



Title	ジョセフソン接合からカオスへ
Author(s)	西田, 良男
Citation	大阪大学低温センターだより. 1986, 55, p. 6-9
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/8167
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

ジョセフソン接合からカオスへ

基礎工学部 西田良男（豊中 4666）

カオスとは混沌を意味し、調和と秩序の反対概念である。物理の世界では、流体の流れが対流である時が秩序で、乱流がカオスにあたる。一般に非線形な系に一定の大きさ、または周期的に変化する作用が働いた時、系の応答にあたる物理量が時間的に無秩序に変化している状態をカオスと呼んでいる。ジョセフソン接合の電圧波形、レーザーの発振波形、化学反応における反応生成量や生体系の個体数等、いろいろの領域に亘ってカオスの現象が知られている。決定論が成り立つと考えられている古典力学の領域で、規制的な作用から不規則な応答が現れるのは何故かという疑問が、カオスの一つの問題になっている。カオスはいろいろの分野で起り、昔はそれらが別々の研究対象であった。理論的には、計算機の普及が非線形方程式を解くことに非常に役立って、カオスの研究を刺激した。1979年にアメリカのFeigenbaumが、個々の現象は異っていてもカオスには普遍的な規則性が存在することを、特別な数学的モデルを使って指摘して以来、カオスの研究に統一的な見方ができてきた。ここではジョセフソン接合について、秩序とカオスの状態を述べよう。

初めに、ジョセフソン接合の現象論的方程式を説明しよう。ジョセフソン接合とは、図1(a)に示すように、2つの超伝導体が絶縁膜を挟んで弱く結合したもので、時間的に変化する電流 $I(t)$ を流すと接合

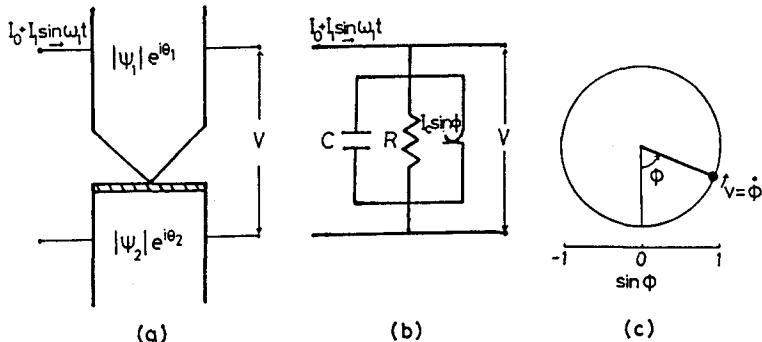


図1. (a) ジョセフソン接合の構造 (b) ジョセフソン接合の等価回路 (c) 位相差 ϕ と振り子の変位 ϕ の対応

電圧 $V(t)$ が発生する。図1(b)は接合の等価回路を示し、3種類の電流成分があることを表している。超伝導体には2種類の電子、ペアとシングルが存在して、ペアの存在が超伝導を特徴づけている。超伝導状態はマクロな波動関数、 $\varphi_i = |\varphi_i| e^{i\theta_i}$ (2つの超伝導体を i で区別する。 $i = 1, 2$) で表され、 $|\varphi_i|^2$ がペアの密度を、 θ_i が位相を示している。2つの超伝導体の位相差 ϕ を $\phi = \theta_1 - \theta_2$ とするとペアのトンネル電流は $I_p = I_c \sin \phi$ で与えられる。 I_c はジョセフソン臨界電流という。接合電圧 V は $V = (\hbar/2e) \cdot (d\phi/dt)$ で与えられる。ジョセフソン接合の電気的特性には位相差 ϕ が重要な役割を担

