



Title	SU(3)ゲージ理論におけるリサージェンス構造
Author(s)	伊藤, 悦子
Citation	サイバーメディアHPCジャーナル. 2021, 10, p. 53-56
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/83290
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

SU(3)ゲージ理論におけるリサーチェンス構造

伊藤 悦子

慶應義塾大学 自然科学研究センター/大阪大学 核物理研究センター/高知大学 理工学部

1. はじめに

物質の基本構成要素である「クォーク」とその間の力を媒介する粒子である「グルオン」は、量子色力学(QCD)で記述される。これらクォークやグルオンは、低温で原子核程度の大きさの中に「閉じ込め」られており、単体で取り出すことができない。このことは、大雑把には結合定数が小さいと仮定した「摂動論」による解析計算で、QCD および SU(3)ゲージ理論が漸近的自由性を持つことと、それらの理論の非摂動論的定式化である「格子ゲージ理論に基づく数値計算」でその特徴が確認されている事によって信じられている。

しかしながら、この解析的な計算のできる「摂動領域」と、格子理論で計算されている「強結合領域」が【途中で相転移することなく一つの理論としてかかっているのか?】ということが未だわかっていない。弱結合領域における摂動計算は、格子摂動論を用いて数値的に高次(35 次)の計算が行われ、摂動級数展

開が収束しない事が示唆されている (Bali et al. 2014)。そして、その発散の振る舞いから、ボレル総和法を用いても物理量に不定性が残ると考えられている。

これに対し QCD と同じような性質をもつ量子力学系や 2 次元の模型において、理論の時空を変形すると、摂動級数のボレル和の不定虚部と、その時空に出現する分数電荷をもつトポロジカル・オブジェクトからの不定性が相殺することで「理論がリサーチェントする」というアイデアが提案されている。近年、様々な低次元模型でこのリサーチェンス構造が確かめられてきた (Unsal et al., Fujimori et al.)。この際に鍵となるのは「分数電荷を持つトポロジカル・オブジェクト」の存在である。近年 4 次元 SU(3)ゲージ理論に対しても、同様な時空変形を行う事でこれまで考えられていなかった「分数電荷をもつインスタントン解」の存在がモジュライ数のカウントから示唆された (Yamazaki-Yonekura, 2017)。

