Ｆプログラム 理系数学の講義構成に関して
On the Syllabus of Mathematics in F Program

森田　健

【要旨】

本稿では、令和２年度におけるＦプログラムのF2およびF3クラスの学生を対象とした理系数学の講義に関して述べる。一般的に留学生に対する予備教育においては、日本の高等学校で履修する内容を扱うことが多い。一方、本プログラムでは講義構成の自由度が高く、かつ学生からの要望もあったことに基づき、より進んだ内容を扱うことにした。また大学入学後のカリキュラムを考慮し、学生の日本語能力に合わせて英語を多用することもあった。更に当該年度は新型コロナウイルスの世界的な感染拡大の影響により、対面授業がいつ可能になるか不明な状況で開始され、これに伴う形でZoomを用いた遠隔授業を実施した。これらの点は、いわゆる通常の大学における講義とは大きく異なっている。

留学生に対する数学の予備教育については、指導技術や講義内容が比較的蓄積されにくい傾向にある。とりわけ上記のような変則的な講義に関しては、記録としても残りにくいことが予想される。一方で、指導においては学生の履修内容や理解度を把握し柔軟に対応する必要があり、そのための情報がやや不足しているという状態である。本稿ではその現状を踏まえ、次年度以降の指導をより発展させることを目標として、当該年度の講義内容を紹介する。

１　講義の目標と講義計画の変遷

本講義は2020年10月から開始し、2021年２月までの約半年間実施された。ここでは、まず講義形態について述べる。本プログラムは正式にはFoundation プログラム（以下、Ｆプログラム）と呼ばれ、修了した学生は大阪大学の理系学部に進学することが内定している。Ｆプログラムの学生の日本語能力は多岐に渡り、中上級～上級レベルであるF1クラスおよび初級～中級レベルであるF2、F3クラスに分類される。本講義で対象となる学生はＦプログラムのＦ２およびF3クラスであり、学生数は４名であった。講義は週に１回、90分の講義が２コマ連続するという形でおこなわれた。また新型コロナウイルスの影響を受けたため、Zoomを用いた遠隔授業となった。講義で用いた資料は、メールもしくはZoomのファイル共有機能を用いて配布した。この点が過去に大阪大学日本語日本文化教育センターで実施した予備教育プログラムの講義［3,5］と大きく違っている。

次に本講義での目標を述べる。理系学部に進学する事を踏まえ、大学入学後に理系科目で登場する数学の講義が理解出来るように、知識が不足している分野を把握し補うことを目標とした。また基本的な学術用語は、日本語で扱うことが出来るようになることも目指している。そのため講義開始前の段階では、高等学校で扱う内容を満遍なく復習することを念頭に、以下に示すような計画を立てた。

１．１　講義開始前の段階での講義計画

ここでは、講義開始前の段階で立てていた講義計画を紹介する。ただし、（　）内は日本の教科書での分類に対応する。特に１コマ目と２コマ目では、数学的アプローチが異なる分野を配

置するようにしている。これは特定の分野が苦手な場合、２コマ連続で同じ内容が続くのは、学習効果が薄れる可能性が生じるためである。また理系であることを踏まえ、大学入学後も重視されるであろう「数学Ⅲ」における内容を多めに盛り込んでいる。

