OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Studies on Forward/Backward Stochastic Differential Equations and Their Applications
Author(s)	田中, 章博
Citation	大阪大学, 2021, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/82332
rights	
Note	やむを得ない事由があると学位審査研究科が承認したため、全文に代えてその内容の要約を公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

様式３

論　文　内　容　の　要　旨

氏　名　（　田 中 章 博　）	
論文題名	Studies on Forward/Backward Stochastic Differential Equations and Their Applications（前進確率微分方程式と後退確率微分方程式の研究とその応用）

論文内容の要旨

本論文では、マイナス金利の導入や店頭デリバティブのXVA（x-valuation adjustments）問題など、近年の数理ファイナンスの話題に触発され、理論と応用の両面から前進確率微分方程式と後退確率微分方程式の研究を行う。
本論文の構成は以下の通りである。

第1章では，数理ファイナンスの観点からの研究の背景と目的を紹介する。

第2章、第3章では、金融危機後の最も重要な市場慣行の一つである店頭デリバティブのXVA問題を研究し、数理ファイナンスの理論的観点から市場慣行の解釈を行う。

第4章と第5章では、確率微分方程式の解に対する確率密度関数（PDF）の問題を研究し、PDFの存在、PDFの滑らかさ、Gaussian two-sided boundとヘルダーの連続性、オイラー・丸山近似の収束率について、いくつかの新しい結果を紹介する。

第6章では、ランダムベクトルの不規則関数の近似に対するL^q-誤差評価を研究し、新しい結果を紹介する。さらに、この結果をオイラー丸山法とマルチレベルモンテカルロ法を用いた不規則関数の数値解析に適用する。

第7章では、非粘着性条件を持つ1次元degenerate SDEの解に対するオイラー・丸山近似の弱収束/強収束を研究し、マイナス金利を表現するモデルに関連するCEV過程を応用として扱う。

第8章では、多次元ブラウン運動によって駆動されるマルコフ型後退確率微分方程式を近似するために、格子上の多次元スケールランダムウォークによって駆動される後退確率差分方程式(BSΔE)を扱う。さらに、ワッサースタイン計量に関して、その収束率を紹介する。

最後に、第9章で本論文の結論を述べ、いくつかの将来の研究課題を提案する。

様式７

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　　名　（　田中　章博　）		
	（職）	氏　　名
論文審査担当者	主 査　教 授 副 査　教 授 副 査　教 授 副 査　准教授	関根　順 内田　雅之 深澤　正彰 田口　大（岡山大学）

論文審査の結果の要旨

本博士学位論文の中では、前進確率微分方程式、後退確率微分方程式、それらの組み合わせで記述される前進・後退確率微分方程式に関するいくつかの問題が研究されている。以下の点は、本論文の重要な貢献と考えられる。

１）　数理ファイナンスの理論的見地から、近年の店頭デリバティブ取引におけるXVA問題に明快な解釈を与えた。すなわち、店頭デリバティブの無裁定価格は売り手の最小複製コストと買い手の最大複製コストがそれぞれ非線形な後退確率微分方程式の解を用いて記述され、それらの大小関係より裁定機会の有無が定まる。さらに、金融実務で計算されている価格調整項（いわゆるXVA項）のうち、特にCVA,DVA,colVAと呼ばれる項に関しては、非線形後退確率微分方程式を線形後退確率微分方程式で近似して漸近展開していった際の修正項として表現される。

２）　イレギュラーな（不連続な）ドリフト項を持つ前進確率微分方程式を考え、その解に関する加法的汎関数の分布が滑らかな密度関数を持つことをある条件の下で証明した。また、経路依存する非有界なドリフト項を持つ前進確率微分方程式を考え、その解の周辺分布の密度関数に関する詳細な性質を調べた。さらに、この確率微分方程式のオイラー・丸山法による離散化を行い誤差評価を行った。

３）　ランダムベクトルの不規則関数の近似に対するq乗ノルムに関する誤差に関する新しい結果を得た。さらに、この結果がオイラー・丸山法やマルチレベルモンテカルロ法を用いた不規則関数の数値解析に応用されることを示した。

４）　非粘着性条件を持つ1次元の退化型前進確率微分方程式に対して、そのオイラー・丸山近似法による離散化方程式を考え、後者の弱収束性および強収束性を導いた。さらに、この理論的成果を数理ファイナンス分野で問題になっているマイナス金利を表現するモデルに適用させた。

５）　d次元のブラウン運動で駆動されるマルコフ型後退確率微分方程式に対して、d次元結晶格子上を動くランダムウォークで駆動される後退確率差分方程式を離散化近似モデルとして考え、後者の前者に対する離散化誤差をワッサースタイン距離を用いて計測して誤差の収束スピードを導いた。この後退確率差分方程式は、解が明示的に計算される大変取り扱いやすい離散化近似モデルになっており、応用上の有用性も認められる。

上記の１）における研究においては、田中氏の金融実務における経験と実績が、その確率微分方程式を解析する数学的素養と組み合わさって活かされていることも特筆すべきである。また、上記１)−４）の貢献については、既に査読付き国際専門誌に論文が4本掲載済みで2本が掲載予定という状態である。

以上の貢献により、田中氏の博士学位論文は博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認められる。