



Title	不均一磁場下における液体金属ナトリウムの電磁場一流動場の相互作用に関する研究
Author(s)	浅田, 隆利
Citation	大阪大学, 2021, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/85250
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

博士学位論文

不均一磁場下における液体金属ナトリウムの
電磁場－流動場の相互作用に関する研究

浅 田 隆 利

2021年2月

大阪大学大学院工学研究科

要旨

資源枯渇国である日本において、長期的なエネルギーの安定供給のためには原子力エネルギーの利用は重要な施策の一つであり、増殖比の高い高速炉である高速増殖炉を用いた核燃料サイクルはエネルギー問題を解決するための重要な技術とされている。液体ナトリウムを冷却剤に用いた高速炉では、ナトリウムと接触をすることなく流量を測定できる電磁流量計(EMF)や、流体を駆動させることができる電磁ポンプ(EMP)を適用することで安全性やメンテナンス性の向上が期待できる。本研究では、この二つの電磁流体機器の開発設計に資する知見を得ることを目的に、機器内部の電磁場―流動場の相互作用現象を明らかにすることで、新型 EMF の性能や EMP の不安定性の原因について評価する。

既存の配管型の EMF は、永久磁石等を配管の上下に挟み込む形で設置するが、タンク型の高速炉である 4S 炉 (Super-Safe , Small and Simple)では、炉心の流量を測定するための配管が存在せず、配管型の EMF が設置できない。このため、炉心周辺の環状流路に設置可能な環状流路用の EMF が必要とされている。東芝では環状流路用の EMF として、3 本の電磁石を用いた M 型の形状の新型 EMF を提案している。この環状流路用 EMF では環状流路の壁面周囲に複数台設置し、各 EMF の領域ごとに流量を測定する。この EMF では、配管型 EMF のように流路に均一な磁場をかけられず、U ターン磁場という不均一な分布となる。また、4S 炉では流速が低く、相互作用係数が 1 を超えるため、電磁力の流れ場への影響が大きい。このため、不均一磁場下における電磁場と流体場との相互作用を評価可能な電磁流体シミュレーション手法の構築が求められている。本研究では、節点有限要素法を用いた電磁場シミュレーションと市販の CFD コードを組み合わせた Two way 法の定常三次元電磁流体シミュレーションコードを開発、本コードを用いて不均一磁場下での流動構造を詳細に評価し、ナトリウム (Na) ループを用いた実証試験によるシミュレーションコードの精度を検証するとともに、EMF の校正施設の小型化と低コスト化を目的とした校正方法の実現性の検討を行う。

一方、大流量の Na を駆動させる EMP では、三相交流を用いて環状流路で Na 駆動する Annular Linear Induction pump (ALIP)型が一般的である。ALIP 型 EMP は既存の高速増殖原型炉等において適用され、有用性が示されているが、不安定現象による低周波振動が問題となっている。この不安定現象は磁気レイノルズ数 Rem という磁場の慣性と拡散の比である無次元数と、磁場の同期速度と流速の比である $Slip$ を掛け合わせた値 ($Rem \times Slip$) が 1 を超える際に発生することが試験と周方向と軸方向を模擬した二次元のシミュレーションで実証されている。しかし、この二次元シミュレーションにてポンプ特性である揚程と流量の Q-H 特性曲線を予測する場合には、径方向の磁場側が模擬されないため予測精度に課題がある。本研究では、不安定現象をより正確に評価するため、辺有限要素法を用いた電磁場シミュレーションと市販の CFD コードを組み合わせた Two-way 法の非定常三次元電磁流体シミュレーションコードを開発、Energy Technology Center にて検証試験が行われた流量 160 m³/min の EMP にて精度検証を行った。また、周方向の流速分布(偏流)を与えることで、二次元シミュレーションで予測された不安定現象の要因となる周方向での渦構造を、径方向の影響も含めた三次元で評価するとともに、シミュレーションでポンプ特性(Q-H 特性曲線)を評価可能であることを実証する。

本博士論文の構成を以下に示す。

第 1 章では、背景、目的および論文構成について述べる。

第 2 章では、電磁流量計および電磁ポンプ向け各シミュレーションコード手法を示す。

第 3 章では、電磁流量計に関する計算結果と検証試験の結果、コードの妥当性検証の結果と単体ユニッ

ト（単セグメント体系）での流量校正の妥当性を示す。

第4章では、電磁ポンプの検証計算と不安定現象の再現シミュレーションの結果を示し、移動磁場下での流動場の評価を実施する。

第5章では、本研究で得られた結論について結言としてまとめる。

目次

第 1 章. 研究背景	1
1.1 高速炉の開発と電磁流体技術について	1
1.2 電磁流体解析における先行研究	5
1.2.1 電磁流体シミュレーション	5
1.2.2 電磁流量計の課題と電磁流体シミュレーション	6
1.3 研究指針と研究目的	9
第 2 章 Two-Way 法の三次元電磁流体シミュレーション手法の確立	11
2.1 定常三次元電流体シミュレーションコードの開発	11
2.1.1 コード概要	11
2.1.2 支配方程式の導出	11
2.1.3 有限要素法における離散化要素	17
2.1.4 電磁場と流動場シミュレーション間のインターフェイス	18
2.2 非定常三次元電流体シミュレーションコードの開発	20
2.2.1 コード概要	20
2.2.2 支配方程式の導出	20
2.2.3 荷重残差積分式と弱定式化	25
2.2.4 時間微分項の取り扱い	26
2.2.5 アイソパラメトリック要素による離散化	27
2.2.6 要素係数マトリクスの作成	33
2.2.7 スカラー補間関数の勾配、ベクトル補間関数の回転、ヤコビ行列	35
2.2.8 全体係数マトリクスの作成	40
2.2.9 行列解法	42
2.2.10 ポスト処理	43
第 3 章 M 型形状電磁流量計における電磁場－流動場の相互作用	44
3.1 はじめに	44
3.2 シミュレーションモデルと条件	44
3.2.1 4S 炉体系モデル	44
3.2.2 計算条件	48
3.3 出力電圧の評価	53
3.3.1 線形性評価	53
3.3.2 磁場配位評価	54
3.4 ナトリウムループ電磁流量計試験との比較によるコードの妥当性検証	57
3.4.1 ナトリウムループ概要	57
3.4.2 試験装置と試験条件	58
3.4.3 妥当性検証試験	60
3.5 不均一磁場下における流動場の予測	63

3.5.1 周方向流速分の変化.....	63
3.5.2 壁面境界層における影響.....	67
3.6 単セグメント体系 EMF による流量校正の可能性の検討.....	69
3.6.1 単セグメント校正の特性シミュレーション	69
3.6.2 単セグメント校正実証試験.....	72
3.7 まとめ	73
第 4 章 電磁ポンプにおける電磁場－流動場の相互作用	75
4.1 はじめに.....	75
4.2 シミュレーションモデルと条件	75
4.2.1 ETEC における大型電磁ポンプ試験.....	75
4.2.2 試験条件	77
4.2.3 試験結果	79
4.2.4 シミュレーション体系と条件	81
4.3 Q-H 特性と流動場の評価	84
4.3.1 Q-H 特性曲線によるシミュレーションコードの精度検証.....	84
4.3.2 磁場による流動場への影響評価.....	86
4.4 不安定現象のメカニズム評価	88
4.4.1 不安定現象の発生条件	88
4.4.2 流速不均一条件による不安定性現象	89
4.4.3 流速不均一量による不安定性現象への影響評価	95
4.5 まとめ	101
第 5 章 結言.....	102
参考文献	104

変数リスト

H	: 磁界強度 (A/m)
J	: 電流密度 (A/m ²)
D	: 電束密度 (C/m ²)
B	: 磁束密度 (T=Wb/m ²)
B_{ap}	: 外部磁場磁束密度 (T=Wb/m ²)
B	: 平均磁束密度 (T=Wb/m ²)
b	: 誘導磁場磁束密度 (T=Wb/m ²)
A	: ベクトルポテンシャル
ϕ	: 電位ポテンシャル (スカラーポテンシャル)
E	: 電界強度 (V/m)
M	: 磁気分極 (T)
P	: 電気分極 (C/m ²)
J_s	: 表面電流密度 (A/m ²)
J_0	: 励磁電流密度 (A/m ²)
J_e	: 誘導電流密度 (A/m ²)
u	: 流速ベクトル (m/s)
U	: 平均流速 (m/s)
U_s	: 同期速度 (m/s)
f	: 運転周波数 (Hz)
F	: 電磁力(ローレンツ力) (N/m ³)
ρ	: 密度 (kg/m ³)
ρ_e	: 電荷密度 (C/m ³)
ρ_s	: 表面電荷密度 (C/m ²)
c	: 光速 (m/s)
μ_o	: 真空透磁率 (H/m)
μ_m	: 媒質透磁率 (H/m)
ε_o	: 真空誘電率(F/m=C/Vm)
ε_m	: 媒質誘電率 (F/m=C/Vm)
σ	: 媒質導電率 (S/m=1/Ωm)
ν	: 動粘性係数 (m ² /s)
ω	: 重み関数
t	: 接線ベクトル
n	: 法線ベクトル
δ_{ij}	: クロネッカーデルタ
L	: 代表長さ (m)
d	: ナトリウム流路高さ (m)
g	: 非磁性ギャップ幅 (m)
τ	: ポールピッチ (m)

N : 相互作用係数($=\sigma B^2 L/\rho u$)
 Re : レイノルズ数($=UL/\nu$)
 Re_m : 磁気レイノルズ数($=\mu_m \sigma (\tau/\pi)^2 (d/g)^2$)
 S : スリップ($=1-U/U_s= =1-\omega U/(\tau/\pi)$)
 ω : 運転角周波数($=2\pi f$)

第 1 章. 研究背景

1.1 高速炉の開発と電磁流体技術について

資源枯渇国である日本において、長期的なエネルギーの安定供給のためには原子力エネルギーの利用は重要な施策の一つである。既に国内で稼働している軽水炉では燃料としてウランが用いられるが、長期的に原子力エネルギーを活用するためには、燃料の有効利用と放射性廃棄物の削減が課題となる。ウラン資源の埋蔵量については、未発見の期待資源も含め 15,518,600 ton 程度と OECD/NEA と IAEA の 2018 年度のレッドブックにて予想されている[1-1][1-2]。しかし、今後もエネルギー需要は世界的に増大傾向であり、中国、ロシア、インドといった国々の原子力発電量増加に伴い、ウランも資源獲得競争に晒され、枯渇する可能性がある。天然ウランにはウラン 235 とウラン 238 が含まれるが、軽水炉の燃料となる核分裂性物質であるウラン 235 の含有量は少なく、大部分をウラン 238 が占めるため、獲得競争は熾烈なものとなることも予想できる。また、軽水炉では、核分裂に伴い高レベル放射性廃棄物であるマイナーアクチノイド (MA) が発生し、これらの半減期は 10 万年以上と長期におよぶため、環境負荷が高く、地中深くに埋設処理する必要がある。今後も軽水炉を利用し、将来世代に負担を掛けないようにするためには、埋設する必要のあるこれら MA についても減容、もしくは半減期の短い放射性廃棄物に変換する必要がある。このため、軽水炉で発生する使用済み燃料より回収したウラン 235 と MA を原料とした燃料 (MOX 燃料) を製造する施設と、MOX 燃料を使用可能な上に天然ウランの大部分を占めるウラン 238 をプルトニウム 239 に変換して燃料として使える高速増殖炉、高速増殖炉で使った使用済み燃料を処理する再処理施設を組み合わせることで発電と共に新たな燃料を生み出すことができる高速炉燃料サイクルの確立が望まれている。この高速炉燃料サイクルを確立することで日本における重大な課題となっている長期的なエネルギー供給を実現することが可能である[1-3]。高速増殖炉は核分裂性核種の生成数が消滅数よりも大きい、増殖比が高い高速炉であり、高速炉燃料サイクルの必須技術である。

高速炉および高速増殖炉に関する研究は、アメリカ、イギリス、旧ソビエト連邦 (現ロシア) を始めたとした各国で行われ、1950 年以降、アメリカにおいて、高速増殖炉試験のためナトリウム-カリウム (NaK) を冷却材に用いた EBR-I、ナトリウムを冷却材に用いた ERR-II、Fermi 炉等が建設され、イギリスにおいても Dounreay Fast Reactor (DFR) 炉が建設された[1-4]。1960 年代にはナトリウムを冷却材に用いた高速炉の設計研究が始まり、1960 年代後半には、炉物理の研究だけでなく、高速炉に使用される大型の循環ポンプや、中間熱交換器、蒸気発生器等の開発を行うためにナトリウムの試験場が各所に建設されている。そして、1967 年にフランスの Rapsodie、1968 年にロシアの BOR-60 が実験炉として初臨界を迎え、1973 年にフランスの PHENIX が原型炉として初臨界を迎える等、世界中で開発がすすめられていった[1-5]。また、高速炉は、2030 年以降に実用化が検討されている米国エネルギー省 (DOE) が提唱した第 3.5 世代型原子炉である改良型沸騰水型軽水炉 (Advanced Boiling Water Reactor : ABWR) や、改良型加圧水型軽水炉 (Advanced Pressurized Water Reactor : APWR) の次世代として考えられている第四世代型の原子炉の一つである。高速炉はガス冷却高速炉 (Gas-cooled fast reactor) と鉛冷却高速炉 (Lead-cooled fast reactor)、そして、ナトリウム冷却炉 (Sodium-cooled fast reactor) の三つが想定されている[1-6]。これらの違いは冷却用に媒体がガス (ヘリウム)、鉛、ナトリウムを用いている点であり、それぞれ温度域が異なっている。第四世代型の原子炉で現在最も開発が進んでいる高速炉は、液体金属ナトリウムを用いたナトリウム冷却炉であると言える。

日本における高速増殖炉開発は、高速増殖炉開発計画にて計画された実験炉「常陽」、原型炉「もんじゅ」の開発とともに進んできた。高速増殖実験炉「常陽」は、日本の技術で製作した初の高速増殖炉であり、1977年に初臨界に到達した。この常陽はループ型炉であり、高温の液体金属ナトリウム（Na）を用いて、炉心の冷却を行っている。常陽では炉心増殖性能の他、プラント特性試験を実施している。運転当初はMK-I炉心にて熱出力 50 MWt、75 MWt の性能試験を実施しており、高速炉の炉心や Na 冷却系の特性を把握し、高速炉プラントの技術的経験を得た。その後、MK-II 炉心に改造され、1983年から 100 MWt の熱出力を達成している。また、2003 年以降は MK-III 炉心に改造され 140 MWt と初期の 50 MWt から 2.8 倍の熱出力となっている。常陽と同時に大洗工学センターにおいて Na 関連技術の研究が進められ、熱交換機等の機器も開発され、日本における高速増殖炉の先駆けとなっている。その後、1967 年にもんじゅの開発がスタートし、1994 年に初臨界を、1995 年には初送電を達成した。もんじゅは常陽と同じループ型炉であり、常用での開発経験を元に設計が行われている。もんじゅの基本仕様としては、燃料にプルトニウム-ウラン混合酸化物を用いた熱出力 714 MW（MWt）、電気出力 280 MW（MWe）のナトリウム冷却を行うループ型炉である。炉心の熱を伝えるために、3 系統のナトリウム冷却系を持っており、原子炉から熱を受ける 1 次ナトリウム系と、中間熱交換機を通して熱を受ける 2 次ナトリウム系と、蒸発器を通してナトリウムから水・蒸気に熱を受け、蒸気にてタービンを回す水・蒸気系で構成されている。原子炉出入口でのナトリウム温度は入口で約 397 °C、出口で約 529 °C となっており、二次系においては中間熱交換器前で約 325 °C、通過後では 505 °C となっており、高温のナトリウムが循環している。これらのナトリウムを循環させるために、それぞれの系統で循環ポンプが設置されている。これらの循環ポンプは機械式のポンプが採用されており、1 次系の主循環ポンプは胴部直径 1.75 m、高さは軸封部も含み 10.5 m と大型で 2000 kW のモーターで駆動する。容量は 100 m³/min、揚程は 92 mNa と常陽の 21 m³/min と比較すると 5 倍程度の流量を流すことが可能となる。循環ポンプの他には電磁ポンプ（EMP: ElectroMagnetic Pump）が用いられているが、これについては後段にて説明を行う。また、1 次系と 2 次系の熱交換を行う中間熱交換器（IHx: Inter-mediate Heat Exchanger）や、2 次系の熱で高温高圧の水蒸気を発生させる蒸気発生器（SG: Steam Generator）等の開発がなされ、大型の高速増殖炉に要求される機器の設計、製造、試験を行っている。これらの熱流体機器の他にも高温のナトリウム環境下で適用可能な測定器についても開発が行われ、中性子計装においては、原子炉の運転状態に合わせて線源領域系（SRM）、広域系（WRM）、出力領域系（PRM）に分類され、それぞれに BF-3 比例計数管、核分裂計装管、ガンマ線保障型電離箱が用いられている。また、一部の流量測定には電磁流量計（EMF: ElectroMagnetic Flow meter）が適用されている。もんじゅは多岐にわたり世界での高速炉研究をリードする様々な技術開発が行われ、実証が行われてきたが、2016 年に廃止措置が決定している[1-7]。しかし、2016 年の原子力関係閣僚会議にて決定された「高速炉開発の方針」に基づき、高速増殖炉の開発は米国や仏国等との国際協力をしつつ継続することが決まっており、将来的には原型炉であるもんじゅよりも大型の実証炉の開発が行われることが期待される。先にも述べた通り、もんじゅにおいては、電磁流量計や電磁ポンプが適用されており、炉の大型化に伴い、これらの機器に要求される容量も大型化する。また、大型の高速増殖炉の他にも、送電網の配備が困難な地域への電源供給手段として、小型高速炉（Super-Safe, Small and Simple : 4S 炉）等も開発・検討がなされている[1-8]。これらは、燃料の増殖を考えず、MOX 燃料を主体としており、高速中性子を利用し、冷却材として液体金属を用いる方式を採用しているため、高速増殖炉ではなく、単に高速炉と呼称される。このような小型高速炉は、基幹電源として開発されている核燃料サイクルの高速増殖炉で主流のループ型炉と異なり、1 次系に配管を持たないタンク型炉となり、出力も 10 万 kW 程度と低いものが主流となっている。

高速炉で使用する電磁ポンプや電磁流量計は、高温の液体金属を駆動させる、または流量を測定する機器であり、電磁流体力学または磁気流体力学（Magnetohydrodynamics : MHD）の原理を利用した機器である。MHD は古典的な流体力学や電磁気学を含む古典力学と比較すると、新しい分野の研究である。その中では、導電性流体中を磁場が透過もしくは磁場中を導電性流体が通過する際に発生する誘導磁場や誘導電場によりこの導電性流体が駆動もしくは停止させられる現象を扱う。このような導電性流体を扱う電磁流体力学の学術的分野の研究や産業分野での適用としては、プラズマや液体金属についての研究が数多くある。この電磁流体力学分野の研究は多岐に渡り、産業用の電磁流体機器の開発からプラズマ宇宙論等の研究にまで広がり、ミクロからマクロまでの現象を含むようになっていった。電磁流体に関する初期の研究としては、電磁流量計に関する電磁ポンプ、電磁流量計について大きく関係する液体金属流れに関する研究があり、Hartmann が行った外部磁場下における矩形流路内の水銀流れの流れ場への影響があげられる[1-9]。この試験は磁場下での液体金属の流速分布が、印可される磁場の強度によって異なることが示されており、このような流れはハルトマン流れと呼ばれる。このハルトマン流れは液体金属の MHD シミュレーションにおいて、精度検証等で引用されることが多く、MHD シミュレーションの基礎となっている。これらの MHD 現象を利用した電磁ポンプと電磁流量計の開発について以降に述べる。

電磁ポンプは、原理的に駆動部を必要としないため、漏洩や整備性の観点から機械式ポンプよりも利点があるといわれている。通常の液体駆動用の機械式ポンプとしては遠心ポンプやピストンポンプが実用化されているが、これらの機械式ポンプでは、液体を駆動させるために流体内部における駆動機構が必要となるため、内部液体の漏洩や稼働部の整備性に課題がある。原型炉もんじゅの機械式ポンプでは、この対策としてポンプケーシングの外側に外ケーシングを設け、整備時にはポンプ単体を引き抜けるように設計され、高い整備性を有している。また、漏洩対策としては二重のメカニカルシール等で対応し、安全性を高めている。導電性流体である液体金属を駆動させる初期の電磁ポンプは、1907 年に Northup により開発され、溶鉱炉などで熔融した金属を駆動させる金属工業の分野で用いられた。電磁ポンプは主に伝導型電磁ポンプ（Conduction pump）と誘導型電磁ポンプ（Induction pump）に分類される。伝導型電磁ポンプは、液体が流れるダクトの側面にブロック上の電極を設置する形で小容量の液体を駆動させる車載の燃料噴射用の駆動機器等に用いられているが、本論文では高速増殖炉等に適用される誘導型の電磁ポンプをメインのターゲットとする。誘導型の電磁ポンプは、三相コイルに交流電流を流すことで移動磁場が発生し、その移動磁場が導電性流体中を通過する際に発生する誘導電流と電磁場により生じる電磁力によって導電性流体を駆動させる構造となっている。誘導型の電磁ポンプの発展としては、1927 年にはドイツにて Einstein と Szilard らによって検討された Annular Linear Induction pump（ALIP）が基礎となる[1-10]。また、同じ原理だが形状が ALIP と異なる電磁ポンプとしては、もんじゅで使用された Flat Linear Induction Pump（FLIP）が挙げられる[1-11]。これらは高速増殖炉等以外にもアルカリ金属や熔融鉄の駆動に用いられる。ALIP と FLIP は名前が示す通り、流路が環状であるか、平板状であるかの違いであり、基本的な原理は同一である。大容量の電磁ポンプとして現在では ALIP が一般的となっており、ALIP は発明者の名から Einstein-Szilard EM pump としても知られている。ALIP はその後大型化され、幅広い種類の金属（リチウム、ナトリウム等）の駆動用ポンプに用いられている。また、日本だけでなく世界各国にて高速増殖炉用への電磁ポンプの適用について研究が進められてきた。小容量の電磁ポンプについては、もんじゅのように高速増殖原型炉やナトリウムループへの適用がされてきたが、1 次・2 次系主循環ポンプとして大容量の電磁ポンプが採用されてきた例はまだなく、中・大容量の電磁ポンプについては検討や単体での試験のみがなされてきた。国内では、1970 年代に 55、100、340

m^3/min の feasibility study が実施され[1-12]、旧ソビエト(現ロシア)においては CLIP-3/150、CLIP-5/850、CLIP-3/3500 等の試験が行われている。CLIP の後の数値は、定格吐出圧、定格流量を示しており、CLIP-3/3500 では 0.3MPa の吐出圧、 $3500\text{ m}^3/\text{hr}$ ($\approx 58\text{ m}^3/\text{min}$) のポンプを示す。その後、1990 から 2000 年前半において、米国の Energy Technology Center (ETEC) にてそれぞれ 44 と $160\text{ m}^3/\text{min}$ の流量を持つ二種類の電磁ポンプの開発試験が行われた[1-13]。これら二種類の電磁ポンプは株式会社東芝(以下東芝)および General Electric Company(以下 GE)にて製作されており、本論文にてシミュレーションコードの精度検証に用いた。このうち $160\text{ m}^3/\text{min}$ の電磁ポンプは 2020 年現在までに試作・試験された世界最大の電磁ポンプである。上記に示した通り、電磁ポンプは高速増殖炉にとって有用な技術であり、世界各国でも開発が進められている。

電磁流量計はファラデーの電磁誘導則を応用しており、印加磁場中に液体金属が通過した際に発生する電圧を測定することで流量を測ることが可能となる。これは、電磁ポンプの中でも先に示した交流型ではなく、直流型電磁ポンプの逆の原理となるものである。Faraday が電磁誘導則を 1831 年に発見した際、Faraday はこの電磁流量計のアイディアで川の流速を測定する試験を実施したが、試験は失敗に終わったと言われている。その後も研究が行われ、100 年近く経過した後の 1920 年に Young らによって実現した[1-14]。電磁流量計は印加磁場を発生させる装置を測定したい配管の外部に設置するだけで測定可能であり、他の流量計のように流体内部にピトー管やオリフィス等を挿入する必要がない非接触計測である。その利点は、磁場の条件次第では流れに影響を及ぼさないこと、磁場を与える構造と電極のみであり構造がシンプルであること、可動部や貫通部を必要としないためメンテナンスフリーであること、である。一般的に使用される既存のファラデー型の EMF では、配管の両側に永久磁石を配置し、流路内に一様磁場を形成する。その一様磁場中を導電性流体である液体金属が流れると、自由電子の移動による電流と磁場の相互作用によって電場が誘導される。その誘導起電力を電極にて出力電圧として計測する。この出力電圧は流速 u と磁束密度 B で決まる $u \times B$ に比例するため、一定の磁場下で出力電圧一流速の相関関係を得ることができ、それにより流量を容易に知ることができる。しかし、同時に印加磁場が弱い場合、出力される電圧が低く、ノイズにまぎれて測定ができないという欠点があるため、ある程度の強さを持った印加磁場が必要となる。電磁流量計ではこの強い印加磁場を作るために、主に二つの種類が考案されている。一つは永久磁石を用いたタイプであり、もう一つは電磁石を用いたタイプである。前者については電源を別個用意する必要がなく、磁場を発生し続けられるという利点が存在しているが、流量にあわせて磁場を強くするといった印加磁場の制御が困難であるという欠点がある。しかし、メンテナンス性については電源を別に必要とする電磁石式よりも良いため、高速炉向けの小型電磁流量計の研究が行われ、もんじゅにも適用されている[1-15]。電磁石を用いた電磁流量計も同様に研究開発が行われ、工業用途に非接触の流量計として広い分野にて用いられている。このタイプの電磁流量計は、励磁方式により分類が可能である。直流の電流を流すことで発生させた直流磁場を用いた場合の他、商用の $50/60\text{ Hz}$ の電源を用いて正弦波の励磁波形を用いる商用周波数励磁式等が挙げられる。後者については矩形型の励磁波形を用いる方形波励磁式(2 値励磁)、励磁されない無励磁期間を加えた方形波励磁式(3 値励磁)、および、方形励磁において、高周波と低周波の励磁を用いる方形励磁式(2 周波励磁)といった手法も存在している。商用周波数励磁は 1970 年代までの主流方式であり、1970 年代以降はあまり用いられておらず、方形波励磁式が主に用いられる。しかし、2 値および 3 値励磁の方形波励磁式には、商用周波数励磁式と比較して信号処理間隔が空いてしまうため、応答が遅くなる欠点があり、低周波ノイズの除去が困難であった。そのため、1990 年代に高周波数と低周波数の二つの波形を組み合わせた 2 周波励磁の方形励磁が開発された。また、商用周波数励磁および方形励磁電磁流量計

では常に励磁をするための電力を必要とし、長時間のバッテリー駆動等は非常に困難であった。消費電力を低減し、バッテリー駆動を可能とするために励磁のタイミングを減らし、パルス状の励磁を行う方式も提案されており、水道水の流量測定等に用いられている。しかし、これらの周波数をかけた手法については、常時正確な流量を測定する必要がある高速炉への適用は困難であるため、今後も直流磁場を用いた電磁流量計が適用されると想定される。

本節では高速増殖炉の発展から、電磁流体機器に関する電磁流体力学分野について、さらには高速炉で適用される電磁ポンプおよび電磁流量計の開発を述べてきたが、それぞれの現象の研究の発展は数値流体力学（Computational Fluid Dynamics: CFD）の発展とともに進んでいる。次節では既存の MHD シミュレーションコードと、電磁ポンプおよび電磁流量計における課題と電磁流体解析の研究の進展について述べる。

1.2 電磁流体解析における先行研究

本節では、電磁流体シミュレーションの概要を述べたのちに、電磁ポンプおよび電磁流量計に関する電磁流体の数値シミュレーションの発展について述べる。

1.2.1 電磁流体シミュレーション

1.1 節に示す通り、多様な分野で電磁流体力学は適用されているが、大きく分類した場合、圧縮性の流体を対象としたものと非圧縮性の流体を対象としたものに分類される。本論文では非圧縮性の流体を対象に述べる。

電磁流体シミュレーションについては通常の流体シミュレーションと異なり、対象が限られ、適用範囲も広くないため、単なる電磁場シミュレーションや流体シミュレーションに比べると開発されている電磁流体シミュレーションコードは少ない。電磁流体シミュレーションにおいては、流れ場と電磁場の相互作用のうち、どちらか片方からの影響のみを考慮する **One-way** 法と、相互作用を評価する **Two-way** 法に分類することが可能である。通常は **Two-way** 法が用いられるが、条件によっては **One-way** 法で十分に評価可能である。一般的に流体と電磁場の相互作用を決める無次元数としては相互作用係数 N があげられる。この相互作用係数が 1 よりも大きい値となった場合には、**One-way** 法では一方の影響しか対象としないため予測誤差が大きくなる。このため、このようなケースでは **Two-way** 法を用いるのが通常である。

市販されているコードとしては、ANSYS 社の FLUENT において、オプションの MHD モジュールを導入することで MHD シミュレーションが可能となる。Shercliff らがシミュレーションした矩形ダクト流れを Fluent で計算し、Matlab で計算した理論解の流速分布とよい一致を得ている[1-16]。また、他に株式会社アドバンスアルゴリズム&システムズ社の GSMAC-MHD があげられる。本コードでは、流体シミュレーションには GSMAC（Generalized-Simplified Marker and Cell）有限要素法を用い、電磁場シミュレーションには辺要素有限要素法を用い、流体－電磁場の連成においてはシーケンシャルに解いていく弱連成を採用している[1-17]。他には、HyPerComp 社の三次元 MHD シミュレーションコードである HIMAG（HyPerComp Incompressible MHD solver for Arbitrary Geometries）が挙げられる。このコードは、有限体積法で離散化されており、非構造メッシュを用いた 2 次元、3 次元シミュレーションが可能となる。核融合炉のブランケット内部の熱輸送に関する研究のために用いられ、日米の共同研究として行われた TITAN プロジェクトの一環として、強磁場環境下での MHD 圧損の計算をしている。また、カ

リフォルニア大学ロサンゼルス校 (UCLA) の強磁場熱流動試験装置 MTOR (Magneto-Thermofluid Omnibus Research) 施設に設置したリチウム鉛 MHD 実験ループ (Magnetohydrodynamic PbLi Experiment:MaPLE) を用い、試験とシミュレーションの比較も行われた[1-18]。

上述のコードは各企業や大学が独自に開発しているものが多く、自前で改良を加えることが困難であるため、特異な形状を有する電磁流量計、電磁ポンプのシミュレーションを行うためには独自で MHD シミュレーションコードを開発する必要がある。また、上述のコードは汎用的な MHD シミュレーションツールとして使用されるが、それらを用いた電磁流量計や電磁ポンプの例は少なく、次節では電磁ポンプと電磁流量計における課題と電磁流体シミュレーションについて述べる。

1.2.2 電磁流量計の課題と電磁流体シミュレーション

電磁流量計では、流れ場が一様でない場合、例えば円管において旋回流成分があるような状況下では、誘導起電力の分布に影響が出るために電極の設置位置に工夫が必要であることが分かっている[1-19]。このことは、流動場と電磁場の相互作用が EMF の精度に大きく寄与することを意味している。それを示す指標として磁気レイノルズ数 (Re_m) と相互作用係数 (N) の二つの無次元数がある。前者は磁場の拡散と粘性の拡散の比を表し、後者はローレンツ力と流体の慣性力の比を表す。一般的な EMF の条件では Re_m が 1 より大きくなり、 N は 1 より小さくなる。このとき、流動場は電磁場から独立であるが、電磁場は流動の影響を強く受ける。清水らは、電磁流体シミュレーションコードを開発し、旋回流成分のある流動場での出力電圧についてシミュレーションを実施しているが、 Re_m が 1 より大きく、 N は 1 より小さい条件であることから、流動場は定常計算による流速分布を与えて電磁場への影響だけを考慮したモデル (One-Way 法) となっていた[1-20]。また、清水らは開発したコードを用い、実証炉での配管の大口径化、大流量化に向けて、ファラデー型 EMF で小口径の配管の両側に永久磁石を配置する形状の最適化を三次元電磁流体シミュレーションコードである FALCON (three-dimensional Finite element Analysis code of electro-magnetic fields in Liquid-metal flow-meters with wall-Contact-type electrodes) を用いて検討している[1-21]。しかし、タンク型炉である 4S 炉では、一次系に配管がないので、一次系の流量を計測するのに適した箇所が少なく、従来型のファラデー型 EMF (以降、配管型 EMF) は適用できない。そこで、従来型 EMF に代わり、炉心外側の環状流路に設置可能な新たな EMF (以降、環状流路型 EMF) を提案し、開発を進めている[1-22]。ここでは一次冷却材が循環する環状流路の内側には炉心があるため、流路の両側に磁石を配置して挟むような構造がとれないこと、加えて環状流路は炉容器の周囲 360° に渡ってあるために、流路全体に一様な磁場を形成することが困難であるなど難点が多く、配管型 EMF の構造を根本的に見直す必要があった。そこで、流路の片側から電磁石により磁場を部分的にかけて流量計測する方式を考案した。この環状流路型 EMF では、M 型鉄心に 3 つのコイルを合わせた電磁石を環状流路の外側に設置し、N 極、S 極を 1 : 2 で形成することで流路を通して返ってくる 2 つの U ターン磁場を形成、その磁場を用いて流量を計測する。しかし、4S 炉は低流速条件で N が 1 を超えるため、流動場が電磁場の影響を強く受けることとなる。加えて、この構造では流路内に均一磁場を形成できず、不均一な磁場下で流動場の分布が複雑になることが懸念される。そのため、環状流路型 EMF の性能評価と設計のためには流路内の詳細な流動場の評価が必要である。しかしながら、液体金属である Na は不可視の流体であり、実験による現象の把握と設計の最適化は困難であるため、シミュレーションによる評価が必要である。平行平板間の均一磁場での流動解析については、佐竹らが低レイノルズ数条件で実施しており、ハルトマン数の増加に従い変化する流速分布を示している[1-23]。また、佐竹らは DNS

を用いた高レイノルズ数条件での解析も実施し、壁面近傍での壁関数からの乖離を報告している[1-24]。しかしながら、本 EMF のように不均一磁場下では一部の領域では磁場による流速低下が考えられ、磁場が弱い領域との流量不均一現象が生じると予想される。また、前述した清水らが開発したコードは、流動場が電磁場から独立である条件 ($N \gg 1$) でのループ型炉における配管型 EMF を対象としていたため、One-Way 手法を採用している。一方、環状流路型 EMF では流動場と不均一な電磁場が相互作用するモデルとする必要があることから、新たに電磁流体シミュレーション手法の構築が必要となった。

1.2.3 電磁ポンプの課題と電磁流体解析について

1.1 節で示した通り、電磁ポンプは機械式ポンプよりもメンテナンス性等の利点があるため、高速増殖炉への適用が期待されているが、以下の欠点があるため、適用がなされていない。

1. 低いポンプ効率
2. フローコストダウン保障機構
3. 圧力脈動によるポンプ吐出圧の変動
4. Q-H 特性曲線の予測精度と不安定現象による低周波振動

一つ目の課題は機械式ポンプと比較した場合、効率が低いことである。液体金属中を流れる誘導電流やコイルに流れる電流のジュール熱として、エネルギーが消散されるためである。この課題を解決するため、電磁ポンプを液体金属に浸漬し、発生した熱エネルギーを回収する手法が検討されてきた[1-25]。これにより、機械式ポンプと同程度の効率が出せることが判明している。

二つ目の課題であるフローコストダウン特性は、機械式ポンプでは電源喪失時にインペラの慣性により徐々に流量が低下するため問題とならないが、電磁ポンプでは外部電力を喪失した瞬間に駆動力を失い、流量が急激に低下してしまうため、炉心の安全を確保するために重要な課題である。電磁ポンプにおけるフローコストダウン特性を改善するため、フライホイールを用いたバックアップ電源制御システムが提案されている[1-26][1-27]。

三つ目の課題の圧力脈動とは、ポンプの作動周波数よりも高い周波数の規則的な圧力変動のことであり、後に述べる不安定現象と呼ばれる圧力変動とは異なる。この圧力変動はポンプ出口の液体金属中に流れる誘導電流と誘導磁場に擾乱が起きることによって発生するといわれている。このため、ポンプ出口における擾乱の影響を小さくして圧力脈動を防ぐために、コイルのターン数をポンプ出口で削減するグレーディング等の技術が提案され、圧力脈動を低減させることが可能であることが確認されている[1-28]。

四つ目の課題は、機械式ポンプと同一の揚程、流量の構成を目指す場合に大型化する点である。これは、製造コストの増加だけでなく、流量校正用の試験設備の大型化といったことも必要となり、全体的な導入コストの増加につながる。この電磁ポンプの大型化の要因としては、スリップ (slip) と設計裕度の課題がある。通常の機械式ポンプではインペラが回転することで内部の流体を駆動させるため、駆動機構と作動流体が接しているため、高い回転数とすることで比較的容易に大容量、もしくは高揚程が達成できる。それに対し、電磁ポンプでは、作動流体中に三相交流のコイルで発生させた移動磁場をかけることで内部の作動流体を駆動させる機構であるため、高揚程にするためにコイルに印可する電流の周波数や、電流値を増加させることとなる。しかし、周波数を増加した場合、同期速度と流体の流速の比で示されるスリップが大きくなる。このスリップは 0.2~0.4 の間で電磁ポンプの最大効率となることが知られており[1-29]、高いスリップになるような高周波数での運転は効率の観点からできない。このため、電磁ポンプの高揚程化においては、電流値を高くする必要があるが、電流値についても発熱の課題

があるため、一定以上の電流値を流すことができない。また、ポンプの性能を表す流量と揚程の関係、Q-H 曲線のピークとなる点より低流量の条件にて振動が生じる不安定現象が生じることで設計裕度を持たせた低揚程での運用が必要となり、多段化による高揚程化が必要となってしまう。これが、高流量化のためには大型化する理由である。ここで述べる不安定現象とは、電磁流体力学で用いられる磁気レイノルズ数 Re_m という磁場の慣性と拡散の比である無次元数とスリップ S を掛け合わせた値 ($Re_m \times S$) が 1 を超える際に発生する低周波数の圧力変動を指す。Q-H 曲線のピークよりも低流量側で発生するが、この不安定現象は低周波数の振動であるため、系統や機器の固有振動数に近く、共振することで破損を引き起こす可能性があるため、重大な課題として研究が行われている。初期の不安定現象に関する研究としては、ロシアの CLIP-5/850、CLIP-3/3500 を用いた試験が挙げられる[1-30]。不安定性現象が発生した場合には、通常装置を停止しなければ重大な事故を招くため、試験でのデータ取得は困難である。大型化を避けるために可能な限りの高揚程、高流量となる Q-H 曲線のピークを運転定格点とした場合、何かの拍子に定格点から流量が低流量側にずれることとすぐに不安定な運転領域となることから安定な運転にはシビアなコントロールが求められる。これを避けるためには、運転点を低揚程となる高流量側に設定する必要がある。この設計裕度は設計コードの精度が悪く、揚程や不安定境界を特定できない場合には更に安全マージンを取るため、さらに低揚程となってしまう。電磁ポンプの課題である大型化の回避のためには、不安定現象が起こる領域を含む Q-H 曲線を精度よく評価可能な設計コードの開発が重要となる。

ALIP や FLIP の基礎設計段階においては、1 次元計算により、電磁ポンプの揚程等の性能を計算することができる[1-31]。この試算はあくまでも設計の基礎段階の計算であり、より高精度にポンプの特性を予測するため、詳細検討となる二次元計算が行われる。二次元計算には、軸方向 (z 軸) と周方向 (θ 軸) を計算する θ - z 二次元解析および軸方向 (z 軸) と径方向 (r -軸) を計算する r - z 二次元コードが存在している。主に r - z 二次元計算は揚程を求めるために用いられており、代表的な計算コードとしては、電力中央研究所の荒関らの MHDFLOW-EMP2D-RZ が挙げられる[1-32]。MHDFLOW-EMP2D-RZ は非定常の軸対称二次元計算が可能なコードであり、スタaggered 計算格子を用いた差分法を用い、計算安定性を向上させるとともに、電磁場の方程式に電流密度の保存則を組みこんでいる。また、乱流モデルとしては、乱流応力の異方性を考慮した 0 方程式モデルの一つである Buleev モデルを用いている。荒関らは基礎的なコードの検証として Reed と Lykoudis の試験データ[1-33]を用いている。この試験では、矩形ダクトの水銀流れに様な磁場を印加した条件における時間平均流速、乱流変動を測定しており、電磁力が作用する Hartmann layer の全体的な流速分布は試験データと計算データでよく一致することが確認されている[1-34]。その後、荒関らにより MHDFLOW-EMP を用いた二次元軸対称モデルでの計算結果と CLIP-3/150 の試験結果を比較し、定格流量から高流量側では揚程がよく一致すること、定格流量よりも低い不安定領域では一致しないことを確認した[1-35]。また、本コードを用いて荒関らは圧力脈動等の評価を行い、先に述べた圧力脈動の低減方法を提案している。二次元の軸方向および径方向を模擬した二次元軸対称の計算コードとしては、MHDFLOW-EMP の他に、東芝が開発した r - z 二次元解析コード (EAGLE) が存在している。 r - z 二次元解析コードはマクスウェル方程式をベクトルポテンシャルおよびスカラーポテンシャル、いわゆる A - ϕ 法を用いて変形した式を節点有限要素法で離散化している。EAGLE は ETEC にて行われた 44 と 160 m^3/min の流量を持つ二種類の電磁ポンプ特性解析に用いられており、最新の 4S 向け 10 m^3/min の電磁ポンプの特性解析にも用いられた[1-25]。小型高速炉である 4S の 10 m^3/min 電磁ポンプは EAGLE を用いて設計が行われており、試験の結果、設計定格を満足することが確認されている。また、同じく EAGLE を用いて二次系主循環ポンプの研究が行われ、世界最大の

規模である $522 \text{ m}^3/\text{min}$ の電磁ポンプ特性が解析されており、多くの電磁ポンプの検討に用いられている [1-36]。

上記の r - z 二次元計算コードでは、性能予測の一つとして揚程計算が数多く行われているが、不安定現象の評価をするために周方向および軸方向を模擬した θ - z 二次元計算コードを用いた研究も数多く報告されている。荒関らは、不安定現象を評価するために MHDFLOW-EMP2D-TZ コードを開発した。径方向の計算格子を 1 層のみで計算しており、印加磁場に関しては MHDFLOW-EMP2D-RZ にて計算した振幅を用いている。不安定現象の原因は周方向における流量の不均一性が問題であり、印加磁場もしくはポンプ入り口での流速分布に正弦波形状の不均一分布を入れて計算を実施した。磁場、流速ともに $Re_m \times S = 1.8$ の条件にてポンプ内部に渦が発生し、10 Hz 以下の低周波数の振動が発生することが確認されている。この振動は周方向の旋回渦の発生・消滅が繰り返されることが原因であること、また、十分な不均一分布が与えられない場合は、旋回渦が発達せずに均一に流れ、圧力振動が発生しないことが確認されている [1-37]。

上記の研究により、 θ - z を模擬した計算コードを用いることで不安定現象を評価できること確認されたが、 θ - z 方向のみ模擬した計算においては、径方向の流路を模擬していないため、計算時にはナトリウムが流れる際の圧力損失等が計算できない、磁場の径方向の減衰を再現できないという課題がある。そのため、高流量になり配管での圧力損失の影響が大きくなる場合、高周波数で磁場の減衰が大きい条件では予測精度が低下してしまうことが問題となる。

上記の課題から、ポンプの設計においては、高いポンプ揚程の計算精度を保ち、かつ、不安定性を解くことが可能な計算コードを必要としている。しかし、三次元化した場合、既存の節点有限要素法を用いた手法では、計算負荷が大きく、また、鉄心や空気間のように透磁率が急激に変化する面において磁場の連続性が保たれないといった問題が生じてしまう。このため計算負荷を低減し、かつ磁場の連続性を保つことが可能な計算コードの開発が望まれている。

1.3 研究指針と研究目的

1.2.2、1.2.3 節で示した通り、電磁流量計における不均一磁場下での流動場や、電磁ポンプのような不均一な磁場変動に基づく不安定現象を評価するためには新しい 3 次元 MHD シミュレーションコードが必要とされている。そこで本研究では、これらの現象を再現可能な独自の 3 次元 MHD シミュレーションコードの開発を行うこととした。電磁ポンプおよび電磁流量計では両機器ともに液体金属ナトリウム冷却型高速増殖炉において使用されることを前提とし、流動場と電磁場の相互作用を評価できるようにするため Two-way 法を採用する。しかし、電磁流量計と電磁ポンプとでは計算条件が異なり、シミュレーションコードに対する要求事項も異なるため、基本の解法は共通させつつも、それぞれの要求に合わせたコード構造を別途作成する。二つのコードの異なる点としては、印可磁場に関する時間項の扱いが挙げられる。電磁ポンプは交流磁場を用いており、電磁流量計は直流磁場を用いることから、前者向けコードは非定常計算、後者向けコードは定常計算での扱いとなる。また、外部から流動場に印可される磁場についても、電磁流量計では直流磁場であり、時間変動がないため、直接解くことはせずに別途計算した磁場を入力条件として扱うことができる。

電磁流量計の計算については、One-way 法を用いた既存の定常計算 MHD シミュレーションコードを基に、課題となる不均一な磁場下での電磁場一流動場の相互作用を解くことが可能なように Two-way 法を用いた定常研さんコードを開発し、小型タンク炉である 4S 体系に設置を検討している新しく開発さ

れた環状流路型電磁流量計の試験結果と比較することで精度検証を行う。本コードを構築した後、環状流路の流動場に不均一な電磁場が及ぼす影響を評価するとともに、壁面近傍の境界層への電磁力への影響について評価すること電磁場－流動場の相互作用に関する知見を得る。また、流量計の測定において重要となる校正作業を簡易化するために、複数ユニットを設置予定である 4S 向け環状流路型電磁流量計を全て同時に校正するのではなく、単体ユニットの環状流路型電磁流量計でのみ校正できるようにする手法についても論じる。