っている。この他、通常金属の電子と同じシングル電子もトンネル電流に寄与する。接合抵抗を R とすると、オームの法則に従って電流は V/R となる。さらに接合キャパシタンス C があると、変位電流 $C dV/dt$ が寄与する。これらをまとめると、

$$\frac{\hbar C}{2e} \frac{d^2\phi}{dt^2} + \frac{\hbar}{2eR} \frac{d\phi}{dt} + I_c \sin \phi = I(t), \quad (1)$$

$$V = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\phi}{dt}, \quad (2)$$

$$I(t) = I_0 + I_1 \sin \omega_1 t \quad (3)$$

となる。式(1)が電流釣合を、式(2)が接合電圧を、式(3)が外部から作用する電流を示す。外部から与える電流は、DC電流 I_0 と振幅 I_1 、振動数 ω_1 のAC電流から成っている場合を扱う。式(1)は位相差の運動が振り子の方程式になることを示している。 $\sin \phi$ の項が非線形を生じ、この方程式の解をシュミレーションで求めた。式(2)は接合電圧が ϕ の角速度に対応していることを表す。

図2にジョセフソン接合の電流-電圧曲線を示す。

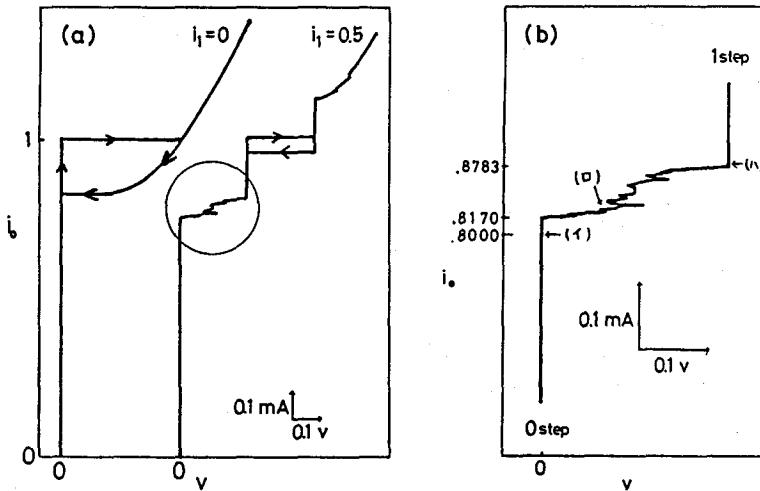


図2. (a) シュミレーションで求めた $I-V$ 曲線 (b) $i_1=0.5$ の曲線の円で囲んだ部分を拡大したもの。

電流を $i_\alpha = I_\alpha/I_c$ ($\alpha = 0, 1$) で表し、キャパシタンス C に対応するパラメーター $\beta = 2eI_cR^2C/\hbar$ が1.8の時のデーターである。 $i_1=0$ で i_0 をゼロから増していくと、電圧がゼロの状態が続いて、 $i_0=1$ のところで有限電圧にジャンプする。 i_0 を下げていくとヒステシスを示して電圧ゼロに逆る。この特徴を図1(c)の振り子を使って説明すると、DCトルクが増すに伴って錘りの平衡点は $\phi = 0^\circ$ から 90° に移動し、 90° を越えると急に回転運動を始める。静止から回転へ、またその逆の変化は、 ϕ の初期条件によるのでヒステリシスが現れる。

次に、 $i_1=0.5$ の場合を見ると、電圧が一定値をとるところと、複雑な線を示す部分がある。後者の

円で囲んだ部分を図 2(b)に拡大してある。DC電圧 $\langle V \rangle$ は式(2)の長時間平均であることに注意すると、

$$\langle V \rangle = \frac{n}{2e} \cdot \frac{\phi(T) - \phi(0)}{T} \quad (4)$$

で与えられる。 T は平均を取る時間、 $\phi(0)$ は ϕ の初期値である。 i_0 の値が小さい時は、 ϕ は振動運動をして回転しない。これが図 2(b)に 0 step と示した部分であり $\langle V \rangle = 0$ になっている。 ϕ の運動が外部振動数 ω_1 に同期して、 ω_1 の m 周期の間に n 回転するならば、式(4)は $\langle V \rangle = (n/m)(\hbar\omega_1/2e)$ となる。図 2(b)で 1 step と記した部分が $n/m = 2/2$ であって、電圧一定の状態になっている。