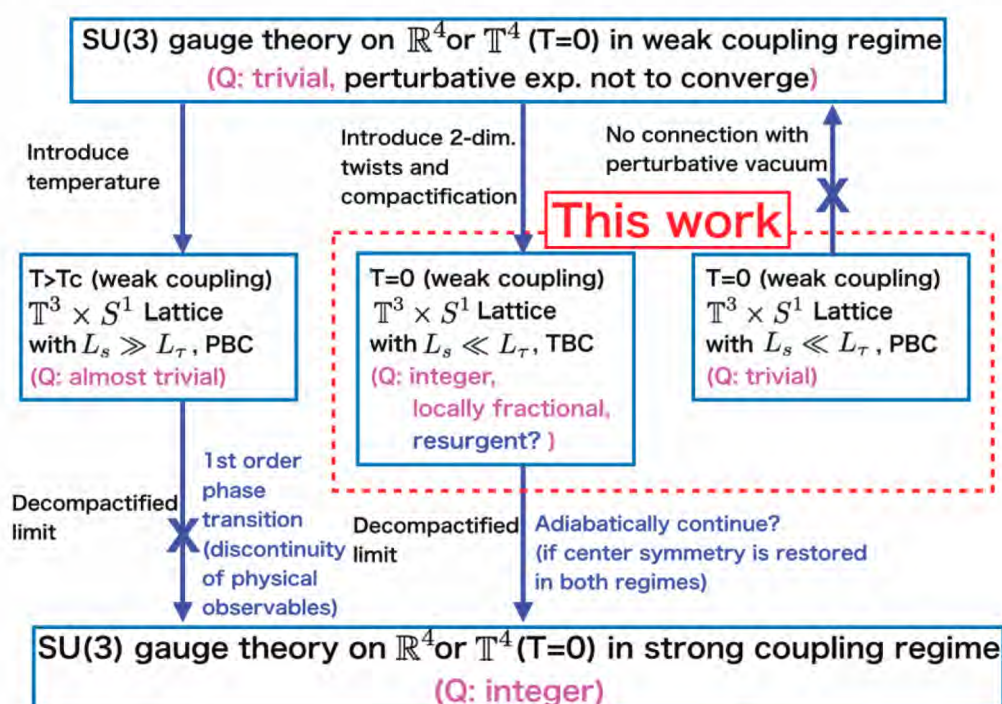


図 1:本研究の位置づけ

本研究では、連続極限で Yamazaki-Yonekura の時空構造になる格子時空での、ゼロ温度 SU(3)ゲージ理論を考える。その時空は、空間の 2 方向をコンパクト化しツイストした境界条件を課したものである。そして、その変形した時空上で「分数電荷をもつトポロジカル・オブジェクト（インスタントン）の存在」「弱結合領域から強結合領域への連続性」「リサージェンス構造」を、第一原理計算で明らかにする事が本研究の目的である。

特に今年度は、図 1 で示したように、分数インスタントンの存在と、中心対称性と閉じ込めの関係、インスタントン解が運動方程式を満たすかなどについて調べた(文献[1])。

2. ツイストした時空でのトポロジー(理論的背景)

全方向が周期的境界条件を持つ 4 次元トーラス上の SU(3)ゲージ理論には、ヤンミルズ方程式の自己双対(反双対)解が存在しないことは知られている(文献[2])。一方で、4 つの次元全ての方向にツイストした境界条件を課すと、解が存在するがその解は $1/3$ の分数電荷を基本単位とするインスタントン・反インスタントンになる事も文献[2]で示されている。

格子 QCD の分野でしばしば低温領域において非自明なトポロジカル電荷を持つインスタントン解が測定できるのは、低温の格子は格子サイズの大きな格子に対応しており、そのような状況では境界条件の影響が無視できるため本来ならツイストした境界条件で見える解の近似解が見えているに過ぎない。

実際に、時空構造によるインスタントン解の振る舞いの違いを見るためには、低温に保つために虚時間方向の格子サイズは大きくしたまま、空間方向の格子サイズを小さくした状況に対応する。またリサージェンス構造を見るために弱結合領域でのシミュレーションを行うため、非常に大きな β (格子上の結合定数の逆数)が大きい領域を調べる。

さらに、前述の文献[2]のように 4 次元全ての方向にツイストを行うと、SU(3)ゲージ理論にあるグロー

バスな対称性が SU(3)/Z₃ に破れてしまう。これを避けるため、空間 2 つの方向にツイスト境界条件、残りの空間 1 次元と虚時間方向は周期的境界条件を課す。

このセットアップに対応する連続理論は、Witten による文献[3]で議論されており、厳密解の存在が示唆されていた。それによると、この時分数のトポロジカル電荷をもつインスタントン（反インスタントン）が存在し、さらにそのようなインスタントンが現れると、ポリヤコフループの複素位相が変化する事が示唆されている。

3. シミュレーションセットアップ

本研究では、格子作用として Wilson-Plaquette ゲージ作用を用い、擬熱浴法と過緩和法を用いて配位を 100 個生成した。格子パラメータは、 $\beta=16.0$, $N_s=12$, $N_t=60$ とし、この時、文献[4]によると繰り込んだ結合定数は $g^2 \sim 0.7$ の弱結合領域に対応する。

トポロジカル電荷を調べるため、生成した配位にクーリング法を用いて、ゲージ配位を古典解に近づけた。

4. シミュレーション結果

まず同じ格子パラメータを用いて、4 次元方向全てが周期的境界条件を課した場合と、2 次元部分にツイストした場合で時空全体に生じているトポロジカル電荷を調べた。すると、全方向が周期的境界条件のときは予想通り全ての配位でトポロジカル電荷はゼロとなっていた。一方で、ツイストした時空上には、-2 から +3 の整数のトポロジカル電荷(Q)を持つ配位が現れた。