電磁ポンプの計算については、既存のコードからの展開ではなく、移動磁場の計算も含めて Two-way 法を用いた非定常計算コードの開発を新たに行う。辺有限要素法を用いるとともに、西田らによって開発された並列反復行列解法ソフトウェアライブラリである LIS (Library of Iterative Solvers for linear systems) を適用することでコードの高速化を図った。これらの計算コードを用い、ETEC で試験された $160 \text{ m}^3/\text{min}$ の電磁ポンプの Q-H 特性を評価し、試験結果と比較することで精度の検証を行う。また、不安定性の評価のために $\text{Re}_m \times S < 1$ の領域の条件での計算も行い、不安定性の基となる要因の抽出を行った。

本博士論文の構成としては、2 章において電磁流量計および電磁ポンプ向け各計算コードの詳細を示す。3 章では電磁流量計に関する計算結果と検証試験の結果、コードの妥当性検証の結果と単体ユニット（単セグメント体系）での流量校正の妥当性を示す。4 章では電磁ポンプの検証計算と不安定現象の再現シミュレーションの結果を示し、移動磁場下での流動場の評価を実施する。5 章に結言をまとめる。

第2章 Two-Way 法の三次元電磁流体シミュレーション手法の確立

2.1 定常三次元電流体シミュレーションコードの開発

2.1.1 コード概要

本章では、EMF で見られる定常な外部磁場下における流動場を対象とした定常シミュレーションコードの開発を行う。Two-Way 法といった電磁流体シミュレーション手法には強連成と弱連成があるが、強連成手法を採用する場合には全ての方程式系を同時に解く必要があるため、解かなければならない行列が非対称で多くの非零要素を含み、行列解法に多くの時間を要することとなる。また、後述するように本シミュレーション体系のような電磁場と流体場で異なる格子間を用いる場合には行列解法を解く際の反復解法で収束が困難となる可能性高い。そこで本研究では、Na 流体シミュレーションに汎用コード”STAR-CD”を用い、得られた流速を電磁場シミュレーションに受け渡し、得られた電磁場から計算される電磁力を流体シミュレーションに返す、いわゆる弱連成手法を採用した。本シミュレーションコードの概要を図 2.1.1-1 に示す。外部磁場については本 EMF では定常な磁場となり、時間的な変動がないことから、汎用磁場計算コード”OPERA-3D”にて解くこととし、この計算された磁場を外部磁場として電磁場シミュレーションにおける入力データとして最初に取り込むこととした。これにより、独自コードでは誘導方程式のみを解くようにしている。複数の磁場の影響は重ね合わせの原理で表すことができるため、電磁石による外部磁場が定常であるならばこの手法は物理的に矛盾しておらず、かつコード内では外部磁場を解く必要がないために計算負荷の低減にもつながる。”STAR-CD”と電磁場シミュレーションコード間には、電磁力と流速の受け渡しを行うためのインターフェイス用コードを作成し、異なる格子間での変数の受け渡しで必要な補間処理を行う。これらのインターフェイスについては、2.1.4 項にて説明を行う。

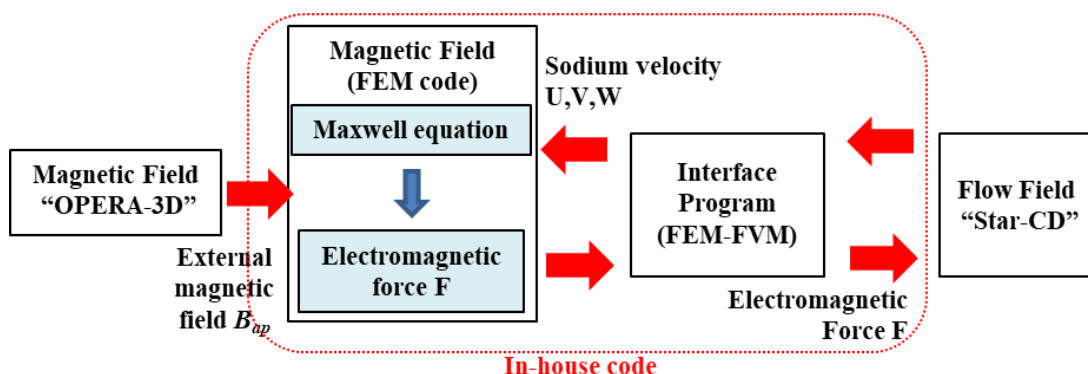


図 2.1.1-1 定常三次元電磁流体シミュレーションコード概要

2.1.2 支配方程式の導出

本定常シミュレーションコードにおける電磁場シミュレーションでは、清水らと同様に磁束密度、電位ポテンシャル ϕ を用いて定式化する $\mathbf{B}$ - ϕ 法を用いた[2-1]、[2-2]。 $\mathbf{B}$ - ϕ 法は、ベクトルポテンシャルを用いる $\mathbf{A}$ - ϕ 法と比較した場合、計算時間が短いという利点があるが、磁場保存則($\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$)を自動的に満たさないためにその収束性に起因する精度が課題となる。しかしながら、清水らは配管型 EMF に対する電磁流体シミュレーションで、 $\mathbf{A}$ - ϕ 法と $\mathbf{B}$ - ϕ 法において精度にほとんど差がないことを実証している[2-1]。以降では $\mathbf{B}$ - ϕ 法の式展開を行う。

電磁場の基礎方程式を以下にまとめる。磁場の発生源は電流であり、磁場と電流との関係は以下の方程式で表される。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.1.2-1)$$

ここで、 $\partial \mathbf{D} / \partial t$ は変位電流である。電場はファラデーの誘導法則とクーロンの法則により表される。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.1.2-2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_e \quad (2.1.2-3)$$

以上が真空中の電磁場を支配する基礎方程式である。

誘電体、磁性体中の磁束密度、電束密度は、電場、磁場をかけた時の電気分極 $\mathbf{P}$ 、磁気分極 $\mathbf{M}$ を考慮して以下の関係式で表わされる。

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} = \mu_m \mathbf{H} \quad (2.1.2-4)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_m \mathbf{E} \quad (2.1.2-5)$$

また、電導性媒質中では、電場をかけると電流が流れるが、媒質とともに移動する座標系ではオームの法則が成立する。移動座標系での電流密度、電界には(')記号を付けた。

$$\mathbf{J}' = \sigma \mathbf{E}' \quad (2.1.2-6)$$

さて、(2.1.2-1)～(2.1.2-5)式は、固定された座標系で表わされており、(2.1.2-6)式も同じ座標系で書き直す。ここで、場の変換公式を使い、媒質の移動速度を $\mathbf{u}$ とすると、

$$\mathbf{J} = \rho_e \mathbf{u} + \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.1.2-7)$$

と書き直すことができ、これは拡張されたオームの法則と呼ばれる。

(2.1.2-1)式の発散をとると、以下の電荷不滅の法則が成り立つ。

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho_e}{\partial t} = 0 \quad (2.1.2-8)$$

ファラデーの誘導法則(2.1.2-2)式の発散をとると、(2.1.2-9)式が成り立つ。これは磁場の付帯条件である。

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.1.2-9)$$

複数の媒質を含む問題では異なった媒質の境界に対する境界条件を考えなければならない。境界の両側の媒質を 1、2 とすると境界において以下の式がなりたつ。

$$\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{n} = \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{n} \quad (2.1.2-10)$$

$$\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{t} = \mathbf{H}_2 \cdot \mathbf{t} + \mathbf{J}_s \quad (2.1.2-11)$$

$$\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{t} = \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{t} \quad (2.1.2-12)$$

$$\mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{n} = \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{n} + \rho_s \quad (2.1.2-13)$$

以上の支配方程式は一般的な電磁場の方程式である。ここで以下の仮定を採用する。

- (1) 透磁率、誘電率、導電率は、厳密にはテンソル量であるが等方性媒質を仮定しスカラー量として取り扱う。
- (2) 作動流体は電氣的に中性で、電気伝導性が良い液体金属とする。したがって電荷密度は $\rho_e = 0$ 。
- (3) 誘導電流に較べて、分極による変位電流 $\partial \mathbf{D} / \partial t$ は無視できるとする。
- (4) 定常的な状態を仮定する。すなわち、 $\partial \mathbf{B} / \partial t = 0$ から $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ であり電界はスカラーポテンシャル、すなわち電位ポテンシャルを使って $\mathbf{E} = -\nabla \phi$ のように表される。

以上の取扱いを行なうと、以下の電磁場シミュレーションの基礎方程式が得られる。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2.1.2-14)$$

$$\mathbf{B} = \mu_m \mathbf{H} \quad (2.1.2-15)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.1.2-16)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{B} - \nabla \phi) \quad (2.1.2-17)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (2.1.2-18)$$

上記式を元に、 $\mathbf{B}$ - ϕ 法を用いた定式化を行う。外部磁場を $\mathbf{B}_{ap}$ とし、導電体であるダクトと Na における場合を考える。磁場 $\mathbf{B}_{ap}$ 中を速度 $\mathbf{u}$ で移動する導電体中の誘導電流 $\mathbf{J}_e$ は実験室系で表示されたオームの法則(2.1.2-17)式に支配され次式で表される。

$$\mathbf{J}_e = \sigma \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{B}_{ap} - \nabla \phi) \quad (2.1.2-19)$$

導電体中に電流が流れることにより発生する誘導磁場 $\mathbf{b}$ を支配する方程式は(2.1-14)、(2.1-15)式から、非磁性体である液体金属 Na の透磁率 μ_0 (真空の透磁率) を使って(2.1.2-20)式で表される。

$$\nabla \times \left(\frac{\mathbf{b}}{\mu_o} \right) = \mathbf{J}_e \quad (2.1.2-20)$$

結果として重ねあわせの原理により、ダクトと Na 中の磁場は次式で表される。

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_{ap} + \mathbf{b} \quad (2.1.2-21)$$

導電体内部の電位ポテンシャル勾配については、(2.1.2-17)式を整理して以下のように誘導起電力 $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ と誘導電流 $\mathbf{J}_e$ の電気抵抗による電圧降下で表される。

$$\nabla \phi = \mathbf{u} \times \mathbf{B} - \frac{\mathbf{J}_e}{\sigma} \quad (2.1.2-22)$$

ここで導電体が移動しない場合には誘導起電力は発生しないから内部を流れる電流の電気抵抗による電圧降下のみにより電位ポテンシャル勾配が決まる。(2.1.2-22)式の発散をとり電流の保存則(2.1.2-18)式を代入すると、電位ポテンシャルに対する以下の基礎方程式（電位ポテンシャル方程式）が得られる。

$$\nabla \cdot (\sigma \cdot \nabla \phi) = \nabla \cdot [\sigma \cdot \mathbf{u} \times (\mathbf{B}_{ap} + \mathbf{b})] \quad (2.1.2-23)$$

ここで、式中に電気伝導度 σ を含めているのは電気伝導度の異なる Na と配管 SUS に共通に適用できる方程式としたためである。

次に、(2.1.2-22)式の中の誘導磁場を支配する基礎方程式を導出する。誘導電流により発生する誘導磁場は(2.1.2-20)式で表され、(2.1.2-22)式を使って誘導電流を消去すると、

$$\nabla \times \left(\frac{\mathbf{b}}{\mu_o} \right) = \sigma \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{B} - \nabla \phi) \quad (2.1.2-24)$$

が得られる。ここで、(2.1-23)式の回転をとると誘導磁場に対する以下の基礎方程式（誘導方程式）が得られる。

$$\nabla \times \left[\nabla \times \left(\frac{\mathbf{b}}{\mu_o} \right) \right] - \sigma \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{b}) = \sigma \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}_{ap}) \quad (2.1.2-25)$$

ここで、電位ポテンシャルはスカラー関数に関する恒等式

$$\nabla \times (\nabla \phi) \equiv 0 \quad (2.1.2-26)$$

を使って消去した。また、ベクトル解析の公式

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{b}) &= -\nabla^2 \mathbf{b} + \nabla (\nabla \cdot \mathbf{b}) \\ &= -\nabla^2 \mathbf{b} \end{aligned} \quad (2.1.2-27)$$

$$\begin{aligned} \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{b}) &= (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{b} + \mathbf{u} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{b}) - \mathbf{b} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{u}) \\ &= (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{b} \end{aligned} \quad (2.1.2-28)$$

および磁場の保存則(2.1.2-16)式と非圧縮性流体の質量保存式 $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ を使い、式を変形し整理して、最終的に以下の誘導磁場の基礎方程式が得られる。

$$-\frac{1}{\mu_o} \nabla^2 \mathbf{b} - \sigma \cdot [(\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{b}] = \sigma \cdot [(\mathbf{B}_{ap} \cdot \nabla) \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{B}_{ap}] \quad (2.1.2-29)$$

上記誘導磁場の基礎方程式をガラーキン有限要素法により離散化する。誘導磁場の基礎方程式(2.1.2-18)の荷重残差積分式は以下のように導出される。

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\mu_o} \int_V \omega \cdot \nabla^2 \mathbf{b} dV - \sigma \int_V \omega \cdot [(\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{b}] dV \\ = \sigma \int_V \omega \cdot [(\mathbf{B}_{ap} \cdot \nabla) \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{B}_{ap}] dV \end{aligned} \quad (2.1.2-30)$$

ここで ω は重み関数である。左辺第1項に部分積分を適用し、発散定理を用いて弱定式化すると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu_o} \int_V \nabla \omega \cdot \nabla \mathbf{b} dV - \sigma \int_V \omega \cdot [(\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{b}] dV \\ = \sigma \int_V \omega \cdot [(\mathbf{B}_{ap} \cdot \nabla) \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{B}_{ap}] dV + \frac{1}{\mu_o} \int_S \omega \cdot (\nabla \mathbf{b}) \cdot \mathbf{n} dS \end{aligned} \quad (2.1.2-31)$$

が得られる。これを成分表示すると、

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\mu_0} \int_V \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial b_i}{\partial x_j} dV - \sigma \int_V \omega \cdot \left(b_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - u_j \frac{\partial b_i}{\partial x_j} \right) dV \\
& = \sigma \int_V \omega \cdot \left(B_{api} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - u_j \frac{\partial B_{api}}{\partial x_j} \right) dV + \frac{1}{\mu_0} \int_S \omega \frac{\partial b_i}{\partial n} dS
\end{aligned} \tag{2.1.2-32}$$

ここで面積分項の被積分関数には磁束密度の境界法線方向勾配が含まれる。無限遠境界では面積積分は零となるが一般に有限境界では零とはならない。ここでは、工学的に配管外面では磁場の漏れが無視できると仮定して外部境界面で磁場零のディリクレ境界条件を課す。すなわち、その様な外部境界を選べば、ノイマン境界条件である面積分項は考慮しなくてもよい。また、磁場の輸送項には、数値的安定性を確保するために風上化を行う。次に、電位ポテンシャルに対する基礎方程式(2.1.2-23)式の荷重残差積分を導出すると、

$$\int_V \omega \cdot \nabla \cdot (\sigma \cdot \nabla \phi) dV = \int_V \omega \cdot \nabla \cdot [\sigma \cdot \mathbf{u} \times (\mathbf{B}_{ap} + \mathbf{b})] dV \tag{2.1.2-33}$$

これを弱定式化して、

$$\begin{aligned}
\int_V \nabla \omega \cdot \nabla \phi dV &= \int_V \nabla \omega \cdot [\mathbf{u} \times (\mathbf{B}_{ap} + \mathbf{b})] dV \\
&+ \int_S \omega \cdot (\nabla \phi) \cdot \mathbf{n} dS - \int_S \omega \cdot [\mathbf{u} \times (\mathbf{B}_{ap} + \mathbf{b})] \cdot \mathbf{n} dS
\end{aligned} \tag{2.1.2-34}$$

が得られる。ここで右辺第2項の面積積分については導電体外面からの漏洩電流は存在しないとし自然境界条件として零を与える。第3項の面積積分は流体外面で流動条件としてnon-slip条件 ($\mathbf{u}=0$) を与えることにより零となる。この結果、成分表示で最終的に次式が得られる。

$$\sigma \int_V \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} dV = \sigma \int_V \frac{\partial \omega}{\partial x_j} [\mathbf{u} \times (\mathbf{B}_{ap} + \mathbf{b})]_j dV \tag{2.1.2-35}$$

誘導方程式(2.1.2-32)を解いた後、その誘導磁場解に基づいて電位ポテンシャル方程式(2.1.2-35)を解く。以上のガラーキン有限要素法による解法で使った有限要素と内挿関数については2.1.3項にまとめた。

また、誘導電流 $\mathbf{J}_e$ が発生する部分ではそこに存在する磁場との相互作用により電磁力 $\mathbf{F}$ が発生する。これはローレンツ力と呼ばれ、次式で表わされる。

$$\mathbf{F} = \mathbf{J}_e \times \mathbf{B} = (J_{ey} B_z - J_{ez} B_y, J_{ez} B_x - J_{ex} B_z, J_{ex} B_y - J_{ey} B_x) \tag{2.1.2-36}$$

ここで(2.1.2-17)式の誘導電流を代入すると、電磁力成分は下式のように表される。

$$\mathbf{F} = \sigma \begin{pmatrix} \left(u_z B_x - u_x B_z - \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \cdot B_z - \left(u_x B_y - u_y B_x - \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \cdot B_y \\ \left(u_x B_y - u_y B_x - \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \cdot B_x - \left(u_y B_z - u_z B_y - \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \cdot B_z \\ \left(u_y B_z - u_z B_y - \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \cdot B_y - \left(u_z B_x - u_x B_z - \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \cdot B_x \end{pmatrix} \quad (2.1.2-37)$$

整理すると

$$\mathbf{F} = \sigma \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial z} \cdot B_y - \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot B_z - u_x (B_z \cdot B_z + B_y \cdot B_y) + u_y B_x \cdot B_y + u_z B_x \cdot B_z \\ \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot B_z - \frac{\partial \phi}{\partial z} \cdot B_x + u_x B_y \cdot B_x - u_y (B_x \cdot B_x + B_z \cdot B_z) + u_z B_y \cdot B_z \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot B_x - \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot B_y + u_x B_z \cdot B_x + u_y B_z \cdot B_y - u_z (B_y \cdot B_y + B_x \cdot B_x) \end{pmatrix} \quad (2.1.2-38)$$

と書き直せて、ある体積要素に働く力は以下の有限要素積分から計算できる。

$$\mathbf{F}_{V_e} = \int_{V_e} (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \cdot dV \quad (2.1.2-39)$$

2.1.3 有限要素法における離散化要素

2.1.2 項で検討した荷重残差方程式を配管における曲面形状を正確に模擬するため、図 2.1.3-1 に示す 27 接点双 2 次 6 面体アイソメトリック要素を使用して離散化する。各接点の内装関数については、局所規格化座法で表示し、(2.1.3-1)式に示す。(2.1.3-1)式中の i は接点の図 2.1.3-1 の番号に相当する。●は 27 の節点を示し、○は 6 面の中心個所を示す。

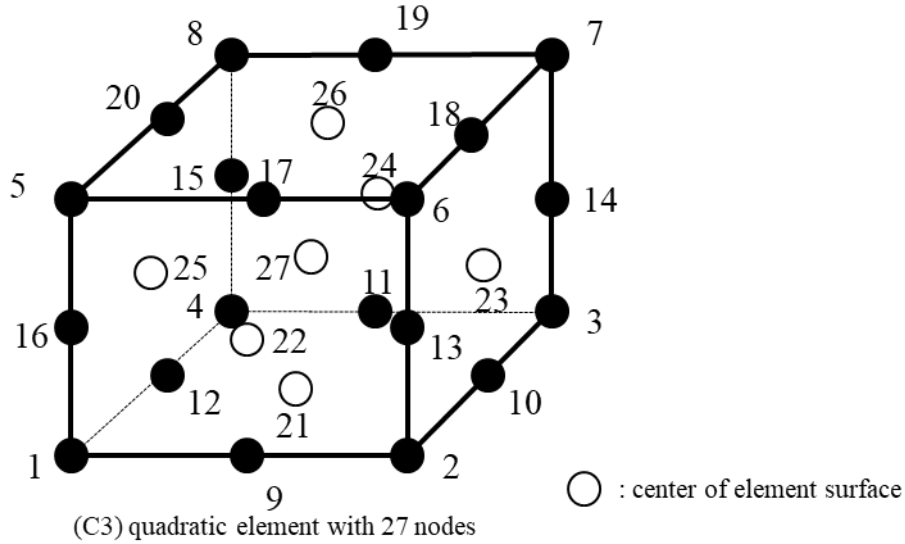


図 2.1.3-1 27 節点双 2 次 6 面体要素図

$$\begin{aligned}
 f_i(\xi, \eta, \zeta) &= (1 + \xi_o)(1 + \eta_o)(1 + \zeta_o) \cdot \xi_o \eta_o \zeta_o / 8 & (i = 1, 8) \\
 f_i(\xi, \eta, \zeta) &= (1 - \xi^2)(1 + \eta_o)(1 + \zeta_o) \cdot \eta_o \zeta_o / 4 & (i = 9, i = 11, i = 17, i = 19) \\
 f_i(\xi, \eta, \zeta) &= (1 + \xi_o)(1 - \eta^2)(1 + \zeta_o) \cdot \xi_o \zeta_o / 4 & (i = 10, i = 12, i = 18, i = 20) \\
 f_i(\xi, \eta, \zeta) &= (1 + \xi_o)(1 + \eta_o)(1 - \zeta^2) \cdot \xi_o \eta_o / 4 & (i = 13, 16) \\
 f_i(\xi, \eta, \zeta) &= (1 - \xi^2)(1 - \eta^2)(1 + \zeta_o) \cdot \zeta_o / 2 & (i = 21, i = 26) \\
 f_i(\xi, \eta, \zeta) &= (1 - \xi^2)(1 + \eta_o)(1 - \zeta^2) \cdot \eta_o / 2 & (i = 22, i = 24) \\
 f_i(\xi, \eta, \zeta) &= (1 + \xi_o)(1 - \eta^2)(1 - \zeta^2) \cdot \xi_o / 2 & (i = 23, i = 25) \\
 f_i(\xi, \eta, \zeta) &= (1 - \xi^2)(1 - \eta^2)(1 - \zeta^2) & (i = 27)
 \end{aligned} \tag{2.1.3-1}$$

2.1.4 電磁場と流動場シミュレーション間のインターフェイス

流体シミュレーションと電磁場シミュレーションにおいては、異なる計算格子を用いることで、不要な計算領域を削減し、計算負荷の低減を行う。図 2.1.4-1 に EMF を想定した計算領域のイメージ図を示す。EMF 本体、流動場となる Na 部、配管で構成される。流体シミュレーションにおいては、流体場領域のみの計算を行うが、電磁場シミュレーションにおいては、流体場領域に加え、誘導電流が流れる配管領域も計算対象となる。流動、電磁場で異なる格子モデルを用いると、格子情報の受け渡しにおいて内挿が必要となり、それは計算誤差の要因となり得る。そこで、この電磁場シミュレーションでは、Na 流領域に流体シミュレーションと同じ格子モデル（6 面体要素で同じ格子幅）を設定することで内挿誤差の影響を抑えた。

インターフェイスでは、格子情報の再配置（異なる格子番号の整合性を取り、変数間のやり取りを行う）に加えて、電磁力の緩和計算ルーチンを組み込んでいる。電磁場の変化は光速で伝わるため、その変化の時定数は流体のそれと比較しても非常に小さい。そのため、電磁場が流体の細かい変動に即座に応答することで変動を増幅し、計算が不安定になる可能性がある。そこで、次式に示すように流体シミュレーションの 1 計算ステップ前の電磁力を用いて緩和計算することで、計算の不安定化を抑制した。

本シミュレーションでは、緩和係数 α は0.1を用い、 $n+1$ ステップの計算を行うために、10回の反復計算を行った。

$$F^{n+1} = \alpha F^n + (1 - \alpha) F^{n-1} \quad (2.1.4-1)$$

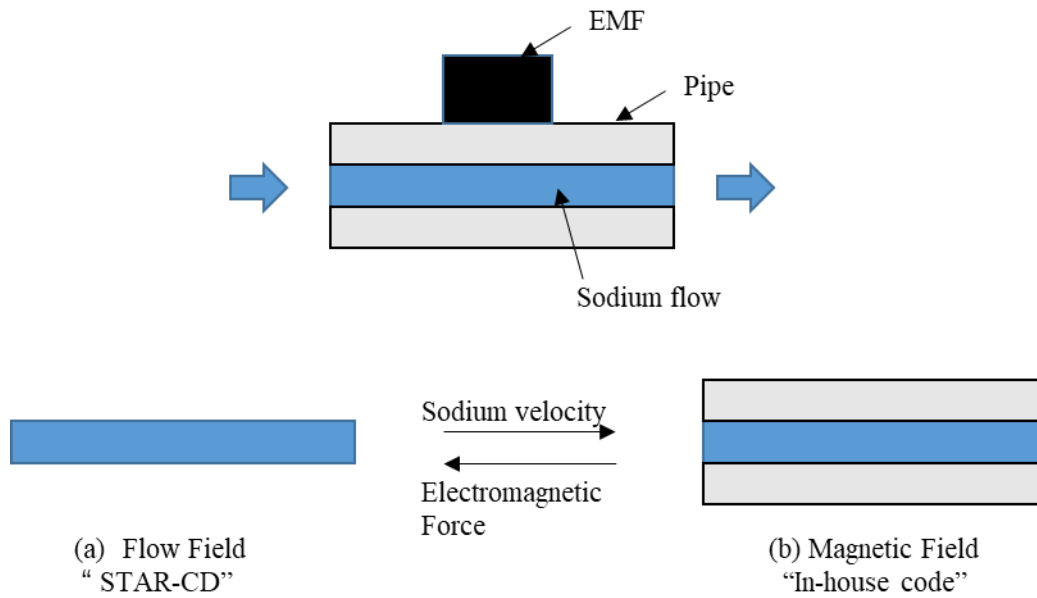


図 2.1.4-1 計算領域イメージ図

2.2 非定常三次元電流体シミュレーションコードの開発

2.2.1 コード概要

2.1 節で述べたのは定常磁場下で稼働する EMF のような機器を対象としたコードであった。しかし、外部磁場が時間的に変動する電磁ポンプのようなシステムを計算したい場合は、非定常コードが必要となる。非定常計算においては、定常計算で外部磁場計算に使用していた”OPERA-3D”は使用しない。本コードでは、コイル電流とそれによる磁場計算コードを新たに追加し、非定常コイル磁場を解くコードを新たに作成した。コイル電流値を入れ、磁場分布を解き、その磁場の時間変化を周期変化させた値を外部磁場として電磁場シミュレーション部に与える。図 2.2.1-1 に本シミュレーションコードの概要を示す。

また、定常シミュレーションコードでは $\mathbf{B}\text{-}\phi$ 法を用いていたが、本非定常シミュレーションコードでは、ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を使った $\mathbf{A}\text{-}\phi$ 法を用いることとした。この手法では、 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ であるベクトルポテンシャルを用いることでマクスウェル方程式の $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ を数学的にも必ず満たすことから $\mathbf{B}$ を直接解く $\mathbf{B}\text{-}\phi$ 法よりも計算精度、安定性が高いとされる。非定常計算では、定常計算と比較すると安定性が低下することが懸念されたため、 $\mathbf{A}\text{-}\phi$ 法を採用することで精度、安定性の両方の向上を図った。加えて、定常計算コードでは 27 節点双 2 次 6 面体要素を用いていたが、計算の高速化のために 12 辺要素の辺有限要素法を用いることとした。

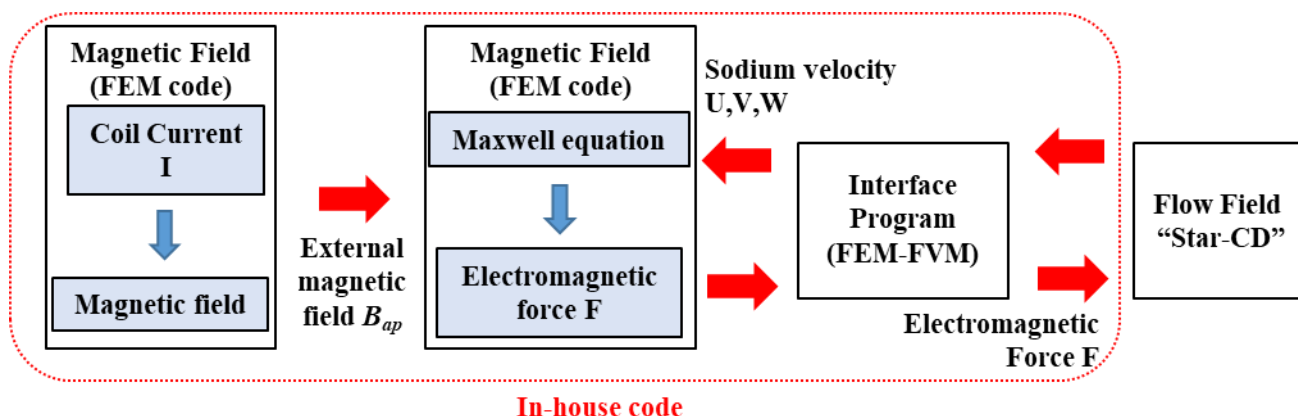


図 2.2.1-1 非定常シミュレーションコード概要

2.2.2 支配方程式の導出

本節での方程式の導出では、コードは電磁ポンプを対象とし、構成要素が励磁コイル、鉄心、非磁性気体、ダクトおよび作動流体である Na 流体で構成される体系を考える。基本的な支配方程式については 2.1 の定常計算コードと同じものがあるが、時間項があるため、ここでは再度記載を行う。

以下に Maxwell の電磁場方程式を示す。磁場の源は電流であり、磁場 $\mathbf{H}$ と電流 $\mathbf{J}$ の関係は以下の(2.2.2-1)式で表される。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.2.2-1)$$

ここで、 $\partial \mathbf{D} / \partial t$ は変位電流を表す。電場はファラデーの誘導法則とクーロンの法則により、(2.2.2-2)式、(2.2.2-3)式で表される。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.2.2-2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_e \quad (2.2.2-3)$$

誘導体、磁性体中では、電場、磁場をかけた時の電気分極 $\mathbf{P}$ 、磁気分極 $\mathbf{M}$ を考慮すると、磁場と電束密度は(2.2.2-4)式、(2.2.2-5)式のようになる。

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} = \mu_m \mathbf{H} \quad (2.2.2-4)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_m \mathbf{E} \quad (2.2.2-5)$$

媒質中での透磁率 μ_m および誘電率 ε_m は、一般に非等方性媒質でテンソル量（行列）となるが、後の述べるように本コードではスカラー量として扱う。電導性媒質中では、電場をかけると電流は流れるが、媒質とともに移動する座標系では(2.2.2-6)式のオームの法則が成立する。移動座標系での電流密度、電界には(')記号を付けた。

$$\mathbf{J}' = \sigma \mathbf{E}' \quad (2.2.2-6)$$

非等方性媒質では、導電率 σ はテンソル量（行列）となる。ここで、(2.2.2.1)～(2.2.2.5)式は固定された座標系で表されており、(2.2.2-6)式も同じ座標系で書き直するのが便利である。したがって、場の変換公式を用い、媒質の移動速度を $\mathbf{u}$ とすると(2.2.2-6)式は次式のように書き直すことができる。

$$\mathbf{J} = \rho_e \mathbf{u} + \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.2.2-7)$$

ここで、(2.2.1-1)式の発散をとる。

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) = \nabla \cdot \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \Leftrightarrow \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) = \nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial (\nabla \cdot \mathbf{D})}{\partial t}$$

上式の左辺は恒等的に 0 が成り立つため、(2.2.2-3)式と合わせると以下の電荷不滅の法則が成り立つ。

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho_e}{\partial t} = 0 \quad (2.2.2-8)$$

また、ファラデーの誘導法則(2.2.2-2)式の発散をとる。

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) = -\nabla \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) \Leftrightarrow \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{\partial (\nabla \cdot \mathbf{B})}{\partial t}$$

これも同様に左辺が 0 となるため、次式が成り立つ。

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.2.2-9)$$

これが磁場の付帯条件である。

複数の媒質を含む問題では、異なった媒質の境界に対する境界条件を考えなければならない。境界の両側の媒質を 1、2 とすると、境界において以下が成り立つ。

$$\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{n} = \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{n} \quad (2.2.2-10)$$

$$\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{t} = \mathbf{H}_2 \cdot \mathbf{t} + \mathbf{J}_s \quad (2.2.2-11)$$

$$\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{t} = \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{t} \quad (2.2.2-12)$$

$$\mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{n} = \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{n} + \rho_s \quad (2.2.2-13)$$

である。

以上は一般的な電磁場の方程式である。ここで、定常計算時と同様に以下の仮定を導入するが、一部非定常計算独自の仮定を入れる。

1. 透磁率、誘電率、導電率は、厳密にはテンソル量であるが、等方性媒質を仮定し、スカラー量として扱う。
2. 作動流体は電氣的に中性で、電気伝導性がよい液体金属とする。したがって、電荷密度は $\rho_e = 0$ 、また電磁ポンプの駆動電源周波数は 10^2 Hz 以下であるため、誘導電流に比べ、分極による変位電流 $\partial \mathbf{D} / \partial t$ を無視できるとする。
3. 磁性体は(2.2.2-4)式の透磁率が磁界 $\mathbf{H}$ の関数であることから一般に非線形問題となるが、ここでは非線形性が強くなる磁気飽和までは扱わないこととし、線形近似を使用する。すなわち、透磁率は全て定数として扱う。

以上の仮定を導入すると、以下の電磁場解析の基礎方程式が得られる。

$$\nabla \times \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu} \right) = \mathbf{J} \quad (\text{アンペールの法則}) \quad (2.2.2-14)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{ファラデーの誘導法則}) \quad (2.2.2-15)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{磁場の保存則}) \quad (2.2.2-16)$$

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (\text{オームの法則}) \quad (2.2.2-17)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (\text{電荷の保存則}) \quad (2.2.2-18)$$

電磁ポンプの磁気回路構造は、励磁コイル、鉄心、機器間ギャップ非磁性気体（真空模擬）、ダクトおよび作動流体である Na 流体からなる。モデル化にあたっては各媒質を導電体と非導電体、磁性体と非磁性体に分けて支配方程式を導出、定式化する必要がある。ここでは、Na 誘導磁場を非定常で解くため

の定式化を実施する。

励磁コイルによる励磁電流密度 $\mathbf{J}_0$ と、Na 流体とダクト領域中の誘導電流 $\mathbf{J}_e$ により発生する磁場 $\mathbf{B}$ を支配する方程式は(2.2.2-14)式より次式で表される。

$$\nabla \times \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu} \right) = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_e \quad (2.2.2-19)$$

ここで、透磁率と電流密度は各媒質領域により以下のように扱う。

$$\mu = \begin{cases} \mu_0 & : \text{励磁コイル} \\ \mu_0 & : \text{非磁性気体} \\ \mu_m & : \text{鉄心} \\ \mu_0 & : \text{ダクト} \\ \mu_0 & : \text{Na 流体} \end{cases} \quad \mathbf{J} = \begin{cases} \mathbf{J}_0 & : \text{励磁コイル} \\ 0 & : \text{非磁性気体} \\ 0 & : \text{鉄心} \\ \mathbf{J}_e & : \text{ダクト} \\ \mathbf{J}_e & : \text{Na 流体} \end{cases}$$

ここで Na 流体中の誘導電流 $\mathbf{J}_e$ は、(2.2.1-17)式より以下の式で表現される。

$$\mathbf{J}_e = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.2.2-20)$$

ここで $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ は、導電体が磁場を横切る時に発生する速度由来の起電力項である。ダクト中の誘導電流は、ダクトが静止している為、この起電力項を無視すれば良いだけである。

ここで、(2.2.2-20)式の電界 $\mathbf{E}$ は磁場の時間変化によりファラデーの誘導方程式(2.2.2-15)式から決まる。したがって、(2.2.2-15)、(2.2.2-19)を連立させることにより求めたい磁場、電場が求まる。

次に、 $\mathbf{A}$ - ϕ 法で定式化するため、以上の支配方程式をベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ と、電位ポテンシャル ϕ で表現する。磁場 $\mathbf{B}$ は磁場保存則(2.2.2-16)式 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ を満足するベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ が存在する。

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.2.2-21)$$

(2.2.2-23)式を(2.2.2-15)式に代入すると以下を得る。

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ &= -\frac{\partial(\nabla \times \mathbf{A})}{\partial t} \\ \therefore \nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (2.2.2-22)$$

さらに回転が 0 のベクトルに対しては、電位ポテンシャルが数学的に定義できるため、(2.2.1-22)式より電場は電位ポテンシャルを使用して以下のように記述できる。

$$\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\nabla \phi$$

$$\therefore \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi \quad (2.2.2-23)$$

(2.2.2-22)、(2.2.2-23)式によって、電場、磁場を電位ポテンシャルで表現できる。(2.2.2-22)、(2.2.2-23)式を、(2.2.2-19)、(2.2.2-20)に代入することで以下の方程式を得る。

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_e \quad (2.2.2-24)$$

$$\mathbf{J}_e = \sigma \left\{ -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right\} \quad (2.2.2-25)$$

なお、(2.2.2-24)、(2.2.2-25)式だけでは方程式が閉じない。したがって、(2.2.2-25)式を(2.2.2-18)式に代入し、誘導電流 $\mathbf{J}_e$ が電流連続条件を満足させるための条件式(2.2.2-26)を導く。

$$\nabla \cdot \left[\sigma \left\{ -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right\} \right] = 0 \quad (2.2.2-26)$$

(2.2.2-26)式を、(2.2.2-24)、(2.2.2-25)式と連成させることで方程式を閉じることができる。以上、最終的に電磁ルポテンシャルで定式化された電磁場の支配方程式として(2.2.2-27)、(2.2.2-28)式を得る。

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \mathbf{J}_0 + \sigma \left\{ -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right\} \quad (2.2.2-27)$$

$$\sigma \left\{ -\frac{\partial (\nabla \cdot \mathbf{A})}{\partial t} - \nabla \phi + \nabla \cdot [\mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A})] \right\} = 0 \quad (2.2.2-28)$$

ただし、Na 流体以外の領域では流速 $\mathbf{u}=0$ である。透磁率 μ 、導電率 σ 、強制電流 $\mathbf{J}_0$ は領域に応じて以下の値をとる。

$$\mu = \begin{cases} \mu_0 & : \text{励磁コイル} \\ \mu_0 & : \text{非磁性気体} \\ \mu_m & : \text{鉄心} \\ \mu_0 & : \text{ダクト} \\ \mu_0 & : \text{Na 流体} \end{cases} \quad \sigma = \begin{cases} 0 & : \text{励磁コイル} \\ 0 & : \text{非磁性気体} \\ 0 & : \text{鉄心} \\ \sigma_{duct} & : \text{ダクト} \\ \sigma_{Na} & : \text{Na 流体} \end{cases} \quad \mathbf{J}_0 = \begin{cases} \mathbf{J}_0 & : \text{励磁コイル} \\ 0 & : \text{非磁性気体} \\ 0 & : \text{鉄心} \\ 0 & : \text{ダクト} \\ 0 & : \text{Na 流体} \end{cases}$$

なお、鉄心は積層構造により誘導電流を抑制する構造となっているため、真空と同様の非導電性媒質とみなし、導電率をゼロとした。

2.2.3 荷重残差積分式と弱定式化

ここでは、2.2.2 で述べた支配方程式を有限要素法によって離散化するため、荷重残差積分式を導出する。未知数 $\mathbf{A}$ 、 ϕ を近似式で置き換えた(2.2.2-27)式にベクトル補間関数 $\mathbf{N}_k$ を、(2.2.2-28)式にスカラー補間関数 N_i をそれぞれ乗じると、以下の加重残差積分式が得られる。ベクトル補間関数 $\mathbf{N}_k$ 、スカラー補間関数 N_i の詳細については後述する。

$$\int_V \mathbf{N}_k \cdot \left[\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \right] dV = \int_V \mathbf{N}_k \cdot \left[\mathbf{J}_0 + \sigma \left\{ -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right\} \right] dV \quad (2.2.3-1)$$

$$\int_V N_i \nabla \cdot \left[\sigma \left\{ -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right\} \right] dV = 0 \quad (2.2.3-2)$$

(2.2.3-1)の左辺の2階微分（回転演算）に対して、ベクトル公式により以下のように変形する。

$$\int_V \mathbf{N}_k \cdot \left[\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \right] dV = \int_V \nabla \cdot \left[\left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \times \mathbf{N}_k \right] dV + \int_V (\nabla \times \mathbf{N}_k) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) dV \quad (2.2.3-3)$$

(2.2.3-3)式右辺第1項に対してガウスの発散定理を適用すると(2.2.3-3)式は以下となる。

$$\int_V \mathbf{N}_k \cdot \left[\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \right] dV = \int_S \left[\left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \times \mathbf{N}_k \right] \cdot \mathbf{n} dS + \int_V (\nabla \times \mathbf{N}_k) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) dV \quad (2.2.3-4)$$

(2.2.3-4)式の面積積分第1項は、隣り合う有限要素同士でキャンセルされ、また遠方境界ではゼロと見なせるため、この項をあらかじめ削除しておく（ノイマン条件）。よって、最終的に(2.2.3-1)式の弱形式が以下のように求まる。

$$\int_V (\nabla \times \mathbf{N}_k) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) dV = \int_V \mathbf{N}_k \cdot \left[\mathbf{J}_0 + \sigma \left\{ -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right\} \right] dV \quad (2.2.3-5)$$

同様に、(2.2.3-2)式の弱形式化を行う。ベクトル公式より(2.2.3.2)式左辺を以下のように変形する。

$$\begin{aligned} & \sigma \int_V N_i \nabla \cdot \left\{ -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right\} dV \\ &= \sigma \int_V \nabla \cdot \left[N_i \left\{ -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right\} \right] dV - \sigma \int_V \nabla N_i \cdot \left\{ -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right\} dV \end{aligned} \quad (2.2.3-6)$$

(2.2.3-6)式右辺第1項に対してガウスの発散定理を適用すると以下となる。

$$\begin{aligned}
& \sigma \int_V N_i \nabla \cdot \left\{ -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right\} dV \\
& = \sigma \int_S N_i \left\{ -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right\} \cdot \mathbf{n} dS - \sigma \int_V \nabla N_i \cdot \left\{ -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right\} dV
\end{aligned} \tag{2.2.3-7}$$

(2.2.3-7)式の面積積分第1項は、誘導電流の流れる領域において隣り合う有限要素同士でキャンセルされ、また非導電性領域と接する境界ではゼロとなるため、この項をあらかじめ削除しておく（ノイマン条件）。よって、最終的に(2.2.3-7)式の弱形式が以下のように求まる。

$$\sigma \int_V \nabla N_i \cdot \left\{ \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \phi - \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right\} dV = 0 \tag{2.2.3-8}$$

以上の弱定式化により、支配方程式群の荷重残差積分式は以下ようになる。

$$\int_V (\nabla \times \mathbf{N}_k) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) dV = \int_V \mathbf{N}_k \cdot \left[\mathbf{J}_0 + \sigma \left\{ -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right\} \right] dV \tag{2.2.3-5}$$

$$\sigma \int_V \nabla N_i \cdot \left\{ \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \phi - \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right\} dV = 0 \tag{2.2.3-8}$$

2.2.4. 時間微分項の取り扱い

時間微分項については、複素近似法と差分法が考えられる。複素近似法はベクトルポテンシャルや電流密度など磁界中の全ての物理量が交流定常状態では時間的に正弦波状に変化すると仮定し、これらを複素数で表し、時間微分 $\partial/\partial t$ を $j\omega$ で置き換えて解く手法である。したがって、励磁電流と電圧の両者が共に正弦波的に変化する線形解析の場合には正しい解が得られるが、磁界解析では非線形問題を取り扱うことが多いので、一般に大きな誤差を伴う。特に高調波問題を取り扱う必要がある場合などには適用できない。また、本コードで解く過渡現象の計算にも当然用いることはできない。したがって、ここでは時間微分項を差分近似にて離散化する。

差分近似法は時間を微小時間 Δt で区切り、その区間内では物理量が直線的に変化すると仮定して微分方程式を離散化し、時間を追って計算する方法である。この近似した直線の勾配の仮定の仕方により後退、前進、中央差分法などに分類される。差分近似法では Δt 毎の時間刻みで考察物理量を計算するので定常解はもちろん過渡解を求めることも可能である。しかし時間幅 Δt を大きくとると誤差が大きくなり、また小さくとると計算時間が増大するため、時間幅 Δt を適切に選択する必要がある。本定式化においては一般的によく用いられる後退差分近似法を用いることとし、以下にその方法を示す。

今時刻 t におけるベクトルポテンシャルの真値を $\mathbf{A}'$ とする。 Δt 進んだ時刻 $t+\Delta t$ におけるベクトルポテンシャル $\mathbf{A}^{t+\Delta t}$ を求める際に、以下のことを仮定する。

- (i) Δt の区間内ではベクトルポテンシャルは直線的に変化する。
- (ii) その直線の勾配 $(\mathbf{A}^{t+\Delta t} - \mathbf{A}')/\Delta t$ は時刻 t における曲線の接線の勾配に等しい。

以上の仮定から次式が得られる。

$$\frac{\partial \mathbf{A}^{t+\Delta t}}{\partial t} = \frac{\mathbf{A}^{t+\Delta t} - \mathbf{A}^t}{\Delta t} \quad (2.2.4-1)$$

(2.2.4-1)式を(2.2.3-5)、(2.2.3-8)式へ代入することで、以下の支配方程式が得られる。

$$\int_V (\nabla \times \mathbf{N}_k) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}^{t+\Delta t} \right) dV = \int_V \mathbf{N}_k \cdot \left[\mathbf{J}_0 + \sigma \left\{ -\frac{\mathbf{A}^{t+\Delta t} - \mathbf{A}^t}{\Delta t} - \nabla \phi + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}^{t+\Delta t}) \right\} \right] dV \quad (2.2.4-2)$$

$$\sigma \int_V \nabla \mathbf{N}_i \cdot \left\{ \frac{\mathbf{A}^{t+\Delta t} - \mathbf{A}^t}{\Delta t} + \nabla \phi - \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}^{t+\Delta t}) \right\} dV = 0 \quad (2.2.4-3)$$

したがって、時刻 t におけるベクトルポテンシャル $\mathbf{A}^t$ が既知であるとき、上式により時刻 $t+\Delta t$ におけるベクトルポテンシャル $\mathbf{A}^{t+\Delta t}$ が求まる。

