1}{2}R_e\left\{\mathbf{E}^{(i)}\times\mathbf{H}^{(i)*}\right\}\cdot\mathbf{i}_x\right]} \tag{2.49}
$$

一方，散乱パターン $C(\varphi)$ は次式で定義される．

$$
C(\varphi)=\frac{r\left[\frac{1}{2}R_e\left\{\mathbf{E}^{(s)}\times\mathbf{H}^{(s)*}\right\}\cdot\mathbf{i}_r\right]}{\left[\frac{1}{2}R_e\left\{\mathbf{E}^{(i)}\times\mathbf{H}^{(i)*}\right\}\cdot\mathbf{i}_x\right]} \tag{2.50}
$$

式（2.49）および（2.50）に式（2.40）を代入して，C_B および $C(\varphi)$ を散乱波の振幅 $A_n^{(s)}$ および $B_n^{(s)}$ で表わすとつぎのようになる．

$$C_B = \frac{4}{E_{i0}^2 \lambda_1 \cos^2\theta_i} \left[\left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-j)^n A_n^{(s)} \right|^2 + \eta_1^2 \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-j)^n B_n^{(s)} \right|^2 \right] \tag{2.51}$$

$$C(\varphi) = \frac{2}{\pi E_{i0}^2 \lambda_1 \cos^2\theta_i} \left[\left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{(s)} e^{-jn(\varphi-\frac{\pi}{2})} \right|^2 + \eta_1^2 \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n^{(s)} e^{-jn(\varphi-\frac{\pi}{2})} \right|^2 \right] \tag{2.52}$$

ただし，

$$\eta_1 = \sqrt{\mu_1 / \varepsilon_1} \tag{2.53}$$

C_B は入射波源の方向，すなわち $\varphi = \pi$ の方向に散乱される電力の大きさを与え，$C(\varphi)$ は円柱の軸に垂直な平面内における散乱電力の分布を与える．

2．6 検　　討

ここで，軸方向に運動している異方性プラズマ円柱の散乱特性を，数値例を上げて定量的に検討する．簡単のために，プラズマの周囲が真空の場合を考える．電子密度の分布としては，円柱状プラズマの場合には，近似的ではあるが，半径方向に直線的あるいは半径の2乗に比例して減少する分布が実験的に知られている．[52] ここでは，2乗分布の場合について検討する．この場合，半径 r の位置における電子密度 N はつぎのように表わされる．

$$N = N_0 \left[1 - \alpha \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] \tag{2.54}$$

ただし，N_0 は円柱の中心軸上における電子密度，α は不均質の程度を表わすパラメータである．数値計算を行なう場合には，第 l 層の電子密度として

$$N_l = N_0 \left[1 - \alpha \left(\frac{r_l + r_{l+1}}{2a} \right)^2 \right] \tag{2.55}$$

を用いる．このとき，第 l 層のプラズマ周波数 ω_{pl} は次式で与えられる．

$$\omega_{pl}^2 = \omega_{po}^2 \left[1 - \alpha \left(\frac{r_l + r_{l+1}}{2a} \right)^2 \right] \tag{2.56}$$

ただし，ω_{po} は円柱の中心軸上でのプラズマ周波数であり，プラズマの速度に依存しない不変量である．

数値計算に先立って，まず検討しなければならない問題は，種々のパラメータが与えられたときに，分割数 L をいくらにすれば所望の精度が得られるかという問題である．パラメータのうちでも，特に $k_0 a$ と α の値が精度に大きく影響する．一例として，$k_0 a = \pi / 100$ とし，$\alpha = 0.6$ および 0.9 の場合について，プラズマ円柱を L 等分し，L を変えたときの後方散乱断面積の変化の様子を表２．１に示す．表２．１の計算では，各 L について $|C_n - C_{n-1}| / |C_n| \leq 10^{-6}$ なる条件が満たされたときに計算を打ち切っている．ただし，C_n は C_B の $\pm n$ 項までの部分和である．表２．１からわかるように，$k_0 a = \pi / 100$ の場合には，$L = 30$ とすると，誤差は 0.1 % 以内に

表２．１　分割数を変えたときの後方散乱断面積の変化

$\frac{\omega}{\omega_{po}} = \sqrt{2}$, $\frac{\omega_c}{\omega_{po}} = 0.6$, $k_0 a = \pi / 100$, $\theta_i = 0$, $\beta = 0.3$

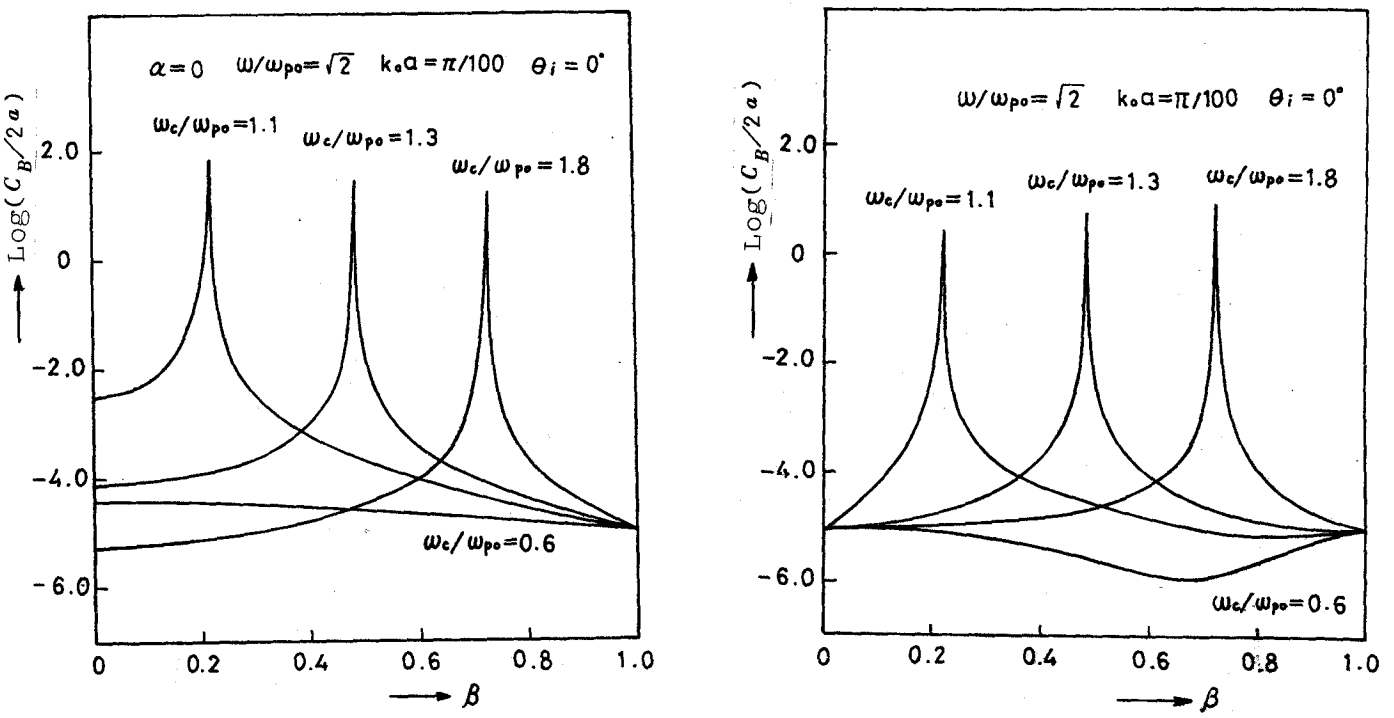
分割数	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.9$
3	$0.31488654 \times 10^{-5}$	$0.20321724 \times 10^{-5}$
5	0.30562050	0.19205595
7	0.30309099	0.18903463
10	0.30175130	0.18743902
30	0.30060942	0.18608152
50	0.30051816	0.18597312
70	0.30049301	0.18594326
100	0.30047964	0.18592739
300	0.30046817	0.18591379
400	0.30046752	0.18591303

おさえられる．そこで以下では，$k_0 a=\pi/100$，$L=30$として，不均質プラズマ円柱の散乱特性を数値的に検討する．

まず，均質プラズマ円柱の後方散乱断面積について調べよう．図２．３は，種々のω_c/ω_{po}の値に対する後方散乱断面積とプラズマの速度との関係を示す．図２．３には，共振散乱が現われるが，この現象は，静止しているプラズマ円柱による散乱[45]や，運動している微小プラズマだ円体による散乱[79]に現われる双極子共振に対応しており，図２．３の場合には$1.0<\omega_c/\omega_{po}<10$の領域で現われることが数値計算からわかる．図２．４は入射角θ_iを変えたときの，後方散乱断面積とプラズマの速度との関係を示す．図からθ_iが０から増加するにしたがって，後方散乱断面積は全体としてβの大きい方へ移動することがわかる．また，このことはω_c/ω_{po}のすべての値についていえる．

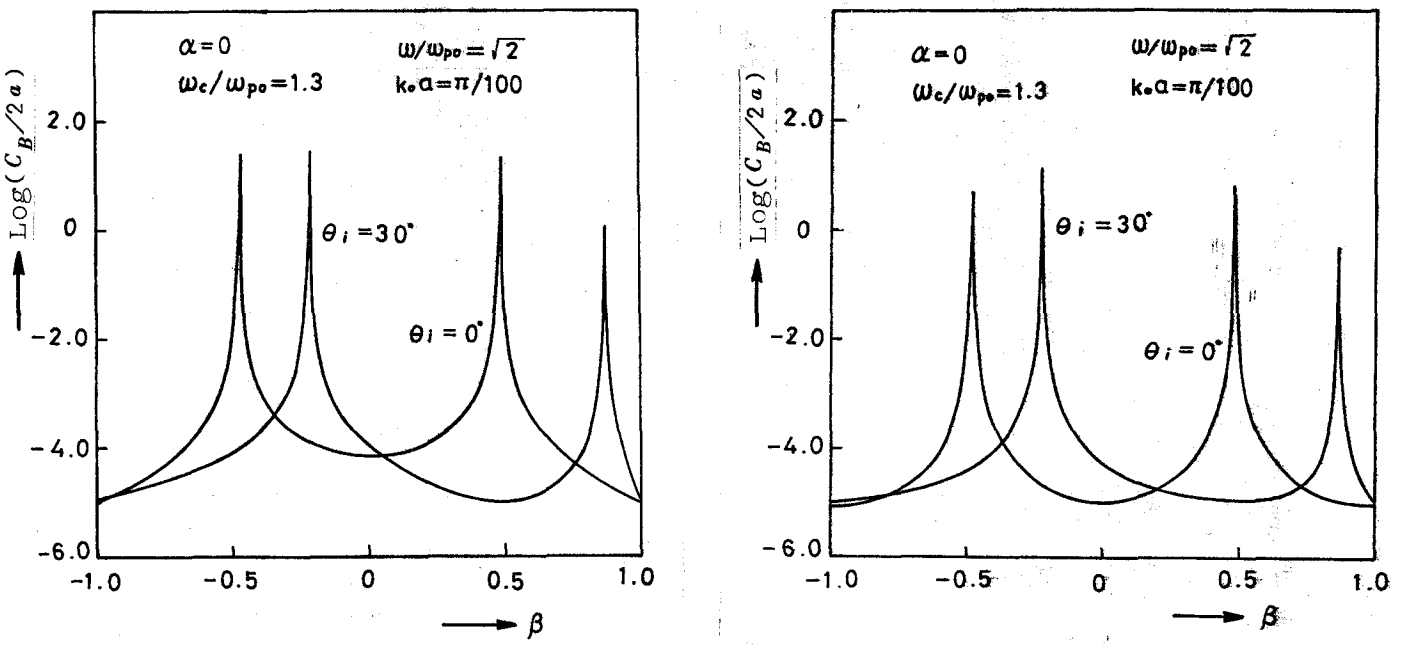
つぎに，不均質プラズマ円柱の後方散乱断面積とプラズマの速度との関係を，図２．５と図２．６に示す．図２．５は共振散乱の存在しない場合で，後方散乱断面積はすべてのβについて，αが増加するにつれて一様に減少する．一方，図２．６は共振散乱の存在する場合で，この場合には，αが増加すると，後方散乱断面積はβの小さいほうにずれる．また，図２．５および図２．６には，参考のために各αに対して，電子密度が式（2.54）の平均値で与えられる均質プラズマからなる円柱の後方散乱断面積を破線で示してある．

つぎに，散乱パターンについて調べる．図２．７は，均質なプラズマ円柱について，$\omega_c/\omega_{po}=0.6$のときの散乱パターンを種々のβについて示したものである．また，図２．８は同じω_c/ω_{po}について，βを固定してαを変えたときの散乱パターンである．図２．８から，共振散乱のない場合の散乱パターンは，αが増すにしたがって，形を不変に保ちながら一様に小さくなることがわかる．つぎに，共振散乱の存在する場合の散乱パターンを図２．９に示す．ただし，プラズマは均質であり，$\omega_c/\omega_{po}=1.6$として共振点の両側のβについて示してある．この場合，パターンは，共振点を境にその形が変わり，共振点では等方性になる．不均質の影響は，図２．６からもわかるように，共振点を移動させるだけであって，不均質プラズマ円柱の共振点



