OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Triple product p-adic L-function attached to p-adic families of modular forms
Author(s)	福永, 健吾
Citation	大阪大学, 2021, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/81993
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

様式３

論　文　内　容　の　要　旨

氏　名　（　福永　健吾　）	
論文題名	Triple product p-adic L-function attached to p-adic families of modular forms (保型形式のp進族に付随する三重積p進L関数)

論文内容の要旨

p を奇素数とする。保型形式の三つ組みから、三重積 L 関数と呼ばれるオイラー積表示と関数等式を持つゼータ関数が定義される。論文の主結果は、三重積 L 関数の関数等式の中心値を(無限個)補間する、三重積 p 進 L 関数とよばれる p 進解析的関数の構成に関するものである。

先行研究

先行研究について紹介する。f を ordinary なカスプ形式とする。肥田は f から肥田変形族と呼ばれる、f を含む ordinary なカスプ形式の変形族 F を構成した。f を補間する肥田辺継続 F は一意的定まる。よって (f,g,h) を ordinary なカスプ形式の三つ組みとすると、(f,g,h) を含む肥田変形族の三つ組み (F,G,H) が一意的に定義できる。Ming-Lun Hsieh 氏は論文[Hsi17]の中で、その肥田変形族の積 (F,G,H) に付随する三重積 p 進 L 関数を構成した。一方、肥田変形族の一般化として、ordinary とは限らないカスプ形式 f に対しても Coleman 変形族と呼ばれるカスプ形式の変形族が[Corollary B5.7.1, Col97]の中で定義された。肥田変形族と同様に f を補間する Coleman 変形族もまた一意的に定まる。

主結果

カスプ形式の三つ組み (f,g,h) の正整数ウェイトを (k,l,m) とする。辺の長さがそれぞれ k,l,m の三角形が存在するとき、(f,g,h) は balanced なカスプ形式の三つ組みとよばれる。逆にそうでないとき、(f,g,h) は unbalanced なカスプ形式の三つ組みと呼ばれる。三重積 p 進 L 関数は balanced と unbalanced と呼ばれる、二つの場合に区分される。Balanced な三重積 p 進 L 関数は、balanced なカスプ形式の三つ組みに付随した三重積 L 関数の中心値を補間する。同様に unbalanced な三重積 p 進 L 関数は、unbalanced なカスプ形式の三つ組みに付随した三重積 L 関数の中心値を補間する。私は[Theorem 3.4, Hsi17]の unbalanced な場合の結果を[Theorem 5.2.1, Fuk19]で拡張した。より具体的には、肥田変形族 F と一般的な変形族 G,H の三つ組み (F,G,H) に付随した、三重積 p 進 L 関数を構成した。先行研究[Theorem 3.4, Hsi17]の中では肥田変形族の三つ組み (F,G,H) に付随した三重積 p 進 L 関数を構成していた。私の結果[Theorem 5.2.1, Fuk19]は、G,H として肥田変形族に限らないより一般のカスプ形式の変形族をとれるという意味で、[Theorem 3.4, Hsi17]の unbalanced な場合の結果の一般化である。とりわけ G,H として、肥田変形族や Coleman 変形族、CM 変形族など主要な変形族に適用することができる。

参考文献

[Col97] R. F. Coleman, p-adic Banach spaces and families of modular forms. Invent. Math., 127(3):417-479, 1997.
[Fuk19] K. Fukunaga, Triple product p-adic L-function attached to p-adic families of modular forms, arxiv:1909.03165.
[Hsi17] M.-L. Hsieh, Hida families and p-adic triple product L-functions, AJM, to appear.

様式 7

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名	（　福永健吾　）

	(職)	氏　名
論文審査担当者	主 査　教授	渡部 隆夫
	副 査　教授	中村 博昭
	副 査　准教授	太田 和惟
	副 査　准教授	落合 理

論文審査の結果の要旨

本論文は、3 つの楕円モジュラー形式に付随する三重積 L 関数の関数等式の中心値を補間する p 進 L 関数の存在を研究したものである。

一般に、ガロワ表現やモジュラー形式などの p 進変形族が与えられたときに、その変形族上の元たちに対応する L 関数の特殊値を p 進的に補間する良い p 進 L 関数が存在するであろうと予想されている。 このような p 進 L 関数は岩澤理論の枠組みにおける主要な研究対象であり、例えば岩澤主予想の研究では p 進 L 関数の存在が重要な役割を演じる。 p 進 L 関数を実際に構成するには、個別の状況に応じてそれに即した技術やアイデアが必要とされるため、現状では変形空間の次元や L 関数の次数が小さい幾つかの場合に限り p 進 L 関数が構成されている。 １９８７年に出版された論文で、Garrett 並びに Piatetski-Shapiro と Rallis は、楕円モジュラー形式の三つ組み f,g,h に付随する三重積 L 関数を初めて構成し、その関数等式を示した。この三重積 L 関数の関数等式の中心値を対象として、２００１年に出版の論文で、Harris と Tilouine は、肥田変形族 F の中で f が動くときの１変数 p 進 L 関数 Lp(F,g,h)の存在を示した。その後、２０１７年に公開されたプレプリントの中で、Hsieh が肥田変形族 F,G,H の中でそれぞれ f,g,h が動くときの 3 変数 p 進 L 関数 Lp(F,G,H)を構成している。 これらの研究において、考えている楕円モジュラー形式の p 進変形族はすべて肥田変形族に限られており、p 通常性などの肥田変形特有の良い性質を用いて構成が行われている。

本論文において福永氏は、3 つの楕円モジュラー形式の p 進変形族 F,G,H のうち、F は肥田変形族とするが G と H を肥田変形族とは限らないある条件をみたすような p 進変形族へと一般化し、その一般化のもとで F,G,H の特殊化 f,g,h が、重さに関して unbalanced という条件をみたすように動くときに三重積 L 関数の中心値を補間する 3 変数 p 進 L 関数 Lp(F,G,H)を構成することに成功した。また、Coleman 変形や CM 変形が主定理で課した条件をみたしていることを示すことにより、肥田変形族とは限らない G と H の例を与えることにも成功した。その方法論において特筆すべき点は、p 進 L 関数を構成できるような G と H に関する条件を精密かつ適切に捉え、p 進 L 関数の公理論的な構成を定式化したことである。

福永氏の研究は、三重積 L 関数の中心値を補間する p 進 L 関数の存在に関して従来の研究結果を本質的に拡張する一般化を成し遂げ、研究手法においても公理論的な方法を導入することにより既存の手法を大きく発展させた。よって、本論文は博士(理学)の学位論文として十分価値あるものと認める。