2.2.5. アイソパラメトリック要素による離散化

2.2.5.1 6面体1次アイソパラメトリック要素

離散化では、6面体1次アイソパラメトリック要素を用いる。スカラー変数である電位ポテンシャルは節点に定義し、節点要素法にて離散化を行う。図2.2.5.1-1に8節点1次6面体アイソパラメトリック要素の概要図を示す。ベクトル変数であるベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ は要素の辺に沿った線積分値として定義し、辺要素法にて離散化を行う。 $\mathbf{A}$ を辺要素法で離散化する理由は、透磁率の異なる境界において、境界の接線成分は連続であり、法線成分は不連続である必要があるためである。 $\mathbf{A}$ を辺に定義することで、これらは自動的に満足される。また、 $\mathbf{A}$ を節点に定義する方法と比べ、以下に述べる連続性の問題から収束性が改善することで計算時間するとともに、記憶容量共に利点がある。

透磁率が異なる物質間の境界条件において、辺有限要素法を用いることで垂直方向の磁束のみ連続と定義することが可能となる。節点有限要素法では、境界面の接線方向の磁束も連続と定義されるため、過剰な条件として与えられ、精度が低下する[2-3]。電磁ポンプの非定常シミュレーションでは、体系内に鉄心を含む必要があるため、節点有限要素法ではこの磁束の連続性の課題が生じ、収束までの時間がかかることが予測されるため辺有限要素法を用いることで改善を図った。

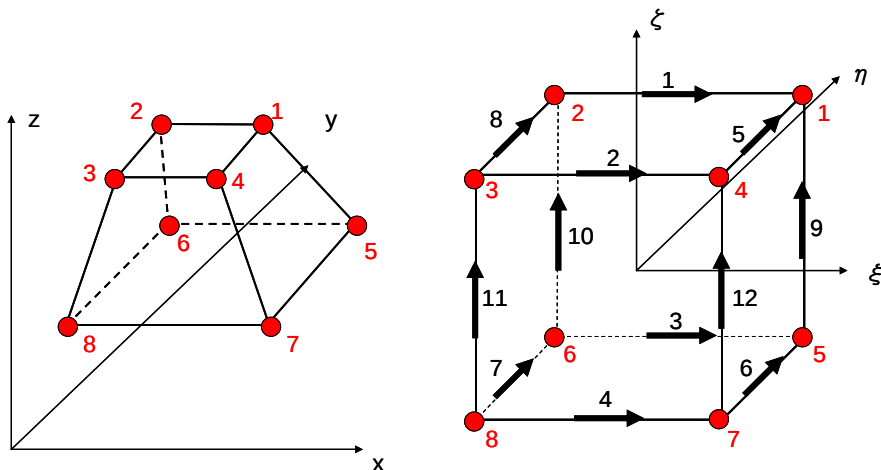


図 2.2.5.1-1 8節点 6面体1次アイソパラメトリック要素

図 2.2.2.5-1 に示すとおり、アイソパラメトリック要素は離散化を行いやすくするため、実座標系から、要素毎に定義されるローカル座標系（ $-1 \leq \xi, \eta, \zeta \leq 1$ ）に変換される。左が実座標系、右がローカル座標系となる。

2.2.5.2 スカラー補間関数

スカラー補間関数 N_i は、ローカル座標系を用いて次式のように定義される。

$$N_i(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(1 + \zeta_i \zeta) \quad (2.2.5.2-1)$$

ただし $i = 1 \sim 8$ である。スカラー補間関数は以下のような性質をもつ。

$$N_i(\xi_j, \eta_j, \zeta_j) = \delta_{ij} \quad (2.2.5.2-2)$$

1 つ目の式 $\sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) = 1$ は自身の番号 j 以外の番号を持つ補間関数は全て 0 であることを意味する。

2 つ目の式は各節点 j ($j = 1 \sim 8$) での形状関数 $N_1 \sim N_8$ の和が常に 1 であることを意味する。

未知数である電位ポテンシャルのローカル座標系要素内での値は、各節点での値よりスカラー補間関数を用いて以下のように近似できる。

$$\phi(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^8 N_i \phi_i \quad (2.2.5.2-3)$$

ここで、以後の要素マトリクス作成のために全ての節点に関してスカラー補間関数と、そのローカル座標での微分値を表 2.2.5.2-1 に示す。

$$\begin{aligned} N_1(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 + \eta)(1 + \zeta) & N_2(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 + \eta)(1 + \zeta) \\ N_3(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 - \eta)(1 + \zeta) & N_4(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 - \eta)(1 + \zeta) \\ N_5(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 + \eta)(1 - \zeta) & N_6(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 + \eta)(1 - \zeta) \\ N_7(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 - \eta)(1 - \zeta) & N_8(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 - \eta)(1 - \zeta) \end{aligned}$$

表 2.2.5.2-1 スカラー補間関数のローカル座標による微分

節点番号 i	$\frac{\partial N_i}{\partial \xi}$	$\frac{\partial N_i}{\partial \eta}$	$\frac{\partial N_i}{\partial \zeta}$
1	$\frac{1}{8}(1+\eta)(1+\zeta)$	$\frac{1}{8}(1+\xi)(1+\zeta)$	$\frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)$
2	$-\frac{1}{8}(1+\eta)(1+\zeta)$	$\frac{1}{8}(1-\xi)(1+\zeta)$	$\frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)$
3	$-\frac{1}{8}(1-\eta)(1+\zeta)$	$-\frac{1}{8}(1-\xi)(1+\zeta)$	$\frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)$
4	$\frac{1}{8}(1-\eta)(1+\zeta)$	$-\frac{1}{8}(1+\xi)(1+\zeta)$	$\frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)$
5	$\frac{1}{8}(1+\eta)(1-\zeta)$	$\frac{1}{8}(1+\xi)(1-\zeta)$	$-\frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)$
6	$-\frac{1}{8}(1+\eta)(1-\zeta)$	$\frac{1}{8}(1-\xi)(1-\zeta)$	$-\frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)$
7	$-\frac{1}{8}(1-\eta)(1-\zeta)$	$-\frac{1}{8}(1-\xi)(1-\zeta)$	$-\frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)$
8	$\frac{1}{8}(1-\eta)(1-\zeta)$	$-\frac{1}{8}(1+\xi)(1-\zeta)$	$-\frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)$

2.2.5.3 辺有限要素法におけるベクトル補間関数

辺有限要素法におけるベクトル補間関数 N_k は、ローカル座標系を用いて次式のように定義される。K は辺の数だけ定義されるため、 $k=1\sim12$ となる。

$$N_k = \begin{cases} \frac{1}{8}(1+\eta_i\eta)(1+\zeta_i\zeta)\nabla\xi & (k=1\sim4) \\ \frac{1}{8}(1+\zeta_i\zeta)(1+\xi_i\xi)\nabla\eta & (k=5\sim8) \\ \frac{1}{8}(1+\xi_i\xi)(1+\eta_i\eta)\nabla\zeta & (k=9\sim12) \end{cases} \quad (2.2.5.3-1)$$

(2.2.5.3-1)式を分離して表示すると以下となる。

($k=1\sim4$)

$$(N_k)_x = \frac{1}{8}(1+\eta_k\eta)(1+\zeta_k\zeta)\frac{\partial\xi}{\partial x}$$

$$(N_k)_y = \frac{1}{8}(1+\eta_k\eta)(1+\zeta_k\zeta)\frac{\partial\xi}{\partial y}$$

$$(N_k)_z = \frac{1}{8}(1+\eta_k\eta)(1+\zeta_k\zeta)\frac{\partial\xi}{\partial z}$$

($k=5\sim8$)

$$(N_k)_x = \frac{1}{8}(1+\zeta_k\zeta)(1+\xi_k\xi)\frac{\partial\eta}{\partial x}$$

$$(N_k)_y = \frac{1}{8}(1+\zeta_k\zeta)(1+\xi_k\xi)\frac{\partial\eta}{\partial y}$$

$$(N_k)_z = \frac{1}{8}(1+\zeta_k\zeta)(1+\xi_k\xi)\frac{\partial\eta}{\partial z}$$

($k=9\sim12$)

$$(N_k)_x = \frac{1}{8}(1+\xi_k\xi)(1+\eta_k\eta)\frac{\partial\zeta}{\partial x}$$

$$(N_k)_y = \frac{1}{8}(1+\xi_k\xi)(1+\eta_k\eta)\frac{\partial\zeta}{\partial y}$$

$$(N_k)_z = \frac{1}{8}(1+\xi_k\xi)(1+\eta_k\eta)\frac{\partial\zeta}{\partial z}$$

ただし $k=1\sim12$ である。ベクトル補間関数は以下のような性質をもつ。

$$\int_m N_k \, ds = \begin{cases} 1 & (m=k) \\ 0 & (m \neq k) \end{cases} \quad (2.2.5.3-2)$$

1 つ目の式は自身の番号 j 以外の番号を持つベクトル補間関数の積分は全て 0 であることを意味する。

未知数である磁気ベクトルポテンシャル A のローカル座標系要素内での値は、ベクトル補間関数を用いて以下のように近似できる。

$$\mathbf{A} = \sum_{k=1}^{12} N_k \mathbf{A}_k \quad (2.2.5.3-3)$$

ここで、(2.2.5.3-6)式の A_k は、各辺に沿ったベクトルポテンシャルの線積分値であり、以下の式で定義される。

$$A_k = \int_k \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.2.5.3-4)$$

ここで、以後の要素マトリクス作成のために全ての辺に関してベクトル補間関数を示しておく。

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{8}(1+\eta)(1+\zeta)\nabla\xi & N_2 &= \frac{1}{8}(1-\eta)(1+\zeta)\nabla\xi \\ N_3 &= \frac{1}{8}(1-\eta)(1-\zeta)\nabla\xi & N_4 &= \frac{1}{8}(1+\eta)(1-\zeta)\nabla\xi \\ N_5 &= \frac{1}{8}(1+\zeta)(1+\xi)\nabla\eta & N_6 &= \frac{1}{8}(1-\zeta)(1+\xi)\nabla\eta \\ N_7 &= \frac{1}{8}(1-\zeta)(1-\xi)\nabla\eta & N_8 &= \frac{1}{8}(1+\zeta)(1-\xi)\nabla\eta \\ N_9 &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)\nabla\zeta & N_{10} &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)\nabla\zeta \\ N_{11} &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)\nabla\zeta & N_{12} &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)\nabla\zeta \end{aligned}$$

2.2.5.4 ローカル座標系への変換

(2.4.1)式のスカラー補間関数を用いるためには、実座標から局所座標への座標変換が必要となってくる。 $x=x(\xi, \eta, \zeta)$ 、 $y=y(\xi, \eta, \zeta)$ 、 $z=z(\xi, \eta, \zeta)$ であるから、要素内における荷重残差積分式は、以下のようローカル座標系に変換される。

$$\begin{aligned} \iiint f(x, y, z) dx dy dz &= \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f(x(\xi), y(\eta), z(\zeta)) |J| d\xi d\eta d\zeta \\ &= \int_{V_e} f(x(\xi), y(\eta), z(\zeta)) |J| dV_e \end{aligned} \quad (2.2.5.4-1)$$

ここで、 $|J|$ はヤコビ行列の行列式を、 V_e はアイソパラメトリック要素の検査体積 ($dV_e = d\xi d\eta d\zeta$) を表している。

2.2.5.5 離散化

要素行列作成の前段階として、(2.2.4-2)、(2.2.4-3)の積分式中出现くる代表的な項を、ベクトル補間関数、スカラー補間関数を使用して離散化しておく。

・ $(\nabla \times \mathbf{N}_k) \cdot (\nabla \times \mathbf{A})$ の項 :

$$\begin{aligned} (\nabla \times \mathbf{N}_k) \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) &= (\nabla \times \mathbf{N}_k) \cdot \left(\nabla \times \sum_{k'=1}^{12} \mathbf{N}_{k'} \mathbf{A}_{k'} \right) \\ &= \sum_{k'=1}^{12} \left\{ (\nabla \times \mathbf{N}_k)_x (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_x + (\nabla \times \mathbf{N}_k)_y (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_y + (\nabla \times \mathbf{N}_k)_z (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_z \right\} \mathbf{A}_{k'} \end{aligned} \quad (2.2.5.5-1)$$

・ $\mathbf{N}_k \cdot \mathbf{A}$ の項

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_k \cdot \mathbf{A} &= \mathbf{N}_k \cdot \left(\sum_{k'=1}^{12} \mathbf{N}_{k'} \mathbf{A}_{k'} \right) \\ &= \sum_{k'=1}^{12} \left\{ (\mathbf{N}_k)_x (\mathbf{N}_{k'})_x + (\mathbf{N}_k)_y (\mathbf{N}_{k'})_y + (\mathbf{N}_k)_z (\mathbf{N}_{k'})_z \right\} \mathbf{A}_{k'} \end{aligned} \quad (2.2.5.5-2)$$

・ $\mathbf{N}_k \cdot \nabla \phi$ の項

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_k \cdot \nabla \phi &= \mathbf{N}_k \cdot \left(\sum_{i=1}^8 \nabla N_i \phi_i \right) \\ &= \sum_{i=1}^8 \left\{ (\mathbf{N}_k)_x (\nabla N_i)_x + (\mathbf{N}_k)_y (\nabla N_i)_y + (\mathbf{N}_k)_z (\nabla N_i)_z \right\} \phi_i \end{aligned} \quad (2.2.5.5-3)$$

・ $\mathbf{N}_k \cdot [\mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A})]$ の項

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_k \cdot [\mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A})] &= \mathbf{N}_k \cdot \left\{ \left(\sum_{j=1}^8 \nabla N_j \mathbf{u}_j \right) \times \left(\nabla \times \sum_{k'=1}^{12} \mathbf{N}_{k'} \mathbf{A}_{k'} \right) \right\} \\ &= \sum_{k'=1}^{12} \left[(\mathbf{N}_k)_x \left\{ \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_y \mathbf{u}_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_z - \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_z \mathbf{u}_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_y \right\} \right. \\ &\quad + (\mathbf{N}_k)_y \left\{ \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_z \mathbf{u}_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_x - \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_x \mathbf{u}_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_z \right\} \\ &\quad \left. + (\mathbf{N}_k)_z \left\{ \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_x \mathbf{u}_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_y - \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_y \mathbf{u}_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_x \right\} \right] \mathbf{A}_{k'} \end{aligned} \quad (2.2.5.5-4)$$

・ $\nabla N_i \cdot \mathbf{A}$ の項

$$\begin{aligned} \nabla N_i \cdot \mathbf{A} &= \nabla N_i \cdot \left(\sum_{k=1}^{12} \mathbf{N}_k \mathbf{A}_k \right) \\ &= \sum_{k=1}^{12} \left\{ (\nabla N_i)_x (\mathbf{N}_k)_x + (\nabla N_i)_y (\mathbf{N}_k)_y + (\nabla N_i)_z (\mathbf{N}_k)_z \right\} \mathbf{A}_k \end{aligned} \quad (2.2.5.5-5)$$

・ $\nabla N_i \cdot \nabla \phi$ の項

$$\begin{aligned}
\nabla N_i \cdot \nabla \phi &= \nabla N_i \cdot \left(\sum_{i'=1}^8 \nabla N_{i'} \phi_{i'} \right) \\
&= \sum_{i'=1}^8 \left\{ (\nabla N_i)_x (\nabla N_{i'})_x + (\nabla N_i)_y (\nabla N_{i'})_y + (\nabla N_i)_z (\nabla N_{i'})_z \right\} \phi_{i'}
\end{aligned} \tag{2.2.5.5-6}$$

・ $\nabla N_i \cdot [\mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A})]$ の項

$$\begin{aligned}
\nabla N_i \cdot [\mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A})] &= \nabla N_i \cdot \left\{ \left(\sum_{j=1}^8 \nabla N_j u_j \right) \times \left(\nabla \times \sum_{k'=1}^{12} \mathbf{N}_{k'} A_{k'} \right) \right\} \\
&= \sum_{k'=1}^{12} \left[(\nabla N_i)_x \left\{ \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_y u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_z - \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_z u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_y \right\} \right. \\
&\quad + (\nabla N_i)_y \left\{ \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_z u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_y - \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_y u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_z \right\} \\
&\quad \left. + (\nabla N_i)_z \left\{ \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_x u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_y - \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_y u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_x \right\} \right] A_{k'}
\end{aligned} \tag{2.2.5.5-7}$$

・ $\mathbf{N}_k \cdot \mathbf{J}_0$ の項

$$\mathbf{N}_k \cdot \mathbf{J}_0 = (\mathbf{N}_k)_x J_{0x} + (\mathbf{N}_k)_y J_{0y} + (\mathbf{N}_k)_z J_{0z} \tag{2.2.5.5-8}$$

2.2.6 要素係数マトリクスの作成

2.2.5 にて離散化した場合の 1 要素あたりの連立方程式を以下に示す。

$$\begin{bmatrix} G_{A1A1} & G_{A1A2} & \cdots & G_{A1A12} & G_{A1\phi1} & G_{A1\phi2} & \cdots & G_{A1\phi8} \\ G_{A2A1} & G_{A2A2} & \cdots & G_{A2A12} & G_{A2\phi1} & G_{A2\phi2} & \cdots & G_{A2\phi8} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{A12A1} & G_{A12A2} & \cdots & G_{A12A12} & G_{A12\phi1} & G_{A12\phi2} & \cdots & G_{A12\phi8} \\ G_{\phi1A1} & G_{\phi1A2} & \cdots & G_{\phi1A12} & G_{\phi1\phi1} & G_{\phi1\phi2} & \cdots & G_{\phi1\phi8} \\ G_{\phi2A1} & G_{\phi2A2} & \cdots & G_{\phi2A12} & G_{\phi2\phi1} & G_{\phi2\phi2} & \cdots & G_{\phi2\phi8} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{\phi8A1} & G_{\phi8A2} & \cdots & G_{\phi8A12} & G_{\phi8\phi1} & G_{\phi8\phi2} & \cdots & G_{\phi8\phi8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_{12} \\ \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{A1} \\ F_{A2} \\ \vdots \\ F_{A12} \\ F_{\phi1} \\ F_{\phi2} \\ \vdots \\ F_{\phi8} \end{bmatrix} \tag{2.2.6-1}$$

(2.2.6-1)式左辺の要素係数マトリクスのサイズは、20 行×20 列である。各部分マトリクス、部分列ベクトルの成分を以下に示す。なお、式中の物性値（透磁率 μ 、導電率 σ ）、および、電流密度 $\mathbf{J}_0$ は、要素の存在する領域に応じて以下の値をとる。

$$\mu = \begin{cases} \mu_0 & : \text{励磁コイル} \\ \mu_0 & : \text{非磁性気体} \\ \mu_m & : \text{鉄心} \\ \mu_0 & : \text{ダクト} \\ \mu_0 & : \text{Na 流体} \end{cases} \quad \sigma = \begin{cases} 0 & : \text{励磁コイル} \\ 0 & : \text{非磁性気体} \\ 0 & : \text{鉄心} \\ \sigma_{duct} & : \text{ダクト} \\ \sigma_{Na} & : \text{Na 流体} \end{cases} \quad J_0 = \begin{cases} J_0 & : \text{励磁コイル} \\ 0 & : \text{非磁性気体} \\ 0 & : \text{鉄心} \\ 0 & : \text{ダクト} \\ 0 & : \text{Na 流体} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} G_{A_k A_{k'}} &= \frac{1}{\mu} \int_{V_e} \left\{ (\nabla \times \mathbf{N}_k)_x (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_x + (\nabla \times \mathbf{N}_k)_y (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_y + (\nabla \times \mathbf{N}_k)_z (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_z \right\} |J| dV_e \\ &\quad + \frac{\sigma}{\Delta t} \int_{V_e} \left\{ (\mathbf{N}_k)_x (\mathbf{N}_{k'})_x + (\mathbf{N}_k)_y (\mathbf{N}_{k'})_y + (\mathbf{N}_k)_z (\mathbf{N}_{k'})_z \right\} |J| dV_e \\ &\quad - \sigma \int_{V_e} \left[(\mathbf{N}_k)_x \left\{ \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_y u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_z - \left(\sum_{i=1}^8 (\nabla N_j)_z u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_y \right\} \right. \\ &\quad \quad + (\mathbf{N}_k)_y \left\{ \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_z u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_y - \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_x u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_z \right\} \\ &\quad \quad \left. + (\mathbf{N}_k)_z \left\{ \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_x u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_y - \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_y u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_x \right\} \right] |J| dV_e \end{aligned} \quad (2.2.6-2)$$

$$G_{A_k \varphi_i} = \sigma \int_{V_e} \left\{ (\mathbf{N}_k)_x (\nabla N_i)_x + (\mathbf{N}_k)_y (\nabla N_i)_y + (\mathbf{N}_k)_z (\nabla N_i)_z \right\} |J| dV_e \quad (2.2.6-3)$$

$$\begin{aligned} G_{\varphi_i A_k} &= \frac{\sigma}{\Delta t} \int_{V_e} \left\{ (\nabla N_i)_x (\mathbf{N}_k)_x + (\nabla N_i)_y (\mathbf{N}_k)_y + (\nabla N_i)_z (\mathbf{N}_k)_z \right\} |J| dV_e \\ &\quad - \sigma \int_{V_e} \left[(\nabla N_i)_x \left\{ \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_y u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_z - \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_z u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_y \right\} \right. \\ &\quad \quad + (\nabla N_i)_y \left\{ \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_z u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_y - \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_x u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_z \right\} \\ &\quad \quad \left. + (\nabla N_i)_z \left\{ \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_x u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_y - \left(\sum_{j=1}^8 (\nabla N_j)_y u_j \right) (\nabla \times \mathbf{N}_{k'})_x \right\} \right] |J| dV_e \end{aligned} \quad (2.2.6-4)$$

$$G_{\varphi_i \varphi_{i'}} = \sigma \int_{V_e} \left\{ (\nabla N_i)_x (\nabla N_{i'})_x + (\nabla N_i)_y (\nabla N_{i'})_y + (\nabla N_i)_z (\nabla N_{i'})_z \right\} |J| dV_e \quad (2.2.6-5)$$

$$\begin{aligned} F_{A_k} &= \int_{V_e} \left\{ (\mathbf{N}_k)_x J_{0x} + (\mathbf{N}_k)_y J_{0y} + (\mathbf{N}_k)_z J_{0z} \right\} |J| dV_e \\ &\quad + \frac{\sigma}{\Delta t} \int_{V_e} \sum_{k'=1}^{12} \left\{ (\mathbf{N}_k)_x (\mathbf{N}_{k'})_x + (\mathbf{N}_k)_y (\mathbf{N}_{k'})_y + (\mathbf{N}_k)_z (\mathbf{N}_{k'})_z \right\} A_{k'}^t |J| dV_e \end{aligned} \quad (2.2.6-6)$$

$$F_{\varphi_i} = \frac{\sigma}{\Delta t} \int_{V_e} \left\{ (\nabla N_i)_x (\mathbf{N}_k)_x + (\nabla N_i)_y (\mathbf{N}_k)_y + (\nabla N_i)_z (\mathbf{N}_k)_z \right\} A_k^t |J| dV_e$$

$$\mathbf{A}_k = \{ \mathbf{A}_k^{t+\Delta t} \} \quad (2.2.6-7)$$

$$\phi_i = \{\phi_i^{t+1}\} \quad (2.2.6-8)$$

式中の積分は、ガウスの数値積分法により行う。式中には、スカラー補間関数の勾配、ベクトル補間関数の回転、ヤコビアンを含むが、これらの式は後述する。

2.2.7 スカラー補間関数の勾配、ベクトル補間関数の回転、ヤコビ行列

本項では、各式を解くために必要なスカラー補間関数の勾配、ベクトル補間関数の回転、および、ヤコビ行列について記述する。

・スカラー関数の勾配

スカラー関数の勾配は、以下のように求まる。ローカル座標の実座標による微分を含むが、詳細は後述する。

$$\begin{aligned} (\nabla N_i)_x &= \frac{1}{8} \xi_i (1 + \eta_i \eta) (1 + \zeta_i \zeta) \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{1}{8} \eta_i (1 + \xi_i \xi) (1 + \zeta_i \zeta) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{8} \zeta_i (1 + \xi_i \xi) (1 + \eta_i \eta) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ (\nabla N_i)_y &= \frac{1}{8} \xi_i (1 + \eta_i \eta) (1 + \zeta_i \zeta) \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{1}{8} \eta_i (1 + \xi_i \xi) (1 + \zeta_i \zeta) \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{1}{8} \zeta_i (1 + \xi_i \xi) (1 + \eta_i \eta) \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ (\nabla N_i)_z &= \frac{1}{8} \xi_i (1 + \eta_i \eta) (1 + \zeta_i \zeta) \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{1}{8} \eta_i (1 + \xi_i \xi) (1 + \zeta_i \zeta) \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{1}{8} \zeta_i (1 + \xi_i \xi) (1 + \eta_i \eta) \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.2.7-1)$$

・ベクトル補間関数の回転

ベクトル補間関数の回転を計算するため、ベクトル補間関数の実座標系による微分を示す。

(k=1~4)

$$\begin{aligned} \frac{\partial (N_k)_x}{\partial y} &= \frac{1}{8} \eta_k (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{1}{8} \xi_k (1 + \eta_k \eta) \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{1}{8} (1 + \eta_k \eta) (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial (N_k)_x}{\partial z} &= \frac{1}{8} \eta_k (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{1}{8} \xi_k (1 + \eta_k \eta) \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{1}{8} (1 + \eta_k \eta) (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial (N_k)_y}{\partial x} &= \frac{1}{8} \eta_k (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{8} \xi_k (1 + \eta_k \eta) \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{8} (1 + \eta_k \eta) (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial^2 \xi}{\partial y \partial x} \\ \frac{\partial (N_k)_y}{\partial z} &= \frac{1}{8} \eta_k (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{1}{8} \xi_k (1 + \eta_k \eta) \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{1}{8} (1 + \eta_k \eta) (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial^2 \xi}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial (N_k)_z}{\partial x} &= \frac{1}{8} \eta_k (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial \xi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{8} \xi_k (1 + \eta_k \eta) \frac{\partial \xi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{8} (1 + \eta_k \eta) (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial^2 \xi}{\partial z \partial x} \\ \frac{\partial (N_k)_z}{\partial y} &= \frac{1}{8} \eta_k (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial \xi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{1}{8} \xi_k (1 + \eta_k \eta) \frac{\partial \xi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{1}{8} (1 + \eta_k \eta) (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial^2 \xi}{\partial z \partial y} \end{aligned}$$

(k=5~8)

$$\frac{\partial(\mathbf{N}_k)_x}{\partial y} = \frac{1}{8} \zeta_k (1 + \xi_k \xi) \frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{1}{8} \xi_k (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{1}{8} (1 + \zeta_k \zeta)(1 + \xi_k \xi) \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y}$$

$$\frac{\partial(\mathbf{N}_k)_x}{\partial z} = \frac{1}{8} \zeta_k (1 + \xi_k \xi) \frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{1}{8} \xi_k (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{1}{8} (1 + \zeta_k \zeta)(1 + \xi_k \xi) \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial z}$$

$$\frac{\partial(\mathbf{N}_k)_y}{\partial x} = \frac{1}{8} \zeta_k (1 + \xi_k \xi) \frac{\partial \eta}{\partial y} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{8} \xi_k (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial \eta}{\partial y} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{1}{8} (1 + \zeta_k \zeta)(1 + \xi_k \xi) \frac{\partial^2 \eta}{\partial y \partial x}$$

$$\frac{\partial(\mathbf{N}_k)_y}{\partial z} = \frac{1}{8} \zeta_k (1 + \xi_k \xi) \frac{\partial \eta}{\partial y} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{1}{8} \xi_k (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial \eta}{\partial y} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{1}{8} (1 + \zeta_k \zeta)(1 + \xi_k \xi) \frac{\partial^2 \eta}{\partial y \partial z}$$

$$\frac{\partial(\mathbf{N}_k)_z}{\partial x} = \frac{1}{8} \zeta_k (1 + \xi_k \xi) \frac{\partial \eta}{\partial z} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{8} \xi_k (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial \eta}{\partial z} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{1}{8} (1 + \zeta_k \zeta)(1 + \xi_k \xi) \frac{\partial^2 \eta}{\partial z \partial x}$$

$$\frac{\partial(\mathbf{N}_k)_z}{\partial y} = \frac{1}{8} \zeta_k (1 + \xi_k \xi) \frac{\partial \eta}{\partial z} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{1}{8} \xi_k (1 + \zeta_k \zeta) \frac{\partial \eta}{\partial z} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{1}{8} (1 + \zeta_k \zeta)(1 + \xi_k \xi) \frac{\partial^2 \eta}{\partial z \partial y}$$

(k=9~12)

$$\frac{\partial(\mathbf{N}_k)_x}{\partial y} = \frac{1}{8} \xi_k (1 + \eta_k \eta) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{1}{8} \eta_k (1 + \xi_k \xi) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{1}{8} (1 + \xi_k \xi)(1 + \eta_k \eta) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y}$$

$$\frac{\partial(\mathbf{N}_k)_x}{\partial z} = \frac{1}{8} \xi_k (1 + \eta_k \eta) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{1}{8} \eta_k (1 + \xi_k \xi) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{1}{8} (1 + \xi_k \xi)(1 + \eta_k \eta) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial z}$$

$$\frac{\partial(\mathbf{N}_k)_y}{\partial x} = \frac{1}{8} \xi_k (1 + \eta_k \eta) \frac{\partial \zeta}{\partial y} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{1}{8} \eta_k (1 + \xi_k \xi) \frac{\partial \zeta}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{8} (1 + \xi_k \xi)(1 + \eta_k \eta) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y \partial x}$$

$$\frac{\partial(\mathbf{N}_k)_y}{\partial z} = \frac{1}{8} \xi_k (1 + \eta_k \eta) \frac{\partial \zeta}{\partial y} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{1}{8} \eta_k (1 + \xi_k \xi) \frac{\partial \zeta}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{1}{8} (1 + \xi_k \xi)(1 + \eta_k \eta) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y \partial z}$$

$$\frac{\partial(\mathbf{N}_k)_z}{\partial x} = \frac{1}{8} \xi_k (1 + \eta_k \eta) \frac{\partial \zeta}{\partial z} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{1}{8} \eta_k (1 + \xi_k \xi) \frac{\partial \zeta}{\partial z} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{8} (1 + \xi_k \xi)(1 + \eta_k \eta) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z \partial x}$$

$$\frac{\partial(\mathbf{N}_k)_z}{\partial y} = \frac{1}{8} \xi_k (1 + \eta_k \eta) \frac{\partial \zeta}{\partial z} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{1}{8} \eta_k (1 + \xi_k \xi) \frac{\partial \zeta}{\partial z} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{1}{8} (1 + \xi_k \xi)(1 + \eta_k \eta) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z \partial y}$$

(2.2.7-2)

ベクトル補間関数の回転は以下の式で表わされる。なお、 $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ 等のローカル座標の実座標による微分を含むが、詳細は後述する。

・ヤコビ行列

ヤコビ行列を以下に具体的に求める。1 次アイソパラメトリック 6 面体のスカラー補間関数を使用して、アイソパラメトリック要素内の任意の座標 x 、 y 、 z は次式によって定義できる。

$$x = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) x_i \quad (2.2.7-4)$$

$$y = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) y_i \quad (2.2.7-5)$$

$$z = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) z_i \quad (2.2.7-6)$$

このとき、座標変換における係数行列としてのヤコビ行列 J は、(2.2.7.4)～(2.2.7-6)式を使用して以下のように書ける。

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \\ \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \\ \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i \end{bmatrix} \quad (2.2.7-7)$$

ゆえに、ヤコビ行列 J の行列式として定義されるヤコビアン $|J|$ は、(2.2.7-7)式の成分表示 a_{ij} を用いて以下のように求めることができる。

$$\begin{aligned} |J| = \det J &= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \\ &= a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{21} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{31} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} \\ &= a_{11} (a_{22} a_{33} - a_{32} a_{23}) + a_{21} (a_{32} a_{13} - a_{12} a_{33}) + a_{31} (a_{12} a_{23} - a_{22} a_{13}) \end{aligned}$$

ゆえに、ヤコビアンとして以下を得る。

$$\begin{aligned} |J| &= \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i \right) \left[\left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i \right) - \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \right) \right] \\ &+ \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i \right) \left[\left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \right) - \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i \right) \right] \\ &+ \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x_i \right) \left[\left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \right) - \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \right) \right] \end{aligned} \quad (2.2.7-8)$$

ところで、ヤコビ行列 J の逆行列は以下のように表わせる。

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} & \frac{\partial \eta}{\partial z} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.2.7-9)$$

したがって、ヤコビ行列 J が求まれば、ローカル座標の実座標による微分が求まる。ヤコビ行列の逆行列を求めることにより、ローカル座標の実座標による微分は以下のように求まる。

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{|J|} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) = \frac{1}{|J|} \left[\left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i \right) - \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \right) \right] \quad (2.2.7.10)$$

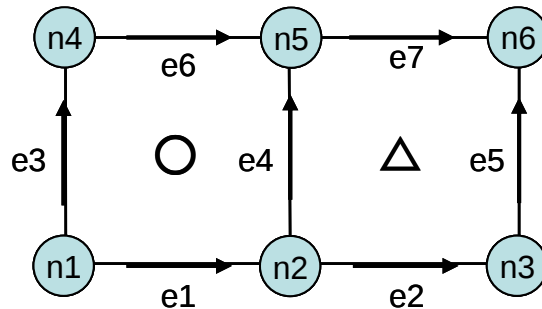
同様に、他の成分についても以下のように求まる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial x} &= \frac{1}{|J|} \left[\left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \right) - \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i \right) \right] \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} &= \frac{1}{|J|} \left[\left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \right) - \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \right) \right] \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} &= \frac{1}{|J|} \left[\left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \right) - \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i \right) \right] \\ \frac{\partial \eta}{\partial y} &= \frac{1}{|J|} \left[\left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i \right) - \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \right) \right] \\ \frac{\partial \zeta}{\partial y} &= \frac{1}{|J|} \left[\left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \right) - \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \right) \right] \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} &= \frac{1}{|J|} \left[\left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \right) \right] \\ \frac{\partial \eta}{\partial z} &= \frac{1}{|J|} \left[\left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i \right) \right] \\ \frac{\partial \zeta}{\partial z} &= \frac{1}{|J|} \left[\left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i \right) \left(\sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \right) \right] \end{aligned}$$

2.2.8. 全体係数マトリクスの作成

2.2.8.1 要素係数行列の重ね合わせ

全体係数マトリクスは、要素係数マトリクスの重ね合わせとして作成される。ここで、全体係数マトリクスの作成例として、簡単のため図 2.2.8.1-1 のような 2 次元四角形要素で定義された 4 要素で構成される解析モデルを考える。表記を簡単にするために、図 2.2.8.1-1 のような○△で表現する。なお、辺の向きは、節点番号の小さい節点から大きい節点へ向かう方向を正とした。



【要素○】

$O_{e1,e1}$	$O_{e1,e3}$	$O_{e1,e4}$	$O_{e1,e6}$	$O_{e1,n1}$	$O_{e1,n2}$	$O_{e1,n4}$	$O_{e1,n5}$
$O_{e3,e1}$	$O_{e3,e3}$	$O_{e3,e4}$	$O_{e3,e6}$	$O_{e3,n1}$	$O_{e3,n2}$	$O_{e3,n4}$	$O_{e3,n5}$
$O_{e4,e1}$	$O_{e4,e3}$	$O_{e4,e4}$	$O_{e4,e6}$	$O_{e4,n1}$	$O_{e4,n2}$	$O_{e4,n4}$	$O_{e4,n5}$
$O_{e6,e1}$	$O_{e6,e3}$	$O_{e6,e4}$	$O_{e6,e6}$	$O_{e6,n1}$	$O_{e6,n2}$	$O_{e6,n4}$	$O_{e6,n5}$
$O_{n1,e1}$	$O_{n1,e3}$	$O_{n1,e4}$	$O_{n1,e6}$	$O_{n1,n1}$	$O_{n1,n2}$	$O_{n1,n4}$	$O_{n1,n5}$
$O_{n2,e1}$	$O_{n2,e3}$	$O_{n2,e4}$	$O_{n2,e6}$	$O_{n2,n1}$	$O_{n2,n2}$	$O_{n2,n4}$	$O_{n2,n5}$
$O_{n4,e1}$	$O_{n4,e3}$	$O_{n4,e4}$	$O_{n4,e6}$	$O_{n4,n1}$	$O_{n4,n2}$	$O_{n4,n4}$	$O_{n4,n5}$
$O_{n5,e1}$	$O_{n5,e3}$	$O_{n5,e4}$	$O_{n5,e6}$	$O_{n5,n1}$	$O_{n5,n2}$	$O_{n5,n4}$	$O_{n5,n5}$

 $\times$

A_{e1}
A_{e3}
A_{e4}
A_{e6}
ϕ_{n1}
ϕ_{n2}
ϕ_{n4}
ϕ_{n5}

 $=$

O_{e1}
O_{e3}
O_{e4}
O_{e6}
O_{n1}
O_{n2}
O_{n4}
O_{n5}

【要素△】

$\Delta_{e2,e2}$	$\Delta_{e2,e4}$	$\Delta_{e2,e5}$	$\Delta_{e2,e7}$	$\Delta_{e2,n2}$	$\Delta_{e2,n3}$	$\Delta_{e2,n5}$	$\Delta_{e2,n6}$
$\Delta_{e4,e2}$	$\Delta_{e4,e4}$	$\Delta_{e4,e5}$	$\Delta_{e4,e7}$	$\Delta_{e4,n2}$	$\Delta_{e4,n3}$	$\Delta_{e4,n5}$	$\Delta_{e4,n6}$
$\Delta_{e5,e2}$	$\Delta_{e5,e4}$	$\Delta_{e5,e5}$	$\Delta_{e5,e7}$	$\Delta_{e5,n2}$	$\Delta_{e5,n3}$	$\Delta_{e5,n5}$	$\Delta_{e5,n6}$
$\Delta_{e7,e2}$	$\Delta_{e7,e4}$	$\Delta_{e7,e5}$	$\Delta_{e7,e7}$	$\Delta_{e7,n2}$	$\Delta_{e7,n3}$	$\Delta_{e7,n5}$	$\Delta_{e7,n6}$
$\Delta_{n2,e2}$	$\Delta_{n2,e4}$	$\Delta_{n2,e5}$	$\Delta_{n2,e7}$	$\Delta_{n2,n2}$	$\Delta_{n2,n3}$	$\Delta_{n2,n5}$	$\Delta_{n2,n6}$
$\Delta_{n3,e2}$	$\Delta_{n3,e4}$	$\Delta_{n3,e5}$	$\Delta_{n3,e7}$	$\Delta_{n3,n2}$	$\Delta_{n3,n3}$	$\Delta_{n3,n5}$	$\Delta_{n3,n6}$
$\Delta_{n5,e2}$	$\Delta_{n5,e4}$	$\Delta_{n5,e5}$	$\Delta_{n5,e7}$	$\Delta_{n5,n2}$	$\Delta_{n5,n3}$	$\Delta_{n5,n5}$	$\Delta_{n5,n6}$
$\Delta_{n6,e2}$	$\Delta_{n6,e4}$	$\Delta_{n6,e5}$	$\Delta_{n6,e7}$	$\Delta_{n6,n2}$	$\Delta_{n6,n3}$	$\Delta_{n6,n5}$	$\Delta_{n6,n6}$

 $\times$

A_{e2}
A_{e4}
A_{e5}
A_{e7}
Φ_{n2}
Φ_{n3}
Φ_{n5}
Φ_{n6}

 $=$

Δ_{e2}
Δ_{e4}
Δ_{e5}
Δ_{e7}
Δ_{n2}
Δ_{n3}
Δ_{n5}
Δ_{n6}

図 2.2.8.1-1 2 次元四角形要素を用いた 4 要素モデル

このとき、図 2.2.8.1-2 で示される 2 メッシュモデルの全体係数マトリクスを含む連立方程式は、要素係数マトリクス○、△の重ね合わせとして、図 2.2.8.1-2 のように書ける。

○ _{e1,e1}		○ _{e1,e3}	○ _{e1,e4}		○ _{e1,e6}		○ _{e1,n1}	○ _{e1,n2}		○ _{e1,n4}	○ _{e1,n5}	
	△ _{e2,e2}		△ _{e2,e4}	△ _{e2,e5}		△ _{e2,e7}		△ _{e2,n2}	△ _{e2,n3}		△ _{e2,n5}	△ _{e2,n6}
○ _{e3,e1}		○ _{e3,e3}	○ _{e3,e4}		○ _{e3,e6}		○ _{e3,n1}	○ _{e3,n2}		○ _{e3,n4}	○ _{e3,n5}	
○ _{e4,e1}	△ _{e4,e2}	○ _{e4,e3}	○ _{e4,e4} △ _{e4,e4}	△ _{e4,e5}	○ _{e4,e6}	△ _{e4,e7}	○ _{e4,n1}	○ _{e4,n2}	△ _{e4,n3}	○ _{e4,n4}	○ _{e4,n5} △ _{e4,n5}	△ _{e4,n6}
	△ _{e5,e2}		△ _{e5,e4}	△ _{e5,e5}		△ _{e5,e7}		△ _{e5,n2}	△ _{e5,n3}		△ _{e5,n5}	△ _{e5,n6}
○ _{e6,e1}		○ _{e6,e3}	○ _{e6,e4}		○ _{e6,e6}		○ _{e6,n1}	○ _{e6,n2}		○ _{e6,n4}	○ _{e6,n5}	
	△ _{e7,e2}		△ _{e7,e4}	△ _{e7,e5}		△ _{e7,e7}		△ _{e7,n2}	△ _{e7,n3}		△ _{e7,n5}	△ _{e7,n6}
○ _{n1,e1}		○ _{n1,e3}	○ _{n1,e4}		○ _{n1,e6}		○ _{n1,n1}	○ _{n1,n2}		○ _{n1,n4}	○ _{n1,n5}	
○ _{n2,e1}	△ _{n2,e2}	○ _{n2,e3}	○ _{n2,e4} △ _{n2,e4}	△ _{n2,e5}	○ _{n2,e6}	△ _{n2,e7}	○ _{n2,n1}	○ _{n2,n2} △ _{n2,n2}	△ _{n2,n3}	○ _{n2,n4}	○ _{n2,n5} △ _{n2,n5}	△ _{n2,n6}
	△ _{n3,e2}		△ _{n3,e4}	△ _{n3,e5}		△ _{n3,e7}		△ _{n3,n2}	△ _{n3,n3}		△ _{n3,n5}	△ _{n3,n6}
○ _{n4,e1}		○ _{n4,e3}	○ _{n4,e4}		○ _{n4,e6}		○ _{n4,n1}	○ _{n4,n2}		○ _{n4,n4}	○ _{n4,n5}	
○ _{n5,e1}	△ _{n5,e2}	○ _{n5,e3}	○ _{n5,e4} △ _{n5,e4}	△ _{n5,e5}	○ _{n5,e6}	△ _{n5,e7}	○ _{n5,n1}	○ _{n5,n2} △ _{n5,n2}	△ _{n5,n3}	○ _{n5,n4}	○ _{n5,n5} △ _{n5,n5}	△ _{n5,n6}
	△ _{n6,e2}		△ _{n6,e4}	△ _{n6,e5}		△ _{n6,e7}		△ _{n6,n2}	△ _{n6,n3}		△ _{n6,n5}	△ _{n6,n6}

 $\times$

A _{e1}
A _{e2}
A _{e3}
A _{e4}
A _{e5}
A _{e6}
A _{e7}
φ _{n1}
Φ _{n2}
Φ _{n3}
Φ _{n4}
Φ _{n5}
φ _{n6}

 $=$

○ _{e1}
△ _{e2}
○ _{e3}
○ _{e4} △ _{e4}
△ _{e5}
○ _{e6}
△ _{e7}
○ _{n1}
○ _{n2} △ _{n2}
△ _{n3}
○ _{n4}
○ _{n5} △ _{n5}
△ _{n6}

図 2.2.8.1-2 全体係数マトリクス

全体係数マトリクスを行列形式で書くと以下の式となる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_{AA} & \mathbf{G}_{A\phi} \\ \mathbf{G}_{\phi A} & \mathbf{G}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{A} \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_A \\ \mathbf{F}_\phi \end{Bmatrix}$$

この全体行列に 2.2.8.2 にて示す境界条件の値を代入し、全体行列を解くことで各種未知数を求める。

2.2.8.2 固定境界条件の設定

遠方境界においてそれぞれ $A=0$ 、 $\phi=0$ となる。この場合、要素係数行列を重ね合わせて構成された図 2.2.8.1-2 の全体係数マトリクスに対し、以下の操作を行うことで固定境界条件を考慮する。

図 2.2.8.2-1 に例として固定境界条件 $A_{e3}=0$ 、 $A_{e5}=0$ 、 $\phi_{n2}=0$ を与えた場合の全体係数マトリクスを示す。すなわち、固定境界条件を与える変数に対応した行列番号の対角成分を 1 に、対角線以外の要素を全て 0 にすれば良い。また、右辺項は、固定境界に対応した行番号の要素を 0 とする。

例： $A_{e3}=0$ 、 $A_{e5}=0$ 、 $\phi_{n2}=0$ を与える場合

The figure shows a large 12x12 matrix of elements, with rows and columns grouped by dashed red boxes. To the right of the matrix is a column vector of coefficients: $A_{e1}, A_{e2}, A_{e3}, A_{e4}, A_{e5}, A_{e6}, A_{e7}, \phi_{n1}, \phi_{n2}, \phi_{n3}, \phi_{n4}, \phi_{n5}, \phi_{n6}$. To the right of this vector is an equals sign, followed by another column vector of coefficients: $O_{e1}, \Delta_{e2}, 0, O_{e4}, \Delta_{e4}, 0, O_{e6}, \Delta_{e7}, O_{n1}, 0, \Delta_{n3}, O_{n4}, O_{n5}, \Delta_{n6}$. The zeros in the second vector correspond to the fixed boundary conditions $A_{e3}=0$, $A_{e5}=0$, and $\phi_{n2}=0$.