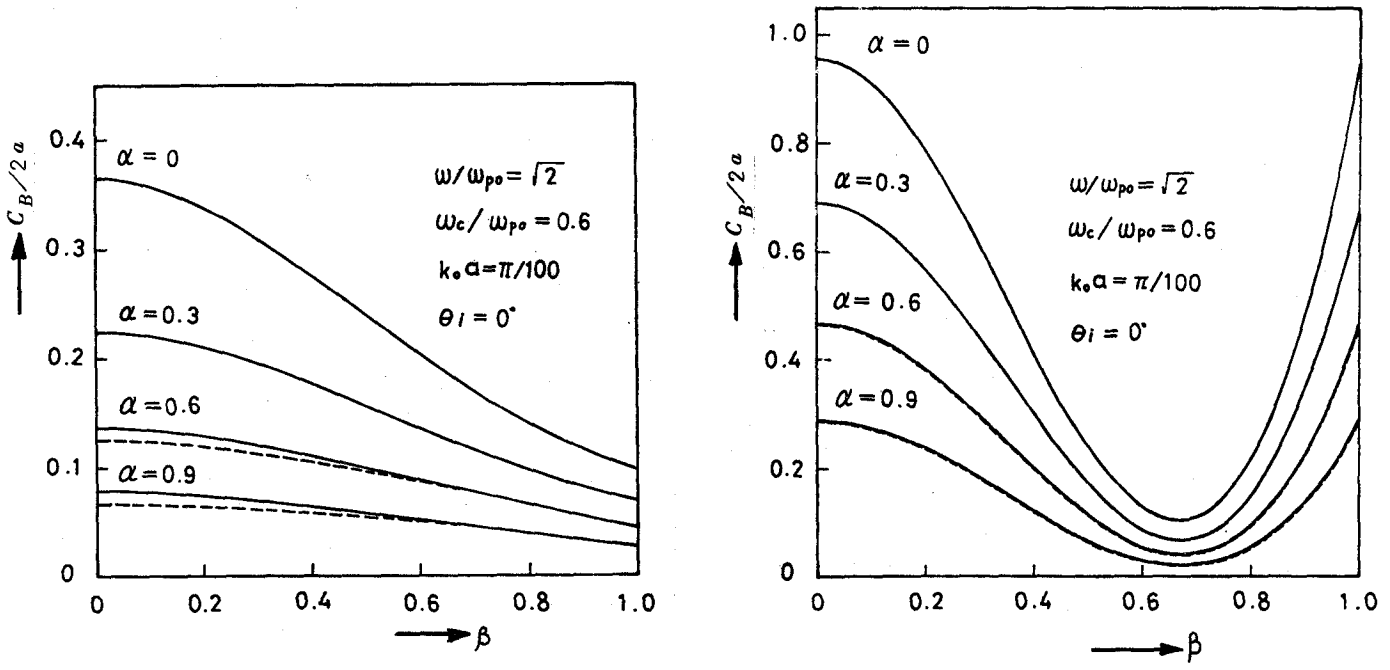
(a) H 波入射　　(b) E 波入射

図２．３　ω_c / ω_{po} の種々の値に対する後方散乱断面積とプラズマの速度との関係（均質プラズマ）



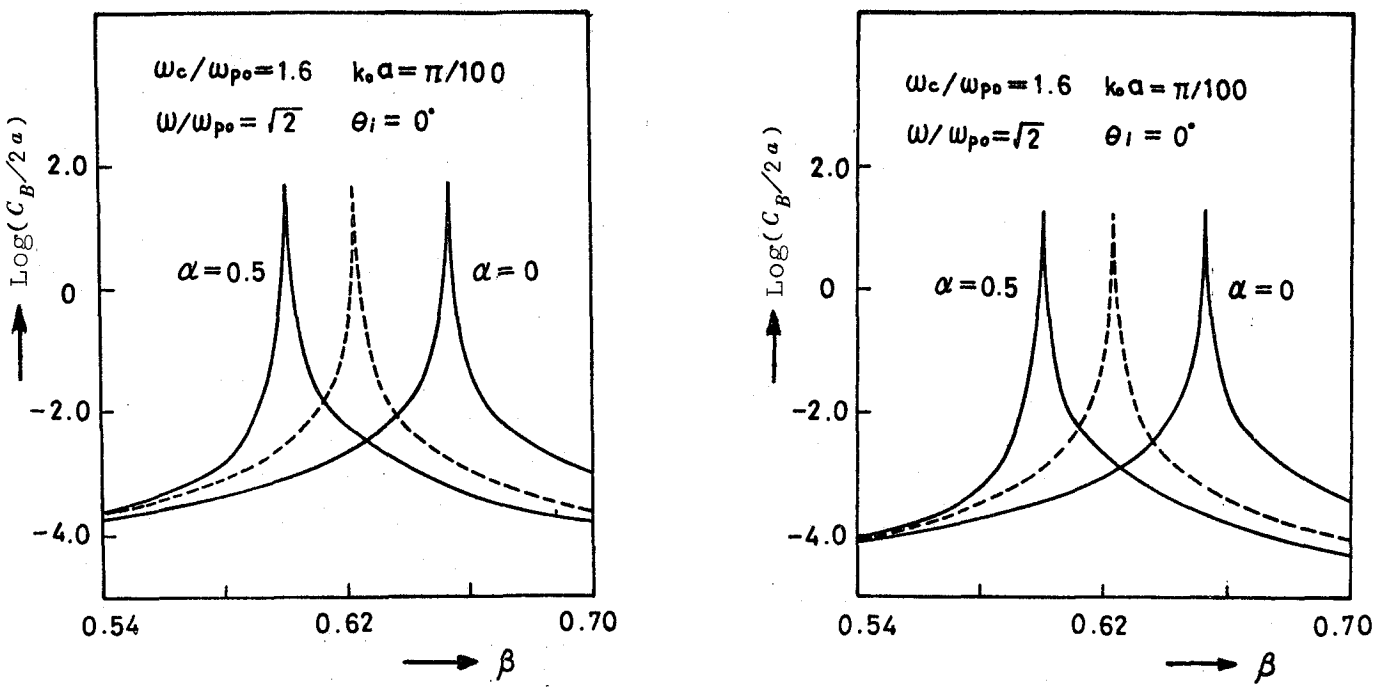
(a) H 波入射　　(b) E 波入射

図２．４　θ_i の種々の値に対する後方散乱断面積とプラズマの速度との関係（均質プラズマ円柱）



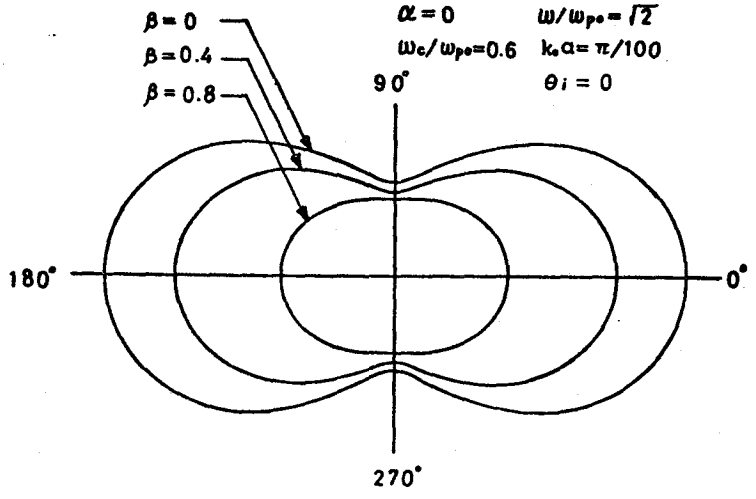
(a) H 波入射　　(b) E 波入射

図２．５　α の種々の値に対する後方散乱断面積とプラズマの速度との関係（$\omega_c/\omega_{po}=0.6$）

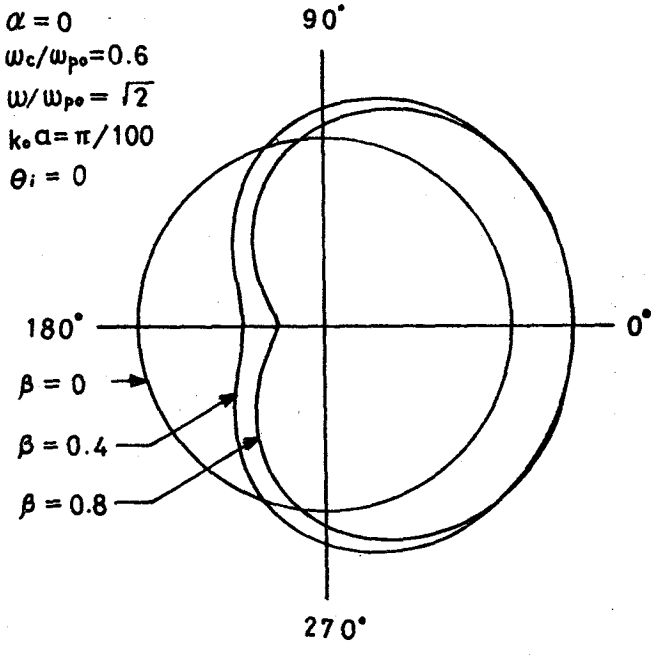


(a) H 波入射　　(b) E 波入射

図２．６　α の種々の値に対する後方散乱断面積とプラズマの速度との関係（$\omega_c / \omega_{po} = 1.6$）

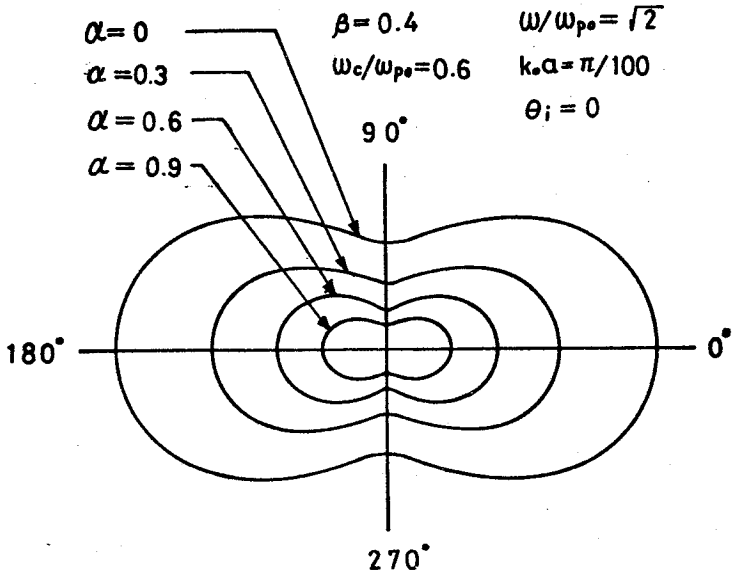


(a)　H 波入射

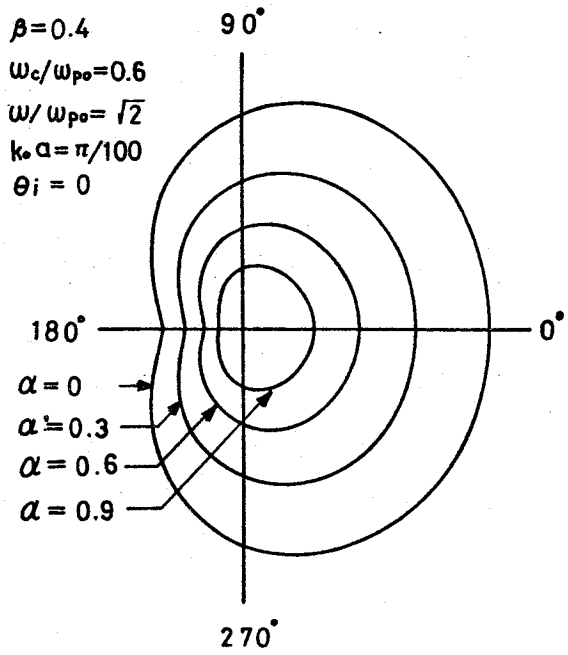


(b)　E 波入射

図２．７　均質プラズマ円柱の散乱パターン（$\omega_c/\omega_{po}=0.6$）

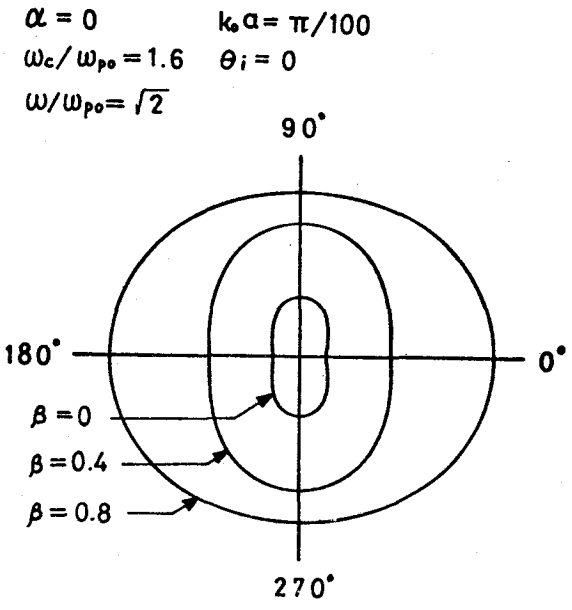


(a)　H 波入射

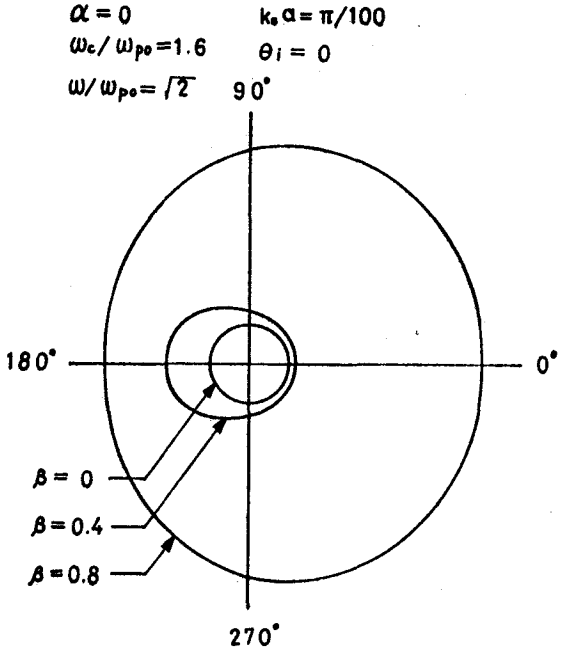


(b)　E 波入射

図２．８　不均質プラズマ円柱の散乱パターン（$\omega_c/\omega_{po}=0.6$）



(a)　H 波入射



(b)　E 波入射

図２．９　均質プラズマ円柱の散乱パターン（$\omega_c/\omega_{po}=1.6$）

の両側における散乱パターンは，均質プラズマ円柱の散乱パターンに類似したものになる．

2．7 結　　言

本章では，軸方向に運動している，半径方向に不均質な異方性プラズマ円柱による斜入射平面電磁波の散乱について検討した．運動プラズマを記述する方法としては，プラズマを分散のある誘電体とみなす模型，すなわち分極電流模型を用いた．また，不均質プラズマに対する解析方法としては，プラズマ円柱を同軸円筒面によって多数の薄い層に分割し，各層内では媒質定数が近似的に一定であるとして，不均質なプラズマ円柱の問題を媒質定数がわずかずつ異なる多数の均質な層からなる円柱の問題に変換するという方法を用いた．具体例としては，電子密度の分布が2乗分布で与えられる場合について，後方散乱断面積ならびに散乱パターンとプラズマの速度および他の種種のパラメータとの関係を数値的に検討した．

本章で用いた運動不均質プラズマ円柱に対する解析方法は，そのまま運動不均質プラズマスラブの問題の解析に対しても適用できる．これを次章で行なう．

第3章　運動する不均質磁化プラズマスラブによる平面電磁波の反射と透過

3．1　序　　言

運動媒質による平面電磁波の反射と透過に関しては，これまでに数多くの報告がなされ，種々の興味ある結果が得られている．[58]～[67] 特に，媒質が不均質な場合についても最近いくつか報告され，これらの報告では，不均質媒質として誘電体，ならびに非磁化および無限大磁化プラズマが取り扱われている．[68]～[73] 本章では第2章で用いたのと同様の解析方法で，境界面および入射面に平行に運動する不均質磁化プラズマスラブによる射入射平面波の反射と透過の問題を解析する．具体例として電子密度の分布が2乗分布および直線分布で与えられる場合について電力反射係数の数値例を上げ，運動ならびに不均質の影響について調べる．なお，最近，Kong[71] ならびに風間[72] らも，著者らとは独立に，同様の解析を行なっているが，有限磁化の場合は扱っておらず，また，不均質媒質としての解析方法に対する精度については何も検討していない．

3．2　運動不均質プラズマ中における電磁界

相対論的な速度で運動している不均質磁化プラズマスラブによる平面電磁波の反射と透過について考察するために，図2．1のように座標系を定める．媒質ⅠおよびⅡは静止しており，プラズマスラブ（厚さ d ）は一定の速度 v で z 方向に運動しているものとする．媒質ⅠおよびⅡはともに誘電体とし，それらの誘電率を，それぞれ，ε_{I} および $\varepsilon_{\mathrm{II}}$，透磁率を μ_0 とする．また，プラズマには z 方向に一様な静磁界が印加されており，電子密度は x の関数であるとする．いま，媒質Ⅰからプラズマへ一様な平面波が入射角 θ_i で入射するものとし，入射面を $x-z$ 平面に選ぶ．

まず，準備として，運動している不均質プラズマ中における電磁界を求める．そのために，与えられた不均質プラズマを境界面に平行な平面によって L 個の薄い層に分割し，媒質Ⅰの側から順次番号（1～L）をつける．各層

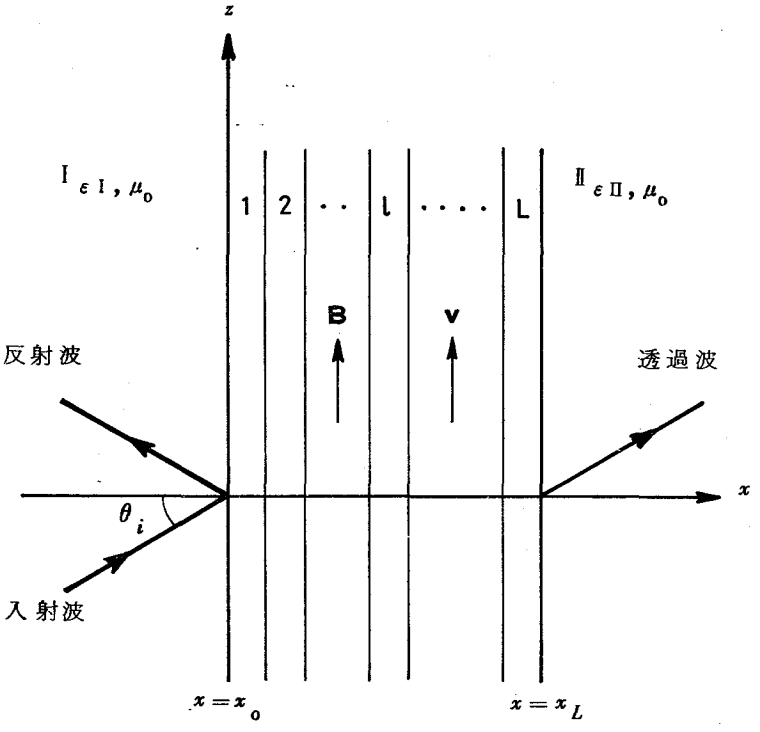


図３．１　プラズマスラブの分割

は近似的に均質であると仮定して，第 l 層の誘電率テンソルを $\hat{\varepsilon}_l$ とする．以下では第 l 層に関する量であることを明示する場合には添字 l をつけることにする．さて，各層はそれぞれ均質であると仮定しているので，各層内では均質な媒質に対する Maxwell-Minkowski の方程式が成立する．[51] いま，プラズマ内部の電磁界が時間的に $\exp(j\omega t)$ なる変化をするものとすると第 l 層の静止系での $\hat{\varepsilon}_l$ は次式で与えられる．

$$\hat{\varepsilon}_l = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & -j\varepsilon_{xy} & 0 \\ j\varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

$$\varepsilon_{xx} = 1 - X_l' / (1 - Y'^2) \tag{3.2a}$$

$$\varepsilon_{xy} = X_l' Y' / (1 - Y'^2) \tag{3.2b}$$

$$\varepsilon_{zz} = 1 - X_l' \tag{3.2c}$$

ただし，

$$X_l' = \omega_{pl}^2 / \omega'^2 \ , \qquad Y' = \omega_c / \omega' \tag{3.3}$$

$$\omega' = \gamma \ (1 - k_{pz} v) \tag{3.4}$$

$$\gamma = 1 / \sqrt{1 - \beta^2} \ , \qquad \beta = v / c \tag{3.5}$$

ω_c および ω_{pl} は，プラズマの静止系でのサイクロトロン周波数およびプラズマ周波数を表わす．また c は真空中の光速度であり，k_{pz} はプラズマ中での z 方向の伝搬定数を表わす．このとき，電界および磁界の z 方向成分 E_{lz} および H_{lz} は次の結合した波動方程式を満たす．

$$\nabla_t^2 E_{lz} + k_0^2 (p_l E_{lz} + j g_l H_{lz}) = 0 \tag{3.6a}$$

$$\nabla_t^2 H_{lz} + k_0^2 (q_l H_{lz} + j h_l E_{lz}) = 0 \tag{3.6b}$$

ただし，p_l, q_l, g_l および h_l は式（2.16）で与えられる定数である．式（3.6）の解は，x 方向の伝搬定数が $\pm k_{l1}$ および $\pm k_{l2}$ で与えられ 4 つの波の一次結合で表わされる．

$$\begin{aligned} E_{lz} = {} & A_l \ k_{l1}^2 \varphi_1^+ + B_l \ k_{l1}^2 \varphi_1^- \\ & + C_l \ k_{l2}^2 \varphi_2^+ + D_l \ k_{l2}^2 \varphi_2^- \end{aligned} \tag{3.7a}$$

$$\begin{aligned} H_{lz} = {} & A_l \ \xi_{l1} k_{l1}^2 \varphi_1^+ + B_l \ \xi_{l1} k_{l1}^2 \varphi_1^- \\ & + C_l \ \xi_{l2} k_{l2}^2 \varphi_2^+ + D_l \ \xi_{l2} k_{l2}^2 \varphi_2^- \end{aligned} \tag{3.7b}$$

ここで，

$$\varphi_i^{\pm} = \exp[-j(k_{pz}z \pm k_{li}x)] \qquad (i=1,2) \tag{3.8}$$

$$k_{li} = k_0\sqrt{s_{li}} \qquad (i=1,2) \tag{3.9}$$

$$\xi_{li} = -j(s_{li} - p_l)/g_l \qquad (i=1,2) \tag{3.10}$$

ただし，s_{li} $(i=1,2)$ はつぎの2次方程式

$$s^2 - (p_l + q_l)s + p_l q_l + g_l h_l = 0 \tag{3.11}$$

の2根を表わす．また A_l，B_l，C_l，および D_l は定数である．第 l 層内の電磁界の他の成分は，式(3.7)を式(2.11)に代入して求めることができる．そこで，第 l 層内の境界面に平行な面内における成分を行列を用いてまとめるとつぎのようになる．

$$F_l(k_{l1}x,\ k_{l2}x) = G_l(k_{l1}x,\ k_{l2}x)\,Q_l \tag{3.12}$$

ただし，

$$F_l(k_{l1}x,\ k_{l2}x) = \begin{bmatrix} E_{ly} \\ E_{lz} \\ H_{ly} \\ H_{lz} \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

$$Q_l = \begin{bmatrix} A_l \\ B_l \\ C_l \\ D_l \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

$$G_l(k_{l1}x,\ k_{l2}x) = \begin{bmatrix} \omega\mu_0 k_{l1}\xi_{l1}\varphi_1^+ & -\omega\mu_0 k_{l1}\xi_{l1}\varphi_1^- & \omega\mu_0 k_{l2}\xi_{l2}\varphi_2^+ & -\omega\mu_0 k_{l2}\xi_{l2}\varphi_2^- \\ k_{l1}^2\varphi_1^+ & k_{l1}^2\varphi_1^- & k_{l2}^2\varphi_2^+ & k_{l2}^2\varphi_2^- \\ -\omega\varepsilon_0\varepsilon_{zz}k_{l1}\varphi_1^+ & \omega\varepsilon_0\varepsilon_{zz}k_{l1}\varphi_1^- & -\omega\varepsilon_0\varepsilon_{zz}k_{l2}\varphi_2^+ & \omega\varepsilon_0\varepsilon_{zz}k_{l2}\varphi_2^- \\ k_{l1}^2\xi_{l1}\varphi_1^+ & k_{l1}^2\xi_{l1}\varphi_1^- & k_{l2}^2\xi_{l2}\varphi_2^+ & k_{l2}^2\xi_{l2}\varphi_2^- \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

なお，以下では簡単のために $F_l(k_{l1}x,\ k_{l2}x)$ および $G_l(k_{l1}x,\ k_{l2}x)$ を $F_l(k_l x)$ および $G_l(k_l x)$ と書くことにする．式（3.12）から

$$G_l^{-1}(k_l x)F_l(k_l x)=Q_l \tag{3.16}$$

なる関係が得られるが，Q_l は第 l 層内では一定の値をとるから層の両端すなわち $x=x_l$ および $x=x_{l-1}$ においても同じ値をもつ．したがって次式が成立する．

$$G_l^{-1}(k_l x_l)F_l(k_l x_l)=G_l^{-1}(k_l x_{l-1})F_l(k_l x_{l-1}) \tag{3.17}$$

あるいは，

$$F_l(k_l x_{l-1})=M_l(k_l x_{l-1},\ k_l x_l)F_l(k_l x_l) \tag{3.18}$$

ただし，

$$M_l(k_l x_{l-1},\ k_l x_l)=G_l(k_l x_{l-1})G_l^{-1}(k_l x_l) \tag{3.19}$$

式（3.18）は第 l 層の両端の電磁界の接線成分の間の関係を表わす．

さて，F_l は境界条件により，各層の境界面上で連続，すなわち，

$$F_\nu(k_\nu x_\nu)=F_{\nu+1}(k_{\nu+1}x_\nu)\quad(\nu=0,1,\cdots L) \tag{3.20}$$

でなければならないことおよび式（3.17）の関係をくり返し用いることにより，境界面 $x=x_{l-1}$ および $x=x_m$（$x_{l-1}<x_m$）における電界および磁界の接線成分の間にはつぎの関係が成り立つことがわかる．

$$F_l(k_l x_{l-1})=M(k_l x_{l-1},\ k_m x_m)F_m(k_m x_m) \tag{3.21}$$

ここで，

$$M(k_l x_{l-1},\ k_m x_m)=\prod_{\nu=l}^{m}M_\nu(k_\nu x_{\nu-1},\ k_\nu x_\nu) \tag{3.22}$$

特に，式（3.21）において，$l=1$　$m=L$ とおくと次式が得られる．

$$F_1(k_1 x_0) = M(k_1 x_0,\ k_L x_L) F_L(k_L x_L) \tag{3.23}$$

式(3.23)はスラブの両端における電界および磁界の接線成分の間の関係を表わしている.