１．第１回
（ａ）１コマ目計算の基礎（Ⅰ)、いろいろな式（Ⅱ）
（ｂ）２コマ目集合と数の分類、整数の性質、数の性質（A）
２．第２回
（ａ）１コマ目函数、二次函数とその応用（Ⅰ）
（ｂ）２コマ目三角函数、図形と計量（Ⅰ）
３．第３回
（ａ）１コマ目図形と方程式、軌跡と領域（Ⅱ）
（ｂ）２コマ目三角函数のグラフと性質、応用問題（Ⅱ）
４．第４回
（ａ）１コマ目指数函数、対数函数のグラフと方程式（Ⅱ）
（ｂ）２コマ目基本的な数列と種々の公式（Ｂ）
５．第５回
（ａ）１コマ目函数の極限と数列の極限（Ⅲ）
（ｂ）２コマ目漸化式とやや特殊な数列（Ｂ）
６．第６回
（ａ）１コマ目級数の扱いと計算例（Ⅲ）
（ｂ）２コマ目より一般的な数列と数学的帰納法（Ｂ）
７．第７回
（ａ）１コマ目極限による微分の定義と導函数（Ⅲ）
（ｂ）２コマ目ベクトルの演算と内積（Ｂ）
８．第８回
（ａ）１コマ目いろいろな微分法と計算技法（Ⅲ）
（ｂ）２コマ目平面ベクトルと図形（Ｂ）
９．第９回
（ａ）１コマ目函数の増減、微分法の応用（Ⅲ）
（ｂ）２コマ目空間ベクトルと図形（Ｂ）
10．第10回
（ａ）１コマ目不定積分と定積分（Ⅲ）
（ｂ）２コマ目２次曲線の標準型とその応用（Ⅲ）
11．第11回
（ａ）１コマ目置換積分法とその応用（Ⅲ）
（ｂ）２コマ目媒介変数表示、極座標と直交座標（Ⅲ）
12．第12回
（ａ）１コマ目部分積分法とその応用（Ⅲ）

（ｂ）２コマ目複素数平面における計算とその応用（Ⅲ）

13. 第13回

（ａ）１コマ目面積、体積と曲線の長さ（Ⅲ）

（ｂ）２コマ目複素数と平面図形（Ⅲ）

14. 第14回

（ａ）１コマ目試験

（ｂ）２コマ目採点

15. 第15回

（ａ）１コマ目解説

（ｂ）２コマ目解説

講義期間に対する内容から考えると、他のコースと照らし合わせても妥当ではないかと思われる。ひとまずこの計画に従って進め、学生と相談しながら変更点を見出すことにした。

１．２　講義開始後における講義計画の見直し

講義開始後、約２週間は上記の計画に沿って進めていたのだが、学生から以下の要望があった。

１．日本語が分からないため、解説を英語でおこなって欲しい。

２．数学的内容は、もっと難しいものにして欲しい。

要望１．については、学生たちの日本語能力がプログラム開始時点では初級～中級レベルであり、日本語の授業を同時進行で受けていることもあって、まだ講義を日本語で聞き取るのは難しいという意味であろう。また要望２．については、数学記号は（国によって微妙な違いはあるものの）共通の記号を用いることが多いため、数学的な内容に関しては、充分理解しているということを主張しているのだと解釈できる。この主張を無視し、日本語だけで当初の計画通りに講義を進めるのも一つの手段ではあるが、不満を抱えたまま半年間の講義を聞くのは、学生にとってモチベーションの維持が非常に難しいものとなることは容易に察せられた。

このことを踏まえ、第３回からの講義に関しては、大学初年度以降に学習する“解析学”の基礎に焦点を当て、英語を多用しながら解説をおこなうことにした（この際、過去の大阪大学日本語日本文化教育センターにおける講義［3, 5］のみでなく、日本学生支援機構日本語教育センターにおける講義［2, 4, 6, 7, 8］の組み立ても参考にした）。

従って以下の項目では各回の講義に関して紹介するが、第２回までの内容と第３回以降の内容に生じた大きな差は、上記の学生からの要望に起因するものである。

２　講義内容

以下では、実際に行った講義内容に関して述べる。先述のように、第１回および第２回は基礎的な部分の紹介を日本語を中心におこなっている。その後第３回以降は、主に解析学に関連する内容を英語で実施することとした。

2．1　第1回

計算に関連する用語は必須であるため、まずは式変形に関する用語の紹介をおこなった（次数、展開、因数分解、絶対値や有理化など)。その後、集合を用いた実数の分類を解説した。これらは過去に学習している可能性が高いのだが、対応する日本語を理解してもらうという目的で扱っている。

2．2　第2回

函数に関連する基本的な用語の解説をおこなう。具体例として二次函数を導入し、最大・最小問題を扱った。さらに周期函数の一例として三角函数を導入し、基本的性質と種々の定理の復習をおこなった。この中には、正弦定理、余弦定理、円に内接する四角形の性質や角の二等分線の性質などが含まれている。