図 2.2.8.2-1 全体係数マトリクス（固定境界条件 $A_{e3}=0$ 、 $A_{e5}=0$ 、 $\phi_{n2}=0$ を付与）

なお、上記の場合は非ゼロ要素もメモリに確保されてしまう。これを回避するため、要素係数マトリクスを作成して全体係数マトリクスへ重ね合わせる際、固定境界条件を付与する行或いは列番号を含む要素に値を重ね合わせることをスキップし、非ゼロ要素のメモリ確保を防ぐ。これによりメモリの使用量を削減する。

2.2.9 行列解法

境界条件を入れた全体行列を解くために、行列解法が必要となる。行列解法については、直接法、反復法、共役勾配法、そして、これらの三つを組み合わせた手法等、数々の手法が提案されている[2-4]。本シミュレーションで解く全体行列は疎行列となり規模が大きく、非対称性もある収束性が課題となる。行列の収束性が重要視されるため、行列解法については独自コードを用いず、十分な検証が行われている反復解法ライブラリー LIS(a Library of Iterative Solvers for linear systems)を用いた。本ライブラリーは SSI(Scalable Software Infrastructure for Scientific Computing)プロジェクトで開発された離散化された線型方程式及び固有値問題を解くための並列反復解法ソフトウェアライブラリであり、SSI のホームページ上で公開されている[2-5]。本ライブラリーの特徴は多彩な反復解法と前処理に対応している点であり、様々な行列に対応することが可能となっている。LIS は 2002 年に開発が開始され、2020 年においても開発が継続しており、多数の利用事例が存在している。LIS を用いることで、本全体行列に適した反復

解法と前処理を選択することが可能となる。

本シミュレーションでは、複数の前処理と行列解法の組み合わせを調査し、収束までの時間が短い以下の手法を選択している。

前処理：ILU(Incomplete LU Factorization)

行列解法：BiCGSTAB、GPBiCG

2.2.10 ポスト処理

全体係数マトリクスを解いて、ベクトルポテンシャル、電位ポテンシャル A 、 ϕ が得られた後、各要素での磁束密度 B 、誘導電流密度 J_e 、電磁力 F を求める必要がある。これらの物理量の求め方について記述する。磁束密度についてはベクトルポテンシャルの定義より、以下の式で求められる。

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A} = \sum_{k=1}^{12} (\nabla \times \mathbf{N}_k) A_k \\ &= \sum_{k=1}^{12} \left\{ (\nabla \times \mathbf{N}_k)_x \mathbf{e}_x + (\nabla \times \mathbf{N}_k)_y \mathbf{e}_y + (\nabla \times \mathbf{N}_k)_z \mathbf{e}_z \right\} A_k \end{aligned} \quad (2.2.10-1)$$

なお、ローカル座標の関数であるため、磁束密度 B は要素内で変化する。したがって、要素内でローカル座標を代入し、磁束密度を求める必要があるため、要素重心座標($\eta=0$, $\xi=0$, $\zeta=0$)を代入して要素重心点での B を求める。

誘導電流密度 J_e は以下の定義より求められる。

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_e &= \sigma \mathbf{E} = \sigma \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi \right) \\ &= \sigma \left(-\frac{\sum_{k=1}^{12} \{ (\nabla \times \mathbf{N}_k) (A_k^{t+\Delta t} - A_k^t) \}}{\Delta t} - \sum_{i=1}^8 (\nabla N_i \phi_i) \right) \end{aligned} \quad (2.2.10-2)$$

誘導電流密度 J_e も磁束密度と同様に、ローカル座標の関数であり要素内で変化するため、例えば、要素重心座標($\xi=0$, $\eta=0$, $\zeta=0$)を代入して要素重心点での J_e を求めておく。

電磁力 F は、各要素における要素重心の誘導電流 J_e と磁束密度 B から試算する。

$$\mathbf{F} = \mathbf{J}_e \times \mathbf{B} \quad (2.2.10-3)$$

第3章 M型形状電磁流量計における電磁場－流動場の相互作用

3.1 はじめに

1章において三次元の電磁流体シミュレーションコードの必要性について、2章にてEMFのシミュレーションに使用する定常三次元電磁流体シミュレーションコードの詳細について述べた。本章では、実際の設計が検討されている4S炉一次系用の新型環状流路型EMFを試作し、試験した結果と比較することで本シミュレーションコードの妥当性検証を行う共に、非均一磁場下での流動場－電磁場の相互作用の評価、加えて本コードの評価結果からEMFの校正方法の提案を行う。3.2節でシミュレーションターゲットである4S炉体系シミュレーションモデルを示し、シミュレーション条件を提示する。3.3節で出力電圧の評価を行い、最大の出力電圧を得られる電極設置位置の検討を行うとともに、流量変化に対する出力電圧の変化も評価する。また、温度による出力電圧への影響を評価することで、温度変化の測定誤差への影響を検討する。3.4節では、3.3節で求めた結果の妥当性を評価するため、(株)東芝の所有するNaループを用いた環状流路型EMFの試験結果との比較を行う。3.5節では、このEMFのM型の電磁石によって生じる不均一な磁場と環状流路を流れる流動場の相互作用について評価を行うとともに、壁面近傍の流れ場への影響を評価する。3.6節では、外周部に設置した複数の環状流路型EMFを単一の環状流路型EMF毎に校正することで校正施設の小型化を実現する新しい校正手法の検討結果を示す。本論文では、複数のEMFを設置する体系をフルセグメント体系と呼び、単一の環状流路型EMFでの校正体系を単セグメント体系と呼ぶこととする。

3.2 シミュレーションモデルと条件

3.2.1 4S炉体系モデル

タンク型炉である4S炉の炉心周囲を流れる一次系流路である環状流路体系を模擬し、その管路外部にM型形状電磁石を有した新型環状流路型EMFを設置した体系にてシミュレーションと試験を行う。対象となる4S炉体系の概要図を図3.2.1-1に、原子炉構造を図3.2.1-2にまとめる。

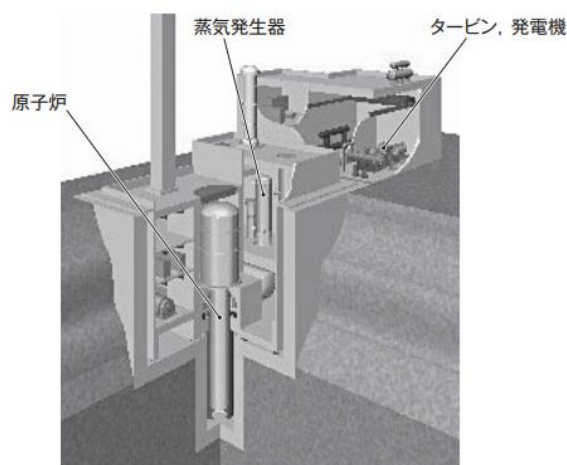


図 3.2.1-1 4S 炉体系概要図 [3-1]

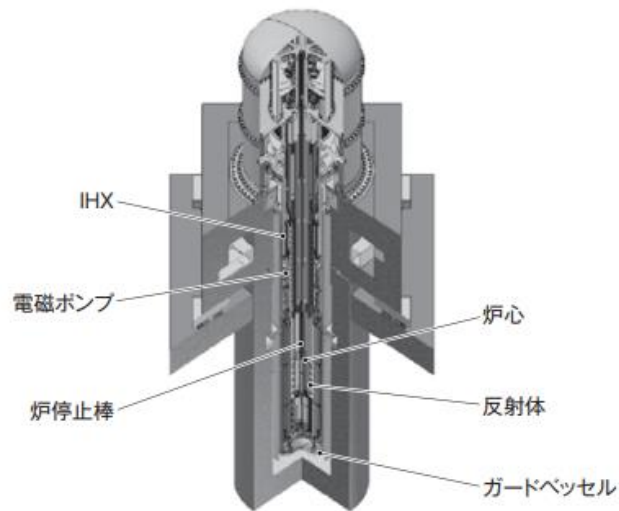


図 3.2.1-2 原子炉構造 [3-1]

この環状流路型 EMF を設置する環状流路の概略を図 3.2.1-3 に示す。炉心の直径が大きく、外周の環状流路については流路幅が狭い、扁平形状の流路となっている。内側の肉厚が 12mm と厚く、外側の肉厚が薄い 9 mm となっている。1 章で述べた通り、タンク型炉には一次系に配管部が存在しないため、炉心外側の環状流路に設置可能な新たな環状流路型 EMF を検討し、流路の片側から電磁石により磁場を部分的にかけて流量計測する方式を考案した。この環状流路型 EMF では、M 型鉄心に 3 つのコイルを合わせた電磁石を環状流路の外側に設置し、N 極、S 極を 1 : 2 で形成することで流路を通って返ってくる 2 つの U ターン磁場を形成、その磁場を通る導電性流体中に生じる誘導起電力を用いて流量を計測する。図 3.2.1-4 に環状流路型 EMF の構成と流れ方向断面における概略、M 型電磁石が形成する磁力線の概略を示す。図 3.2.1-4 のように、新たに開発した環状流路型 EMF は、M 型鉄心と、それぞれの足に巻かれたコイルで構成された電磁石を環状流路の外側配管壁に取り付ける。中心のコイルと、その両端のコイルで極性を変え、破線で示されるように環状流路内にて U ターンする磁場を形成する。このとき、誘導電流は赤矢印の方向に流れ、外側配管部の N 極と S 極の中間付近で電位差が最大となるため、電極をその位置に設置し、出力電圧を得る。電磁石の極性は、コイルに流す電流の方向によって変更できる。

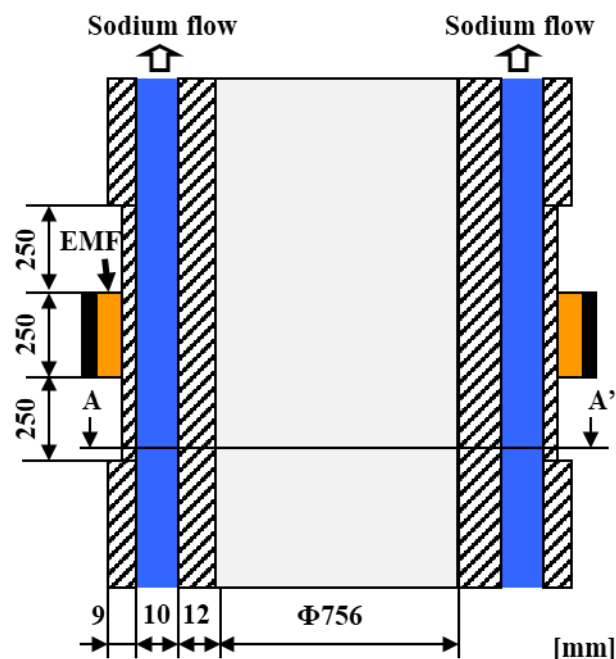


図 3.2.1-3 管路形状および EMF 設置部概要図

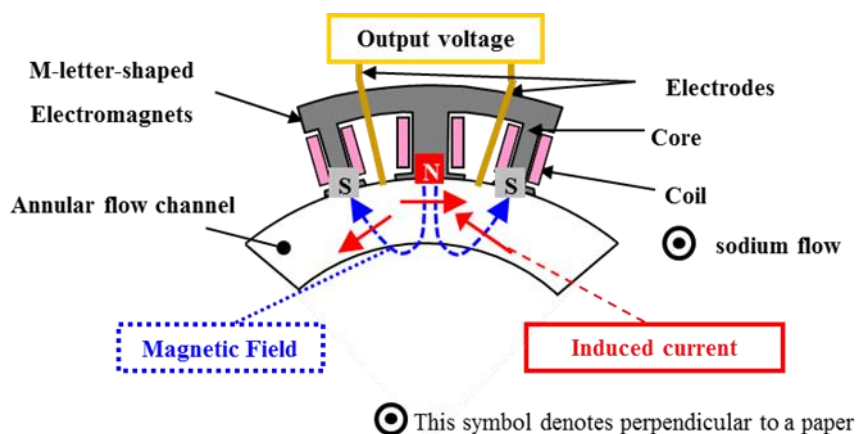


図 3.2.1-4 環状流路用 EMF 構成図

この型の EMF では、磁力線が侵入する領域の流速が計測される。4S 炉の炉心外側の環状流路全て（周方向 360°全体に渡って）の流量を計測するには 1 台では難しく、周方向に環状流路型 EMF を複数台設置して不均一性も計測して全流量とする必要がある。実際には、周方向 60°以内の流量の不均一性は小さいとの検証結果があるため、原理的には周方向に 6 台置くことで炉内の全流量が計測可能となる。本方式であれば EMF を設置して分割した分だけ校正に必要な流量が削減でき、本体系では全流量の 1/6 の流量での校正試験で済むこともメリットであり、その検討については 3.6 節にて行う。この環状流路の外周部に EMF を設置したフルセグメント体系と単セグメント体系の概要図を図 3.2.1-5 に示す。概要図では周囲に 6 台の EMF を設置した場合であるが、複数台の台数は何台でも可能である。

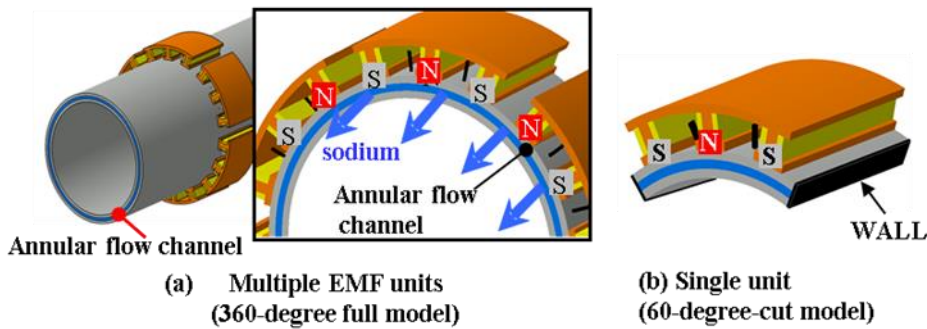


図 3.2.1-5 フルセグメント体系、単セグメント体系概要図

本 EMF は三つの電磁石で構成されており、それぞれのフルセグメント体系においては、隣り合う環状流路型 EMF の電磁石の極性を同極性に配置（端部同士が N-N もしくは S-S）する方式と逆極性に配置（端部同士が N-S もしくは S-N）する方式が考えられる。これらの配置で隣り合う EMF 間の磁場が異なりそれが流動に影響するため、フルセグメント体系をモデル化するには外部磁場として二つの磁場配置の入力が必要である。図 3.2.1-6 は二つの極性配置、即ち a)が同極性配置、b)が逆極性配置における磁場（青破線）と誘導電流（赤実線）のベクトル場の概略を示している。同極性配置の場合、図 3.2.1-6 a)に示すように隣り合う EMF 間で磁場はつながらないが、誘導電流がつながることが予想される。一方、逆極性配置の場合は図 3.2.1-6 b)に示すように磁場がつながり、誘導電流はつながらないと考えられる。このような磁場、誘導磁場の相違が流動にどう影響するか、電磁場－流動場の相互作用を明らかにすることは、出力電圧への影響も含め、機器や校正施設の設計、校正精度を考える上で非常に重要である。

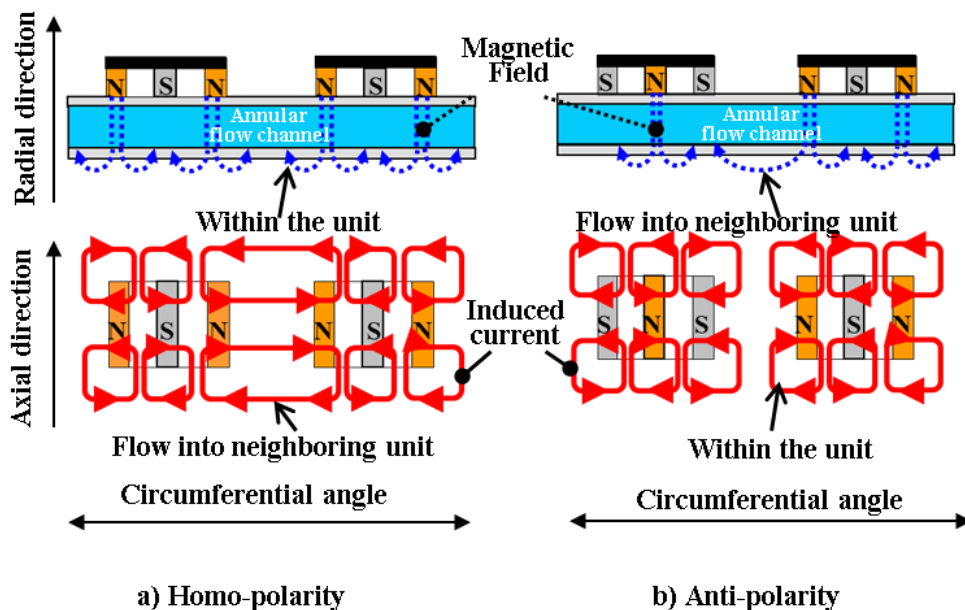


図 3.2.1-6 極性配置による差異

3.2.2 計算条件

図 3.2.2-1 a)、b)に電磁場および流体シミュレーションモデルを示す。図 3.2.2-1 a)および b)には図 3.2.1-3 中に示した A-A'面における配管部を含めた電磁場シミュレーションおよび Na 流の流体シミュレーションの格子モデルを示している。図 3.2.2-1 a)、b)の上側のモデルが単セグメント体系、下側がフルセグメント体系である。フルセグメント体系では、 360° を全てモデル化すると計算負荷が大きくなるため、電磁場の周方向の周期性を利用して、周方向 120° 、二つの EMF を計算対象とし、周方向端部を周期境界条件とすることで計算負荷を低減している。単セグメント体系では周方向の端部が壁面となっており、電磁場計算では周方向の壁面も対象としている。以降、単セグメント 60° 壁境界体系を 60° モデル、フルセグメント 120° 周期境界体系を 360° モデルと称する。図 3.2.1-3 に示すように EMF 設置部とその周辺の外側配管の壁厚は薄くなっている構造であり、そのサイズについては 4S 用環状流路型 EMF の実証試験の結果と比較するためにその試験体系に合わせている。軸方向の長さは、電磁場シミュレーション用に設定したものであり、入口・出口の境界条件の影響を除くために上下部に助走区間を持たせて全長 3000 mm とした。一方、流体シミュレーションでは EMF (長さ 250 mm) 中心から上下流 2000 mm ずつの領域を取り、全長を電磁場シミュレーションより 1000 mm 長い 4000 mm としているが、これは入口からの流れの発達および出口境界の流動場の影響が磁場印加領域まで及ばないように上流・下流でさらに助走区間を 500 mm ずつ長く取ったためである。以降では、軸方向(流れ方向: Z 方向)については EMF 中心部を座標軸の原点とし、Na の入口側をマイナスに、出口側をプラス方向に定義する。電磁場シミュレーションと流体シミュレーションでは別々に格子を作成しているが、電磁場シミュレーションの格子幅は、格子幅を変えて実施した予備計算にて出力電圧が格子幅で変化しなくなるまで細かくしている。電磁場シミュレーションの格子幅は、軸(流れ)方向で領域毎に粗さを変化させている。EMF 近傍では細かい格子幅を設定し、その幅は 16 mm、端部領域は粗くし、それぞれ EMF 近傍および端部の領域毎で等間隔となるよう作成した。周方向については、幅 1° で等間隔、単セグメント体系のモデルでは周方向端の壁面近傍の第一格子幅が 0.035° になるようにし、徐々に 1° になるよう作成した。この周方向端部の壁面近傍第一格子幅は、径方向の壁面近傍の第一格子の幅と同じになるように決めた。また、流体シミュレーションの格子については、軸方向で EMF 近傍の格子幅は 10 mm と比較的細かくし、入口および出口境界近傍で粗く、滑らかに格子幅が変化するよう作成した。周方向については、幅 0.5° で等間隔とした上で、単セグメント体系のモデルでは周方向端の壁面近傍の第一格子幅が 0.002° 、不等間隔で徐々に 0.5° になるよう変化させた。この周方向端部の壁面近傍の第一格子幅は径方向の壁面近傍の第一格子の幅と同じ 0.002° になるように角度を決めた。なお、総格子数は 360° モデルにおいて流体シミュレーションで約 160 万、電磁場シミュレーションで約 12 万であるが、後者では 8 つの格子を一つにまとめ、27 節点を持つ 1 つのコントロールボリューム (CV) として有限要素法を適用するため、計算上の総 CV 数は約 15,000 となる。

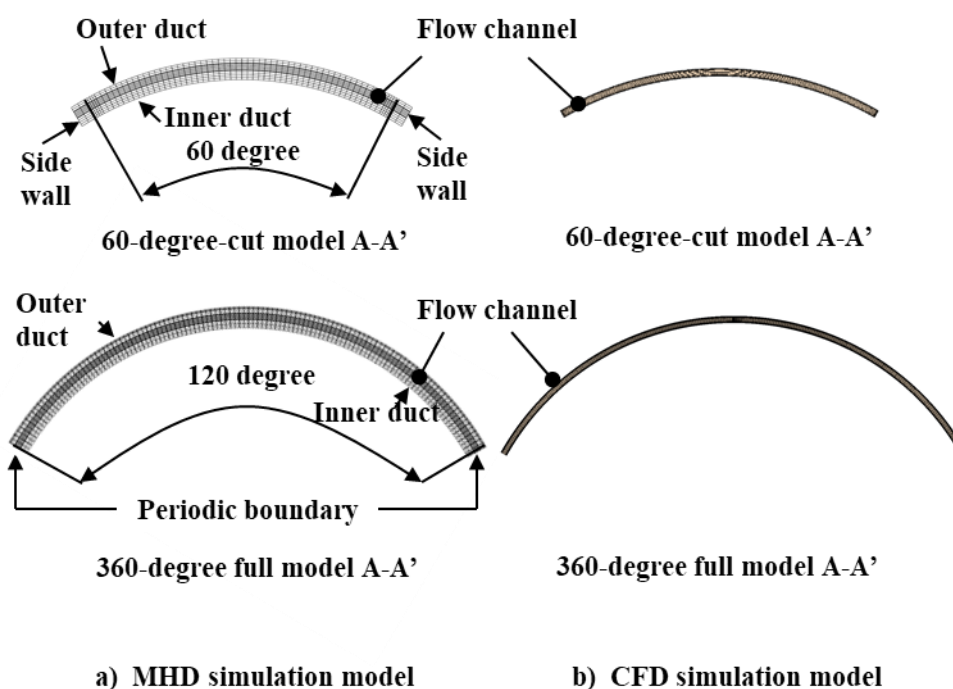


図 3.2.2-1 シミュレーションモデルと軸方向断面計算格子

表 3.2.2-1 にシミュレーション条件を示す。定常解析とすることで瞬時の過渡応答の際に問題となる電磁場と流動場の時定数の相違による計算の不安定性は問題となりにくくなる。温度は、4S 炉の定格温度であり実験温度でもある 355 °Cとし、物性値はその温度での値を用いている。異なる温度でのシミュレーションと試験については、それぞれ 3.4.3.2 節にて検討を行う。入口流速としては、4S 実機での流速である 1.0 m/s あるいはそれより低流量を想定して最小流量を 0.13 m/s とした。このとき、それぞれは断面平均流速であり、レイノルズ数は約 $0.8 \times 10^4 \sim 6.1 \times 10^4$ となる。電磁流体シミュレーションにおいては、壁面近傍の境界層内の速度分布が電磁場の影響を強く受けるため、一般的な壁関数である対数則は破綻することが分かっている。そこで、計算負荷を考慮し、乱流モデルとしては境界層の格子を細かくすることで壁関数を用いない低レイノルズ数型 $k-\varepsilon$ モデルを用いた。また、計算アルゴリズムには SIMPLE 法を、空間離散化については運動量保存式、乱流輸送方程式の対流項の離散化手法には STAR-CD の 2 次精度離散化スキームである MARS を採用した。4S 炉の一次系の定格運転時である 355 次の環状流路での流速は 1.0 m/s と小さく、外部磁場が一定な条件で定格よりも低い流速条件 0.13 m/s まで変化させた場合、相互作用係数は 0.21~1.7 と一部の条件で 1 を超える。同様に、流速が低下することで磁気レイノルズ数は 0.017~0.13 と変動し、ハルトマン数は約 110 で流動場が電磁場の影響を受ける領域となる。相互作用係数 N 、磁気レイノルズ数 Re_m 、ハルトマン数 Ha は以下で定義される。無次元数の計算に必要な代表磁束密度には、“OPERA-3D”にてコイル電流を 2145 AT として計算された定常外部磁場における環状流路の径方向中央での周方向平均値である約 0.043 T を用いた。

表 3.2.2-1 計算条件

"STAR-CD" ver.	4.20
Flow condition	Isothermal, incompressible, steady flow
Turbulence model	Low-Reynolds number k-ε
Boundary conditions	Inlet: Fixed velocity
	Outlet: Pressure
	Wall: Non-slip
Property(sodium)	Temperature [°C]: 355
	Density [kg/m ³]: 867
	Viscosity coefficient [Pa·s]: 2.85×10^{-4}
	Electrical conductivity [$1/(\Omega \cdot m)$]: 5.03×10^6
	Magnetic permeability [H/m]: 1.26×10^{-6}
Sodium average velocity [m/s]	0.13~1.00
"OPERA-3D" ver.	13
Coil current [AT]	2145

また、図 3.2.2-2 にシミュレーションの入力条件となる 360°モデルの同極性、逆極性配置および 60°モデルの EMF 軸方向中心断面における外部磁場のベクトル図を、図 3.2.2-3 に同条件の流れ方向 EMF 中心位置($Z=0m$)、径方向流路中心位置($R=395\text{ mm}$)における周方向の磁束密度分布を示す。また、EMF 中心から上下流 300mm における径方向流路中心($R=395\text{ mm}$)断面における外部磁場のコンターを図 3.2.2-4 に示す。図 3.2.2-2 のベクトル矢印の長さは一定で色は磁束密度の大きさを表しており、60°モデルの AA'が図 3.2.2-3 のデータ位置を示す。図 3.2.2-3 の横軸は周方向位置（角度）、縦軸は磁束密度を示し、横軸の 0°が EMF の中心を、10°が電極設置位置（コイル間中心）を、17°が電磁石のコイル中心位置を示す。360°モデルの同極性、逆極性配置に関しては、60°モデルとの比較のため、計算対象の二つの EMF のうちの片方のデータのみを示している。また、60°モデルでは、端部の壁面部は除く（流体部分のみの表示）とともに、逆極性は磁場分布のピークの正負が同極性と同一になる方の EMF のデータを用いた。以降のグラフも全て同じようにして比較する。

図 3.2.2-2 の磁場分布を見ると、図 3.2.2-2 b)の 360°モデル逆極性配置では隣接 EMF 間で磁場がつながっており、磁場分布としては図 3.2.2-2 a)の 60°モデルと図 3.2.2-2 c)の同極性配置でよく一致している。図 3.2.2-3 から端部の-30°と 30°の領域で磁束密度の周方向成分 B_θ の値が異なり、同極性では磁束密度が 0 になるのに対し、同極性と 60°モデルでは 0 とならない近い分布を持つ。同極性では隣接する EMF に磁場がつながり、60°モデルでは隣接する EMF がないことから、磁場領域が端部で拡散していくため、端部の-30°と 30°の領域で周方向磁束密度 B_θ が厳密に 0 とならない。また、-20°と 20°近傍の領域を見ると、径方向の磁束密度 B_r の値が同極性配置、60°モデル、逆極性配置の順に高くなる傾向がある。このような差は端部まで続いているのだが、-20°から-30°および 20°から 30°の端部により近い領域では磁束密度 B_r の絶対値が 0 に漸近するため、絶対値が小さくなることでその差が見えなくなっているだけで、絶対値に対するモデル間の差の比率自体はむしろ端部に近づくほど大きくなる。また、図 3.2.2-4 を見ると、60°モデルと同極性配置では他の 2 モデルと異なり、EMF の流れ方向中心の端部 30°近辺で磁束密度が低下し、くびれた分布を示していることが確認できる。逆極性配置では、樽型の分布となっていることがわかる。20°以降の位置は EMF を構成する 3 本のコイルのうち、外側の 2 本のコイルの外に位置する箇所であり、隣接する EMF の磁場の影響を強く受ける範囲となる。図 3.2.1-6 で示す

通り、同極性の場合は、 -30° 、 30° の地点で各 EMF の磁場が独立するため、磁場の向きが変化するのに対し、逆極性の場合は、隣接する EMF 側に磁場がつながるため、その変化が小さくなる。磁場の向きが外側の 2 本のコイルの外で $\pm 20^\circ$ 以降での差異が生じている。以上が外部磁場の比較であるが、これらが外部磁場として電磁場シミュレーションの入力条件になる。

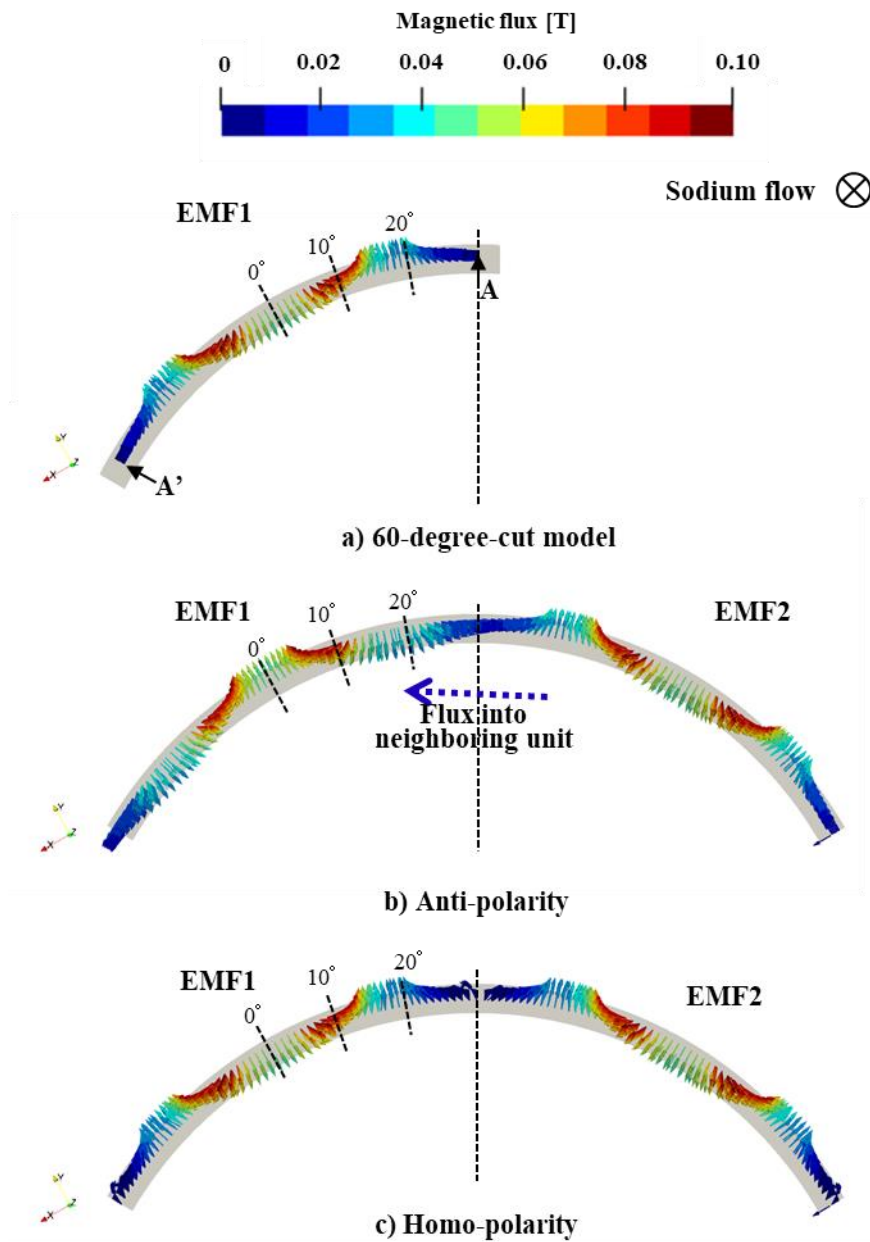


図 3.2.2-2 外部磁場ベクトル図

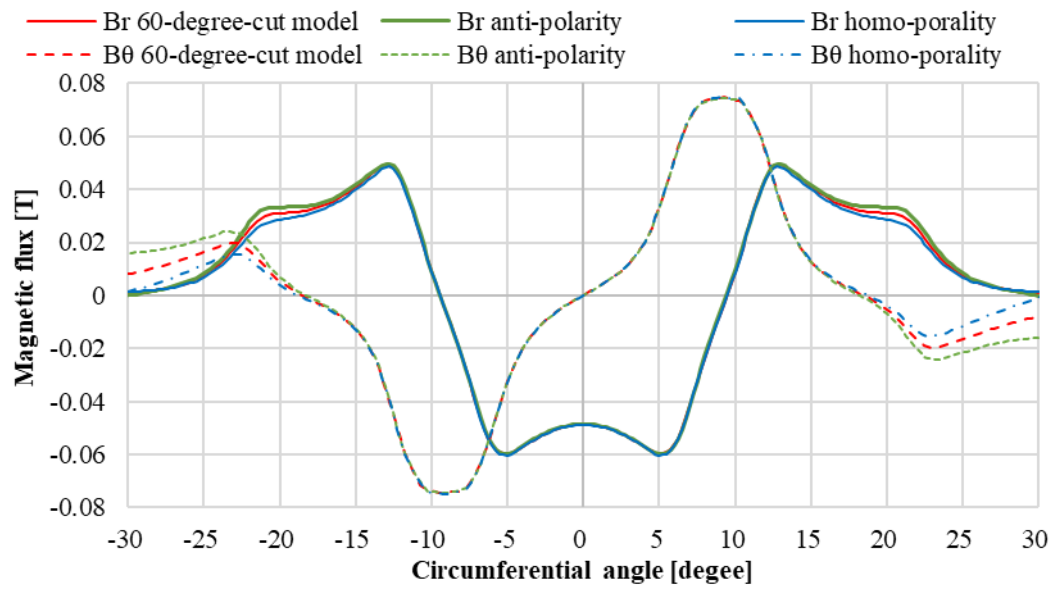


図 3.2.2-3 外部磁場周方向分布

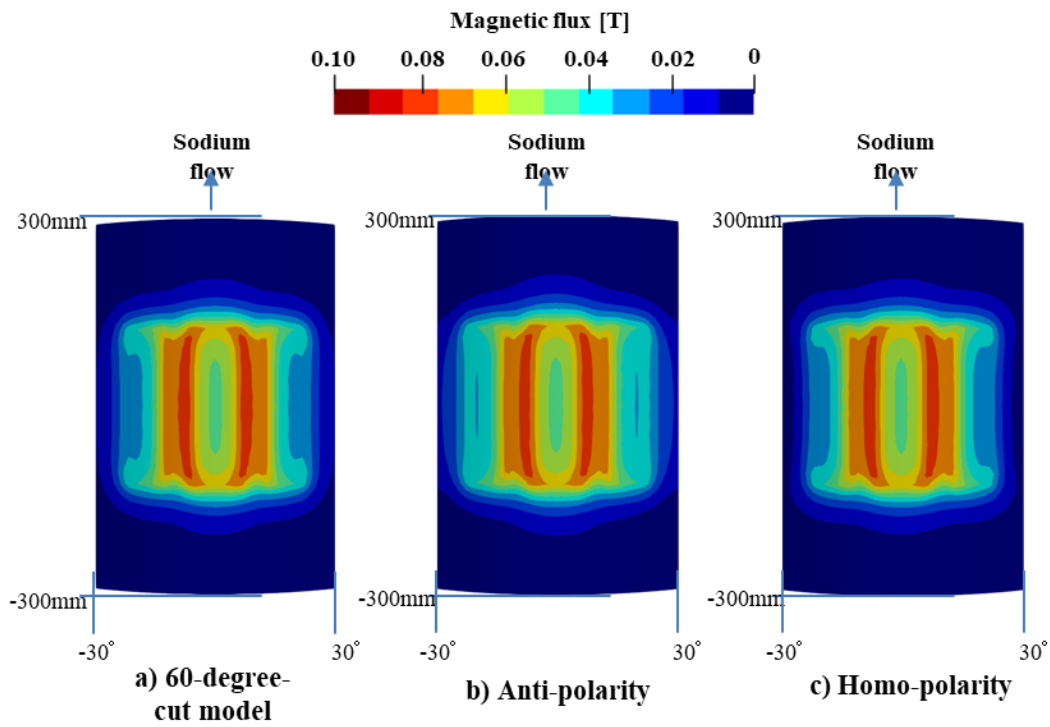


図 3.2.2-4 外部磁場コンター図

3.3 出力電圧の評価

3.3.1 線形性評価

測定を行う流量計としては、測定する流量と電極から出力される電圧が線形に変化するという特性が必要となる。既存のファラデー式の EMF では、流量と出力電圧は比例関係となるため、本 M 型形状 EMF においても同様の特性が得られるか評価を行う。まず出力電圧を測定するのに適した電極設置個所を評価し、その後、流量を 3.2 で示した範囲で変化させることで、出力電圧と流量の関係を評価する。

出力電圧を取得するためには、図 3.2.1-4 で示したように壁面に電極を設置する必要がある。この出力電圧は 2 章で示した電位ポテンシャルの 2 点間の差分であり、壁面における電位ポテンシャルの差分を見ることで電極の設置位置を検討できる。電位ポテンシャルは電磁場の影響を受け生じることから、EMF の設置個所で最も高くなり、EMF から離れた地点に設置は行わないことが一般的となる。設置位置の検討のため、試算した軸方向 EMF 中心部($Z=0\text{ m}$)、径方向壁面端部($R=406\text{ mm}$)における、同極性配置の周方向電位ポテンシャル分布を図 3.3.1-1 に示す。本結果は 0.8 m/s の流速条件での値となる。周方向については、一つの EMF の範囲となる 60° のうち、中心を $\theta=0^\circ$ の地点とする。

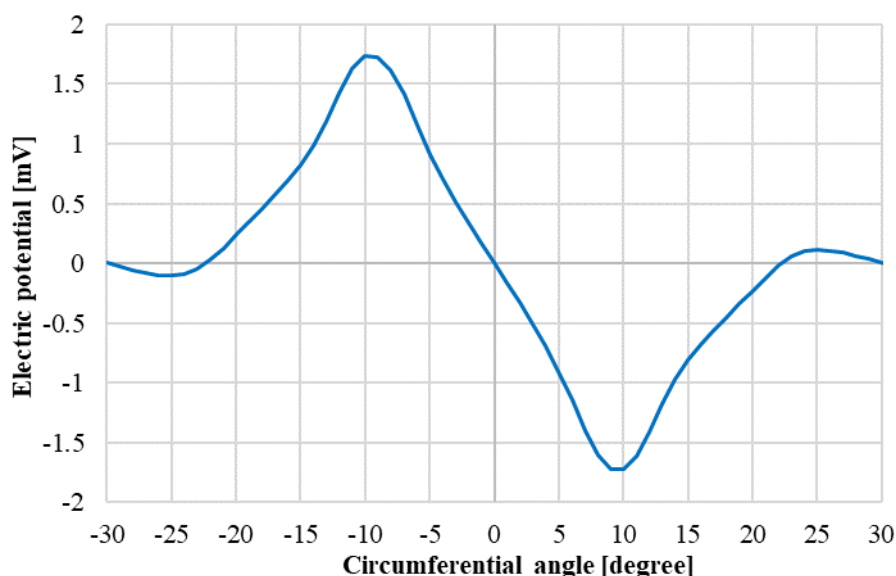


図 3.3.1-1 周方向電位ポテンシャル分布（軸方向 EMF 中心部）

図 3.3.1-1 から、出力電圧の最大・最小は、およそ 9° の地点となることがわかる。この位置に電極を設置することで、最も高い出力電圧を得ることができるため、以降の出力電圧はこの位置の電位ポテンシャルの差分で計算する。検証試験においても同一の位置に電極を設置し、出力電圧の測定を行っている。

上記で検討した電極位置で得られた出力電圧の値を各流量（流速）でまとめたグラフを図 3.3.1-2 に示す。360°モデルのシミュレーションでは、2 台の EMF を解いているが、2 台の EMF の出力電圧は同一の値となるため、1 つの EMF の値を示している。流量の増加に対し、出力電圧が上昇していることがわかる。このことから、M 型磁石を用いた本 EMF においても直線関係で線形性が確保されていることを確認でき、通常の EMF と同様に流量と電圧の関係から実流量を予測可能である。

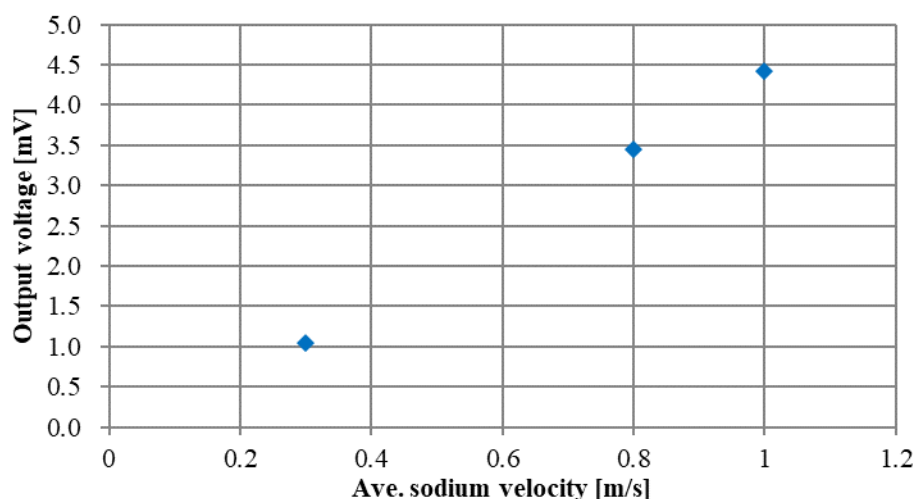


図 3.3.1-2 出力電圧特性評価

3.3.2 磁場配位評価

出力電圧については、3.2 で述べた磁場配位（同極性、逆極性）によって磁場が変化することで出力電圧も変化することが想定されるため、同一条件での出力電圧の比較を行う。入口断面平均流速 0.8 m/s での逆極性配置と同極性配置の軸方向 EMF 中心部 ($Z=0 \text{ m}$)、外管の外表面 ($R=406 \text{ mm}$) および Na 流路中心 ($R=395 \text{ mm}$) における電位ポテンシャルの周方向分布を図 3.3.2-1 に示す。逆極性配置においても、同極性配置と同様に 9° 近辺で電位ポテンシャルの最大・最小が得られることがわかる。このことから、電極の設置位置は磁場配位によらず、同一の場所に設置で最大出力電圧を得られると考えられる。しかし、その電位ポテンシャル分布は異なっているため、計測される出力電圧の絶対値は異なる。図 3.3.2-2 に逆極性、同極性における流量と出力電圧の関係を示す。図 3.3.2-2 から明らかなように同極性配置の方が逆極性配置よりも高い出力電圧を得られる。外部からのノイズの影響を低減するためには出力電圧は可能な限り高い方が好ましいため、高い出力電圧を得る必要がある場合には同極性配置とすることが有効であると言える。

また、これらの出力電圧の違いの要因について、電位ポテンシャルと関連する誘導磁場および誘導電流から検討を行う。入口断面平均流速が 0.8 m/s の条件における図 3.2.2-1 と同一箇所である流路中心部 ($R=395 \text{ mm}$) での誘導磁場の径方向成分 b_r と周方向成分 b_θ の周方向分布を図 3.3.2-3 に、同位置での誘導電流の径方向成分 J_r と周方向成分 J_θ の周方向分布を図 3.3.2-4 に示す。それぞれ同極性配置と逆極性配置について示している。図 3.3.2-3 の誘導磁場において、同極性では -30° および 30° の端部において誘導磁場の周方向成分 b_θ が 0 となるのに対し、逆極性では 0 とならず誘導磁場が磁極間を通過しているため、端部でも比較的大きな値を取っている。一方で、誘導電流については、周方向へ流れる誘導電流 J_θ において同極性では隣接する方向へ流れるのに対し、逆極性では 0 となる。つまり、図 3.2.1-6 に示したイメージ図のように誘導電流が流れていると考えられる。このように、同一形状の電磁石を同一流路に設置した場合においても、極性配置を変え、外部磁場の方向を変えることで内部の誘導磁場や誘導電流に違いが生じ、出力電圧が変化することがわかる。これらの極性の変化をシミュレーションで評価したが、次節で Na ループ試験の結果と比較することでその妥当性検証を行う。