3.3 反射波および透過波

反射波および透過波を求めるために,入射波をつぎのように仮定する.

$$E_{iy} = E_{io} \exp\left[-j(k_{Ix} x + k_{Iz} z)\right] \tag{3.24a}$$

$$H_{iy} = E_{io} \exp\left[-j(k_{Ix} x + k_{Iz} z)\right] \tag{3.24b}$$

ただし,

$$k_{Ix} = k_I \cos\theta_i \quad , \quad k_{Iz} = k_I \sin\theta_i \tag{3.25a}$$

$$k_I = \omega\sqrt{\varepsilon_I \mu_0} \tag{3.25b}$$

E_{io} および H_{io} は一定の振幅を表わす.

また,反射波はつぎのように表わすことができる.

$$E_{ry} = E_{ro} \exp\left[-j(-k_{Ix} x + k_{Iz} z)\right] \tag{3.26a}$$

$$H_{ry} = H_{ro} \exp\left[-j(-k_{Ix} x + k_{Iz} z)\right] \tag{3.26b}$$

さらに,透過波も同様につぎのように表わすことができる.

$$E_{ty} = E_{to} \exp\left[-j(k_{\Pi x} x + k_{\Pi z} z)\right] \tag{3.27a}$$

$$H_{ty} = H_{to} \exp\left[-j(k_{\Pi x} x + k_{\Pi z} z)\right] \tag{3.27b}$$

ここで,$k_{\Pi x}$ および $k_{\Pi z}$ は透過波の x 方向および z 方向の伝搬定数を表わし,これらはつぎの関係を満足する.

$$k_{\Pi z} = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_\Pi \mu_0 - k_{\Pi x}^2} \tag{3.28}$$

式(3.26)における E_{ro}, H_{ro}, および式(3.27)における E_{to}, H_{to} は未

定定数であり，後に境界条件から決定される．また，式(3.24)，(3.26)および(3.27)では電磁界の z 方向成分のみを示したが，他の成分はMax-wellの方程式から得られる．

境界条件を適用するために，式(3.24)，(3.26)および(3.27)を用いて，媒質Iおよび媒質IIにおける電磁界の y 方向成分および z 方向成分を式(3.12)の形にまとめるとつぎのようになる．

$$F_{\mathrm{I}}(k_{\mathrm{I}x}x)=\begin{bmatrix} E_{io}e^{-jk_{\mathrm{I}x}x}+E_{ro}e^{jk_{\mathrm{I}x}x} \\ -\dfrac{k_{\mathrm{I}x}}{\omega\varepsilon_{\mathrm{I}}}H_{io}e^{-jk_{\mathrm{I}x}x}+\dfrac{k_{\mathrm{I}x}}{\omega\varepsilon_{\mathrm{I}}}H_{ro}e^{jk_{\mathrm{I}x}x} \\ H_{io}e^{-jk_{\mathrm{I}x}x}+H_{ro}e^{jk_{\mathrm{I}x}x} \\ \dfrac{k_{\mathrm{I}x}}{\omega\mu_0}E_{io}e^{-jk_{\mathrm{I}x}x}-\dfrac{k_{\mathrm{I}x}}{\omega\mu_0}E_{ro}e^{jk_{\mathrm{I}x}x} \end{bmatrix}e^{-jk_{\mathrm{I}z}z} \tag{3.29}$$

$$F_{\mathrm{II}}(k_{\mathrm{II}x}x)=\begin{bmatrix} E_{to}e^{-jk_{\mathrm{II}x}x} \\ -\dfrac{k_{\mathrm{II}x}}{\omega\varepsilon_{\mathrm{II}}}H_{to}e^{-jk_{\mathrm{II}x}x} \\ H_{to}e^{-jk_{\mathrm{II}x}x} \\ \dfrac{k_{\mathrm{II}x}}{\omega\mu_0}E_{to}e^{-jk_{\mathrm{II}x}x} \end{bmatrix}e^{-jk_{\mathrm{II}z}z} \tag{3.30}$$

さて，式(3.29)および(3.30)における未定定数 E_{ro}，H_{ro} および E_{to}，H_{to} は先にも述べたように境界面 $x=x_0$ および $x=x_L$ において電界および磁界の接線成分が連続でなければならないという境界条件，すなわち，

$$F_{\mathrm{I}}(k_{\mathrm{I}x}x_0)=F_{\mathrm{I}}(k_{\mathrm{I}}x_0) \tag{3.31a}$$

$$F_{\mathrm{II}}(k_{\mathrm{II}x}x_L)=F_L(k_Lx_L) \tag{3.31b}$$

から決定される．式(3.31)が成立するためには z 方向の伝搬定数はすべて

等しくなければならない．すなわち，

$$k_{\mathrm{I}z} = k_{\mathrm{II}z} = k_{pz} \tag{3.32}$$

また，式（3.23）および（3.31）から次式を得る．

$$F_{\mathrm{I}}(k_{\mathrm{I}x}x_0) = M(k_{\mathrm{I}x}x_0,\ k_L x_L)\,F_{\mathrm{II}}(k_{\mathrm{II}x}x_L) \tag{3.33}$$

式（3.33）は4個の未知数E_{ro}，H_{ro}，E_{to}およびH_{to}に関する4元連立1次方程式を表わしており，その解は容易に求まる．

$$\begin{bmatrix} E_{ro} \\ H_{ro} \\ E_{to} \\ H_{to} \end{bmatrix} = [W] \begin{bmatrix} E_{io} \\ -\dfrac{k_{\mathrm{I}x}}{\omega\varepsilon_{\mathrm{I}}} H_{io} \\ H_{io} \\ \dfrac{k_{\mathrm{I}x}}{\omega\mu_0} E_{io} \end{bmatrix} \tag{3.34}$$

ここで，

$$[W]^{-1} = \begin{bmatrix} -e^{j2k_{\mathrm{I}x}x_0} & 0 & U_1 & V_1 \\ 0 & -\dfrac{k_{\mathrm{I}x}}{\omega\varepsilon_{\mathrm{I}}} e^{j2k_{\mathrm{I}x}x_0} & U_2 & V_2 \\ 0 & -e^{j2k_{\mathrm{I}x}x_0} & U_3 & V_3 \\ \dfrac{k_{\mathrm{I}x}}{\omega\mu_0} e^{j2k_{\mathrm{I}x}x_0} & 0 & U_4 & V_4 \end{bmatrix} \tag{3.35}$$

ただし，

$$U_\mu = \left(m_{\mu 1} + m_{\mu 4}\frac{k_{\mathrm{II}x}}{\omega\mu_0}\right) e^{-j(k_{\mathrm{II}x}x_L - k_{\mathrm{I}x}x_0)} \quad (\mu = 1,\ 2,\ 3,\ 4) \tag{3.36a}$$

$$V_\mu = \left(m_{\mu 3} - m_{\mu 2}\frac{k_{\mathrm{II}x}}{\omega\varepsilon_{\mathrm{II}}}\right) e^{-j(k_{\mathrm{II}x}x_L - k_{\mathrm{I}x}x_0)} \quad (\mu = 1,\ 2,\ 3,\ 4) \tag{3.36b}$$

また，m_{ij}は$M(k_1x_0,\ k_L x_L)$の要素を表わす．なお，プラズマスラブ内部の電磁界は，式（3.21）において$m = L$とおき，上に求めたE_{to}およびH_{to}

を用いることによって得られる．

3．4 検　　討

ここで，不均質プラズマの一例として，電子密度が2乗分布および直線分布で与えられる場合を考え，その反射特性を数値的に検討する．ただし，電力反射係数は次式で与えられる．

$$R=\left[\,|E_{ro}|^2+(\mu_0/\varepsilon_1)\,|H_{ro}|^2\right]/\left[\,|E_{io}|^2+(\mu_0/\varepsilon_1)\,|H_{io}|^2\right] \tag{3.37}$$

また，電子密度分布Nは，2乗分布の場合には

$$N=N_0\left[1-\alpha\left(\frac{2x}{d}-1\right)^2\right]/\left(1-\frac{\alpha}{3}\right)\quad(0\leqq x\leqq d) \tag{3.38}$$

で与えられ，直線分布の場合には

$$N=N_0\left[1+\alpha\left(\frac{2x}{d}-1\right)\right]\quad(0\leqq x\leqq d) \tag{3.39}$$

で与えられる．式(3.38)，(3.39)において，αは不均質の度合を表わすパラメータであり，N_0はプラズマスラブ全体にわたる電子密度の平均値である．したがって二種類のスラブの単位長当りに含まれる電子数はαの値にかかわらずN_0に等しい．電子密度の分布が式(3.38)および(3.39)で与えられるとき，不均質プラズマスラブのプラズマ周波数はつぎのようになる．

$$\omega_p^2(x)=\omega_{po}^2 f(x) \tag{3.40}$$

ただし，

$$\omega_{po}^2=N_0 e^2/\gamma m_0 \varepsilon_0 \tag{3.41a}$$

$$f(x)=N/N_0 \tag{3.41b}$$

ここで，m_0および$-e$は，それぞれ，電子の静止質量および電荷を表わす．なお，数値計算では，ω_{pl}として$\omega_p(x_l)$を用いることにする．

さて，以下ではω/ω_{po}，ω_c/ω_{po}の値を固定して，スラブの反射特性が，プラズマの速度β，プラズマの不均質さα，およびプラズマスラブの厚さd/λ（λは入射波の波長）等によってどのように変化するかを調べる．ただし，簡単のために，媒質Ⅰ，Ⅱはともに真空とする．ここで，計算に先立ってα，β等の種々のパラメータが与えられたとき，スラブの分割数をいくらにすれば期待する精度が得られるかという問題を検討する．一例として，$d/\lambda=0.5$の場合について，分割数Lを増していったときの反射係数の収束の状態を表３．１に示す．表からわかるように，直線分布に対する相対誤差は２乗分布に対するものより１桁大きいが，たとえば$\alpha=0.4$に対して$L=200$であれば相対誤差は１％以下におさまる．ここでは簡単のために$L=$

表３．１　分割数を変えたときの電力反射係数の変化

(a)　直線分布

$\frac{\omega}{\omega_{po}}=\sqrt{2}$，$\frac{\omega_c}{\omega_{po}}=0.6$，$\frac{d}{\lambda}=0.5$，$\theta_i=0$，$\beta=0.4$

L	$\alpha=0.2$	$\alpha=0.4$
50	0.428455×10^{-1}	0.514341×10^{-1}
100	0.424429	0.506126
200	0.422425	0.502054
300	0.421759	0.500702
400	0.421426	0.500027
500	0.421227	0.499622
600	0.421094	0.499352
700	0.420999	0.499160
800	0.420927	0.499015
900	0.420872	0.498903
1000	0.420828	0.498817

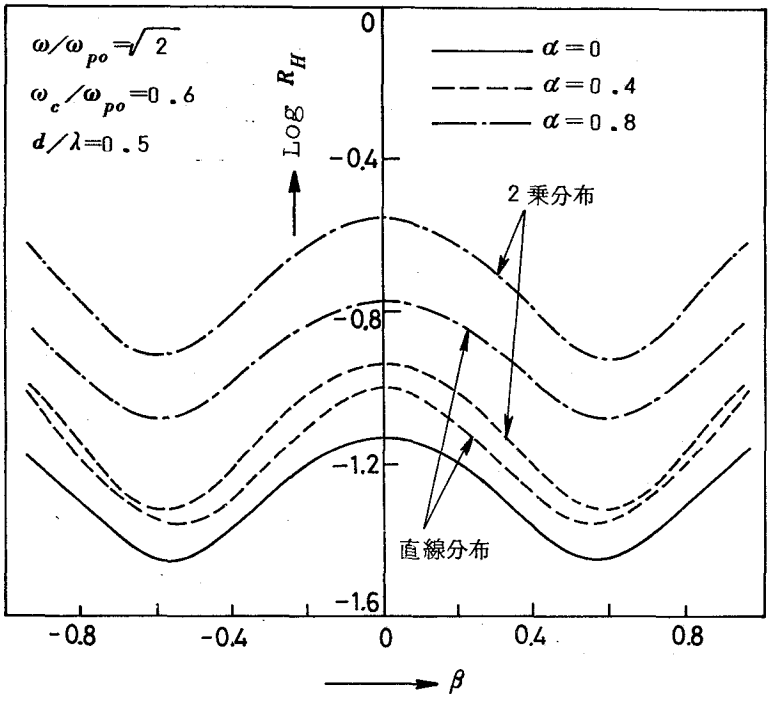
(b)　2乗分布

$\frac{\omega}{\omega_{po}}=\sqrt{2}$, $\frac{\omega_c}{\omega_{po}}=0.6$, $\frac{d}{\lambda}=0.5$, $\theta_i=0$, $\beta=0.4$		
L	$\alpha=0.2$	$\alpha=0.4$
50	0.503448×10^{-1}	0.610063×10^{-1}
100	0.502938	0.609210
200	0.502643	0.608717
300	0.502538	0.608543
400	0.502485	0.608454
500	0.502452	0.608400
600	0.502431	0.608363
700	0.502415	0.608337
800	0.502403	0.608318
900	0.502394	0.608303
1000	0.502387	0.608290

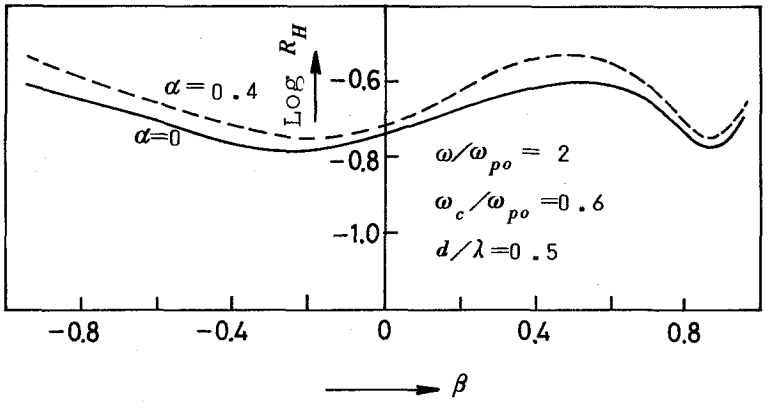
200として数値計算を行なう．

まず，電力反射係数とプラズマの速度との関係をαの種々の値について示すと図3．2のようになる．図3．2(a)は入射波がH波（$E_{io}=0$）で垂直入射の場合を示しており，図3．2(b)は入射波がH波で入射角が30°の場合の一例である．ただし，図3．2(a)で$\alpha=0.8$に対しては$L=400$で計算されている．図からわかるように，αが大きくなるにつれ，2乗分布および直線分布いずれの場合にも反射係数は大きくなるが，その変化は一様であって曲線の形は変化しない．

つぎに，電力反射係数とプラズマスラブの厚さとの関係をαをパラメータにして示すと図3．3～図3．5のようになる．それぞれ，(a)は入射波がH波の場合を，(b)は入射波がE波の場合を示している．図3．3において2乗分布の場合に着目すると，均質（$\alpha=0$）の場合と同様に極小点では反射電力は零となり，その位置は均質の場合と異なり，αが大きくなるにしたがって



