



Title	構造部品の形態設計のための外部変数と連係するトポロジー最適化法
Author(s)	丸山, 峻
Citation	大阪大学, 2022, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/88034">https://doi.org/10.18910/88034</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

博士学位論文

構造部品の形態設計のための  
外部変数と連係するトポロジー最適化法

丸山 峻

2022年1月

大阪大学大学院工学研究科



# 目 次

<b>1</b>	<b>緒論</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>構造形態の最適化法と外部変数の導入</b>	<b>7</b>
2.1	緒言	7
2.2	トポロジー最適化による構造形態の最適設計	7
2.2.1	トポロジー最適化の基本	7
2.2.2	最適構造の条件設定への依存性	10
2.3	外部変数と連係するトポロジー最適化問題	12
2.4	最適化法の基本構想	12
2.4.1	一括最適化方式とその困難性	13
2.4.2	入れ子方式による困難性の解消	14
2.4.3	入れ子方式に基づく最適化法の課題	15
2.5	関連研究の動向	16
2.6	結言	18
<b>3</b>	<b>メタモデリングを組み込んだ外部変数と連係するトポロジー最適化法</b>	<b>21</b>
3.1	緒言	21
3.2	最適化法の基本構成	21
3.3	最適化の手続き	24
3.4	メタモデリングによるトポロジー最適化結果の近似	27
3.4.1	メタモデリングの構成と基本形	27
3.4.2	外部変数の数の増加に伴う計算コスト増大への対処	28

3.4.3	個別問題に応じた近似関数の選択	29
3.4.4	近似精度の検証方法と保障	30
3.5	結言	30
<b>4</b>	<b>片持はりの構造設計への適用</b>	<b>33</b>
4.1	緒言	33
4.2	片持はりの設計問題と構造最適化法	33
4.2.1	片持はりの設計問題の基本形	33
4.2.2	密度法に基づくトポロジー最適化	34
4.3	片持はりの構造形態と支持位置の最適設計	35
4.3.1	設計問題とその定式化	35
4.3.2	外部変数と連係するトポロジー最適化法への展開	36
4.3.3	数値例	37
4.3.4	考察	39
4.4	片持はりの構造形態と内部に埋め込まれた部品配置の最適設計	40
4.4.1	設計問題とその定式化	40
4.4.2	外部変数と連係するトポロジー最適化法への展開	41
4.4.3	数値例	42
4.4.4	考察	43
4.5	結言	44
<b>5</b>	<b>永久磁石同期モータの回転子の構造設計問題への展開</b>	<b>47</b>
5.1	緒言	47
5.2	設計問題とその定式化	47
5.3	構造および電磁界解析	49
5.4	密度法に基づくトポロジー最適化	51
5.5	外部変数と連係するトポロジー最適化法への展開	52
5.6	数値例	53
5.7	考察	57
5.8	結言	57

<b>6 ノイズフィルタ回路基板のレイアウト設計問題への展開</b>	<b>61</b>
6.1 緒言 . . . . .	61
6.2 設計問題とその定式化 . . . . .	61
6.3 電磁界解析 . . . . .	64
6.4 レベルセット法に基づくトポロジー最適化 . . . . .	65
6.5 外部変数と連係するトポロジー最適化法への展開 . . . . .	66
6.6 数値例 1：誘導ノイズが支配的な設定での検証 . . . . .	68
6.7 数値例 2：伝導ノイズが支配的な設定での検証 . . . . .	72
6.8 結言 . . . . .	75
<b>7 結論</b>	<b>79</b>
<b>A 永久磁石同期モータの最適化における制約条件</b>	<b>83</b>
A.1 剛性制約 $G_1$ . . . . .	83
A.2 体積制約 $G_2$ . . . . .	84
A.3 配置制約 $G_3, G_4, G_5, G_6$ . . . . .	84
<b>B 永久磁石同期モータの回転子の構造設計問題での メタモデリングにおけるサンプル</b>	<b>89</b>
<b>C 許容されない断線・短絡を防止する制約条件</b>	<b>93</b>
<b>謝辞</b>	<b>96</b>
<b>研究論文・発表リスト</b>	<b>99</b>



# 第1章

## 緒論

各種の機械は、様々な部品から構成されており、各部品がそれぞれの役割を担いつつ組織的に作用することによって、所定の役割を果たしている。そのため、ある機械が役割を果たしうる能力、すなわち機械の性能を高める上では、個々の部品が担う役割と性能を優れたものにしておくことは前提条件となる。部品には種類や大小に限らず実に様々なものがあるが、本論文では、それの中でも、所定の材料から構成されてひとつの塊としての形をなしているものを構造物と呼ぶ。構造物が機械において担う役割に関しては、有限要素法などのシミュレーションの発達によりその挙動を予測できるようになってきている。そして、その予測にもとづいて構造物の形を数理計画法の枠組みによって操作すれば最適な形が導き出せるという発想のもと、トポロジー最適化<sup>(1)</sup>と呼ばれる技術体系が展開されてきている。

トポロジー最適化の基本的な内容は、構造物の形をある設計領域内の材料の分布で表現し、その材料の分布またはそれを導く関係を設計変数とし、シミュレーションにより構造物の性能および設計変数の局所的な変化による性能指標の変化を評価して、設計変数を段階的に変更していくことで、最適な材料の分布、すなわち最適な形を探索するというものである。そもそも、構造物の形を表現したり操作していく上での方法や手段には様々な物がある。例えば、形の様式が確定している場合には、その特徴を規定する寸法を導入すれば、限定的ではあるものの形を形式的に操作できるようになる。さらに、大まかな様式のもとで外形形状を自由に操作したいのであれば、形の境界をスプライン曲線で表現してその制御点を操作するなど、境界を規定する変数を導入することで形を形式的に操作できるようになる。とはいって、それらの枠組みや方法では、形のあらゆる可能性を表現できるわけではなく、典型的には孔の有無など構造物のトポロジーまでを操作することはできない。つまり、ある様式のもとでの形式的な形の操作を超える、形そのもののあり様、形態の操

作まではできない。構造物の形に関する最適化の方法は、このような形の表現と操作に関する類別に対応して発展してきており、1960年に Schmit が提案した寸法を設計変数とする寸法最適化<sup>(2)-(4)</sup>に端を発し、1970年代以降展開した構造物の外形形状を設計変数とする形状最適化<sup>(5)-(7)</sup>を経て、1988年の Bendsøe と Kikuchi による研究<sup>(8)</sup>をきっかけとして、形態を対象とするトポロジー最適化へと進展してきている。それらの中でもトポロジー最適化の枠組みは、孔の有無や数を含め形を操作する上での自由度が高く、より根本的な意味での最適な構造物を導き出すことが期待できる。その期待を受け、また、トポロジー最適化の具体的な活用や実施に際する技術的な課題を受け、手法の改良や、様々な物理現象と連成する構造設計問題への拡張などの広範な研究がなされてきている<sup>(9)-(12)</sup>。また、一部の商用 CAD, CAE ソフトウェアへトポロジー最適化の機能が搭載されるようになってきている。とはいえ、トポロジー最適化が導き出す解は三次元的に複雑な形状となる場合が多く、製造性の課題が普及を阻む要因となっていた。これに関しては、近年の付加製造技術の発展に伴って製造が可能となる場合が増えており、軽量化が強く求められ、ある程度のコスト増も許容できる航空機などの構造物では、トポロジー最適化を援用して設計された部品が活用されている<sup>(13),(14)</sup>。

以上のように、トポロジー最適化は30年ほどの間に目覚ましい発展を遂げ、実用での展開も進み始めているが、機械全体の最適性という意味合いからすれば、その適用範囲は限定的なものに留まっている。従来からのトポロジー最適化が機能するには、ある構造物の形についての設計問題が、機械のその他の部分についての設計問題から切り離されて明確に定義されることが必須である。裏を返せば、いくらその部分で高度な最適化が達成できたとしても、その最適性は切り出された問題の範囲に限定されたものに留まる。つまり、機械全体にとってのより高度な最適性を達成するためには、構造物の範囲に限定するのではなく、それが置かれている状況をも操作の対象とし、構造物とその状況を包括する内容に対する最適化が求められる。これに対して本研究では、従来からのトポロジー最適化にて構造物と呼ばれていた対象を、それが機械全体から見た場合にある部品にすぎないことに着目し、構造部品と呼ぶこととする。さらに、従来からのトポロジー最適化では設計問題を切り出した後でその条件設定を規定するパラメータがあるが、それを上記での状況を規定している設計変数と位置付けて外部変数と呼ぶこととする。これを踏まえ、本研究では、構造部品の形と外部変数が相互に連成している問題を取り上げ、そのような問題に対するトポロジー最適化法について論じていく。

複数の領域にまたがる最適化に関しては、トポロジー最適化とは別に、複合領域設計最適化 (Multi-Disciplinary Design Optimization, MDO)<sup>(15)</sup>として様々な展開が進められてきている。複合領域設計最適化を取り扱う上では、シミュレーションのコストを抑制すると

ともに、最適化における探索がスムーズに進まなくことを回避することが重要となる。そのような最適化問題の解法の一つに、最適化計算時に物理現象などのシミュレーションを行う代わりに、あらかじめシミュレーションによって得られる対象の挙動と設計変数の対応関係を近似した、メタモデルと呼ばれるモデルを構築しておき、そのメタモデルのもとで最適化を行う方法<sup>(16),(17)</sup>がある。この方法は、比較的少数の設計変数によって対象の挙動が規定できていて、対象の挙動が複雑であると言っても、その変化が比較的なだらかな場合に適している。本研究で扱う構造部品の形と外部変数が連成するトポロジー最適化の問題では、構造部品単独のトポロジー最適化にかかる計算がそれなりに複雑で、計算コストが大きくなりうること、また、外部変数は適切なモデルを導入できれば比較的少数に抑えることが期待できるとして、メタモデリングによる方法に着目する。

本研究は、一連の問題意識と着想に基づき、構造部品の形態設計のための外部変数と連係するトポロジー最適化法を構築することを目的とする。具体的には、対象とする最適化問題の性質に着目して、外部変数を固定したもとで構造部品のトポロジー最適化を様々な設定の外部変数に対して実施した上で、外部変数に対する構造部品の最適性の関係をメタモデルとして表現し、続いて、そのメタモデルを目的関数としたパラメトリック最適化により、最適な外部変数の値とそれに付随する構造部品の最適構造を確定させる入れ子方式による最適化手法を提案する。さらに、いくつかの設計例題への適用を通して提出手法の有効性を検証していく。以上のもと、本論文は以下の各章から構成される。

第2章では、まず、トポロジー最適化の基本的な方法論を説明した後、最適解の条件設定への依存性を考察し、構造部品の形態の最適化において外部変数を考慮することの意義を述べる。次に、外部変数を定義し、外部変数と連係するトポロジー最適化問題を記述する。そして、その適切な解法について、同最適化問題の最適化計算および数値計算上の性質に対する考察から、入れ子方式に基づく最適化法の可能性と課題、その解決策の基本構想について述べる。最後に、関連する研究のレビューをもとに、本研究の立ち位置を明らかにする。

第3章では、第2章で述べた基本構想に基づき、入れ子方式に基づく最適化法へメタモデリングを組み込んだ新たな最適化手法を提案する。また、メタモデリングの各段階における方法論を述べ、提案手法においてそれらを適切に利用するための指針を示す。

第4章では、第3章で提案した手法を2つの例題へ適用し、その有効性を検証する。1つ目の例題は自明な最適解をもつ、片持はりの形態と支持位置の最適設計問題、2つ目は複数の関連研究で取り上げられている、片持はりの形態と内部に埋め込まれた部品配置の最適設計問題である。これらの例題は物理場の挙動が単純であり、得られた解の妥当性の

判断が比較的容易であることから、提案手法の有効性検証に適していると考えられる。

第5章では、工学的実用性を有した設計問題として、永久磁石同期モータの回転子の構造設計問題を取り上げ、提案手法を適用するための理論と実装方法を示す。また、数値例題へ手法を適用し、得られた構造、すなわち、外部変数を含めて形態を最適化した構造と、実際の製品を基にした構造、従来のトポロジー最適化のみを施した構造の3つを比較することで、提案手法の有効性を検証する。

第6章では、工学的実用性を有した設計問題として、ノイズフィルタ回路基板のレイアウト設計問題を取り上げ、提案手法を適用するための理論と実装方法を示す。本設計問題では、外部変数の数が第4,5章の例題よりも多いために、メタモデリングにおいて計算コストが膨大となる可能性がある。そこで、問題の性質から解空間の性質を考察し、計算コストの低さと近似精度の高さを両立する適切なサンプル配置を実験計画法に基づいて決定する。また、提案手法の有効性を数値例題への適用を通して示す。

第7章では、各章の内容を要約し、本研究の成果を総括する。

## 参考文献

- (1) Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., *Topology optimization: theory, methods, and applications* (2013), Springer Science & Business Media, second edition.
- (2) Schmit, L. A., Structural design by systematic synthesis, in *Proceedings of the Second National Conference on Electronic Computation*, ASCE, Sept., 1960 (1960).
- (3) Prager, W., A note on discretized Michell structures, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, No. 3 (1974), pp. 349–355.
- (4) Svanberg, K., Optimization of geometry in truss design, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 28, No. 1 (1981), pp. 63–80.
- (5) Haftka, R. T. and Grandhi, R. V., Structural shape optimization—a survey, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 57, No. 1 (1986), pp. 91–106.
- (6) Ding, Y., Shape optimization of structures: a literature survey, *Computers & Structures*, Vol. 24, No. 6 (1986), pp. 985–1004.
- (7) Allaire, G. and Henrot, A., On some recent advances in shape optimization, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences-Series IIB-Mechanics*, Vol. 329, No. 5 (2001), pp. 383–396.
- (8) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., Generating optimal topologies in structural design using

- a homogenization method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, No. 2 (1988), pp. 197–224.
- (9) Eschenauer, H. A. and Olhoff, N., Topology optimization of continuum structures: a review, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 54, No. 4 (2001), pp. 331–390.
- (10) Rozvany, G. I., A critical review of established methods of structural topology optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 37, No. 3 (2009), pp. 217–237.
- (11) Sigmund, O. and Maute, K., Topology optimization approaches: A comparative review, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 48, No. 6 (2013), pp. 1031–1055.
- (12) Deaton, J. D. and Grandhi, R. V., A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 49, No. 1 (2014), pp. 1–38.
- (13) Liu, J., Gaynor, A. T., Chen, S., Kang, Z., Suresh, K., Takezawa, A., Li, L., Kato, J., Tang, J., Wang, C. C., et al., Current and future trends in topology optimization for additive manufacturing, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 57, No. 6 (2018), pp. 2457–2483.
- (14) Meng, L., Zhang, W., Quan, D., Shi, G., Tang, L., Hou, Y., Breitkopf, P., Zhu, J. and Gao, T., From topology optimization design to additive manufacturing: today's success and tomorrow's roadmap, *Archives of Computational Methods in Engineering*, Vol. 27, No. 3 (2020), pp. 805–830.
- (15) Sobiesczanski-Sobieski, J., Morris, A. and Van Tooren, M., *Multidisciplinary design optimization supported by knowledge based engineering* (2015), John Wiley & Sons.
- (16) Simpson, T. W., Poplinski, J., Koch, P. N. and Allen, J. K., Metamodels for computer-based engineering design: survey and recommendations, *Engineering with Computers*, Vol. 17, No. 2 (2001), pp. 129–150.
- (17) Wang, G. G. and Shan, S., Review of metamodeling techniques in support of engineering design optimization, *Journal of Mechanical design*, Vol. 129, No. 4 (2007), pp. 370–380.



## 第 2 章

### 構造形態の最適化法と外部変数の導入

#### 2.1 緒言

本章では第 1 章で提起した外部変数と連係するトポロジー最適化問題の内容と、その問題に対する数理的解法の適性について論じる。まず、基礎となるトポロジー最適化の理論について述べ、その課題を指摘する。次に、その課題に取り組むために、外部変数を定義し、対象とする最適化問題を定義する。そして、その最適化問題の適切な解法について考察し、関連する研究のレビューをもとに、それらの課題と本研究の立ち位置を明らかにする。

#### 2.2 トポロジー最適化による構造形態の最適設計

本節ではトポロジー最適化の一般的な理論を説明し、そこでは所与とされている条件設定とその設定への解の依存性を述べる。

##### 2.2.1 トポロジー最適化の基本

###### (1) 材料分布による構造表現

トポロジー最適化は数学的根拠に基づき、構造物の最適な形状・形態、すなわち最適な構造形態、を求める構造最適化の一手法である。トポロジー最適化の基本的な考え方は、構造設計問題をある固定設計領域内の材料分布の最適化問題に置き換えることにある。この考え方は、コンピュータのディスプレイの描画方法とのアナロジーで説明できる。ディスプレイは画面上の各ピクセルの輝度をそれぞれ調整することで、画像を画面に映し出す。

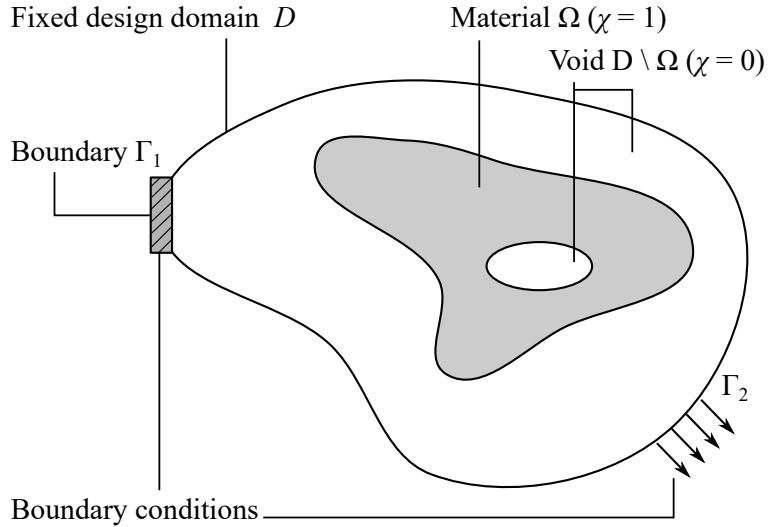


Fig. 2.1 Schematic illustration of a design domain, boundaries, and material representation for topology optimization.

これと同様に、トポロジー最適化では固定設計領域内の各座標における材料の有無、すなわち材料分布を調整することで、構造物の形を表現する。この表現方法によって、外形形状のみならず、穴の有無の変化を表現できる。そして、その材料分布を最適化することで、最適な構造を得る。

具体的には、図 2.1 のように、構造物をある固定設計領域  $D$  内の物体領域  $\Omega$  とみなし、 $D$  内での材料の有無を表す次式の特性関数  $\chi(\mathbf{x})$  によって  $\Omega$  を表現する。

$$\chi(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & (\mathbf{x} \in \Omega) \\ 0 & (\mathbf{x} \in D \setminus \Omega) \end{cases} \quad (2.1)$$

$\chi$  は 0 か 1 の値を持ち、値が 0 なら空洞領域  $D \setminus \Omega$ 、1 なら物体領域  $\Omega$  を表す。ここで、 $\mathbf{x}$  は設計領域内の任意の位置を示す座標である。そして、 $\chi$  に対応する設計変数と、構造物の性能に対応する目的関数、制約条件を設定し、数理計画法（あるいは数理最適化ともいう）を用いて、制約条件のもとで目的関数を最小化または最大化する設計変数を求める。

なお、この最適化問題を数理計画法で取り扱うためには、特性関数  $\chi$  を滑らかな連続関数に置き換える設計空間の緩和が必要である。なぜなら、 $\chi$  は無限小の領域において離散化された 0, 1 の値をとることができるとするような、たちの悪い不連続性を持つからである。これを許すと、例えば、無限に細かい材料が無数に存在する構造が最適解となる状況が起こり得てしまう。そこで、設計空間を緩和する材料分布の表現方法が提案されている。それ

らのうち、本論文では、第4～6の数値例題で利用する、密度法<sup>(1)</sup>、レベルセット法<sup>(2),(3)</sup>について述べる。

## (2) 密度法

密度法では、構造を表現するために、特性関数  $\chi(\mathbf{x})$  の代わりに 0 から 1 に正規化された仮想的な材料密度  $\rho(\mathbf{x})$  を用いる。 $\rho$  の値が 0 なら空洞領域  $D \setminus \Omega$ 、1 なら物体領域  $\Omega$  を表すことは  $\chi$  と同様だが、 $\rho$  は 0～1 の中間の連続的な値をとる。構造物の物性は  $\rho$  に依存する補間関数で表現され、代表的な補間法である SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) 法<sup>(4)</sup> では、以下の式で物性を与える。

$$E(\rho) = E_0(\rho^p - 1) + E_1\rho^p \quad (2.2)$$

ここで、 $E$  は  $\mathbf{x}$  における材料物性値、 $E_0$  は空洞の物性値、 $E_1$  は物体の物性値である。指數  $p$  はペナルティパラメータで、0 と 1 の中間的な材料密度であるグレースケールを最適化の過程で排除するために設けられる。 $p$  は通常、2 から 3 程度の値が与えられる。

密度法は、それ以前に提案された材料表現法である均質化法<sup>(5)</sup>と比べて理論、実装の両面で簡易である点で優れている。一方で、グレースケールの存在を許容するために、最適解にグレースケールが残る場合、物体領域と空洞領域の境界が曖昧となり、その工学的解釈が困難になるという短所をもつ。それについては、この短所を克服できる方法として、レベルセット法に基づくトポロジー最適化が提案されている。

## (3) レベルセット法

レベルセット法は物体領域と空洞領域の境界を明瞭に定義できる構造表現方法である。この手法では、レベルセット関数と呼ばれるスカラー関数  $\phi(\mathbf{x})$  を導入し、次式のように、その符号が正なら物体領域  $\Omega$  を、負なら空洞領域  $D \setminus \Omega$  を、値が 0 ならそれらの境界  $\partial\Omega$  を表すものとする。

$$\begin{cases} \phi(\mathbf{x}) > 0 & (\mathbf{x} \in \Omega) \\ \phi(\mathbf{x}) = 0 & (\mathbf{x} \in \partial\Omega) \\ \phi(\mathbf{x}) < 0 & (\mathbf{x} \in D \setminus \Omega) \end{cases} \quad (2.3)$$

境界  $\partial\Omega$  はゼロレベル境界と呼ばれる。最適化においてはレベルセット関数を設計変数(設計場)とし、これを変動させることでゼロレベル境界を変動させ、最適構造を得る。

レベルセット法では、理想的には境界を明瞭に表現できるものの、実装においては、有限要素法などの離散化による計算手法が用いられるために、ゼロレベル境界近傍にグレースケール要素が生じる。具体的には、内部にゼロレベル境界が含まれる要素では、その要素が物体と空洞どちらの領域に含まれるか明確に定義できないために、グレースケール要素とみなされる。この課題に対して、有限要素メッシュの節点がゼロレベル境界上に位置するようにメッシュを作成することで、グレースケール要素を排除する手法が提案されている<sup>(6)</sup>。

#### (4) 状態場および設計感度の計算

材料分布により表現された構造物の性能は場の支配方程式を解くことで求められる。支配方程式は微分方程式の境界値問題として記述されるために、それを解くには境界条件が与えられる必要がある。目的関数の設計変数に関する微分である設計感度を求める上でも同様である。従来のトポロジー最適化では、最適化問題を定式化する時点で固定設計領域や境界条件の付与位置が設定され、最適化の過程でそれらが変更されることはない。

状態場の計算には有限要素法などの離散化による計算手法が用いられる。その場合、上述の材料密度  $\rho$  やレベルセット関数  $\phi$  も離散化された領域に定義され、有限個の設計変数となる。以降の議論では、状態場の計算や材料分布は連続系で表現されたとしても、計算時には離散化されるものとする。また、材料分布は表現方法によらず、有限個の材料分布変数ベクトル  $\rho$  として表現する。

#### (5) 最適化問題の定式化

トポロジー最適化問題は一般的に次のように表される。

$$\begin{aligned}
 & \text{find} && \rho \\
 & \text{that minimize} && F(\rho) \\
 & \text{subject to} && G_i(\rho) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

ここで、 $F$  は目的関数、 $G_i$  は  $i$  番目の制約条件、 $n$  は制約条件の数である。

##### 2.2.2 最適構造の条件設定への依存性

現実の設計問題をトポロジー最適化問題へと定式化する過程では、設計者が与える条件設定がある。条件設定には、はじめの段階では目的関数や制約条件の選定、固定設計領域

や境界条件、より詳細な段階では数値解析のパラメータなど多岐にわたるものがある。このような条件設定を与えるのは、最適化にて着目する対象を構造物に限定しその他の部分についての設計問題から切り離すことで、明確に定義されたトポロジー最適化問題を定式化するためである。条件設定をどのように与えるかはトポロジー最適化で得られる最適構造に大きく影響を与えるために、適切に決定する必要がある。そのため、可能ならば、工学的要請や設計要求に基づいて決定されるのが普通である。

しかし、設計問題によってはどのように条件設定を与えるべきかが自明ではない場合がある。それは、機械全体の設計のなかで、機械を構成する一部品を対象としたトポロジー最適化問題を定式化する場合である。本研究では、従来からのトポロジー最適化において構造物と呼ばれている対象のうち特に、機械の一部品である構造物を構造部品と呼ぶ。構造部品の設計問題では、構造部品の形が最適化によって変化することで、関連する機械の他の部分への影響が変化し、それに伴ってその他の部分にも設計変更が生じることで、構造部品が置かれている状況が変化する可能性がある。構造部品の置かれている状況が変化すると、最適化問題の定式化にて与えるべき条件設定も変化する。つまり、構造部品のトポロジー最適化問題における条件設定は他の部品との関係によって変わりうるものである。そのため、機械全体の設計が完了する以前にどのような条件設定を与えるのが適切かを知ることは難しく、条件設定の決定自体も設計問題であると言える。しかしながら、従来からのトポロジー最適化では、条件設定を予め固定されたものとして扱っている。条件設定を予め固定することは上述のように明確に定義されたトポロジー最適化問題を定式化するうえで必要ではあるが、得られる解は定義された問題の範囲内の最適解に留まる。機械全体にとってのより高度な最適性を達成するためには、構造部品の形の範囲に限定するのではなく、それが置かれている状況をも操作の対象とし、構造部品とその状況を包括する内容に対する最適化が求められる。そこで、従来のトポロジー最適化における条件設定のうち設計対象とすることが望ましい要因を外部変数と位置づけ、形態と外部変数の療法を考慮した最適化を行うことで、より広い解空間の探索が可能になると考えられる。

