



Title	Design and analysis of structure-preserving schemes for parabolic partial differential equations with dynamic boundary conditions
Author(s)	奥村, 真善美
Citation	大阪大学, 2021, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/82279
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

論文内容の要旨

氏 名 (奥村 真善美)

論文題名

Design and analysis of structure-preserving schemes for parabolic partial differential equations with dynamic boundary conditions
(動的境界条件を伴う放物型偏微分方程式に対する構造保存スキームの構成と解析)

論文内容の要旨

本論文では動的境界条件と呼ばれる、その条件内に時間微分を含む境界条件を課した偏微分方程式に対する構造保存スキームの改良を目的とし、放物型偏微分方程式のAllen-Cahn方程式やCahn-Hilliard方程式に対する構造保存スキームの構成と解析に取り組んだ。各問題に対し、離散変分導関数法 (Furihata-Matsuo, 2011) に基づく適切な構造保存スキームを構成し、また、提案スキームの解の L^∞ -有界性、可解性、誤差評価の理論解析の結果を得た。特に動的境界条件下の問題の構造保存スキームに対し、その空間精度の改善となる結果を得ることができた。そして、その結果を以下のように段階的にまとめた。

まず1992年にRubinsteinとSternbergにより導入された、ノイマン境界条件下の、非局所項付きAllen-Cahn方程式に対する構造保存スキームを構成し、その理論解析の結果をまとめた。誤差評価に関して、数値的な確認のみの先行研究が多いというのが現状であったが、本論文では提案スキームの精度が二次であることを厳密に証明した。この結果は [1] にまとめた。

次に、離散変分導関数法において重要なエネルギーの離散化と離散部分積分公式を従来のものから改良することで、動的境界条件下のAllen-Cahn方程式に対して境界条件を中心差分で近似した構造保存スキームを構成し、その理論解析を行った。従来の離散変分導関数法スキームの可解性の結果では、空間分割幅に応じて時間分割幅を小さく取らなければならないという制約があったが、本論文では先行研究 (Fukao-Yoshikawa-Wada, 2017) でも用いられているエネルギー法により空間分割幅に依らない仮定へと改善できた。この結果は [2] にまとめた。

最後に、動的境界条件下のCahn-Hilliard方程式に対して境界条件を中心差分で近似した新たな構造保存スキームを構成し、その理論解析を行った。誤差評価に関して、深尾らの先行研究では空間に関して一次の精度しか得られていなかったが、本論文で提案するスキームの精度は空間に関して二次であることを証明し、先行研究の改善となる結果を得た。この結果は論文投稿準備中。

[1] M. Okumura, A stable and structure-preserving scheme for a non-local Allen-Cahn equation, Jpn. J. Ind. Appl. Math., 35 (2018), 1245-1281.

[2] M. Okumura and D. Furihata, A structure-preserving scheme for the Allen-Cahn equation with a dynamic boundary condition, Discrete Contin. Dyn. Syst., 40 (2020), 4927-4960.

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 (奥 村 真 善 美)			
	(職)	氏 名	
論文審査担当者	主 査	教授	降旗 大介
	副 査	教授	杉山 由恵
	副 査	准教授	茶碗谷 毅

論文審査の結果の要旨

偏微分方程式の数値解法において、単純ではない境界条件をもつ問題は特殊かつ煩雑な対応を要求される困難なものであることが多い。本研究は、動的境界条件と呼ばれる、時間微分を含む境界条件を課した偏微分方程式に対する構造保存スキームの改良を目的とし、放物型偏微分方程式のAllen-Cahn方程式やCahn-Hilliard方程式に対する構造保存スキームの構成と解析に取り組んだものである。

奥村氏はこれらの問題に対し、離散変分導関数法に基づく適切な構造保存スキームを構成し、また、提案スキームの解の L^∞ -有界性、可解性、誤差評価の理論解析の結果を得た。特に動的境界条件下の問題の構造保存スキームに対し、その空間精度の改善となる結果を得ることができた。そして、その結果を以下のように段階的にまとめた。まず1992年にRubinsteinとSternbergにより導入された、ノイマン境界条件下の、非局所項付きAllen-Cahn方程式に対する構造保存スキームを構成し、その理論解析の結果をまとめた。誤差評価に関して、数値的な確認のみの先行研究が多いというのが現状であったが、本論文では提案スキームの精度が二次であることを厳密に証明した。次に、離散変分導関数法において重要なエネルギーの離散化と離散部分積分公式を従来のものから改良することで、動的境界条件下のAllen-Cahn方程式に対して境界条件を中心差分で近似した構造保存スキームを構成し、その理論解析を行った。従来の離散変分導関数法スキームの可解性の結果では、空間分割幅に応じて時間分割幅を小さく取らなければならないという制約があったが、本論文では先行研究でも用いられているエネルギー法により空間分割幅に依らない仮定へと改善できた。そして最後に、動的境界条件下のCahn-Hilliard方程式に対して境界条件を中心差分で近似した新たな構造保存スキームを構成し、その理論解析を行った。誤差評価に関して、深尾らの先行研究では空間に関して一次の精度しか得られていなかったが、本論文で提案するスキームの精度は空間に関して二次であることを証明し、先行研究の改善となる結果を得ており、一連の研究の目的を満たした優れた成果である。

よって、博士(情報科学)の学位論文として価値のあるものと認める。