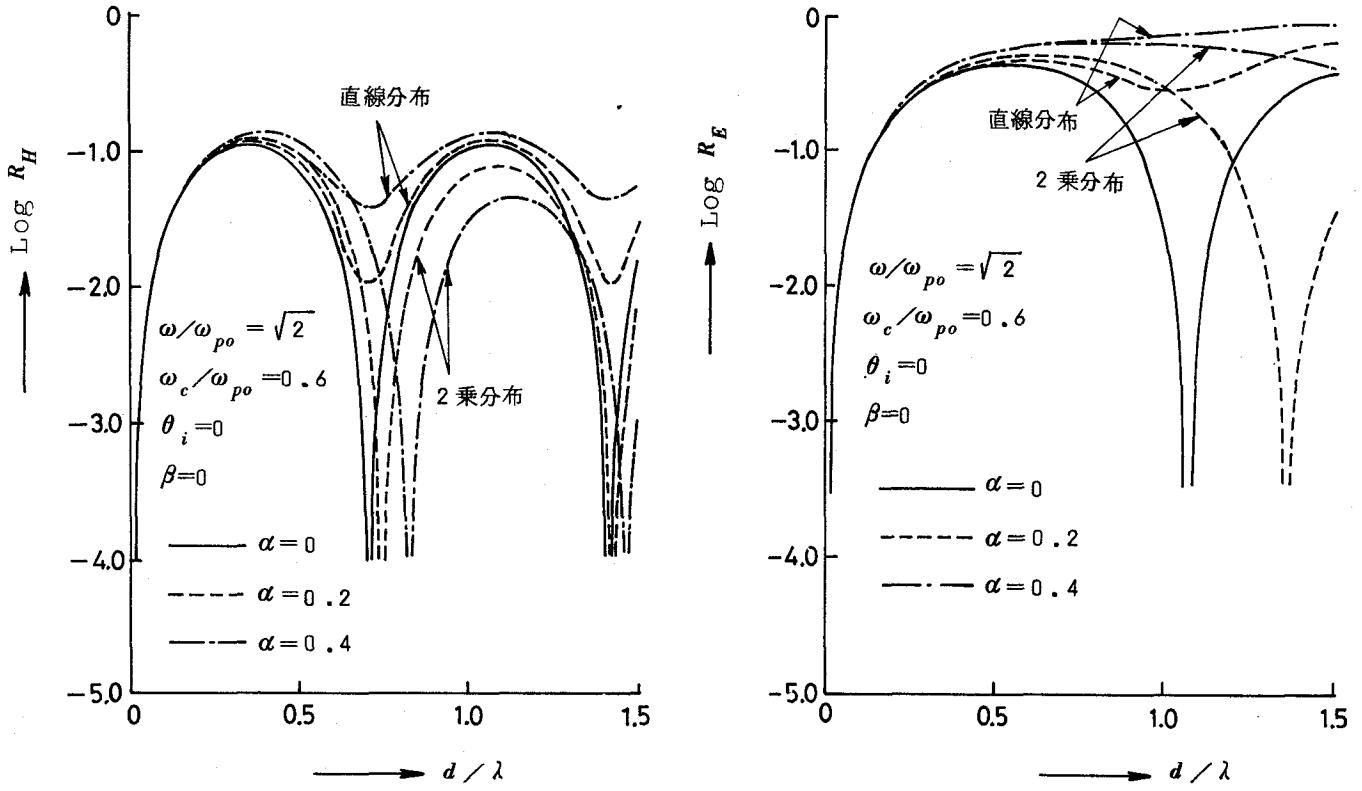
(a) $\theta_i = 0$



(b) $\theta_i = 30°$

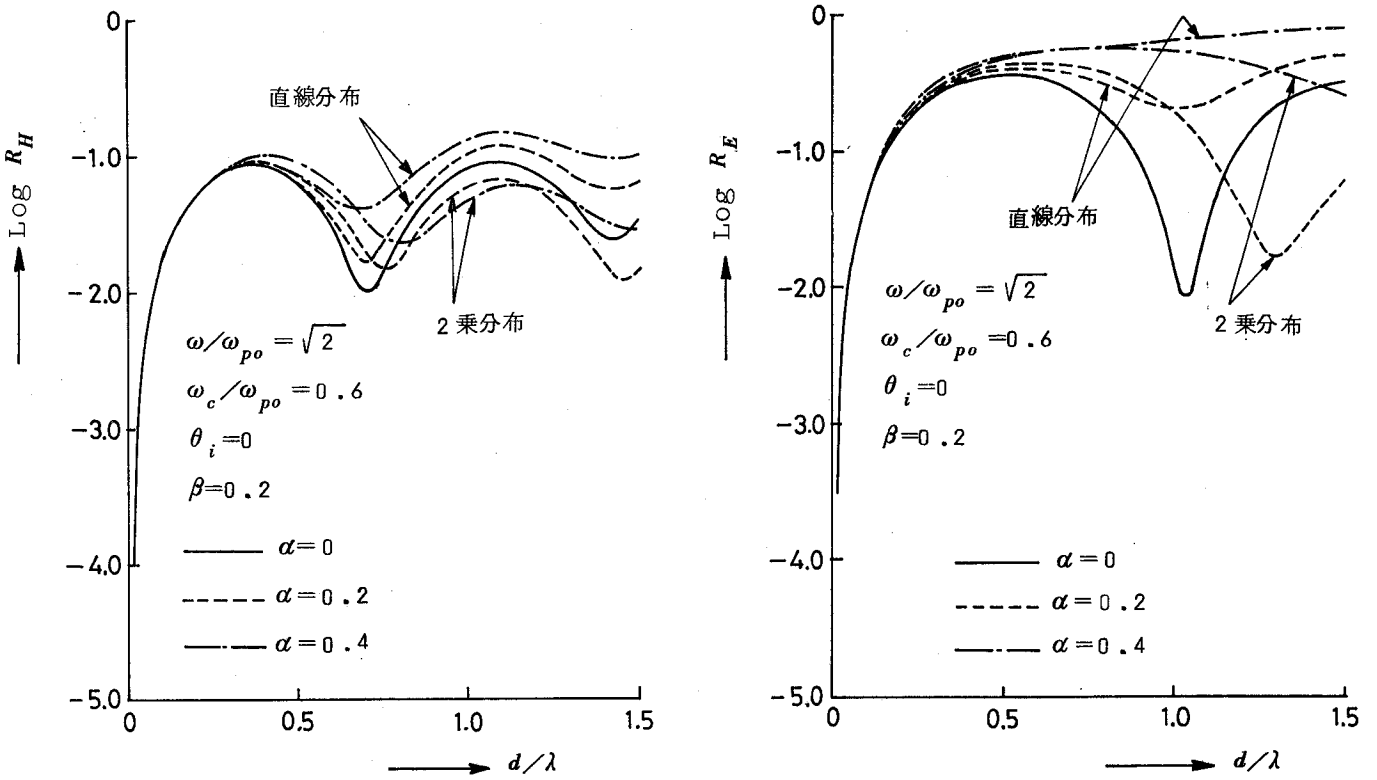
図 3．2　電力反射係数とプラズマの速度との関係

（H 波入射）



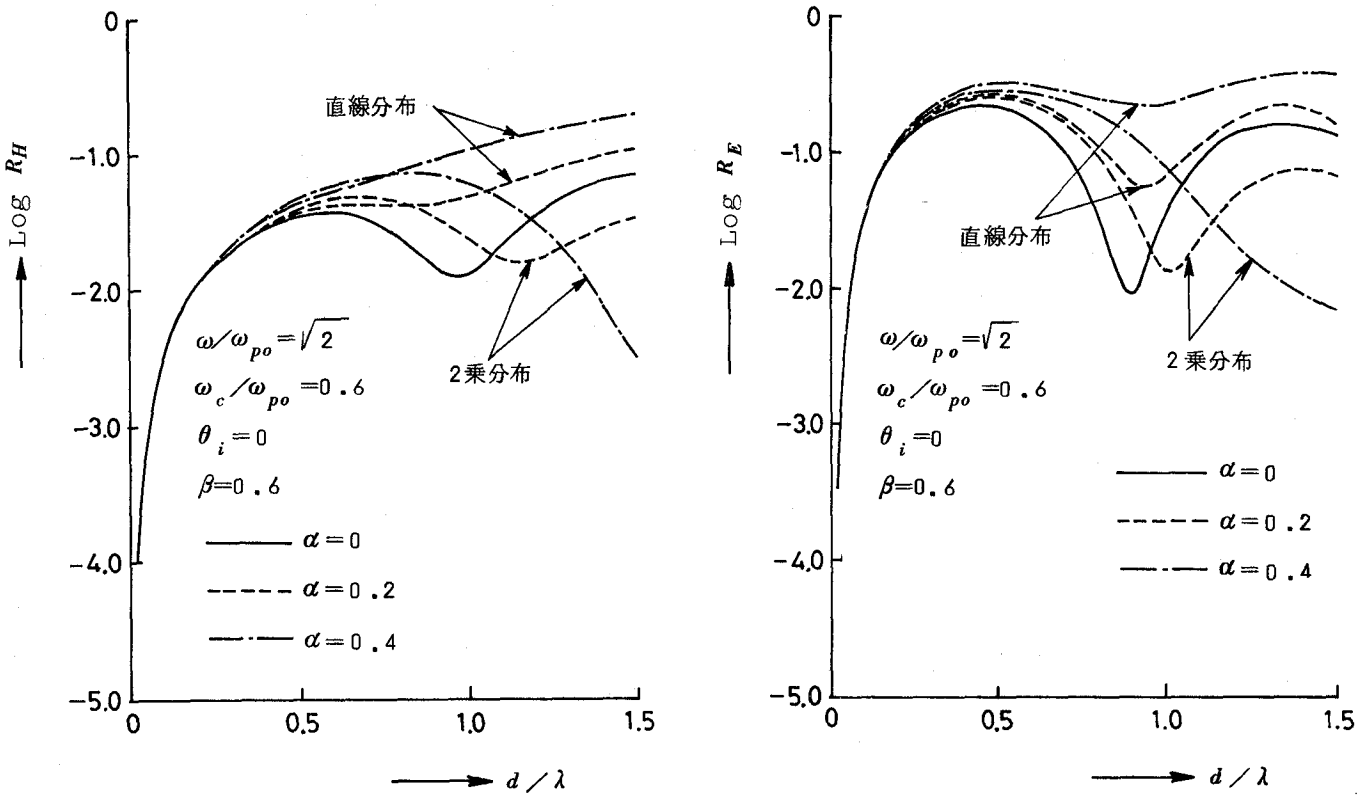
(a) H 波入射　　(b) E 波入射

図 3 . 3　電力反射係数とスラブの厚さとの関係
($\beta = 0$)



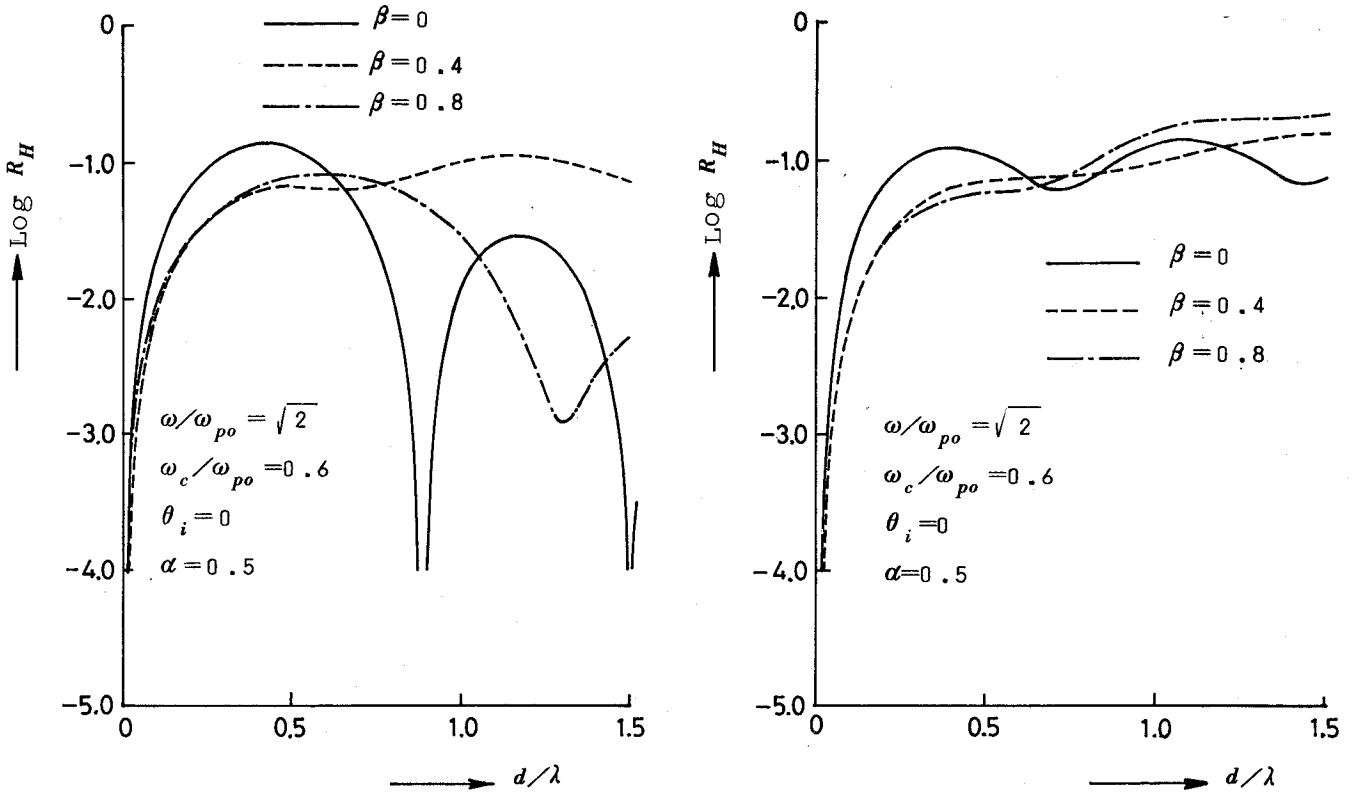
(a) H 波入射　　(b) E 波入射

図 3．4　電力反射係数とスラブの厚さとの関係
（$\beta=0.2$）



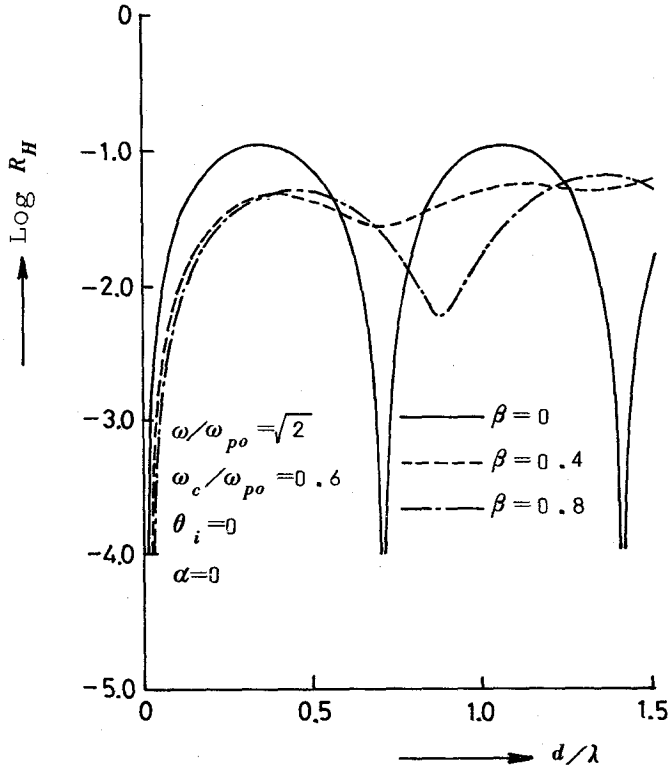
(a) H波入射　　(b) E波入射

図3.5　電力反射係数とスラブの厚さとの関係
($\beta=0.6$)



(a) 2'乗分布　　(b) 直線分布

図３．６　電力反射係数とスラブの厚さとの関係
（H波入射）



(c) 均質プラズマ

図３．６（つづき）

d/λ の大きい方へ移動することがわかる．一方，直線分布の場合には，極小値は均質の場合と同じ位置にあり，α が大きくなるにしたがって上方へ移動する．しかし $\beta \neq 0$ の場合には，いずれの場合にも極小点で反射電力が零になることはない．図３．６は入射波が H 波の場合のスラブの厚さと電力反射係数との関係を β をパラメータとして示したものである．図３．６(c)には参考のために均質プラズマスラブの反射特性を示した．

３．５　結　　言

本章では，境界面ならびに入射面に平行に運動している不均質磁化プラズ

マスラブによる平面電磁波の反射と透過について，Maxwell-Minkowskiの方程式を用いて考察した．不均質なプラズマに対する解析方法としては，プラズマスラブを境界面に平行な面によって多数の薄い層に分割し，各層内では媒質定数が近似的に一定であるとして，不均質なプラズマスラブの問題を，媒質定数がわずかずつ異なる多数の層からなるスラブの問題に変換するという方法を用いた．具体例として電子密度の分布が2乗分布ならびに直線分布で与えられる場合について電力反射係数の数値例を上げて反射特性を検討した．その結果，スラブ全体にわたる電子密度の平均値が同じでも分布のしかたによって反射特性が大きく変化すること等が明らかになった．

第4章　回転運動を行なう電子プラズマ円柱による平面電磁波の散乱

4．1　序　　言

外部静磁界中で電子プラズマが回転することは古くから知られており[13]，マイクロ波管等のビームの安定化に応用されている。また，高速度で回転するプラズマ[14]〜[16]は，核融合等に関連して，プラズマのとじ込めに広く利用されている。このように，回転運動を行なうプラズマは工学的に重要であるにもかかわらず，その電磁気的な特性に関する研究はこれまでほとんどなされていないようである。最近，Kotsarenko ら[71],[72]は導波管内で回転する電子ビームと空間電荷波ならびにサイクロトロン波との相互作用の問題を，磁気流体近似の方法で解析した。しかし彼らの解析では，回転運動に伴う遠心力あるいはCoriolisの力による効果は考慮されていない。ところで，回転している電子ビームあるいはプラズマビーム等のパラメータを電磁波の照射によって測定する場合には，回転しているビームによる電磁波の散乱の理論が必要になってくる。そこで本章では，外部静磁界中で一様に回転する無限長電子プラズマ円柱による平面電磁波の散乱について理論的に考察する。ただし，電子プラズマの運動が非相対論的な場合を取り扱う。

まず，電子論的な立場[30]から回転電子プラズマに対する構成関係式を定式化する。つぎに，この構成関係式とMaxwell 方程式とから，電子プラズマ円柱内部の電磁界が満たす波動方程式を求める。この波動方程式の解を一般的に求めることは困難であるので，重要な二つの場合，すなわち電子プラズマの運動が回転運動のみで，かつ垂直入射の場合，ならびに電子プラズマの回転角周波数がLarmor周波数に等しい場合について厳密解を求める。これら二つの場合は応用上有用であると考えられる。また，上の二つの場合について，散乱電磁界，後方散乱断面積ならびに散乱パターンを求め，さらにこれらの数値例によって散乱特性を定量的に検討する。

4．2　回転電子プラズマに対する構成関係式

まず，回転運動を行なう電子プラズマに対する構成関係式を電子論的な考察[30]から求める。ここで考える電子プラズマは均質，無損失ならびに非圧縮性とし，一定の静磁界$\mathbf{B}_0=\mathbf{i}_z B_0$（$\mathbf{i}_z$ は z 方向の単位ベクトル）が印加されているものとする。いま，電子プラズマ円柱の軸方向を z 方向とすると，電子プラズマはそれ自身が作る静電界と外部静磁界の作用によって，全体として z 軸のまわりに回転する（電子プラズマの回転角速度については付録参照）。また，電子プラズマはこの回転とは別に，非相対論的な一定の速度 $\mathbf{v}_z=\mathbf{i}_z v_z$ で軸方向に運動（ドリフト）しているものとする。すなわち，電磁界による摂動が存在しない場合の電子の速度 $\mathbf{v}_0$ は次式で与えられるものとする。

$$\mathbf{v}_0=\mathbf{v}_z+\mathbf{v}_\varphi=\mathbf{i}_z v_z+\Omega\times\mathbf{R} \tag{4.1}$$

ただし，$\mathbf{R}$は電子の位置ベクトルであり，Ωは回転の角速度でその方向は z 方向である。

さて，巨視的電磁界方程式は，電子プラズマ中の電流密度を$\mathbf{J}$，電荷密度をρとすると次式で与えられる。

$$\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \tag{4.2a}$$

$$\nabla\times\frac{\mathbf{B}}{\mu_0}=\varepsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}+\mathbf{J} \tag{4.2b}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{B}=0 \tag{4.2c}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{E}=\rho/\varepsilon_0 \tag{4.2d}$$

ただし，ε_0 および μ_0 は，それぞれ，真空の誘電率および透磁率を表わす。式（4.2）では電子プラズマの電磁気的効果は$\mathbf{J}$およびρによって表わされており，これらはつぎの連続の式を満たす。

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \tag{4.3}$$

電子プラズマは電子集団であるから運動によって電磁界の直流成分が生じるが，以下では一次の微小量のみを考えることにし，$\mathbf{E}_1$，$\mathbf{B}_1$，$\mathbf{J}_1$，ρ_1等で表わすことにする。

いま，電磁界が存在しないときに位置ベクトル$\mathbf{R}$の点を占めていた電子が，電磁界の作用によって微小変位$\mathbf{s}$を受け$\mathbf{R}_p$の点に移動するものとすると

$$\mathbf{R}_p(\mathbf{R}) = \mathbf{R} + \mathbf{s}(\mathbf{R}) \tag{4.4}$$

このとき，$\mathbf{R}_p$における電子の速度$\mathbf{v}(\mathbf{R}_p)$はつぎのように表わされる。

$$\mathbf{v}(\mathbf{R}_p) = \mathbf{v}_z + \Omega \times \mathbf{R} + \frac{d\mathbf{s}}{dt} \tag{4.5}$$

一方，$\mathbf{s}$が微小量であることから$\mathbf{v}(\mathbf{R}_p)$はつぎのようにも表わすことができる。

$$\mathbf{v}(\mathbf{R}_p) = \mathbf{v}(\mathbf{R}) + \mathbf{s} \cdot \nabla(\Omega \times \mathbf{R}) \tag{4.6}$$

式(4.5)，(4.6)および$\mathbf{s} \cdot \nabla(\Omega \times \mathbf{R}) = \Omega \times \mathbf{s}$であることを用いると，$\mathbf{R}$における電子の速度の変動分$\mathbf{v}_1$として次式を得る。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_1 &= \mathbf{v}(\mathbf{R}) - \Omega \times \mathbf{R} - \mathbf{v}_z \\ &= \frac{d\mathbf{s}}{dt} - \Omega \times \mathbf{s} \end{aligned} \tag{4.7}$$

つぎに，$\mathbf{R}_p$における電子密度$N(\mathbf{R}_p)$は，微小変位$\mathbf{s}$による体積要素の変化を考えるとつぎのように表わされる。[80]

$$N(\mathbf{R}_p) = N_0(\mathbf{R}) - N_0 \nabla \cdot \mathbf{s} \tag{4.8}$$

ただし，N_0 は電磁界が存在しない場合の電子密度を表わす．また，$\mathbf{s}$が微小量であることから，$N(\mathbf{R}_p)$はつぎのようにも表わすことができる．

$$N(\mathbf{R}_p)=N(\mathbf{R})+\mathbf{s}\cdot\nabla N_0(\mathbf{R}) \tag{4.9}$$

式（4.8)および（4.9)から，$\mathbf{R}$における電子密度の変動分N_1として次式を得る．

$$N_1=N(\mathbf{R})-N_0(\mathbf{R})=-\nabla\cdot(N_0\,\mathbf{s}) \tag{4.10}$$

電子の電荷を$-e$とすると，式（4.7)および（4.10）から回転電子プラズマ中の電流密度および電荷密度はつぎのようになる．

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_1&=-eN_0\mathbf{v}_1-eN_1(\Omega\times\mathbf{R}+\mathbf{v}_z)\\&=-eN_0\left(\frac{d\mathbf{s}}{dt}-\Omega\times\mathbf{s}\right)-eN_1(\Omega\times\mathbf{R}+\mathbf{v}_z)\end{aligned} \tag{4.11}$$

$$\rho_1=-e\nabla\cdot(N_0\mathbf{s}) \tag{4.12}$$

さらに，式（4.11）は式（4.12）を用いるとつぎのように書き換えられる．

$$\mathbf{J}_1=-N_0e\frac{\partial\mathbf{s}}{\partial t}+\nabla\times(\mathbf{v}_0\times N_0e\mathbf{s}) \tag{4.13}$$