トポロジー最適化における条件設定は様々なものがあるが、本研究では特に、固定設計領域の形状と境界条件の付与位置に着目する。これらはあらゆるトポロジー最適化問題において問題設定の初期に与えられる基本的な条件設定であり、一般的にトポロジー最適化の過程では変更されないものとして扱われている<sup>(7),(8)</sup>が、最適構造へ大きく影響を与えることが多い。このことから、本研究で外部変数として取り上げるものは、トポロジー最適化問題の条件設定のうち、固定設計領域や境界条件に関連するものとする。

## 2.3 外部変数と連係するトポロジー最適化問題

トポロジー最適化を外部変数と連係するトポロジー最適化へ拡張することで、より広い解空間の探索が可能になる。そこで、本節では2.2節で定義したトポロジー最適化問題を基に、外部変数と連係するトポロジー最適化問題を定義する。

外部変数  $s$  はトポロジー最適化における条件設定を規定する量を表す設計変数である。例えば、 $s$  は図2.1における設計領域  $D$  の外形寸法や、境界条件が付与される境界  $\Gamma_1, \Gamma_2$  の位置を規定する量である。 $M$  個の外部変数があるとき、それらをベクトル  $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_M]$  で表す。式(2.4)の従来のトポロジー最適化を前提とした最適化問題では、材料分布変数  $\rho$  のみが設計変数として扱われる一方、外部変数  $s$  は固定されたパラメータとして扱われている。これに対し本研究では、材料分布変数と外部変数の両方を設計変数とした最適化問題を考える。すなわち、本研究で扱う最適化問題は、 $s$  と  $\rho$  の両方を設計変数とし、ある制約条件  $G_i$  のもとで、ある単一目的関数  $F$  を最大化または最小化するものである。この問題は次式のように定式化される。

$$\begin{aligned}
 & \text{find} && \mathbf{s}, \rho \\
 & \text{that minimize} && F(\mathbf{s}, \rho) \\
 & \text{subject to} && G_i(\mathbf{s}, \rho) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

材料分布変数  $\rho$  の定義は外部変数  $s$  に従属的といえる。なぜなら、 $\rho$  が定義される固定設計領域  $D$  の形状は  $s$  から決まり、 $s$  が変化した場合、異なる  $\rho$  が新たに定義されるためである。この性質があるために、 $s$  の変更の前後で  $\rho$  が表す内容は同一である保証はない。例えば、 $s$  が変更されたとき、固定設計領域  $D$  が変形し、 $\rho$  が定義される領域が新たに生成されたり、消失したりすることで、 $\rho$  が表していた構造形態の意味が変わってしまう場合がある。このことに起因して、式(2.5)の最適化問題を解く上では、通常のトポロジー最適化問題から単に設計変数が増えただけの最適化問題とは異なる難しさが生じる。次節では、この最適化問題の解法について論じる。

## 2.4 最適化法の基本構想

本節では、2.3節で定義した最適化問題を解く方法について論じる。この問題は、一見トポロジー最適化問題に数個の設計変数が加えられただけに見えるが、材料分布変数と外部変数が具体的に表す内容が質的に異なり、その間には従属関係があるために、従来のト

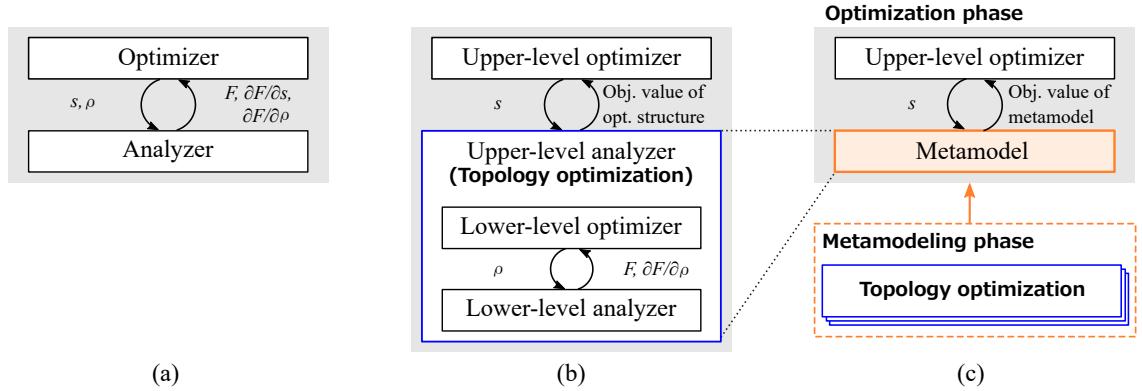


Fig. 2.2 Information flow in the optimization loop based on; (a) the simultaneous optimization method, (b) the nested optimization method, (c) the proposed method of nested optimization with metamodeling.

ポロジー最適化をそのまま適用することはできない。よって、新たな解法が必要になる。

#### 2.4.1 一括最適化方式とその困難性

2.3 節で定義した最適化問題を解く方法として、最も素直なアプローチは、設計変数  $s, \rho$  を区別せず一括で更新していき、最適解を求める方法である。ここでは、このアプローチを一括最適化方式と呼ぶ。一括最適化方式における最適化処理 (Optimizer) と順解析処理 (Analyzer) 間の情報のやり取りを図示すると、図 2.2 (a) のようになる。順解析処理では、入力された  $s, \rho$  に対して目的関数  $F(s, \rho)$  の値と  $s, \rho$  それぞれに関する感度を計算し、出力する。最適化処理では、入力された目的関数値に基づき、最適化の終了判定を行った後、感度情報に基づき、設計変数を更新してそれを出力する。これらの処理をある終了条件が満たされるまで繰り返し、最終的な最適解を得る。このように、一括最適化方式の手続きは一般的な最適化計算の手続きと同じである。

しかしながら、この方式を実現するのは容易ではない。それは、以下の事情による。

1.  $s$  が設計領域の形状に影響を及ぼす変数である場合、感度解析が複雑化する。なぜなら、領域の境界移動と材料分布の変動の相互作用を考慮して感度を導出する必要があるためである。
2.  $\rho$  と  $s$  の表すものの意味が質的に異なるために、解空間が複雑化する。例えば、 $\rho$  は数千から数十万ほどの多数かつ物理的意味が均質な変数だが、一方で  $s$  は少数かつ物理的意味が均質とは限らない、なおかつ目的関数への影響が相対的に大きい変数

である。仮に状態場や感度の解析が可能となったとしても、解空間が複雑化するために、最適化アルゴリズムによる探索が困難となる。

3. 最適化の過程で構造表現の一貫性が失われる恐れがある。これは、2.3節で述べた、材料分布変数  $\rho$  の定義は外部変数  $s$  に従属的であり、 $s$  の変更の前後で  $\rho$  が表す内容は同一である保証はないという本最適化問題の性質に起因する。また、より実装に近い課題としては、 $\rho$  は有限要素法などで離散化された設計領域の各要素または各節点に定義されるとしたとき、 $s$  を変更した際に、有限要素メッシュが大変形、または、新規に生成され、 $\rho$  が表す構造の一貫性が失われる場合がある。例えば、 $s$  と  $\rho$  をそれぞれ反復計算の  $k$  回目から  $k+1$  回目に更新する場面を考える。 $\rho$  は有限個の材料分布ベクトルとして離散化されているとした上で、 $i$  番目の要素に着目すると、 $k$  回目の  $\rho_i$  と  $k+1$  回目の  $\rho_i$  が表す材料分布の意味は必ずしも同じではない。なぜなら、 $s$  の変更に応じて、 $i$  番目の要素の位置座標が変更される恐れがあるためである。よって、 $s$  と  $\rho$  を更新するならば、構造表現の一貫性を保つ必要がある。

一括最適化方式には上記の課題があり、直接的に外部変数と連係するトポロジー最適化に用いることは難しい。なお、先行研究では、外部変数が特殊な問題においては構造表現の一貫性に関する課題を回避できる方法を提案しているものもあるが、別の課題が存在している。これらについては2.5節で詳しく述べる。

#### 2.4.2 入れ子方式による困難性の解消

次に、 $\rho$  の定義が  $s$  に従属的であるという特徴に着目し、 $s, \rho$  を一括最適化するのではなく、片方の変数を固定した上でもう一方のみを最適化する方法を考える。すなわち、最適化問題(2.5)を原問題と捉え、その部分問題を構築し、それらの最適化を組み合わせることで原問題を解く方法である。まず、2.3節で述べたように、 $s$  の変更の前後で  $\rho$  が表す内容は同一である保証はないことから、 $\rho$  を固定した条件下で  $s$  のみを更新するのは困難である。一方で、 $s$  を固定した条件下での  $\rho$  のみの最適化は、通常のトポロジー最適化と等しいため容易である。通常のトポロジー最適化は既に理論、実装の両面で成熟しており、然るべき方法論を利用すれば、様々な設計問題に適用することができる。その意味では、原問題の  $s$  を固定した部分問題は容易に解くことができる。

このような部分問題の特徴を活かすには、入れ子方式による最適化のアプローチを考えられる。この方式では、入れ子構造の最適化問題を構成する。入れ子の内側のループでは  $s$  が固定された条件下での  $\rho$  の最適化、すなわちトポロジー最適化を行い、外側のループ

では内側のループの結果をもとに  $s$  のみを最適化する。この方式における情報のやり取りは図 2.2 (b) のように表される。入れ子方式を用いると、トポロジー最適化における構造表現の一貫性は自動的に保たれるために、一括最適化の困難性を解消することができる。また、この方式では、内側のループにおいて既存のトポロジー最適化アルゴリズム・解析ツールを改変することなく利用できる。なぜなら、外側ループとの情報のやり取りは、与える  $s$  と最適化結果の目的関数、および  $s$  に関する感度の入出力関係に単純化されるので、その内部の実装はブラックボックスとみなしてよいためである。

### 2.4.3 入れ子方式に基づく最適化法の課題

入れ子方式を採用することで、一括最適化の困難性を解消でき、さらに実装も容易となる。しかし一方で、計算コストと解探索において課題が生じる。

まず、計算コストに関して、入れ子方式では最適化の手続きは図 2.2(b) のように 2 重ループとなる。たとえ 2 重ループでも内側のループの計算コストが小さければ計算コストは抑えられるが、本問題においては内側のループの計算コストは高くなる。なぜなら、内側のループではトポロジー最適化を解くことに対応し、それは一般的に 2 次元問題であっても 1 回の計算に数十分から 1 日程度かかるためである。例えば、1 回のトポロジー最適化に第 4 章の片持ち梁の設計問題では 30 分程度、第 5 章のモータの設計問題では 10 時間程度の時間がかかる。これを外側のループの繰り返し回数だけ繰り返すとなると、現実的な時間では計算が完了しない。

また、1 回のトポロジー最適化に要する計算コストが小さくなったとしても、外部変数の最適化は困難となる。なぜなら、外側のループにおける目的関数(この関数は第 3 章で定義する  $H(s)$  である)の連続性が保証されておらず、勾配法が適用できないためである。勾配に頼らない最適化法として、遺伝的アルゴリズムや疑似焼きなまし法、粒子群最適化法といったメタヒューリスティクス<sup>(9)</sup> が提案されているが、それらの適用も現実的ではない。なぜなら、それらは勾配法に比べ収束性が悪い傾向があり、外側のループで用いるとすると、内側のループのトポロジー最適化の実施回数が多くなり、全体の計算コストが過大となると予想されるためである。

この課題に対し、本研究では、外側のループにおいては内側のループをブラックボックスとみなせるという特徴に着目する。外側のループでの最適化においては、内側のループ内の計算内容はブラックボックスであり、入力した  $s$  に対応する目的関数值、感度の出力のみが必要となる。そこで、外側のループでの入出力関係を近似する計算コストが低い近似関数を構築し、その近似関数をもとに外側のループにおける最適化ができれば、入れ

子方式に基づく最適化の課題を解決できると考えられる。外側のループでの入出力関係を近似関数に置き換えた入れ子方式に基づく最適化における情報のやりとりは図2.2(c)のように表される。このアイデアに基づき、第3章では近似関数を構築するプロセスであるメタモデリングを組み込んだ、外部変数と連係するトポロジー最適化法を提案する。

## 2.5 関連研究の動向

本研究の関心に近い研究分野としては、一定形状をもつ複数の部品の配置とそれらをつなぎたり支えたりする支持部材の構造形態を同時に最適化する方法論に関する、一連の研究がある<sup>(10)</sup>。トポロジー最適化において固定設計領域内に一定形状の部品が配置されるとき、通常のトポロジー最適化の考え方従うならば、部品を除いた領域を固定設計領域と扱う。しかし、そうして得られた最適構造は部品の配置、すなわち固定設計領域の形状に依存してしまう。そこでこの一連の研究では、部品の配置最適化と支持部材のトポロジー最適化を同時に行う手法の開発に取り組んでいる。これらの研究が対象としている設計問題は、一定形状の部品の配置を表す変数を外部変数と捉えれば、外部変数と連係するトポロジー最適化問題の一応用問題と位置づけることができる。

具体的な応用例として、航空機や自動車の構造における機能部品の配置とフレーム部材の構造形態の最適化問題<sup>(11)</sup>や、熱輸送システムにおける熱伝導部品の配置とそれらをつなぐ部材の構造形態の最適化問題<sup>(12)</sup>、熱源となる部品の配置とそれらを支える部材の構造形態の最適化問題<sup>(13)</sup>、コンプライアントメカニズムにおけるアクチュエータの配置と変位拡大を担う柔軟構造物の最適化問題<sup>(14),(15)</sup>などがある。

一連の研究では、ほとんどが一括最適化方式を採用している。そこでは、一括最適化に付随する困難性である、構造表現の一貫性の喪失を回避する方法がいくつか提案されている。Zhuら<sup>(11),(16),(17)</sup>は構造解析用の有限要素メッシュとは別に材料分布を保存するための基礎メッシュを用意した上で、一定形状部品の配置の更新ごとに有限要素メッシュを作成し、材料分布は基礎メッシュから構造解析用メッシュへ補間することで、構造表現の一貫性を保つ方法を提案している。また、Zhuら<sup>(18)</sup>やGaoら<sup>(19)</sup>は一定形状部品と支持構造物が点で接合されると想定したモデルを用いることで、リメッシュなしに最適化を行う方法を提案している。他のアプローチとしては、Qianら<sup>(20)</sup>は一定形状部品の形状と配置を物性の補間関数によって表すことで、単一のメッシュで部品の移動を表現する方法を提案している。彼らの研究を起点に、レベルセット関数による部品形状の表現を用いた手法がいくつか提案されている<sup>(13),(15),(21)–(24)</sup>。これらは一定の成功を収めてはいるものの、設

計領域内に一定形状の部品が埋め込まれているという特殊な問題の性質を前提にした手法であるために、適用可能な問題の範囲は限定的である。また、一括最適化方式を用いるために解空間が複雑化するという課題があり、一般に得られる解は外部変数の初期値に強く依存することが知られている<sup>(10)</sup>。

境界条件の付与位置と構造形態の最適化を目的とした研究としては、固定支持の位置を考慮したものがある。Bhul<sup>(25)</sup>は梁や橋梁、コンプライアントメカニズムの最適設計を行っている。彼らが提案している手法は一括最適化に分類でき、一定の成果は挙げているものの、最適解の初期値への依存性が報告されている。また、Rakotondrainibe ら<sup>(26)</sup>はエンジンマウントブラケットの最適設計を行っている。彼らの手法では、定式化は一括最適化の形式だが、最適化アルゴリズムとしては支持位置と構造形態を一括ではなく、交互に最適化する方法をとっている。こちらも、初期値に依存した局所最適解を得やすい点、収束性が悪いと考えられる点が課題である。

他方で、入れ子方式の最適化手法についてはほとんど研究されていない。入れ子方式を採用している先行研究としては、Li ら<sup>(14)</sup>によるピエゾアクチュエータの最適設計がある。この研究ではピエゾ素子の寸法と配置を表す設計変数と、変位拡大を担う柔軟構造物の材料分布変数を入れ子方式によってそれぞれ最適化している。彼らは外側のループでピエゾ素子の寸法と配置を遺伝的アルゴリズムで最適化し、内側のループで柔軟構造物のトポロジー最適化を行っている。しかし、外側のループにて遺伝的アルゴリズムを用いているために、内側のループにおけるトポロジー最適化計算を1世代につき個体数分行う必要があり、有限要素メッシュの数が多くなると計算コストが膨大となってしまう課題がある。入れ子方式における計算コストの課題に関して、筆者の知る限りでは、実用的な手法は提案されていない。

以上の関連研究に対する本研究の新規性は以下の通りである。

- トポロジー最適化問題の条件設定を規定する量である外部変数の概念を導入し、設計領域の変形や境界条件の付与位置の変更を伴うトポロジー最適化問題を統一的に解く方法を提案している。
- 入れ子方式に基づく最適化ヘメタモデリングによる近似を導入している。これにより、従来の入れ子方式を用いた手法の課題であった計算コストの高さを解決している。
- 具体的な設計問題としてモータやノイズフィルタといった電磁気現象に関する問題を扱っている(第5,6章)。これは、個別問題に特化した最適化手法を外部変数を考慮するための特別な改変なしに利用できるという入れ子方式の特徴による。

## 2.6 結言

本章では外部変数と連係するトポロジー最適化問題について論じた。まず、基礎となるトポロジー最適化の理論を述べ、その課題を指摘した。すなわち、トポロジー最適化問題を設定する過程で、設計者によって予め与えられている条件設定があることで、構造物全体の最適性という観点では部分最適化しか行えないという課題を指摘した。それに対し、それらの条件設定を規定する量を外部変数とし、構造形態と同時に最適化することで、より広い設計空間を探索できるようになることを述べた。次に、外部変数を定義し、対象とする最適化問題を記述した。そして、その最適化問題に対する解法の適性について論じ、入れ子方式に近似を導入するアプローチが有望であると結論づけた。最後に、関連する研究をレビューし、それらの課題と本研究の立ち位置を明らかにした。

## 参考文献

- (1) Bendsøe, M. P., Optimal shape design as a material distribution problem, *Structural optimization*, Vol. 1, No. 4 (1989), pp. 193–202.
- (2) Wang, M. Y., Wang, X. and Guo, D., A level set method for structural topology optimization, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 192, No. 1-2 (2003), pp. 227–246.
- (3) Allaire, G., Jouve, F. and Toader, A.-M., Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method, *Journal of computational physics*, Vol. 194, No. 1 (2004), pp. 363–393.
- (4) Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., Material interpolation schemes in topology optimization, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 69, No. 9-10 (1999), pp. 635–654.
- (5) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, No. 2 (1988), pp. 197–224.
- (6) Yamasaki, S., Kawamoto, A., Nomura, T. and Fujita, K., A consistent grayscale-free topology optimization method using the level-set method and zero-level boundary tracking mesh, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 101, No. 10 (2015), pp. 744–773.
- (7) Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., *Topology optimization: theory, methods, and applications*

- (2013), Springer Science & Business Media, second edition.
- (8) 西脇眞二, 泉井一浩, 菊池昇, トポロジー最適化, 日本計算工学会編, 丸善, (2013)pp. 92–98.
- (9) Papalambros, P. Y. and Wilde, D. J., *Principles of optimal design: modeling and computation* (2017), Cambridge university press, third edition.
- (10) Zhang, W., Xia, L., Zhu, J. and Zhang, Q., Some recent advances in the integrated layout design of multicomponent systems, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 133, No. 10 (2011).
- (11) Zhu, J., Zhang, W., Beckers, P., Chen, Y. and Guo, Z., Simultaneous design of components layout and supporting structures using coupled shape and topology optimization technique, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 36, No. 1 (2008), pp. 29–41.
- (12) Li, Y., Wei, P. and Ma, H., Integrated optimization of heat-transfer systems consisting of discrete thermal conductors and solid material, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 113, (2017)pp. 1059–1069.
- (13) Wang, Y., Luo, Y. and Kang, Z., Integrated design optimization of structural topology and heat source layout, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 169, (2021)p. 120943.
- (14) Li, Y., Xin, X., Kikuchi, N. and Saitou, K., Optimal shape and location of piezoelectric materials for topology optimization of flexextensional actuators, in *Proc. of the 2001 Genetic and Evolutionary Computation Conference, GECCO-2001* (2001), pp. 1085–1089.
- (15) Wang, Y., Luo, Z., Zhang, X. and Kang, Z., Topological design of compliant smart structures with embedded movable actuators, *Smart Materials and Structures*, Vol. 23, No. 4 (2014), p. 045024.
- (16) Zhu, J., Zhang, W. and Beckers, P., Integrated layout design of multi-component system, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 78, No. 6 (2009), pp. 631–651.
- (17) Zhu, J. and Zhang, W., Integrated layout design of supports and structures, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 199, No. 9-12 (2010), pp. 557–569.
- (18) Zhu, J. H., Gao, H. H., Zhang, W. H. and Zhou, Y., A multi-point constraints based integrated layout and topology optimization design of multi-component systems, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 51, No. 2 (2015), pp. 397–407.

- (19) Gao, H. H., Zhu, J.-H., Zhang, W.-H. and Zhou, Y., An improved adaptive constraint aggregation for integrated layout and topology optimization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 289, (2015)pp. 387–408.
- (20) Qian, Z. and Ananthasuresh, G., Optimal embedding of rigid objects in the topology design of structures, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, Vol. 32, No. 2 (2004), pp. 165–193.
- (21) Zhang, J., Zhang, W., Zhu, J. and Xia, L., Integrated layout design of multi-component systems using XFEM and analytical sensitivity analysis, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 245, (2012)pp. 75–89.
- (22) Xia, L., Zhu, J., Zhang, W. and Breitkopf, P., An implicit model for the integrated optimization of component layout and structure topology, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 257, (2013)pp. 87–102.
- (23) Zhang, W., Zhong, W. and Guo, X., Explicit layout control in optimal design of structural systems with multiple embedding components, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 290, (2015)pp. 290–313.
- (24) Liu, P. and Kang, Z., Integrated topology optimization of multi-component structures considering connecting interface behavior, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 341, (2018)pp. 851–887.
- (25) Buhl, T., Simultaneous topology optimization of structure and supports, *Structural and multidisciplinary optimization*, Vol. 23, No. 5 (2002), pp. 336–346.
- (26) Rakotondrainibe, L., Allaire, G. and Orval, P., Topology optimization of connections in mechanical systems, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, (2020)pp. 1–17.

## 第3章

# メタモデリングを組み込んだ外部変数と連係するトポロジー最適化法

### 3.1 緒言

本章では第2章で述べた最適化法の基本構想に基づき、外部変数と連係するトポロジー最適化法を新たに提案する。まず、提案手法の基本的な構成要素を述べる。それらは、入れ子方式の最適化問題を構成する上位問題・下位問題と、その入出力関係を近似するメタモデルである。そして、それらを組み合わせて原問題を解く方法を説明する。また、提案手法を対象問題に応じて適切に用いるためには、メタモデリング手法を適切に選択・適用する事が必要であることから、メタモデリングの基礎とメタモデリングの各手続きにおける代表的な手法を挙げ、それらの性質と提案手法へ適用する上での指針を示す。

### 3.2 最適化法の基本構成

提案する最適化法の基本的なアイデアは、入れ子方式の最適化問題を構成し、入れ子の外部ループ部分と内部ループ部分の間の入出力関係をメタモデルで近似するというものである。単純化した2つの最適化問題をメタモデルを介してつなげることで、原問題を効率的に解くことを目指す。ここで、メタモデルとは、解析モデルの近似モデルであり、計算コストの高い解析やシミュレーションの応答を単純な関数で近似するものである。そして、メタモデルを構築するプロセスをメタモデリングという<sup>(1),(2)</sup>。メタモデリングについては、3.4節で詳述する。本研究では、入れ子の内部ループで扱う、外部変数をある値に固定した状態でのトポロジー最適化問題を下位問題と呼び、外部ループで扱う、下位問題の

結果をもとに外部変数を最適化する問題を上位問題と呼ぶ。

下位問題は式(2.5)の原問題において  $\mathbf{s}$  を固定したもとの最適化問題であり、一般的なトポロジー最適化問題と等しい。下位問題は次式のように定式化する。

$$\begin{aligned}
 & \text{find} & \boldsymbol{\rho} \\
 & \text{that minimize} & F(\mathbf{s}, \boldsymbol{\rho}) \\
 & \text{subject to} & G_i(\mathbf{s}, \boldsymbol{\rho}) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \\
 & & \text{for given } \mathbf{s}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

上位問題は外部変数を設計変数とした最適化問題である。ここでの目的関数は、ある外部変数に関して下位問題を解いて得られた材料分布の目的関数値を返す関数とする。そのような関数として次式で定義される  $H(\mathbf{s})$  を導入する。

$$H(\mathbf{s}) = \min_{\boldsymbol{\rho}} F(\mathbf{s}, \boldsymbol{\rho}) \tag{3.2}$$

上位問題は次式のように定式化する。

$$\begin{aligned}
 & \text{find} & \mathbf{s} \\
 & \text{that minimize} & H(\mathbf{s})
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

$H(\mathbf{s})$  を用いて図2.2(b)の入れ子方式に基づく最適化における情報の流れを表現し直すと、図3.1(b)のようになる。

図3.1(b)の入れ子方式では、理想的には、 $H(\mathbf{s})$  の最適化を行い、得られた  $\mathbf{s}^*$  のもとでトポロジー最適化を再度行うことで、最適解  $(\mathbf{s}^*, \boldsymbol{\rho}^*)$  が得られる。しかし、実際には2.4.3で述べたように、 $H(\mathbf{s})$  の最適化は困難である。なぜなら、 $H(\mathbf{s})$  の連続性が保証されないことから勾配法の適用は難しく、文献<sup>(3)</sup>で提案されているように遺伝的アルゴリズムを用いたとしても、トポロジー最適化のメッシュ解像度が大きくなるにつれて計算コストが過大となるために、この最適化計算は実質的には機能しないからである。

他方で、 $H(\mathbf{s})$  の連続性は保証されていないものの、 $H(\mathbf{s})$  の大域的なふるまいは連続関数に近似できると想定される。なぜなら、 $H(\mathbf{s})$  の値は、 $\mathbf{s}$  の微小変動に伴い材料分布のトポロジーが変化する場合、不連続となる可能性があるものの、そのような  $\mathbf{s}$  の微小変動の前後において、対応する構造はいずれも最適化された構造であるために、この際の  $H(\mathbf{s})$  の変化量自体は、 $\mathbf{s}$  が定義域全域を変動する場合の  $H(\mathbf{s})$  の変化量と比較すると十分に小さいと考えられるからである。この想定が成り立つ場合、 $H(\mathbf{s})$  の大域的なふるまいをメタモデリングにより近似関数  $\tilde{H}(\mathbf{s})$  で置き換えることができる。 $\tilde{H}$  は上位問題における Analyzer,

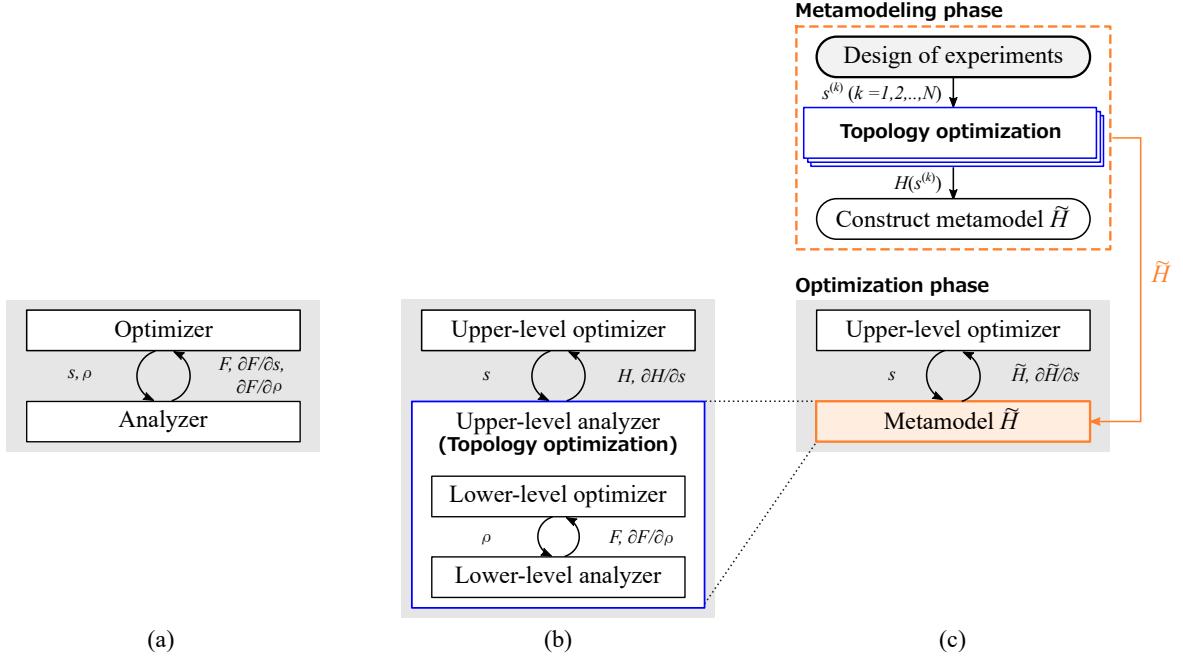


Fig. 3.1 Information flow in the optimization loop based on; (a) the simultaneous optimization method, (b) the nested optimization method, (c) the proposed method of nested optimization with metamodeling.