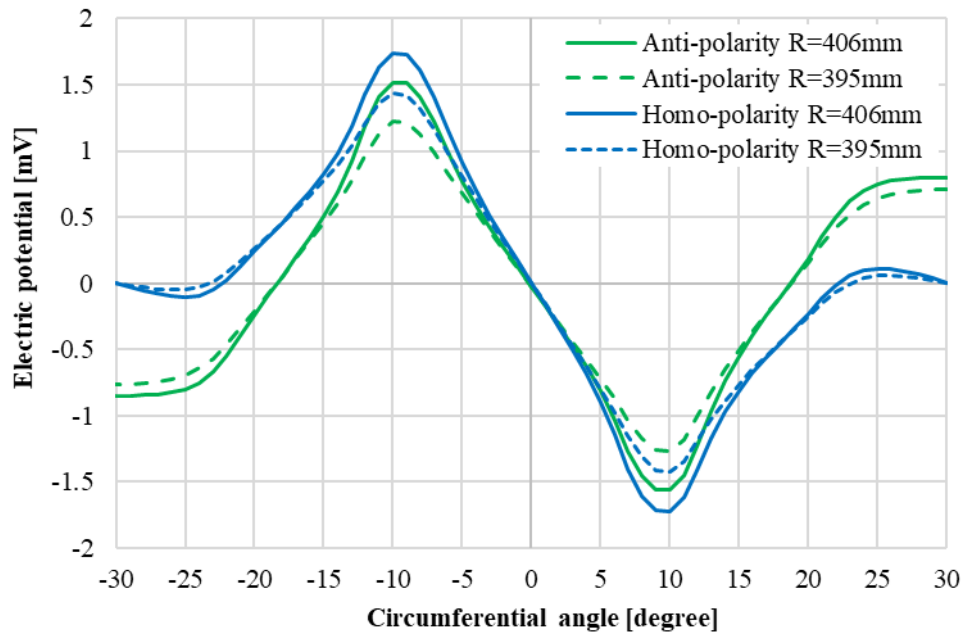


図 3.3.2-1 逆極性配置周方向電位ポテンシャル周方向分布

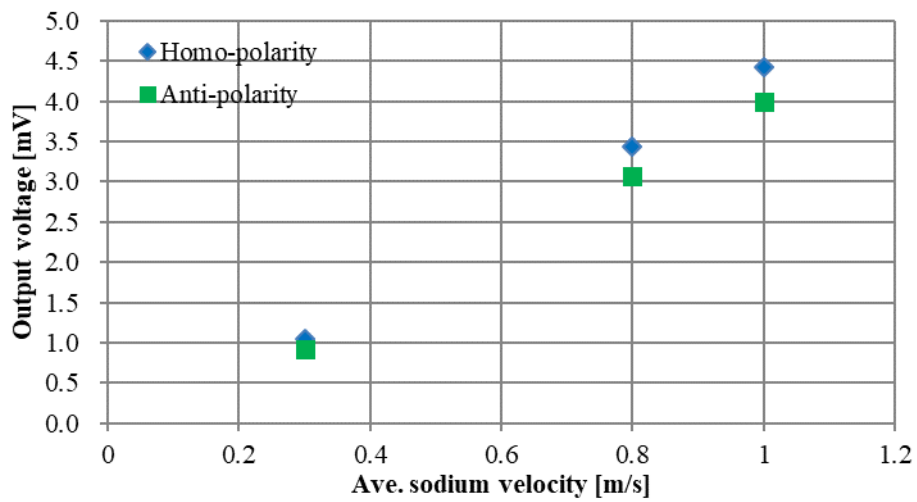


図 3.3.2-2 同極性、逆極性出力電圧比較

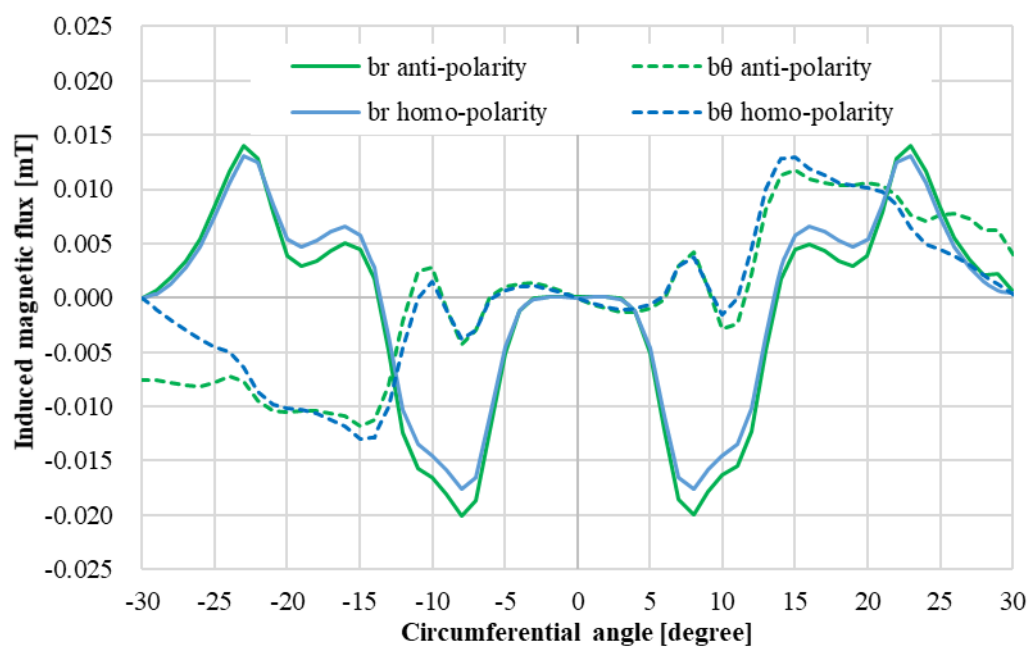


図 3.3.2-3 同極性、逆極性誘導磁場周方向分布

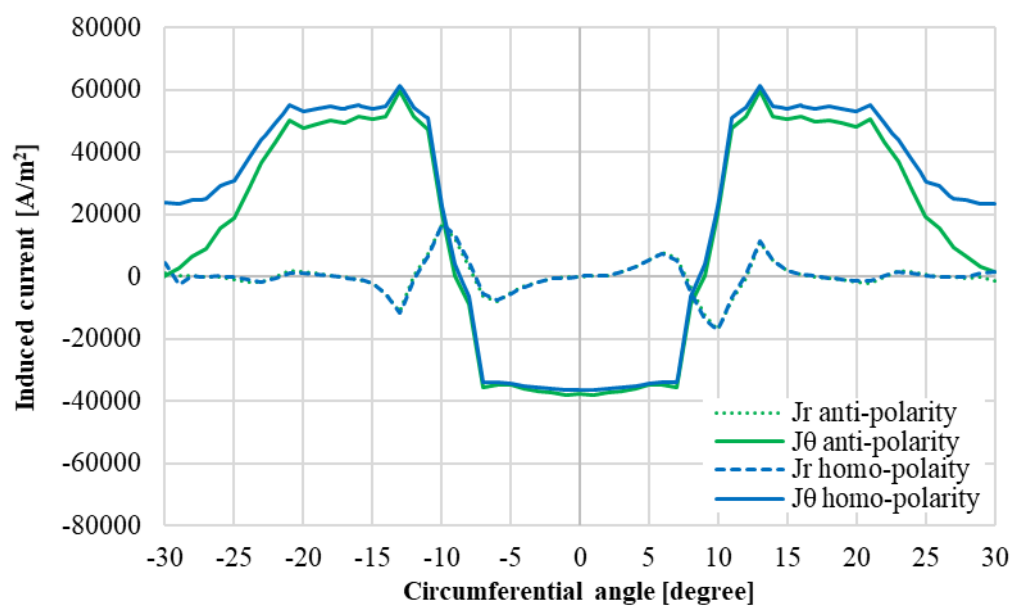


図 3.3.2-4 同極性、逆極性誘導電流周方向分布

3.4 ナトリウムループ電磁流量計試験との比較によるコードの妥当性検証

本項では 3.3 で計算した結果と Na ループを用いた試験結果を比較することで本シミュレーションの妥当性について検証を行う。

3.4.1 ナトリウムループ概要

新型環状流路型 EMF の試験を（株）東芝の Na ループにて行った。Na ループの概要を図 3.4.1-1 に、ループと制御室の画像を図 3.4.1-2 に示す。ループは、加熱器、再熱用熱交換器、空冷器、電磁ポンプ、ループ流量を計測するための配管型 EMF で構成され、加熱器の下流に環状流路型 EMF を設置した試験部がある。これらのループを制御室から運転し、EMF の試験を実施した。ループ流量計測用の配管型 EMF は校正されており、これを基準流量計として、試験部に設置した環状流路型 EMF の出力電圧と相関させて性能を検証した。試験部としては、60°モデル試験部と 360°モデル試験部の二つが設置されている。これらの二つの EMF は、接続する配管を切り替えることで試験を行うことが可能である。

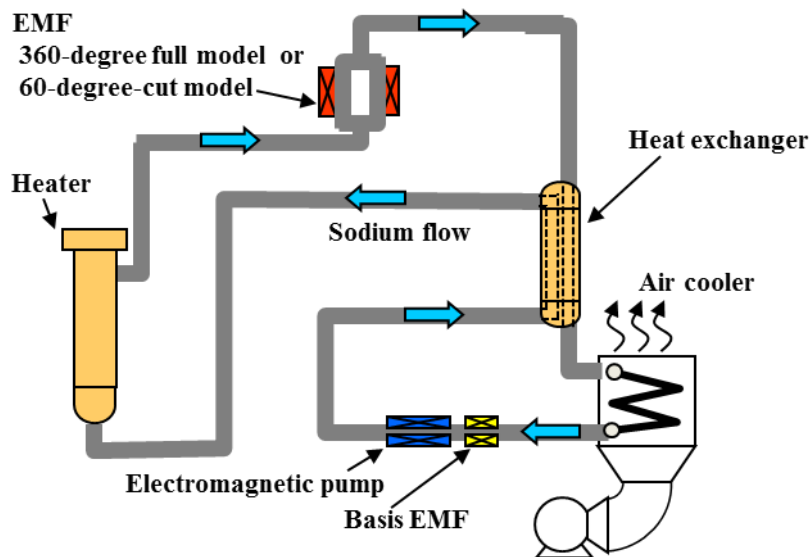


図 3.4.1-1 Na ループ試験体系



(a) マザーループ



(b) 制御室

図 3.4.1-2 Na ループ画像[3-1]

3.4.2 試験装置と試験条件

図 3.4.2-1 に環状流路に EMF を設置した試験部の概略図を、図 3.4.2-2 に試作された環状流路型 EMF の写真を、図 3.4.2-3 に EMF を設置した写真を示す。下部プレナム、上部プレナムを有し、ループからの流入、流出のバッファ領域を設けることで環状流路での流量の均一化を図る。また入口では吸い込みによる縮流の影響が出にくいようにバッフル板を設けている。円筒胴体中央に環状流路を設け、その外側表面に環状流路型 EMF を設置する。360°モデル試験部では、周方向全てを環状流路として用い、周方向に 6 台の EMF を設置している。60°モデル試験部では、周方向 60°の環状流路以外の環状流路入口および出口を塞ぎ、かつ周方向に側壁を設けて 60°領域のみに Na が流れるようにして、環状流路型 EMF を 1 台のみ設置している。電磁石のコイルでは、電流の向きを切替えることで極性を変更できる。360°モデル試験部ではそれぞれの EMF で極性を変えることができ、同極性配置と逆極性配置の両方が試験できるようになっている。両モデル試験部とも EMF の軸（流れ）方向位置は、環状流路入口から 550 mm 下流にある。

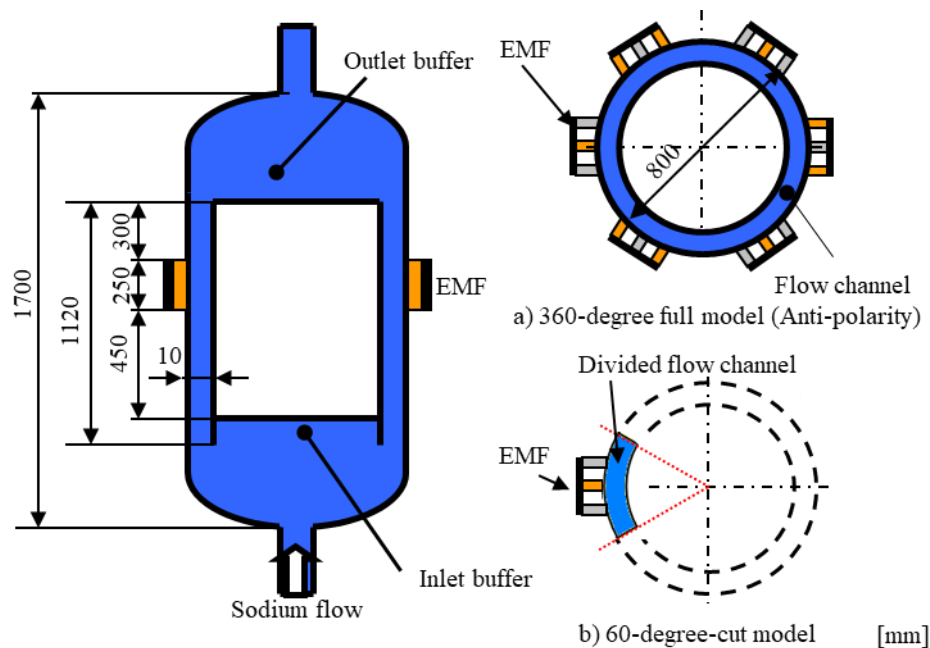


図 3.4.2-1 EMF 設置試験部の概略図



図 3.4.2-2 環状流路用 EMF 画像



図 3.4.2-3 環状流路用 EMF 設置画像

表 3.4.2-1 に試験を行う条件を示す。試験は 3.3 節で示した計算結果との比較を行う。360°モデルでは、同極性および逆極性と、極性配置は変えるが、流量および温度条件は共通としている。Na 温度は 200 および 355℃、コイル電流は 2145 AT とした。流量はループの配管型 EMF から得られた値であり、平均流速はその流量を環状流路断面積で割った断面平均流速である。

表 3.4.2-1 試験流速条件

a) 360-degree full model		
Flow rate [L/min]	Ave. velocity [m/s]	Interaction Parameter
1190	0.80	0.35
1001	0.67	0.41
801	0.54	0.51
603	0.41	0.68
402	0.27	1.02
197	0.13	2.09

3.4.3 妥当性検証試験

3.3 項で実施した計算結果と同一条件での試験データの比較を行い、コードの妥当性を検証する。

3.4.3.1 線形性検証

EMF として基本性能となる線形性を実験でも検証するため、図 3.4.3.1-1 に 3.3.1、 3.3.2 で実施したシミュレーション結果に試験結果を加えたグラフを示す。試験においてもシミュレーションと同様に線形性を示しており、同極性、逆極性配置ともに試験とよい一致を示していることがわかる。

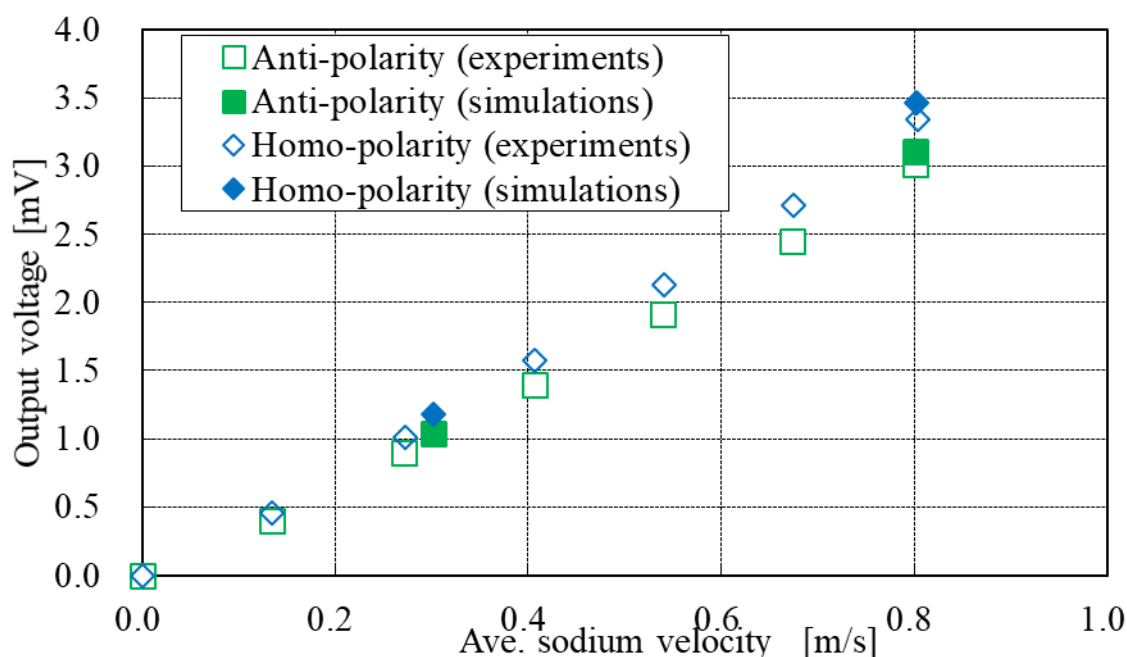


図 3.4.3.1-1 出力電圧比較

また、試験と計算の比較を行うため、両者の誤差の計算式を以下の(3.4.3.1-1)式のように定義する。

$$err = \frac{E_{sim} - E_{exp}}{E_{exp}} \times 100 \quad (3.4.3.1-1)$$

ここで E_{sim} は計算で得られた出力電圧を、 E_{exp} は試験で得られた出力電圧である。(3.4.3.1-1)式にて計算した誤差の比較を表 3.4.3.1-1 に示す。同一条件の比較を行うため、逆極性配置における流速を試験と合わせ、シミュレーションを再度実施している。試験とシミュレーションとの誤差が最も大きくなるのは、流速が 0.67 m/s のケースであるが、それでも 3.3 % と十分に低い誤差と言ってよい。このことから、本シミュレーションコードは妥当な予測をすることができ、4S 炉実機における出力電圧の予測およびそれに基づく設計も十分に可能であると考えられる。全てのケースにおける平均ばらつきは 2.5 % であり、シミュレーションの精度はよいと言える。高流速条件において誤差が大きくなる傾向が見られるが、試験では高流速になると上流にあたる下部プレナム内の流れが乱れ、環状流路入口の流速分布が一様でなくなってしまうシミュレーションの入口条件と異なること、および環状流路で乱流遷移して壁面近傍の詳細な流動構造（壁乱流）が影響していると考えられる。高流速条件では乱流モデルとしてより高次のモデルの採用を検討する必要があるかもしれないが、定格運転における定常計算を考える上では瞬時の流況で変わる出力電圧の変動ではなくその時間平均値が得たい情報である。

加えて、5%を超えない誤差は設計上特に問題とならないため、この誤差は許容範囲と考え、高次の乱流モデルは将来の検討課題であると考え。以上より、本研究で構築した三次元の電磁流体シミュレーション手法は、実用的な計算コストで不均一な磁場下の環状流路内流れ場を比較的よく予測できていると考えられる。壁面近傍の電磁場と流動場の相互作用については、3.5 節にて検討を行う。

表 3.4.3.1-1 出力電圧誤差計算結果

Sodium ave. velocity[m/s]	Output voltage [mV]		Error [%]
	Simulation	Experiments	
0.13	0.41	0.40	1.4
0.27	0.91	0.89	2.2
0.41	1.44	1.40	2.8
0.54	1.97	1.91	3.1
0.67	2.53	2.45	3.3
0.80	3.08	3.01	2.1

3.4.3.2 温度依存性検証

4S 炉向けの環状流路型 EMF では、想定される使用最低温度が 200 °C、最高温度が 395 °Cであることから、温度変化による出力電圧への影響も把握しておく必要がある。それゆえ、出力電圧の温度依存性を試験およびシミュレーションで評価した。ここでは同極性配置にて本評価を行う。本来は温度が変化すると物性値が変化することを考慮し、シミュレーションでは複数の温度条件を設定する。本計算に用いた各物性値の温度ごとの値を表 3.3.3-1 に示す。また、表 3.3.3-2 に試験条件を示す。表 3.4.3.2-2 の試験条件で示される流量は、ループに設置された配管型 EMF による値である。試験では、360°モデルのみで試験を実施しているため、シミュレーションも 360°モデルにて計算を実施する。シミュレーションにおける流速条件は、200 °C条件で 0.24、0.54、0.8 m/s、395 °C条件で 0.27、0.54、0.79 m/s のそれぞれ 3 ケースを対象とした。

表 3.4.3.2-1 物性値

	Sodium Temperature [°C]		
	200	355	395
Density [kg/m ³]	904	867	857
Viscosity coefficient [Pa×s]	4.56×10^{-4}	2.85×10^{-4}	2.42×10^{-4}
Electrical conductivity [1/Ωm]	7.40×10^6	5.03×10^6	4.61×10^6

表 3.4.3.2-2 流速条件

a) 200 °C		b) 395 °C	
Flow rate	Ave. velocity	Flow rate	Ave. velocity
[L/min]	[m/s]	[L/min]	[m/s]
1197	0.8	1175	0.79
1001	0.67	1012	0.68
804	0.54	807	0.54
605	0.41	602	0.4
409	0.27	407	0.27
217	0.15	210	0.14

これらの物性値を設定して実施した各温度条件における試験およびシミュレーションから得られた出力電圧の比較を図 3.4.3.2-1 に示す。200℃の条件においても、355 にと同様に流量に対して出力電圧が上昇し温度による特性の変化はないことが確認できる。試験結果において、200 °Cと 395 °Cのデータに対して線形補間をしてその傾きを比較すると、4.5 %ほどの差異がある。しかし、これも 5%以内の違いであり、設計上は温度依存性を考慮する必要はないと言える。このことはまた、4S 炉の温度条件内での本 EMF の適用性は問題なく、環状流路型 EMF の流量校正試験を行う際、複数の温度条件で実施する必要性は低いことを意味している。また、試験およびシミュレーションともに、200 °Cの出力電圧の方が 395 °Cの出力電圧より高くなっている。表 3.4.3.2-1 から分かるように導電率は 200 °Cの方が大きく、出力電圧の傾向は物性値の違いの影響によると考えられる。試験とシミュレーションの結果を比較すると、200 °Cの出力電圧の方が 395 °Cの出力電圧よりも高い傾向等、全体として定性的にも定量的にもよく一致しており、その誤差は最大で 3.9 %程度である。すなわち、シミュレーションで出力電圧の温度依存性を予測できると考えてよい。

本試験にて、流体の温度が変化することで出力電圧も変化することが判明したが、測定精度としては定格運転の温度範囲で 4.5%程度の誤差を含んでいる。このため、定格運転から温度域がずれる起動・停止時に対する精度良い予測が必要となるようであれば、予め異なるいくつかの温度で校正係数を取得しておくことで、実機ではこの校正係数をかけて流量の補正を行えば高い精度で流量計測が可能となる。

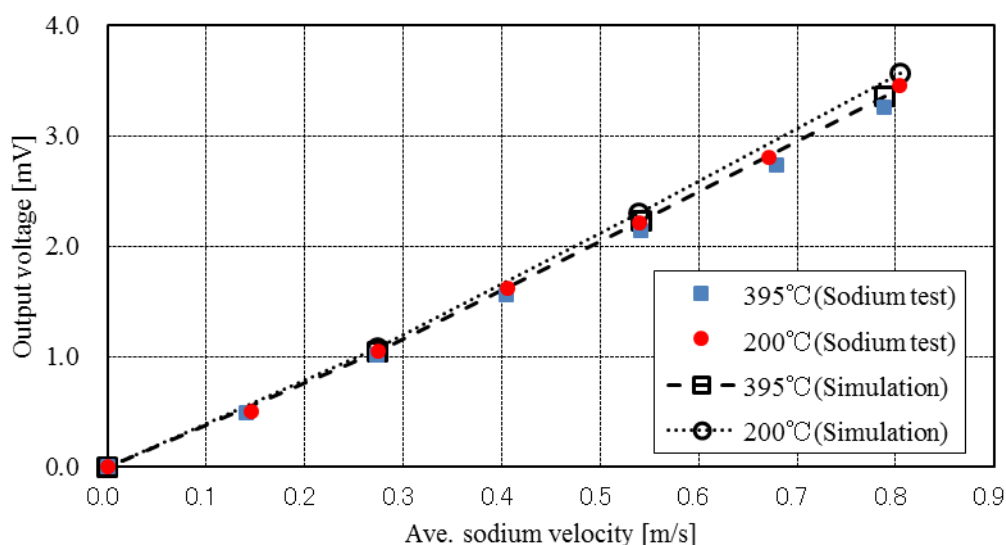


図 3.4.3.2-1 温度依存性試験・シミュレーション比較

3.5 不均一磁場下における流動場の予測

3.5.1 周方向流速分の変化

外部磁場と誘導磁場を足し合わせた全磁場から誘導電流が生じ、流動場にローレンツ力を加える。本シミュレーションで対象としている条件では、前述の様に磁気レイノルズ数 Re_m が 0.013~0.13 と小さく、相互作用係数 N が 0.21~2.1 と 1 を超える状況も出てくるため、電磁力による流動場への影響は比較的大きくなる。配管型 EMF のような一様磁場を与えることが難しい環状流路型 EMF では、U ターン磁場を形成することから磁場が不均一となるため、磁場と流動場の相互作用が性能を評価するために非常に重要となってくる。均一磁場下であれば環状流路でも入口流量を維持し、入口流量の周方向分布が均一なら EMF 近傍でも流量は均一を保つはずであるが、不均一磁場下では周方向位置でかかる電磁力が変化し、EMF 近傍で Na 流速は周方向に分布ができる。これは電磁力による影響であり、3 本の電磁石で形成する U ターン磁場によって生じる不均一性が周方向分布を生み出すためである。加えて、360°モデルでは隣接する EMF の影響が出るため、単体の EMF のみを設置した 60°モデルにおいて検討を行う。図 3.5.1-1 に 60°モデルの入口断面平均流速 0.8 m/s の条件における軸方向流速分布を示す。環状流路厚さ（径）方向における中心断面($R=395\text{mm}$)の流速の周方向分布を平面に展開した図となっている。

図 3.2.2-2、図 3.2.2-3 の外部磁場分布から分かるようにコイル直下で約 0.1 T という強い磁場がかかっており、ここで電磁力による流動抵抗を最も受け、コイル間で外部磁場が 0.001 T 程度と弱くなる端部の領域で流速が大きくなっており、最大と最小の流速差が 2 倍以上となるような不均一な流速分布を形成している。図 3.5.1-1 を見ると、磁場がかかる EMF で生じたこの不均一な流動場は EMF からかなりの下流域まで及んでいることが分かる。図 3.5.1-2 に図 3.2.2-3 と同位置における軸方向の電磁力を赤線で示す。また、併せてそれと同一での径方向の磁束密度分布を黄色点線で示す。横軸は周方向位置、縦軸は電磁力密度である。Z 軸マイナス方向の電磁力は流れと逆方向であることを表し、電磁力は流れにブレーキをかけることを意味する。また、図 3.5.1-3 に入口平均流速 0.8 m/s 条件での軸方向平均流速の周方向分布を赤線で、径方向の磁束密度分布を黄色点線で示す。横軸は流動部の周方向位置、縦軸は軸方向平均流速、径方向の磁束密度を示している。電磁力、流速分布において、周方向に非一様な分布を持っており、コイル間の電極位置の磁場が 0 T に近くなる角度 -10° 、 10° 近傍の領域と端部の -30° 、 30° の領域で他の領域と比較して電磁力が低く、流速が速くなることが分かる。この軸方向のマイナス側にかかる電磁力は周方向の誘導電流 J_θ と径方向の磁束密度 B_r の積で求められる。図 3.3.2-4 より、角度 -10° 、 10° 近傍の領域では誘導電流の周方向成分 J_θ の値が $19,700 \text{ A/m}^2$ 程度となるが、径方向の磁束密度 B_r がほぼ 0 T となり、 B_r と J_θ の積は 0 に近くなる。しかし $\pm 10^\circ$ 付近では磁束密度の周方向成分 B_θ が約 0.075 T、誘導電流の径方向成分 J_r が $15,000 \text{ A/m}^2$ となるため、 B_θ と J_r による電磁力が生じる。ただし、 0° では約 0.049 T の高い磁束密度の径方向成分 B_r と $36,500 \text{ A/m}^2$ の誘導電流の径方向成分 J_θ であるため、相対的に中心部よりも流れやすくなる。同様に $\pm 30^\circ$ の端部も電磁力が弱い領域であり、流れが速くなる。このような周方向の不均一な磁場に起因して電磁力分布が不均一となり、それに応じて流動場も不均一となる。このような不均一性は、配管内で一様磁場がかかる配管型 EMF では生じず、不均一磁場を基本とする環状流路型 EMF 特有の課題となるため、環状流路型 EMF の設計においては、三次元電磁流体シミュレーションによる電磁場－流動場の相互作用の解明が必須となる。

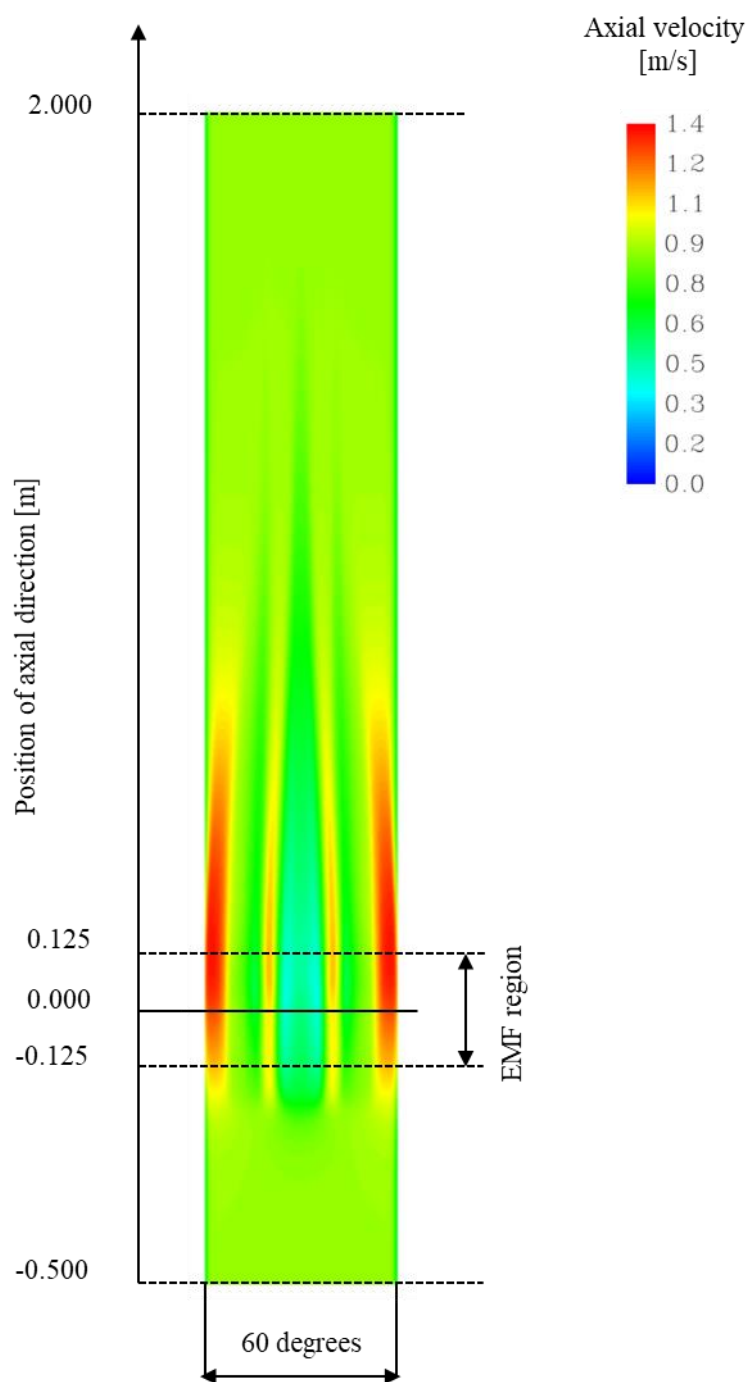


図 3.5.1-1 流路中心周方向流速コンター図 (60 中モデル)

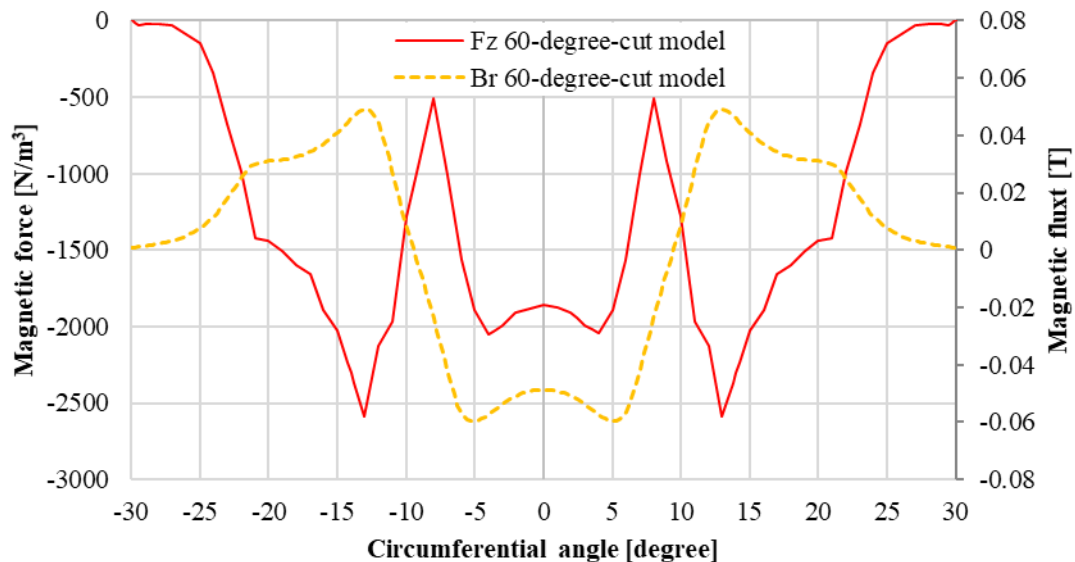


図 3.5.1-2 流路中心電磁力、径方向外部磁束密度分布（60（モデル）

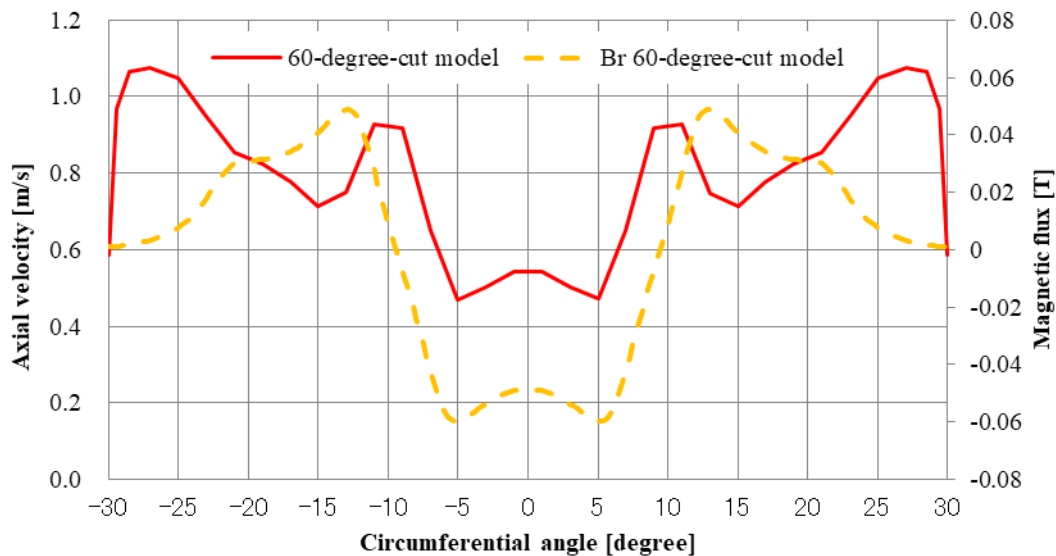


図 3.5.1-3 流路中心軸方向流速、径方向外部磁束密度分布（60 中モデル）

また、周方向の変化に加えて、磁束密度の径方向変化による流動場への影響についても検討を行う。図 3.5.1-4 に 60°モデルにおける周方向中心位置（0°地点）での Z 軸方向流速の径方向分布を示す。横軸は軸方向位置、縦軸は Z 軸方向流速を示す。a)が平均流速 0.8 m/s、b)が 0.27 m/s であり、相互作用係数 N はそれぞれ 0.35、1.0 に相当する。Z は軸方向位置を表し、Z=0.0 m が EMF 軸方向中心となっている。このとき、Z=±0.125 m が EMF の端部であり、マイナスが入口側で上流、プラスが出口側で下流となる。横軸の径方向位置は、内側配管の外表面（0.39 m）から外側配管の内表面（0.40 m）までの流路内の位置を表している。縦軸の流速は、入口断面平均流速で規格化している。a)、b)両条件で共通であるが、Z=-1.5 m から磁場領域直前の Z=-0.250 m までは流速分布に変化はなく、平行平板間の流れでも見られるような発達した流れを形成しているのみである。磁場が印加される EMF 下 (Z=-0.125~+0.125 m) に位置する Z=0.0 m では、主流部が電磁力を受けることで減速、流速分布も平坦化している。径方向流路中心位置 (R=0.395 m) で対称な分布であるが、EMF の下流 Z=0.250 m に至るころには分布形状

が非対称となっていることが確認できる。内側（内側配管外表面）で流速が大きくなり、EMF が取り付けられた直下の外側（外側配管内表面）で流速は小さくなっている。これは、外側配管の外表面に EMF が設置されており、磁束は距離の 2 乗に反比例することから電磁石に近い外側で磁場が強いため、外側で Na がより大きな電磁力を受け、抵抗がより小さい内管側に流れが配分され、分布が偏ったと考えられる。また、周方向中心位置において、EMF より下流側で流速が全体として低くなっているのは、図 3.5.1-3 に示した通り周方向に流量の再配分が起こっており、周方向中心位置では電磁力が大きいため、他の角度に流量が再配分されるためである、このように、環状流路型 EMF においては半径方向および周方向に流量の再配分が生じていることが分かる。加えて、その影響は $Z=0.5\text{ m}$ の下流でも残り、 $Z=1.0\text{ m}$ でも十分な速度回復に至っていない。相互作用係数がより大きい **b)** では、 $Z=1.0\text{ m}$ に至ってもまだ非対称な径方向流速分布が維持され、出口の $Z=1.5\text{ m}$ でようやく径方向の流量が均一化され、速度も入口と同じ値まで回復している。このことから、流路厚さ（ 10 mm ）を D とすると、 $10D$ 程度下流まで EMF 部での流量不均一化の影響が及んでいることが分かる。EMF の下流に他の機器を設置する際には速度分布が回復するまでの距離を十分考慮する必要がある、事前検討は非常に重要である。

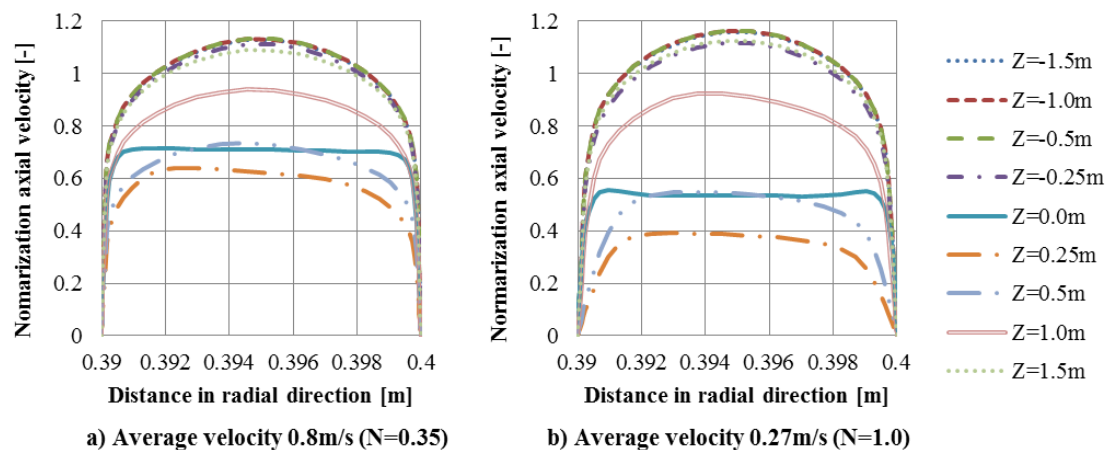


図 3.5.1-4 径方向流速分布（60 向モデル）

3.5.2 壁面境界層における影響

均一磁場下での境界層内流速分布については、電磁力の影響によって慣性底層において速度分布が対数則からずれることを佐竹らが DNS を用いたシミュレーションで示している[3-2]。通常の境界層は対数則にそった形で変化し、CFD ではこの対数則を壁関数としてモデル化等が行われるが、EMF では、図 3.5.1-4 に示す通り、電磁力によって流れが変化するため、対数則から変化することで壁関数を用いる乱流モデルが適用できなくなる。壁関数を用いないで計算をするためには境界層を詳細に格子分割する必要がある、計算負荷が大きくなることから、工学設計を行うための計算でそれは好ましくない。そこで、磁場下での速度境界層内の速度分布の対数則からのズレを評価することは意義がある。そこで、まず不均一磁場下での速度分布を検証するために、図 3.5.2-1 に 60°モデルの平均流速 0.27 m/s 条件における内側配管外表面の壁面近傍の境界層内の流速分布を対数則と比較した結果を示す。この流速は入口断面平均流速を代表流速として相互作用係数を計算した際に 1 となる条件である。縦軸主軸が無次元流速、縦軸第二軸が相互作用係数 N 、横軸が壁面からの無次元距離である。黒点線が対数則を含む壁関数を表している。また、グラフ中の角度は周方向位置を表し、0°が EMF 周方向中心位置、10°が電極設置位置（コイル間中心）、28°が体系の周方向端部近傍を意味している。

同じくグラフ中の Initial flow とは、磁場を与える前、電磁流体シミュレーションの初期状態として計算した定常流動場における周方向位置 28°の流速分布を表している。 y^+ が 1 より小さい粘性底層では、全ての周方向位置で壁関数によく一致している。 y^+ が 2 を超えると、磁場の影響により流速が抑えられはじめ、0°位置では y^+ が 8 を超えたあたりから大きくずれる結果となった。これは、 y^+ が小さい領域、つまり、粘性底層から遷移層の一部では、流速が小さいことから電磁力の寄与も小さくなることによる。10°位置では、 y^+ が 80 あたりで対数則から大きく外れていく。これは、周方向 10°の地点では、流速は断面平均流速に近くなるが誘導電流が小さく、電磁力も小さくなるため、ある程度流速が大きくなる慣性底層から主流部に向けた領域で初めて電磁力の影響が見え始めるためと考えられる。磁場が弱い周方向端の 28°では、遷移層で若干のずれはあるものの、粘性底層～遷移層～慣性底層において壁関数から大きくずれることはない。一方で 0°と 10°を見ると、 y^+ が 10～100 の間で極値を持つような分布となっており、対数則で示されるような壁面からの距離に対して単調に増加する分布ではなくなることが分かる。一般に、高 Re 型 $k-\epsilon$ モデルのような壁関数を用いる RANS 乱流モデルでは、一般的に y^+ が 100 程度を目安に格子を構築することが推奨される。これは、 y^+ が 100 以下の領域については壁関数で流速分布を与えることができるためであり、粗くすることで計算負荷を低減できる。しかし、図 3.5.2-1 から、電磁力が働くと慣性底層での対数則は破たんすることから、磁場下での境界層内の速度分布については電磁力と慣性力のバランスを考慮した新たな壁関数を構築する必要がある。また、Satake らのハルトマン数が 65 程度の条件で行った均一磁場での並行平板間流路での DNS シミュレーション[3-3]と比較すると、本シミュレーションのハルトマン数は 110 と高い値ではあるが、対数則からの乖離が大きくなっていることがわかる。つまり、電磁場がかかる条件下での壁関数は、例えば慣性底層においてはハルトマン数を関数に組み込みながら y^+ の二次関数になるような新たな関数形の構築が必要となると考えられる。

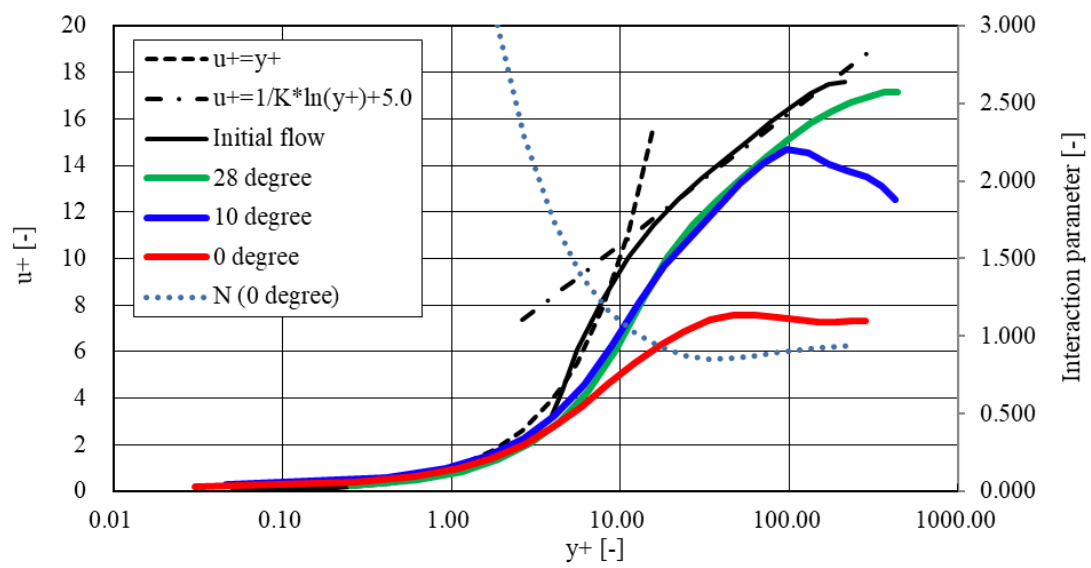


图 3.5.2-1 壁面近傍境界層速度分布

3.6 単セグメント体系 EMF による流量校正の可能性の検討

3.6.1 単セグメント校正の特性シミュレーション

単セグメントでの校正については、3.2 で示した通り、校正施設において周囲に設置した複数台（4S 体系では 6 台）の EMF 全体を同時に校正するのではなく、1 台ごとに校正することで校正施設の小型化、ひいては校正コストの低減を図る。この単セグメント体系での校正においては、前提条件として、フルセグメント体系と出力電圧が一致することが必要となる。また、フルセグメント体系で異なる極性配置をした場合、それが単セグメント体系とどのように異なるかを評価することが重要となる。そのため、同一条件において特性シミュレーションの比較を行う。

図 3.6.1-1 に 360°モデルの同極性・逆極性、60°モデルの出力特性を、表 3.6.1-1 にその詳細な値を示す。図 3.6.1-1 の横軸は平均流速、縦軸は出力電圧を示す。流量はループの配管型 EMF から得られた値であり、平均流速はその流量を環状流路断面積で割った値である。表 3.6.1-1 の誤差計算は以下の式を用いる。

$$Difference = \left(\frac{E_{360} - E_{60}}{E_{60}} \right) \times 100 \quad (3.6.1-1)$$

ここで、 E_{360} は 360°モデルの出力電圧、 E_{60} は 60°モデルの出力電圧である。どの流速においても 60°モデルと近い値を示すのは逆極性の磁場配置となっており、その誤差は最大で 0.6% となっている。それに対し、同極性では最大 14.9% と大きく異なってしまう。このため、単セグメント体系での校正を行う場合には、実機（フルセグメント）での EMF 設置における極性配置を逆極性配置となるように電流方向の設定を行うことで、単セグメント体系での校正時の誤差を最小限にすることが可能となる。