さて，上に求めた式（4.12）および（4.13）を用いて式（4.2)をMinkowski形式に書き換えることを考えよう．そのために次式で定義される分極$\mathbf{P}_1$および磁化$\mathbf{M}_1$を導入する．

$$\mathbf{P}_1=-N_0e\,\mathbf{s} \tag{4.14a}$$

$$\mathbf{M}_1=-\mathbf{v}_0\times\mathbf{P}_1 \tag{4.14b}$$

式（4.14）の$\mathbf{P}_1$および$\mathbf{M}_1$の定義はMinkowski の理論における$\mathbf{P}$および$\mathbf{M}$の定義と同じである．上式の$\mathbf{M}$の物理的意味は，分極した誘電体スラブの運動

を考えることにより，容易に理解することができる。[81] すなわち，分極した誘電体スラブが運動すると，スラブの一方の面には運動方向と同方向の電流が流れ，他方の面には反対方向の電流が流れることになり，これらの電流が電流ループを形成し，この電流ループによって磁化$\mathbf{M}$が生ずるのである。

式（4.12）および（4.13）で与えられるρ_1および$\mathbf{J}_1$は式（4.14）の$\mathbf{P}_1$および$\mathbf{M}_1$を用いて，つぎのように表わされることがわかる。

$$\rho_1 = -\nabla \cdot \mathbf{P}_1 \tag{4.15a}$$

$$\mathbf{J}_1 = \frac{\partial \mathbf{P}_1}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{M}_1 \tag{4.15b}$$

上式の$\mathbf{J}_1$の右辺第1項は，発散が零でない電流成分を表わしており，第2項は発散が零となる閉じた電流成分を表わしている。

式（4.15）を式（4.2）に代入し，さらに

$$\mathbf{H}_1 = \mathbf{B}_1 / \mu_0 - \mathbf{M}_1 \tag{4.16a}$$

$$\mathbf{D}_1 = \varepsilon_0 \mathbf{E}_1 + \mathbf{P}_1 \tag{4.16b}$$

によって電磁界ベクトル$\mathbf{H}_1$および$\mathbf{D}_1$を定義すると，式（4.2）は最終的につぎのようになる。

$$\nabla \times \mathbf{E}_1 = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{4.17a}$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_1 = \frac{\partial \mathbf{D}_1}{\partial t} \tag{4.17b}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}_1 = 0 \tag{4.17c}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}_1 = 0 \tag{4.17d}$$

式（4.17）はまだ不定形であるが，電磁界ベクトル $\mathbf{E}$，$\mathbf{B}$，$\mathbf{D}$ および $\mathbf{H}$ の間の関係，すなわち構成関係式は，電子の運動方程式と式（4.14）および（4.16）から得られる。

まず，電磁界中の電子の運動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{d^2\mathbf{R}_p}{dt^2} = -\frac{e}{m}\left[\mathbf{E}(\mathbf{R}_p)+\mathbf{v}(\mathbf{R}_p)\times\mathbf{B}(\mathbf{R}_p)\right] \tag{4.18}$$

ただし，m は電子の静止質量を表わす。

一次の微小量については，式（4.18）はつぎのようになる。

$$\frac{d^2\mathbf{s}}{dt^2} + \frac{e}{m}\left[\mathbf{s}\cdot\nabla\mathbf{E}_0 + \frac{d\mathbf{s}}{dt}\times\mathbf{B}_0\right]$$

$$= -\frac{e}{m}\left[\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_0\times\mathbf{B}_1\right] \tag{4.19}$$

ただし，$\mathbf{E}_0$ は電子プラズマ自身がつくり出す電界であり，円筒座標表示では次式で与えられる。

$$\mathbf{E}_0 = -\frac{1}{2}\frac{N_0 e}{\varepsilon_0}\, r\,\mathbf{i}_r \tag{4.20}$$

ここで，$\mathbf{E}_1$ ならびに $\mathbf{B}_1$ の時間的変化を $\exp(j\omega t)$，周方向および z 方向の空間的変化を円筒座標表示で $\exp[j(-n\varphi - k_z z)]$ とし，$\mathbf{s}$ の時間微分が

$$\frac{d\mathbf{s}}{dt} = \Omega\times\mathbf{s} + \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0\cdot\nabla\right)\mathbf{s} \tag{4.21}$$

であることに注意すると，式（4.19）はつぎのようになる。

$$\Omega\times\Omega\times\mathbf{s} + 2j\omega'\Omega\times\mathbf{s} + (j\omega')^2\mathbf{s}$$

$$+\frac{e}{m}\left[\mathbf{s}\cdot\nabla\mathbf{E}_0+(\Omega\times\mathbf{s})\times\mathbf{B}_0+(j\omega')(\mathbf{s}\times\mathbf{B}_0)\right]$$

$$=-\frac{e}{m}\left[\mathbf{E}_1+\mathbf{v}_0\times\mathbf{B}_1\right] \tag{4.22}$$

ただし，

$$\omega'=\omega-k_z v_z-n\Omega \tag{4.23}$$

は局所慣性系における周波数を表わす．式(4.22)において，左辺第1項は遠心力，第2項はCoriolisの力，左辺の$\mathbf{s}\cdot\nabla\mathbf{E}_0$は電界が一様でないことによるLorentz 力を表わしており，先の論文[(74),(75)]ではこれらの力はすべて無視されている．

式(A.4)の関係を用いて式(4.22)をまとめると微小変位$\mathbf{s}$はつぎのようになる．

$$\mathbf{s}=-\frac{e}{m}\frac{1}{\omega_p^2}\hat{\kappa}(\mathbf{E}_1+\mathbf{v}_0\times\mathbf{B}_1) \tag{4.24}$$

ただし，

$$\hat{\kappa}=\begin{bmatrix}\kappa_{xx} & -j\kappa_{xy} & 0\\ j\kappa_{xy} & \kappa_{xx} & 0\\ 0 & 0 & \kappa_{zz}\end{bmatrix} \tag{4.25}$$

$$\kappa_{xx}=-X'/(1-Y'^2) \tag{4.26a}$$

$$\kappa_{xy}=X'Y'/(1-Y'^2) \tag{4.26b}$$

$$\kappa_{zz}=-X' \tag{4.26c}$$

$$X'=\omega_p^2/\omega'^2 \tag{4.27}$$

$$Y'=(\omega_c-2\Omega)/\omega' \tag{4.28}$$

ω_p および ω_c は，それぞれ，プラズマ周波数およびサイクロトロン周波数であり，式（A.5)および（A.6)で与えられる．

式（4.24）で与えられる $\mathbf{s}$ を式（4.14）に代入することにより，分極および磁化はつぎのように表わされる．

$$\mathbf{P}_1 = \varepsilon_0 \hat{\kappa} \left[\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_1 \right] \tag{4.29a}$$

$$\mathbf{M}_1 = \varepsilon_0 \mathbf{v}_0 \times \left[\hat{\kappa} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_1) \right] \tag{4.29b}$$

また，式（4.16）の関係を用いると若干の変形の後，回転電子プラズマに対する構成関係式として次式を得る．

$$\mathbf{B}_1 - \frac{1}{c^2} \mathbf{v}_0 \times \mathbf{E}_1 = \mu_0 (\mathbf{H}_1 - \mathbf{v}_0 \times \mathbf{D}_1) \tag{4.30a}$$

$$\mathbf{D}_1 + \frac{1}{c^2} \mathbf{v}_0 \times \mathbf{H}_1 = \varepsilon_0 \hat{\varepsilon} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_1) \tag{4.30b}$$

ただし，

$$\hat{\varepsilon} = \hat{I} + \hat{\kappa} \tag{4.31}$$

は局所慣性系における回転電子プラズマの誘電率テンソルを表わす（$\hat{I}$ は単位テンソル）．式（4.30）では，回転運動にともなう慣性力すなわち遠心力およびCoriolisの力による効果が考慮に入れられている．

4．3　回転電子プラズマ円柱内部の電磁界

電子プラズマ円柱内部の電磁界は，式（4.30）の構成関係式を用いて式（4.17）を解くことによって得られる．まず，式（4.30）の関係を v^2/c^2 のオーダーの量を無視して書き改めるとつぎのようになる．ただし，以下では一次の微小量を表わす添字1を省く．

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}_t - \frac{1}{c^2}\left[\kappa_{zz} E_z \mathbf{v}_\varphi \times \mathbf{i}_z + \kappa_{xx} \mathbf{v}_z \times \mathbf{E}_t - j\varepsilon_{xy} v_z \mathbf{E}_t\right]$$

$$+ \mu_0 H_z \mathbf{i}_z - \frac{1}{c^2}\left[\kappa_{xx} \mathbf{v}_\varphi \times \mathbf{E}_t + j\varepsilon_{xy}(\mathbf{v}_\varphi \cdot \mathbf{E}_t)\mathbf{i}_z\right] \qquad (4.32a)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_{xx} \mathbf{E}_t - j\varepsilon_0 \varepsilon_{xy} \mathbf{E}_t \times \mathbf{i}_z$$

$$+ \frac{1}{c^2}\left[\kappa_{xx}(H_z \mathbf{v}_\varphi \times \mathbf{i}_z + \mathbf{v}_z \times \mathbf{H}_t) + j\varepsilon_{xy}(H_z \mathbf{v}_\varphi - v_z \mathbf{H}_t)\right]$$

$$+ \varepsilon_0 \varepsilon_{zz} E_z \mathbf{i}_z + \frac{1}{c^2}\kappa_{zz}(\mathbf{v}_\varphi \times \mathbf{H}_t) \qquad (4.32b)$$

ただし，添字 t は円柱の軸に垂直な平面内の成分を表わす．式（4.32）を式（4.17）に代入すると，$\mathbf{E}_t$ および $\mathbf{H}_t$ は電界および磁界の z 方向成分 E_z，H_z を用いてつぎのように表わされる．

$$\mathbf{E}_t = T_{11}\mathbf{i}_z \times \nabla_t E_z + T_{12}\mathbf{i}_z \times \nabla_t H_z - T_{13}\nabla_t E_z - T_{14}\nabla_t H_z$$

$$+ (\mathbf{v}_\varphi \times \mathbf{i}_z T_{11} + \mathbf{v}_\varphi T_{13})\left(\frac{j\omega}{c^2}\right)\kappa_{zz} E_z$$

$$+ \left[(\mathbf{v}_\varphi \times \mathbf{i}_z)(\kappa_{xx} T_{12} - j\varepsilon_{xy} T_{14}) + \mathbf{v}_\varphi(j\varepsilon_{xy} T_{12} + \kappa_{xx} T_{14})\left(\frac{j\omega}{c^2}\right) H_z\right]$$

$$(4.33a)$$

$$\mathbf{H}_t = T_{21}\mathbf{i}_z \times \nabla_t E_z + T_{22}\mathbf{i}_z \times \nabla_t H_z - T_{23}\nabla_t E_z - T_{24}\nabla_t H_z$$

$$+ (\mathbf{v}_\varphi \times \mathbf{i}_z T_{21} + \mathbf{v}_\varphi T_{23})\left(\frac{j\omega}{c^2}\right)\kappa_{zz} E_z$$

$$+\left[(\mathbf{v}_{\varphi}\times\mathbf{i}_z)(\kappa_{xx}T_{22}-j\varepsilon_{xy}T_{24})+\mathbf{v}_{\varphi}(j\varepsilon_{xy}T_{22}+\kappa_{xx}T_{24})\right](\frac{j\omega}{c^2})H_z$$

(4.33b)

ただし，

$$\nabla_t=\nabla-(\frac{\partial}{\partial z})\,\mathbf{i}_z \tag{4.34}$$

また，T_{ij}は4行4列の行列であり次式で与えられる。

$$[T]^{-1}=\begin{bmatrix} -\omega\varepsilon_{xy}v_z/c^2 & j\omega\mu_0 & -jk_z-j\omega v_z\kappa_{xx}/c^2 & 0 \\ -j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{xx} & -\omega\varepsilon_{xy}v_z/c^2 & \omega\varepsilon_0\varepsilon_{xy} & -jk_z-j\omega v_z\kappa_{xx}/c^2 \\ jk_z+j\omega v_z\kappa_{xx}/c^2 & 0 & -\omega\varepsilon_{xy}v_z/c^2 & j\omega\mu_0 \\ -\omega\varepsilon_0\varepsilon_{xy} & jk_z+j\omega v_z\kappa_{xx}/c^2 & -j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{xx} & -\omega\varepsilon_{xy}v_z/c^2 \end{bmatrix} \tag{4.35}$$

一方，E_z およびH_z はつぎの結合波動方程式から決定される。

$$(T_{11}^2-T_{12}T_{21})\nabla_t^2E_z$$

$$=(\frac{j\omega}{C^2})\left[\{\kappa_{xx}T_{11}^2-j\varepsilon_{xy}T_{11}T_{13}+\kappa_{zz}(T_{11}^2-2T_{12}T_{21})\}(\mathbf{v}_{\varphi}\cdot\nabla_tE_z)\right.$$

$$+\{\kappa_{xx}T_{11}T_{12}-j\varepsilon_{xy}(2T_{11}T_{14}-T_{12}T_{13})-\kappa_{zz}T_{11}T_{12}\}(\mathbf{v}_{\varphi}\cdot\nabla_tH_z)$$

$$-\{(\varepsilon_{xx}-\varepsilon_{zz})T_{13}+j\varepsilon_{xy}T_{11}\}(\mathbf{i}_z\times\mathbf{v}_{\varphi})\cdot(T_{11}\nabla_tE_z+T_{12}\nabla_tH_z)$$

$$+\{2\Omega\kappa_{zz}(T_{12}T_{23}-T_{11}T_{13})-(\varepsilon_{zz}/\mu_0)T_{12}\}E_z$$

$$\left.+\{2\Omega\kappa_{xx}(T_{12}T_{13}-T_{11}T_{14})-(1/\varepsilon_0)T_{11})H_z\right] \tag{4.36a}$$

$$(T_{11}^2-T_{12}T_{21})^2\nabla_t^2 H_z$$

$$=\left(\frac{j\omega}{c^2}\right)\Big[\{-\kappa_{xx}T_{11}T_{21}+j\varepsilon_{xy}T_{13}T_{21}+\kappa_{zz}T_{11}T_{21}\}(\mathbf{v}_\varphi\cdot\nabla_t E_z)$$

$$+\{\kappa_{xx}(T_{11}^2-2T_{12}T_{21})-j\varepsilon_{xy}(T_{11}T_{13}-2T_{14}T_{21})+\kappa_{zz}T_{11}^2\}(\mathbf{v}_\varphi\cdot\nabla_t H_z)$$

$$+\{(\varepsilon_{xx}-\varepsilon_{zz})T_{13}+j\varepsilon_{xy}T_{11}\}(\mathbf{i}_z\times\mathbf{v}_\varphi)\cdot(T_{21}\nabla_t E_z+T_{11}\nabla_t H_z)$$

$$+\{2\Omega\kappa_{zz}(T_{13}T_{21}-T_{11}T_{23})+(\varepsilon_{zz}/\mu_0)T_{11}\}E_z$$

$$+\{2\Omega\kappa_{xx}(T_{14}T_{21}-T_{11}T_{13})-j2\Omega\varepsilon_{xy}(T_{11}^2-T_{12}T_{21})+(1/\varepsilon_0)T_{21}\}H_z$$

(4.36b)

式(4.36)の一般解を求めることは容易でない。しかし，つぎの重要な二つの場合についてはその厳密解を求めることができる。すなわち，$v_z=k_z=0$ の場合ならびにBrillouin flowの場合である。$v_z=k_z=0$ の場合は後の解析も容易であり，回転電子プラズマの散乱特性を理論的に解明できる。また，Brillouin flowの場合は特殊な条件ではあるが，実際の電子プラズマはこの条件で用いられている場合が多い。

(A) $v_z=k_z=0$ の場合

この場合，波動方程式(4.36)は二つの独立な波動方程式，すなわちE波に対する波動方程式とH波に対する波動方程式に分離する。まず，E波に対する波動方程式は

$$\nabla_t^2 E_z-j\frac{2\omega}{c^2}\kappa_{zz}\mathbf{v}_\varphi\cdot\nabla_t E_z+k_0^2\varepsilon_{zz}E_z=0 \tag{4.37}$$

となり，その解は次式で与えられる。

$$E_z=\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_n J_n(k_e r)f_n \tag{4.38}$$

ただし，

$$k_e = k_o \zeta_e \quad , \quad k_o = \frac{\omega}{c} \tag{4.39a}$$

$$\zeta_e^2 = \varepsilon_{zz} + 2n \frac{\Omega}{\omega} (1 - \varepsilon_{zz}) \tag{4.39b}$$

$$f_n = \exp[j(\omega t - n\varphi)] \tag{4.40}$$

また，A_n は未定定数であり，J_n は n 次Bessel関数を表わす．つぎに H 波に対する波動方程式およびその解はつぎのようになる．

$$\nabla_t^2 H_z - j \frac{2\omega}{c^2} \frac{1}{\varepsilon_{xx}} (\varepsilon_{xx}^2 - \varepsilon_{xy}^2 - \varepsilon_{xx}) \mathbf{v}_\varphi \cdot \nabla_t H_z$$

$$+ k_o^2 \frac{1}{\varepsilon_{xx}} (\varepsilon_{xx}^2 - \varepsilon_{xy}^2 - \frac{2\Omega}{\omega} \varepsilon_{xy}) H_z = 0 \tag{4.41}$$

$$H_z = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n J_n(k_h r) f_n \tag{4.42}$$

ただし，

$$k_h = k_o \zeta_h \tag{4.43a}$$

$$\zeta_h^2 = \frac{1}{\varepsilon_{xx}} (\varepsilon_{xx}^2 - \varepsilon_{xy}^2) - \frac{2\Omega}{\omega} \frac{1}{\varepsilon_{xx}} [n(\varepsilon_{xx}^2 - \varepsilon_{xy}^2 - \varepsilon_{xx}) + \varepsilon_{xy}] \tag{4.43b}$$

また，B_n は未定定数である．

式（4.39b）および（4.43b）からわかるように，回転電子プラズマに対しては，半径方向の伝搬定数はモード次数 n によって異なる．

(B) Brillouin flow の場合（$\Omega = \omega_c / 2$）

この場合は $\omega_c^2 = 2\omega_p^2$ の条件が要請され，誘電率テンソルは等方的になる．

$$\hat{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_b & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_b & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_b \end{bmatrix} \tag{4.44a}$$

$$\varepsilon_b = 1 + \kappa_b \quad , \quad \kappa_b = -\frac{\omega_p^2}{\omega'^2} \tag{4.44b}$$

しかし，波動方程式は，つぎのような結合方程式になる。

$$\nabla_t^2 E_z + k_0^2 (pE_z + jgH_z) = 0 \tag{4.45a}$$

$$\nabla_t^2 H_z + k_0^2 (pH_z + jhE_z) = 0 \tag{4.45b}$$

ただし，

$$p = -q_z^2 + \varepsilon_b - 2n \frac{\Omega}{\omega} \kappa_b \tag{4.46a}$$

$$g = -\eta_0 \frac{2\Omega}{\omega} \frac{\kappa_b}{\varepsilon_b} q_z \tag{4.46b}$$

$$h = \frac{1}{\eta_0} \frac{2\Omega}{\omega} \kappa_b q_z \tag{4.46c}$$

$$q_z = \frac{k_z}{k_0} + \frac{v_z}{c} \kappa_b \tag{4.46d}$$

$$\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0} \tag{4.46e}$$

式（4.45）の波動方程式の解はすでによく知られており，つぎのように表わされる。

$$E_z = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [C_n J_n(\kappa_1 r) + D_n J_n(\kappa_2 r)] f_n \tag{4.47a}$$

$$H_z=\sum_{n=-\infty}^{\infty}[C_n\xi_1 J_n(k_1 r)+D_n\xi_2 J_n(k_2 r)]f_n \qquad (4.47b)$$

