



Title	勾配流法を用いた $N_f=2+1$ QCDのエネルギー運動量テンソルの研究
Author(s)	谷口, 裕介; 金谷, 和至
Citation	サイバーメディアHPCジャーナル. 2021, 10, p. 61-64
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/83292
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

勾配流法を用いた $N_f = 2+1$ QCD のエネルギー運動量テンソルの研究

谷口 裕介、金谷 和至*

筑波大学 計算科学研究センター、*筑波大学 宇宙史研究センター

1. はじめに

ビッグバン宇宙論によると、138 億年前の宇宙創世直後では、宇宙全体が極めて高温・高密度の状態にあり、現在我々が知るものとは全く違う物質状態にあったと考えられている。ビッグバンからの膨張・冷却により、宇宙年齢 10^{-4} 秒頃 (温度約 1 兆度) に、個々のクォークが特定のハドロンから解放されて飛び回る「クォーク・グルオン・プラズマ(QGP)状態」(高温相) から、クォークが陽子や中性子など (ハドロン) の中に閉じ込められている「ハドロン状態」(低温相) への相転移があったと考えられている。この QCD 相転移により用意された陽子や中性子が重力などで集積し、超新星爆発やブラックホール周辺の物理過程などを経て、生命の発生にも繋がる様々な原子 (元素) へと物質進化する。QCD 相転移の解明は、我々の知る元素がいかにかに創成されたかの初期状態の解明でもあり、宇宙史を理解する上で極めて重要である。

これは複雑で多様な現象であると同時に本質的に非摂動的な問題であり、信頼できる情報を得るためには、クォークの基礎理論である量子色力学(QCD)の第一原理に直接基づく格子 QCD シミュレーションが不可欠である。これまで多くの研究は、計算量が比較的少ないスタガード型と呼ばれる格子クォークを用いて行われているが、連続極限で現実の QCD を再現することが証明されていないという本質的問題を孕んでいる。我々は、理論的基礎が確立している Wilson 型格子クォークを用いて、QCD 相転移の性質と、相転移近傍の温度でクォーク物質がどのような熱力学特性を示すかの大規模シミュレーション研究を推進している。

2. 研究方法

Wilson 型クォークは、連続極限の正しさが保証

されている反面、有限の格子上ではカイラル対称性を陽に壊しているため、カイラル対称性に関わる物理量に関して格子化誤差が大きく、それを取り除いて物理量を計算するために膨大な計算資源が要求されるという困難があった。

また、並進対称性に伴う保存カレントとして定義されるエネルギー運動量テンソルは系の力学特性を調べる上で基本的な観測量だが (例えば、対角成分はエネルギー密度や圧力などの情報を含み、2 点相関関数から様々な粘性率が導かれる)、格子上では連続的な並進対称性が離散的なものに壊されているため、従来の方法では、5 種類の演算子の非自明なくりこみと混合を非摂動的に決定するという、複雑で困難な作業が要求されていた。

我々は、Gradient flow (勾配流) に基づいて鈴木博らにより開発された **SFtX 法 (small flow-time expansion method)** を応用して、これらの困難を緩和する[論文 1]。勾配流とは、仮想的な時間パラメータ t (flow-time)を導入して一種の拡散方程式により場の量を変形・平準化(smear)させる手法で、 $t > 0$ ではフローさせた場で作る演算子が紫外発散も同一点特異性も持たないという目覚ましい特性を持っている。SFtX 法は、勾配流のこの有限性を活用して、連続極限のくりこまれた物理量に対応する量を格子上で評価する一般的な計算方法である。格子化により有限格子上では陽に壊されてしまう対称性と結びついた物理量でも直接評価できる。

動的クォークを含まないクエンチ近似 QCD による試験研究によって、SFtX 法の有用性が示されている[論文 2]。我々は、SFtX 法が並進対称性の破れだけでなく、Wilson 型クォークのカイラルの破れの困難にも有効であることに着目し、**2+1 フレーバーの動的なクォークを含む現実的 QCD に SFtX 法を応用**した一連の研究を推進している。

3. u, d クォークが重い $N_f=2+1$ QCD での試験研究

動的クォークを含む QCD への応用の第一段階として、s クォーク質量は現実に近いが u, d クォークは現実より重い $N_f=2+1$ QCD を、格子間隔 $a \approx 0.07\text{fm}$ の格子で調べた[論文 3]。温度 $T = 1/(aN_t)$ は、温度軸方向の格子サイズ N_t で変化させる。