すなわち下位問題における解探索を近似するメタモデルである。 $\tilde{H}$ を構築することで、図 3.1 (c) のように、最適化計算の二重ループが解消され、全体の計算コストを低くできる。

提案手法では上位問題を解く代わりに、目的関数  $H$  をメタモデル  $\tilde{H}$  で置き換えた最適化問題を解く。これを踏まえて上位問題を定式化し直すと、次式のようになる。

$$\begin{array}{ll} \text{find} & \mathbf{s} \\ \text{that minimize} & \tilde{H}(\mathbf{s}) \end{array} \quad (3.4)$$

$\tilde{H}$  はメタモデリングの基本的なプロセスに従って構築する。3.4 節で詳述するが、メタモデルを構築するためには、いくつかの  $\mathbf{s}$  に対応する近似対象の関数  $H(\mathbf{s})$  の値(サンプル)を用意する必要がある。本手法ではまず、あるパターンに従って用意する複数の  $\mathbf{s}$  に対して下位問題を解き、その結果をもとに  $H(\mathbf{s})$  の近似関数  $\tilde{H}(\mathbf{s})$  を導出する。その際に、トポロジー最適化をメタモデル構築に必要な分だけ実施する必要はあるが、それらは完全に独立しているため並列で実施でき、全体の計算コストは抑える事ができる。

本手法を用いることによる効果として、以下が挙げられる。

- 入れ子方式による効果
  - ▷ 下位問題をブラックボックス化できるために、問題に応じて最適化手法を使いわけることができる
  - ▷ 一括最適化の課題である構造表現の一貫性の破綻を本質的に回避できる
- メタモデルによる効果
  - ▷ 入れ子方式の二重ループが解消され、計算コストを削減できる
  - ▷ メタモデル構築のためのサンプリングは並列で処理できるために、並列計算を用いれば計算コストを削減できる
  - ▷ メタモデルの感度を用いて上位問題の最適化を行うことができる
  - ▷ 解空間全体を近似するメタモデルを構築することで、解空間の傾向を把握しつつ最適化を行うことができる

なお、上位問題・下位問題でともに局所解に陥る可能性があること、メタモデル  $\tilde{H}(\mathbf{s})$  には真の目的関数  $H(\mathbf{s})$  からの近似誤差が存在すること、などから、原問題と等しい解が必ずしも得られるわけではない。

### 3.3 最適化の手続き

メタモデルを構築し、最適化問題を解く手続きを説明する。提案手法の基本的な考え方を図3.2に示す。図3.2の左のグラフは原問題の目的関数を表している。なお、 $\rho$ と $s$ は本来多次元のベクトルだが、ここでは説明のために $\rho$ と $s$ がともに1次元であるとしている。まず、下位問題は原問題の部分問題で、原問題の $s$ を固定したものである。図では、 $F - \rho$ 断面での最適解を求めるに等しい。

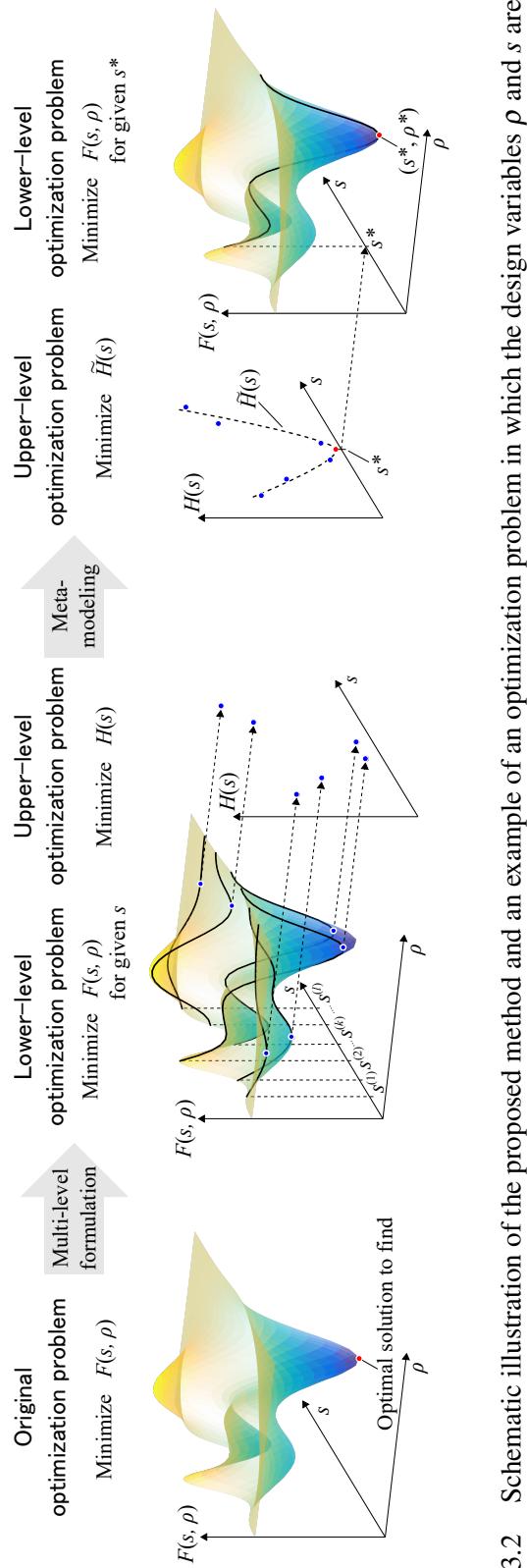


Fig. 3.2 Schematic illustration of the proposed method and an example of an optimization problem in which the design variables  $\rho$  and  $s$  are both one-dimensional

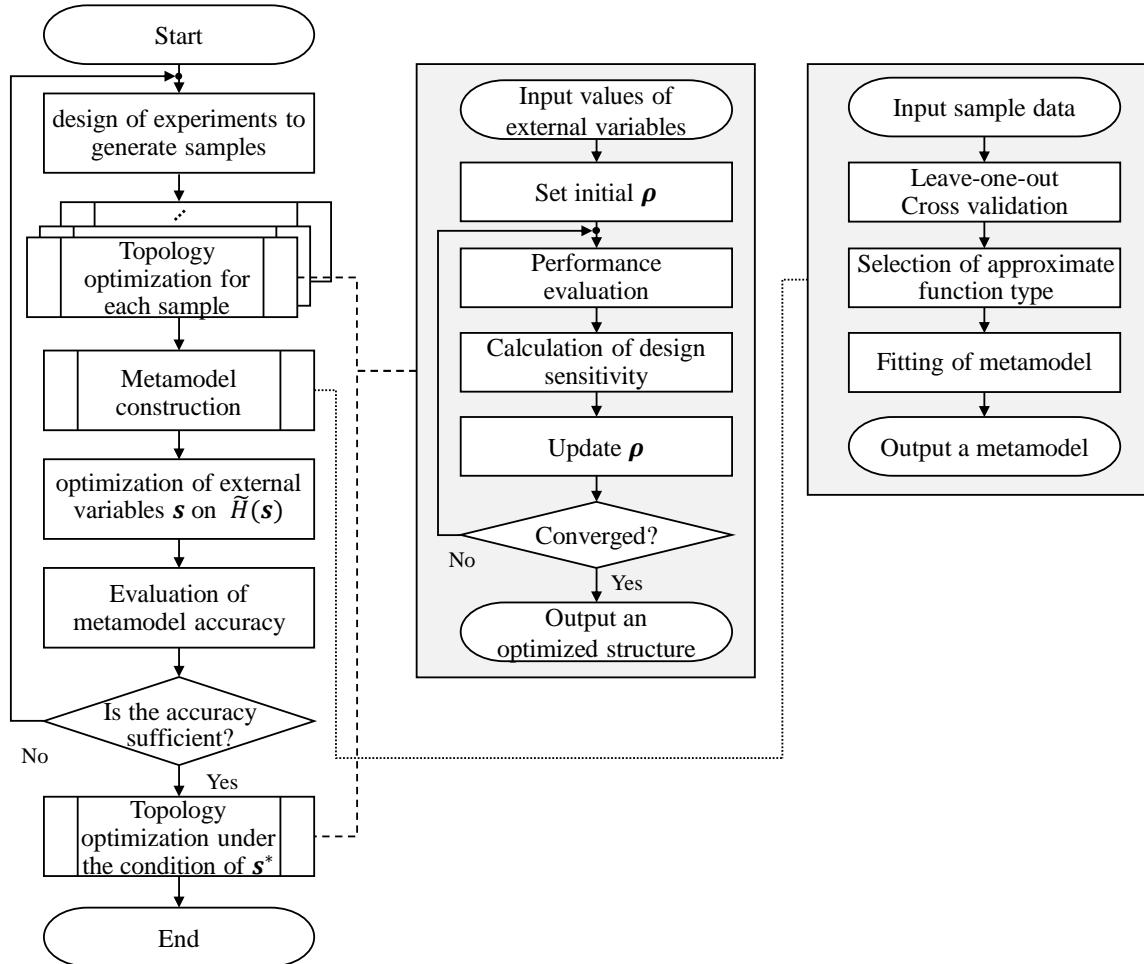


Fig. 3.3 Procedure of the proposed method.

提案手法ではまず、複数の  $s$  をあるパターンに従って用意する。このパターンの決め方は 3.4 節で説明する。そして各  $s$  の条件下で下位問題を解き、すなわちトポロジー最適化を行い、その結果をもとに  $H(s)$  の近似関数  $\tilde{H}(s)$  を導出する。次に、上位問題では  $H(s)$  を  $\tilde{H}(s)$  で代替して外部変数を最適化する。最後に、得られた最適解  $s$  のもとでトポロジー最適化を行うことで、外部変数と材料分布両方の最適解  $(s^*, \rho^*)$  が得られる。 $\tilde{H}(s)$  の最適化は  $\tilde{H}(s)$  の感度を用いて勾配法で行う。 $\tilde{H}(s)$  をどの近似モデルによって構築したかにもよるが、通常、容易に微分  $\partial \tilde{H} / \partial s$  を求めることができる。以上の手続きをフローチャートで表現すると、図 3.3 のようになる。図中にサブルーチンとして示されている手続きは、トポロジー最適化については 2.2.1 にて述べたものであり、メタモデリングの構築および精度の保障については 3.4 節で述べる。

## 3.4 メタモデリングによるトポロジー最適化結果の近似

### 3.4.1 メタモデリングの構成と基本形

メタモデルとは、解析モデルの近似モデルであり、計算コストの高い解析やシミュレーションの応答を単純な関数で近似するものであり、メタモデルを構築するプロセスをメタモデリングという。すなわち、近似対象の応答を  $y$ 、独立変数のベクトルを  $\mathbf{x}$  とし、 $y$  と  $\mathbf{x}$  の間の関係が解析  $f(\mathbf{x})$  によって

$$y = f(\mathbf{x}) \quad (3.5)$$

と表されるとき、メタモデリングによって、

$$y = \tilde{f}(\mathbf{x}) + \varepsilon \quad (3.6)$$

となるメタモデル  $\tilde{f}(\mathbf{x})$  が構築される。ここで  $\varepsilon$  は近似誤差である。最適化にメタモデルを用いることで、以下の効果が期待できる。

- 解析に要する計算コストの削減による、最適化全体の計算コストの削減
- 解空間の性質を把握する上での補助
- 個別の目的に特化した解析モデルや最適化手法のインターフェイスとなることによる、それらの組み合わせの簡易化

提案手法が機能するには、メタモデルの誤差が許容できる程度に小さいことが求められる。ただし、近似法である以上、近似対象とメタモデルの間に生じる誤差を完全に無くすことはできない。それを踏まえた上で、近似精度が高いメタモデルを効率的に構築するためには、設計問題の性質に応じて、近似に適したメタモデリング手法を用いることが望ましい。

メタモデリングの基本的な手続きは以下の通りである。

- (i) サンプル点の配置方法の決定
- (ii) サンプリングの実施
- (iii) メタモデルの基底となる近似関数の選択
- (iv) 近似モデルのフィッティング

これに加え、メタモデルの構築後に、近似精度やメタモデルで予測される最適解の情報をもとにメタモデルを適応的に更新する方法<sup>(4)</sup>もある。この適応的な更新を行う場合は、以下の手続きを加える。

(v) メタモデルの評価

(vi) 必要ならば (i) に戻る

各ステップの具体的な手段としては様々な方法が存在するが、現実的な計算コストの範囲内で、できるだけ精度の高いメタモデルを構築できる方法を選ぶのがよい。

提案手法における具体的なメタモデリングの手続きは以下のようになる。まず、サンプル点を設計空間内にどのように配置するかを決定する(メタモデリングの手続き i に対応)。 $k$  番目のサンプル点は  $\mathbf{s}^{(k)} = [s_1^{(k)}, s_2^{(k)}, \dots, s_i^{(k)}, \dots, s_m^{(k)}] (k = 1, 2, \dots, l)$  と表すものとする。ここで、 $m$  は外部変数の個数、 $l$  はサンプル点の総数である。次に、各サンプルの値に外部変数を固定してそれぞれトポロジー最適化を行う(ii に対応)。これにより、サンプルに対応する応答  $[H(\mathbf{s}^{(1)}), \dots, H(\mathbf{s}^{(m)})]$  が得られる。その次に、問題の性質から近似モデルを選択し(iii に対応)、サンプル点の振る舞いを近似するようにモデルのパラメータを決定する(iv に対応)。そして、必要ならば、メタモデルの評価を行い、サンプル点を新たに追加したり削除したりして、繰り返しメタモデルによる最適化を行う(v, vi に対応)。

### 3.4.2 外部変数の数の増加に伴う計算コスト増大への対処

メタモデリングを現実的に利用する上では、サンプリングにかかる計算コストを考慮する必要がある。一般にサンプル点を多く取れば近似精度を高める事ができるが、一方で必要な計算コストが大きくなる。そのため、近似精度とコストのトレードオフを勘案した上で、設計空間へのサンプル点の配置方法を決定する必要がある。

特に、高次元のメタモデルを構築するにあたっては、次元の増大に伴ってサンプリングにかかる計算量が指数的に増大するという課題がある。それは次元の呪い<sup>(5)</sup>と呼ばれる。提案手法においては、サンプリングの具体的な計算は1回のトポロジー最適化に対応しており、トポロジー最適化は一般に数十～数千回の順解析を要する。よって、サンプリングにおける計算コストは最適化全体の計算コストに大きく影響するために、サンプル数の削減が求められる。

メタモデリングにおけるサンプル点の割り当てを適切に決定する手法として、実験計画法がある。実験計画法はより良い回帰式を得るために効率的な実験値を得るために手法であり、従来から品質工学の分野等で用いられている。単純な実験計画法としては、サンプル

点を全数組み合わせ的に配置する完全実施要因計画がある。他には、応答曲面法の分野にて、2次多項式を前提とした実験計画法として、中心複合計画 (Central Composite Designs, CCD)<sup>(6)</sup> が知られている。他のよく用いられる方法としては、ラテン超方格法<sup>(7)</sup> がある。これら実験計画法のなかでどれを用いるのが適切かは、近似対象の関数の性質によって異なるために、問題に応じて使い分ける必要がある。

本研究の数値例では、第4,5章では完全実施要員計画を用いる。一方第6章では、外部変数の数が6個と第4,5章の例題に比べて多いため、完全実施要員計画を用いると次元の呪いによりサンプリングコストが増大すると予想される。そこで本研究では、次元の呪いへの対処として、設計知見をもとに最低限のサンプル数で近似精度を確保することを目的に、実験計画法として face-centered cubic design (FCD) タイプの CCD を選択する。さらに、メタモデルによる最適化の後に近似精度を評価し、必要ならサンプル点を適応的に追加するアプローチをとる。近似精度の保障については3.4.4で述べる。

### 3.4.3 個別問題に応じた近似関数の選択

メタモデリングにおいて、メタモデルの基底となる近似関数は利用者が決定する。近似関数は様々な種類が提案されており、それらは問題に応じて使い分けることが望ましい。近似関数と近似対象の関数の相性によって、フィッティングの容易さや、ノイズを含むサンプルデータへの頑健性、非線形性の強い関数を表現する能力などがそれぞれ異なってくる。代表的な近似関数には、多項式関数、RBF (Radial Basis function)、Kriging などがある。

多項式関数は代表的な近似関数の中では、フィッティングが容易でサンプルデータのノイズに強い。式(3.5)の  $f(x)$  を  $n$  次の多項式関数に基づいて構築する場合、 $\tilde{y}$  は次のように表される。

$$\tilde{y} = \tilde{f}(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n} a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_n} x_1^{i_1} \dots x_n^{i_n} \quad (3.7)$$

ここで、 $n$  は変数の数、 $i_k$  は  $k$  番目の変数に対応する添字、 $a_{i_k}$  は  $k$  番目の変数に対応する係数である。係数  $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_n}$  は通常、最小二乗法によって、サンプルデータと  $y$  の誤差を最小化するように決定される。多項式近似は  $y$  が多項式関数と近い振る舞いをする場合には有効だが、非線形性の強い関数に対しては近似精度が低くなる傾向がある。非線形性の強い関数の近似には RBF や Kriging が適している。フィッティングについても、選択した近似関数に適した手法を用いることが望ましい。例えば、多項式関数や RBF なら最小二乗法、Kriging なら Best linear unbiased predictor (BLUP) が用いられている<sup>(2)</sup>。

### 3.4.4 近似精度の検証方法と保障

メタモデルを用いた最適化を行う上では、近似精度が十分に高いことが求められる。なぜなら、誤差の乗ったメタモデルを用いて解探索を行うと、真の最適解からかけ離れた解が得られる可能性があるためである。そのため、本研究では構築したメタモデルに対して精度の検証と保障を行う。

近似精度を低下させる要因は2つある。1つ目はサンプリングにてサンプル数が不足しており、近似する関数の形状を捉えられないこと。2つ目は近似モデルの選択が不適切であり、表現自由度が低すぎて関数の形状を表現できなかったり、過学習してしまったりすることである。メタモデルの過学習とは、メタモデルが学習データにだけ適合しており、未知のデータに対する出力の精度が落ちる状態を指す。本研究では、1つ目については3.4.2で述べたように適応的サンプリングを行う。そして、2つ目への対処として、leave-one-out交差検定<sup>(8)</sup>を行う。

交差検定はメタモデルの汎化性能、すなわち、未知のデータに対する予測性能を定量的に評価する方法である。特に、leave-one-out交差検定はメタモデルを効率良く評価できる。この手法の手順は次のとおりである。

- (i) サンプルデータ全体から1つのサンプルを取り出し、テストデータとする。
- (ii) 残りのサンプルからメタモデルを構築し、テストデータとの平均二乗偏差(RMSE)を評価する。
- (iii) すべてのサンプルデータがテストデータとして選ばれていなければ(i)に戻る。すべて選ばれていれば(iv)へ進む。
- (iv) 各テストデータのケースで評価したRMSEの平均を求める。

本研究ではleave-one-out交差検定を近似関数の適切なパラメータを決定するために用いる。まず、近似関数は問題に応じて設計者が選択する。そして、近似関数へ与えるパラメータの候補からメタモデルを構築し、それぞれに対してleave-one-out交差検定を行い、それらの中で最もRMSEの平均値が小さいものを選択する。

## 3.5 結言

本章では、入れ子方式の最適化法に対してメタモデルを組み込んだ最適化手法を提案し、手法の構成、最適化問題の定式化、アルゴリズムを示した。また、提案手法を用いる上で

はメタモデルを適切に構築することが重要であることを述べた。メタモデルを精度良く、効率的に構築するためには、対象問題の性質を踏まえた上で、メタモデリングの各段階にて適切に手法を使い分ける必要がある。そのための方法として、実験計画法、leave-one-out 交差検定による近似関数のパラメータ決定法を示した。次章以降では、提案手法を設計例題へ適用し、その有効性を検証していく。

## 参考文献

- (1) Simpson, T. W., Poplinski, J., Koch, P. N. and Allen, J. K., Metamodels for computer-based engineering design: survey and recommendations, *Engineering with Computers*, Vol. 17, No. 2 (2001), pp. 129–150.
- (2) Wang, G. G. and Shan, S., Review of metamodeling techniques in support of engineering design optimization, *Journal of Mechanical design*, Vol. 129, No. 4 (2007), pp. 370–380.
- (3) Li, Y., Xin, X., Kikuchi, N. and Saitou, K., Optimal shape and location of piezoelectric materials for topology optimization of flexensional actuators, in *Proc. of the 2001 Genetic and Evolutionary Computation Conference, GECCO-2001* (2001), pp. 1085–1089.
- (4) Liu, H., Ong, Y. S. and Cai, J., A survey of adaptive sampling for global metamodeling in support of simulation-based complex engineering design, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 57, No. 1 (2018), pp. 393–416.
- (5) Shan, S. and Wang, G. G., Survey of modeling and optimization strategies to solve high-dimensional design problems with computationally-expensive black-box functions, *Structural and multidisciplinary optimization*, Vol. 41, No. 2 (2010), pp. 219–241.
- (6) Myers, R. H. and Montgomery, D., *Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments* (2002), John Wiley & Sons.
- (7) Park, J. S., Optimal Latin-hypercube designs for computer experiments, *Journal of statistical planning and inference*, Vol. 39, No. 1 (1994), pp. 95–111.
- (8) Meckesheimer, M., Booker, A. J., Barton, R. R. and Simpson, T. W., Computationally inexpensive metamodel assessment strategies, *AIAA journal*, Vol. 40, No. 10 (2002), pp. 2053–2060.



## 第4章

### 片持はりの構造設計への適用

#### 4.1 緒言

本章では第3章で述べた提案手法の片持はりの構造設計への適用法を論じる。また、2つの例題への適用を通して、提案手法の有効性を検証する。1つ目の例題は自明な最適解をもつ片持はりの構造最適化問題、2つ目の例題は一定形状部品を包含する片持はりの構造最適化問題である。これらを取り上げる理由は、物理場の挙動が単純で、得られた解の妥当性を検証しやすいためである。以降の節では、まず、2つの例題に共通する、軽量高剛性な構造物を対象としたトポロジー最適化の基本形を述べる。続く節では、各例題についてそれぞれ設計問題と、提案手法への展開方法、数値例、考察を述べる。

#### 4.2 片持はりの設計問題と構造最適化法

本章の2つの例題ではどちらも片持ちはりのトポロジー最適化を行う。そこで本節では、軽量高剛性な片持はりの設計を対象としたトポロジー最適化<sup>(1),(2)</sup>を示す。具体的には、まず、片持ちはりの一般的な問題設定を示した後に、線形弾性体の支配方程式、密度法に基づくトポロジー最適化の詳細、解の更新方法、計算環境について述べる。

##### 4.2.1 片持はりの設計問題の基本形

ここでは、第2章で述べたトポロジー最適化の基本形をもとに、軽量高剛性の片持ちはりのトポロジー最適化問題の基本形を示す。軽量高剛性の片持ちはりのトポロジー最適化問題に共通しているものは、目的関数や制約条件、支配方程式であり、本節でこれらを説

明する。一方、2つの例題で異なるのは、設計領域の形状、境界条件の付与位置、制約条件の上限、どの量を外部変数とするかである。これらの相違点は各例題にて詳述する。

設計領域は  $D$  とし、 $D$  は線形弾性体で構成されているとする。そして、 $D$  には物体力  $b$  が作用し、境界  $\Gamma_s$  は完全固定され、境界  $\Gamma_t$  に表面力  $t$  が作用しているものとする。微小ひずみと微小変形を仮定し、平衡状態の変位場  $u$  に関する平衡方程式を導くと次式となる。

$$\int_D \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) : \mathbf{E} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) d\Omega = \int_D \mathbf{b} \cdot \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Gamma_t} \mathbf{t} \cdot \mathbf{v} d\Gamma \quad (4.1)$$

ここで、 $v$  は任意の仮想変位、 $\mathbf{E}$  は弾性テンソル、 $\boldsymbol{\varepsilon}$  は次式で表されるひずみテンソルである。

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) \quad (4.2)$$

なお、弾性テンソルは次節で説明する SIMP モデルによって与えられる。

目的関数は次式で定義される平均コンプライアンスとする。

$$F(\boldsymbol{\rho}) = \int_{\Gamma_t} \mathbf{t} \cdot \mathbf{u} d\Gamma \quad (4.3)$$

制約条件は片持ちはりの体積(2次元では面積)で、次の式で定義される。

$$\int_D \rho(\mathbf{x}) d\Omega \leq V_{\max} \quad (4.4)$$

ここで、 $V_{\max}$  は体積の上限である。以上から、 $\boldsymbol{\rho}$  の離散化を経て、第2章に示した式(2.4)による、トポロジー最適化問題が定式化される。

$$\begin{aligned} & \text{find} && \boldsymbol{\rho} \\ & \text{that minimize} && F(\boldsymbol{\rho}) \\ & \text{subject to} && G_i(\boldsymbol{\rho}) \leq 0 \ (i = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (4.5)$$

#### 4.2.2 密度法に基づくトポロジー最適化

本章の例題では密度法に基づくトポロジー最適化を行う。まず、ある設計領域  $D$  が与えられ、そこへ材料分布  $\boldsymbol{\rho}$  が与えられるものとする。

材料物性の補間は 2.2 節で述べた SIMP モデルを用いる。弾性体の弾性テンソルは等方性材料を仮定すれば、ヤング率とポアソン比により表現される。そこで、 $D$  内の各座標におけるヤング率  $E$  が材料分布  $\boldsymbol{\rho}$  の関数として、

$$E(\boldsymbol{\rho}) = E_0(1 - \boldsymbol{\rho}^p) + E_1 \boldsymbol{\rho}^p \quad (4.6)$$

で与えられるものとする. ここで,  $E_0$  は空気のヤング率で, 数値計算を安定して行うために微小な値  $E_0 = 1 \times 10^{-6}$  とする.  $E_1$  は構造物のヤング率で,  $E_1 = 1$  とする. ペナルティパラメータ  $p$  の値は 3 とする.