ただし，

$$k_i=k_0\zeta_i \qquad (i=1,2) \qquad (4.48a)$$

$$\zeta_i^2=p+\delta_i\frac{2\Omega}{\omega}\frac{\kappa_b}{\sqrt{\varepsilon_b}}q_z \qquad (i=1,2) \qquad (4.48b)$$

$$\xi_i=j\frac{\delta_i}{\eta_0}\kappa_b\sqrt{\varepsilon_b} \qquad (i=1,2) \qquad (4.49)$$

$$\delta_i=\begin{cases}1 & (i=1)\\ -1 & (i=2)\end{cases} \qquad (4.50)$$

$$f_n=\exp[j(\omega t-n\varphi-k_z z)] \qquad (4.51)$$

式（4.47）に現われる C_n および D_n は未定定数であり，後に境界条件から決定される。

以上，二つの場合について円柱内部の電磁界の z 方向成分のみを示したが他の成分は式（4.33）から求められる。

4．4　散乱電磁界

つぎに，誘電率 ε_1，透磁率 μ_1 なる媒質中で回転している電子プラズマ円柱に平面波が入射した場合の散乱波を求める。いま，入射平面波の波動ベクトルが $x-z$ 面内にあり，図4．1に示すように，x 軸と θ_i なる角度をなすものとする。このとき，入射平面波は式（2.37）～式（2.39）で与えられる。また，散乱波も式（2.40）で表わされる。式（4.38），（4.42）に現われる未定定数 A_n，B_n，あるいは式（4.47）に現われる C_n，D_n，および式（2.40）に現われる $A_n^{(s)}$，$B_n^{(s)}$ は，円柱表面で電界および磁界の接線成分が連続でなければならないという境界条件，すなわち，

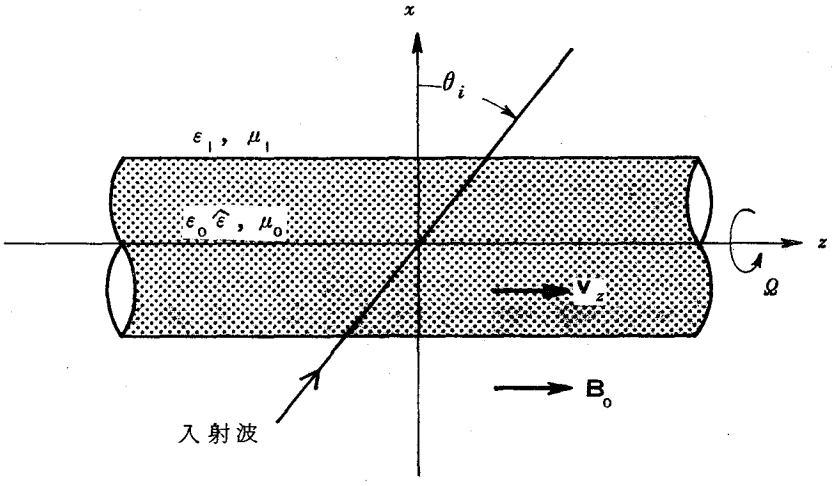


図4．1　座　標　系

$$E_z = E_z^{(i)} + E_z^{(s)} \tag{4.52a}$$

$$E_\varphi = E_\varphi^{(i)} + E_\varphi^{(s)} \tag{4.52b}$$

$$H_z = H_z^{(i)} + H_z^{(s)} \tag{4.52c}$$

$$H_\varphi = H_\varphi^{(i)} + H_\varphi^{(s)} \qquad (r=a) \tag{4.52d}$$

から求められる。式（4.52）が成立するためには，まず z 方向の伝搬定数はすべて等しくならなければならない。すなわち，

$$k_{sz} = k_z = k_{iz} \tag{4.53}$$

式（4.53）から $\lambda_s = \lambda_1$ なる関係が得られる。つぎに，式（4.52）を用いて，未定定数を，まず $k_z = v_z = 0$ の場合から求める。この場合には，入射波が波の場合と H 波の場合にわけて考える。入射波が E 波（$\psi_i = 0$）の場合は，式（2.37），（2.40）および（4.38）を式（4.52）に代入すると未定定数はつぎのように求められる。

$$A_n = \frac{\eta_0 J'_n(k_1 a) H_n^{(2)}(k_1 a) - \eta_0 H_n^{(2)\prime}(k_1 a) J_n(k_1 a)}{\eta_1 \zeta_e J'_n(k_e a) H_n^{(2)}(k_1 a) - \eta_0 H_n^{(2)\prime}(k_1 a) J_n(k_e a)} A_n^{(i)} \tag{4.54}$$

$$A_n^{(s)} = -\frac{\eta_1 \zeta_e J'_n(k_e a) J_n(k_1 a) - \eta_0 J'_n(k_1 a) J_n(k_e a)}{\eta_1 \zeta_e J'_n(k_e a) H_n^{(2)}(k_1 a) - \eta_0 H_n^{(2)\prime}(k_1 a) J_n(k_e a)} A_n^{(i)} \tag{4.55}$$

$$B_n^{(s)} = 0 \tag{4.56}$$

ただし，$H_n^{(2)}$ は第2種Hankel関数を表わし，prime 符号は一階微分を表わす。

同様に入射波がH波（$\psi_i = \pi/2$）の場合はつぎのようになる。

$$B_n = \frac{\eta_1 J'_n(k_1 a) H_n^{(2)}(k_1 a) - \eta_1 H_n^{(2)\prime}(k_1 a) J_n(k_1 a)}{\eta_0 R_n(k_h a) H_n^{(2)}(k_1 a) - \eta_1 H_n^{(2)\prime}(k_1 a) J_n(k_h a)} B_n^{(i)} \tag{4.57}$$

$$A_n^{(s)} = 0 \tag{4.58}$$

$$B_n^{(s)} = -\frac{\eta_0 R_n(k_h a) J_n(k_1 a) - \eta_1 J'_n(k_1 a) J_n(k_h a)}{\eta_0 R_n(k_h a) H_n^{(2)}(k_1 a) - \eta_1 H_n^{(2)\prime}(k_1 a) J_n(k_h a)} B_n^{(i)} \tag{4.59}$$

ただし，

$$R_n(k_h a)$$

$$= \left[\left(\frac{n}{k_0 a} - \frac{\Omega}{\omega} k_0 a \right) \varepsilon_{xy} J_n(k_h a) + \varepsilon_{xx} \zeta_h J'_n(k_h a) \right] / (\varepsilon_{xx}^2 - \varepsilon_{xy}^2) \tag{4.60}$$

つぎに，Brillouin flow の場合の未定定数は，式(2.37),(2.40),(4.47)および(4.52)からつぎのようになる．

$$\begin{bmatrix} A_n^{(s)} \\ B_n^{(s)} \\ C_n \\ D_n \end{bmatrix} = [W_n] \begin{bmatrix} -A_n^{(i)} J_n(\lambda_1 a) \\ A_n^{(i)}(k_{iz} n/\lambda_1^2 a) J_n(\lambda_1 a) - B_n^{(i)}(j\omega\mu_1/\lambda_1) J'_n(\lambda_1 a) \\ -B_n^{(i)} J_n(\lambda_1 a) \\ A_n^{(i)}(j\omega\varepsilon_1/\lambda_1) J'_n(\lambda_1 a) + B_n^{(i)}(k_{iz} n/\lambda_1^2 a) J_n(\lambda_1 a) \end{bmatrix} \tag{4.61}$$

ただし，

$$[W_n]^{-1} = \begin{bmatrix} H_n^{(2)}(\lambda_1 a) & 0 & -J_n(k_1 a) & -J_n(k_2 a) \\ -(k_{iz} n/\lambda_1^2 a) H_n^{(2)}(\lambda_1 a) & (j\omega\mu_1/\lambda_1) H_n^{(2)}(\lambda_1 a) & -U_1 & -U_2 \\ 0 & H_n^{(2)}(\lambda_1 a) & -\xi_1 J_n(k_1 a) & -\xi_2 J_n(k_2 a) \\ -(j\omega\varepsilon_1/\lambda_1) H_n^{(2)\prime}(\lambda_1 a) & -(k_{iz} n/\lambda_1^2 a) H_n^{(2)}(\lambda_1 a) & -V_1 & -V_2 \end{bmatrix} \tag{4.62}$$

$$U_i = \Big[q_z \Big(\frac{n}{k_0 a} + k_0 a \frac{\Omega}{\omega} \kappa_b \Big) J_n(k_i a) + \delta_i \zeta_i \kappa_b \sqrt{\varepsilon_b}\, J'_n(k_i a) \Big] / (q_z^2 - \varepsilon_b) \qquad (i=1,2) \tag{4.63a}$$

$$V_i = j \frac{1}{\eta_0} \Big[\delta_i q_z \kappa_b \sqrt{\varepsilon_b} \Big(\frac{n}{k_0 a} + k_0 a \zeta_i \frac{\Omega}{\omega} \kappa_b \Big) J_n(k_i a) + \varepsilon_b \zeta_i J'_n(k_i a) \Big] / (q_z^2 - \varepsilon_b) \qquad (i=1,2) \tag{4.63b}$$

4．5　後方散乱断面積および散乱パターン

回転している電子プラズマ円柱の単位長あたりの後方散乱断面積 C_B，および円柱の軸に垂直な平面内における散乱パターンは，散乱波の振幅 $A_n^{(s)}$ および $B_n^{(s)}$ を用いると式（2.51）および（2.52）で与えられる．

ここで，回転電子プラズマによる散乱に現われる共振散乱について調べよう．そのために式（4.59）で与えられる散乱波の振幅をつぎのように書き改めてみる．ただし，簡単のために，周囲の媒質は真空とする．

$$B_n^{(s)} = -1/(1-jF_n) \tag{4.64a}$$

$$F_n = \frac{R_n(k_h a)Y_n(k_0 a) - Y'_n(k_0 a)J_n(k_h a)}{R_n(k_h a)J_n(k_0 a) - J'_n(k_0 a)J_n(k_h a)} \tag{4.64b}$$

Y_n は Neumann 関数を表わしている．いま，$k_0 a \ll 1$, $k_h a \ll 1$, $k_0 a\Omega/\omega \ll 1$ と仮定して式（4.64b）の近似式を求めるとつぎのようになる．

$$F_n = \begin{cases} -\dfrac{16}{\pi(k_0 a)^4(1-\zeta_h^2)} \quad (n=0) & (4.65a) \\[2ex] -\dfrac{1}{\pi}\left(\dfrac{2}{k_0 a}\right)^{2n} n!/(n-1)!\dfrac{1}{\omega_p^2} \cdot \{\omega-(n-1)\Omega\}\{\omega-\omega_c-(n-1)\Omega\} \quad (n>0) & (4.65b) \\[2ex] -\dfrac{1}{\pi}\left(\dfrac{1}{k_0 a}\right)^{2|n|} |n|!/(|n|-1)!\dfrac{1}{\omega_p^2} \cdot \{\omega+(|n|-1)\Omega\}\{\omega+\omega_c+(|n|-1)\Omega\} \quad (n<0) & (4.65c) \end{cases}$$

式（4.65）からわかるように F_n は通常大きな値であるが，つぎの二種類の点では零となり，したがって散乱波の振幅は極大値をとる．すなわち，

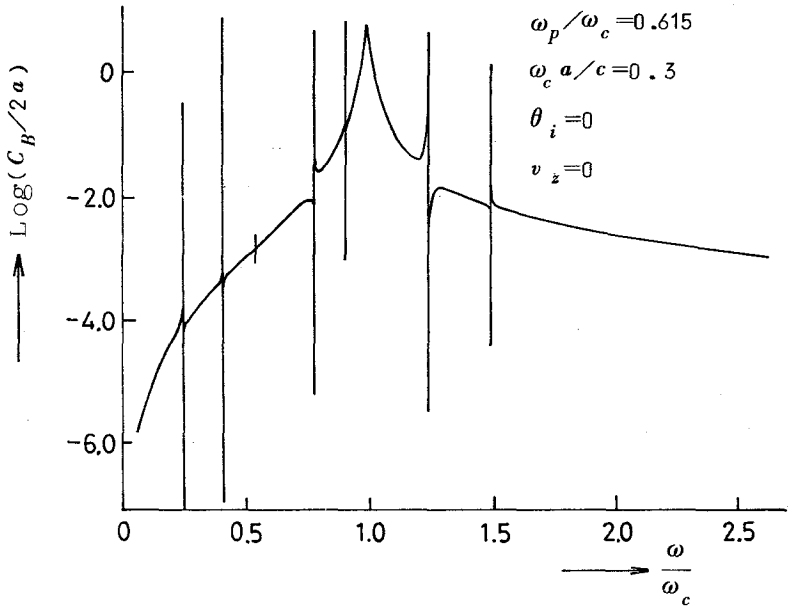
(i) $\omega=(n-1)\Omega \quad (n\geqq 2)$ (4.66a)

(ii) $\omega=\omega_c+(n-1)\Omega \quad (n\geqq 1)$ (4.66b)

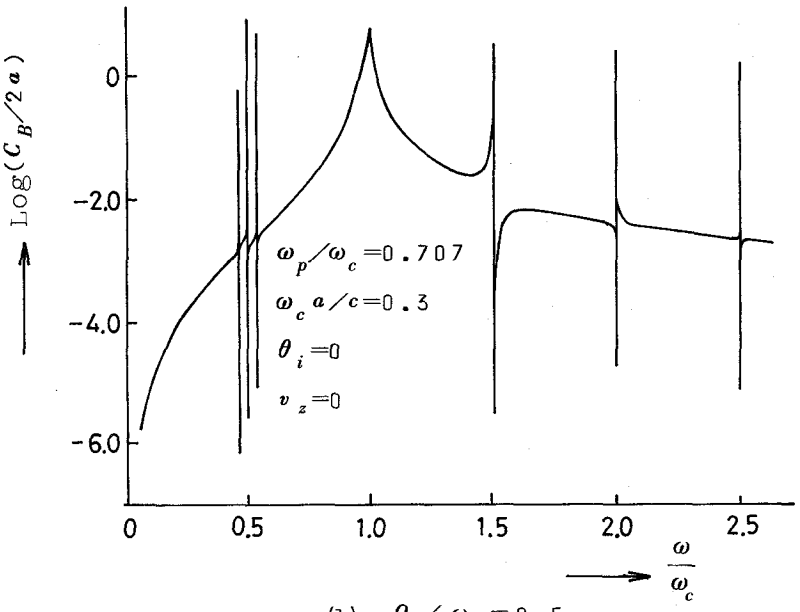
ただし，$\omega=0$ では共振は生じないので条件から省いてある。この二つの条件は円柱の太さに無関係であることから，回転電子プラズマに固有の共振条件であると考えられる。また，この共振には正の n のみが寄与するが，外部静磁界が逆方向に印加されている場合（$\omega_c<0$，$\Omega<0$）には負の n のみが寄与することになる。一方，式（4.55）で与えられる E 波に対する散乱波の振幅には，このような固有の共振は存在しない。

4・6 検　　討

つぎに，回転電子プラズマ円柱の散乱特性を数値例を上げて検討する。ただし，簡単のために，プラズマの周囲は真空とする。まず，基本的な散乱特性をみるために，$k_z=v_z=0$ の場合から検討する。図4．2は，入射波が H 波の場合の，入射波の周波数と後方散乱断面積との関係を示す。なお，図4．2(b)はBrillouin flow の場合の特性になっている。図から，いくつかの共振散乱が起こることがわかるが，特に周期的に現われる共振散乱は，式（4.66）の条件による共振散乱である。それらのうち $\omega/\omega_c<1$ の領域に現われる共振は条件(i)によるものであり，$\omega/\omega_c\geqq 1$ の領域に現われる共振は条件(ii)によるものである。いずれの条件の場合にも高いモード次数に対しては共振は明確に現われなくなる。図4．2に見られる他の共振散乱はモード次数，プラズマのパラメータ，円柱の太さ等に依存する共振散乱である。つぎに，E 波入射の場合の，入射波の周波数と後方散乱断面積との関係を図4．3に示す。すでに多くの報告に見られるように，電気的中性プラズマ円柱に E 波が垂直入射した場合，特に著しい散乱特性は現われない。ところが回転電子プラズマ円柱の場合は，式（4.39b）からわかるように，モード次数 n および ε_{zz} の値によって半径方向の伝搬定数 k_e の値は大きく変化する。すなわち，$\omega=n\Omega$ の近傍では k_e^2 は非常に大きな値となり，したがって散乱特性も複雑に変化する。E 波の場合のこれらの共振散乱特性は，プラズマのパラメータに依存し，また，図4．3の(a)と(b)を比較してもわかるように円柱