エネルギー運動量テンソルの対角成分から計算した状態方程式の結果を図 1 の左に示す。赤丸が SFtX 法の結果で、黒三角は従来の積分法の結果である。 $T < 300\text{MeV}$ ($N_t \geq 8$) で従来の結果を良く再現している。他方、 $T > 300\text{MeV}$ の不一致は、 $O((aT)^2 = 1/N_t^2)$ の格子化誤差が $N_t < 8$ で無視できないことを示唆する。右図には、ud クォークのカイラル感受率を示す。従来の方法では複雑なくりこみや演算子混合が要求されていたが、SFtX 法により直接計算可能になり、Wilson 型クォークとして初めて、相転移温度 190MeV 近傍で明確なピークを示す結果を得た。

図 2 では、位相感受率を示す。位相感受率はアキシオン質量と比例しており、その温度依存性はアキシオンが宇宙暗黒物質の候補となるかの判定で重要だが、格子上では評価の難しい量であった。SFtX 法により、2 種類の評価式 (gluonic と fermionic) で一致する、信頼性の高い結果を得た。

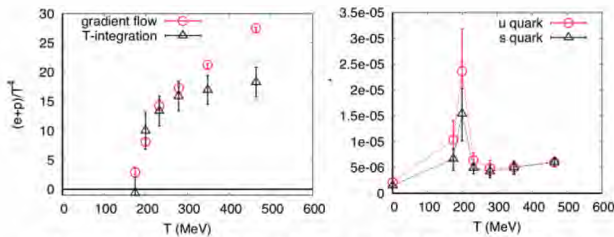


図 1 : u, d クォークが重い $N_f=2+1$ QCD の熱力学。
左: エントロピー、右: カイラル感受率 [論文 3]

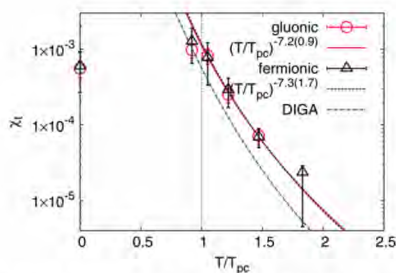


図 2 : u, d クォークが重い $N_f=2+1$ QCD の熱力学。
位相感受率 [論文 4]

4. 現実のクォーク質量の $N_f=2+1$ QCD の研究

この研究を発展させ、現実のクォーク質量 (物理点) での研究を推進している[論文 5,6]。ゼロ温度配位として PACS-CS Collaboration が生成したものを活用し、それと同じ格子間隔 $a \approx 0.09\text{fm}$ で有限温度シミュレーションを実行している。SFtX 法により、物理量の観測に関しては計算量を削減ができたが、物理点の配位生成には大きな計算が要求され、様々な計算機資源を動員して系統的な大規模シミュレーションを遂行している。これに加え、2019 年度には、SFtX 法の改良として、くりこみスケールの研究と、マッチング係数における高次項の効果の研究なども行った[論文 6]。

4.1 SFtX 法におけるくりこみスケールの研究

SFtX 法では、求めるくりこまれた物理量を $t > 0$ にフローさせた格子上の演算子とマッチング係数で結びつけ、 $t \rightarrow 0$ の極限を取ることで物理量を計算する。QCD を含む漸近自由な理論では、 $t \approx 0$ で摂動論が有効であり、マッチング係数を摂動計算できる。

このマッチング係数の計算におけるくりこみスケール μ は、摂動計算が破綻しない限りどんな値を取っても良く、物理量の最終結果は μ に依存しない。通常は、フローさせた演算子の自然なスケールのひとつである $\mu_d = 1/(8t)^{1/2}$ ($\sim$ フローによる平準化範囲のスケール) を取るが、それと同程度ならば何をとっても良い。他方、SFtX 法で $t \rightarrow 0$ 外挿を実行する上で、どこまで大きな t まで利用できるかは実用上重要である。 t が大き過ぎると赤外領域に入り、摂動計算が破綻する。摂動展開の良さは、 μ の取りかたで変化する。

図 3 に、くりこみスケールとして、従来の μ_d を使った結果と、最近 Harlander らにより提案された $\mu_0 = 1/(2\epsilon\gamma t)^{1/2} [\approx 1.5 \mu_d]$ 、ここで γ はオイラー数 [論文 7] を使った結果を比較する。物理点の $N_f=2+1$ QCD で、エントロピー密度 (左図) と ud クォークのカイラル感受率 (右図) の、無次元 flow-time t/a^2 依存性を示す。 μ_d を使った結果が $t/a^2 \leq 1.5$ までしか無いのは、そこで摂動展開が破綻するからである。他方、 μ_0 で

は、3 くらいまで摂動計算可能である。左図より、 μ_0 スケールでより安定した $t \rightarrow 0$ 外挿が可能であり、その結果は μ_d の結果と一致していることがわかる。右図より、 μ_d スケールでは $t \rightarrow 0$ 外挿をどのようにして良いか分からない場合でも、 μ_0 スケールにより線形領域が広がり、 $t \rightarrow 0$ 外挿が可能となる場合があることがわかる[論文 6]。