さらにその各時空での電荷分布を調べると、図 2 のように、虚時間方向の関数として典型的に 4 つの電荷分布が存在することがわかった。

Type I : $Q=0$ で局所的な電荷も全ての τ でゼロ

Type II(a) : Q が整数で、局所的に一つのピークを持つ

Type II(b) : Q が整数で、局所的に複数のピークを持つ

Type II(c) : Q が整数で、全体的にノンゼロの電荷を持つ

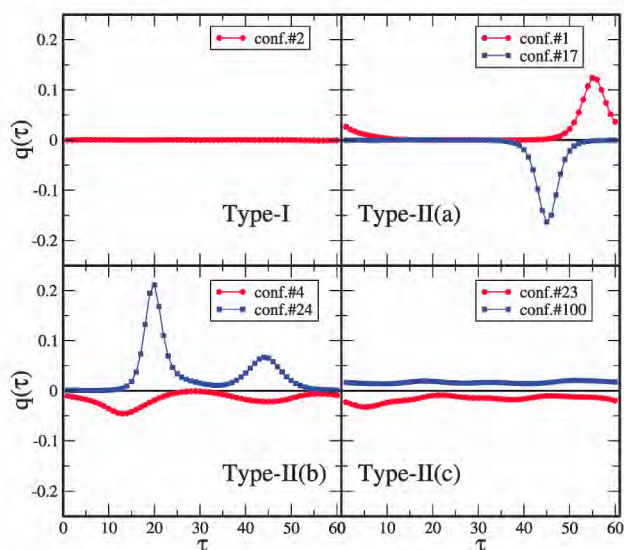


図 2 : ツイストした時空上に現れる局所電荷の分布

この中で特に Type II(b)に当たる複数の電荷を持つ配位に注目し各ピークの電荷を足すと、その大きさは全て $1/3$ の整数倍になっていることがわかった。つまり、Type II(b)では時空全体としては整数電荷のインスタントンが生じているように見えるが、その整数インスタントンは複数の分数インスタントンから構成されているとわかった。

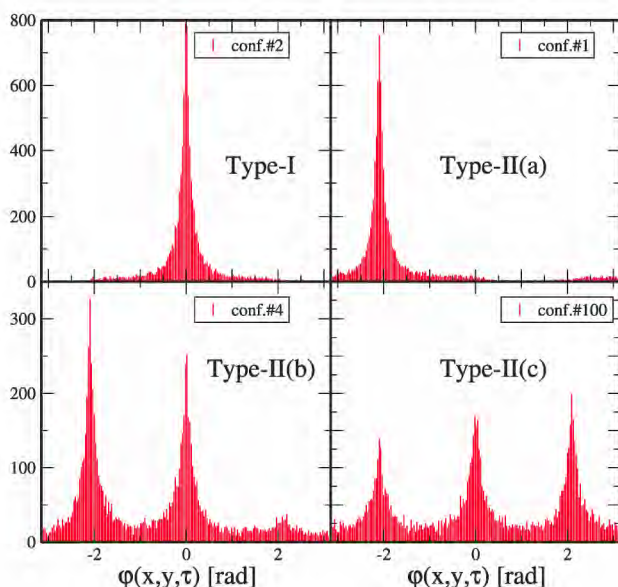


図 3 : ポリヤコフループの位相のヒストグラム

次に、それぞれの Type の配位におけるポリヤコフループの様子を調べた。ポリヤコフループの位相を調べると、図 3 のようにタイプによってその分布が異なることがわかる。Type I と II(a)では位相は Z_3 対称な真空のいずれか一つに局在するが、Type II(b)では3つのうち2つの真空に局在、さらに Type II(c)では3つ全ての真空にほぼ均等に存在することがわかる。

局所的に分数インスタントンが生じている配位について、このポリヤコフループの位相 (青) と図 1 に示した局所的なトポロジカル電荷 (赤) の τ 座標依存性を示したのが、図 4 である。