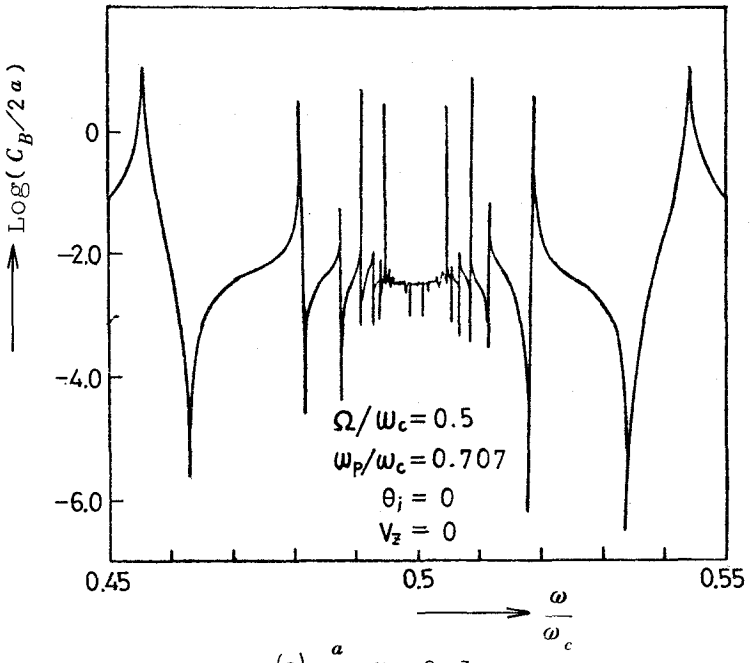


(a) $\Omega/\omega_c=0.25$

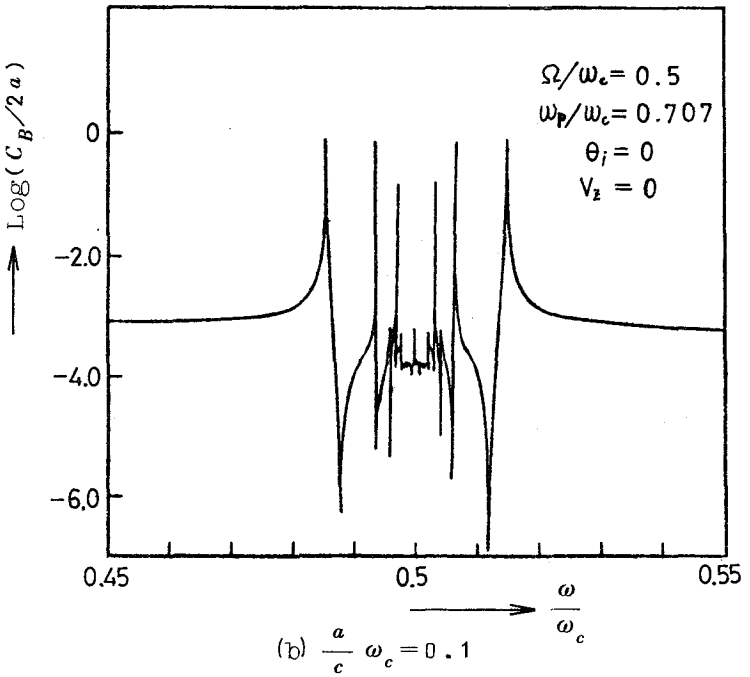


(b) $\Omega/\omega_c=0.5$

図４．２　後方散乱断面積と入射波の周波数との関係（H波入射）

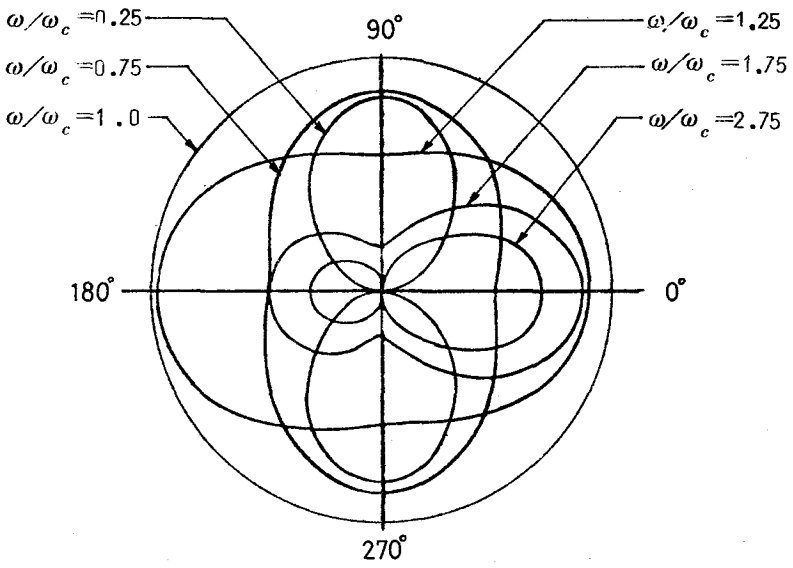


(a) $\frac{a}{c}\ \omega_c = 0.3$

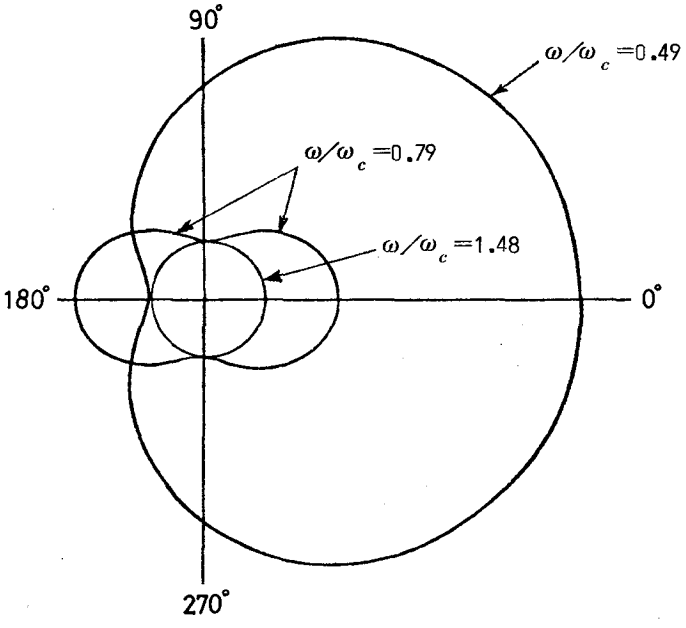


(b) $\frac{a}{c}\ \omega_c = 0.1$

図４．３　後方散乱断面積と入射波の周波数との関係（ E 波入射 ）



(a)　H 波 入 射



(b)　E 波 入 射

図 4 . 4　ω/ω_c の種々の値に対する散乱パターン

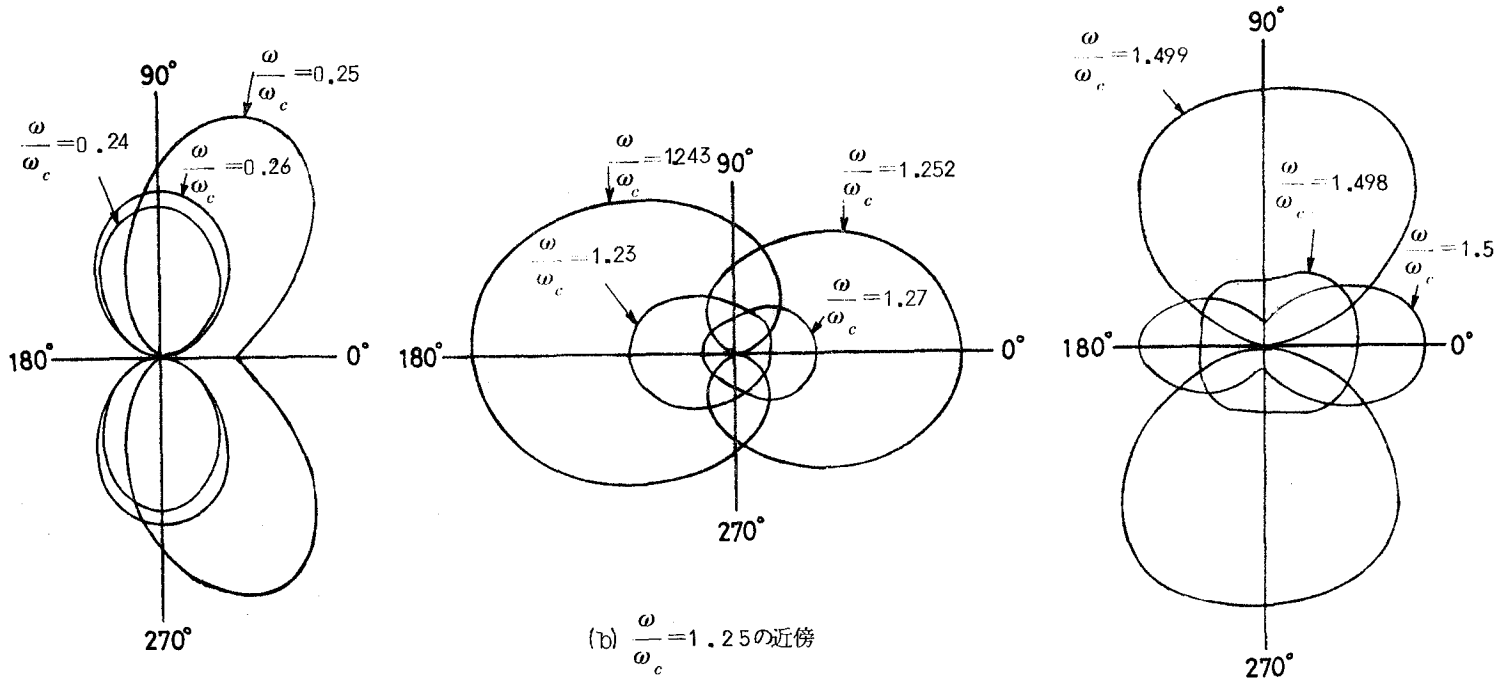
の太さによっても大きく変化する。

つぎに $k_z=v_z=0$ の場合の散乱パターンを調べよう。図4．4に ω/ω_c の種々の値に対する散乱パターンを，図4．5および4．6に共振点近傍の散乱パターンを示す。ただし，図4．4(a)では各パターンは任意に伸縮されている。基本的な散乱パターンは，入射波が E 波の場合は円形であり，入射波が H 波の場合は，$\omega/\omega_c<1$ ではサイクロトロン波の励振により8字形，$\omega/\omega_c=1$ の近傍では円形，$\omega/\omega_c>1$ ではダイポール放射形すなわち∞形となる。一方，共振点近傍では，入射波が H 波の場合散乱パターンは急激な変化をするが，共振点を境にその形が変わり，共振点では等方性になることが特徴として上げられる。これに対して，入射波が E 波の場合，図を省略したが，散乱パターンに大きな変化はない。なお，図4．5と図4．6を比較すればわかるように $\Omega/\omega_c=0.5$ と $\Omega/\omega_c=0.25$ の場合の共振点近傍の散乱パターンは，共振を起すモード次数の同じ値に対しては類似のパターンになる。

つぎにBrillouin flowの場合の散乱特性について調べる。図4.7は，Ω/ω の値と後方散乱断面積との関係を3種類の入射角について示している。図からわかるように，入射角が大きくなるにつれ，各共振点はグラフの左方に移動する。また，Brillouin flowの場合は E 波と H 波が結合しているため，入射波が E 波の場合と H 波の場合の散乱特性は類似している。このことは，入射角度が大きいときに特にいえる。さらに，この結合によって，回転電子プラズマに固有の共振散乱は，垂直入射以外の場合は明確でなくなる。図4．8は，入射角と後方散乱断面積との関係を種々の Ω/ω の値について示している。入射波が E 波および H 波のいずれの場合も，二つの極大値をもち，これらは Ω/ω が1に近づくにしたがってともに図の中心部に近づく。また，$\Omega/\omega>0.8$ の場合，鋭い共振特性はみられなくなる。散乱特性が $\theta_i=0$ の軸に対して非対称であるのは軸方向のドリフトの影響によるものである。

4．7 結　言

本章では，回転運動を行なう電子プラズマ円柱による斜入射平面波の散乱



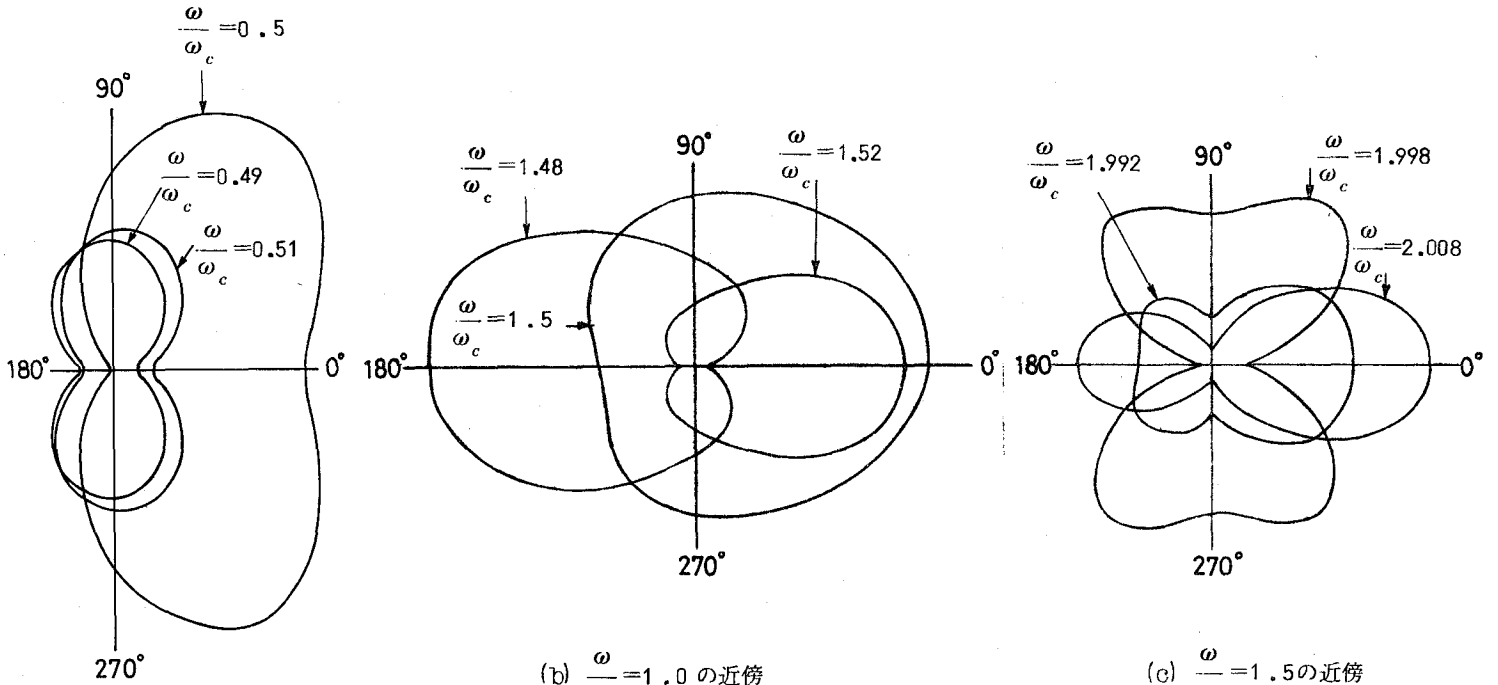
(a) $\frac{\omega}{\omega_c}$=0.25の近傍

(b) $\frac{\omega}{\omega_c}$=1.25の近傍

(c) $\frac{\omega}{\omega_c}$=1.5の近傍

図4.5　共振点近傍の散乱パターン

〔H波入射，$\Omega/\omega_c=0.25$，$\frac{a}{c}\omega_c=0.3$，$\theta_i=0$〕

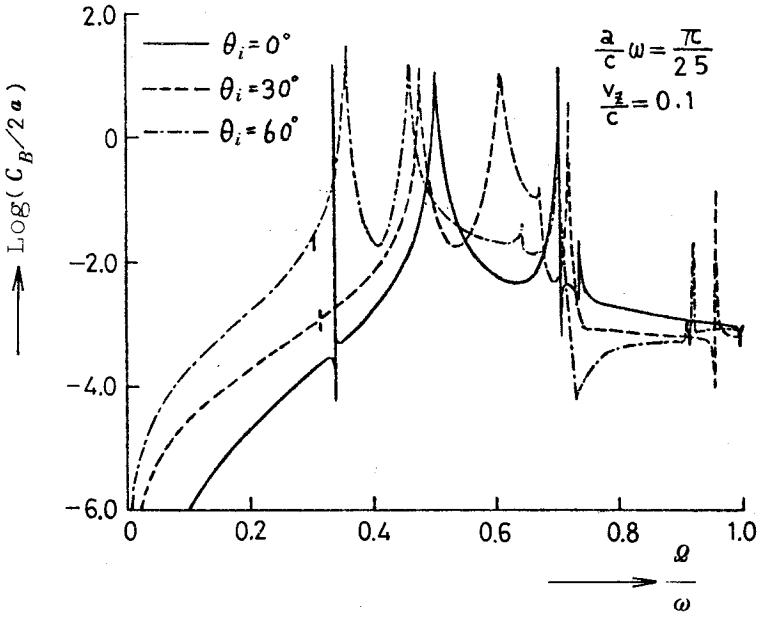


(a) $\frac{\omega}{\omega_c}=0.5$ の近傍

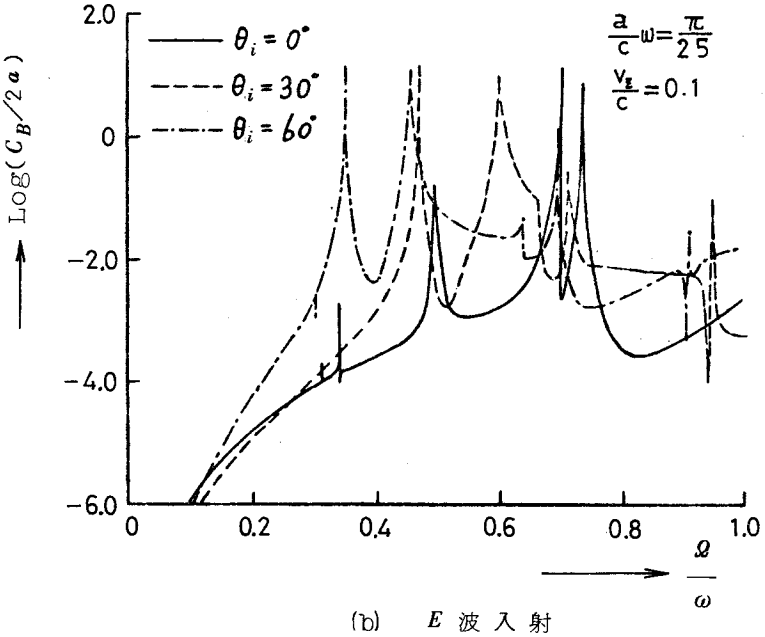
(b) $\frac{\omega}{\omega_c}=1.0$ の近傍

(c) $\frac{\omega}{\omega_c}=1.5$ の近傍

図 4 . 6　共振点近傍の散乱パターン
〔H波入射，$\Omega/\omega_c=0.5$，$\frac{a}{c}\omega_c=0,3$，$\theta_i=0$〕

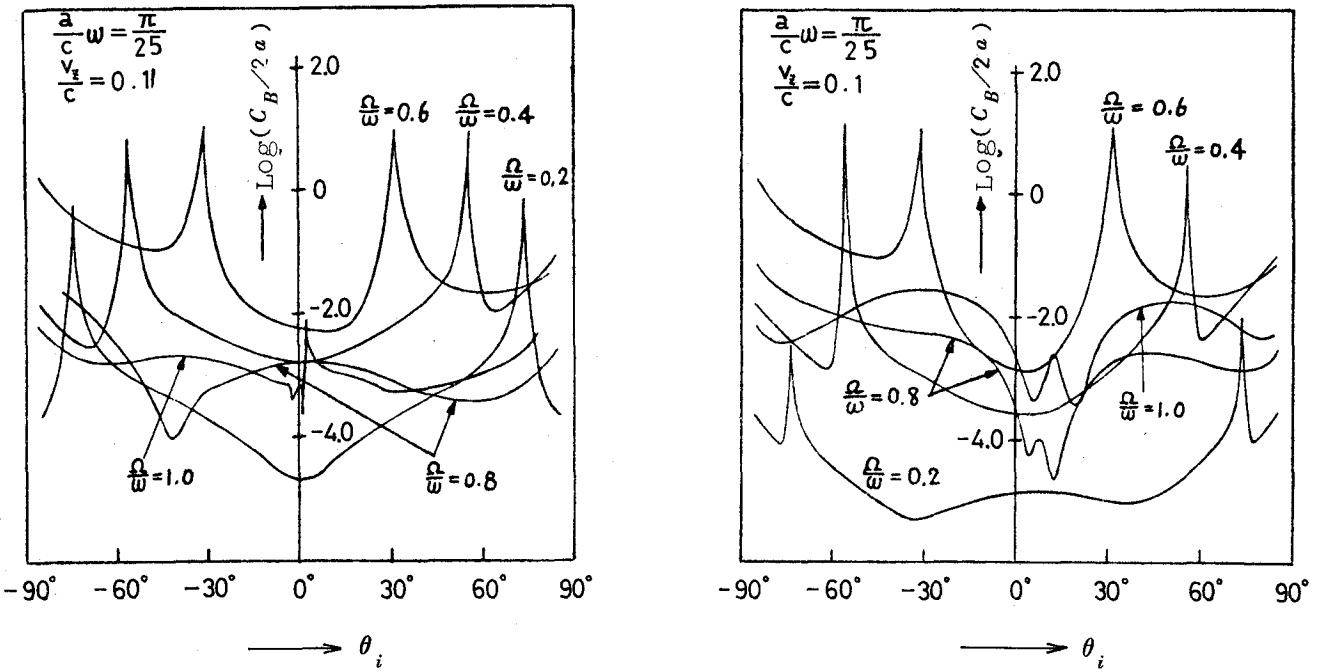


(a)　H 波 入 射



(b)　E 波 入 射

図4．7　θ_i の種々の値に対する後方散乱断面積と回転周波数との関係 (Brillouin flow)



(a) H 波 入 射　　(b) E 波 入 射

図４．８　Ω/ωの種々の値に対する後方散乱断面積と入射角度との関係（Brillouin flow）

について考察した。まず，電子論の立場から回転電子プラズマに対する構成関係式を求め，これとMaxwell の方程式とから，電子プラズマ中の電磁界が満たす波動方程式を求めた。つぎに電子プラズマの運動が回転運動のみでかつ垂直入射の場合と，プラズマの回転角周波数がLarmor 周波数に等しい場合の二つの場合について散乱電磁界，後方散乱断面積，散乱パターンを求めた。最後に，後方散乱断面積と散乱パターンの数値例を上げて散乱特性を検討し，回転電子プラズマに固有の共振散乱の起こること等を明らかにした。

付　　録

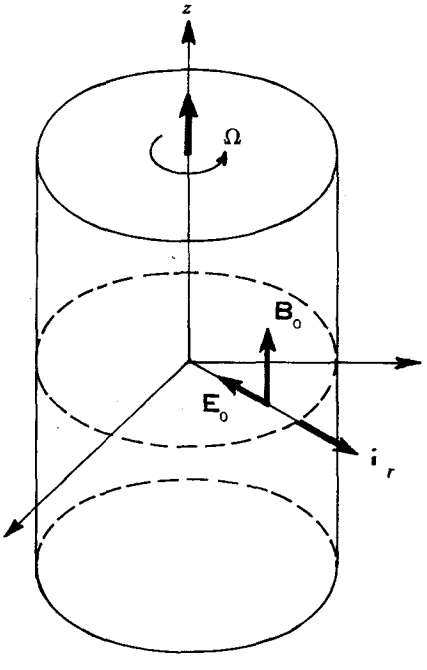
非相対論的な速度で回転運動を行なう電子に対する運動方程式は次式で与えられる。

$$\Omega \times (\Omega \times \mathbf{r}) = (-e/m)(\mathbf{E}_0 + (\Omega \times \mathbf{r}) \times \mathbf{B}_0) \qquad (A.1)$$