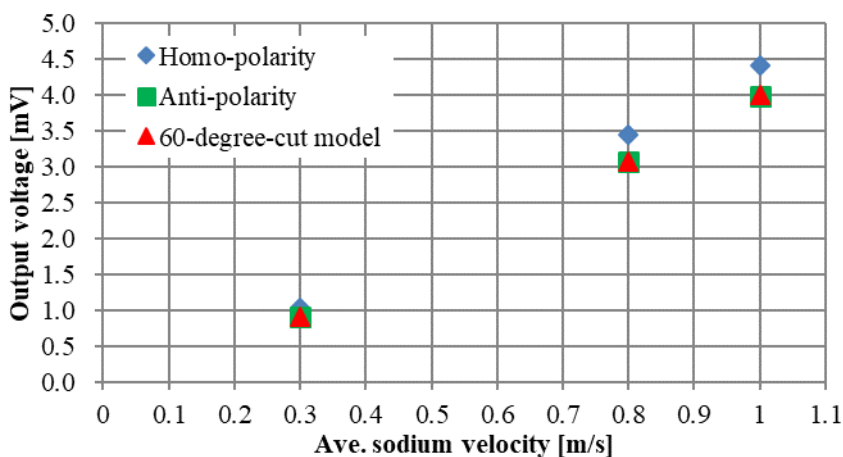


図 3.6.1-1 異なる体系による出力電圧

表 3.6.1-1 出力特性比較

Sodium ave. velocity [m/s]	Output voltage [mV]			Difference [%]	
	Homo-polarity	Anti-polarity	cut-model	Homo-polarity	Anti-polarity
0.3	1.04	0.91	0.91	14.9	0.6
0.8	3.44	3.08	3.08	11.9	0.0
1	4.42	3.99	4.00	10.6	-0.1

上記の極性配置による影響を特性シミュレーション結果から検討する。極性による磁場の変化については、3.2.2 で検討済みであり、磁場については各 EMF で磁場が閉じる同極性配置が 60°モデルと近いことがわかっている。それに対し、出力電圧は逆極性と 60°モデルが近いことから、内部での誘導磁場、誘導電流、そして、電磁力による流速部が異なり、最終的な電位ポテンシャルが大きく異なり、出力電圧に差が生じていると考えられる。

図 3.6.1-2 に入口断面平均流速が 0.8 m/s の条件における図 3.2.2-3 と同一箇所である流路中心部での誘導磁場の周方向分布を、図 3.6.1-3 に同位置での誘導電流の周方向分布を示す。図 3.6.1-2 の誘導磁場では、同極性では端部を表す 30°および 30°において、誘導磁場の周方向成分 b_θ が 0 となるのに対し、逆極性および 60°モデルでは 0 とならず、逆極性配置では誘導磁場が磁極間を通過しているため、端部でも比較的大きな値を取っている。しかし、60°モデルの端部では配管壁外側で誘導磁場が 0 に漸近していくため、流路内である 30°では 0 に近く、同極性配置に似た分布を取る。一方で、-10°、10°付近において、誘導磁場の径方向成分 b_r の分布ではむしろ逆極性が 60°モデルと近い数値を示しており、誘導磁場の周方向成分 b_θ の端部での傾向とは反対の傾向が見られる。このような $\pm 10^\circ$ での誘導磁場の径方向成分 b_r のモデル間の相違は、端部での磁場の挙動によると考えられる。同極性では端部で磁場が跳ね返り、逆極性では端部で磁場が隣接 EMF とつながり、S 極に吸い込まれる。60°モデルでは遠方に抜けていく。このことから、端部で磁場が遠くに抜けるほど $\pm 10^\circ$ での誘導磁場の径方向成分 b_r が大きくなると考えられる。ただし、図 3.2.2-3 の外部磁場と比較すると、誘導磁場の絶対値のオーダーは外部磁場に比べてほぼ 3 桁程度下がるため、外部磁場と比較すると誘導磁場の影響は埋もれてしまう。出力電圧の基となる電位ポテンシャルに対する誘導磁場の分布の影響は小さくなるため、これが 60°モデルと逆極性配置、同極性配置の出力電圧差の原因となるとは考えにくい。図 3.6.1-3 の誘導電流分布においても、逆極性と 60°モデルでは -30°および 30°側において誘導電流の周方向成分 J_θ がほぼ 0 A/m² になるのに対し、同極性側では端部で有限の値を持つ分布となり、同極性の場合には誘導電流が磁極間を通過する。つまり、図 3.2.1-6 で概念的に示したように、逆極性では誘導磁場が端部でつながり、同極性では誘導電流が端部でつながる。誘導電流は電位ポテンシャルによって決まるが、この誘導電流は電磁力、ひいては電位ポテンシャルの計算に必要な流速に影響を与えるため、誘導電流の方が 60°モデルと逆極性配置、同極性配置の出力電圧の差に与える影響は大きい。ゆえに、誘導電流の分布が近いケースで出力電圧の結果がよく一致するものと考えられる。しかし、より大規模なプラントに向けた EMF では、大流量化・大口径化されることにより磁気レイノルズ数が大きくなり、外部磁場に対する誘導磁場の影響が無視できなくなることが予測される。そのため、大規模プラント向け環状流路型 EMF の設計においては、誘導磁場の相違による電位ポテンシャル分布への影響は本研究で対象としている小型プラント向け環状流路 EMF より大きくなってくると考えられる。

また、-10°、10°付近においては誘導電流の周方向成分 J_θ 、径方向成分 J_r 共に全モデルで近い値となる。出力電圧を決める電位ポテンシャルの流路中心 (R=395 mm) および外側配管の外表面 (R=406 mm) での周方向分布を図 3.6.1-4 に示す。流路中心、外側配管外表面の両方の地点において、逆極性と 60°モデルの分布、最大値ともよく一致しており、同極性のみ大きな値を取っている。この結果は、360°に設置する環状流路型 EMF の校正は、実機での逆極性配置を前提とすることで 60°モデルによる校正試験が可能であることを示している。

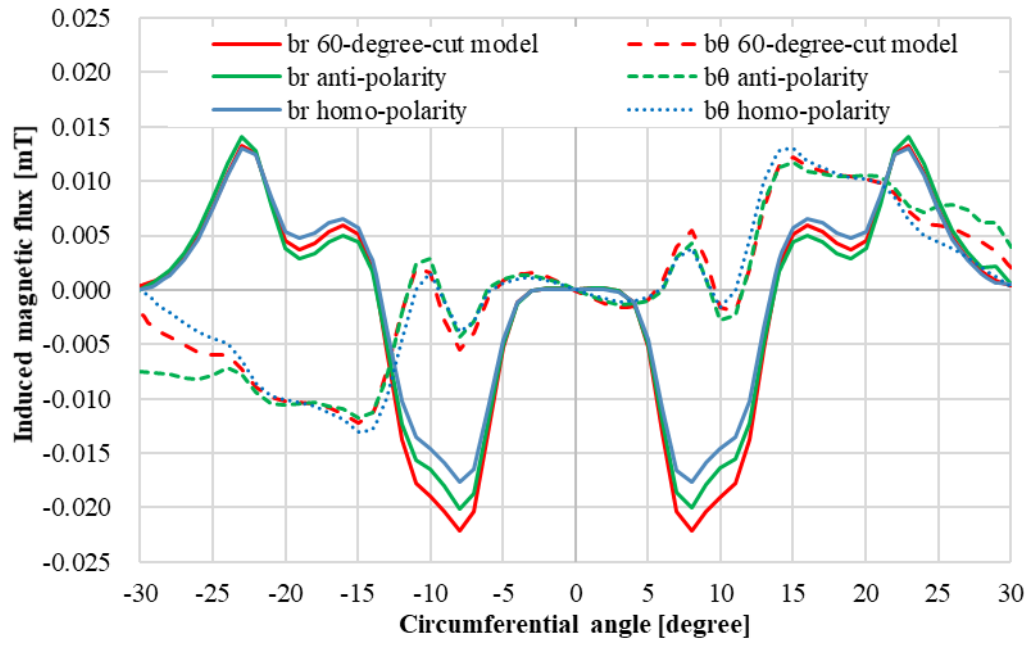


图 3.6.1-2 流路中心誘導磁場分布

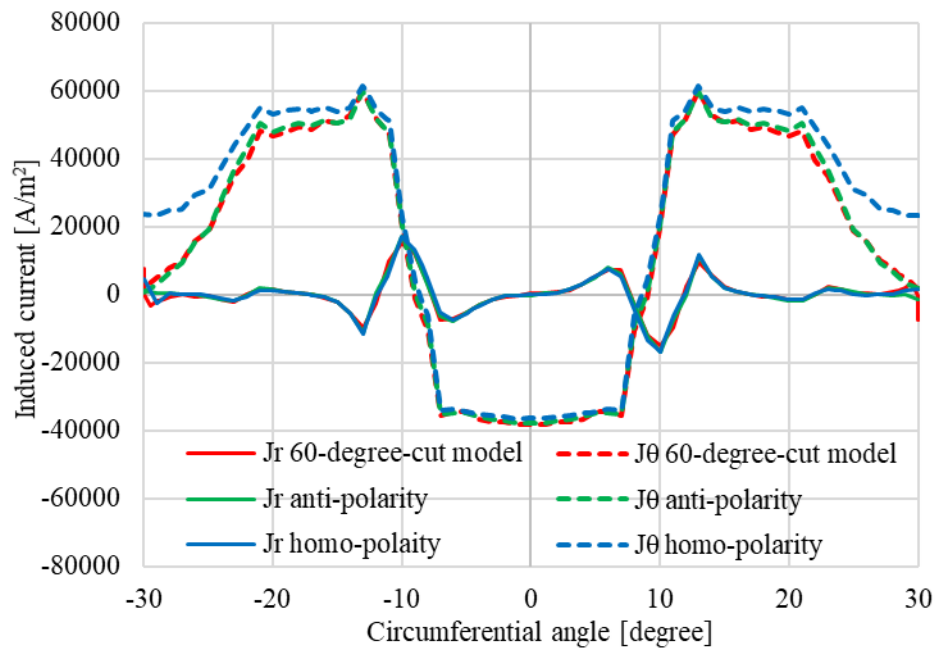


图 3.6.1-3 流路中心誘導電流分布

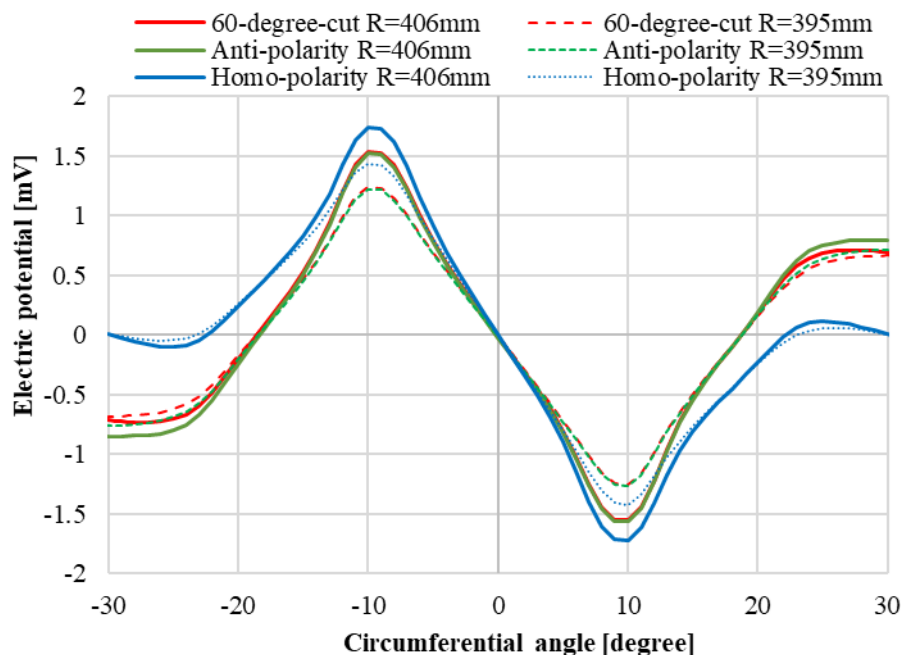


図 3.6.1-4 流路中心、外側ダクト表面電位ポテンシャル分布

3.6.2 単セグメント校正実証試験

フルセグメント体系である 360°モデルと単セグメント体系である 60°モデルの特性を評価するため、表 3.6.2-1 の条件で Na ループを用いた試験を実施し、その出力電圧の比較を図 3.6.2-1 に示す。横軸は平均流速、縦軸は出力電圧を示す。360°モデルにおいては、6 つの EMF の出力電圧の平均値を示している。試験においてもシミュレーションで求められた通り、逆極性配置と 60°モデルの出力電圧が非常によく一致している。同一流量条件での比較ができないため、0.8m/s 近傍の条件にて、出力電圧を断面平均流速で割った出力電圧勾配で比較すると、60°モデルと逆極性は 0.3%程度の違いとなり、非常によく一致している。

この試験結果からもシミュレーションと同様に逆極性配置にすることで単セグメント体系での校正が可能になると判断できる。

表 3.6.2-1 試験条件一覧

a) 360-degree full model			b) 60-degree-cut model		
Flow rate	Ave. velocity	Interaction Parameter	Flow rate	Ave. velocity	Interaction Parameter
[L/min]	[m/s]		[L/min]	[m/s]	
1190	0.80	0.35	194	0.78	0.35
1001	0.67	0.41	160	0.64	0.43
801	0.54	0.51	125	0.50	0.55
603	0.41	0.68	107	0.43	0.64
402	0.27	1.02	70	0.28	0.98
197	0.13	2.09			

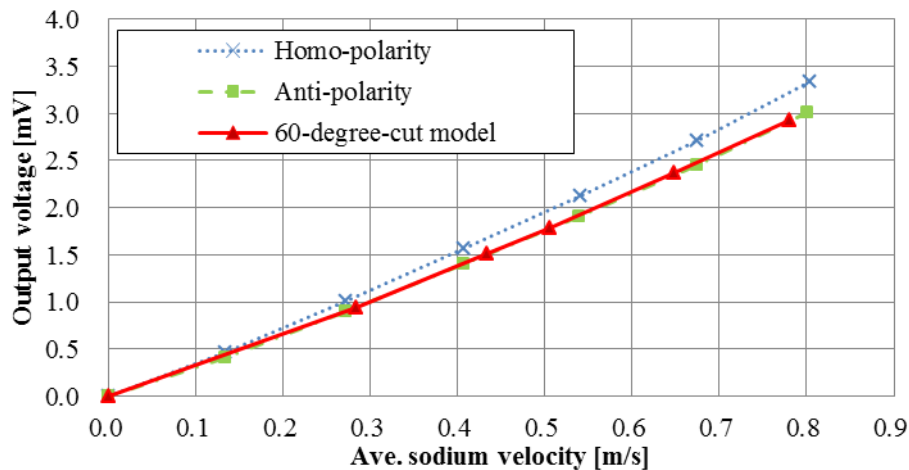


図 3.6.2-1 出力特性試験結果

3.7 まとめ

一次系に配管を持たない4S炉向けに環状流路型EMFが開発されており、M型の電磁石を用いたEMFが提案されている。独自に構築した節点有限要素法を用いた電磁場シミュレーション部と市販のCFDコードを用いた流体場シミュレーションコードを組み合わせた三次元電磁流体シミュレーションコードを用い、新たな概念である環状流路型EMFの流路内で生じる不均一磁場と流動場の相互作用を詳細に評価するとともに、その結果として得られる出力電圧の評価を行った。また、EMFの試作を行い、Naループを用いた試験を行うことで得た試験結果でシミュレーションコードの妥当性の評価を行った。併せて、小規模校正を可能とする実機の極性配置に関して検討し、以下の結論を得た。

- (1) 不均一な磁場を形成する環状流路型EMFにおいて、6台のEMFを環状流路の外部に設置した体系で出力電圧が線形性を持ち、流量計として適用可能であることをシミュレーションで確認した。また、実証試験を実施し、試験においても同様の特性が得られることを確認した。環状流路型EMFの実証試験とシミュレーションの出力電圧における誤差は4%程度であったことから、本シミュレーションコードは実用的なコストで、出力電圧を予測できる。このことは同時に、不均一磁場下における流体と電磁場の連成現象を本研究で構築した三次元電磁流体シミュレーションコードによって評価できることを示している。また、十分な予測精度があり、設計においても本コードは適用可能であると考えられる。
- (2) 温度条件が200~395℃の異なる温度域においてもEMFは正常に動作し、出力電圧については、測定精度としては4.5%程度の誤差となり、温度依存性はさほど大きくないことが分かった。また、温度依存性のシミュレーション評価は十分な精度があり、各種物性値を変更することでより高い精度での予測が可能となる。定格運転から温度域がずれる起動時や停止時において精度が必要な場合は、異なる温度で校正のための係数を取得し、実機ではNa温度を元に流量の補正を行うことで更に高い精度で適用可能となる。
- (3) 本研究で構築した三次元電磁流体シミュレーションコードで得られたと実証試験の結果から、複数のEMFを設置する体系における隣接EMFの影響を予測可能であることを確認した。不均一な磁場が形成されている環状流路型EMF直下の流動場は、磁場が強い領域で流動抵抗が大きく、磁場の弱いコイル間領域で流速が速くなる分布となり、同一流路内で流量の偏りが生じる。この流量の偏りは短時間では回復せず、EMF通過後から環状流路高さの10倍ほどの距離

が必要となる。このため、下流域に他の機器を設置する場合には事前のシミュレーション評価が重要となる。また、電磁力の影響により、壁面近傍の境界層において、磁場下では y^+ が10～100の範囲で大きく対数則からずれる。磁場下での y^+ が10以降の速度分布は、対数則のように y^+ に対して単調増加ではなく、極値を持つような分布になることが分かった。また、その極値の位置は局所的な磁場の強さ（ハルトマン数 Ha ）に依存して変化する。

- (4) 複数台の環状流路の周囲に設置する実機体系であるフルセグメント体系での校正ではなく、校正施設の小型化のため、環状流路を台数分で分割した一つの分割流路で1台ごとの単セグメント体系での校正を行うことでコストの低減が可能となる。この単セグメント体系での校正において課題となるフルセグメント体系(360°モデル)と単セグメント体系(60°モデル)での出力電圧の差を検討した。磁力線が隣接する EMF につながり、誘導電流が繋がらない 360°モデル逆極性配置で得られる出力電圧を、周方向端が配管で閉じられた隣接 EMF が存在しない流量校正用 60°モデルの出力電圧と比較し、60°モデルの出力電圧は逆極性配置のそれとよく一致し、流速においても同様の傾向を示すことが分かった。また、極性配置を変えた磁力線が隣接する EMF につながらず、誘導電流がつながる同極性配置と 60°モデルでは出力電圧が異なることから、電磁場と流動の相互作用の結果として得られる出力電圧に対して、支配的なのは外部磁場分布ではなく、誘導電流分布であることが分かった。本結論から、実機では環状流路型 EMF を周方向に逆極性配置でコイル電流の向きを調整することにより、単セグメント体系 (60°モデル) による小規模校正が可能であることが確認できた。

謝辞

本論文は、特別会計に関する法律（エネルギー対策特別会計）に基づく文部科学省からの受託事業として東芝が実施した平成 22 年度「流量拡張性に優れ苛酷環境に適用する電磁流体解析に関する研究開発」の成果を含む。

本論文に掲載の商品の名称は、それぞれ各社が商標として使用している場合があります。

第4章 電磁ポンプにおける電磁場－流動場の相互作用

4.1 はじめに

1章で述べた通り、電磁機器の設計においては三次元の電磁流体シミュレーションコードが必要とされており、2章にてEMPの解析に使用する非定常三次元電磁流体シミュレーションコードの詳細について述べた。本章では、不安定性現象が課題となる大型のEMPにおいて、シミュレーションを実施し、試験結果と比較することで本シミュレーションコードの妥当性検証を行う共に、コードを用いた不安定現象の再現、評価を行う。3.2節でシミュレーションモデルであるETECで試験された定格 $160\text{ m}^3/\text{min}$ 、吐出圧 0.25 MPa の大型EMPの体系を示し、解析のための条件を提示する。3.3節では、定常での異なる流量での吐出圧の解析を行い、最大Q-H特性曲線を作成する。また、シミュレーションの妥当性を評価するため、試験結果との比較を行う。3.4節では、EMPの不安定性の原因といわれる周方向で不均一な流速を与えることで不安定性現象の再現とその境界について検討を行う。また、以降では、ETECで実施された定格の $160\text{ m}^3/\text{min}$ のEMPをETEC 160m3と呼称する。

4.2 シミュレーションモデルと条件

4.2.1 ETECにおける大型電磁ポンプ試験

米国のETEC(Energy Technology Engineering Center)のNaポンプ試験施設にて、世界最大規模のEMPの試験が実施された。本EMPは1997年より要素試験が行われ、高温に耐える大容量のNa浸漬型EMP用のコイルの製造技術が確立された。その後、1998年から2000年にかけて、EMPの設計・製造がおこなわれ、2000年から2001年にETECにて試験が行われた[4-1]。ETEC 160m3のEMPの概要図を図4.2.1-1に、設計時のステータ画像および試験施設への導入時の画像を図4.2.1-2に、設計仕様を表4.2.1-1に示す。ステータとは、移動磁場を形成するためのコイルと鉄心部分を指す。本EMPはダブルステータ方式であり、環状流路の外側にアウトーステータ、内側にインナーステータを有している。コイル部の全長は 4.4 m 、アウトーステータの外径は 1.9 m 、インナーステータの外径は 1.0 m と通常のEMPよりも大型である。重量についても、全体で 61 ton であり、導入時には写真に示すようにクレーンにて搬入された。コイルについては内側のステータで84コイル、外側のステータで84コイル、合計168コイルで構成されている。内側ステータと外側ステータのコイルの極性は軸方向で一致する。このコイルには三相交流の電流が印可され、2つのコイルを一つの相として扱うため、6本のコイルで1ポールとなり、全体で14ポールとなっている。なお、本EMPの前に、流量が $44\text{ m}^3/\text{min}$ の比較的小型のEMPも設計されており、構造等はこちらで検討された技術が用いられている[4-1]。

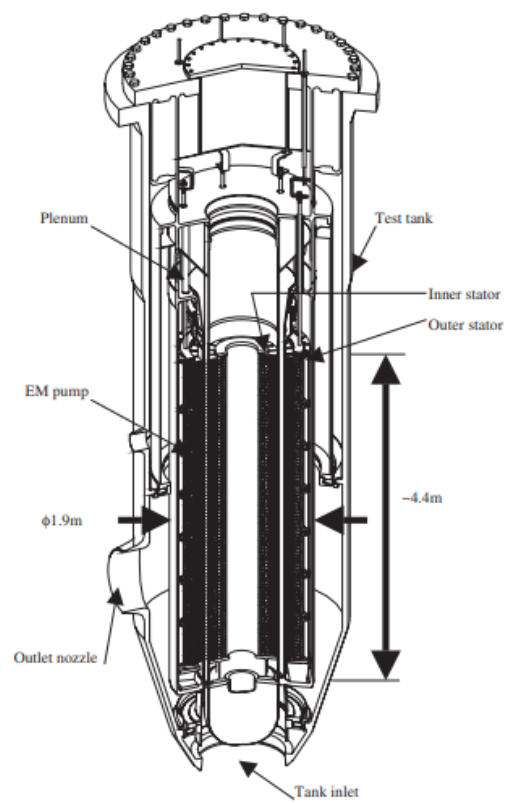


図 4.2.1-1 ETEC 160m3 EMP 概要図 [4-1]

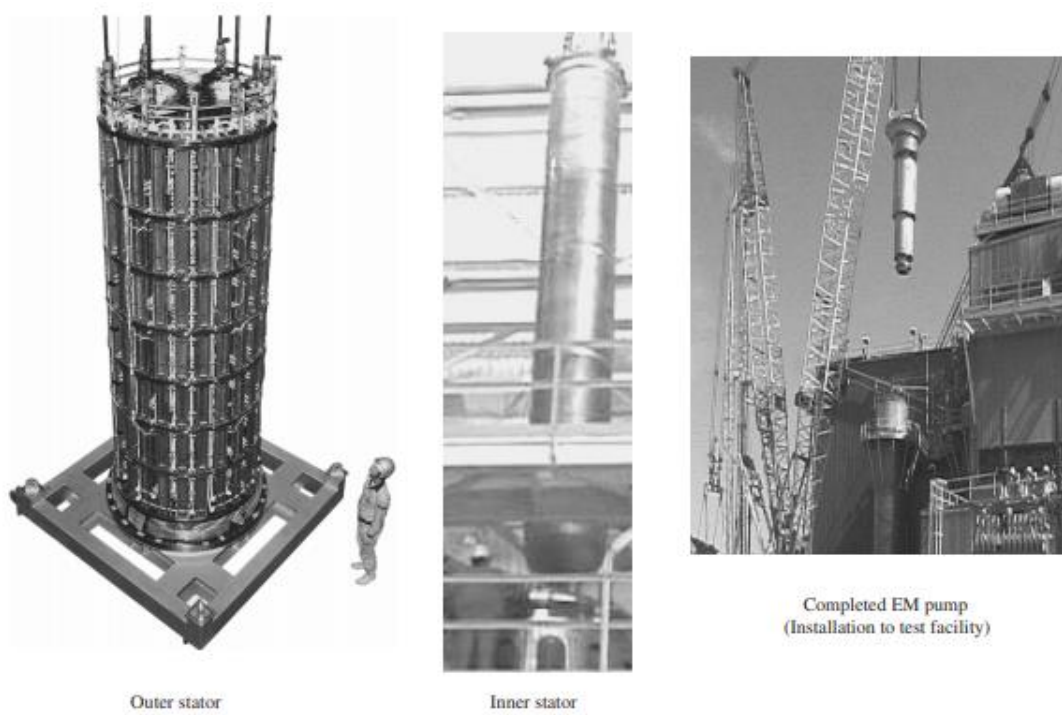


図 4.2.1-2

EMP 内部、外部ステータ画像、導入時画像 [4-1]

表 4.2.1-1 設計仕様[4-1]

Items	Specification
Pump type	ALIP
Flow rate	160 m ³ /min
Developed pressure	0.25 MPa
Sodium temperature	335°C
Design specification	
Input power	1680 kW
Terminal voltage	1350 V
Phase current	884 A
Frequency	20 Hz
Re_m (Magnetic Reynolds number)	6.42
Slip	0.16
$Re_m \times \text{Slip}$	1.06
Number of poles	14
Flow gap	77 mm
Flow velocity	10.4 m/s
Number of coils	84×2
Outer dia. of casing	1900 mm
Material specification	
Boundaries:	SUS304, ALLOY625
Stator iron:	Electrical steel
Coil electrical insulations:	Alumina cloth, glass cloth and mica tape
Coil conductors:	Copper

4.2.2 試験条件

図 4.2.2-1 に ETEC における Na ループの装置レイアウトを、図 4.2.2-2 に試験の計測系を示す。30B 配管のメインのラインではベンチュリ型の流量計を、18B 配管のバイパスラインには EMF が使用されている。図 4.2.2-1 のテストタンク中に EMP を浸漬させ、試験を実施している。EMP の入口と出口の環状流路には 6 つの圧力計を設置し、周方向の変化をとらえることが可能となっている。この圧力計は渦電流式の圧力トランスデューサーであり、1.4 kHz 以上の高い周波数応答性となっている。また、内側と外側のステータの鉄心部に磁束密度測定のためのサーチコイルが設置されており、磁束密度の分布を測定することができる。設置個所は軸方向に 3 点（4, 8, 12 極部）に 60 度間隔で 6 つ設置されている。表 4.2.2-1 に ETEC 160m3 EMP にて実施した試験条件の一覧を示す。ポンプの Q-H 特性曲線取得試験の他、待機状態での磁場測定等が実施されている。

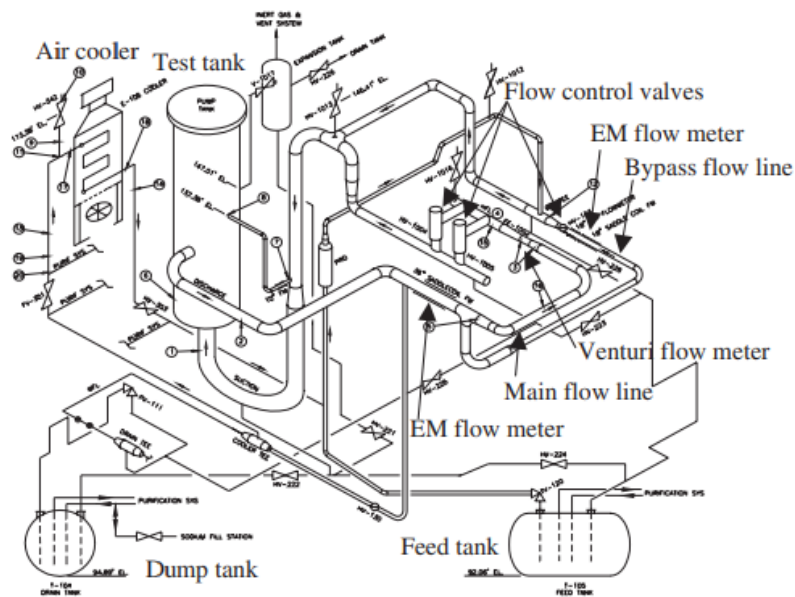


図 4.2.2-1 Na ループ装置レイアウト図[4-1]

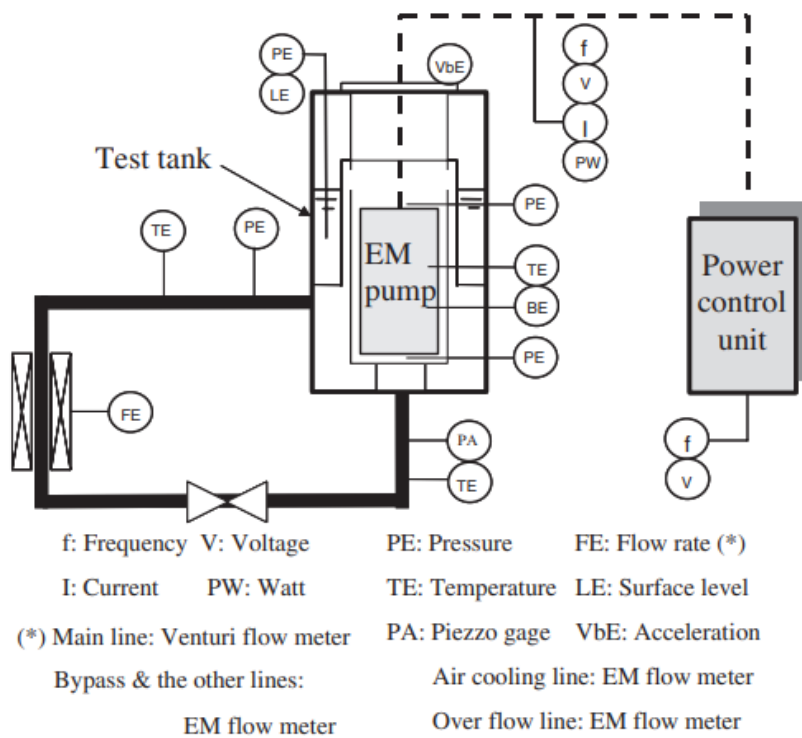


図 4.2.2.-2 EMP 試験計測系概要図[4-1]

表 4.2.2-1 試験項目一覧[4-1]

Atmospheric magnetic field measurement	Magnetic field measurement at annular flow path and stator iron core	Acquisition of magnetic field characteristics inside pump without load
Operating condition optimization test	V/f ratio optimization test	Establishment of pump rated conditions (rated frequency and voltage)
	Frequency sweep test	Confirmation of pump resonance frequencies (4 to 26 Hz)
Pump performance test	Q-H mapping test	Confirmation of pump performance and controllability
	Internal temperatures measurement test	Measurement of pump internal temperatures
Heat cycle test		Confirmation of stator supporting function, 200°C-335°C-200°C, total 2 cycles
Over stress test	Cavitation test	Confirmation of cavitation coefficient
	Over current test	Confirmation of design margins by loading over current and current step change
Flow coast down test		Confirmation of feasibility of controlled flow down
Post-test inspection	Visual checkout, He leak test, Electrical checkout	Confirmation of pump integrity after sodium test

4.2.3 試験結果

ETEC にて取得された定格の 30%の電流を 20Hz の周波数で流した条件における磁束密度分布を図 4.2.3-1 に、内側および外側ステータ近傍の周方向磁束密度を図 4.2.3-2 に示す。この磁場測定では、Na は入っていない大気状態で測定されている。図 4.2.3-1 の横軸はポンプ入口からの流れ方向の距離を、縦軸は磁束密度を示す。図 4.2.3-2 の横軸は環状流路の周方向位置を、縦軸は入口から軸方向に 12 番目のコイル位置での磁束密度の周方向を示す。この磁束密度は、環状流路の内部にホール素子を挿入し、ポンプの入口から出口まで軸方向にスイープすることで測定している。図 4.2.3-1 から全周でほぼ同じ磁束密度となり、その差は 5%以内で周方向に差はないことがわかる。1000~4000mm 辺りで一定とならずに磁束密度が振動変化している。これは、コイル、鉄心、環状流路の寸法の製造精度等の差が原因であると想定されるが、ポンプの駆動上は問題ないと考えられる。また図 4.2.3-2 より内側のステータの方の磁束密度は外側のステータの磁束密度よりも高いことが分かる。これは、ステータのサイズ（内外の周長差による鉄心のサイズやその隙間の距離など）に起因する変化であり、設計上問題ないと報告されている[4-1]。

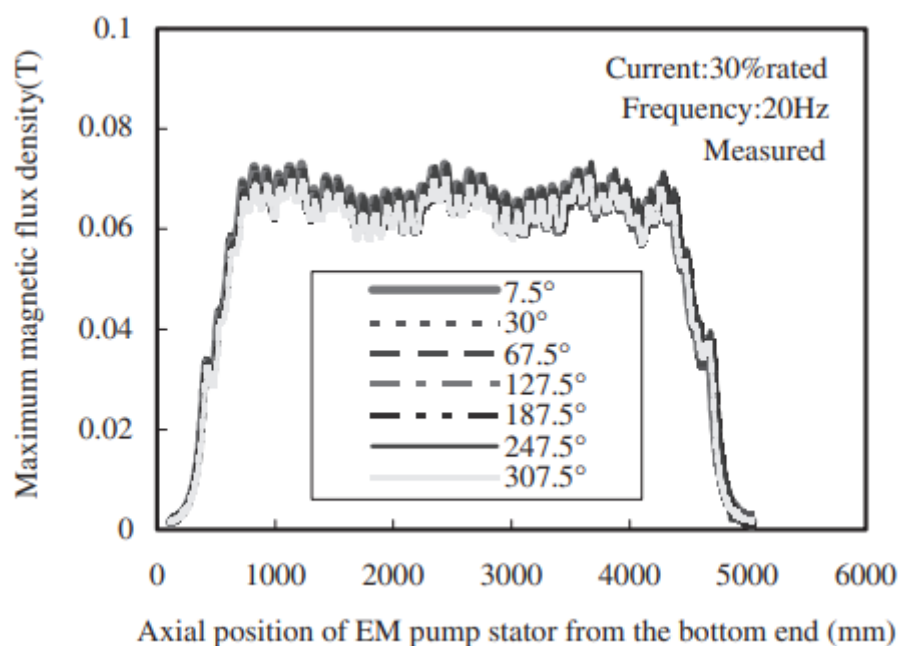


表 4.2.3-1 磁束密度分布[4-1]

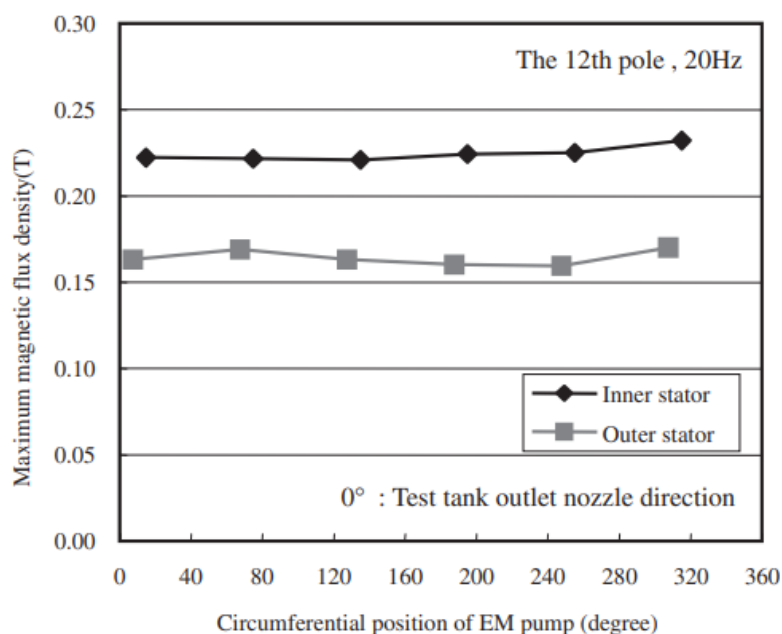


図 4.2.3-2 周方向磁束密度分布[4-1]

次に、実際に Na を用いて得た Q-H 特性曲線の試験結果の結果を図 4.2.3-3 に、 $Re_m \times slip$ と吐出圧の関係を図 4.2.3-4 に示す。4~23Hz までの間で周波数を変更し、異なる特性を得ている。 Re_m は磁場の拡散と流体運動による磁場の輸送の影響の度合いを示す磁気レイノルズ数、 $slip$ は磁場の移動速度と流体の速度の比であるスリップ比を表し、その積は誘導磁場と外部磁場の比を表す磁気レイノルズ数を意味する。図 4.2.3-3 に示す流量と発生圧力の関係において、4Hz の条件のみ右下がりの特性となるが、他の周波数条件では、ある流量でピークを持ち、それ以上の流量で右下がりの特性となっていることがわかる。一般に、EMP では安定性の問題からこの右下がりの領域での運転が望まれる。それゆえ、この Q-H 特

性の評価は EMP では非常に重要となる。また、図 4.2.3-4 において、ポンプの吐出圧はどの周波数帯でも $Re_m \times slip$ の値が 1.4~1.5 付近で最大となることがわかる。

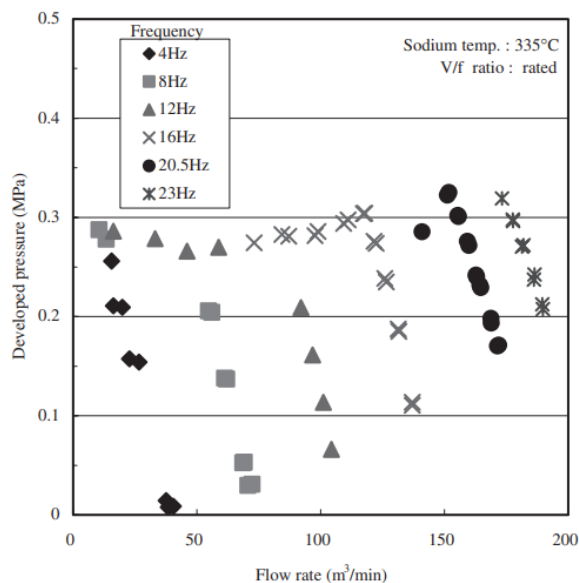


図 4.2.3-3 Q-H 特性曲線データ[4-1]

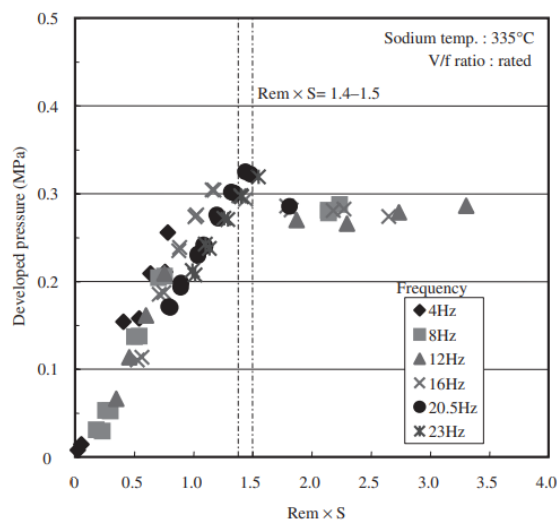


図 4.2.3-4 $Re_m \times slip$ と吐出圧の関係[4-1]

4.2.4 シミュレーション体系と条件

4.2.3 節で示した試験体系を元に作成した EMP シミュレーション体系の中心断面を図 4.2.4-1 に示す。コイルは実機同様に全体で 168 コイルを模擬している。通常のコイルは 16 ターンであるが、端部ではコイルのターン数を変更するグレーディングを行っている。これにより、EMP の端部の鉄心部における磁場の急激な変化に伴う負の電磁力を抑えることができる。このグレーディング技術については、荒関らによってシミュレーションによる検討がなされ、効果が確認されている[4-2]。本シミュレーションの計算格子は、EMP 領域に加え、この EMP の上下に流体部の加速距離を 500mm ずつ設けた。図 4.2.4-2 にシミュレーションの格子モデルを示す。2 章で示した通り、計算格子は MHD を解く領域と流体シミ

ュレーションのみの2種類のモデルが存在している。また、EMP シミュレーションでは、3章で示した EMF のシミュレーションと異なり、コイル部で生じる印加磁場もシミュレーション内で解く関係上、磁場の空間広がり再現するために、EMP 外部の空気領域もモデル化する。その端部としてはポンプケーシングが存在しており、この領域までの空間を解く。ポンプケーシング以降の領域は、コイルと鉄心のみのシミュレーションで内部の磁束密度に影響を及ぼさない範囲を計算している。計算格子点数は流体側で約 42 万、MHD 側で約 108 万である。

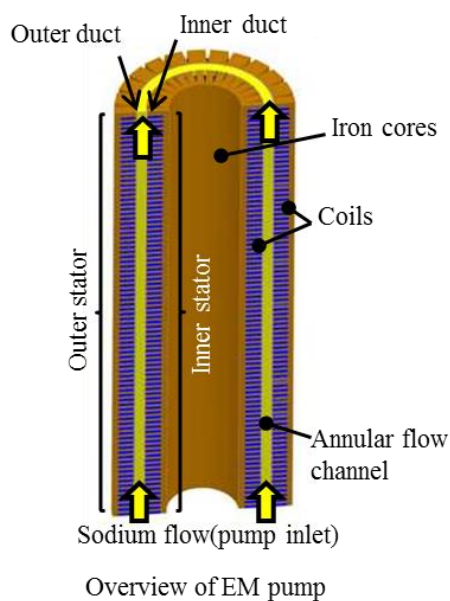


図 4.2.4-1 シミュレーション体系図

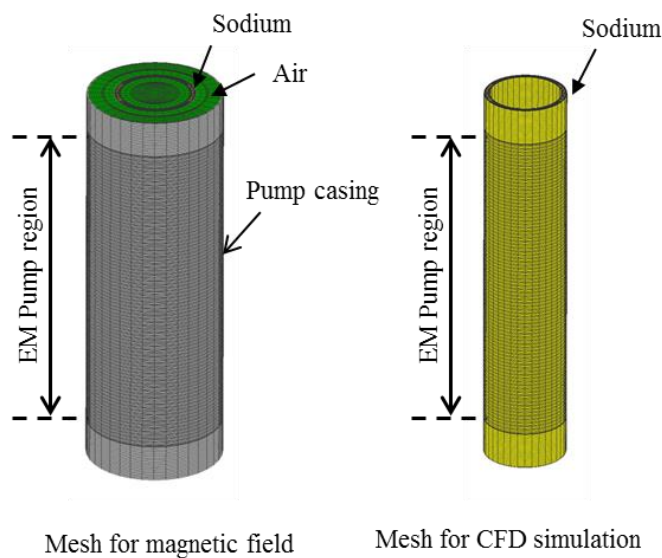


図 4.2.4-2 シミュレーション格子図

表 4.2.4-1 にシミュレーションの条件を示す。4.2.3 で示した試験条件と同一の条件とした。周波数については、定格となる $160 \text{ m}^3/\text{min}$ で 20.4Hz および 16Hz 近傍での条件とした。また、コイルの電流値は試験において U, V, W 相で異なり、その異なる値を入力しているが、ここでは 3 相の平均値のみを示す。非定常計算時の時間刻みについては、磁束密度の変化が 1%以下となるまでに細かくし、タイムステップ幅の影響が出なくなる時間幅を検証し、コイルに印可する交流電流の 1 周期の $1/200$ をタイムステップとして計算した。また、シミュレーションの安定性を高めるため、事前に流体場のみを解き、安定した定常状態の流動場をスタート条件としている。

表 4.2.4-1 シミュレーション条件

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Flow rate [m^3/min]	141	151	156	159	164	172	73	117	126	137
Invel ave. velocity [m/s]	9	9.7	10	10.2	10.5	11	4.7	7.5	8.1	8.8
Frequency [Hz]	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	15.9	15.9	16	16.1
Average coil currents [A]	344	333	323	313	298	282	341	302	28.1	253
$\text{Re}_m \times \text{slip}$ [-]	2.01	1.63	1.47	1.36	1.20	0.93	2.82	1.31	1.02	0.67

4.3 Q-H 特性と流動場の評価

4.3.1 Q-H 特性曲線によるシミュレーションコードの精度検証

試験と同様に、Na を用いた特性評価の前段階として、無負荷（Na なし大気状態）条件での磁場のシミュレーションと試験の流路中心における軸方向の磁束密度の比較を図 4.3.1-1 に示す。横軸は軸方向位置、縦軸は磁束密度を示す。始点については、シミュレーション結果を 400 mm 下流側にずらし、磁場の上昇位置が一致するようにしている。本無負荷磁場試験では、定格の 30% のコイル電流値での測定であるため、シミュレーションにおいても同一の電流値としている。また、本シミュレーションでは、以降の Q-H 特性曲線の試算と異なり、1 周期の 1/100 をタイムステップとして計算を行っている。

図 4.3.1-1 から、シミュレーションで求めた磁束密度分布は、試験に比べると大きな変動は少ないが、微小な変動やその絶対値に関する傾向はよく一致していることが分かる。4500mm 以降の磁束密度が低下を開始する位置が異なっているが、試験における始点位置を合わせるように位置をずらしているため、ここでの磁場のずれが、下流部での現象の違いを表しているかどうかの評価は必要である。