2．3　第3回

学生からの希望もあり、以降は解析学に関連する内容を扱うことにした。まずは1変数函数の微分法の応用、特にテイラー展開に関する話題から開始した。テイラー展開については、一般形について知識を持っているものの、導出過程を知らないという学生が多かった。そのため定理の証明をおこない、実際の導出過程を紹介した。同時にマクローリン展開についても解説している。その後、具体的に与えられた函数についてのテイラー展開を求める演習を行った。ここで扱った函数としては、$f(x) = \log(1+x)$ や $f(x) = \sin^2 x$ などが含まれる。留学生の場合、対数函数の底が省略されていると、常用対数と勘違いしてしまう事例が頻発する。これは単なる表記法の違いに起因するもので、本質的な理解が伴っていないわけではない。しかし日本で生活する場合、高い確率で混乱することが予想されるため、意図的に対数函数を含む問題を多めに扱うようにしている。

さらに引き続き、応用問題として、テイラー展開を用いた極限の計算を扱った。例えば、

1．$\displaystyle \lim_{x\to 0} \left\{ \frac{1}{\log(1+3x)} - \frac{1}{3x\cos x} \right\}$,

2．$\displaystyle \lim_{x\to 0} \frac{x\cos x - \log(1+x)}{x\sin x}$,

　そして

3．$\displaystyle \lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$

などである。特に3．に関しては「双曲線函数との関連が知りたい」という旨の質問が出たため、次回に解説をおこなうことにした。

2．4　第4回

前回、質問の出た双曲線函数についての解説をおこなった。また、テイラー展開の応用として、誤差の評価についての演習問題を扱った。背景知識の解説には［1］を用いた。その後、2

変数函数の微分法（いわゆる偏微分法）を導入した。形式的には、１つの文字を定数とみなして微分の計算をおこなっているに過ぎないのだが、実際に慣れるためには相当の時間を要する。そのため、この日は計算を中心に扱うことにした。

２．５　第５回

前回から引き続き、偏微分法に関連する話題を扱う。偏微分法の応用の一つとして、「接平面の方程式」を解説した。接平面の方程式の表現は、大きく分けて２つのパターンがある：

１．函数 $z = f(x, y)$ と定義域内の点 $\mathrm{P}_0(x_0, y_0)$ が与えられた時の方程式

$$z - f(x_0, y_0) = f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0)$$

もしくは、

２．方程式 $F(x, y, z) = 0$ が与えられた時の点 (a, b, c) における方程式

$$F_x(a, b, c)(x - a) + F_y(a, b, c)(y - b) + F_z(a, b, c)(z - c) = 0$$

とするものである。これらは問題設定に応じて使い分ける必要があり、単に暗記しただけでは正解に辿り着けない場合が多い。そのため、具体的な問題を挙げ、実際に解きながら解説した。

２．６　第６回

２変数函数の微分法の応用として、「連鎖律」を扱った。２つの１変数函数 $x = x(t)$ と $y = y(t)$ を組み合わせて得られる連鎖律：

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt}$$

と、２つの２変数函数 $x = x(u, v)$ と $y = y(u, v)$ を組み合わせて得られる連鎖律：

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial u}, \quad \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial v}$$

をそれぞれ１コマずつ用いて解説することにした。後者の方がより一般的な形であるから、先に後者を解説しておき、後者の特殊な場合として前者を紹介する方法も考えられた。しかし、学生にとってはやや馴染みがない考え方であることと、計算の煩雑さを考慮し、双方を詳しく解説することとした。特に、学生によっては常微分の記号 dx/dt と偏微分の記号 $\partial x/\partial u$ の扱い方が曖昧になってしまう場合が散見されるため、記号の扱いにも注意が必要であることを強調した。

２．７　第７回

前回扱った「連鎖律」を用いた、証明問題を扱うことにした。学生の出身国・地域によっては、「証明」という概念を持ち合わせていない（もしくは履修していない）ことがある。その場合、証明の意義から解説する必要が生じるが、今回は全員履修していたため、問題はなかった。