トポロジー最適化を行うと, 計算上高性能だが, 工学的な解釈が困難な構造であるチエッカーボードパターンが導出される可能性がある. そこで, 材料分布を平滑化するために, 偏微分方程式に基づくフィルタ<sup>(3)</sup> を適用する. この方法では次の非齊次ヘルムホルツ方程式を解き, 平滑化された材料分布  $\mu$  を求める.

$$-R^2 \nabla^2 \mu + \mu = \rho \quad (4.7)$$

ここで,  $R$  は平滑化の度合いを定めるパラメータである. フィルタリングの導入をうけて, 最適化の手続きでは,  $\rho$  を直接設計変数とするのではなく,  $\mu$  を設計変数として最適化する. 状態場や感度の計算には実際の材料分布を表す  $\rho$  を用いる. なお, 式(4.7)は連続系表記となっているが, 実装時には有限要素法により離散化して計算する.

感度解析には随伴変数法<sup>(1)</sup> を用いる. 随伴変数法は随伴方程式という方程式を解くことで, 目的関数の微分のうち, 計算量を要する項を直接計算せずに, 設計感度を求めることができる感度解析手法である. 目的関数や制約関数, 設計感度の計算には有限要素法を用いる. 要素の種類や分割方法などは各例題で述べる.

### 4.3 片持はりの構造形態と支持位置の最適設計

本節では例題への適用により提案手法の有効性を検証する. 本例題検証の目的は, 提案手法を実際に設計問題に適用した際に, 最適解を得ることができ, それが構造力学的に妥当であるかを確かめることである. そこで, 1つ目の例題として, 片持はりの構造形態と支持位置の最適設計問題へ手法を適用する. また, 得られた最適構造の妥当性を検証するために, 単純な材料力学モデルで近似した本設計問題の理論解と得られた最適構造を比較する.

#### 4.3.1 設計問題とその定式化

本例題では, 図 4.1 に示す片持はりの設計問題を考える.

- 設計領域は長さ横 1 × 縦 3 の長方形の領域とする.
- 荷重は設計領域の右辺の中央に与えられる.

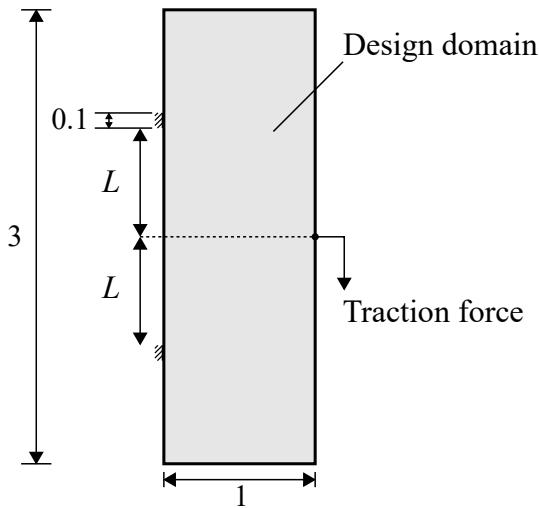


Fig. 4.1 Schematic illustration of example 1.

- 2つの固定支持境界条件が設計領域の左辺に与えられる。一方の位置は左辺中心からの  $y$  方向の距離  $L$  で表され、他方の位置は  $-L$  で表される。 $L$  は  $0 \leq L \leq 1.4$  の値をとるものとする。

本例題の設計変数は材料分布  $\rho$  と、外部変数  $L$  とする。目的関数と制約条件は 4.2.1 で述べた通り、平均コンプライアンスの最小化と上限体積とする。最適化問題を定式化すると、2.3 節で述べた式 (2.5) となる。

上記の最適化問題は V 字形トラスの寸法最適化問題に近似することができ、そのもとでは材料力学に基づき理論解が求まる。理論解は設計領域の左端に対して、支持位置と荷重位置の角度が  $45^\circ$  となるような V 字構造である。本例題では、提案手法によって得られる最適構造と、寸法最適化問題における理論解とを比較する。そして、それらが似通った構造であれば、得られた最適構造が構造力学的に妥当であると判断する。なお、得られる最適構造は寸法最適化問題における理論解とは完全には一致しないことは予め予想される。なぜなら、本数値例では構造物をトラスではなく連続体としてモデル化しているためである。

#### 4.3.2 外部変数と連係するトポロジー最適化法への展開

提案手法では、問題の性質に応じて用いる手段、すなわちトポロジー最適化やメタモデリング手法、数値計算法などを設定する。本例題では、提案手法を適用するにあたって、

以下の設定を用いる。

#### メタモデリングに関する設定

- 近似関数として多項式関数を用いる。その次数は交差検定の結果から決定するものとする。
- サンプル点は 10 点とし、それらは  $L$  の定義域に均等に配置するものとする。すなわち、サンプル点  $L^{(k)}(k = 1, 2, \dots, 10)$  を、 $L^{(1)} = 0.1$  から  $L^{(10)} = 1.4$  まで等間隔に配置する。

#### 上位問題の設定

- 設計感度は  $\tilde{H}$  の微分情報を用いる。 $\tilde{H}$  は多項式関数であることから、感度は解析的に導出する。
- 最適化アルゴリズムは SLP を用いる。ムーブリミットは 0.050 とする。

#### 下位問題(トポロジー最適化)に関する設定

- 体積制約の上限は設計領域の 15% とする。
- PDE フィルタの効果半径は 1 つの有限要素の半分の長さとする。
- 最適化アルゴリズムは上位問題と同様に SLP を用いる。ムーブリミットは 0.050 とする。

#### 数値解析の設定

- 設計領域は四角形一次要素で有限要素分割する。要素長は 0.025 とし、4800 個の要素へ分割する。なお、支持端位置によっては正方形メッシュとならない場合があるので、その場合は要素長を調整する。
- 有限要素解析には COMSOL Multiphysics 5.2a を利用する。最適化アルゴリズムおよびメタモデリングは MATLAB 2016a で実装する。

### 4.3.3 数値例

提案手法を適用した結果を以下に示す。まず、10 個のサンプル点  $L^{(k)}(k = 1, 2, \dots, 10)$  を用意した。そして、外部変数を各  $L^{(k)}$  の値に固定した条件下で、計 10 回のトポロジー最適化を行った。得られた構造のうち、代表的なものを図 4.3 に示す。次に、メタモデル  $\tilde{H}$  を構築した。ここでの  $H$  は、 $L$  が固定された条件下で最適化された片持はりの平均コンプライアンスを返す関数である。

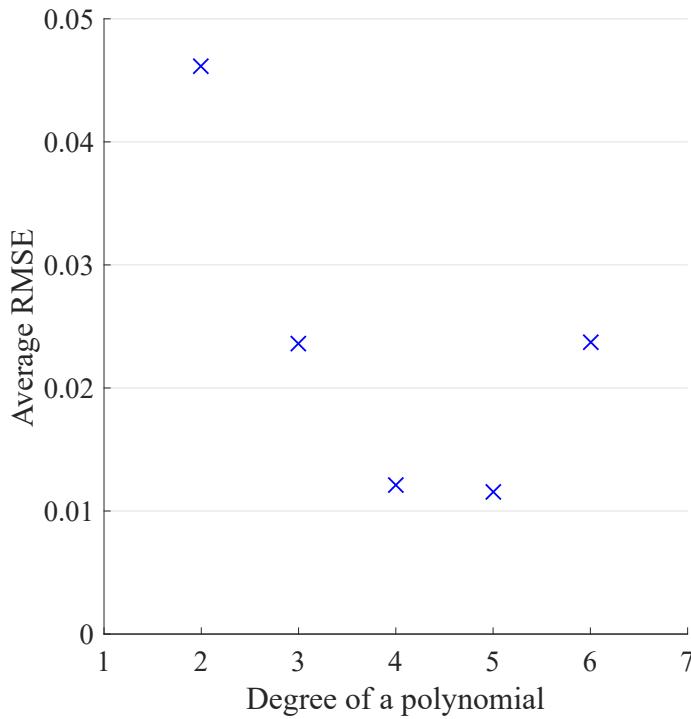


Fig. 4.2 Result of the leave-one-out cross-validation.

近似に用いる多項式の次数を決定するために, Leave-one-out 交差検定を行った. すなわち, 10 個のサンプル点から 1 つを除外したデータセットで, 特定の次数の多項式に基づくメタモデルを構築し, 除外したサンプル点における目的関数値と同じ点におけるメタモデルの関数値間の RMSE を計算した. この操作を, 除外する点として全てのサンプル点が選ばれるまで繰り返し, RMSE の平均値を計算した. そして, 一連の操作を 2 次から 6 次までの多項式に対して行った. 交差検定の結果を図 4.2 に示す. 結果から, 2 次から 5 次までは平均 RMSE が減少していき, 6 次では増加している事がわかる. これは, メタモデルの汎化性能が次数の増加に伴って向上していったが, 6 次の時点で過学習を起こしたためと考えられる. よって, 本例題では 5 次多項式をメタモデルとして用いた.

5 次多項式を基に, 図 4.3 に点線で示したメタモデルを構築した. そして,  $\tilde{H}$  を目的関数として外部変数  $L$  を最適化した. その結果, 最適解として  $L^* = 0.8873$  が得られた. そして,  $L^*$  を固定した条件下でトポロジー最適化を行い, 図 4.3 の赤枠で囲まれた最適構造が得られた. 最適化された外部変数における目的関数値  $\tilde{H}(L^*), H(L^*)$  はそれぞれ, 0.1166, 0.1170 であり,  $\tilde{H}(L^*), H(L^*)$  間の誤差は 0.3419% であった.

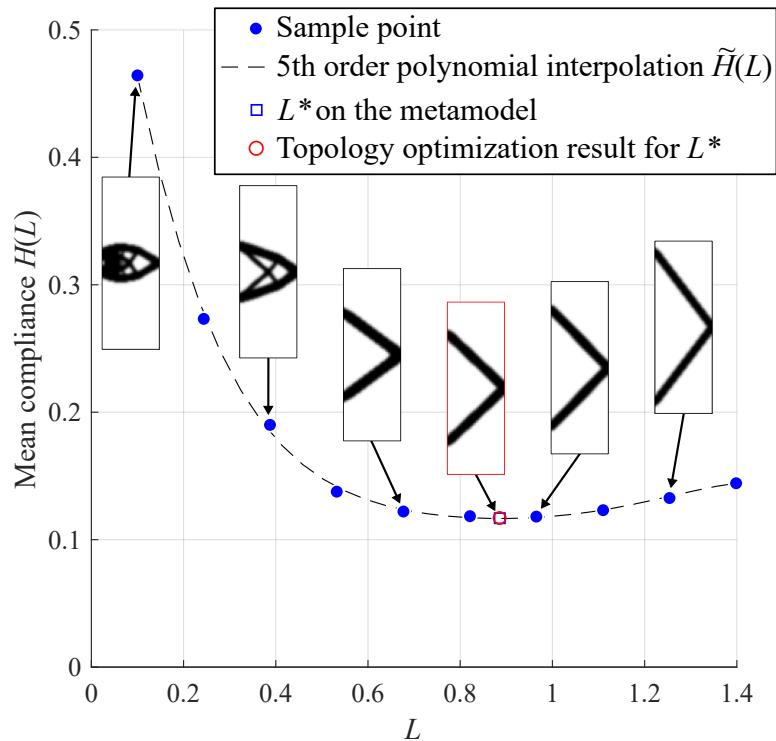


Fig. 4.3 Relationship between  $L$  and  $H(L)$ , constructed metamodel  $\tilde{H}(L)$ , and optimized configuration of each sample point

#### 4.3.4 考察

図 4.3 の結果から、外部変数が変化することで、対応する最適な構造形態が変化し、それに応じて最適構造の性能、つまり平均コンプライアンスが変わることがわかる。このことから、本例題においては、従来のトポロジー最適化に加えて外部変数を考慮することで、より優れた構造設計が実現する可能性が示された。

次に、提案手法により得られた最適構造の物理的妥当性について考える。本例題の片持はりの剛性は、部材を太くすることと、支持点と荷重点位置のアスペクト比を大きくすることで向上させられるが、体積制約が課されているために、それらはトレードオフの関係になっている。提案手法により得られた片持はりの支持端位置および構造形態は、このトレードオフを最大限解消する解となっていると考えられる。さらにこの構造は、本設計問題に類似した寸法最適化問題における理論解と近い結果となっていることからも、物理的妥当と考えられる。

以上から、提案手法は当該の問題に対して有効である。ただし、本例題は単純な設計問

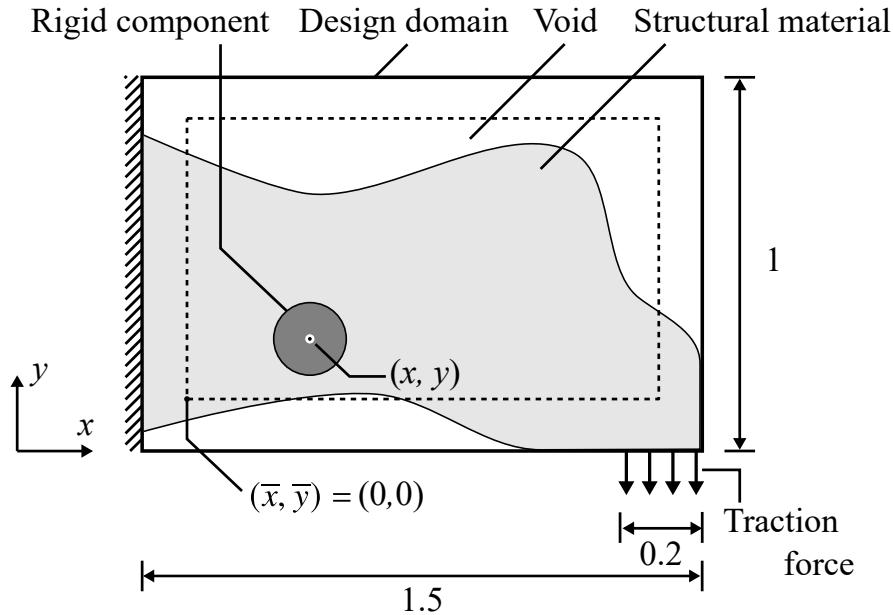


Fig. 4.4 Schematic illustration of example 2.

題であり、解空間が凸であると考えられる。そのため、提案手法の有効性が示された範囲はいまだ限定的である。そこで、次節の例題では、解空間が多峰性な設計問題への適用を行う。

## 4.4 片持はりの構造形態と内部に埋め込まれた部品配置の最適設計

本節では例題への適用により提案手法の有効性を検証する。本例題検証の目的は、上位問題の目的関数  $H(\mathbf{s})$  が多峰性の設計問題に対しても提案手法が有効かどうかを確かめることである。そこで、2つ目の例題として、片持はりの構造形態と内部に埋め込まれた部品配置の最適設計へ手法を適用する。

### 4.4.1 設計問題とその定式化

本例題では、図 4.4 に示すような、片持はりを構成する、支持部材の構造形態とその内部に埋め込まれた高剛性部品の配置位置を最適化する。

以下のような設計問題を考える。図 4.4 のように、設計領域は  $1.00 \times 1.50$  の長方形とする。設計領域の右下部の長さ 0.200 の境界に  $-y$  方向の荷重を与える。設計領域の左辺には固定支持を与える。はりに埋め込まれる高剛性部品は半径 0.100 の円とする。空洞領域、

支持部材, 高剛性部品のヤング率はそれぞれ  $1.00 \times 10^{-6}$ , 1.00, 100 とする. 支持部材の構造形態は材料分布  $\rho$  で表す. 高剛性部品の位置は部品の中心点の座標  $s = [x, y]$  で表し, これを外部変数とみなす.  $x, y$  が取りうる値はそれぞれ  $0.150 \leq x \leq 1.34, 0.140 \leq y \leq 0.860$ , つまり, 高剛性部品は図 4.4 の点線内部に配置されるものとする. さらに,  $x, y$  をそれぞれ 0 から 1 に正規化し, それらを  $\bar{x}, \bar{y}$  と表す. これ以降, 上線付きの変数は正規化されていることを表す. 目的関数は平均コンプライアンスとし,  $\rho$  に体積制約を課す. 最適化問題の定式化は (2.5) 式と同様であるので, ここでは省略する.

#### 4.4.2 外部変数と連係するトポロジー最適化法への展開

本例題では, 提案手法を適用するにあたって, 以下の設定を与える.

##### メタモデリングに関する設定

- 近似関数として多項式関数を用いる. その次数は交差検定の結果から決定するものとする.
- サンプル点は  $\bar{x}, \bar{y}$  を  $\bar{x} = 0, 0.1, \dots, 1.0, \bar{y} = 0, 0.1, \dots, 1.0$  の格子状の組み合わせによる 121 点, つまり,  $[\bar{x}^{(k)}, \bar{y}^{(k)}], (k = 1, 2, \dots, 121)$  とする.

##### 上位問題に関する設定

- 設計感度は  $\tilde{H}$  の微分情報を用いる.
- 最適化アルゴリズムは SLP を用いる. ムーブリミットは 0.050 とする.
- 解探索は 25 通りの初期解のもとで複数回行い, 各局所最適解のうち最も優れた解を最終的な解とする.

##### 下位問題(トポロジー最適化)に関する設定

- 体積制約の上限は設計領域の 75% とする.
- PDE フィルタの効果半径は 1 つの有限要素の半分の長さとする.
- 最適化アルゴリズムは上位問題と同様に SLP を用いる. ムーブリミットは 0.050 とする.

##### 数値解析の設定

- 設計領域は三角形一次要素で有限要素分割する. 平均要素長は  $1.06 \times 10^{-4}$  とし, 約 14000 個の要素へ分割する. なお, 有限要素メッシュは高剛性部品の配置位置に応じて作成されるために, 要素数は一定ではない.

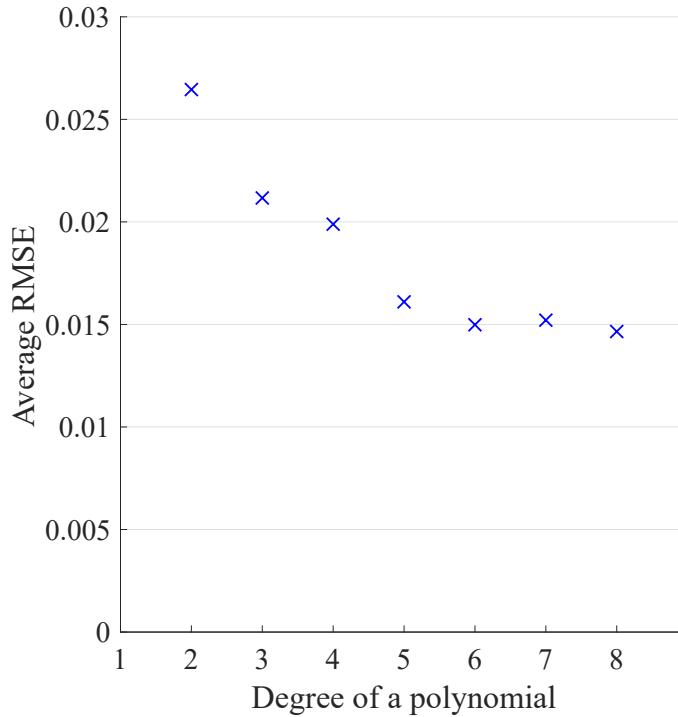


Fig. 4.5 Result of the leave-one-out cross-validation.

- 4.3節と同様の設定を用いる。すなわち、有限要素解析にはCOMSOL Multiphysics 5.2aを利用する。また、最適化アルゴリズムおよびメタモデリングはMATLAB 2016aで実装する。

#### 4.4.3 数値例

提案手法を適用した結果を以下に示す。まず、121個のサンプル点  $s^{(k)}$  ( $k = 1, 2, \dots, 121$ ) を用意した。そして外部変数を各  $s^{(k)}$  の値に固定した条件下で121回のトポロジー最適化を行った。次に、メタモデリングに用いる多項式関数の次数を決定するために、交差検定を行った。結果を図4.5に示す。図4.5のとおり、2次から次数を上げるにつれて平均RMSEが小さくなっている。そこで、汎化性能の向上度合いが6次で飽和したと判断し、近似関数として用いる多項式関数の次数を6と決定した。次に、サンプリング結果とともにメタモデルを構築した。図4.6(a, b)にサンプル点、メタモデル、その局所最適解、図4.6(c)に各局所最適解に対応する最適化された部品配置および構造形態を示す。サンプル点の目的関数値に関する分布から、 $H(\bar{x}, \bar{y})$  が多峰性関数であるといえ

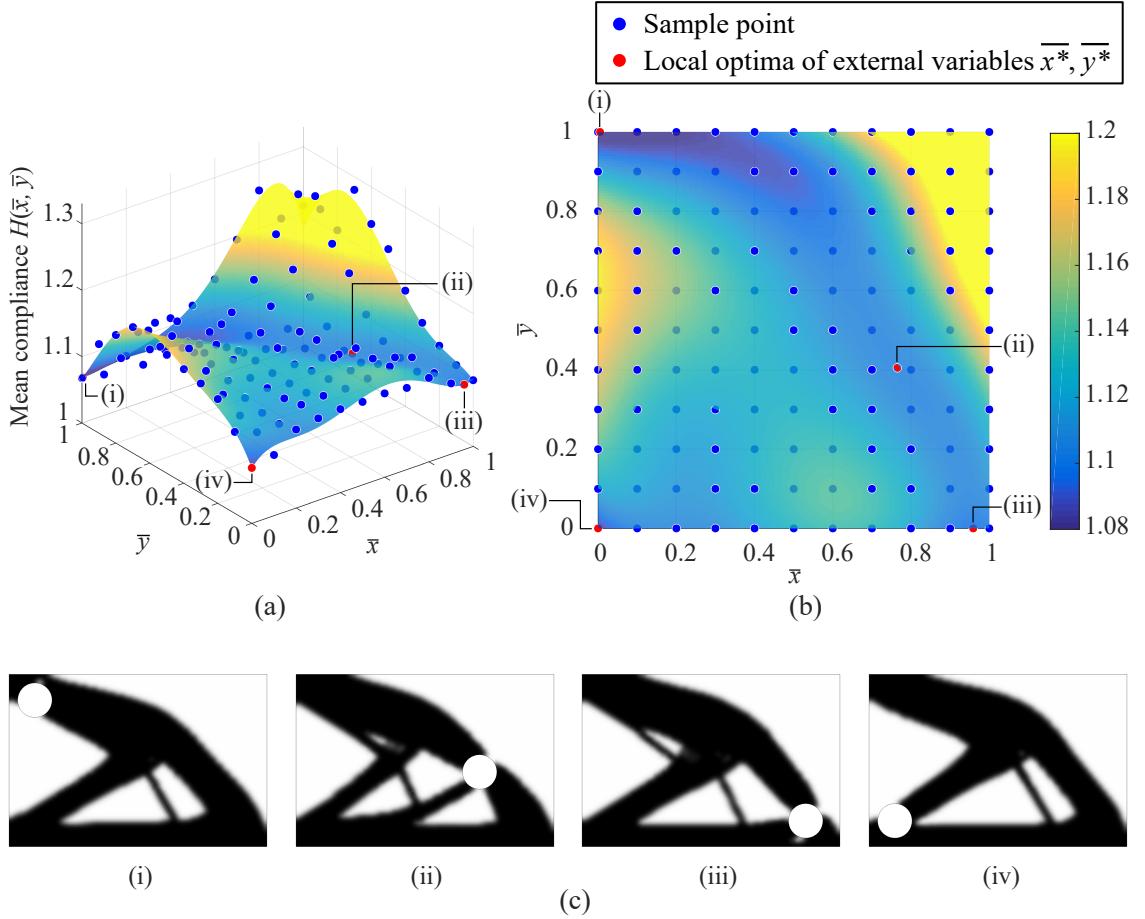


Fig. 4.6 Constructed metamodel and its local optima (a) bird's-eye view, (b) top view, (c) optimized structure corresponding to each local optimum

る。そして、 $\tilde{H}$ をもとに上位問題の最適化を行い、4つの局所最適解  $\mathbf{s}^{*(i)} - \mathbf{s}^{*(iv)}$  を得た。最後に、外部変数を  $\mathbf{s}^{*(i)} - \mathbf{s}^{*(iv)}$  に固定した条件下でトポロジー最適化をそれぞれ行い、図 4.6 (c) の構造を得た。それらの中では、 $\mathbf{s}^{*(i)} = [\bar{x}^{(i)}, \bar{y}^{(i)}] = [0.0000, 1.0000]$  の剛性が最も高かった。他の3つでは、 $\mathbf{s}^{*(iv)} = [0.0000, 0.0000]$ ,  $\mathbf{s}^{*(ii)} = [0.7650, 0.4050]$ ,  $\mathbf{s}^{*(iii)} = [0.9590, 0.0000]$  の順で剛性が高かった。 $H(\mathbf{s})$  と  $\tilde{H}(\mathbf{s})$  の誤差はそれぞれ (i) が 0.03747%, (ii) が 1.162%, (iii) が 0.2454%, (iv) が 0.07264% であった。

#### 4.4.4 考察

まず、上記の結果から、提案手法で得られた構造が物理的に妥当かどうかについて考察する。得られた最適構造をみると、最適解 (i), (iv) では高剛性部品が固定支持端付近に配

置されており、(iii) では荷重位置付近に配置されている。そして、(ii) では Qian ら<sup>(4)</sup> の研究で報告されている最適構造と類似している。いずれも、応力が通常高まる箇所に高剛性部品が配置されていることから、これらの構造は荷重を支えるのに適していると考えられる。さらに、これらの構造は、一括最適化方式に基づく最適化によって得られた構造<sup>(4)</sup> とも類似している。よって、提案手法によって適切な解探索が行われ、なおかつ物理的に妥当な解が得られたと考えられる。

次に、上位問題の目的関数  $H(\mathbf{s})$  が多峰性の設計問題に対する提案手法の有効性について考察する。そのような問題に対して提案手法が機能するには、メタモデル  $\tilde{H}(\mathbf{s})$  が解空間全体の傾向を捉えられており、その(局所)最適解が求められることが必要となる。解空間全体の傾向を捉えることに関しては、本例題ではメタモデルの基底となる近似関数として多項式を用い、leave-one-out 交差検定を用いて多項式の次数を決定した。こうしたことでも、応答が複雑すぎず、なおかつ階空間全体にわたって汎化性能が高いメタモデルが構築できたと考えられる。また、(局所)最適解を求めることに関しては、一般にメタモデルに基づく最適化は計算コストが低いことから、複数の初期解から解探索することができる。本例題では、25 点の異なる初期解から解探索を行い、4 つの局所最適解を得ることができた。それらは前述のとおり、物理的妥当性があることから、本例題の設計解として妥当だと言える。以上から、提案手法は上位問題の目的関数が多峰性となる問題に対しても、適切にメタモデリングを行うことで対応可能であると言える。

## 4.5 結言

本章では、片持はりの構造設計への提案手法の適用法を示した。また、2 つの例題への適用を通して、提案手法の有効性を検証した。1 つ目の例題では、対象とする設計問題に類似した寸法最適化問題の理論解と近い解が得られた。2 つ目の例題では、片持はりの応力が集中しやすい箇所に高剛性部品が配置され、構造力学的に妥当と思われる解が得られた。これらの結果から、まず、外部変数を考慮することで、従来のトポロジー最適化よりも広い解空間の探索が行われ、より優れた解が得られうることが確かめられた。そして、得られた解の妥当性から、外部変数を考慮した片持はりの構造設計問題に対して提案手法は有効であることがわかった。

また、2 つ目の例題では併せて、上位問題の目的関数が多峰性の場合にも提案手法が有効かどうかを検証した。関数の多峰性を表現できるメタモデルを構築し、複数の初期解から勾配法による解探索を行った結果、局所最適解が複数得られ、それらが一定の物理的妥

当性を持つことがわかった. このことから, 上位問題の目的関数が多峰性の設計問題に対しても, 適切なメタモデルを構築することで提案手法が有効となることが示された.