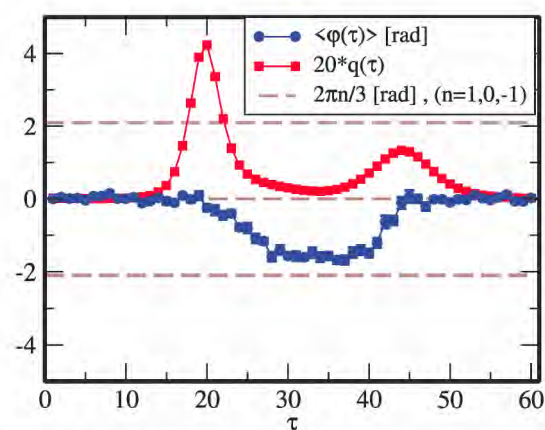


図 4: ポリヤコフループの位相 (青) と図 1 に示した局所的なトポロジカル電荷 (赤) の τ 座標依存性

これを見ると、赤のデータのピークの位置で、青のデータが値を変えることがわかる。つまり、分数インスタントンが生じたところで、ポリヤコフループの位相が回転することに対応する。これは文献[3]で指摘されていた性質であり、この格子計算によって、その存在が確かめられたことを意味する。

さらに、ポリヤコフループの大きさの格子サイズ依存性も示した。分数インスタントンが生じると、弱結合領域でも中心対称性が回復する。一般には中心対称性が回復することは「閉じ込め」を意味する。しかしながら、弱結合領域は理論的に漸近的自由性がありカラーを持つ粒子も自由に動いているはずである。

これを調べるため、周期的境界条件を課し本当に閉じ込めの起こっている系の格子サイズ($N\tau$)依存性(青)と、ツイストしたの格子計算での格子サイズ依存性(赤)を調べた。すると、本当に閉じ込めが起こっている場合には、データの格子サイズ依存性は見られない。これは既に赤外のエネルギースケールが閉じ込めスケール(ラムダスケール)になっているためである。

一方で、ツイストした時空での計算結果は格子サイズ依存性があり、これはまだ赤外のスケールが閉じ込めスケールではなく、格子サイズになっていることを示す。つまり一見中心対称性が破れていなくても、そのダイナミクスは、従来の閉じ込めと同じではないことを示唆している。

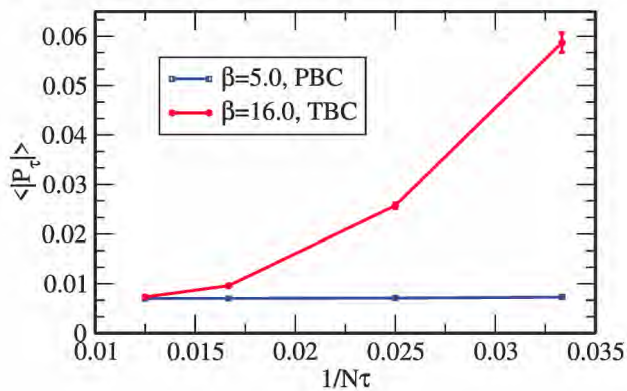


図 5 : ポリヤコフループの大きさの $N\tau$ 依存性

5. まとめ

本研究では、4次元トーラスのうち、2方向にツイストした時空構造を考えることで、これまでの格子計算では知られていなかった「複数の分数インスタントンから構成される整数インスタントン解」を発見し、その性質を調べた。この研究期間中にさらにこの低次元有効模型である CP^N 模型への応用も行い、同じようなツイスト境界条件を課すことで分数インスタントン解が生成されることもわかった(文献[4])。また断熱的連続性についても格子計算による第一原理計算から調べており、今後の発展も期待されている。

最後に、本研究を遂行するにあたって、日頃からシステムの運営を支えてくださっている方々に深く感謝致します。

参考文献

- (1) E.Itou, JHEP 1905 (2019) 093, PoS LATTICE2019, 014
- (2) G. 'tHooft, NPB153(1979)141, Commun.Math.Phys.81 (1981) 267
- (3) E. Witten, NPB202(1982)253
- (4) E.Itou, PTEP**2013** (2013) no.8, 083B01
- (5) T. Fujimori, E. Itou, T. Misumi, M. Nitta, N. Sakai, T. Fujimori, E. Itou, T. Misumi, M. Nitta, N. Sakai, Phys.Rev. D100 (2019) 094506, PoS LATTICE2019 (0) 015