μ_0 スケールの試験は、u,d クォークが現実より重い場合にも行い、同様の結果を得た[論文 8]。

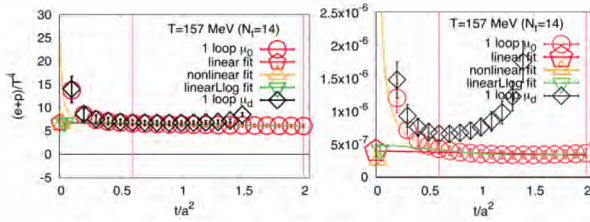


図 3 : SFtX 法による物理点 $N_f = 2+1$ QCD。
左:エントロピー、右:カイラル感受率 [論文 6]

4.2 物理点 $N_f = 2+1$ QCD の熱力学量

上記の結果を得て、 μ_0 スケールを採用して物理点での熱力学量を評価したものが、図 4 である。ただし、 $T \approx 122-146$ MeV のシミュレーションは進行中で、統計が十分ではない。また、ud クォークが重い場合の経験から、 $T > 247$ MeV ($N_f < 8$) では格子化誤差が予想される。いくつかの物理量の挙動から、 $T \approx 122-146$ MeV が相転移近傍の臨界領域にあることが示唆されるが、明確な結論を得るためには更なる統計が必要である[論文 6]。

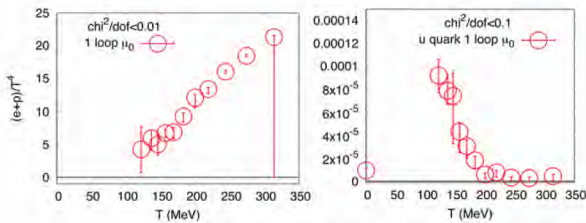


図 4 : 物理点 $N_f = 2+1$ QCD の熱力学。
左:エントロピー、右:カイラル感受率 [論文 6]

5. SFtX 法における 2-loop マッチング係数

上記の研究は、マッチング係数として Makino-Suzuki による 1 ループ摂動計算の結果[論文 1]を用いたものだが、最近、Harlander らによりエネルギー

運動量テンソルに関するマッチング係数の 2 ループ計算の結果が公表された[論文 7]。 $t \rightarrow 0$ 極限ではどちらも同じ結果を導くはずだが、有限の t からの外挿では、より精密なマッチングを行うことで、よりスムーズに外挿できる可能性がある。

その効果を調べるために、十分な統計がある u,d クォークが現実より重い $N_f = 2+1$ QCD で、また、前節の結果を受けて μ_0 スケールを採用して試験した[論文 6, 8]。図 5 左図のエントロピー密度では、1 ループの結果と 2 ループの結果がよく一致していることがわかる。他方、右図のトレース・アノマリでは、 $T > 250$ MeV でズレが見える。

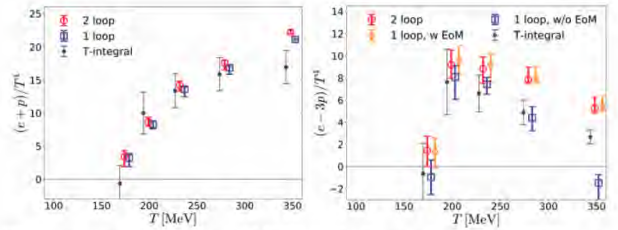


図 5 : 2-loop マッチング係数による ud クォークが重い $N_f = 2+1$ QCD の状態方程式 [論文 8]

実は、Harlander らの 2 ループ計算では、クォークの運動方程式を使って独立な演算子を減らしている。クォークの運動方程式はエネルギー運動量テンソルの対角成分にのみ作用するので、エントロピー密度には影響しないが、トレース・アノマリには効果がある。運動方程式は、SFtX 法で連続極限外挿を行なった後では効果が無いはずだが、有限格子上では格子化誤差を持ちうる。

高温領域でのズレの原因を明確にするために、Harlander らのマッチング係数の 1 ループ部分だけを取り出してトレース・アノマリを評価したものが、右図の "1-loop, w EoM" である。運動方程式を使った 1 ループの結果と 2 ループの結果はよく一致しており、ズレはクォークの運動方程式によるものであることがわかる。これらは、マッチング係数の高次項の効果そのものは小さいが、 $N_f \leq 10$ の格子では、運動方程式の格子化誤差を無視できないことを示唆している。

6. クォークが重い極限近くの $N_f=2+1$ QCD の相構造

前章までの研究と並行して、1 次相転移を含む相構造の研究手法開発も進めている。1 次相転領域の端である臨界点は、有限密度 QCD の相図にも現れ、実験的に重要な情報である。臨界点を検出する手法として、再重み付け法とヒストグラム法を組み合わせた手法を開発してきた[論文 9]。