## 参考文献

- (1) Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., *Topology optimization: theory, methods, and applications* (2013), Springer Science & Business Media, second edition.
- (2) 西脇眞二, 泉井一浩, 菊池昇, トポロジー最適化, 日本計算工学会編, 丸善, (2013)pp. 92–98.
- (3) Kawamoto, A., Matsumori, T., Yamasaki, S., Nomura, T., Kondoh, T. and Nishiwaki, S., Heaviside projection based topology optimization by a PDE-filtered scalar function, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 44, No. 1 (2011), pp. 19–24.
- (4) Qian, Z. and Ananthasuresh, G., Optimal embedding of rigid objects in the topology design of structures, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, Vol. 32, No. 2 (2004), pp. 165–193.



## 第 5 章

# 永久磁石同期モータの回転子の構造設計問題への展開

### 5.1 緒言

本章では工学的実用性を有した設計問題として、永久磁石同期モータ (Permanent Magnet Synchronous Motor, PMSM) の回転子の構造設計問題を取り上げる。PMSM のトルク性能は、回転子を構成している永久磁石の配置と継鉄の構造形態に左右される。そこで、これらを最適化するための提案手法の適用方法を示す。また、数値例題への適用を通して、提案手法の有効性を検証する。

### 5.2 設計問題とその定式化

提案手法を PMSM のローター設計へ適用する。本研究で取り上げる設計対象は図 5.1 に示すようなトヨタ プリウスモデル<sup>(1)</sup>の仕様に基づく 8 極、48 スロットの PMSM である。一般に、PMSM は電気自動車やハイブリッドカーに搭載されており、トルク出力の向上が望まれる。図 5.1 のように、PMSM は固定子(ステーター)と回転子(ローター)から構成されており、回転子はさらにヨーク(継鉄、鉄心)と永久磁石で構成されている。ヨークの空隙部はフラックスバリアと呼ばれ、磁束を整流する役割がある。PMSM のトルクは永久磁石による磁束とヨークの磁気的突極性により生み出されるが、それらには永久磁石とヨーク、フラックスバリアの位置関係が影響する。そのため、PMSM 回転子の構造設計においては、永久磁石とヨークの位置関係を考慮することが求められる。いくつかの先行研究ではこれらを考慮した回転子設計が取り上げられており、それぞれ最適化手法が提案されている<sup>(2)–(5)</sup>。

PMSM の設計問題を定義するに先立ち、ヨークと永久磁石の形状表現の自由度について

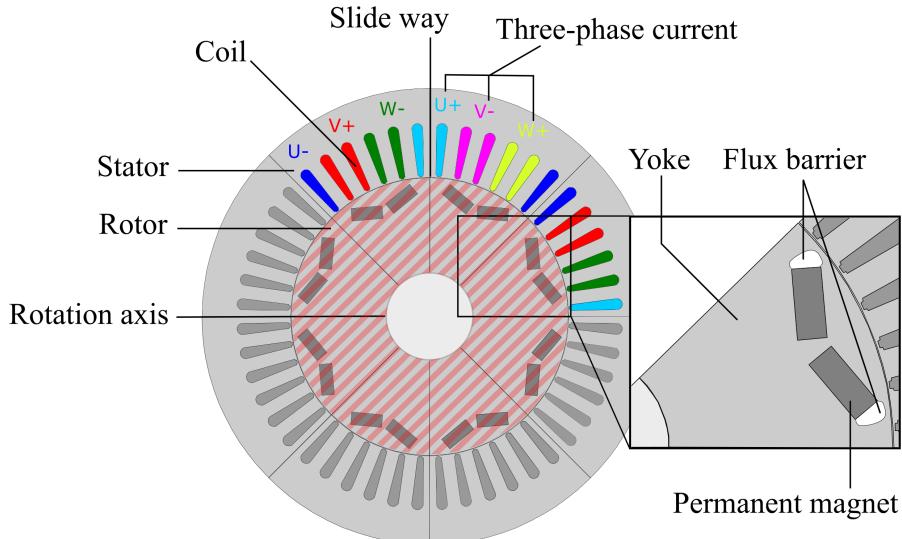


Fig. 5.1 Schematic illustration of PMSM.

議論する。構造設計では一般に、設計対象の形状表現の自由度が高ければ、高性能な設計解を探索できる可能性が大きくなる。一方で、導出された形状が複雑である場合、製造性が低い設計解となる可能性が大きくなる。これを踏まえると、ヨークの構造最適化では、形状表現の自由度が高い手法で解探索を行うことが望ましい。なぜなら、PMSMの性能にはヨークに設けられる穴、すなわちフラックスバリア、の有無とその位置および形状が影響するためである。製造性については、ヨークは打ち抜きで加工した電磁鋼板を積層して製造するために、複雑形状であっても製造性には影響しづらい。そのため、形状表現の自由度が高く、穴の有無を考慮できるトポロジー最適化を用いることが適当である。一方で永久磁石については、製造性の観点からは形状表現の自由度の高さが有利に働くとは限らない。なぜなら、永久磁石は硬く脆い素材であるうえ、磁気吸引力を持つために、機械加工に適さないためである。したがって、永久磁石には特定の形状を与える、その配置を最適化する方法を取る。よって、本研究ではヨークの構造形態と永久磁石の配置位置を考慮した設計問題を取り扱う。

図5.2に設計領域および設計変数を示す。トポロジー最適化における設計領域は、回転子から永久磁石と外周部分を除いた領域とする。外周部分を除外しているのは、遠心力によって永久磁石とヨークが飛散するような構造の導出を防止するためである。ヨークの材料分布は  $\rho$  で表す。永久磁石が配置される領域は回転子領域の内部とする。永久磁石の配置は図5.2に示すように、 $R[m]$ ,  $\theta[deg]$ ,  $\psi[deg]$  で表し、これらを外部変数とみなして、 $s = [R, \theta, \phi]$  と表す。さらに、 $[R, \theta, \phi]$  の取りうる範囲を0から1までに正規化し、それ

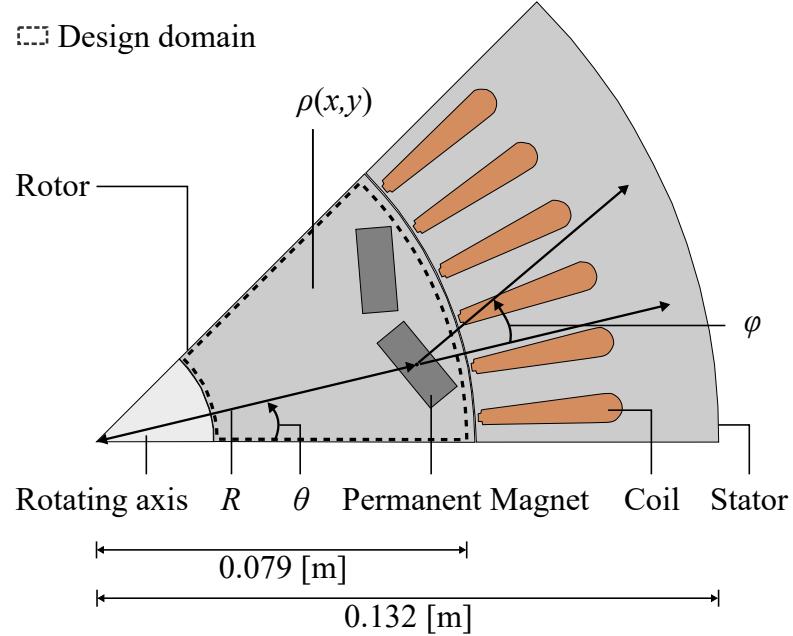


Fig. 5.2 Schematic illustration of 1/8 PMSM model.

らを  $[\bar{R}, \bar{\theta}, \bar{\phi}]$  と表す。目的関数  $F(\mathbf{s}, \boldsymbol{\rho})$  は一回転周期における平均トルクとする。なお、平均トルクの最大化を目的とした設計問題を、目的関数の最小化問題として取り扱うために、平均トルクに  $-1$  を乗じた関数を目的関数とする。制約条件は次の3条件とする。1つ目はヨークと永久磁石が回転軸から分離しないための剛性に関する制約  $G_1(\mathbf{s}, \boldsymbol{\rho})$ 、2つ目はヨークの体積上限に関する制約  $G_2(\boldsymbol{\rho})$  である。3つ目は永久磁石が設計領域から離れないための幾何的な条件に関する制約であり、それは4つの制約条件  $G_3(\mathbf{s}), G_4(\mathbf{s}), G_5(\mathbf{s}), G_6(\mathbf{s})$  からなる。制約条件の詳細は付録 A に示す。

この設計問題を次式のように定式化する。

$$\begin{aligned}
 & \text{find} && \mathbf{s}, \boldsymbol{\rho} \\
 & \text{that minimize} && F(\mathbf{s}, \boldsymbol{\rho}) \\
 & \text{subject to} && G_i(\mathbf{s}, \boldsymbol{\rho}) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 6)
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

### 5.3 構造および電磁界解析

制約関数  $G_1(\mathbf{s}, \boldsymbol{\rho})$  を評価するために、構造解析を行う。構造解析における支配方程式は 4.2.1 に示したものと同様であるので、ここでは省略する。

電磁界解析における支配方程式は、二次元静磁場でのベクトルポテンシャル方程式であり、マクスウェル方程式から導出する。まず、マクスウェル方程式は以下である。

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{j} \quad (5.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (5.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad (5.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_E \quad (5.5)$$

ここで  $\mathbf{E}$  は電場の強度、 $\mathbf{B}$  は磁束密度、 $\mathbf{D}$  は電束密度、 $\mathbf{H}$  は磁場の強度、 $\rho_E$  は電荷密度、 $\mathbf{j}$  は電流密度である。

また、磁気ベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  と磁束密度  $\mathbf{B}$  の関係は次式で表される。

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (5.6)$$

磁場  $\mathbf{H}$  と磁束密度  $\mathbf{B}$  の関係は磁気抵抗率  $\nu$  によって次式で表される。

$$\mathbf{H} = \nu \mathbf{B} \quad (5.7)$$

$\nu$  は真空では一定の値  $\nu_0$  だが、鉄を始めとする強磁性体では  $\mathbf{B}$  に応じて値が変化する。言い換えると、強磁性体中では  $\mathbf{B}$  は  $\mathbf{H}$  の増加に対して非線形に増加する特性を持つ。 $\nu$  と  $\mathbf{B}$  の関係は以下のように表される。

$$\text{真空: } \nu = \nu_0 \quad (5.8)$$

$$\text{強磁性体: } \nu = \nu_{\text{iron}}(\mathbf{B}) \quad (5.9)$$

ここで  $\nu_0$  は真空の磁気抵抗であり、 $\nu_{\text{iron}}(\mathbf{B})$  は図 5.3 のような非線形関数である。

これらより、二次元静磁場でのベクトルポテンシャル方程式が導かれる。

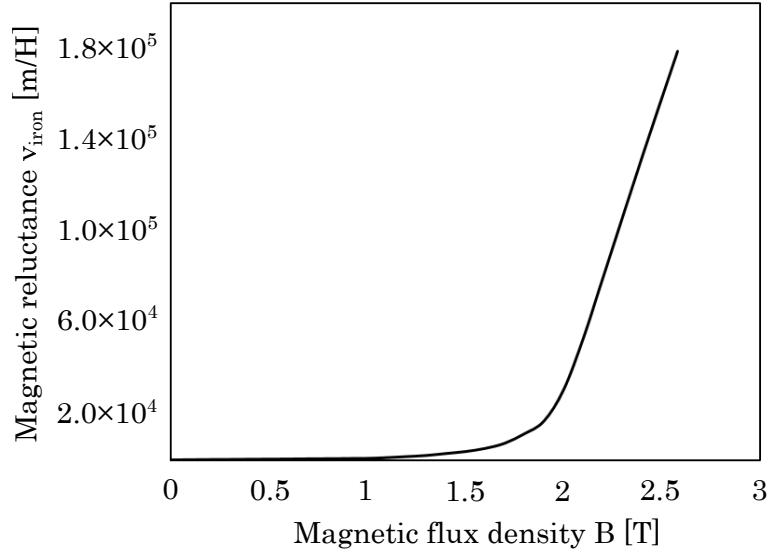
$$-\frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = \mathbf{j} \quad (5.10)$$

この方程式を解いて得られた磁気ベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  の  $z$  成分  $A_z$  から磁束密度  $\mathbf{B}$  を求め、次式で表されるマクスウェルの応力テンソルの磁場に関する成分を求める。

$$\mathbf{T} = \left( \frac{\nu_0}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{B} \right) \mathbf{I} + \frac{\nu_0}{2} \mathbf{B} \mathbf{B}^T \quad (5.11)$$

PMSM のトルク出力はマクスウェルの応力テンソル  $\mathbf{T}$  を用いて次式で求める。

$$F_{\text{torque}} = \oint_{\partial V} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \times (\mathbf{n} \mathbf{T}) dS \quad (5.12)$$

Fig. 5.3 Relationship between  $v$  and  $B$  in ferromagnetic material.

ここで,  $V$  は積分領域,  $\partial V$  は回転子を包括する積分経路,  $\mathbf{r}$  は  $\partial V$  上の任意の点の座標,  $\mathbf{r}_0$  は回転軸の中心点,  $C$  は積分領域を包む閉曲線,  $\mathbf{n}$  は  $\partial V$  に対する外向き法線ベクトルである.

PMSM が発生させるトルクは一定の周期で変動する. そこで, 本研究では一周期の平均トルクで PMSM の性能を評価する. 平均トルク  $F$  は次式のように, ある時刻  $t_0$  から一周期後の時間  $t_1$  までのトルクの平均で求める.

$$F = \frac{\int_{t_0}^{t_1} F_{\text{torque}}(t) dt}{t_1 - t_0} \quad (5.13)$$

なお,  $F_{\text{torque}}(t)$  は時刻  $t$  における静磁場解析によって求める.

## 5.4 密度法に基づくトポロジー最適化

本設計問題では, 密度法に基づくトポロジー最適化を行う. 密度法における補間関数は以下のヤング率, 磁気抵抗率を用いる.

ヤング率は第 4 章と同様, 次の補間式で与えられる.

$$E(\boldsymbol{\rho}) = E_0(1 - \boldsymbol{\rho}^p) + E_1 \boldsymbol{\rho}^p \quad (5.14)$$

ここで,  $E_0$  は空気のヤング率で, 数値計算を安定して行うために微小な値  $E_0 = 1 \times 10^{-6}$  とする.  $E_1$  は構造物のヤング率で,  $E_1 = 1$  とする. ペナルティパラメータ  $p$  の値は 3 とする.

磁気抵抗率は次式で与えられる<sup>(6)</sup>.

$$v(\rho, B) = v_0(1 - \rho^p) + v_1(B)\rho^p \quad (5.15)$$

ここで、ペナルティパラメータ  $p$  の値は先行研究<sup>(6)</sup>に従い 1 とする.

材料分布を平滑化するために、偏微分方程式に基づくフィルタ<sup>(7)</sup>を適用する。フィルタの効果半径は 1 つの有限要素の半分の長さとする。最適化アルゴリズムは SLP を用い、そのムーブリミットは 0.050 とする。

## 5.5 外部変数と連係するトポロジー最適化法への展開

本例題では、提案手法を適用するにあたって、以下の設定を与える。

### メタモデリングに関する設定

- 近似関数として多項式関数を用いる。その次数は交差検定の結果から決定するものとする。
- サンプル点は 125 点とし、それらは  $s$  の実行可能領域内、すなわち制約条件  $G_3, \dots, G_6$  に違反しない領域内で均等に配置するものとする。例えば、 $\bar{R} = 0, \bar{\phi} = 0$  のとき、 $\bar{\theta}$  の実行可能領域は  $0.1404 \leq \bar{\theta} \leq 0.7882$  であり、その区間を均等に 5 分割するようにサンプル点を配置する。具体的なサンプル点の値は付録 B に示す。

### 上位問題に関する設定

- 設計感度は  $\tilde{H}$  の微分情報を用いる。 $\tilde{H}$  は多項式関数であることから、感度は解析的に導出する。
- 最適化アルゴリズムは SLP を用いる。ムーブリミットは 0.050 とする。

### 数値解析の設定

- 解析領域は四角形二次要素と三角形二次要素で有限要素分割する。ここでの最大要素長は  $0.9290 \times 10^{-3}[\text{m}]$  とし、5466 個の要素へ分割する。ここでは、固定子と回転子の間の空気層はより細かく分割しており、平均要素長は  $0.1835 \times 10^{-4}[\text{m}]$  である。
- トポロジー最適化の設計領域は三角形二次要素で有限要素分割する。ここでの最大要素長は  $0.1000 \times 10^{-3}[\text{m}]$  とし、約 6450 個の要素へ分割する(永久磁石の配置によって要素数は変動する)。

- 有限要素解析には COMSOL Multiphysics 5.2a を利用する. 最適化アルゴリズムおよびメタモデリングは MATLAB 2016a で実装する.

## 5.6 数値例

$G_1$  における平均コンプライアンス,  $G_2$  における体積の上限値は, 5.7 節で述べる, 基準とするデザイン (a) と等しい値とする. 具体的には,  $G_{1\max} = 1$ ,  $G_{2\max}$  は設計領域の面積の 69.72% の数値とした.

提案手法を以下の手続きで適用した. まず, 125 個のサンプル点  $s^{(k)}$  ( $k = 1, 2, \dots, 125$ ) の値に永久磁石の配置を固定した条件下で, ヨークのトポロジー最適化をそれぞれ行った. 次に, 交差検定を行った. 結果を図 5.4 に示す. 図 5.4 のとおり, 2 次から 4 次までは平均 RMSE が減少していき, 5 次以降では増加した. よって, 近似関数として用いる多項式関数の次数を 4 と決定した. 続いて, 図 5.5 に示すメタモデル  $\tilde{H}(\mathbf{s})$  を構築した. なお, 図 5.5 で曲面が描画されていない領域は, 制約条件  $G_3, \dots, G_6$  を満たしていないために目的関数  $H(\mathbf{s})$  が定義されていない領域である. そして,  $\tilde{H}$  を用いて上位問題を解いた. それにより得られた最適解は  $\bar{\mathbf{s}}^* = [\bar{R}, \bar{\theta}, \bar{\phi}] = [0.6777, 0.8630, 0.3586]$ ,  $\mathbf{s}^* = [R, \theta, \phi] = [0.07010, 14.04, 32.27]$  である. 最適解は図 5.5(f) に赤点で示している. 最後に,  $\mathbf{s}^*$  の永久磁石配置の条件下でトポロジー最適化を再度行い, 最適な永久磁石の配置, および, ヨークの構造形態を得た. この解をもとに, しきい値  $\rho = 0.5$  で材料分布を二値化して得られたモータ構造を図 5.6(c) に示す. 二値化はデザイン (a) と比較する際に鉄の物性の条件を揃えるために行った. また, これ以降この構造をデザイン (c) と呼ぶ.  $H(\mathbf{s}^*)$  と  $\tilde{H}(\mathbf{s}^*)$  間の近似誤差は 0.09911% であった.

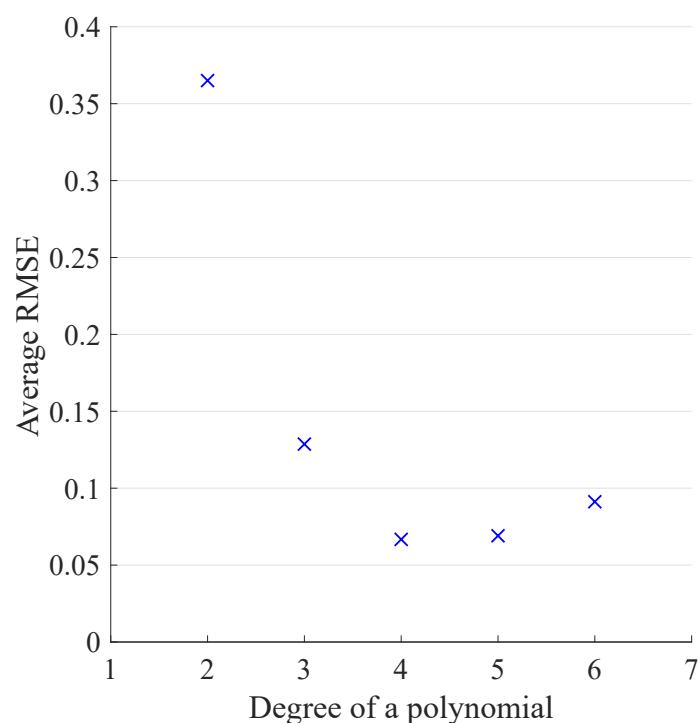


Fig. 5.4 Result of the leave-one-out cross-validation.