しかし連鎖律を用いながら証明をおこなうためには、単なる微分の計算だけではなく、函数に固有の性質を用いたり、計算の煩雑さなどが伴う。実際、学生はかなり難しく感じたようであった。これには上記の難点に加え、計算のスパンが長いという問題も含まれている。すなわち、１つの関係式を証明するために必要な式変形自体が長いのである。そこで、１つの問題を２～３の主要な部分に分割し、誘導形式に直すことで対応した。これによってかなり見通しが良くなったようで、学生からの解答の正答率が上がった。また、論理関係の記述も明確になった。

２．８　第８回

偏微分法のさらなる応用として、極値問題を扱った。一般的な導入法と思われる、“極大値・極小値の導入から始まり、停留点を定義し、ヘッセ行列の行列式を用いて極値の判定をおこなう”というものである。扱う函数によっては、やや複雑な様相を呈する曲面となっていることがある（いわゆる鞍点と呼ばれる場合である)。これは見かけ上、極大値と極小値の性質を同時に持っているように見えてしまうため、やや理解が難しい。実際に、学生からも曲面の解釈について質問があった。特に多変数函数は視覚化しにくいため、なるべくシンプルな例を挙げることで実感させ、理解を促すことにした。

２．９　第９回

前回に引き続き、極値問題の応用を扱った。基本的に初等函数の組み合わせの域を出ないようにはしているが、中には微分の計算そのものが複雑な問題も含まれている。問題は著者自身が作成したものや、大学編入学試験問題、大学院入学試験問題を改変したものなどを扱った。やや難易度を高く設定したが、前回までの豊富な計算と相まったためか、約95％と高い正答率であった。

２．10　第10回

第10回からは、積分法を扱うことにした。中国の一部の地域などでは、微分法は履修する一方、積分法は全く習っていないという場合がある。今回の学生の中にも若干名の該当者がいたため、基礎的な部分から解説をおこなうことにした。不定積分を“微分の逆演算”として、また定積分を“面積を求める方法の一般化”としてそれぞれ導入し、写像としての性質を解説した。その後、実際に多項式函数や三角函数、指数函数などの具体的な積分の計算演習をおこなった。前回まで、全く逆の演算（すなわち微分）を扱っていたため、やや混乱が生じている学生もいたものの、総じてよく理解していた。

２．11　第11回

前回導入した積分について、計算のバリエーションを増やすことを目的として、置換積分法を導入した。この計算手法の背景には、合成函数の微分法があることなどを含め、導出方法を解説した。また定積分の置換積分法においては、積分の範囲も置き換える必要が生じる。それに伴って計算が煩雑になるため、やや計算ミスが発生しやすいように見受けられた。ただこれらのミスに関しては指摘後すぐ修正し、正解を導出していたため、本質的には理解しているものと考えられる。

2．12　第12回

前回に引き続き、計算手法を増やすことを目的として、部分積分法を導入した。部分積分法は置換積分法と異なり、積分範囲に気を使う必要はないものの、定理の適用に関しては自由度が生じ得る。場合によっては計算が途中で立ち行かなくなることがあり、初学者にとってはその試行錯誤が歯痒く感じられるところである。そのため不定積分・定積分に関わらず、基本的な計算問題から始めることにした。また計算には充分な時間を確保し、試行錯誤をおこなうことを促した。これにより、計算をおこなう際の方針の立て方が理解できた様子であった。

2．13　第13回

前半は積分法の応用例として、積分漸化式に関連する問題と、部分積分を繰り返すことで結果が得られる構造の問題を解説した。また後半は、次回が試験であることを踏まえ、これまでの主要なテーマについての復習をおこなった。すなわち、