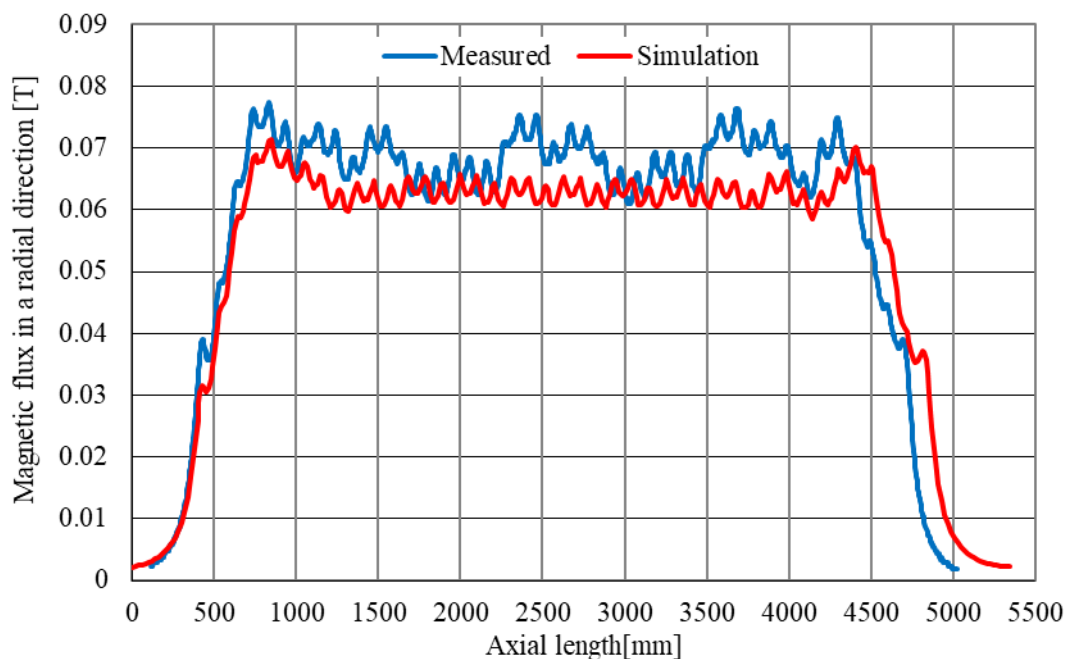


図 4.3.1-1 無負荷磁場シミュレーション結果

シミュレーションで予測した無負荷磁場試験の磁束密度が試験結果とよく一致しているため、次に Na 流を含む三次元電磁流体シミュレーションを実施する。図 4.3.1-2 に 159 m³/min, 20.4 Hz 条件における吐出圧のシミュレーション結果と同条件の試験結果を示す。図中の点線は、安定してから平均値を示す。図 4.3.1-3 に 141 m³/min, 20.4 Hz の低流量条件の圧力の時間変化を示す。図 4.3.1-2、図 4.3.1.3 の横軸はシミュレーションを開始してから経過時間を、縦軸は吐出圧を示す。試験の値は運転開始直後ではなく、定常となっている状態のデータであり、シミュレーションは起動時からのデータを示す。試験データは安定した吐出圧となっているのに対し、シミュレーションは起動時に若干のオーバーシュートしている傾向がみられる。しかし、その後の時間では安定しており（周期的な振動状態）、0.2 秒以降に着目すると、試験とシミュレーションはほぼ同じ周期での圧力変動となっている。また、周期的な振動は他の試験やシミュレーションでも発生している圧力振動 Double-Supply-Frequency(DSF)であり[4-3]、シミュレ

ーション結果は試験で得られた特性をよく再現できている。このことは、本研究で開発した三次元電磁流体シミュレーションコードが非定常な電磁場と流動場の連成を比較的良好に再現できると考えてよい。

初期の起動を除く、値が安定した振動となる 0.2 秒後以降の値を平均化し、吐出圧として Q-H 特性曲線をまとめた結果を図 4.3.1-4 に示す。横軸は Na の流量 Q を、縦軸は吐出圧(揚程) H の平均値を示す。Q-H 特性曲線のピークよりも低流量側で振動が大きくなることが確認されている[4-1]。20Hz, 16Hz の条件ともに、吐出圧が流量の増加に伴い低下する特性曲線を再現できている。試験とシミュレーションの誤差は 6%以内で一致している。しかし、試験で見られるような Q-H 特性曲線のピークは再現できず、流量の低下で吐出圧は上昇している。振動数 20.4 Hz、流量 $140 \text{ m}^3/\text{min}$ 条件において、試験では不安定現象が発生し、吐出圧が振動しているが、シミュレーションでは高流量条件から安定的に吐出圧が上昇している。このことは、シミュレーションにおけるこの条件では、不安定性現象が起きておらず、試験を再現できていないと考えられる。

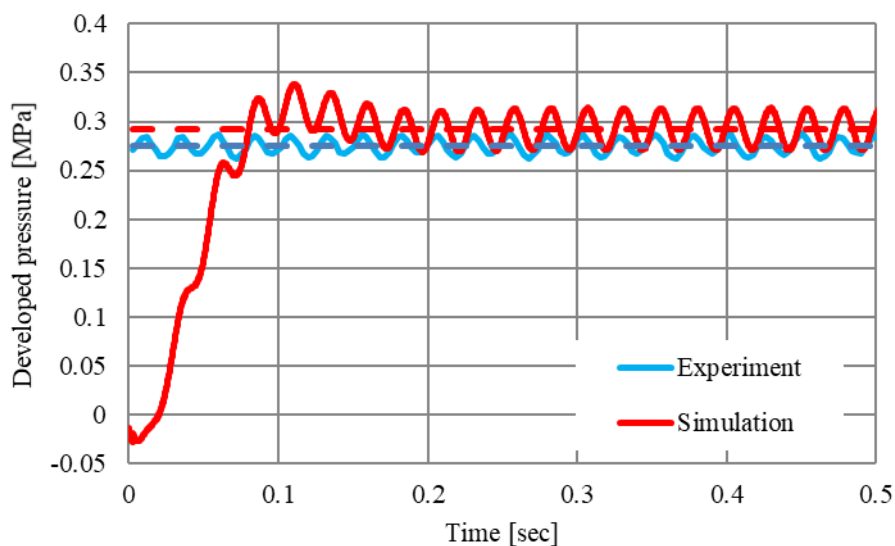


図 4.3.1-2 吐出圧の時間変動比較(No. 4 条件)

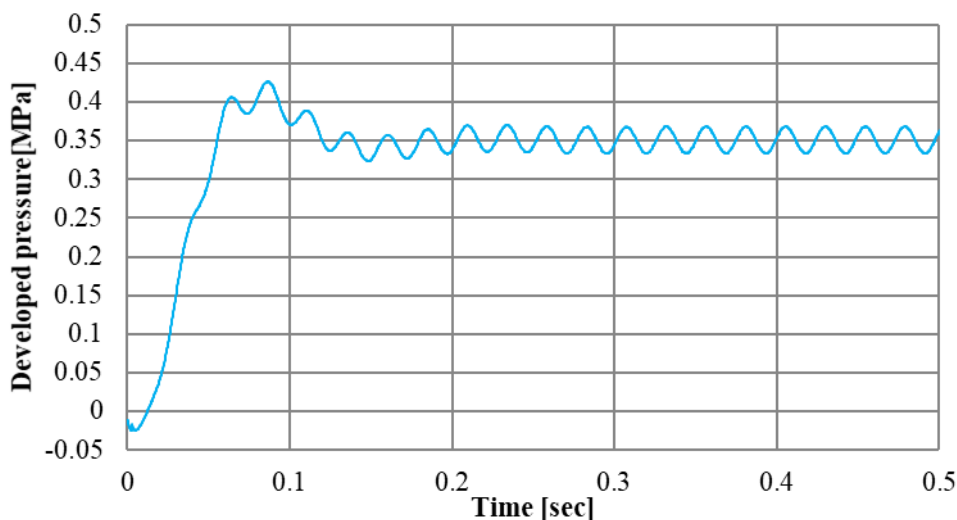


図 4.3.1-3 低流量条件における吐出圧の時間変動(No. 1 条件)

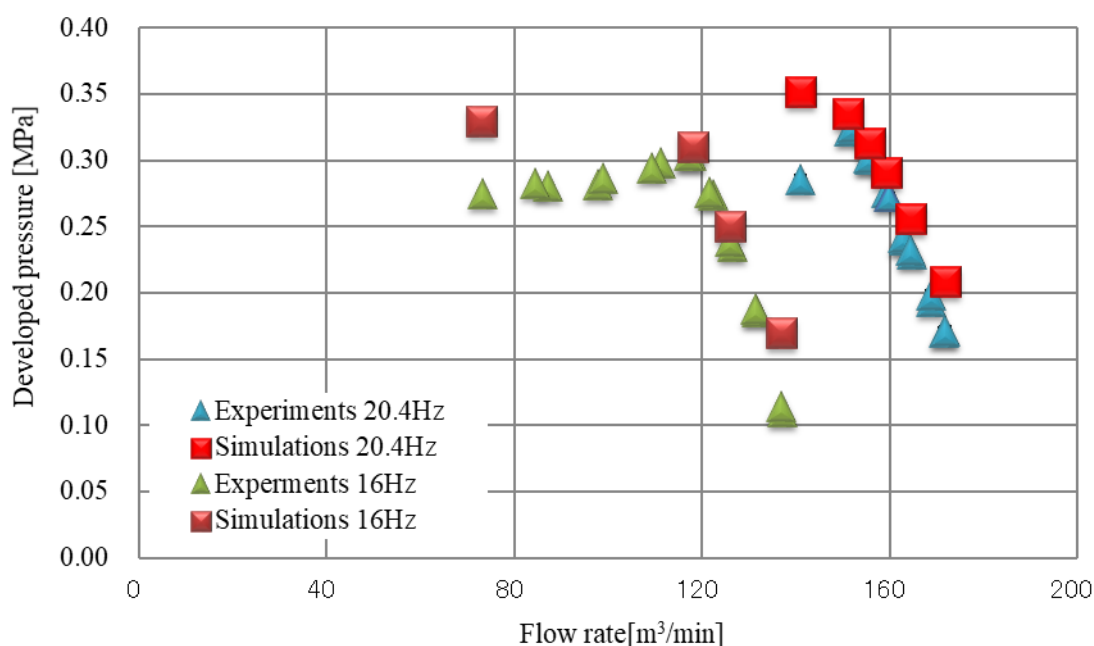


図 4.3.1-4 Q-H 特性曲線シミュレーション結果

4.3.2 磁場による流動場への影響評価

EMP 流路中の Na はコイルに三相交流の電流を流すことによって生じる移動磁場によって駆動される。その際、図 4.3.1-1、図 4.3.1-2 に示すように吐出圧も振動しているので、内部圧力の状況の評価するために、159 m³/min 条件における流路中心断面における周方向の Na 中の圧力分布（等高線図）を図 4.3.2-1 に示す。図 4.3.2-1 は環状流路中心断面を展開しており、横軸は周方向の角度を、縦軸は流れ方向の位置を示す。ポンプ入口から徐々に圧力が上昇し、0.32 MPa まで到達していること、周方向は完全に均一な分布となっていることがわかる。等高線が周方向に一定であることから、周方向に均一な磁場、流速であれば、内部の圧力が均一に上昇すると考えられる。

図 4.3.2-2 に 159 m³/min 条件における入口から 4000 mm における Na 流の径方向の z 軸方向流速分布を示す。横軸は環状流路の中心軸からの距離を、縦軸は流速を示す。0.49 mm 付近に内側配管の壁が、0.57 mm 付近に外側配管の壁がある。流速分布への電磁力の影響を評価するため、磁場がかかっていない流動場を青点線で示す。交流磁場は Na 中を通過する際に表皮効果で内部では減衰するため、Na 中にかかる磁場の磁束密度は均一とはならず、ステータから離れるにつれて下がっていく。ここで、表皮効果とは交流電流が導体を流れる際に電流密度が導体の表面で大きく、表面から離れると小さくなる現象のことである。このため、ステータが設置されている壁面近傍で電磁力による影響を受ける割合が高くなり、電磁力がかかることで、壁面近傍の流速が増加し、本来低下するための壁面近傍の流速が高くなり、平坦な流速分布となる。また、内側のダクト（中心軸側）の方が、外側のダクト（大気側）よりも流速が高くなる傾向がみられる。これは、内側と外側のコイルの周長差や鉄心間の隙間などのサイズ差によるものであり、図 4.2.3-2 に示すように、内側ステータの磁束密度が外側ステータよりも高くなるのが原因であると想定される。

定格運転点における安定駆動状態では、周方向の流況も均一となり、径方向についても一定の状態が維持される。しかし、この状態は理想的な状態（寸法公差・据付交差なし、コイル断面の導線分布が一樣、など）であり、実際には様々な要因にて不均一部分が存在し、それにより流動場に不安定性が生じ、ポンプ吐出圧力も変動する。

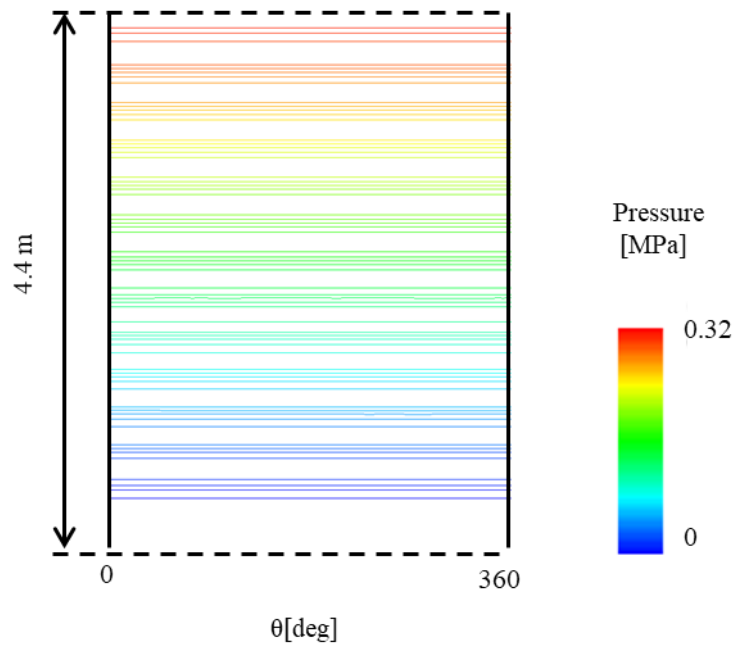


図 4.3.2-1 内部圧力軸方向分布(No. 4 条件)

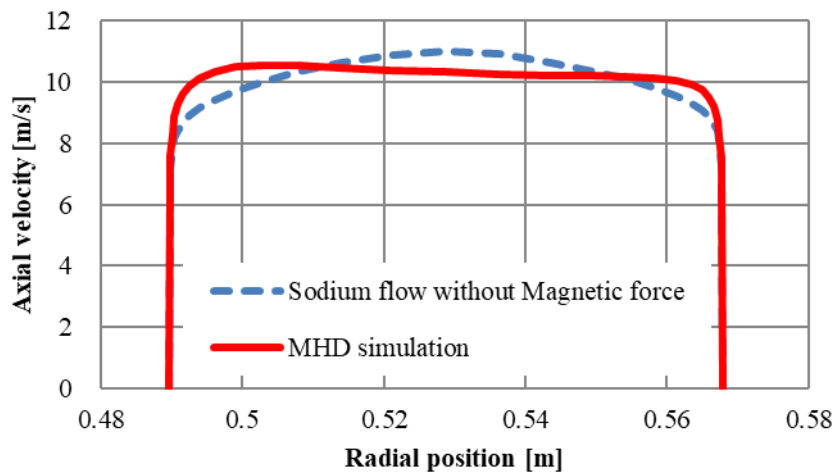


図 4.3.2-2 環状流路内部径方向流速分布(No. 4 条件)

4.4 不安定現象のメカニズム評価

4.4.1 不安定現象の発生条件

不安定性現象については、荒関らによって、二次元の MHD シミュレーションコードと試験を用いた詳細な検討がなされている。荒関らは定格で流量 $0.21 \text{ m}^3/\text{min}$ 、吐出圧 0.2 MPa の EMP にて不安定性の検討を行った。EMP 試験の試験にて $Re_m \times \text{slip}$ が 1 以下となる条件で圧力変動の振幅が増大し、不安定現象が発生すると定義している。また、計算においては、周方向の流量や磁場の不均一性に起因すると想定し、 θ - z 断面内の周方向と軸方向を解く二次元計算コード MHDFLOW-EMP2D-TZ を用いた評価を行っている。HDFLOW-EMP2D-TZ では、径方向の計算格子は 1 層となっている。このコードを用いて周方向の不均一成分として、磁束密度、流速条件を周方向に 10~30% 変動させた条件にて不安定性現象の再現シミュレーションを行い、 $Re_m \times \text{slip}$ が 1 を超える条件にて、一定の流量および磁場の不均一条件以上で不安定性現象が発生することを明らかにした[4-4]。このため、本研究においても、同様に周方向の不均一性を与えることで不安定現象の再現シミュレーションを実施する。

図 4.4.1-1 にシミュレーションの入口条件となる周方向に不均一性を持たせた流量分布を示す。平均流速に対し、最大・最小で 30% の変化を正弦的に持たせている。流量条件は表 4.2.4-1 に示した No.1 の $141 \text{ m}^3/\text{min}$ 条件である。本条件は試験において圧力低下と不安定性現象に起因すると思われる圧力振動が発生していたにもかかわらず、シミュレーションでは圧力低下も振動も生じていなかった条件である。

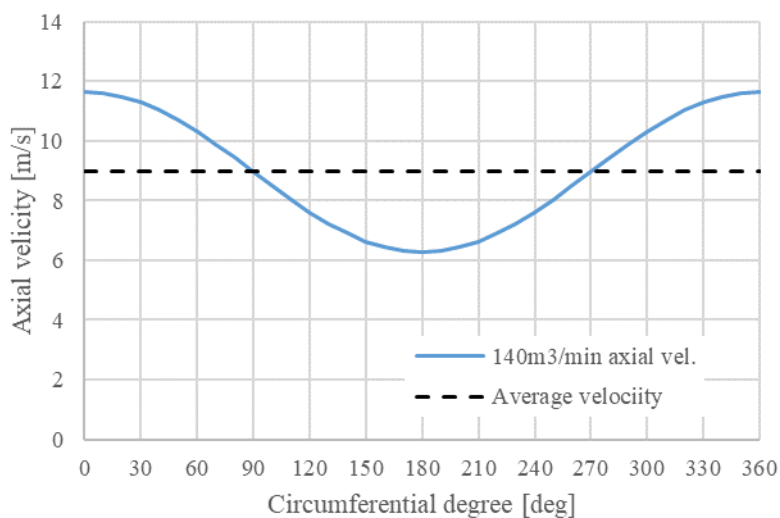


図 4.4.1-1 周方向流速分布条件 ($140 \text{ m}^3/\text{min}$ 条件)

4.4.2 流速不均一条件による不安定性現象

4.4.1 で示した条件を元に三次元電磁流体シミュレーションを行い、不安定性現象が生じるか評価した。図 4.4.2-1 に三次元電磁流体シミュレーションで得られた圧力の時間変動を示す。通常時との比較を行うため、均一流速を与えた同一条件でのシミュレーション結果を示す。横軸はシミュレーション開始からの経過時間、縦軸は吐出圧を示す。均一流入条件では安定した振動となるが、不均一流入条件の場合、明らかに均一流入条件のケースに比べて異なる圧力振動が発生しており、その大きさも低下している。この圧力振動の周波数を特定するため、高速フーリエ変換を用いて評価した圧力振動のスペクトルを図 4.4.2.2 に示す。両条件とも 40 Hz 付近にピークがあり、不均一流入条件では、加えて 1 Hz あたりの低周波数にピークがみられるようになっている。このように本研究で開発された三次元電磁流体シミュレーションコードを用いて得られた結果、高周波成分は流入条件によって変わらず、不均一流入条件では低周波振動が発生するという現象は、荒関らの二次元電磁流体シミュレーション結果にも見られる[4-4]。以上のことから、流量の不均一性が発生圧力の不安定性現象の要因になることを本研究の三次元電磁流体シミュレーションコードを用いた評価からも明らかになった。

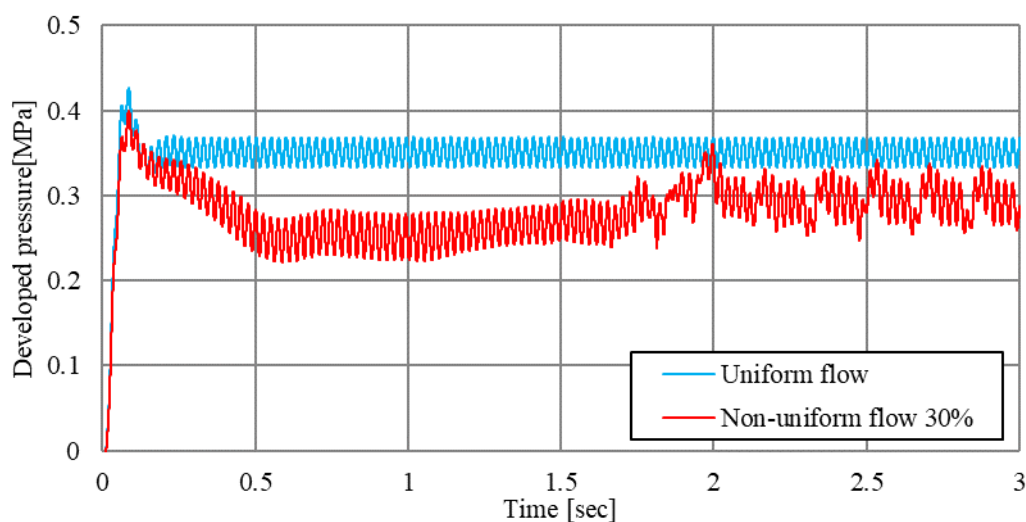


図 4.4.2-1 不均一流速による圧力時間変動

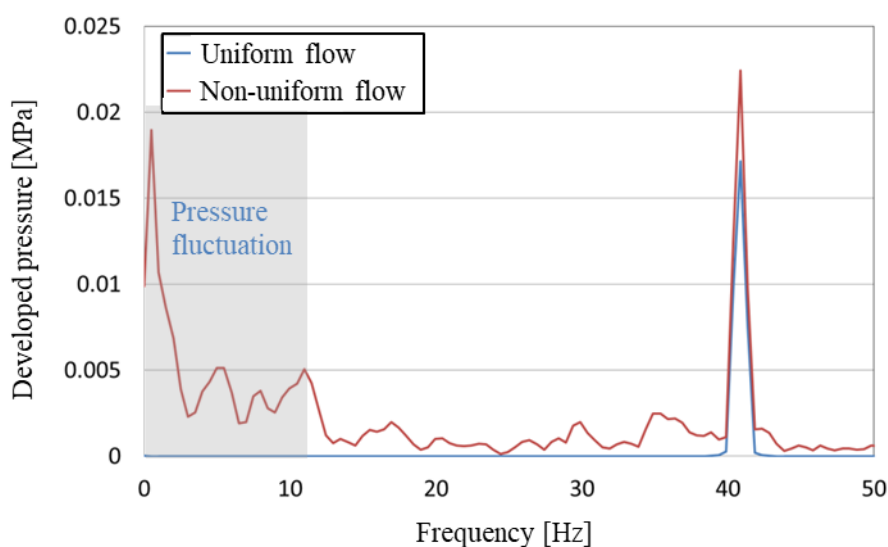


図 4.4.2-2 圧力振動の振幅スペクトル

不安定性の発生と発達状態について検討を行うため、起動から 3.0 sec 後までの軸方向流速の流路内断面分布のコンター図を図 4.4.2.3 に、0.4、1.8、2.0 秒における渦近傍のベクトル図を図 4.4.2.4 に示す。横軸は周方向位置、縦軸は軸方向位置を示す。コンターカラーは軸方向流速であるため、マイナスとなる青い領域は流れが逆流している状態を表す。初期の 0.2sec では、初期条件の不均一流速分布が軸方向に一様に残っている。0.4 sec 後には EMP 出口付近で負の流速を伴う逆流が発生し、1 sec まででそれが発達、その後、渦となって 1.5 sec 以降はその大きさと位置が変動していることがわかる。図 4.4.2-3 において、1.7 sec までは負の軸方向流速流域が単一で存在、左右に振動しているが、それ以降は分裂、消滅を繰り返しながら変動している。図 4.4.2-4 を見ると、1.8 sec では、二つの渦が発生していることが確認できる。図 4.4.2-1 の吐出圧の時間変化から、1.7 sec くらいまでは圧力低下のみで低周波の振動は起きていないのに対し、1.7 sec が不均一な低周波の振動発生が開始しているタイミングであることから、このような渦の分裂、消滅の繰り返しが不安定性現象の原因となっていることと言える。

また、この渦が発生している 180°地点と比較して安定している 0°における軸方向の流速分布を図 4.4.2.5 に示す。初期の 0.2 sec では安定した分布であるのに対し、0.5 sec 付近で EMP 出口において、流路一部の周方向位置での径方向の流量が負となり、その変動に合わせて、Na が 0°側に流れ、0°側で流速が上昇、流量の再配分が起きていることがわかる。2.0 sec 後には、負の流速域がまた周方向で変動し、図 4.4.2-3 に示したように渦の位置が周方向で変化していると考えられる。

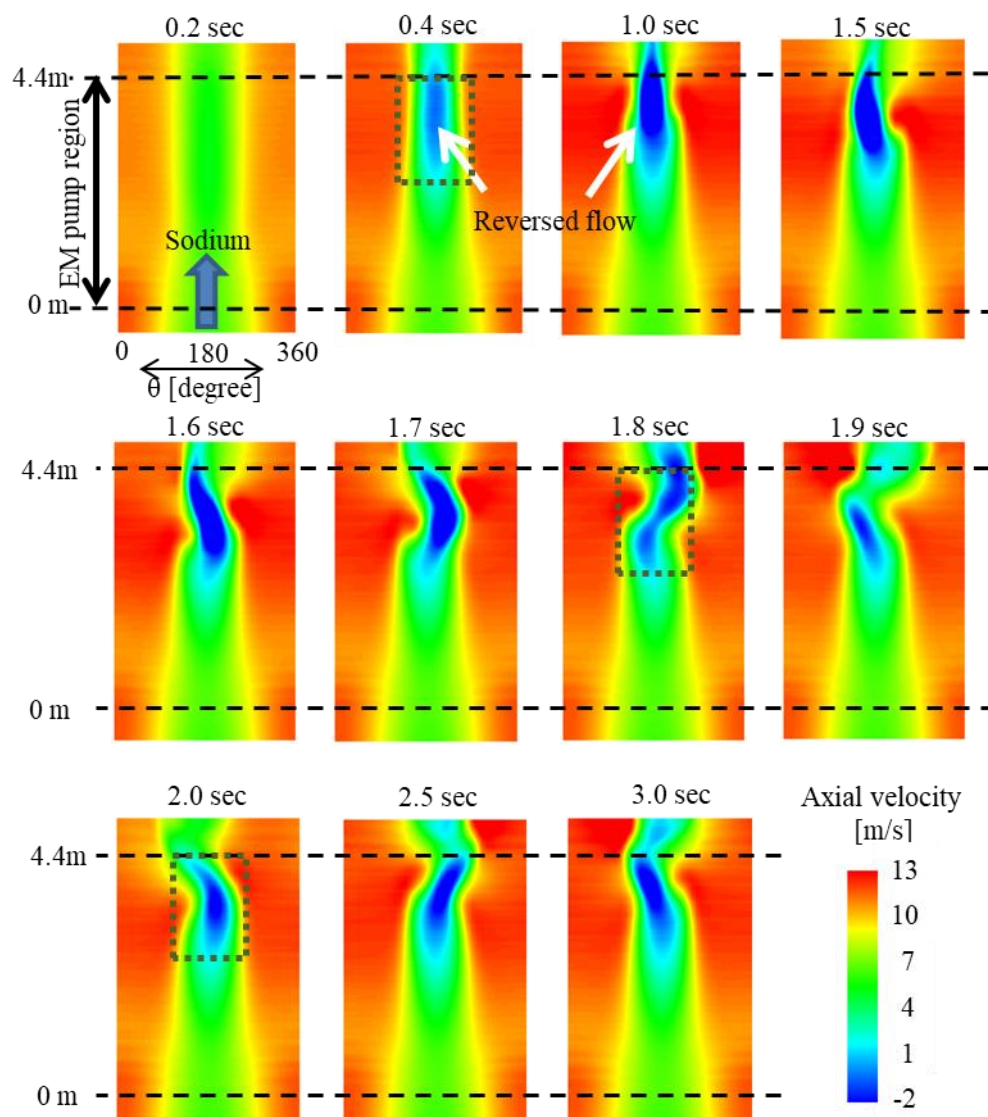


図 4.4.2-3 流速不均一分布時間変化

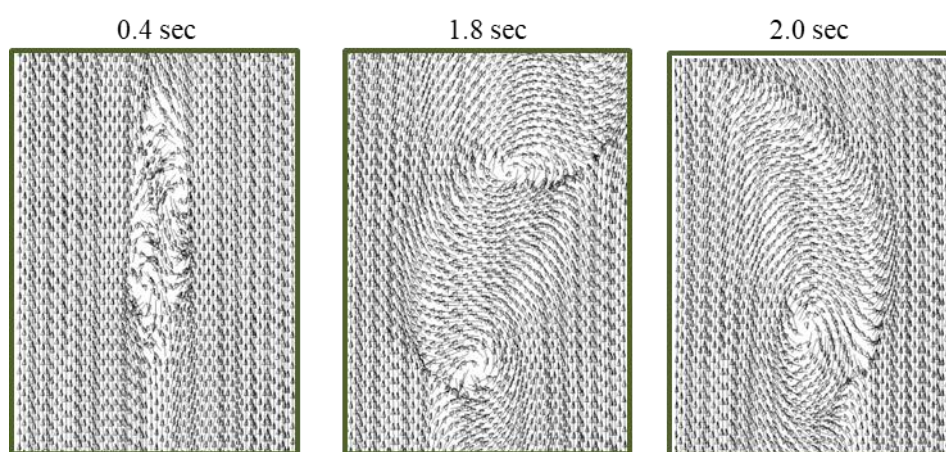


図 4.4.2-4 流路内部渦状態ベクトル図

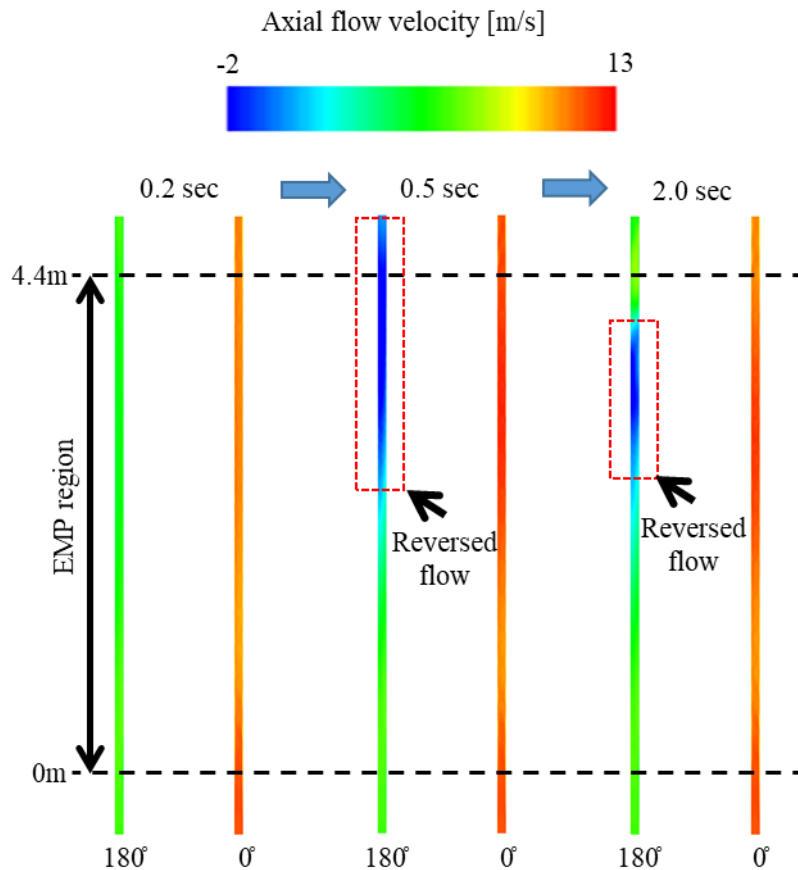


図 4.4.2.5 軸方向流速分布コンター図

これらの流速分布が電磁力からどのように影響を受けているかを評価するために、図 4.4.2-6 に 1.7 sec での周方向 0°、90°、180°位置における瞬時の軸方向電磁力分布を示す。横軸は軸方向位置、縦軸は電磁力を示し、負の電磁力は軸方向とは反対向き、つまり流れのブレーキをかける方向の電磁力である。0°、90°、180°の位置は図 4.4.1-1 で定義された周方向角度と同じである。軸方向位置 4.5 m の EMP 端部における負の電磁力は通常の EMP で必ず現れる漏れ磁場によるもので、EMP 端部における急激な磁場が原因で生じた DSF である[4-2]。また、本来ならば均一になるべき周方向の電磁力も大きく変動しており、180°においては、0°、90°位置よりも各振動の極値、つまりピーク位置がずれていることがわかる。これは、Na の流動によって生じる誘導磁場が EMP の磁場に対して大きくなり、誘導磁場との合成で全磁場が Na 流方向に向くため、流速の大幅な変化に起因して、周方向の電磁力が不均一になることが原因であると考えられる。図 4.4.2-7 は瞬時の電磁力を時間変動の 1 周期で時間平均化した分布である。横軸、縦軸、測定箇所は図 4.4.2-6 と同一である。瞬時値と同様に、180°の領域で他の 0°、90°と異なる分布を示している。また、図 4.4.2-7 において、1.5 m 付近と比較すると 3.5 m 付近の電磁力が 0°、90°、180°の各領域で低下しているが、これは渦の発生と消滅により、流れ場や磁場の分布が変化していることが原因であると考えられる。

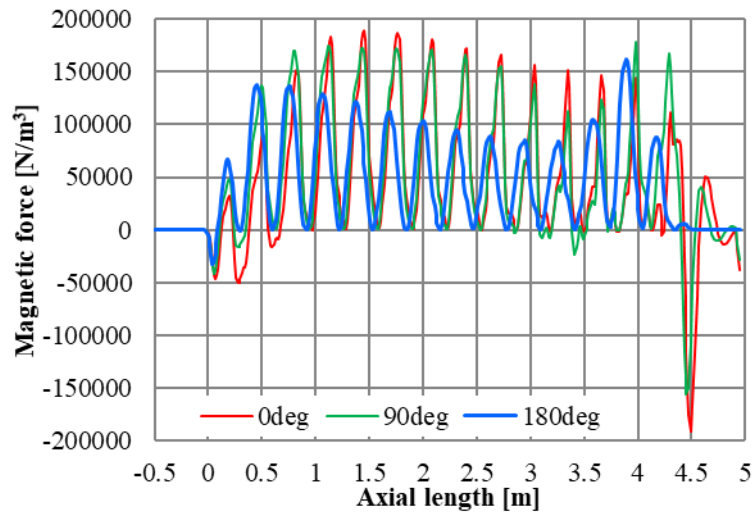


図 4.4.2-6 軸方向電磁力瞬時値分布

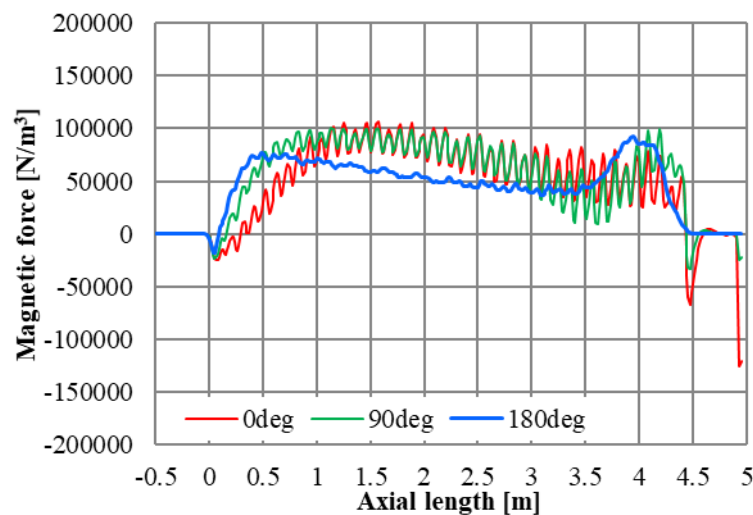


図 4.4.2-7 軸方向電磁力平均値分布

周方向に不均一な流速分布を与えた際に生じる不安定性現象の発生個所については不均一分布の形（大小）に依存するが、そこで逆流が生じ、渦が発生する発生メカニズムについては不明である。そこで、初期の渦発生時の流速分布を考察する。図 4.4.2-3 から 0.2 sec から 0.5 sec の間に EMP 出口において初期に逆流が生じているため、それを踏まえ、図 4.4.2-6 には 0.3 から 0.5 sec までと、2 sec の EMP 出口近傍の周方向 180°における径方向断面の流速ベクトル図を示す。右側面が内側ダクト、左側面が外側ダクトを表し、縦の 4.4 m は軸方向位置で EMP 出口を意味、横幅はダクト高さ（径方向）を示している。0.3 sec 時点ではすべて軸方向に流れているが、0.377sec 付近にて、外側ダクト側の壁面近傍に逆流が発生し始める。その後、それを種に壁面近傍で複数の小さな渦が発生・発達し、やがて外側ダクト壁面近傍の逆流が広がり、大きな渦に発達していることがわかる。EMP 出口での逆流の原因の一つとしては、EMP 出口で見られる負の軸方向電磁力によることが考えられるが、図 4.4.2-6 の 0.377 sec で見られるように外側ダクト壁面近傍で発生する渦は EMP 出口手前の軸方向位置 3.5 m 付近まで間欠的に生じているため、一概に負の電磁力が原因とは考えにくい。EMP 入口の流速分布の不均一性は、移動磁場によって流れが加速される過程の中で周方向の速度差が軸方向のせん断応力を生み、それが流れを曲げる

力となり、曲がった一部の流れが他の流れに衝突して部分的に逆流が生じることも考えられる。つまり、径方向断面での流速分布の不均一性、それによる渦の形成・発達が、不安定性現象の発生要因の一つとして考慮する必要があると考えられる。

また、本 EMP においては、安定状態から不安定状態へ敢えて移行させるべく EMP 入口、出口側のバルブを操作することで圧力損失を変化させることで Q-H の運転動作点を変化させ、不安定性現象を発生させる試験が行われている。この試験において、Q-H 特性曲線ピークの高流量側から低流量側に動作点を変更すると、ピークを越えたところから数秒のオーダーで圧力振動が生じることが確認されている[4-1]。不安定性現象が発生するまでの時間も試験とシミュレーションで差がほぼないことから、周方向の不均一流速分布による不安定現象の再現シミュレーションの結果は十分に正しいと考えられる。

図 4.4.2-1 と同様に、不安定性シミュレーションの結果を Q-H 特性曲線に追加した結果を図 4.4.2-7 に示す。本結果は初期の変動を除いた 0.5sec 以降の圧力値を平均して求めている。不安定性現象が生じることで、試験と同様に揚程が低下していることがわかる

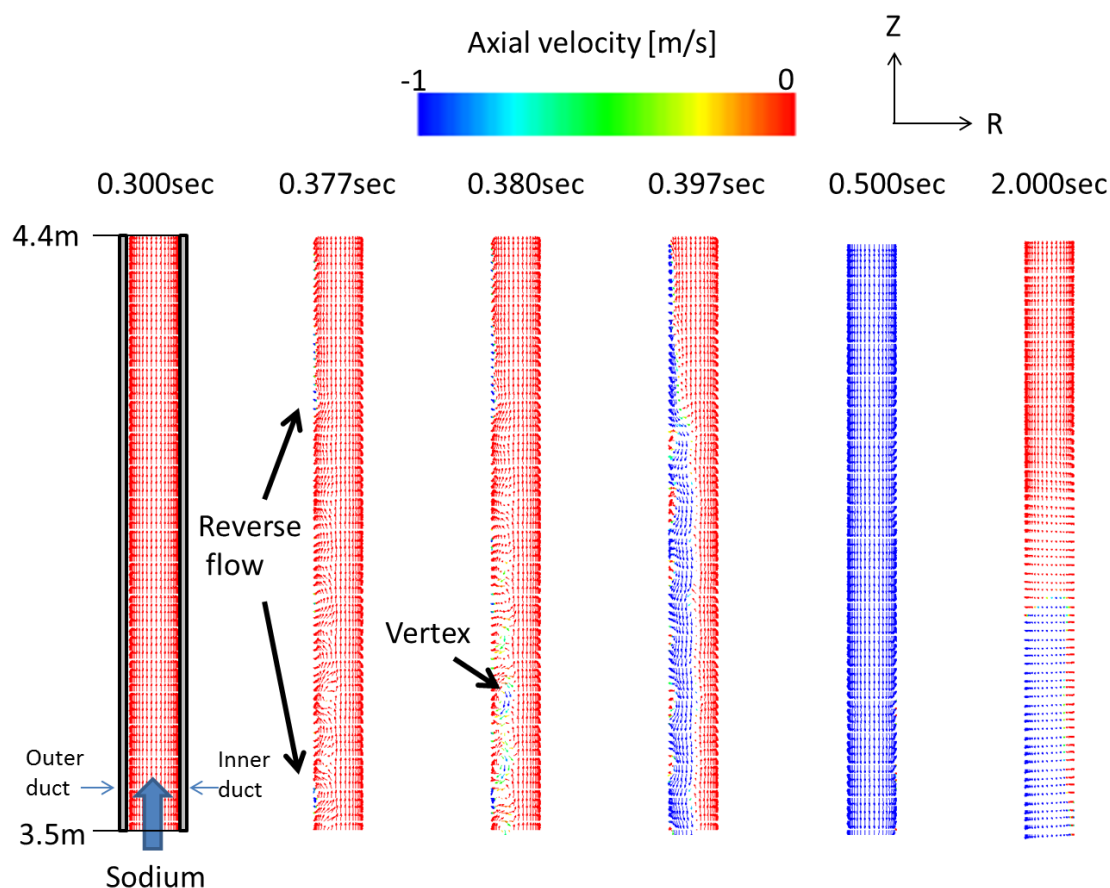


図 4.4.2-6 EMP 出口部流速分布

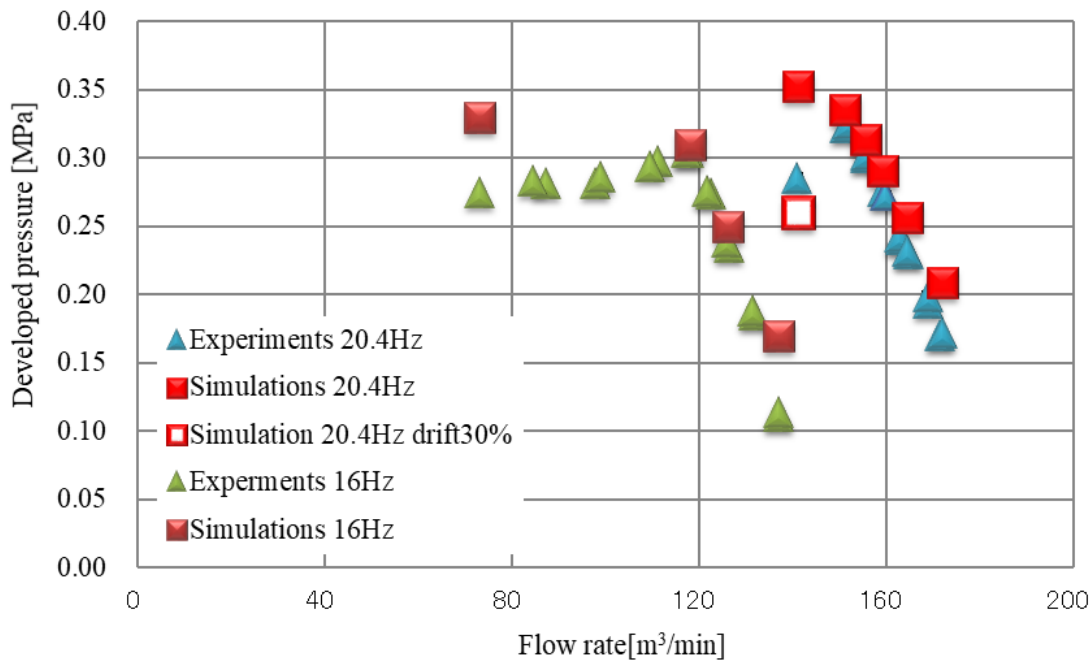


図 4.4.2-7 偏流条件 Q-H 特性曲線シミュレーション結果

4.4.3 流速不均一量による不安定性現象への影響評価

周方向で流速が不均一となることで Na 流体中に渦が発生することで不安定性が発生することが確認されたため、次に不安定現象の生じる流量およびその分布の偏差の閾値について検討を行う。表 4.4.3-1 にシミュレーションの条件を示す。以降のシミュレーションでは、周波数は 20.4 Hz、電流は平均 300 A で固定することとする。これは、実機では U, V, W 相でコイル電流値の位相が異なるため、この位相差を取り除くことで軸方向の電磁力の分布を均一とすることを目的としている。周方向流速分布は図 4.4.3-1 に示した分布を基本とし、5, 10, 20, 30 %と流量偏差を変更している。0%は流量偏差なしを表す。また、時間刻みについては、1 周期の 1/50 としている。これは、図 4.4.2-2 で示した DSF の周波数が 40 Hz であることから、不安定現象に対して十分に小さいと言える。

表 4.4.3-1 シミュレーション条件

No.	1	2	3	4	5	6
Flow rate [m3/min]	170	160	150	140	120	100
Velocity distribution [%]	0	0	0	0	0	0
No.	7	8	9	10	11	12
Flow rate [m3/min]	170	150	140	130	120	100
Velocity distribution [%]	20	20	20	20	20	20
No.	13	14	15			
Flow rate [m3/min]	140	140	140			
Velocity distribution [%]	5	10	30			