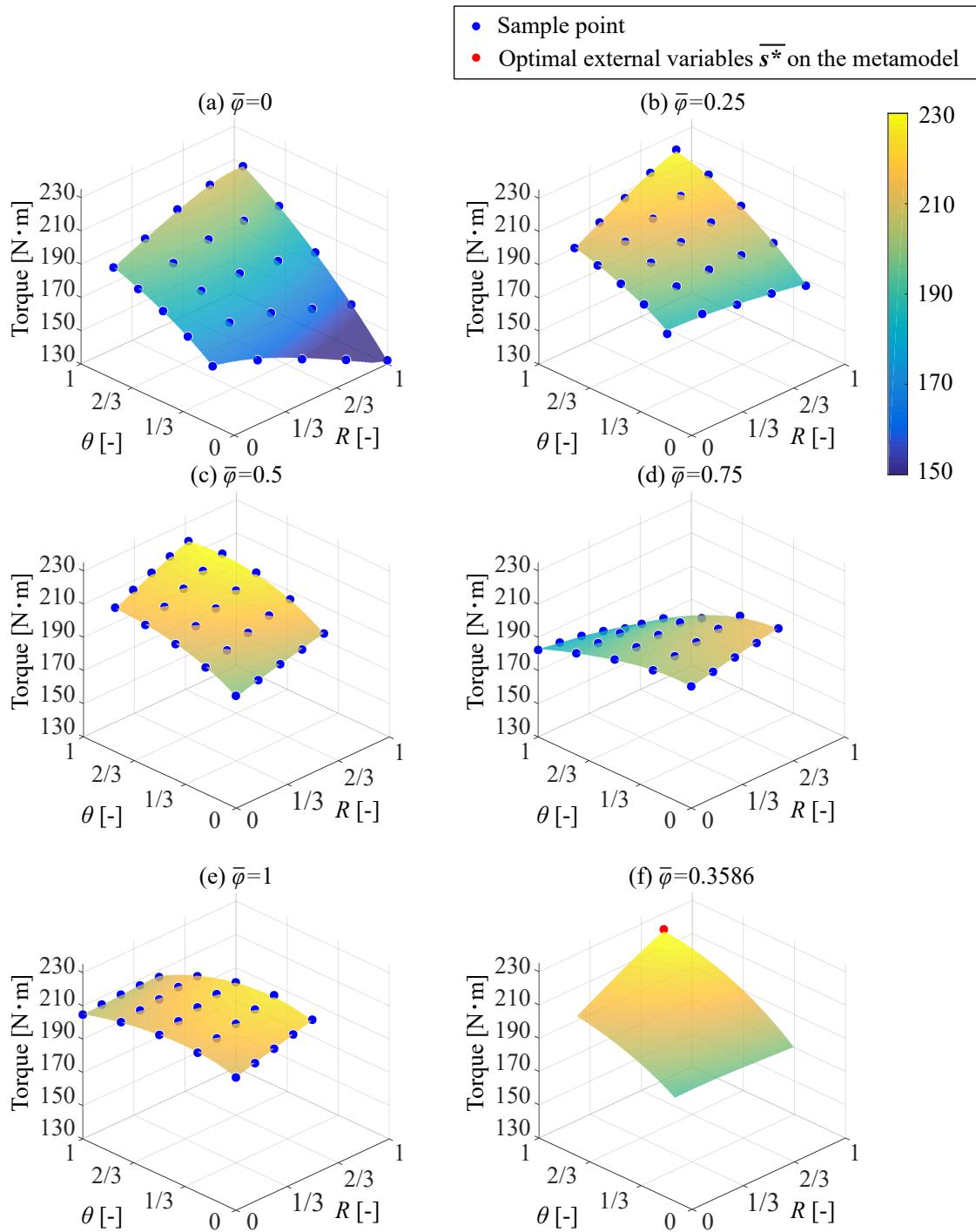


Fig. 5.5 Metamodel  $\tilde{H}(\mathbf{s})$ . (a)-(f) the surfaces of cross sections with  $\bar{\varphi} = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1$ , and  $\bar{\varphi}^*$ , respectively

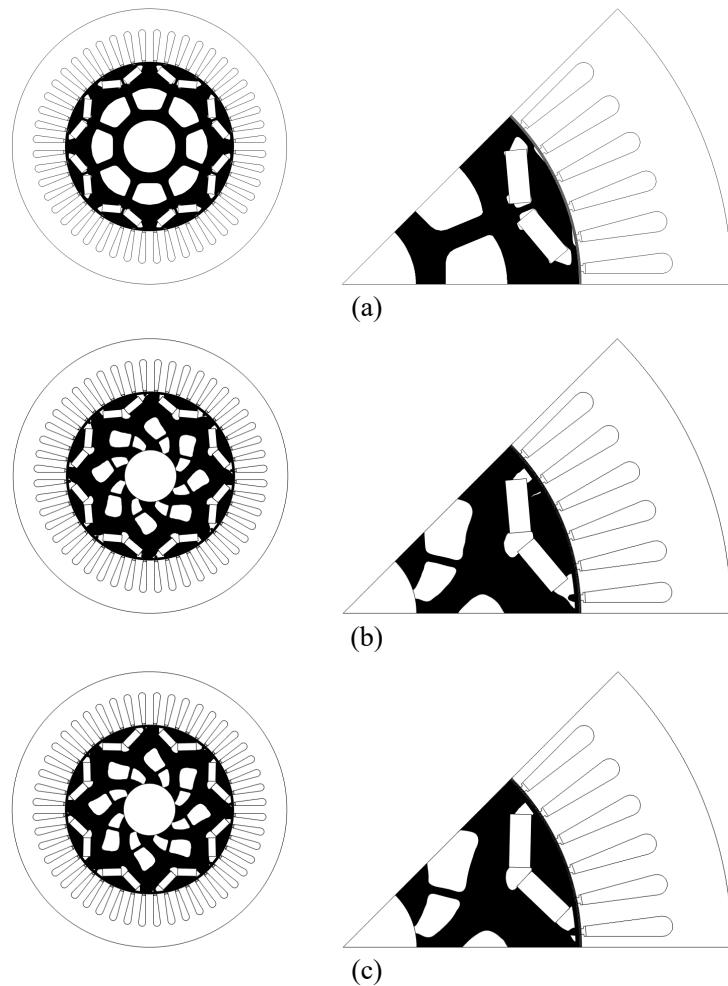


Fig. 5.6 Comparison of the rotor structures. (a) Reference rotor design, (b) optimized rotor design where the position of the PM is not considered, and (c) optimized rotor design where both the material distribution and PM position are considered. In each figure, the figure on the left shows the overall PMSM, and that on the right shows 1/8 of the section of PMSM

## 5.7 考察

手法により得られた PMSM 構造 (c) と図 5.6 に示す構造 (a), (b) を比較する。デザイン (a) は実際の製品<sup>(1)</sup>をもとに作成したモデルである。デザイン (b) はヨークのみのトポロジー最適化の解をもとに作成したモデルである。そのトポロジー最適化時には、永久磁石の配置をデザイン (a) と同じ位置に固定した条件下で最適化を行った。そして、デザイン (c) が材料分布を二値化した方法と同様、しきい値  $\rho = 0.5$  で材料分布を二値化してデザイン (b) を作成した。デザイン (c) は上で述べたように、提案手法により永久磁石の配置とヨークの構造形態を最適化して得られた解をもとに作成したモデルである。

デザイン (a)～(c) のトルク性能はそれぞれ、198.8[N·m], 229.8[N·m], 232.6[N·m] であった。二値化によるトルク性能の変動は (b) と (c) でそれぞれ 0.7848%, 0.5465% であった。デザイン (b) の性能はデザイン (a) から 15.60% 向上した。一方、デザイン (c) の性能はデザイン (a) から 17.06% 向上した。すなわち、外部変数(永久磁石の配置)を考慮したこと、デザイン (a) から (c) の性能向上率は (a) から (b) のそれとくらべて 9.39% 向上した。

ここでは、デザイン (a)～(c) の構造の差異がトルク性能にどのような影響を与えているかを考察する。まず、デザイン (a) と (b) のヨークの形状を比較する。この 2 つのデザインに共通する特徴は、各永久磁石の短辺側に磁束の漏れを抑制するフラックスバリアが配置されていることである。なかでも、デザイン (b) では、永久磁石間のフラックスバリアが大きいことから、デザイン (a) と比べ効果的に磁束漏れを抑制することができると考えられる。デザイン (b) の回転軸周りのヨークの形状はデザイン (a) と異なっているが、これは剛性制約  $G_1(s, \rho)$  を課したことによる影響と考えられる。次に、デザイン (a), (b), (c) で永久磁石の位置とヨークの形状を比較する。図 5.5(f) からもわかるように、デザイン (c) では、 $R, \theta$  が実行可能領域内の上限値をとっており、(a), (b) と比べて 2 つの永久磁石が近く、回転子外側に位置している。そして、 $\phi$  はデザイン (a), (b) と比べて大きく、永久磁石間のなす角度がより鋭角になっている。この配置は、永久磁石外側の磁路を広げ、短辺側での磁束漏れをより効果的に抑制していると考えられる。

## 5.8 結言

本章では PMSM の回転子の構造設計問題に対して提案手法を適用し、数値例題を通じてその有効性を検証した。設計問題の設定においては、ヨークおよび永久磁石の製造性の観点から、ヨークにはトポロジー最適化を、また、永久磁石にはパラメータ最適化を用いることが適切であると述べた。提案手法によって最適構造を導出し、製品をもとにした回

転子構造, およびトポロジー最適化のみを行った回転子構造とで比較を行った. その結果, 永久磁石の配置とヨークの構造形態の相互作用を考慮したことによって, 回転子における磁束漏れを効果的に抑制する構造が得られ, トポロジー最適化のみよりも優れた解が得られることが示された. さらに, 得られた最適構造は磁束分布の観点からも物理的に妥当といえる. 以上から, 提案手法は当該の設計問題に対しての有効性が示された. ただし, 数値例題では3つの外部変数を扱ったが, より外部変数の数が多い問題へ適用する場合, 第3章で述べた次元の呪いが課題となる可能性がある. 第6章では, ノイズフィルタの設計問題への提案手法の適用を通して, この課題に取り組む.

## 参考文献

- (1) Burress, T. A., Campbell, S. L., Coomer, C., Ayers, C. W., Wereszczak, A. A., Cunningham, J. P., Marlino, L. D., Seiber, L. E. and Lin, H.-T., Evaluation of the 2010 Toyota Prius hybrid synergy drive system, Technical report, Oak Ridge National Lab.(ORNL), Oak Ridge, TN (United States). Power Electronics and Electric Machinery Research Facility (2011).
- (2) Ishikawa, T., Xie, P. and Kurita, N., Topology optimization of rotor structure in permanent magnet synchronous motors considering ease of manufacturing, *IEEJ Journal of Industry Applications*, Vol. 4, No. 4 (2015), pp. 469–475.
- (3) Lim, S., Min, S. and Hong, J.-P., Optimal rotor design of IPM motor for improving torque performance considering thermal demagnetization of magnet, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 51, No. 3 (2015), pp. 1–5.
- (4) Kuci, E., Henrotte, F., Duysinx, P. and Geuzaine, C., Combination of topology optimization and Lie derivative-based shape optimization for electro-mechanical design, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 59, No. 5 (2019), pp. 1723–1731.
- (5) Jung, S.-W., Ro, J.-S. and Jung, H.-K., A Hybrid Algorithm Using Shape and Topology Optimization for the Design of Electric Machines, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 54, No. 3 (2018), pp. 1–4.
- (6) Choi, J. S. and Yoo, J., Structural optimization of ferromagnetic materials based on the magnetic reluctivity for magnetic field problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 197, No. 49-50 (2008), pp. 4193–4206.
- (7) Kawamoto, A., Matsumori, T., Yamasaki, S., Nomura, T., Kondoh, T. and Nishiwaki, S.,

Heaviside projection based topology optimization by a PDE-filtered scalar function,  
*Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 44, No. 1 (2011), pp. 19–24.



## 第 6 章

### ノイズフィルタ回路基板のレイアウト設計問題への展開

#### 6.1 緒言

本章では工学的実用性を有した設計問題として、ノイズフィルタ回路基板のレイアウト設計問題を取り上げる。ノイズフィルタ回路基板のレイアウト設計では、素子やポート、配線の取り合いを考慮する必要があるが、それを最適化により支援する方法論は確立されていない。そこで、素子およびポートの配置と導体の配線パターンを最適化する手法を提案する。

本設計問題では、外部変数の数が第 4,5 章の例題よりも多いために、メタモデリングにおけるサンプリング方法によっては計算コストが膨大となる恐れがある。そこで、問題の性質から適切な実験計画法を選択することで、計算コストを抑えつつ解空間全体の近似が可能なメタモデルを構築することを目指す。そして、提案手法の有効性を数値例題への適用を通して示す。

#### 6.2 設計問題とその定式化

##### (1) 対象とするノイズフィルタ

電子機器が放出する電磁ノイズは他の電子機器へ干渉し、電磁波妨害を引き起こすことがあり、その対策として、ノイズフィルタが電子回路に組み込まれている。ノイズフィルタはローパスフィルタであり、低周波の主電流を通しながら高周波の電磁ノイズを抑制する。そのため、ノイズフィルタ設計では高周波帯域でのノイズ減衰特性の保障が目的となる。ノイズ減衰のターゲットとなる周波数は一般に 100kHz から 100MHz 程度の帯域であ

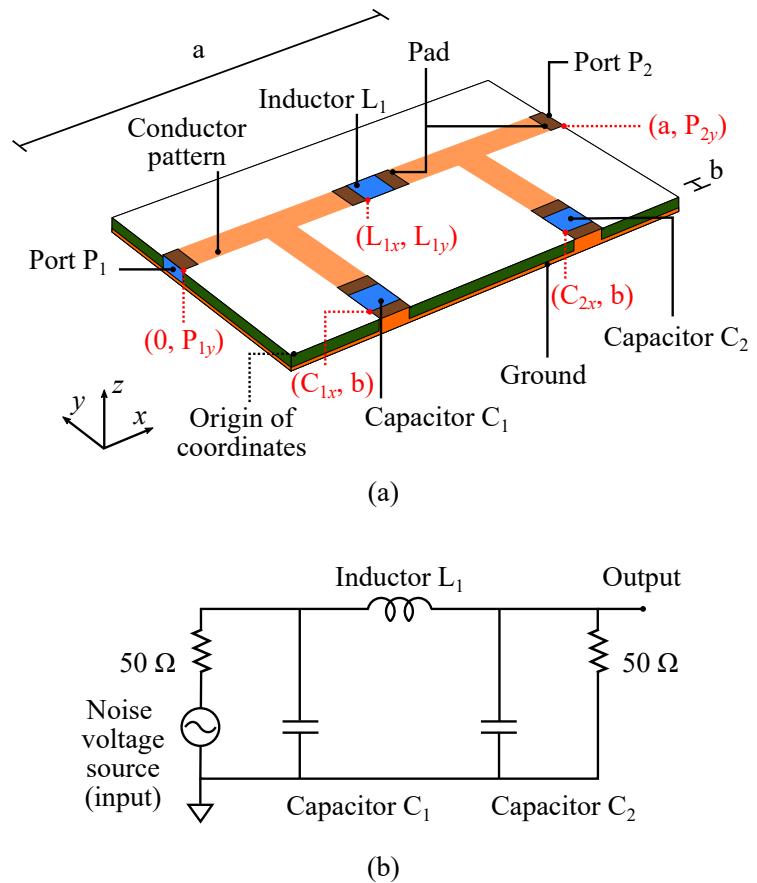


Fig. 6.1 Schematic illustration of design target. (a) Implemented circuit board. (b) Circuit diagram.

り、本研究では代表的な周波数として 10MHz でのノイズ減衰特性向上をはかる。

本研究では、図 6.1 (a) に示す C-L-C 構成のフィルタ回路を扱う。このフィルタは基板上面に 2 つのコンデンサ  $C_1, C_2$  と 1 つのインダクタ  $L_1$ 、側面に入力ポート  $P_1$  と出力ポート  $P_2$  を備えており、それらは導体によって図 6.1 (b) の回路図に従うように接続されている。また、基板の裏面は全面が導体で覆われている。

ノイズフィルタの理想的な特性は回路の構成と素子定数に基づいて決まるが、現実には部品や基板レイアウトに依存する寄生的な回路成分を持つために、実際の特性は理想的なものとは異なる。寄生的な回路成分の例としては導体パターンの寄生抵抗や寄生インダクタンスがある。またノイズフィルタ内を伝わるノイズには、磁気結合現象により空間を伝搬する誘導ノイズや、導体を伝わる伝導ノイズがある<sup>(1)</sup>。ノイズフィルタ設計においては、

ノイズのうち支配的なものを抑制することが重要であるとされている<sup>(2)</sup>. そこで, 6.6, 6.7 節では, それぞれ誘導ノイズ, 伝導ノイズが支配的となる条件とした設計問題へ提案手法を適用し, 有効性を検証する. ノイズ減衰特性は S パラメータ  $S_{21}$  で評価する. S パラメータは入力電力に対する出力電力の割合を示す値であり, 次式で表される.

$$S_{21} = \sqrt{\frac{|p_2|}{|p_1|}} \quad (6.1)$$

ここで,  $p_1, p_2$  はそれぞれ入力, 出力されるノイズの電力量である.

## (2) 最適化問題の定式化

ノイズフィルタにおけるノイズ伝達量の最小化を目的として, 素子の配置と導体パターンを最適化する. 目的関数は  $S_{21}$  とする. 素子の配置位置は図 6.1 (a) に示す配置変数  $C_{1x}, C_{2x}, L_{1x}, L_{1y}, P_{1y}, P_{2y} [\text{m}]$  で表し, これらを要素とするベクトルを  $\mathbf{s}$  とする. コンデンサ  $C_1, C_2$  の  $y$  座標はともに下部パッドが基板底辺に位置するように, つまりパッド幅  $b$  に固定されているものとする. 本研究では, 素子の回転角度は考慮せず, 基板と平行になるよう配置されるものとする.

導体パターンはレベルセット法に基づくトポロジー最適化<sup>(3)</sup> による構造表現方法に従つて表現する. レベルセット法では, レベルセット関数と呼ばれるスカラー関数  $\phi$  を導入し, その符号に応じて導体領域, 不導体領域を表現する. レベルセット関数  $\phi$  は基板上面から素子およびパッドを除いた設計領域に定義されるものとする. レベルセット法に基づくトポロジー最適化の詳細は 6.4 節で述べる. なお, トポロジー最適化の実装時には, レベルセット関数は設計領域に定義される有限要素メッシュ上の基底関数によって離散化され, 有限個の設計変数  $\phi = \phi_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) ( $n$  は節点数) となる. そのため, 以降の定式化では導体パターンは  $\phi$  で表現されるものとする.

制約条件として, 導体パターンの最適化過程での許容されない断線・短絡を防止するための条件を設ける. 導体パターンのトポロジー最適化を行うと, 導体パターンのトポロジー変化に伴って, 電気回路の断線・短絡が生じる恐れがある. そのようなトポロジー変化はノイズフィルタ回路の機能を失わせるものであり, 許容されるべきではない. 一方, 許容されるトポロジー変化, すなわち, 導体パターンのトポロジーが変化しても電気回路としての断線・短絡は生じない変化も存在する. 例えば素子同士を接続する導体が二手に分岐している場合, 片方の断線は許容されるが両方の断線は許容されない. そこで, 許容されないトポロジー変化のみを防止する制約条件<sup>(4)</sup> を導入する. 具体的には, 断線を防止するために, 細い導体では電流が集中することに着目し, 最大電流密度を制約する制約条件

を導入する。また、短絡を防止するために、電位差をもつ近接した導体間では電界が集中することに着目し、最大電界強度を制約する制約条件を導入する。両者は正規化された最大電流密度と最大電界強度の最大値を参考する単一の制約条件として実装する。この制約条件の詳細は付録Cに記す。

対象とする最適化問題は次のように定式化される。

$$\begin{aligned}
 & \text{find} && \mathbf{s}, \boldsymbol{\phi} \\
 & \text{that minimize} && F(\mathbf{s}, \boldsymbol{\phi}) \\
 & \text{subject to} && G(\mathbf{s}, \boldsymbol{\phi}) \leq 0, \\
 & && \underline{s}_i \leq s_i \leq \bar{s}_i \ (i = 1, 2, \dots, 6), \\
 & && -1 \leq \phi_j \leq 1 \ (j = 1, 2, \dots, n)
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

ここで、 $F$  は目的関数、 $G$  は断線・短絡に関する制約関数、 $\underline{s}_i, \bar{s}_i$  はそれぞれ  $i$  番目の配置部変数の下限、上限である。

Nomura ら<sup>(1),(4)</sup> は、上記のような定式化に対して、 $\mathbf{s}$  を与条件として固定した上で、 $\boldsymbol{\phi}$  についてのトポロジー最適化を実施している。それ自体は新規な取り組みであるが、ノイズフィルタのレイアウト設計としては限定的であることから、本例題ではその点を克服することを目的とする。

### 6.3 電磁界解析

ノイズフィルタ回路のノイズ減衰特性はマクスウェル方程式から導出される支配方程式を解くことで計算できる。支配方程式や実装の詳細については文献<sup>(4)</sup>を参照されたい。

有限要素解析を行うために、下記のような解析モデルを設定する。ノイズフィルタ解析ではフィルタ基板の周囲の空間における電磁場を解析する必要があることから、十分に大きい空気層を設け、さらに、空気領域の最外周の境界へ散乱境界条件を設ける。導体では、高周波の交流電流が導体の表面に集中する現象である表皮効果が生じるので、これを単純化して表現するために、導体へインピーダンス境界条件を設ける<sup>(5)</sup>。素子は簡単のために集中定数素子として2次元状のシートとしてモデル化する。また、各ポートは集中ポートとしてモデル化する。具体的には、図6.1(a)のように、素子は正方形シートとし、その端子がある辺には導体パッドを設ける。コンデンサ  $C_1, C_2$  と裏面をつなぐコネクタはパッドと等幅の導体として表現する。モデル寸法や各素子定数の設定は6.6節にて述べる。

## 6.4 レベルセット法に基づくトポロジー最適化

### (1) 導体パターン分布の平滑化

導体パターンの形状表現には物体形状を明確に定義することができるレベルセット法を用いるが、離散化されたレベルセット関数を設計変数とすると、導体パターンの分布の滑らかさが保証されない。そこで、導体パターンの分布を平滑化するために、偏微分方程式に基づくフィルタ<sup>(6)</sup>を適用する。すなわち、実際の最適化の手続きにおいては、離散化されたレベルセット関数を直接に設計変数とするのではなく、別途設計変数  $\psi$  を定義し、これをソース項とした次式の非齊次ヘルムホルツ方程式を解き、得られた解を離散化されたレベルセット関数  $\phi$  として扱う。

$$-R^2 \nabla^2 \phi + \phi = \psi \quad (6.3)$$

ここで、 $R$  は平滑化の度合いを定めるパラメータである。なお、式 (6.3) は連続系表記となっているが、実装時には有限要素法により離散化して計算する。

### (2) レベルセット関数の正則化

また、レベルセット法では、材料の有無をレベルセット関数の値ではなく符号で表現するために、物体境界近傍以外では、同符号であれば関数値がどのような値でも表す形状は変化しない。そのため、同一形状に対応するレベルセット関数が無数に存在することになるが、これに起因して、数理計画法に基づく解探索が困難となる可能性がある。そこで本研究では、次式の正則化項を目的関数に加えることで、物体境界周辺以外の  $\phi$  を  $-1$  または  $1$  に収束させ、解探索を安定化させる<sup>(7)</sup>。

$$f_{\text{reg}} = \int_D (\phi^2 - 1)^2 dV \quad (6.4)$$

ここで、 $D$  は設計領域である。これにより、下位問題の目的関数  $F$  は次式のように、 $S$  パラメータと重みをかけた正則化項との和となる。

$$F = S_{21} + w_{\text{reg}} f_{\text{reg}} \quad (6.5)$$

ここで、 $w_{\text{reg}}$  は重み係数であり、文献<sup>(8)</sup> の方法にならって値を決定する。

### (3) グレースケールフリーのトポロジー最適化

さらに、有限要素メッシュによる離散化の過程で、物体領域と空洞領域の境界近傍に物体と空洞の中間状態に相当するグレースケール要素が生じるのを防ぐために、文献<sup>(7)</sup> で提

案されている  $r$ -適合メッシュを用いる。すなわち、レベルセット関数を保持するオイラーメッシュの節点を物体境界に適合するように移動させることで、グレースケール要素を含まない適合メッシュを生成し、それを用いて電磁場解析を行う。これに伴い、感度解析は文献<sup>(7)</sup>の方法に従って離散系において行う。

## 6.5 外部変数と連係するトポロジー最適化法への展開

### (1) 高次元のメタモデル構築における課題

高次元のメタモデルを構築するにあたっては、次元の呪いにより、次元の増大に伴って計算量が指数的に増大する課題がある。ノイズフィルタのレイアウト設計では、著者の計算環境 (CPU: AMD Ryzen Threadripper3 3960X 3.8GHz, メモリ 64GB)において一回のトポロジー最適化に約 10 時間を要するために、例えば、格子状にサンプルを配置する完全実施要因計画では、実質的に全体としての最適化計算を行うことはできなくなる。つまり、提案手法を外部変数の数が多い問題に適用するには、サンプル数の削減が必須であり、そのためには実験計画法の活用が有望である。

### (2) 実験計画法の検討

実験計画法には様々な選択肢があり、対象とする問題における近似精度と計算コストのトレードオフを個別に考慮した上で、適切な手段を選択する必要がある。それについては、当該の設計問題は次の特徴を備えている。

- 対象とする C-L-C 構成のノイズフィルタ回路が電気的に対称である。
- 例えば  $C_{1x}$  と  $P_{2y}$  など、別種の配置変数間のカップリングが弱い。
- 予備検討の結果から素子配置とノイズ抑制性能の対応関係が単調であることがわかつている。
- 導体パターンの最適化では回路トポロジーを変更させないための制約を課していることから、自ずと最適導体パターンのトポロジーは 1 つに決定される。したがって、素子配置変化に対する最適導体パターンの変化が概ね連続的になる。

以上のもと、本研究では、 $H(\mathbf{s})$  の設計空間全体での応答が 2 次多項式で十分に近似可能であると判断して、2 次多項式によるメタモデルを構築する。サンプリングについては、初

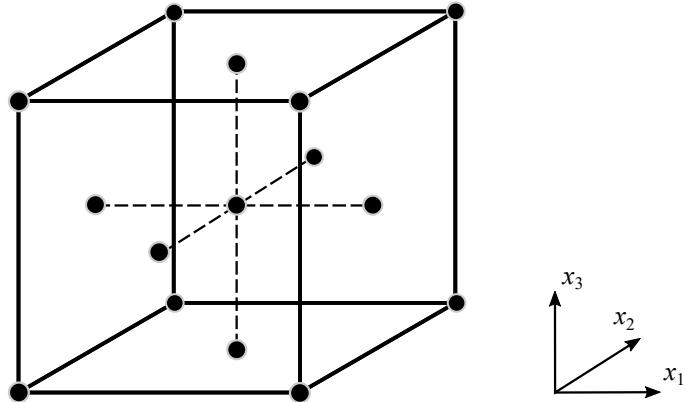


Fig. 6.2 Face-centered cubic design (FCD)

期サンプル点を中心複合計画の一つである face-centered cubic design (FCD)<sup>(9)</sup>に基づいて配置し、近似誤差を評価した後に精度向上が必要な場合には、メタモデル上の最適点付近へ逐次的にサンプル点を追加するアプローチをとる。

### (3) face-centered cubic design

中央複合計画は予測の分散の方位依存性が小さく、2次多項式の近似に適した実験計画である。その一種である FCD は特に、サンプル点を設計変数の上下限範囲内へ配置する場合に有効である。FCD 以外の中央複合計画には、サンプル点を設計変数の上下限範囲外へ配置するものもある。しかし、ノイズフィルタのレイアウト設計問題における意味を考えると、設計変数の上下限範囲外のサンプル点は、素子が基板の外側に配置された設計案を表すことになる。そのような状況は現実的ではないことから、サンプル点が設計変数の上下限範囲内に収まる FCD を採用する。

FCD はサンプル点を設計変数の上下限 2 水準の全数組み合わせと、上下限の軸上の点、および全設計変数の中央点の、 $2^M + 2M + 1$  個の点で構成する。ここで、 $M$  は外部変数の数である。図 6.2 は  $M = 3$  での FCD によるサンプル点配置を示している。

FCD を用いることで、2次多項式の近似を少ないサンプル点数で精度良く行うことができる。単純な実験計画法である完全実施要因計画を用いる場合、 $M = 3$  ならば、サンプル点数は  $3^M$  となる。それと比べ、FCD では計算量オーダーを完全実施要因計画の  $O(3^M)$  から  $O(2^M)$  へ削減でき、本研究で扱う例題のように、 $M = 6$  であれば、サンプル点数を  $3^6 = 729$  から  $2^6 + 2 \times 6 + 1 = 77$  と、約 1/10 に削減することができる。なお、各サンプル

