氏名	中口悦史（なかぐち えつし）
博士の専攻分野の名称	博士（工学）
学位記番号	第 13887 号
学位授与年月日	平成10年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 工学研究科応用物理学専攻
学位論文名	**準線形放物型偏微分方程式の近似解法に関する研究**
論文審査委員	（主査） 教授 八木 厚志 （副査） 教授 川上 則雄　教授 増原 宏　教授 石井 博昭 教授 樹下 行三　教授 河田 聡

論文内容の要旨

本論文は，準線形放物型偏微分方程式に対する近似解法を目指して，既存の方法であるルンゲ・クッタ法および有限要素法を基礎にした新しい全離散近似解法の提案を行っているもので，7章より構成されている。

第1章は序論で，線形・準線形放物型方程式に対する近似解法の研究の現状についてまとめ，本研究の目的と意義を明らかにしている。

第2章では，本研究を展開する上で基礎となる事項として，関数解析，抽象方程式，陰的ルンゲ・クッタ法，有限要素法，離散不等式について説明している。

第3章では，線形放物型方程式に対して時間変数の離散化を行っている。放物型方程式を無限次元バナッハ空間の中の線形常微分方程式とみなし，それに対して陰的ルンゲ・クッタ法を適用した時間離散近似解法を提案している。本解法による近似解は時間離散半群により精密に表現できるという利点を示すとともに，この特徴を使って，近似解の安定性評価および真の解との誤差評価を示している。

第4章では，前章の線形方程式に対する研究結果を基に，準線形放物型方程式に対する時間変数の離散化を行っている。前章と同様に放物型方程式をバナッハ空間の中の非線形常微分方程式とみなし，それに対する時間離散近似解を，縮小写像の不動点定理を適用して求める解法を提案している。前章で導入した近似解の表現公式を使って，本章でも得られた近似解の安定性評価および真の解との誤差評価を示している。

第5章では，第4章の研究結果に空間変数の離散化を加え，準線形放物型方程式に対する全離散化を行っている。空間変数の有限要素法による離散化を考え，それに対応してバナッハ空間の族と各バナッハ空間における非線形常微分方程式が得られることを示し，さらに各々の常微分方程式に対して前章の手順にしたがって時間変数を離散化する方法を提案している。前章の結果がバナッハ空間の族について一様に成立することに着目し，本解法で得られた近似解の安定性評価および真の解との誤差評価を示している。

第6章では，第5章で得られた研究結果を相互作用を持つ反応拡散方程式系へ応用する一例として，細胞性粘菌の走化性を表すケラー・ズィーゲル方程式を扱っている。空間一次元の場合に数値計算を実施し，2つの非定数定常解を数値的に求めている。

第7章は総括で，本研究で得られた結果を要約するとともに，準線形放物型偏微分方程式に対する近似解法について今後の課題を述べている。

論文審査の結果の要旨

パターン形成などに関連して，様々な研究分野で相互作用を持つ反応拡散方程式系が現れる。型による分類にしたがうと，このような方程式系は準線形放物型偏微分方程式と呼ばれる。準線形放物型方程式に対し信頼性のある数値解法を確立することは，諸問題の研究において新たな数学的道具を供給することであり重要な研究課題である。本論文は，既存の方法であるルンゲ・クッタ法と有限要素法を基礎にした新しい近似解法を提案するもので，主な成果は以下の３点に集約できる。

(1)離散半群や離散発展作用素を使って，近似解の表現公式を与えている。離散半群や離散発展作用素が，元の連続な場合の解析的半群や発展作用素と類似な性質を有することを示し，その性質から近似解についての一意性，構造，ノルム評価など詳細な事柄を明らかにしている。

(2)提案したスキームが，時間変数のステップ幅と空間の分割幅に無関係に安定であることを証明している。さらに，近似解の誤差の絶対値ノルムを時間変数のステップ幅と空間の分割幅で評価して，近似解の収束オーダーを明らかにしている。これらにより，提案した近似解法が信頼性を有することを理論的に示している。

(3)近似解法としては一般的であるルンゲ・クッタ法と有限要素法が，無限次元バナッハ空間の中でも展開できることを示し，関数解析の広い枠組みの中で近似解法を構成している。結果として，提案された解法は広範囲の反応拡散方程式系に適用可能である。

以上のように，本論文では，準線形放物型偏微分方程式に対して，理論的な信頼性と広範な適用範囲を有する新しい近似解法を提案しており，応用物理学並びに数理情報工学，特に応用解析学に寄与するところが大きい。よって，本論文は博士論文として価値あるものと認める。