図 2(b)の(i)、(ii)で示す点で取った電圧波形とスペクトルを図 3 の(i)、(ii)に示す。波形は外部周波数 ω_1 に同期した規則的な形になっていて、スペクトルは ω_1 とその高調波 (ii)では $\omega_1/2$ とその高調波)から成っている。これは秩序ある状態である。

これにたいして、図 2(b)の(iv)の付近では接合電圧 $V(t)$ はどのような波形になっているだろうか、これを示したのが図 3 の(iv)である。波形は(i)と(ii)の波形が乱雑に入り混じったような形になり、非周期的

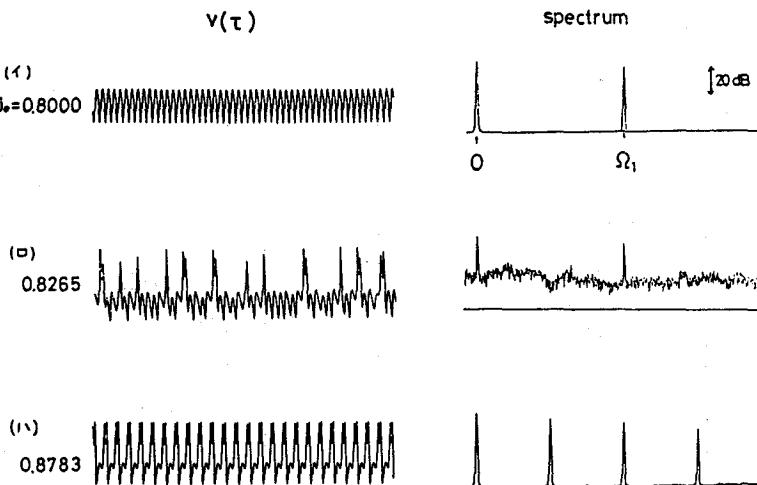


図 3. (i), (ii), (iv) はそれぞれ図 2(b)の同じ文字で示す点で取った接合電圧波形(左側)とそのスペクトル(右側)。

である。スペクトルを見ると、 ω_1 の線スペクトルと殆んど平坦な連続スペクトルとから成っている。この連続スペクトルの出現がカオス状態の特徴であって、無秩序な運動状態を表している。

図 2(b)の点(i)と(ii)の間では、全て図 3 の(iv)のようなカオスの波形になっているかというと、そうではない。 i_0 の値の変化にたいして、秩序ある波形とカオスの波形とが複雑にくり返されて、カオスの運動状態にも何らかの規則性が潜在していることを示唆している。実際図 3(iv)の波形を見ても、全く乱雑な波形ではない。周期性がないということである。また、 ϕ の運動が外部振動数 ω_1 と同期せずに、独自

の周期でもって運動すれば、カオスにはならない。この場合には ω は非整合な準周期運動をしていると言ひ、スペクトルには連続スペクトルが現れない。

カオスの特徴はスペクトルに連続スペクトルが現れることである。カオスが何故起るのか、カオスが始める過程はどうなのか、カオスの起る条件、カオスの分類等、まだわからないことが多い。他方、ジョセフソン接合の実験では、接合電圧波形は数100GHzの周波数帯になるので直接観測はできない。 $I-V$ 特性や、波形の特別なスペクトル成分を測定して、シュミレーションと比較する方法が取られる。ジョセフソン接合のカオスの実験は始ったばかりの段階である。

ジョセフソン接合は簡単な非線形系になっており、カオスを研究する一つの対象として適当であると思われる。また、ジョセフソン接合の応用においては、カオス状態を避けなければならないが、その条件を明らかにするためにもカオスの研究は役立つであろう。