2019 年度には、クォークが重い極限近くの $N_f=2+1$ QCD の相構造の研究を進め、重クォーク展開の高次項の効果や格子間隔依存性の研究を行った[論文 10]。全てのクォークが重い極限で、有限温度相転移は弱い 1 次相転移であることが知られている。クォークを軽くしていくと、クォーク場がスピン系における外部磁場のように作用し、1 次相転移はクロスオーバーに変わる。 $N_f=2$ QCD で重クォーク展開と再重み付け法を使ってポリアコフ・ループのヒストグラムから評価した臨界点を、重クォーク展開を用いて $N_f=2+1$ の相構造に一般化した。

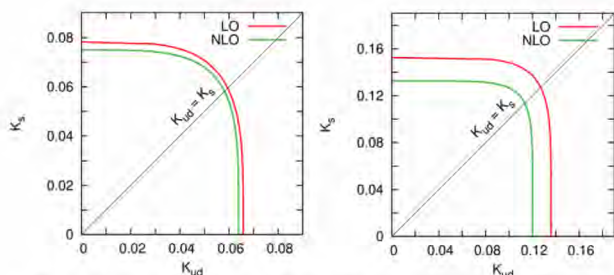


図 6: クォークが重い極限近傍の $N_f=2+1$ QCD の相構造。左: $N_t=4$ 格子、右: $N_t=6$ 格子 [論文 10]

図 6 に、クォークが重い極限近くの $N_f=2+1$ QCD における臨界線を、重クォーク展開で評価した結果を示す。横軸は ud クォーク質量の逆数に対応する ud クォーク ホッピングパラメータで、縦軸は s クォーク ホッピングパラメータ。原点近傍では 1 次相転移だが、クォークを軽くしていくと臨界線を経てクロスオーバーとなる。重クォーク展開の最低次による臨界線（赤線）が、重クォーク展開のその次の次数の効果を取り入れると緑線に変化する。左図は $N_t=4$ 格子の結果で、格子間隔がより小さい $N_t=6$ 格子では右図のようになる。これから、格子間隔依存性がまだ大きく、また、連続極限に近づくにつれて重クォーク展開の収束性が悪くなることがわかる。

定量的予言には N_t をさらに大きくする必要があるが、有限密度では計算コストを抑える上で重クォーク展開が有用であり、より高次の展開でどこまで改良できるかがひとつの方向性と考えられる。

7. OCTOPUS による研究と展望

我々の研究において、OCTOPUS は、有限温度配位生成と解析の一部を担い、重要な寄与を果たしている。2019 年度は、物理点での臨界領域の配位生成などに使った。臨界領域における配位生成は、臨界減速と大きな格子体積により、大きな計算資源を要求する。引き続きシミュレーションを進め、相転移温度の正確な値など、QCD 相転移に関する明確な情報を引き出す計画である。

参考文献

- (1) H. Suzuki, Prog. Theor. Exp. Phys. 2013, 083B03 (2013), Erratum: [*ibid.* 2015, 079201 (2015)]; H. Makino and H. Suzuki, *ibid.* 2014, 063B02 (2014), Erratum: [*ibid.* 2015, 079202 (2015)]; T. Endo, et al., *ibid.* 2015, 053B03 (2015); K. Hieda and H. Suzuki, Mod. Phys. Lett. A 31, 1650214 (2016).
- (2) M. Asakawa, et al., Phys. Rev. D 90, 011501 (2014), Erratum: [*ibid.* 92, 059902 (2015)]; M. Kitazawa, et al., *ibid.* 94, 114512 (2016).
- (3) Y. Taniguchi, et al., Phys. Rev. D 96, 014509 (2017), Erratum: [*ibid.* 99, 059904 (2019)].
- (4) Y. Taniguchi, et al., Phys. Rev. D 95, 054502 (2017).
- (5) K. Kanaya, et al., EPJ Web Conf. 175, 07023 (2018).
- (6) K. Kanaya, et al., PoS LATTICE 2019, 088 (2020).
- (7) Harlander, et al., Eur. Phys. J. C 78, 944 (2018).
- (8) Y. Taniguchi, et al., arXiv: 2005.00251 [hep-lat] (2020), submitted to Phys. Rev. D.
- (9) H. Saito, et al., Phys. Rev. D 89, 034507 (2014); R. Iwami, et al., Phys. Rev. D 92, 094507 (2015); M. Shirogane, et al., Phys. Rev. D 94, 014506 (2016).
- (10) S. Ejiri, K. Kanaya, Y. Taniguchi, et al., Phys. Rev. D 101, 054505 (2020).