



Title	Fractal Nature of Defect States in the Hofstadter butterfly
Author(s)	松木, 義幸
Citation	大阪大学, 2022, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/87819">https://doi.org/10.18910/87819</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## 論文内容の要旨

氏名(松木義幸)	
論文題名	Fractal Nature of Defect States in the Hofstadter butterfly (ホフスタッター蝶における欠陥状態のフラクタル性)
論文内容の要旨	
<p>磁場中の2次元結晶中の電子のエネルギースペクトルはフラクタル構造を示し、ホフスタッター蝶と呼ばれている。これは量子力学で最初に発見されたフラクタルの一つであり、量子ホール効果と密接に関連する基本的な問題である。しかし、このフラクタル性を実験的に観測するには、実現不可能なほど強い磁場が必要であり、長年実験物理学者を悩ませてきた。近年、グラフェンを用いたモアレ超格子や光学格子などの新しい実験ステージが開発され、ついにホフスタッター蝶が観測された。しかし、現在ホフスタッター蝶の実験的観測法はエネルギースペクトルと輸送特性の測定にとどまっている。また、磁場中のブロッホ電子に関する従来の理論的研究のほとんどは欠陥のない綺麗な格子系で行われており、欠陥局在状態のフラクタル性についてはよく理解されていなかった。このような背景の下で本博士論文では点欠陥系におけるホフスタッター蝶に関して次の4項目の解析を行った：(I)点欠陥状態のエネルギースペクトルのフラクタル性、(II)点欠陥状態の空間的フラクタル性、(III)ホフスタッター蝶の欠陥エネルギー準位と磁気モーメントの関係、(IV)エネルギースペクトルの点欠陥数依存性。</p> <p>(I)においては、点欠陥がホフスタッター蝶の無数のフラクタルなエネルギーギャップの一つ一つに欠陥エネルギー準位を作り出し、点欠陥状態にもフラクタル性が引き継がれることを示している。</p> <p>(II)においては、欠陥波動関数の局在長（空間的減衰長）がフラクタル世代によってすべて異なることを示し、さらに適切なフラクタルスケーリングのもとで、どの欠陥波動関数の局在長も近似的に一つの普遍的な曲線で記述できることを明らかにしている。この結果は、欠陥波動関数の局在長という空間的情報の測定によるホフスタッター蝶の新しい強力な観測法を提供し、主にエネルギースペクトルのフラクタル構造を観測していた従来の実験結果に、より詳細な情報を追加するものになっている。</p> <p>(III)においては、欠陥局在状態は局所電流による磁気モーメントを伴い、その大きさはホフスタッター蝶のエネルギー準位の勾配と正確に一致することを示している。この局所電流は原子レベルの量子ホールエッジ電流と見なすことができ、点欠陥物理とトポロジカル物性を結ぶ非自明な関係が存在することを示唆している。</p> <p>(IV)においては、点欠陥の数とエネルギーギャップに現れる点欠陥エネルギー準位の数は一致することを示した。これはバルク-エッジ対応では説明できない性質であり、点欠陥系を特徴付ける新たな対応である。</p>	

## 論文審査の結果の要旨及び担当者

	氏名 (	松木 義幸	)
		(職)	氏名
論文審査担当者	主査	教授	大野木 哲也
	副査	教授	兼村 晋哉
	副査	教授	越野 幹人
	副査	教授	新見 康洋
	副査	助教	飯塚 則裕

## 論文審査の結果の要旨

博士論文「Fractal Nature of Defect States in the Hofstadter butterfly」の論文審査結果の要旨は次のとおりである。

磁場中の2次元結晶中の電子のエネルギースペクトルは、Hofstadter butterflyと呼ばれるフラクタル構造を示す。これは量子力学で発見された最初のフラクタルの一つであり、格子上の量子ホール効果を記述する興味深い基本問題である。しかし、Hofstadter butterflyを実験的に観測するには、実現不可能なほど強い磁場が必要であり、長年実験者を悩ませてきた。近年、モアレ超格子や光学格子などの新しい実験ステージが開発され、ついにフラクタル構造が観測されるようになった。

松木義幸氏は、磁場中の2次元電子系に格子欠陥がある場合についてのエネルギー固有値と固有状態を調べることで、以下の意味でより一般化されたフラクタル性を発見した。

- 1) 格子欠陥を加えることで、フラクタル性を持つエネルギースペクトルにおいて、それぞれのギャップ間に局在状態に対応する新しいエネルギー固有状態が生じる。
- 2) 格子欠陥の穴の大きさに比例して、ギャップ間の局在状態が増大する。
- 3) 適切なスケール因子を考察することで、局在長にもフラクタル構造が存在する。
- 4) このフラクタル性は将来の実験でも原理的に測定可能である。

このように松木氏は、エネルギースペクトルだけでなく、波動関数の空間情報にもフラクタル性が存在することを定量的に明らかにした。松木氏の結果は電子のフラクタル性に対して新しい実験手法を提供するとともに、ホフスタッター蝶の長い歴史に新たな切り口を与える独創的な成果であり、博士（理学）の学位論文として十分価値のあるものと認める。