点の評価は互いに独立しているので、それらのための最適化計算は並列で実施できる。

#### (4) サンプル追加による近似精度の向上

近似誤差の評価後に精度が不十分であった場合には、次のようにしてサンプルを追加して配置する。まず、サンプル追加前のメタモデルで推定された最適解を中心として定義域の幅を  $1/2$  に縮小した空間を考え、その縮小された空間に FCD に基づいて新たなサンプル点を配置する。追加点でのサンプリングを行った後、それらをサンプルの集合に加えて、改めてとの定義域の空間でメタモデルを構築する。なお、追加サンプル点での評価が実行不可能であったり、初期サンプル点と重複していたり、それらと近かったりする場合には、サンプルから除外するものとする。

## 6.6 数値例1：誘導ノイズが支配的な設定での検証

### (1) 条件設定

以下、問題の諸条件やパラメータ設定を述べる。図 6.1 (a) のもと、基板寸法は  $x$  方向長さ  $a$  を  $0.055\text{m}$ 、 $y$  方向長さを  $0.035\text{m}$ 、 $z$  方向長さを  $0.0020\text{m}$  とし、各素子の一辺は  $0.0040\text{m}$ 、ポートは横  $0.0040\text{m}$ 、縦  $0.0020\text{m}$ 、パッド幅  $b$  は  $0.0020\text{m}$  とする。各配置変数が取りうる値は  $\underline{s} = [0.0020, 0.029, 0.0060, 0.012, 0.012, 0.012]\text{m}$ 、 $\bar{s} = [0.021, 0.048, 0.044, 0.030, 0.030, 0.030]\text{m}$  とする。これらを最小値、最大値がそれぞれ  $0, 1$  となるように正規化する。初期サンプル点は FCD に基づき生成した 77 点とする。電磁界解析のパラメータは文献<sup>(4)</sup> と同様の設定を用いる。異なる点として、目的関数として S パラメータを計算する周波数は  $10\text{MHz}$  とする。また、素子  $C_1, C_2, L_1$  の素子定数は 6.6 節では誘導ノイズが支配的となる設定とするために、それぞれ  $100\text{nF}$ ,  $100\text{nF}$ ,  $10\text{mH}$  とする。一方 6.7 節では伝導ノイズが支配的となる設定とするために、それぞれ  $10\mu\text{F}$ ,  $10\mu\text{F}$ ,  $1\mu\text{H}$  とする。断線・短絡制約のパラメータは付録に示す。有限要素メッシュの分割方法は素子配置によって異なるが、おおよそ設計領域を 8850 個の三角形要素、基板と空気層を合計 257000 個の四面体要素とプリズム要素へ離散化する。最適化アルゴリズムは上位・下位問題ともに逐次近似線形計画法 (Sequential linear programming, SLP) を用い、そのムーブリミットは  $0.05$  とする。最適化の終了条件は、反復が最大回数である 700 回に達するか、目的関数の変動が 30 回連続で  $0.005\%$  以下となる場合とする。なお、最適化の過程で生じた許容される短絡によって目的関数が大幅に悪化してしまう場合には、短絡直前の解を最適解として扱う。メタモデルの

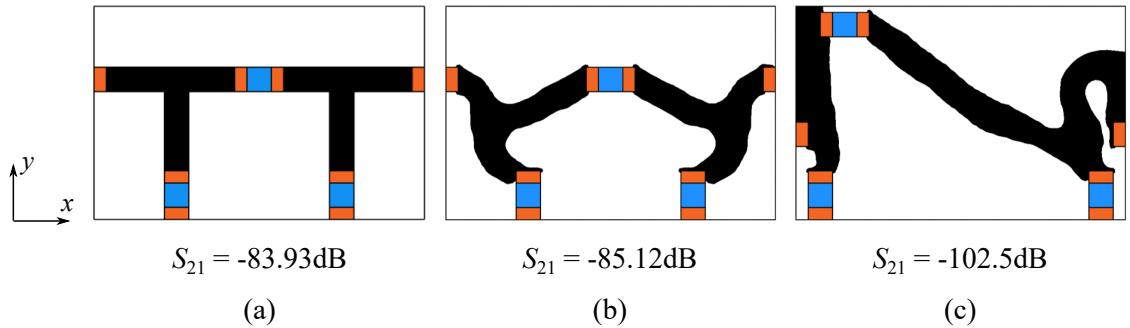


Fig. 6.3 Comparison of the layouts in the setting where inductive noise is dominant. (a) Reference layout. (b) Layout where only conductor pattern is optimized. (c) Layout where both component position and conductor pattern are optimized.

精度の基準  $\epsilon$  は 1% とする。

## (2) 先行研究の方法によるレイアウト最適化

先行研究<sup>(4)</sup>における素子配置のもとで導体パターンの最適化を行った。最適化を行っていない一般的なレイアウトを図 6.3 (a), 得られた結果を図 6.3 (b) に示す。導体パターンを最適化したことで,  $S$  パラメータが 1.188dB 改善された。

## (3) 提案法によるレイアウト最適化

まず, サンプリングとして素子配置を固定した 77 通りの条件下でトポロジー最適化を行い, それぞれ最適な導体パターンを得た。結果を図 6.4 上部に示す。素子配置が異なる条件でトポロジー最適化を行ったことで, 配置に応じた異なる最適な導体パターンが得られている。

次に, 二次多項式に基づくメタモデル  $\tilde{H}(\mathbf{s})$  を構築し, 配置を最適化した。そして, 最適化された素子配置の条件下で導体パターンのトポロジー最適化を行った。その結果, 最適レイアウトが得られたが, その目的関数値とメタモデルとの誤差を求めるとき 1.33% であり, 精度の基準  $\epsilon$  を満たしていなかった。

メタモデルの精度を向上させるために, 最初のサンプル点 77 点に加え, 上で得られた最適配置 1 点と, その点の周囲 13 点(図 6.4 下部)を追加した。新規サンプル点が追加されたデータセットを用いて, 図 6.5 に示すメタモデルを構築した。図 6.5 で示している曲面は, 6 つの外部変数と 1 つの目的関数による 7 次元曲面の断面で, (a)-(c) で注目している変

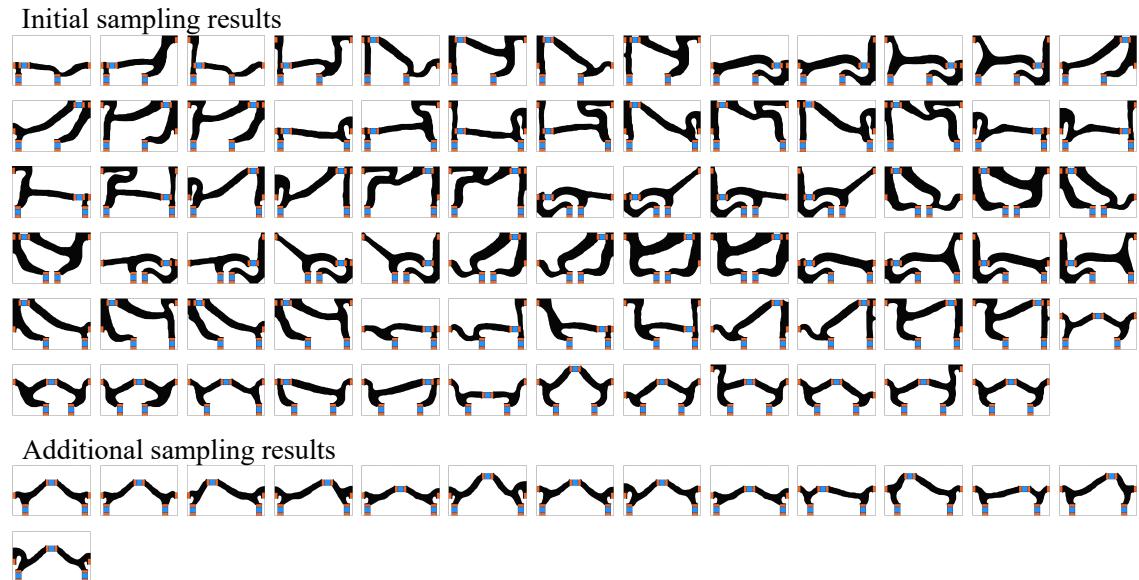


Fig. 6.4 Sampling results for the setting where inductive noise is dominant.

数以外を推定された最適解に固定した曲面である。このメタモデルは4つの局所最適解を有し、それらはいずれも  $C_{1x}, C_{2x}, P_{1y}, P_{2y}$  の値は共通しており、目的関数値の差は小さかつた。その中から、目的関数値が最も小さい、  $s^* = C_{1x}, C_{2x}, L_{1x}, L_{1y}, P_{1y}, P_{2y} = [0, 1, 0, 1, 0, 0]$  を最適解として採用した。この点でのメタモデルの誤差は0.313%であった。図6.3(c)に最適レイアウトを示す。(2)節で示した結果と比較すると、導体パターンのみ考慮した図6.3(b)のレイアウトは図6.3(a)からの改善量が1.188dBだったのに対し、素子配置と導体パターンを考慮した図6.3(c)のレイアウトでは改善量が19.52dBとなっている。このことから、提案法により大幅な性能向上が達成されたといえる。

#### (4) 最適レイアウトの物理的意味に関する考察

図6.3(c)の最適レイアウトがノイズを効果的に抑制できる理由は2つあると考えられる。1つ目は、磁気結合を引き起こすループの面積を小さくしていることである。磁気結合は入出力ポートとコンデンサをつなぐループにおいて誘導磁束が生じることで起きるので、その強さは  $P_1-C_1, P_2-C_2$  の経路のループ面積に依存する。先行研究の方法による図6.3(b)のレイアウトでは、図6.3(a)と比較してループ面積を小さくするような導体パターンの変化が起きているが、  $P_1-C_1$  と  $P_2-C_2$  がそれぞれ離れているために、そもそもループ面積の最小化に限界がある素子配置だといえる。なお、図6.3(b)の結果では、その素子配置に対してループ面積を最小化するような理想的な導体パターンとはなっていない。これは、導

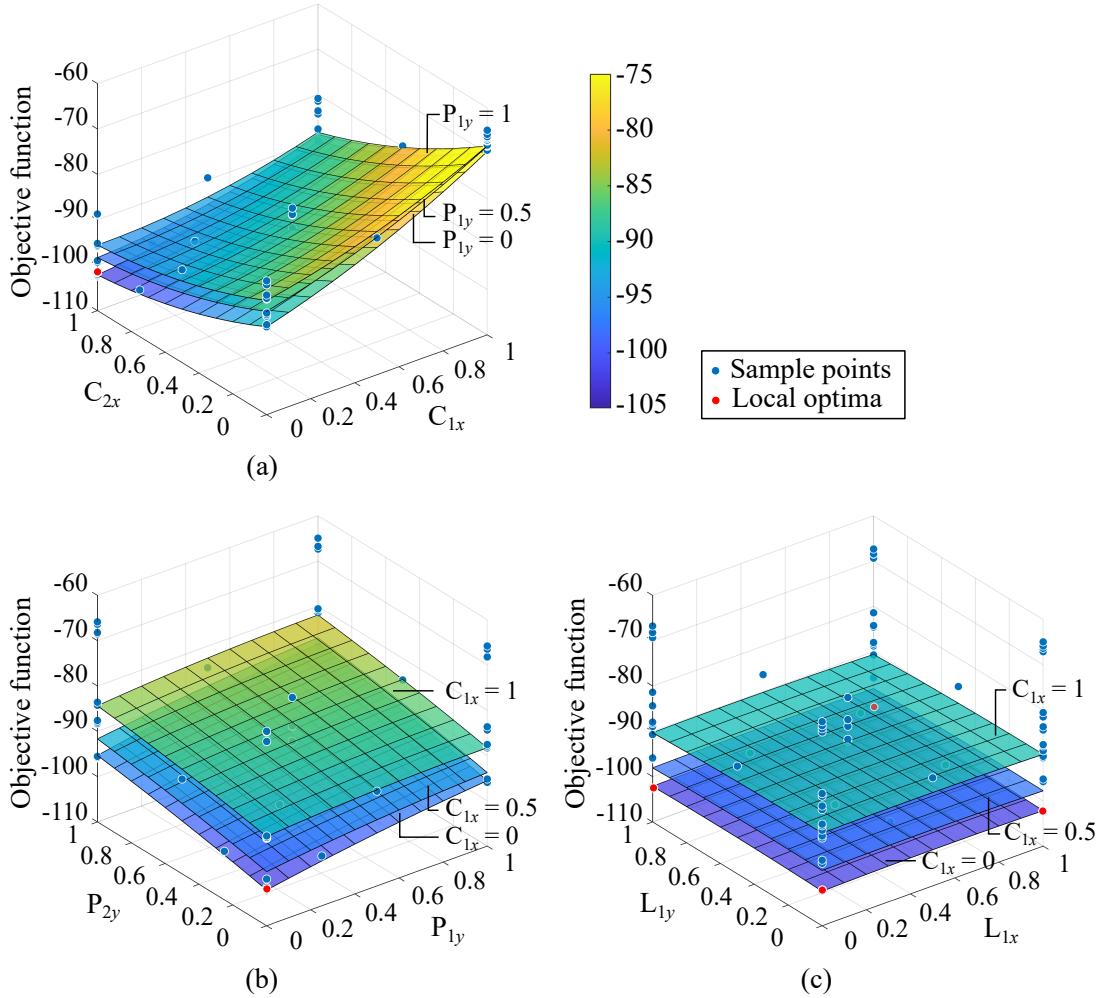


Fig. 6.5 Metamodel  $\tilde{H}$  for the setting where inductive noise is dominant. Cross section with constant values of; (a)  $L_{1x} = 0$ ,  $L_{1y} = 1$ , and  $P_{2y} = 0$ , (b)  $C_{2x} = 1$ ,  $L_{1x} = 0$ , and  $L_{1y} = 1$ , (c)  $C_{2x} = 1$ ,  $P_{1y} = 0$ , and  $P_{2y} = 0$ .

体パターンのトポロジー最適化にて局所解が得られているためだと考えられる。先行研究の方法に対し、提案手法により得られた図 6.3 (c) の最適レイアウトでは  $P_1, C_1, P_2, C_2$  が近くに配置され、ループ面積を小さくすることに寄与している。

2つ目は、導体内で誘導起電力を打ち消し合うようなレイアウトとなっていることである。図 6.3 (c) の最適レイアウトでは  $C_2$  と  $P_2$  を繋ぐループが U 字状の導体パターンとなっている。この U 字状パターンはループを広げるので、一見性能を悪化させるように見えるが、これは導体間で誘導起電力を打ち消し合う効果を持つと考えられる。この効果をノイズ抑制に利用している例に、ツイストペアケーブル<sup>(2)</sup>がある。ツイストペアケーブルは 2 本の導線を撫り合わせることで、発生させる磁場、または受け取った誘導起電力を互い

に打ち消し合い、ノイズを抑制している。最適レイアウトでも、基板表面のU字状パターン導体、側面・裏面の導体がツイストペアケーブルと同様のしくみを構成しているとみなせる。

U字状パターンを設けることで、空間から受け取る磁束が抑制されていることを検証するためには、電気的に対称な回路にて空間への磁束の放射が抑制されていることを確かめれば良い。そこで、図6.6(a)に示す、図6.3(c)と素子配置が対称で、導体パターンも似通った特徴を持つトポロジー最適化結果と、図6.6(b)に示す、図6.3(c)と素子配置が対称で、U字状パターンの無い導体パターンのレイアウトを用意した。そして、有限要素解析により  $P_2$  の  $x$  座標における  $y-z$  平面での磁束密度の分布を求め、比較した。結果を図6.6に示す。図6.6(a), (b)を比較すると、U字状パターンを持つ(a)のほうが、 $P_2$  部における磁束密度が小さい。同平面での磁束密度の積分、すなわち磁束を求めるとき、それぞれ  $1.365 \times 10^{-11} \text{ Wb}$ ,  $1.439 \times 10^{-11} \text{ Wb}$  であり、同様の結果が得られた。よって、U字状パターンを持つ(a)では  $P_2$  部へ放射される磁束が抑制されていることを確認できた。

## 6.7 数値例2：伝導ノイズが支配的な設定での検証

### (1) 先行研究の方法によるレイアウト最適化

本例題では、伝導ノイズが支配的となる素子定数の設定にて最適化を行う。

前節と同様に、先行研究<sup>(4)</sup>における素子配置のもとで導体パターンの最適化を行った。最適化を行っていない一般的なレイアウトと、得られた結果をそれぞれ図6.7(a), (b)に示す。導体パターンを最適化したこと、Sパラメータが8.504dB改善された。

### (2) 提案法によるレイアウト最適化

前節と同様、提案法を適用した。初期のサンプリング結果を図6.8上部に示す。次に、メタモデル  $\tilde{H}(\mathbf{s})$  を構築し、誤差を評価すると、誤差は1.33%であった。そこで、上で得られた最適配置1点と、その点の周囲13点(図6.8下部)をサンプルに追加し、図6.9に示すメタモデルを構築した。図6.9をみると、図6.5と同様、 $C_{1x}, C_{2x}, P_{1y}, P_{2y}, L_{1y}$  の傾向は変わらないが、 $L_{1x}$  の傾向が異なり、 $L_{1x} = 0.5$ 付近に極小値がある。このメタモデルは2つの局所最適解を有し、それらはいずれも  $C_{1x}, C_{2x}, P_{1y}, P_{2y}$  の値は共通しており、目的関数値の差は小さかった。その中から、目的関数値が最も小さい、 $\mathbf{s}^* = [0.000, 0.960, 0.523, 0.000, 0.000, 0.000]$  を最適解として採用した。この点でのメタモデルの誤差は0.292%であった。

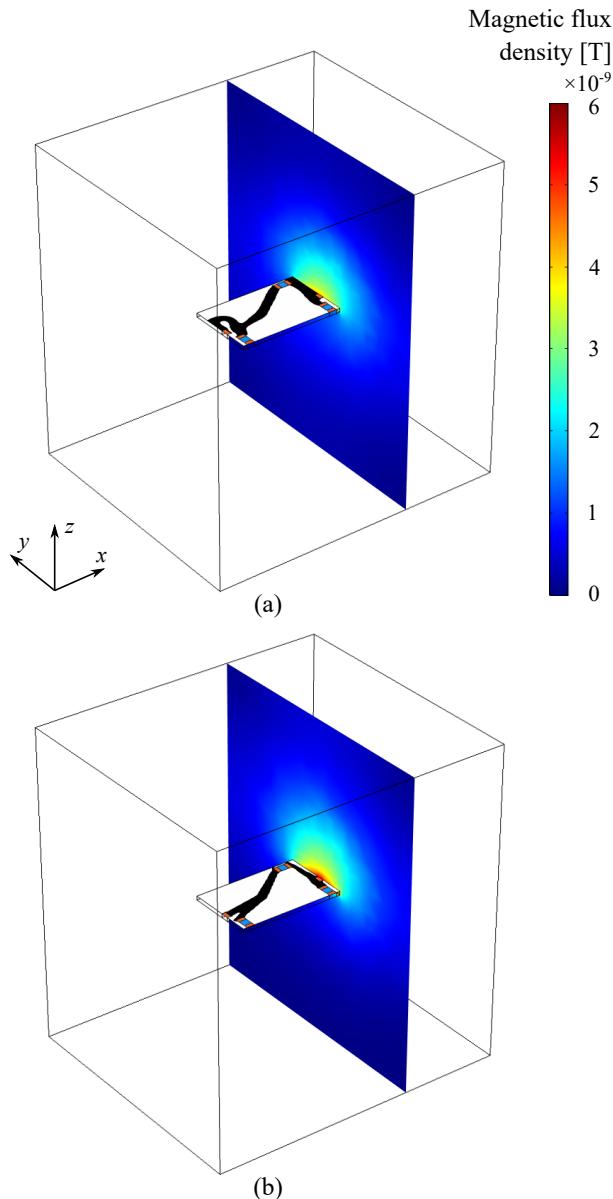


Fig. 6.6 Magnetic flux density on the  $y - z$  plane at the output port  $P_2$ . (a) U-shaped conductor pattern. (b) linearly connected conductor pattern.

図 6.7 (c) に最適レイアウトを示す. (1) 節で示した結果と比較すると, 导体パターンのみ考慮した図 6.7 (b) のレイアウトは図 6.7 (a) からの改善量が  $8.504\text{dB}$  だったのに対し, 素子配置と導体パターンを考慮した図 6.7 (c) のレイアウトでは改善量が  $17.740\text{dB}$  となっている. よって, 伝導ノイズが支配的な設定においても提案法により大幅な性能向上が達成されたといえる.

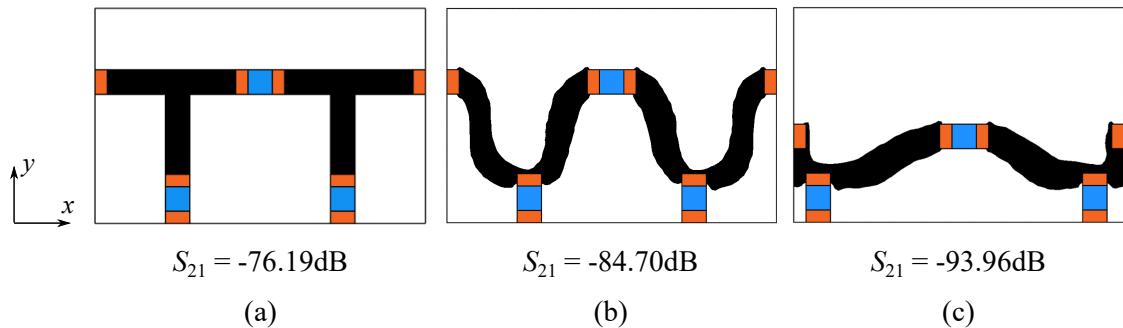


Fig. 6.7 Comparison of the layouts in the setting where conductive noise is dominant. (a) Reference layout. (b) Layout where only conductor pattern is optimized. (c) Layout where both component position and conductor pattern are optimized.

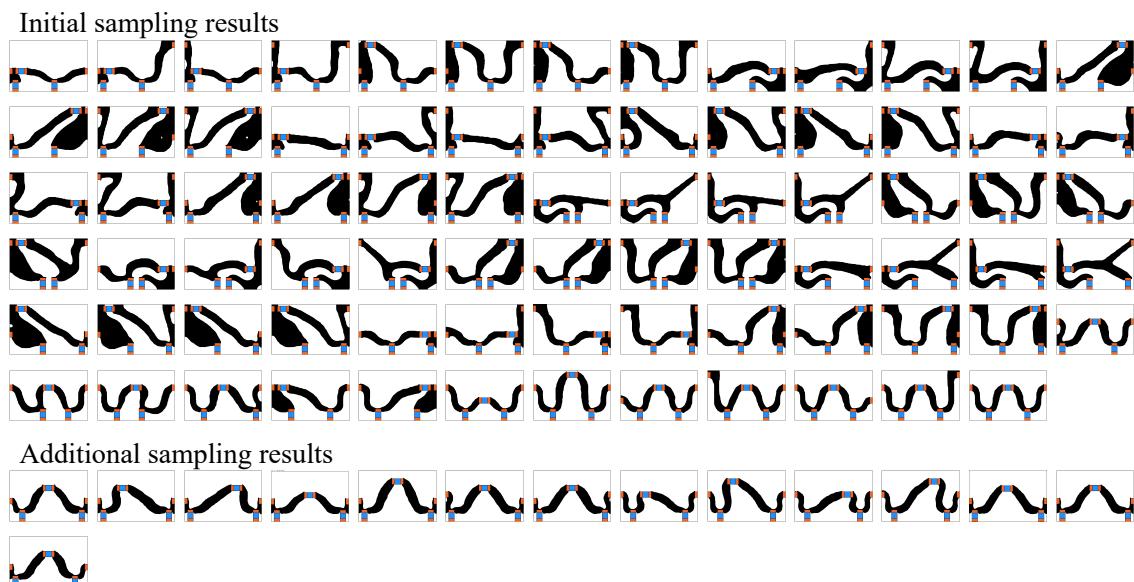


Fig. 6.8 Sampling results for the setting where conductive noise is dominant.

### (3) 最適レイアウトの物理的意味に関する考察

得られた最適レイアウトは、導体の長さを短くしつつ、ノイズをグラウンドへ流しやすい経路を構成するような素子配置・導体パターンとなっている。寄生インダクタンスは導体の太さが一定の場合、導体の長さに比例する。そのため、得られた最適レイアウトでは、導体の長さを短くするような素子配置をとることで、寄生インダクタンスを小さくしていると考えられる。次に、ポートとインダクタを繋ぐ経路は、コンデンサを経由するよ

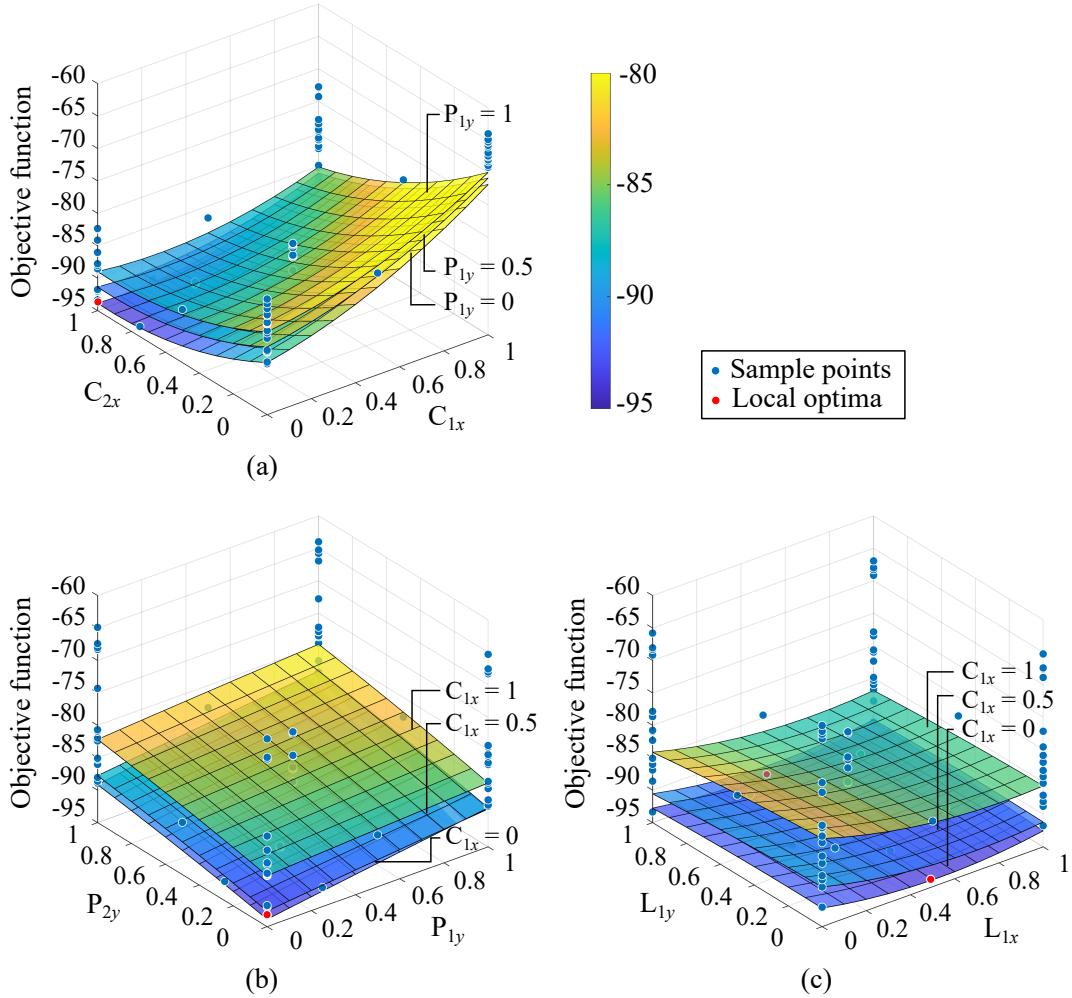


Fig. 6.9 Metamodel  $\tilde{H}$  for the setting where conductive noise is dominant. Cross section with constant values of; (a)  $L_{1x} = 0.5$ ,  $L_{1y} = 0$ , and  $P_{2y} = 0$ , (b)  $C_{2x} = 1$ ,  $L_{1x} = 0.5$ , and  $L_{1y} = 0$ , (c)  $C_{2x} = 1$ ,  $P_{1y} = 0$ , and  $P_{2y} = 0$ .