図 4.4.3-1 にシミュレーションで得られたケース No.2, 3, 4, 5, 6 の EMP 出口部の圧力データを、図 4.4.3-2 にケース No.2~6 の偏流 0%における Q-H 特性を示す。低流量において、圧力が低下するものの安定した動作となっていることがわかる。このような安定した定常振動をしている出口圧力を安定 (Stable) と称する。また、図 4.4.3-3 にシミュレーション No. 7, 8, 9, 11, 12 の EMP 出口部の圧力データを示す。150 m³/min や 170 m³/min の高流量条件では、安定した圧力となっているが、100 m³/min 等の低流量では圧力低下が見られる。図 4.4.3-4 に 150 m³/min で偏流 20%条件(No. 8)における軸方向流速の周方向分布の時間変化を示す。流路中心位置(R=0.529m)、EMP 出口手前(Z=4m)での分布であり、横軸は周方向位置、縦軸は軸方向流速を示す。初期の 0.01 sec の状態では、ほぼ流速は初期流速分布と同じになるが、時間経過に伴い、ピークが安定し、0.1 sec 以降は安定した値となる。これは、図 4.4.3-1 に示すように 0.1 sec で圧力が安定するのとは一致する。初期の 0.1 sec 以前では、稼働から安定までの過渡領域で流速、圧力が安定していない領域である。同じ流量偏差を分布に与えた場合においても、Q-H 特性曲線のピークよりも高流量側では負の流速となる渦領域は生じず、むしろ初期の偏流が修正されて均一化される。

また、図 4.4.3-5 に 100 m³/min で偏流 20%条件(No. 12)における軸方向流速の周方向分布の時間変化を示す。軸方向位置としては EMP 出口近傍(Z=4m)で、流路方向中心位置(R=0.529m)、および、内側ダクト壁面近傍(R=0.495m)の分布である。流路方向中心位置(R=0.529m)の 180°近傍の領域で逆流が生じていることがわかる。180°の領域は初期流速分布において流速が低い領域であり、時間経過に伴いその流速がさらに低下していく。また、内側ダクト壁面近傍(R=0.495m)においても流速が低下しており、このまま時間経過に伴い更に流速が低下し、流速が負になるとみられる。これらの逆流が生じた場合と圧力低下のみが生じる場合をそれぞれ、不安定(Unstable)と圧力低下(Pressure drop)として分類する。これらの分類で表 4.4.3-1 の条件を流量偏差と流量でまとめた結果を表 4.4.3-2 に示す。安定(Stable)な領域と不安定(Unstable)の中間に単なる圧力低下(Pressure drop)の領域が存在している。流量偏差を大きくした場合においても、150 m³/min 以上の条件では、安定した圧力変化となる。

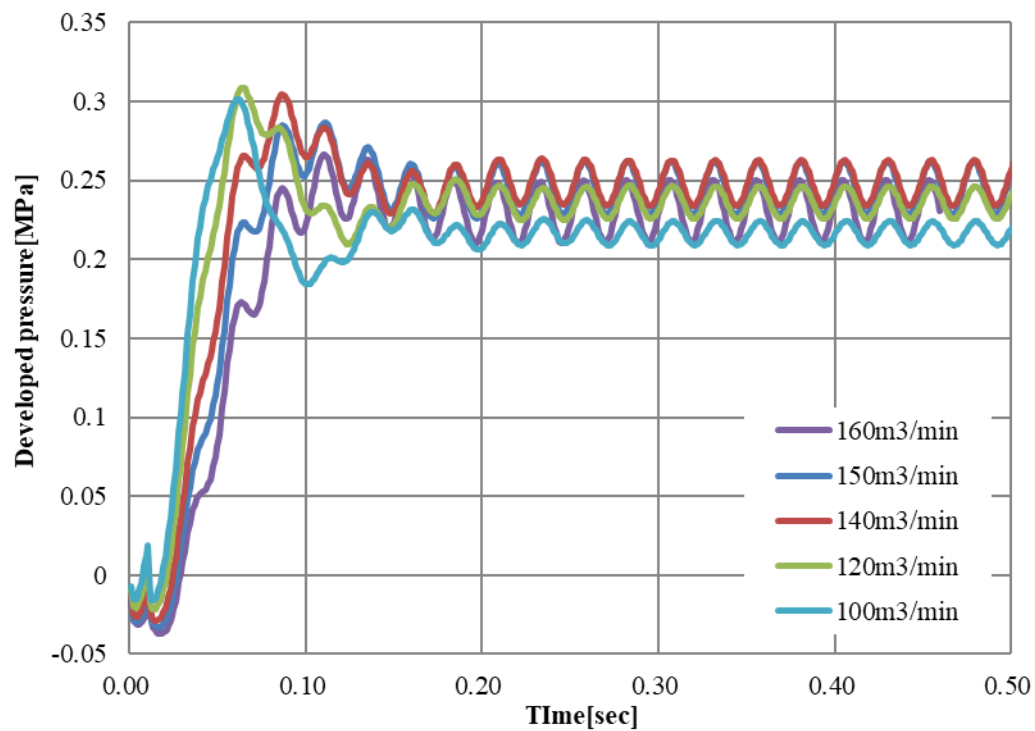


図 4.4.3-1 偏流無し条件出口圧力時間変化 (No. 2, 3, 4, 5, 6)

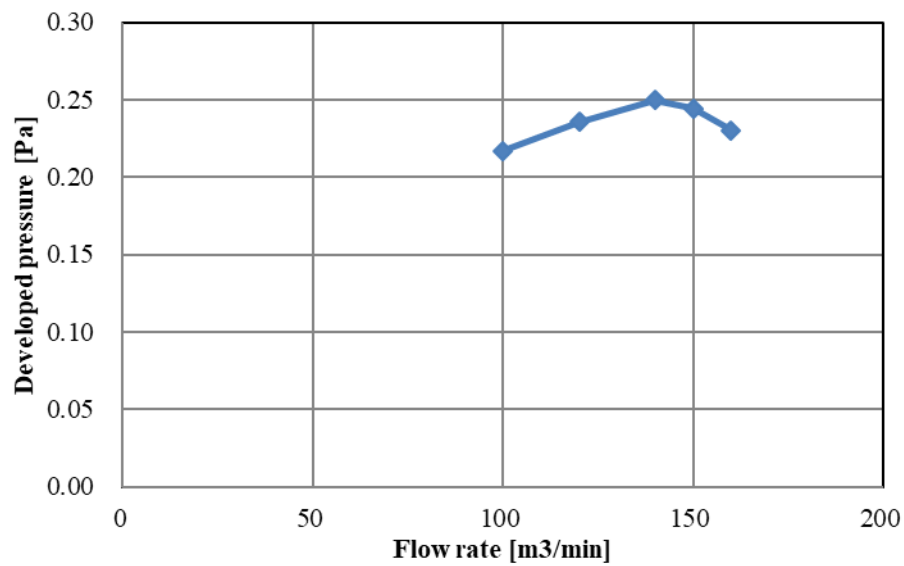


図 4.4.3-2 電流値一定条件 Q-H 特性曲線シミュレーション結果 (No. 2, 3, 4, 5, 6)

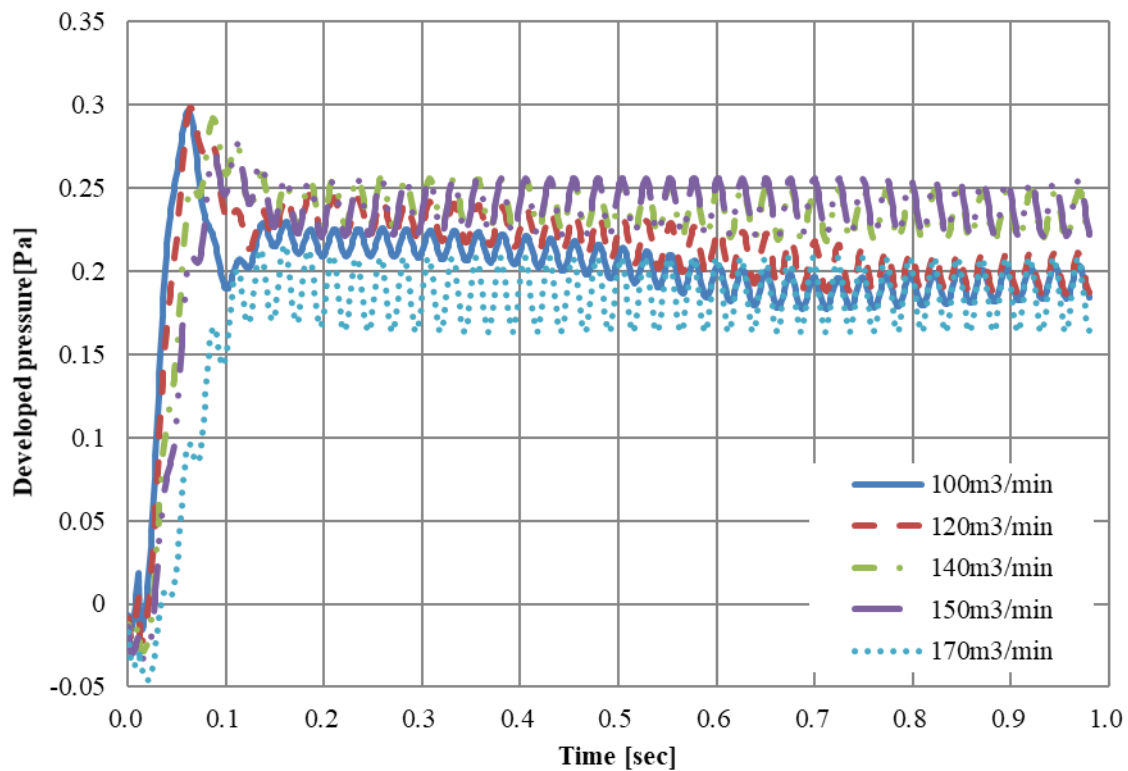


図 4.4.3-3 偏流 20%条件出口圧力時間変化シミュレーション結果 (No. 7, 8, 9, 11, 12)

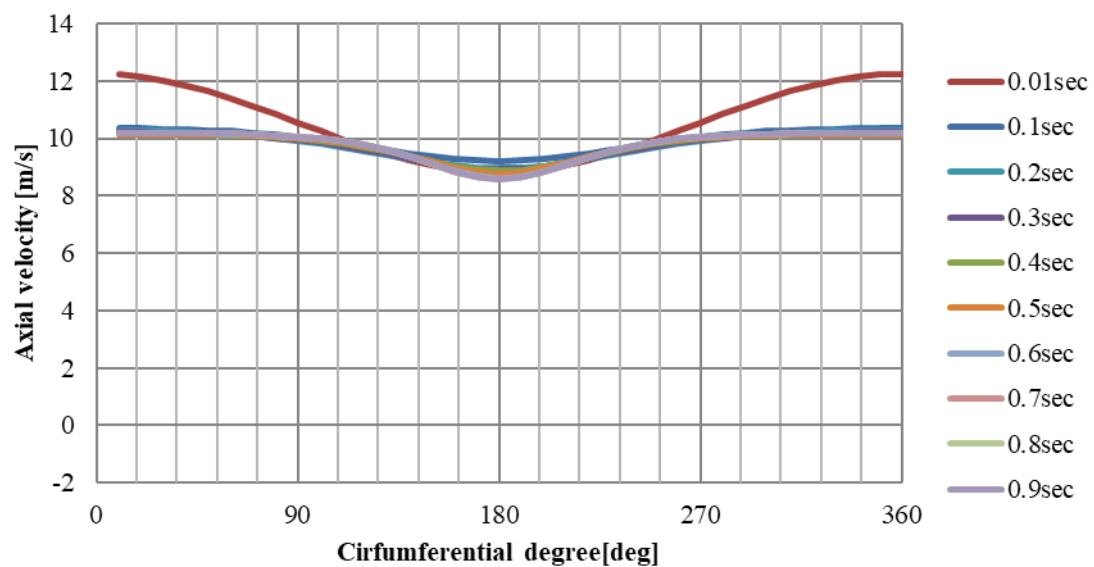


図 4.4.3-4 軸方向流速周方向分布(No. 8)

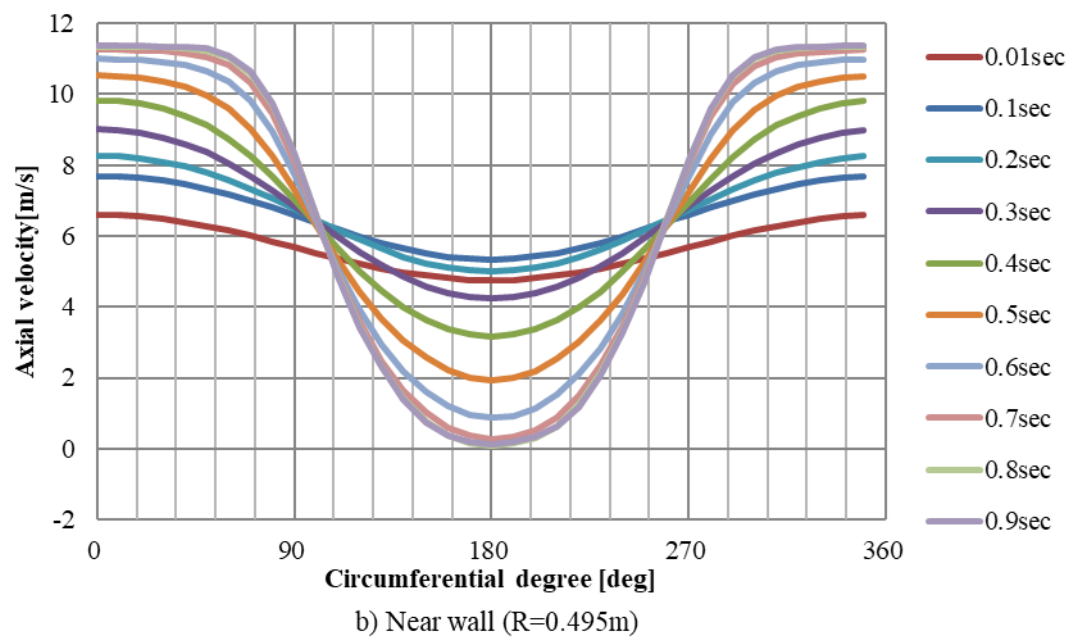
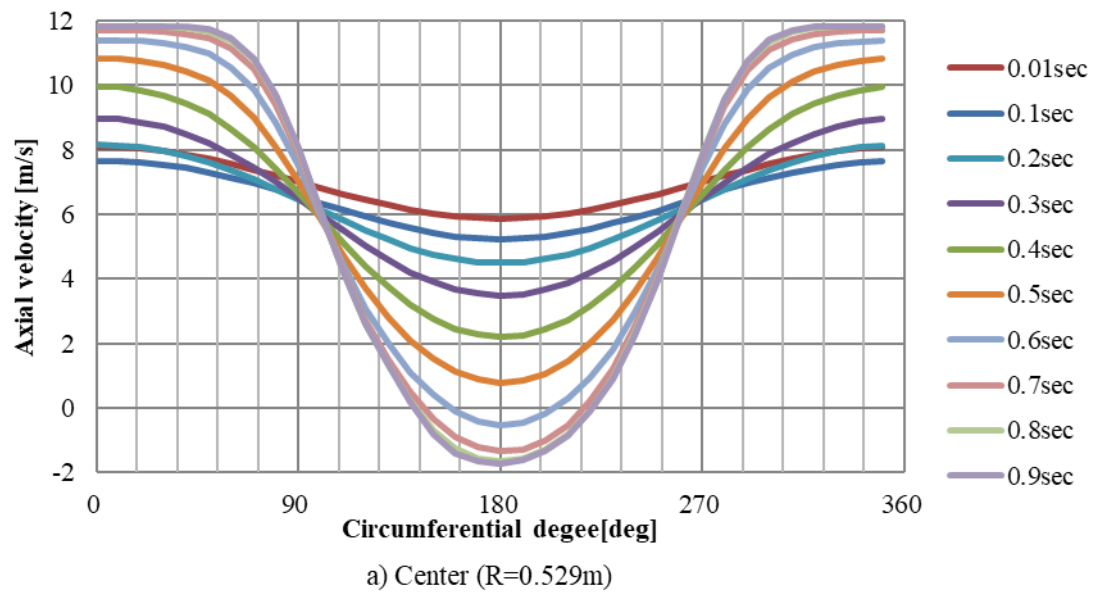


图 4.4.3-5 轴方向流速周方向分布(No. 12)

表 4.4.3-2 不安定現象発生境界

Flow rate [m ³ /min]	Velocity distribution				
	0%	5%	10%	20%	30%
170	S			S	
160	S				
150	S			S	
140	S	S	S	P	P
130			P	U	
120	S			U	
100	S			U	

S: Steady, P: Pressure drop, U: Unsteady

この安定と不安定の境界は $Re_m \times slip > 1$ が条件であると一般的に言われており、本 EMP の試験から得られたこの境界は 1 を超えた 1.4 となっている。ここで、この境界を決める要因の一つである slip 値に注目する。本 EMP の最大効率が出るのは、コイルによって印可される移動磁場の速度と流体の速度の比である slip が 0.22 程度と言われ、0.22 を下回ると急激にポンプ効率が低下する[4-1]。印可された移動磁場の速度や、ポールピッチ等は一定であるため、EMP 内部ではこの slip の値が周方向不均一分布で生じた偏流によって周方向位置で変化する。図 4.4.3-6 に図 4.4.1-1 に示す流速分布から、slip の値を入れた計算結果を示す。流量は 160 m³/min と 140 m³/min、周波数は 20.4 Hz、流量偏差 30% で計算している。横軸は周方向位置、縦軸は軸方向流速および slip 値を示す。140 m³/min 条件では slip が 0.1~0.5 程度の範囲となるが、160 m³/min 条件では、slip が -0.05~0.45 程度となり、低い値となる。この slip が小さい条件では、磁場の移動速度よりも流体速度が大きくなるため、Na に働く電磁力は低下する。つまり、slip の小さい高流速側の 0° 付近では、電磁力が低下し、流速の不均一が改善される方向に働くと考えられる。この結果、高流速側では偏流があった条件でも問題なく安定した流速分布に移行する。それに対し、140 m³/min では、slip の値が高めになるため、流速分布を抑え込む仕組みが働かず、不安定現象になりやすいと考えられる。これが $Re_m \times slip > 1$ での slip の影響である。

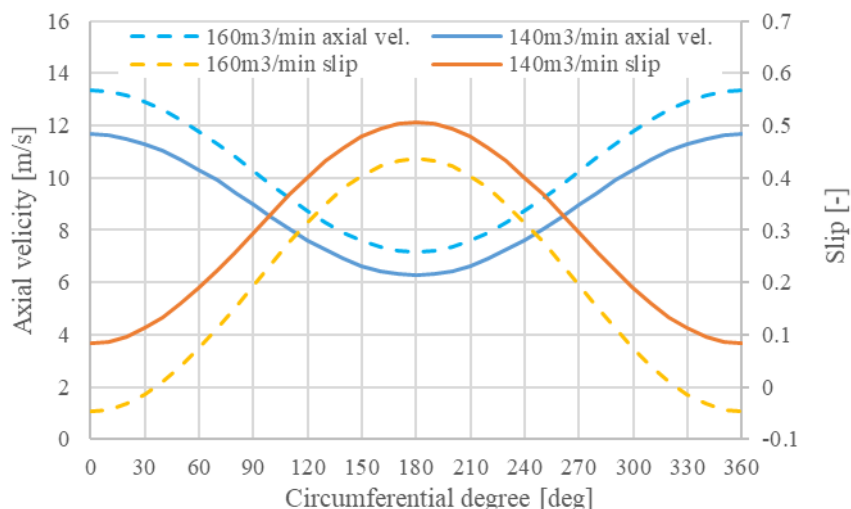


図 4.4.3-6 周方向速度分布およびスリップ値

4.5 まとめ

実証試験が行われた世界最大規模の 160 m³/min の EMP 体系において、新たに開発した三次元電磁流体シミュレーションコードの精度検証、および、不安定現象の再現シミュレーションを行い、以下の結論を得た。

- ・ 三次元電磁流体シミュレーションコードにて、EMP 端部の影響で生じる作動周波数の 2 倍の周波数で起きる圧力脈動(DSF)を再現することが可能であり、試験にて安定した吐出圧を得られた $Re_m \times slip < 1.4$ の条件にて EMP の Q-H 特性曲線を予測することができる。不安定現象が発生する条件では、試験で出た不規則な圧力振動は生じず、周方向に均一な条件では不安定性現象は発生しないことを確認した。
- ・ シミュレーションにおいて、流速の周方向分布が均一な条件であれば、圧力も均一に上昇することを確認するとともに、径方向において、壁面近傍で電磁力が強くなることから、流速の径方向分布は電磁力のかからないケースよりも主流部が平坦な分布形に変化する。
- ・ 不安定性現象の要因として周方向の流速不均一分布を与えて偏流を作ると、 $Re_m \times slip > 1.4$ となる条件において、圧力振動が一定とならない不安定性現象が発生した。周方向断面において発生する渦だけでなく、径方向断面においても壁面近傍で渦が生じていることから、三次元での電磁流体シミュレーションを行うことでより詳細に不安定性現象を評価することが可能になると考えられる。
- ・ 不安定性現象の発生条件を示すため、周方向の不均一流速分布の流量偏差をパラメータとし、不安定性現象が起きる境界をシミュレーションで求めた結果、流量偏差が一定以上となることで不安定性現象が起きることがわかった。この境界を決める条件としては、 $slip$ が影響しており、周方向の偏流によって、 $slip$ を一定以下に抑えられる場合にはポンプ特性が不安定にはならない可能性を示した。

第5章 結言

液体金属 Na を冷却材として使用する高速炉および高速増殖炉では流量測定および流体駆動のための電磁機器として EMF および EMP が使用される。本研究では、それら電磁流体機器内で発生する不均一・非定常な磁場下での詳細な流動構造を明らかにすることで機器開発および設計に資する知見を得ることを目的に、三次元電磁流体シミュレーションコードの開発を実施、定常磁場下においては外部磁場を入力として誘導磁場を解く定常シミュレーション手法を、非定常な移動磁場下においては非定常磁場ソルバーによる外部磁場計算を行い、誘導磁場も解く非定常シミュレーション手法を開発した。これらのコードの妥当性評価を行い、不均一磁場下での流動場を評価、以下のことを明らかにした。

一次系に配管を持たないタンク型炉 4S 炉向けに開発されている環状流路型 EMF 近傍の流動場に対して、独自に構築した節点有限要素法を用いた電磁場シミュレーション部と市販の CFD コードを用いた流体場シミュレーションコードを組み合わせた定常三次元電磁流体シミュレーション手法を用いて評価、その結果として得られる出力電圧の予測評価も行った。また、この環状流路型 EMF の試作を行い、Na ループを用いた試験を行うことで得た試験結果でシミュレーションコードの妥当性の評価を行った。併せて、小規模校正を可能とする実機の極性配置に関して検討し、以下の結論を得た。

- 不均一な磁場を形成する環状流路型 EMF において、6 台の EMF を環状流路の外部に設置した体系で出力電圧が直線性線形性を持ち、流量計として適用可能であることをシミュレーションで予測確認した。また、実証試験を実施し、試験においても同様の特性が得られることを確認した。環状流路型 EMF の実証試験とシミュレーションの出力電圧における誤差は 4%程度であったことから、本シミュレーションコードは実用的なコストで、出力電圧を予測できる。このことは同時に、不均一磁場下における流体と電磁場の連成現象を本研究で構築した三次元電磁流体シミュレーションコードによって評価できることを示している。また、十分な予測精度であることから、があり、設計においても本コードは適用可能であると考えられる。
- 温度条件が 200~395℃の異なる温度域においても EMF は正常に動作し、出力電圧については、測定精度としては 4.5%程度の誤差となり、問題なく使用可能である温度依存性はさほど大きくないことが分かった。また、本温度依存性のシミュレーション評価はシミュレーションでも可能であり十分な精度があり、各種物性値を変更することでより高い精度での予測が可能となる。定格運転から温度域がずれる起動時や停止時において精度が必要な場合は、異なる温度で校正のための係数取得し、実機では Na 温度を元に流量の補正を行うことで更に高い精度で適用可能となる。
- 本研究で構築した三次元電磁流体シミュレーションコードで得られたと実証試験の結果から、複数の EMF を設置する体系における隣接 EMF の影響を予測可能であることを確認した。不均一な磁場が形成されている環状流路型 EMF 直下の流動場は、磁場が強い領域で流動抵抗が大きく、磁場の弱いコイル間領域で流速が速くなる分布となり、同一流路内で流量の偏りが生じる。この流量の偏りは短時間では回復せず、EMF 通過後から環状流路高さの 10 倍ほどの距離が必要となる。このため、下流域に他の機器を設置する場合には事前のシミュレーション評価が重要となる。また、電磁力の影響により、壁面近傍の境界層において、磁場下では y^+ が 10~100 の範囲で大きく対数則からずれる。磁場下での y^+ が 10 以降の速度分布は、対数則のように y^+ に対して単調増加ではなく、極値を持つような分布になることが分かった。また、その極値の位置は局所的な磁場の強さ（ハルトマン数）に依存して変化する。

- 複数台の環状流路の周囲に設置する実機体系であるフルセグメント体系での校正ではなく、校正施設の小型化のため、環状流路を台数分で分割した一つの分割流路で1台ごとの単セグメント体系での校正を行うことでコストの低減が可能となる。この単セグメント体系での校正において課題となるフルセグメント体系(360°モデル)と単セグメント体系(60°モデル)での出力電圧の差を検討した。磁力線が隣接する EMF につながり、誘導電流がつかない 360°モデル逆極性配置で得られる出力電圧を、周方向端が配管で閉じられた隣接 EMF が存在しない流量校正用 60°モデルの出力電圧と比較し、60°モデルの出力電圧は逆極性配置のそれとよく一致し、流速においても同様の傾向を示すことが分かった。また、極性配置を変えた磁力線が隣接する EMF につながらず、誘導電流がつかない同極性配置と 60°モデルでは出力電圧が異なることから、電磁場と流動の相互作用の結果として得られる出力電圧に対して、支配的なのは外部磁場分布ではなく、誘導電流分布であることが分かった。上記の本結論から、実機では環状流路型 EMF を周方向に逆極性配置でコイル電流の向きを調整することにより、単セグメント体系 (60°モデル) による小規模校正が可能であることが確認できた。

実証試験が行われた世界最大規模の 160 m³/min の EMP を対象とし、新たに構築した非定常三次元電磁流体シミュレーション手法の精度検証、および不安定現象の要因分析シミュレーションを行い、以下の結論を得た。

- 三次元電磁流体シミュレーションコードにて、EMP 端部の影響で生じる作動周波数の 2 倍の周波数で起きる圧力脈動(DSF)を再現することが可能であり、試験にて安定した吐出圧を得られた $Rem \times slip < 1.4$ の条件にて EMP の Q-H 特性曲線を予測することができる。不安定現象が発生する条件では、試験で出た不規則な圧力振動は生じず、周方向に均一な条件では不安定性現象は発生しないことを確認した。
- シミュレーションにおいて、流速の周方向分布が均一な条件であれば、圧力も均一に上昇することを確認するとともに、径方向において、壁面近傍で電磁力が強くなることから、流速の径方向分布は電磁力のかからないケースよりも主流部が平坦な分布形に変化する。
- 不安定性現象の要因として周方向の流速不均一分布を与えて偏流を作ると、 $Rem \times slip > 1.4$ となる条件において、圧力振動が一定とならない不安定性現象が発生した。周方向断面において発生する渦だけでなく、径方向断面においても壁面近傍で渦が生じていることから、三次元での電磁流体シミュレーションを行うことでより詳細に不安定性現象を評価することが可能になると考えられる。
- 不安定性現象の発生条件を示すため、周方向の不均一流速分布の流量偏差をパラメータとし、不安定性現象が起きる境界をシミュレーションで求めた結果、流量偏差が一定以上となることで不安定性現象が起きることがわかった。この境界を決める条件としては、slip が影響しており、周方向の偏流によって、slip を一定以下に抑えられる場合にはポンプ特性が不安定にはならない可能性を示した。

参考文献

■第1章

- [1-1] OECD/NEA, IAEA, Uranium 2018: Resources, Production and Demand, (2018)
- [1-2] 日本原子力産業協会 国際部、主要国におけるウラン資源量と生産量（レッドブック「ウラン2018」）, (2019)
- [1-3] 一般社団法人 日本原子力学会新型炉部会 高速炉戦略ロードマップ検討会、高速炉開発に関する技術戦略, <http://www.aesj.or.jp/division/ard/documents/FRRoadmap-Report-20190731.pdf>
- [1-4] 野本 昭二, 富岡 偉郎, 中村 和夫, [3]高速増殖炉 物理的問題とその現況, 日本原子力学会誌, vol.2, No.10 (1960), pp.38-53
- [1-5] 林 秀行, 柳澤 務, 高速炉の変遷と現状 第2回 高速炉型式の変遷, 日本原子力学会誌, vol. 49, No.8(2007), pp. 34-42
- [1-6] GEN IV international forum, GIF R&D Outlook for Generation IV Nuclear Energy Systems, (2009), https://www.gen-4.org/gif/jcms/c_40482/gen-iv-rd-outlook
- [1-7] 日本原子力研究開発機構 高速炉・新型炉研究開発部門 敦賀総合研究開発センター、“高速増殖炉もんじゅ –その軌跡と技術成果–、JAEA-Technology 2019-007, (2019)
- [1-8] 大田 裕之, 福家 賢, 小型高速炉 4S と高速炉技術, 東芝レビュー Vol.65, No.12 (2010), pp.50-53
- [1-9] J. Hartmann, “Hg-dynamics I – theory of the laminar flow of an electrically conductive liquid in homogeneous magnetic field”, Det. Kgl. Dan. Vidensk. Selsk. Math. Fys. Medd. 15, 1 (1937).
- [1-10] J. F. Asti. “Development of Electromagnetic Pumps for pumping Liquid Metals”, Report no. 43-109. Milwaukee: Allis-Chalmers Manufacturing Company, 1952.
- [1-11] 舘 靖雄, 加沢 義彰, 金尾 雄二, 佐川 憲彦, “高速原型炉「もんじゅ」用ナトリウム機器の開発”, 日立評論 1978年2月号、P73-78
- [1-12] 青木 忠雄, 西口 洋平, 宇野 修, 神戸 満, 石川 光一, 塙 幹男, 富樫 義則, 太田俊朗, 深田 富啓, 石井 陽一郎, LMFBR の主循環系用大型電磁ポンプの開発, 動力炉・核燃料開発事業団報告書, PNC SN951-77-10, 1977
- [1-13] Hiroyuki Ota, Kenji Katsuki, Minoru Funato, Junzo Taguchi, Alan W. Fanning, Yoshihiro Doi, Nobuaki Nibe, Masahiro Ueta and Tatsutoshi Inagaki. Development of 160 m3/min large capacity sodium-immersed self-cooled electromagnetic pump, Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.41, pp.511–523 (2004).
- [1-14] Young, Gerrard, Jevons, On electrical disturbances due to tides and waves, Phil. Mag., Ser. 6, 40 (1920) S. 149.
- [1-15] 伊藤 和元他, 永久磁石式小型ナトリウム電磁流量計の出力特性, 動力炉・核燃料開発事業団報告書 PNC TN941 76-59, 1976
- [1-16] Francesco FERRONI, “Magneto-hydrodynamic Simulations of Liquid Metal Flows in Fusion Reactors, Imperial College London Department of Mechanical Engineering, (2015), DOI: 10.13140/RG.2.1.4279.7602
- [1-17] 近藤陽介, 棚橋隆彦, “電磁場と速度場の相互作用を考慮した新しい電磁流体解析手法の構築”, Transactions of JSCES , Paper No.20060018
- [1-18] 功刀資彰, 横峯健彦, 植木祥高, 結城和久, 佐竹信一, 江原真司, 橋爪秀利, “プロジェクトレビュー 日米科学技術協力事業 TITAN プロジェクト 3. 第一壁・ブランケットの物質熱輸送に関する

研究 3.3 熱流動制御とモデリング”, J. Plasma Fusion Res. Vol.89, No.11 (2013), pp. 719-724

- [1-19] Shimizu, T., Takeshima, N., and Jimbo, N., A numerical study on Faraday-type electromagnetic flowmeter in liquid metal system (I), Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.37, No.12 (2000), pp.1038–1048.
- [1-20] Shimizu, T., Takeshima, N., and Jimbo, N., A numerical study on Faraday-type electromagnetic flowmeter in liquid metal system (I), Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.37, No.12 (2000), pp.1038–1048.
- [1-21] Shimizu, T. and Takeshima, N., A numerical study on Faraday-type electromagnetic flowmeter in liquid metal system, (II) Analysis of end effect due to saddle-shaped small-sized sagnets with FALCON code, Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.38, No.1 (2001), pp.19–29.
- [1-22] Komai, M., Hoashi, E., Ota, H. and Horiike, H., Development of a new electromagnetic flow meter in Sodium- cooled fast reactor, International Conference on Fast Reactors and Related Fuel Cycles –Challenges and Opportunities-(FR09) (2009), Paper No. IAEA-CN—176.
- [1-23] Satake, S., Furumi, K., Chikamasa, H. and Kunugi, T., DNS of MHD turbulent flow with buoyancy, Progress in NUCLEAR SCIENCE and TECHNOLOGY, Vol. 2 (2011), pp.90-94.)
- [1-24] 佐竹 信一, 功刀 資彰, 高瀬 和之, 小瀬 裕男, 高レイノルズ数 MHD チャネル乱流の DNS, 日本機械学会論文集 B 編, Vol.73, No.726 (2007), pp.80-87.
- [1-25] 親松 泰子, 藤原 斉二, 相澤 利枝, 船渡 稔, 香月 健児, 大田 裕之, 小型高速炉 4S の大口径主循環電磁ポンプの開発研究, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 76, No. 763 (2010), pp.107-109
- [1-26] 株式会社東芝, GNEP の中・小型炉へ適合する大口径高温電磁ポンプとパッシブなフローコースト補償電源の開発研究, 革新的実用原子力技術開発補助事業平成 20 年度成果報告書, 2009
- [1-27] 植田伸幸, ナトリウム冷却高速炉用 1 次主循環電磁ポンプシステムの最適化, 電力中央研究所報告書, T95058, (1996)
- [1-28] 荒関英夫, 環状流路の誘導型電磁ポンプの圧力脈動とその低減方策, 電力中央研究所報告書, U98020, (1999)
- [1-29] 荒関英夫, 村上貴裕, ”高速増殖炉 電磁ポンプ”, ながれ 27, (2008), pp225-232
- [1-30] GLUKNIKH V. A., TANANAEV A. V., KIRILLOV I. R., "Magnetohydrodynamics in Nuclear Energetics", E., Liquid Metal Magnetohydrodynamics pp. 79-88, 1987], [ANDREEV A. M., BEZGACHEV E. A., KARASEV B. G., et al, "Electromagnetic pump CLIP-3/3500", Magnitnaya Gidrodynamica, N1, 61, (1988)
- [1-31] Richard S. Baker, Manuel J. Tessier, Handbook of electromagnetic pump technology, Elsevier Science Publishing Co., Inc., 1987
- [1-32] Hideo Araseki, Igor R. Kirillov, Gennagy V. Preslitsky, Anatoly P. Ogorognikov, "Double-supply-frequency pressure pulsation in annular linear induction pump Part I: Measurement and numerical analysis", Nuclear Engineering and Design 195 (2000), pp.85-100
- [1-33] C.B.Reed and P.S.Lykoudis, The Effect of a Transverse Magnetic Field on Shear Turbulence, J. Fluid Mech., vol.89, part1 (1978), pp.147-171
- [1-34] 荒関英夫, 小竹庄治, 多次元液体金属電磁流体解析コードの開発—矩形管内 2 次元乱流場での検証—, 電力中央研究所研究報告書, U92006, 1992
- [1-35] 荒関英夫, 多次元液体金属電磁流体解析コードの開発—環状流路の誘導型電磁ポンプへの応用—, 電力中央研究所研究報告書, U97003, 1997
- [1-36] 近澤佳隆, etc., ナトリウム冷却炉における電磁ポンプの検討 —2 次系主循環ポンプへの適用検討—, 日本原子力研究開発機構研究報告書 2006-49, 2006

[1-37] Hideo Araseki, Igor R. Kirillov, Gennady V. Preslutsky, Anatoly P. Ogorodnikov, “Magnetohydrodynamic instability in annular linear induction pump Part I. Experiment and numerical analysis”, Nuclear Engineering and Design, 227(2004), pp. 29-50

■第2章

[2-1] Shimizu, T., Takeshima, N., and Jimbo, N., A numerical study on Faraday-type electromagnetic flowmeter in liquid metal system (I), Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.37, No.12 (2000), pp.1038–1048

[2-2] Shimizu, T. and Takeshima, N., A numerical study on Faraday-type electromagnetic flowmeter in liquid metal system, (II) Analysis of end effect due to saddle-shaped small-sized magnets with FALCON code, Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.38, No.1 (2001), pp.19–29

[2-3] 高橋 則雄, 三次元有限要素法 磁界解析技術の基礎, 初版(2006), P.25-26, 電気学会

[2-4] 渡部 善, 連立 1 次方程式の基礎知識 ～および Gauss の消去法の安定性について～, [<http://ri2t.kyushu-u.ac.jp/~watanabe/RESERCH/MANUSCRIPT/KOHO/GEPP/GEPP.pdf>] (最終検索日 2020 年 12 月 2 日)

[2-5] SSI プロジェクト, [<https://www.ssisc.org/download/index.ja.html>] (最終検索日 2020 年 12 月 2 日)

■第3章

[3-1] 大田 裕之、福家 賢、“小型高速炉 4S と高速炉技術”、東芝レビュー Vol.65 No.12 (2010)

[3-2] 佐竹信一, 功刀資彰, 高瀬和之, 小瀬裕男, 高レイノルズ数 MHD チャネル乱流の DNS, 日本機械学会論文集 B 編, Vol.73, No.726 (2007), pp.80-87.

[3-3] Satake, S., Kunugi, T., Takase, K. and Ose, Y., Direct numerical simulation of turbulent channel flow under a uniform magnetic field for large-scale structures at high Reynolds number, PHYSICS OF FLUIDS, Vol. 18, No. 12 (2006), DOI:10.1063/1.2404943.

■第4章

[4-1] Hiroyuki Ota, Kenji Katsuki, Minoru Funato, Junzo Taguchi, Alan W. Fanning, Yoshihiro Doi, Nobuaki Nibe, Masahiro Ueta and Tatsutoshi Inagaki. Development of 160 m³/min large capacity sodium-immersed self-cooled electromagnetic pump, Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.41, pp.511–523 (2004).

[4-2] Hideo Araseki, Igor R Kirillov, Gennady V Preslisky and Anatoly P Ogorodnikov, Double-supply-frequency pressure pulsation in annular linear induction pump, part II: Reduction of pulsation by linear winding grading at both stator ends, Nuclear Engineering and Design, vol.200, pp. 85-100 (2000)

[4-3] Hideo Araseki, Igor R Kirillov, Gennady V Preslisky and Anatoly P Ogorodnikov. Double-supply-frequency pressure pulsation in annular linear induction pump: Part I: Measurement and numerical analysis, Nuclear Engineering and Design, vol.195, issue 1, pp. 85–100 (2000).

[4-4] 荒関 英夫, 村上 貴裕, 環状流路の誘導型電磁ポンプの不安定特性、電力中央研究所報告書, U00030, 平成 13 年 2 月

謝辞

本研究を行うにあたり、株式会社東芝へ入社した当初から指導員としてお世話になり、研究だけでなく、研究者としての生き方をご教授いただいた大阪大学大学院工学研究科 帆足英二先生に御礼を申し上げます。先生には入社以来メンターとして東芝社員としての指導を賜った他、大阪大学に移られてからも博士課程および単位取得退学後の8年にも及ぶ長い期間大変お世話になりました。また、私の拙い文章に対して先生の貴重なお時間を割いて何度も添削していただき、誠にありがとうございました。

MEXT 国プロの時代よりご指導・ご鞭撻賜りました大阪大学 堀池寛名誉教授に深く御礼申し上げます。大学在籍時に直接ご指導いただけたのは入学時の1年と短い期間ではありましたが、様々な助言をいただくとともに、福井工業大学へ移られた後も、投稿論文等でご指導をいただきましたこと、ここに重ねて御礼申し上げます。

また、ご多忙の中で時間を割いて論文審査をしていただき、貴重なご助言をしてくださいました大阪大学大学院工学研究科の村田勲教授および北田孝典教授に深く御礼申し上げます。

株式会社東芝の方々にお力添えをいただき、本論文を執筆することができました。入社当初より上司のグループ長として私のテーマを見てくださった平田洋介博士、電磁流体シミュレーションについて指導してくださった清水武司博士に、深く御礼申し上げます。実機の試験経験を元に本シミュレーションコードの開発に長く携わってくださった相澤利枝氏、小舞正文氏には何度もご迷惑をおかけするとともに、色々と実機についてご助言をいただきましたこと深く御礼申し上げます。また、EMFの試験データとシミュレーションデータの比較におきましては、橘高大悟氏、船渡稔氏、香月健治氏に大変お世話になりました。皆さまから頂いたデータとご意見がなければ本シミュレーションコードは完成しなかったです。EMPのシミュレーションにおきましては、辺有限要素法の式展開等で藤島寧氏、石川慶拓博士にお力添えをいただいたことで式展開の作業を終了し、コーディング作業を行うことができました。上記シミュレーションの手法や、適用先等について検討するのにあたり、萩原剛博士からご指摘、ご助言していただくことで新たな考えを得ることができましたこと、深く感謝しております。また、上記の方以外にも、この謝辞の限られたスペースだけでは記載できないほど多くの方々にご助力いただき、シミュレーションコードの作成、および、本論文の執筆を成し遂げることができました。この場を借りて皆様に御礼申し上げます。

最後になりますが、生まれたころより成長を見守り、私をここまで育ててくれた両親と、私を支えてくれた妻に深く感謝いたします。

業績リスト

投稿論文(査読有)

1. T. Asada, Y. Hirata, R. Aizawa, Y. Fujishima, T. Suzuki and E. Hoashi, “Development of Three-Dimensional Magnetohydrodynamics Code for ElectroMagnetic Pump”, *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol. 52, Issue 5 (2015), pp. 633-640.
2. Y. Hirata, T. Asada, H. komita, T. Suzuki and R. Aizawa, “Pressure Drop of Anuular Flow Channel Electromagnetic Pump Examined Using Divided Flow Channel Model”, *Nuclear Science and Engineering*, Vol. 179, issue 4, (2015), pp. 355-363
3. T. Asada, R. Aizawa, T. Suzuki, Y. Fujishima and E. Hoashi, “3D MHD simulation of pressure drop and fluctuation in electromagnetic pump flow”, *Mechanical Engineering Journal*, Vol.2 No.5 (2015), mej.15-00230
4. 浅田 隆利, 橘高 大悟, 大田 裕之, 帆足 英二, 堀池 寛, タンク型高速炉における新型環状流路型電磁流量計内の流動構造の解明, 日本機械学会論文集 (in printing)

国際学会発表

1. T. Asada, Y. Hirata, S. Naito, M. Izumi and Y. Yoshimura, “ALPHA RADIOACTIVITY MONITOR USING IONIZED AIR TRANSPORT ECHNOLOGY FOR LARGE SIZE URANIUM WASTE (2) -SIMULATION MODEL REINFORCEMENT FOR PRACTICAL APPARATUS DESIGN-”, Proceedings of ASME 2010 13th International Conference on Environmental Remediation and Radioactive Waste Management, ICEM2010-40091, Tsukuba, Japan, October 3-7, 2010. (査読有)
2. T. Asada, D. Kittaka, M. Komai, H. Ota, E. Hoashi, S. Suzuki, H. Horiike, M. Hirabayashi, M. Otaka and K. Ara, “Development of a new electromagnetic flow meter for a fast reactor Feasibility of EMF composed of multi units”, Proceedings of Fast Reactors and Related Fuel Cycles: Safe Technologies and Sustainable Scenarios (FR13), IAEA-CN--199/427, Paris, France, March 4-7, 2013.(査読無)
3. T. Asada, Y. Hirata, R. Aizawa, T. Suzuki and Y. Fujishima, “Electromagnetic pump flow simulation by 3D MHD code”, Proceedings of the 22th International Conference on Nuclear Engineering ICONE22, ICONE22-30710, Prague, Czech Republic, July 7-11, 2014. (査読有)

国内会議発表 (査読無)

1. 浅田 隆利, 大田 裕之, 堀池 寛, 鈴木 幸子, “流量拡張性に優れ苛酷環境に適用する電磁流量計に関する研究開発 (1) セグメント流量計における実流校正誤差低減手法”, 日本原子力学会2010年 秋の大会, J49, 北海道大学(2010)
2. 浅田 隆利, 橘高 大悟, 小舞 正文, 大田 裕之, 堀池 寛, 帆足 英二, 鈴木 幸子, 平林 勝, 大高雅彦, 荒 邦章, “流量拡張性に優れ苛酷環境に適用する電磁流量計に関する研究開発」電磁流体解析による電磁流量計の特性評価および解析精度評価”, 日本原子力学会2011年秋の大会, M38, 北九州国際会議場(2011)
3. 浅田 隆利, 平田 洋介, 相澤利枝, 鈴木 哲, “電磁ポンプ用三次元電磁流体解析コードの開発”, 日本原子力学会2014年春の年会, L38, 東京都市大学(2014)
4. 平田 洋介, 浅田 隆利, 相澤 利枝, 鈴木 哲, “偏流が電磁ポンプ特性に及ぼす影響評価, 日本原子力学会2014年春の年会”, M20, 東京都市大学(2014)
5. 浅田 隆利, 犬塚 理子, 小林 昌平, 吉野 正人, 亀田 常治, 山田 正彦, “固体酸化形電解セルスタックの開発”, 第22回動力・エネルギー技術シンポジウム, D122, 豊橋技術科学大学(2017)

表彰

1. 2015年度日本機械学会奨励賞（技術），電磁ポンプ不安定性現象解明のための三次元電磁流体解析コードの開発

登録特許（筆頭発明者のみ）

1. 浅田 隆利，橘高 大吾，鈴木 哲，相澤 利枝，「電磁ポンプ」，特許第6302377号
2. 浅田 隆利，橘高 大悟，親松 泰子，小舞 正文，大田 裕之，「電磁流量計測システムの校正装置」，特許第5818415号