1．テイラー展開とその応用
2．偏微分法に関する計算
3．接平面の方程式
4．２変数函数の極値問題
5．置換積分法
6．部分積分法

である。通常の大学初年度と比較しても速いペースであるため、抜け落ちている部分や理解が難しかった部分などが無いか確認したのだが、概ね理解できている様子であった。

2．14　第14回

試験を実施した。前回にも確認した通り、上記の６テーマについての問題を出題した。試験は遠隔でおこない、試験時間は90分とした。不正防止を兼ねて、念のため手元をカメラで映してもらうようにした。普段の様子および計算状況から判断しても、特に問題は無かったのではないかと思われる。試験結果については、細かな計算ミスを除き、ほぼ正解していた。計算間違いは主に積分の範囲に集中していたので、前半の微分の計算に引きずられた可能性がある。ただし同時に提出された解答用紙から、定理の適用手法そのものは間違っておらず、本質的な理解が伴っていないわけではないことが判明した。

2．15　第15回

試験の解説を実施した。どの問題に対しても、基本的な考え方が身に付いていたため、細かな計算を中心に解説をおこなった。特に質問なども無く、扱った内容が理解されていることが確認出来たため、終了した。

3　今後の課題

講義前の段階において学生の学力が把握できないことは想定していたが、講義開始後も遠隔

授業となってしまったため、現状の把握に予想以上に時間がかかってしまった。また遠隔であるが故に、学生の手元の計算を見ることが出来ず、学生がどのように考えているかを理解するのが困難であった。この点は、学生に問題を解かせる際に、答えのみではなく計算過程も書いたノートを送付して貰い、それをチェックすることで補うこととした。しかし、対面ほど細かくは対応しきれないことが多く、学生に合わせて詳しく解説をおこなうためには、工夫を積み重ねる必要があると感じた。

また、著者は解析学を専門としているが、分野外の用語（例えば、曲面の構造を解説する際に有用な、幾何学に関連する用語など）を用いた解説には、相当の準備時間を要した。著者の勉強不足であることに相違ないが、上記のように相手の知識量が不明瞭であったため、様々な種類の質問を想定しておく必要があったのである。遠隔授業であっても、効率良く学生の知識等を把握する手法が必要であると痛感した次第である。

今回の講義では、こちらの説明の中で理解できなかった部分に関して、学生が「この部分が分からない」ということをはっきりと伝えてくれた。そのため、準備段階では上記の不安要素はあったものの、講義中は説明に集中することが出来た。しかし（例えば、数学に苦手意識を持っているなどの理由で）、主張の弱い学生であれば、理解が伴わないまま取り残されることが予想される。これは通常の対面授業よりも、遠隔授業のほうが発生頻度は高くなるであろう。

これらの問題に対してどのように学生をフォローし、きめ細かく対応していくのか、講義形態を含めて試行錯誤の余地があると思われた。さらに、学生に合わせてより柔軟にカリキュラムの構成を変更することで、学習効果の向上に繋げられるのではないかと考えている。以上に基づき、遠隔授業を含む今後の講義を洗練させることが今後の課題である。

参考文献

[1] 杉浦光夫（1980）『解析入門Ⅰ』東京大学出版会

[2] 南出大樹・森田健（2017）「統一試験から考察するミャンマーの数学教育」『独立行政法人日本学生支援機構日本語教育センター紀要』第13号，pp.41-53

[3] 森田健（2018）「Gプログラム（文系）数学の講義構成に関して」『大阪大学日本語日本文化教育センター授業研究』第16号，pp.57-65

[4] 森田健（2018）「統一試験対策問題集分析によるミャンマーと日本の数学教育の比較」『独立行政法人日本学生支援機構日本語教育センター紀要』第14号，pp.1-8

[5] 森田健（2019）「Uプログラム理系数学の講義構成に関して」『大阪大学日本語日本文化教育センター授業研究』第17号，pp.73-83

[6] 森田健（2019）「教科書分析によるベトナムと日本の数学教育の比較」『独立行政法人日本学生支援機構日本語教育センター紀要』第15号，pp.9-15

[7] 森田健（2020）「ミャンマーの留学生に対する大学入学のための予備教育について」『独立行政法人日本学生支援機構日本語教育センター紀要』第16号，pp.51-58

[8] 森田健（2021）「ミャンマーからの留学生に対する大学入学のための補講について」『独立行政法人日本学生支援機構日本語教育センター紀要』第17号，pp.13-19

（もりた　たけし　本センター非常勤講師）