ただし，$\mathbf{r}$ は動径ベクトルであり，m および $-e$ は電子の静止質量および電荷を表わす。また，$\mathbf{E}_0$ は電子プラズマ自身が作る静電界であり，電子密度を N_0 とすると

$$\mathbf{E}_0 = -\frac{1}{2}\frac{N_0 e}{\varepsilon_0}\mathbf{r} \qquad (A.2)$$

で与えられる。ここで，$\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{i}_z$ として式(A.1)から Ω を求めるとつぎのようになる。



図A.1　電子プラズマの回転

$$\Omega = i_z \Omega \tag{A.3}$$

$$\Omega = \frac{\omega_c}{2}\left[1 \pm \left(1 - \frac{2\omega_p^2}{\omega_c^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \quad (2\omega_p^2 \leqq \omega_c^2) \tag{A.4}$$

ただし，

$$\omega_p^2 = N_0 e^2 / m\varepsilon_0 \tag{A.5}$$

$$\omega_c = eB_0 / m \tag{A.6}$$

は，それぞれ，プラズマ周波数およびサイクロトロン周波数を表わす。特に $\omega_c = \sqrt{2}\,\omega_p$ となる場合はBrillouin flowと呼ばれ，このときには

$$\Omega = \omega_c / 2 \tag{A.7}$$

となる。なお，式(A.4)では電子の回転運動によって生じる磁界は無視されている。

第5章　結　　論

本章では本研究の成果を総括して述べる。

第2章では，軸方向に一様な速度で運動している半径方向に不均質な異方性プラズマ円柱による斜入射平面電磁波の散乱について考察した。具体例としては，電子密度の分布が2乗分布で与えられる場合について後方散乱断面積ならびに散乱パターンとプラズマの速度および他の種々のパラメータとの関係を数値的に検討した。その結果，プラズマ円柱の散乱特性は，プラズマの運動あるいは電子密度の不均質によって大きな影響を受けることが明らかになった。

第3章では，境界面および入射面に平行に運動している異方性不均質プラズマによる斜入射平面電磁波の反射と透過について考察した。具体例として，電子密度の分布が2乗分布および直線分布で与えられる場合について電力反射係数の数値例を上げ，プラズマの運動ならびに電子密度の不均質の反射特性に及ぼす影響について調べた。その結果，スラブの全体にわたる電子密度の平均値が同じでも，分布のしかたによって反射特性が大きく変化すること等がわかった。

第4章では，外部静磁界中で一様な角速度で回転している電子プラズマ円柱による斜入射平面電磁波の散乱について考察した。重要な二つの場合，すなわち，電子プラズマの運動が回転運動のみでかつ垂直入射の場合ならびにBrillouin flowの場合について散乱電磁界を求め，さらにこれら二つの場合について，後方散乱断面積および散乱パターンの数値例を上げ，回転電子プラズマに固有の共振散乱が起こること等を明らかにした。

最近の15年間をみても，プラズマに関する研究はおびただしい量に達する。しかしAlfvénは日本講演*の中で，水素プラズマを用いた熱核融合が大きな壁につきあたっていることに端的に現われているように，単純化された理論的方法は，プラズマのもつ複雑さに十分対処しきれてはいないことを指摘

* 講演内容“太陽系とプラズマ物理学”は自然，73−11，pp.48−59に記載されている。

している。また，天体物理学の発展のために，回転するプラズマの理論解析ならびに実験が望まれることを述べている。このような情況の中にあって，本研究で得られた成果が，電磁界理論ならびにプラズマ物理学の発展に多小なりとも貢献しうるならば，著者の最も幸とするところである。

謝　　辞

本研究を行なうに際し，終始御懇切な御指導，御激励をいただいた大阪大学工学部板倉清保教授，ならびに種々有益な御教示，御助言をいただいた大阪大学工学部熊谷信昭教授に喪心より感謝の意を表わす。

大学院在学中には，通信工学および電子工学一般に関して御指導，御教示をいただいた大阪大学工学部青柳健次名誉教授，笠原芳郎名誉教授，滑川敏彦教授，手塚慶一教授，中西義郎教授ならびに倉園貞夫助教授に深謝する。

本研究遂行にあたって，直接御指導いただき，また種々有益な御討論をいただいた大阪大学工学部助手塩沢俊之博士に深謝する。

また，本研究に関して御協力いただいた大阪大学大学院田中克彦氏（現在日本電信電話会社）に感謝するとともに，有益な御討論をいただいた大阪大学工学部助手藤岡　弘博士，株式会社日立製作所勤務間　剛　博士，大阪大学工学部助手小嶋敏孝博士，ならびに日本電信電話公社横須賀電気通信研究所調査員小山正樹博士に深謝する。

さらに，日頃御討論いただいた大阪大学大学院小川英一氏はじめとする通信工学科電磁界理論研究グループの諸兄に厚く御礼を申し上げる。

文　　献

1) *L. Tonks and I. Langmuir*: "*Oscillations in ionized gases*", *Phys. Rev.*, 33, *p.* 195 (*Feb.* 1929).

2) *W. H. Eccles*: "*On the diurnal variations of the electric waves occuring in nature, and on the propagation of electric waves round the bend of earth*", *Proc. Roy. Soc. London, A* 87, *p.* 79 (*Aug.* 1912).

3) *B. van der Pol*: "*De invloed van een geioniseerd gas op het voortschrijden van electromagnetische gloven*", *Thesis, Univ. of Utrecht. Reprinted in van der Pol, Selected Scientific Papers, Vol. I, p.* 129, *North-Holland Publ. Co., Amsterdam* (1960).

4) *L. A. Pardue and J. S. Webb*: "*Ionic oscillations in the glow discharge*", *Phys. Rev.*, 32, *p.* 946 (*Dec.* 1928).

5) *D. R. Hartree*: "*Propagation of electro-magnetic waves in a refracting medium in a magnetic field*", *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 27, *p.* 143 (1931).

6) *E. V. Appleton and G. Builder*: "*The ionosphere as a doubly refracting medium*", *Proc. Phys. Soc.*, 45, *p.* 208 (1933).

7) *H. R. Mimno*: "*The Physics of the ionosphere*", *Rev. Mod. Phys.*, 9, *p.* 1 (*Jan.* 1937).

8) *L. G. H. Huxley and F. W. Bennet*: "*The propagation of electromagnetic waves in an atmosphere containing free electrons*", *Phil. Mag.*, 29, *p.* 313 (*April* 1940).

9) *H. Alfvén*: "*Existence of electromagnetic-hydrodynamic waves*", *Nature*, 150, *p.* 405 (*Oct.* 1942).

10) *M. A. Heald and C. B. Wharton*: "*Plasma diagnostics with*

microwaves", *John Wiley & Sons Inc.*, (1965).

11) *W. C. Erickson*: "*The radio-wave scattering properties of the solar corona*", *Astrophys. J.*, 139, *p.* 1290 (*May* 1964).

12) *J. H. Chisholm and J. C. James*: "*Radar evidence of solar wind and coronal mass motions*", *Astrophys. J.*, 140, *p.* 377 (*July* 1964).

13) *L. Brillouin*: "*Theory of the magnetron. I*", *Phys. Rev.*, 60, *p.* 385 (*Sept.* 1941).

14) *N. Rostoker and A. C. Kolb*: "*Fission of a hot plasma*", *Phys. Rev.*, 124, *p.* 965 (*Nov.* 1961).

15) *D. R. Wells and G. Schmidt*: "*Observation of plasma rotation produced by an electrodeless plasma gun*", *Phys. Fluids*, 6, *p.* 418 (*March* 1963).

16) *B. Lehnert*: "*Rotating plasmas*", *Nuclear Fusion* (*Review Paper*), 11, *p.* 485 (1971).

17) *H. Minkowski*: "*Die Grundgleichungen für die electromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern*", *Mathematishe Annalen*, 68, *p.* 472 (1910).

18) *A. Sommerfeld*: "*Electrodynamics*", *p.* 281, *Academic Press, New York* (1952).

19) *W. Pauli*: "*Theory of relativity*", *p.* 99, *Pergamon Press* (1958).

20) *C. T. Tai*: "*Electrodynamics of moving anisotropic media: the first order theory*", *Radio Science*, 69 *D*, *p.* 401 (*March* 1965).

21) 小山正樹，板倉清保："運動プラズマ中の電磁放射による*Minkowski*および*EH*記述形式の一考察"，信学誌，50，12，*p.* 2267（昭42－12）.

22) 塩沢俊之："安元氏の論文"運動媒質の模型による*Chu*および*Minkowski*

記述形式の考察”に対する討論”，信学論(B)（紙上討論），55－*B*，5，*p*．270（昭47－05）．

23) *C. T. Tai*：“*The dyadic Greens' function for moving isotropic medium*”，*IEEE Trans. Antennas and Propagation*（*Communications*），*AP*－13，*p*．322（*March* 1965）．

24) *K. S. H. Lee and C. H. Papas*：“*Antenna radiation in a moving dispersive medium*”，*IEEE Trans. Antennas and Propagation*，*AP*－13，*p*．799（*Sept*．1965）．

25) *J. A. Kong and D. K. Cheng*：“*On guided waves in moving anisotropic media*”，*IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*，*MTT*－16，*p*．99（*Feb*．1968）．

26) *C. V. Herr*：“*Resonant frequencies of an electro－magnetic cavity in an accelerated system of reference*”，*Phys. Rev.*，134，*A*799（*May* 1964）．

27) *A. Yildiz and C. H. Tang*：“*Electromagnetic cavity resonances in accelerated systems*”，*Phys. Rev.*，146，*p*．947（*June* 1966）．

28) *J. L. Anderson and J. W. Ryon*：“*Electromagnetic radiation in accelerated system*”，*Phys. Rev.*，181，*p*．1765（*May* 1969）．

29) *T. C. Mo*：“*Theory of electrodynamics in media in noninertial frames and applications*”，*J. Math. Phys.*，11，*p*．2589（*Aug*．1970）．

30) *T. Shiozawa*：“*Phenomenological and electron－theoretical study of the electrodynamics of rotating systems*”，*Proc. IEEE*，*to be published*．

31) *G. E. Modesitt*：“*Maxwell's equations in a rotating*

reference frame", *American J. Phys* (*Notes and Discussions*), *p*. 1487 (*Dec*. 1970).

32) *J. V. Bladel*: "*Relativistic theory of rotating disks*", *Proc. IEEE*, 61, *p*. 260 (*March* 1973).

33) 塩沢俊之，青海恵之："損失のある異方性プラズマからなる微小だ円体による散乱"，信学論(B)（技術談話室），52－*B*，9，*p*. 555（昭44－09）.

34) 塩沢俊之，青海恵之："軸方向に運動している不均質プラズマ円柱による平面電磁波の散乱"，信学論(B)，55－*B*，4，*p*. 158（昭47－04）.

35) *T. Shiozawa and S. Seikai*: "*Scattering of electro-magnetic waves from an inhomogeneous magnetoplasma column moving in the axial direction*", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, *AP*－20, *p*. 455 (*July* 1972).

36) *S. Seikai, K. Tanaka, and T. Shiozawa*: "*Reflection and transmission of obliquely-incident electro-magnetic waves by an inhomogeneous plasma slab moving parallel to the magnetostatic field*", *Radio Science, to be published in the March* 1974 *issue*.

37) 青海恵之，田中克彦，塩沢俊之："運動する不均質磁化プラズマスラブによる平面電磁波の反射と透過"，信学論(B)（技術談話室），55－*B*，12，*p*. 696（昭47－12）.

38) 青海恵之，塩沢俊之："回転運動を行なう電子プラズマ円柱による平面電磁波の散乱"，電気学会電磁界理論研究会資料，*EMT*－73－40（1973－10）.

39) *P. M. Platzman and H. T. Ozaki*: "*Scattering of electromagnetic waves from an infinitely long magnetized cylindrical plasma*", *J. Appl. Phys.*, 31, *p*. 1597 (*Sept*. 1960).

40) *S. Adachi*: "*Scattering pattern of a plane wave from a*

magnetoplasma cylinder", *IRE Trans. Antennas and Propagation*, *AP*—10, *p.* 352 (*May* 1962).

41) *C. Yeh and W. V. T. Rusch*: "*Interaction of micro—waves with an inhomogeneous and anisotropic plasma column*", *J. Appl. Phys.*, 36, *p.* 2303 (*July* 1965).

42) *G. Gal and W. E. Gibson*: "*Interaction of electro—magnetic waves with cylindrical plasma*", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, *AP*—16, *p.* 468 (*July* 1968).

43) *E. J. Baghdady and O. P. Ely*: "*Effects of exhaust plasmas upon signal transmission to and from rocketpowered vehicles*", *Proc. IEEE*, 54, *p.* 1134 (*Sept.* 1966).

44) *C. D. Taylor*: "*Electromagnetic scattreing by thin inhomogeneous circular cylinders*", *Radio Science*, 2 (*New Series*), *p.* 729 (*July* 1967).

45) *S. R. Seshadri*: "*Plane—wave scattering by a magneto—plasma cylinder*", *Electronics Letters*, 1, *p.* 256 (*Nov.* 1965).

46) *R. J. Mayhan and F. V. Schultz*: "*Electromagnetic plane wave scattering from a plasma—coated conducting cylinder*", *Radio Science*, 2 (*New Series*), *p.* 853 (*Aug.* 1967).

47) *W. C. Wong and D. K. Cheng*: "*Wave scattering from a circular cylinder coated with an inhomogeneous plasma at oblique incidence*", *Proc. IEE*, 115, *p.* 1446 (*Oct.* 1968).

48) *A. M. Messiaen and P. E. Vandenplas*: "*High—frequency effect due to the axial drift velocity of a plasma column*", *Phys. Rev.*, 149, *p.* 131 (*Sept.* 1966).

49) *C. Yeh*: "*Scattering of obliquely incident microwaves by a moving plasma column*", *J. Appl. Phys.*, 40, *p.* 5066 (*Dec.* 1969).

50) 塩沢俊之，河野盤生："軸方向に運動している無限長円柱による平面電磁波の散乱"，信学論(B)，53－*B*，7，*p.* 361（昭45－07）.

51) 塩沢俊之，河野盤生："軸方向に運動している異方性プラズマ円柱による平面電磁波の散乱"，信学会アンテナ伝搬研資，*AP* 70－63（1971－02）.

52) *B. Davies and P. J. Christiansen*: "*Helicon waves in a gaseous plasma*", *Plasma Phys.*, 11, *p.* 987 (*Dec.* 1969).

53) *M. Born and E. Wolf*: "*Principles of optics*", *p.* 51, *Pergamon Press* (1964).

54) *F. A. Albini and R. G. Jahn*: "*Reflection and transmission of electromagnetic waves at electron density gradients*", *J. Appl. Phys.*, 32, *p.* 75 (*Jan.* 1961).

55) *K. G. Budden*: "*Radio waves in the ionosphere*", *Chaps.* 9－12, *Camb. Univ. Press* (1961).

56) *V. L. Ginzburg*: "*The propagation of electromagnetic waves in plasmas*", *Chaps. IV and V*, *Pergamon Press* (1964).

57) *K. C. Yeh and C. H. Liu*: "*Theory of ionospheric waves*", *Chap.* 5, *Academic Press* (1972).

58) *C. Yeh*: "*Reflection and transmission of electromagnetic waves by a moving plasma medium*", *J. Appl. Phys.*, 37, *p.* 3079 (*July* 1966).

59) *V. P. Pyati*: "*Reflection and refraction of electromagnetic waves by a moving dielectric medium*", *J. Appl. Phys.*, 38, *p.* 652 (*Feb.* 1967).

60) *S. W. Lee and Y. T. Lo*: "*Reflection and Transmission*

of electromagnetic waves by a moving uniaxially anisotropic medium", *J. Appl. Phys.*, 38, *p.* 870 (*Feb.* 1967).

61) *C. Yeh*: "*Reflection and transmission of electromagnetic waves by a moving plasma medium.* II. *Parallel polarization*", *J. Appl. Phys.*, 38, *p.* 2871 (*June* 1967).

62) *T. Shiozawa, K. Hazama, and N. Kumagai*: "*Reflection and transmission of electromagnetic waves by a dielectric half-space moving perpendicular to the plane of incidence*", *J. Appl. Phys.*, 38, *p.* 4459 (*Oct.* 1967).

63) *T. Shiozawa and K. Hazama*: "*General solution to the problem of reflection and transmission by a moving dielectric medium*", *Radio Science*, 3 (*New Series*), *p.* 569 (*June* 1968).

64) *J. A. Kong and D. K. Cheng*: "*Reflection and refraction of electromagnetic waves by a moving uniaxially anisotropic slab*", *J. Appl. Phys.*, 40, *p.* 2206 (*April* 1969).

65) 藤岡　弘，二瓶文博，熊谷信昭："圧縮性運動プラズマ流体と平面電磁波との相互作用"，信学論(B)，52－*B*,7, *p*.359 (昭44－07).

66) *B. R. Chawla and H. Unz*: "*Reflection and transmission of electromagnetic waves normally incident on a plasma slab moving uniformly along a magnetostatic field*", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, *AP*－17, *p.* 771 (*Nov.* 1969).

67) *T. Kojima, T. Higashi, and K. Itakura*: "*Reflection and transmission of electromagnetic waves obliquely*

incident upon a moving compressible plasma slab", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, *AP*−20, *p*. 398 (*May*. 1972).

68) *H. N. Kritikos, K. S. H. Lee, and C. H. Papas*: "*Electromagnetic reflectivity of nonuniform jet streams*", *Radio Science*, 2 (*New Series*), *p*. 991 (*Sept*. 1967).

69) 風間一郎，深井一郎，鈴木道雄："速度に分布をもって運動する損失のあるプラズマスラブの反射係数について"，信学論(B)（技術談話室），54−*B*，5，*p*. 280（昭46−05）.

70) 塩沢俊之，田中克彦："運動不均質媒質スラブによる平面電磁波の反射と透過"，輻射科学研資（1971−07）.

71) *J. A. Kong*："*Reflection and transmission of electro−magnetic waves by stratified moving media*", *Canadian J. Phys.*, 49, *p*. 2785 (*Nov*. 1971).

72) 風間一郎，深井一郎，鈴木道雄："運動する不均質プラズマスラブによる反射"，信学会アンテナ伝播研資，*AP* 72−16（1972−06）.

73) 田中嘉津夫，間　剛："運動不均質媒質による平面電磁波の反射と透過"，信学論(B)，55−*B*，11，*p*. 618（昭47−11）.

74) *N. Y. Kotsarenko, V. P. Semik, and A. M. Fedorchenko*: "*Amplification of fast electromagnetic waves by rotating electron beam*", *Radio Eng. Electron. Phys.*, 14, *p*. 1103 (*July* 1969).

75) *N. Y. Kotsarenko, V. P. Semik, and A. M. Fedorchenko*: "*Interaction of cyclotron waves and space−charge waves of a rotating electron beam with fast electro−magnetic waves*", *Radio Eng. Electron. Phys.*, 15, *p*. 2260 (*Dec*. 1970).

76) 奥田孝美："電磁力学"，第7章，コロナ社（昭47）.

77) *H. Unz*："*Drifting plasma magneto－ionic theory for oblique incidence*", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, *AP*－13, *p*. 595 (*July* 1965).

78) *R. C. Costen and D. Adamson*："*Three－dimentional derivation of the electromagnetic jump conditions and momentum－energy laws at a moving boundary*", *Proc. IEEE*, 53, *p*. 1181 (*Sept*. 1965).

79) 塩沢俊之："外部静磁界に沿って運動している微小プラズマだ円体による散乱", 信学論(B), 52－*B*, 1, *p*. 41 (昭44－01).

80) *D. L. Bobroff*："*Independent space variables for small－signal electron beam analyses*", *IRE Trans. Electron Devices*, *ED*－6, *p*. 68 (*Jan*. 1959).

81) *W. K. H. Panofsky and M. Phillips*："*Classical electricity and magnetism*", *Addison－Wesley*, *chap*. 18 (1962).