うに構成されている。上述のとおり導体長さを最小化するだけならば、基板左側でいうと  $P_1$ - $C_1$ - $L_1$  の重心を繋ぐパターン(例えば、図 6.3 (b))となるはずだが、得られたレイアウトでは  $P_1$ - $C_1$ ,  $C_1$ - $L_1$  を繋ぐようなパターンを取ることで、ノイズをグラウンドへ誘導していると考えられる。

## 6.8 結言

本章ではノイズフィルタのレイアウト設計問題に対して、提案手法を適用し、数値例題を通じてその有効性を検証した。先行研究<sup>(4)</sup>ではレイアウト設計段階のうち、導体パター

ンの最適化のみを扱っていたのに対し、本研究では、素子配置をも考慮した最適化問題を取り扱った。本設計問題では、導体パターンのトポロジー最適化において、導体と非導体が明確に定義されることが重要であることから、レベルセット法に基づくグレースケールフリーのトポロジー最適化を用いた。このように、トポロジー最適化の具体的な手法を問題に応じて使い分けられるのは提案手法の大きな特徴である。また本章では、外部変数の数が多い場合、次元の呪いによる計算コストの増大が予想されることを論じた。この課題に対し、本設計問題での解空間の性質に適合する実験計画法を用いて初期サンプル点を決定し、メタモデルの最適解付近に適応的にサンプル点を追加していくことで、外部変数の数が多い問題へ手法を適用する方法を提案した。

数値例題では誘導、伝導ノイズがそれぞれ支配的となる条件にて最適化を行った。まず、サンプル点配置については、提案した手法により、現実的な計算コストで最適化を実施できることが示された。手法の有効性については、導体パターンのみを最適化した結果と、導体パターン・素子配置を最適化した結果を比較することで、大幅な性能向上を達成できたことを示した。また、レイアウトの物理的妥当性を考察し、ノイズ減衰に寄与する素子配置、導体パターンの設計知見を得た。本数値例で得られたU字状パターンは従来知られているノイズフィルタ基板の導体パターンに対し新奇なものであり、素子配置の最適化と導体パターンのトポロジー最適化の統合による自由度の高い構造最適化を行った成果といえる。

## 参考文献

- (1) Nomura, K., Takahashi, A., Kojima, T., Yamasaki, S., Yaji, K., Bo, H. and Fujita, K., Topology-Optimization-Based EMC Design, in *2019 International Symposium on Electromagnetic Compatibility-EMC EUROPE* (2019), pp. 933–937 IEEE.
- (2) Paul, C. R., *Introduction to electromagnetic compatibility*, Vol. 184 (2006), John Wiley & Sons.
- (3) Dijk, van N. P., Maute, K., Langelaar, M. and Van Keulen, F., Level-set methods for structural topology optimization: a review, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 48, No. 3 (2013), pp. 437–472.
- (4) Nomura, K., Yamasaki, S., Yaji, K., Bo, H., Takahashi, A., Kojima, T. and Fujita, K., Topology optimization of conductors in electrical circuit, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 59, No. 6 (2019), pp. 2205–2225.

- (5) Aage, N., Mortensen, N. and Sigmund, O., Topology optimization of metallic devices for microwave applications, *International Journal for numerical methods in engineering*, Vol. 83, No. 2 (2010), pp. 228–248.
- (6) Kawamoto, A., Matsumori, T., Yamasaki, S., Nomura, T., Kondoh, T. and Nishiwaki, S., Heaviside projection based topology optimization by a PDE-filtered scalar function, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 44, No. 1 (2011), pp. 19–24.
- (7) Yamasaki, S., Kawamoto, A., Nomura, T. and Fujita, K., A consistent grayscale-free topology optimization method using the level-set method and zero-level boundary tracking mesh, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 101, No. 10 (2015), pp. 744–773.
- (8) Yamasaki, S., Yamanaka, S. and Fujita, K., Three-dimensional grayscale-free topology optimization using a level-set based r-refinement method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 112, No. 10 (2017), pp. 1402–1438.
- (9) Myers, R. H. and Montgomery, D., *Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments* (2002), John Wiley & Sons.



## 第 7 章

### 結論

本論文では、機械を構成する構造部品の設計に関して、他の部品との関係によって変わらうる条件設定を外部変数と位置付け、それ自体の形態と外部変数とが連成する設計問題に対するトポロジー最適化法を構築し、例題および実問題への適用を通して有効性を示した。

トポロジー最適化はこれまで目覚ましい発展を遂げてきたが、構造部品の設計へ適用する上では、構造部品の形についての設計問題を機械の他の部分についての設計問題から切り離した上で定義する必要があったために、機械全体の最適性という意味合いからすれば、その適用範囲は限定的なものに留まっていた。それに対し本研究では、構造部品とそれが置かれている状況をも包括した最適化を行うために、外部変数と連係するトポロジー最適化法を構築することを目的とした。

外部変数と連係するトポロジー最適化問題では、材料分布変数の最適化と外部変数の最適化という質的に異なる最適化問題の組み合わせを取り扱うことによる、最適化計算上の困難さが生じる。そこで本研究では、外部変数の値に従属して材料分布変数が定義されるという特徴に着目し、入れ子方式を最適化法の基本的枠組みとした上で、入れ子構造の最適化問題における上位問題での評価にメタモデリングを導入し、解探索の容易化、および、現実的な計算コストでの一連の最適化を可能とする最適化法を構築した。また、提案手法を適切に利用するためには、メタモデルを高精度かつ低い計算コストで生成することが重要であることから、サンプル点配置と基底関数を適切に選択する方法を提案した。そして、例題による提案手法の有効性検証を行った上で、永久磁石同期モータ、ノイズフィルタの設計問題へと適用する具体的方法について論じた。以下では各章で得られた成果を総括する。

第 1 章では、形態の最適化法であるトポロジー最適化を構造部品の設計に適用する上で

の限界を論じることにより、本研究の背景と目的を示した。

第2章では、対象とする最適化問題を定義した上で、その解法に向けた基本構想を論じた。まず、他の部品との関係により規定される条件設定を設計変数として扱うために外部変数の概念を導入することによって、構造部品が外部変数と連係するトポロジー最適化問題を定義した。次に、最適化法の基本的枠組みとして一括最適化方式と入れ子方式を想定し、両者の比較のもと、外部変数の値に従属して材料分布変数が定義されるという特徴から、入れ子方式が有効であるとの想定を導いた。また、計算コストを抑制するという課題に対し、入れ子方式に基づく最適化法にメタモデリングを組み込むことにより課題が解決されることを展望した。最後に、関連する研究のレビューをもとに、本研究の立ち位置を明らかにした。

第3章では、上述の基本構想に基づき、入れ子方式へメタモデリングを組み込んだ最適化法を構築した。具体的には、外部変数を固定した条件下でトポロジー最適化を行う下位問題と、下位問題の結果をもとに外部変数を最適化する上位問題から構成される最適化問題を定式化した上で、上位問題と下位問題の間でやり取りされる、外部変数とそれに対応する下位問題の最適解の目的関数値の関係を近似するメタモデルを構築し、上位問題での下位問題の評価を下位問題のメタモデルにより代替する最適化法を構築した。提案手法では入れ子方式を採用したことで、2つの利点が得られる。1つ目は、一括最適化の課題である構造表現の一貫性の破綻を本質的に回避できる点である。2つ目は、トポロジー最適化と外部変数の最適化をそれぞれ分離できることで、最適化や解析の手法を問題に応じて使い分けられる点である。また、入れ子方式にメタモデリングを組み込むことで、2つの利点が得られる。1つ目は、目的関数を近似関数へ置き換えることにより、感度解析と解空間の把握が容易となる点である。2つ目は、入れ子方式の最適化アルゴリズムを本来の二重ループから一重ループへ置き換えられることと、メタモデリングにおけるサンプリングは並列で実施できることにより、計算コストが削減できる点である。提案手法を適切に利用するためには、メタモデルを高精度かつ低い計算コストで生成することが重要となる。そこで、メタモデリングを精度良く、かつ効率的に行うための実験計画法や種々の近似関数を示した。また、leave-one-out 交差検定を用いて、メタモデルの基底となる関数を適切に選択する方法を構成した。

第4章から第6章では具体的な最適化問題を取り上げ、それらに対する提案手法の適用法を論じた。また、数値例題への適用を通して、提案手法の有効性を検証した。

第4章では提案手法により得られる解の妥当性を検証するために、物理場の挙動が比較的単純な片持はりの剛性最大化問題を2つ取り上げ、提案手法を数値例題に適用した。そ

の結果から、まず、外部変数を考慮することにより、従来のトポロジー最適化よりも広い解空間での探索が行え、より優れた解が得られることを確認した。また、2つ目の例題を通じて、目的関数が多峰性となる設計問題に対しても、下位問題の適切なメタモデルのもとで上位問題での最適化を異なる初期値から繰り返すことにより、提案手法により対応できることを示した。

第5章では、工学的実用性を有した設計問題として、永久磁石同期モータの回転子の構造設計問題を取り上げた。まず、回転子の構造設計を行う上では、ヨーク形状に加えて永久磁石の配置位置を考慮することが重要である点に着目し、それらの両方を考慮する最適化がより本質的であることを論じた。次に、当該の問題に対する提案手法の適用方法を構成して、数値例題への適用を行った。結果の妥当性を検証するために、実際の製品をもとにした回転子構造と、従来手法によるトポロジー最適化で形態のみを最適化した回転子構造、および、提案手法により永久磁石の配置とヨークの形態を最適化した回転子構造を比較した。その結果から、提案手法により回転子における磁束漏れを効果的に抑制する構造が得られることを示した。

第6章では、工学的実用性を有した設計問題として、ノイズフィルタの回路基板のレイアウト設計問題を取り上げた。ここでは、導体の配線パターンと素子やポートの配置位置を対象とし、それらの取り合いを考慮した最適化法を提案した。その際、本設計問題の課題として、外部変数の数が比較的多いためにメタモデル構築にかかる計算コストが増大する点を指摘し、それに対して、本設計問題の解空間の性質に適合する実験計画法を用いた上で、適応的にサンプルを追加していくことにより計算コストを抑制しながら最適化を行う方法を提案した。また、導体パターンのトポロジー最適化において、導体と非導体が明確に定義されることが重要であることを踏まえ、レベルセット法に基づくグレースケールフリーのトポロジー最適化を導体パターンの最適化にて用いた。このことは、設計問題に応じてその問題に適した手法を使い分けられるという提案手法の利点の一例を示したものといえる。そして、提案手法を2つの数値例題に適用して、それぞれ従来の配線パターンのみの最適化よりもノイズ減衰特性に優れたレイアウトが得られたことを示した。

以上のように、本論文では従来のトポロジー最適化手法では不可能であった、構造部品の形態と外部変数をともに考慮した最適化法を提案し、例題と実設計問題への適用を通してその有効性を示した。外部変数と連係するトポロジー最適化問題の形式で扱える設計問題は、工学においてしばしば現れる。本論文で構築した最適化法は、様々な構造部品の形態設計問題を扱う上での基礎となるものであり、その適用先は数値例題にて示したものに留まらない。例えば、流体の流路となる構造部品の設計問題ならば、流入口、流出口との

位置関係やそれらの形状などを考慮した上で流路の形態を最適化することが可能となる。他には、放熱器の設計問題ならば、熱源との位置関係やその形状などを考慮した上で放熱器の形態を最適化することが可能となる。一方、本論文では、メタモデルが適切に構築できないような解空間の性質を持つ問題、例えば、外部変数が離散値を取る問題や、外部変数の変化により上位問題の目的関数  $H(\mathbf{s})$  の応答のモード切り替わる問題、応答の非線形性が極めて強いような問題、メタモデリングにかかる計算コストが膨大となる問題などは考慮の対象外としている。なぜなら、提案手法が適用可能な問題の範囲は、メタモデリングの限界により制限されるためである。これについては、メタモデリングの研究分野における知見を取り入れることで解決可能となっていくと考えられる。適切なメタモデリング方法は個々の設計問題の性質に依存する部分も少なくないことから、今後、様々な構造部品の設計問題へ展開する上では、個別問題特有の課題へ対応していくことが求められるが、本論文の成果はその基礎となると考えられる。

## 付録 A

### 永久磁石同期モータの最適化における制約条件

#### A.1 剛性制約 $G_1$

ヨーク構造のトポロジー最適化において、剛性に関する制約条件を設ける。ヨーク構造の中でトルクに主に寄与する箇所は固定子付近であり、回転軸付近はトルクへの寄与が少ない。そのため、トルク最大化のみを目的として構造最適化を行なうと、永久磁石と回転軸が分離してしまい、トルクを伝達できず機械的に意味を成さない構造が導出されてしまう。そこで、剛性の下限を制約することで、機械的に意味を成す構造の導出を保障する。剛性の評価は、永久磁石の保持が目的であるため、永久磁石に作用する物体力の平均コンプライアンスで行なう。物体力は円周方向、半径方向に作用するものとし、それぞれの平均コンプライアンス  $G_{1c}, G_{1r}$  を次式で求める。

$$G_{1c} = \int_{\Omega_{\text{mag}}} t_c \cdot u_c \, dS \quad (\text{A.1})$$

$$G_{1r} = \int_{\Omega_{\text{mag}}} t_r \cdot u_r \, dS \quad (\text{A.2})$$

ここで、 $\Omega_{\text{mag}}$  は永久磁石が占める領域、 $t_c, t_r$  はそれぞれ円周方向、半径方向の物体力、 $u_c, u_r$  はそれぞれ  $t_c, t_r$  が作用したときの変位、 $dS$  は微小面積を表している。

制約関数  $G_1$  は  $G_{1c}, G_{1r}$  を正規化して足し合わせた次式で定義する。

$$G_1 = \frac{G_{1c}}{\bar{G}_{1c}} + \frac{G_{1r}}{\bar{G}_{1r}} \quad (\text{A.3})$$

ここで  $\bar{G}_{1c}, \bar{G}_{1r}$  はそれぞれ図 5.6 (c) に示したリファレンスデザイン (c) の円周方向、半径方向の平均コンプライアンス値である。それらの具体的な値は、 $\bar{G}_{1c} = 3.9203 \times 10^{-6}$ ,  $\bar{G}_{1r} = 9.4958 \times 10^{-8}$  である。

制約条件は次式になる.

$$G_1 - G_{1\max} < 0 \quad (\text{A.4})$$

$G_{1\max}$  は制約の上限値で,  $G_{1\max} = 1$  である.

## A.2 体積制約 $G_2$

PMSM は軽量化が求められるため, 本研究ではヨークの材料分布に体積制約を設ける. 制約関数  $G_2$  は次式で定義される.

$$G_2 = \int_D \rho \, dS \quad (\text{A.5})$$

ここで,  $D$  は設計領域である.

制約条件は次式になる.

$$G_2 - G_{2\max} < 0 \quad (\text{A.6})$$

$G_{2\max}$  は体積の上限値で, リファレンスデザイン (c) と同じ, 設計領域の面積の 69.72% とした.

## A.3 配置制約 $G_3, G_4, G_5, G_6$

永久磁石が設計領域の境界と交差したり, 設計領域からはみ出したりすることを防止するため,  $R, \theta, \phi$  に関する幾何学的な制約条件を設ける. まず, 図 A.1 のように永久磁石の頂点を頂点 A ~ D とする.

5 章の設計問題にて外部変数が取りうる範囲で, 永久磁石が設計領域の境界と交差するのは, 以下の場合である.

- 頂点 A が半直線 OQ と接する
- 頂点 B が半直線 OP と接する
- 頂点 C が設計領域の外周と接する
- 頂点 D が半直線 OQ と接する

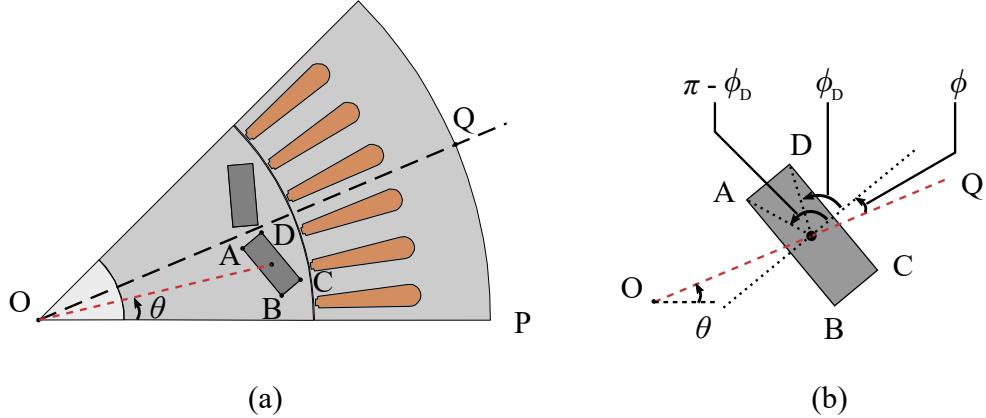


Fig. A.1 Symbols for vertices, angles, and points. (a) 1/8 section of PMSM, (b) permanent magnet.

これらより制約条件を定式化すると、以下になる。

$$G_3 : \theta_A - 22.5 < 0 \quad (A.7)$$

$$G_4 : -\theta_B < 0 \quad (A.8)$$

$$G_5 : r_C - r_{\max} < 0 \quad (A.9)$$

$$G_6 : \theta_D - 22.5 < 0 \quad (A.10)$$

ここで、 $r_C$  は極座標系における頂点 C の動径方向座標、 $r_{\max}$  は設計領域の半径、 $\theta_B, \theta_A, \theta_D$  はそれぞれ頂点 B, A, D の角度方向座標である。

まず、 $G_3$  の計算方法を示す。直交座標系における頂点 A の座標を  $x_A, y_A$  とすると、 $\theta_A, r_A$  は次式で表される。

$$\theta_A = \arctan(y_A/x_A) \quad (A.11)$$

$$r_A = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad (A.12)$$

よって制約条件  $G_3$  は直交座標系では次式となる。

$$\arctan(y_A/x_A) - 22.5 < 0 \quad (A.13)$$

次に、頂点 A の座標  $x_A, y_A$  を求める。頂点 A の座標は図 A.2 のように頂点  $A_0$  を回転し、平行移動することで得られる。

回転と平行移動の合成変換は同次座標系における変換行列で表現する。線形変換では回転は行列の積、平行移動はベクトルの和で表現されるが、同次座標系表現を用いると、回

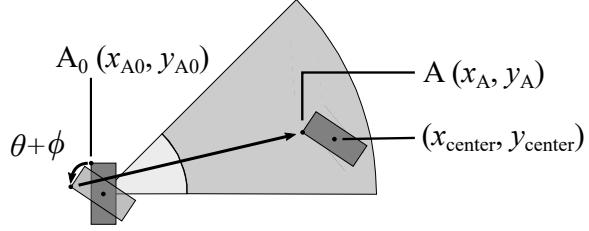


Fig. A.2 Translation and rotation of a permanent magnet vertex.

転と平行移動の両方を行列の積で表現できる。行列の積によって変換を表現するのは、プログラム実装上、都合が良いためである。

頂点  $A_0$  の同次座標系での位置ベクトルは次式で表される。

$$\mathbf{a}_0 = (x_{A0}, y_{A0}, 1)^T = (L\cos(\pi - \phi_D), L\sin(\pi - \phi_D), 1)^T \quad (\text{A.14})$$

位置ベクトル  $\mathbf{a}_0$  を  $\theta + \phi$  だけ回転し、 $(x_{\text{center}}, y_{\text{center}})$  だけ平行移動する変換は、次のように表される。

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_{\text{center}} \\ 0 & 1 & y_{\text{center}} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\phi + \theta) & -\sin(\phi + \theta) & 0 \\ \sin(\phi + \theta) & \cos(\phi + \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{A0} \\ y_{A0} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(\phi + \theta) & -\sin(\phi + \theta) & x_{\text{center}} \\ \sin(\phi + \theta) & \cos(\phi + \theta) & y_{\text{center}} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{A0} \\ y_{A0} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.16})$$

$$= \begin{pmatrix} x_{A0} \cos(\phi + \theta) - y_{A0} \sin(\phi + \theta) + x_{\text{center}} \\ x_{A0} \sin(\phi + \theta) + y_{A0} \cos(\phi + \theta) + y_{\text{center}} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

ここで  $\mathbf{a}$  は頂点  $A$  の位置ベクトル、 $x_{\text{center}}, y_{\text{center}}$  は平行移動後の永久磁石中央点の直交座標系における座標である。

頂点 B~D についても同様に計算し、制約条件  $G_3 \sim G_6$  の直交座標系における表現をま

とめると次のようになる。

$$G_3 : \arctan(y_A/x_A) - 22.5 < 0 \quad (\text{A.18})$$

$$G_4 : -\arctan(y_B/x_B) < 0 \quad (\text{A.19})$$

$$G_5 : \sqrt{x_C^2 + y_C^2} - r_{\max} < 0 \quad (\text{A.20})$$

$$G_6 : \arctan(y_D/x_D) - 22.5 < 0 \quad (\text{A.21})$$



## 付録 B

### 永久磁石同期モータの回転子の構造設計問題での メタモデリングにおけるサンプル

本付録では 5.5 節で述べたメタモデリングにおけるサンプル点の値を示す。

Table. B.1 Values of the sample points in chapter 5 (1/3).

No.	$\bar{R}$	$\bar{\theta}$	$\bar{\phi}$	$R$	$\theta$	$\phi$		No.	$\bar{R}$	$\bar{\theta}$	$\bar{\phi}$	$R$	$\theta$	$\phi$
1	0.000	0.1404	0.000	0.064	8.983	0.000		19	0.7500	0.6864	0.000	0.071	12.81	0.000
2	0.2500	0.0974	0.000	0.066	8.682	0.000		20	1.000	0.7077	0.000	0.073	12.95	0.000
3	0.5000	0.0574	0.000	0.069	8.402	0.000		21	0.000	0.7882	0.000	0.064	13.52	0.000
4	0.7500	0.0200	0.000	0.071	8.140	0.000		22	0.2500	0.8311	0.000	0.066	13.82	0.000
5	1.000	0.000	0.000	0.073	8.000	0.000		23	0.5000	0.8712	0.000	0.069	14.10	0.000
6	0.000	0.3023	0.000	0.064	10.12	0.000		24	0.7500	0.9086	0.000	0.071	14.36	0.000
7	0.2500	0.2809	0.000	0.066	9.966	0.000		25	1.000	0.9436	0.000	0.073	14.61	0.000
8	0.5000	0.2608	0.000	0.069	9.826	0.000		26	0.000	0.1602	0.2500	0.064	9.121	22.50
9	0.7500	0.2421	0.000	0.071	9.695	0.000		27	0.1965	0.1276	0.2500	0.066	8.893	22.50
10	1.000	0.2359	0.000	0.073	9.651	0.000		28	0.3929	0.0967	0.2500	0.068	8.677	22.50
11	0.000	0.4643	0.000	0.064	11.25	0.000		29	0.5894	0.0673	0.2500	0.069	8.471	22.50
12	0.2500	0.4643	0.000	0.066	11.25	0.000		30	0.7858	0.0393	0.2500	0.071	8.275	22.50
13	0.5000	0.4643	0.000	0.069	11.25	0.000		31	0.000	0.3116	0.2500	0.064	10.18	22.50
14	0.7500	0.4643	0.000	0.071	11.25	0.000		32	0.1965	0.2953	0.2500	0.066	10.07	22.50
15	1.000	0.4718	0.000	0.073	11.30	0.000		33	0.3929	0.2799	0.2500	0.068	9.959	22.50
16	0.000	0.6262	0.000	0.064	12.38	0.000		34	0.5894	0.2652	0.2500	0.069	9.857	22.50
17	0.2500	0.6477	0.000	0.066	12.53	0.000		35	0.7858	0.2513	0.2500	0.071	9.759	22.50
18	0.5000	0.6677	0.000	0.069	12.67	0.000		36	0.000	0.463	0.2500	0.064	11.24	22.50

Table. B.1 Values of the sample points in chapter 5 (2/3)

No.	$\bar{R}$	$\bar{\theta}$	$\bar{\phi}$	$R$	$\theta$	$\phi$	No.	$\bar{R}$	$\bar{\theta}$	$\bar{\phi}$	$R$	$\theta$	$\phi$
37	0.1965	0.4631	0.2500	0.066	11.24	22.50	69	0.4300	0.6484	0.5000	0.068	12.54	45.00
38	0.3929	0.4631	0.2500	0.068	11.24	22.50	70	0.5734	0.6650	0.5000	0.069	12.66	45.00
39	0.5894	0.4632	0.2500	0.069	11.24	22.50	71	0.000	0.7926	0.5000	0.064	13.55	45.00
40	0.7858	0.4632	0.2500	0.071	11.24	22.50	72	0.1433	0.8175	0.5000	0.065	13.72	45.00
41	0.000	0.6144	0.2500	0.064	12.30	22.50	73	0.2867	0.8415	0.5000	0.067	13.89	45.00
42	0.1965	0.6308	0.2500	0.066	12.42	22.50	74	0.4300	0.8645	0.5000	0.068	14.05	45.00
43	0.3929	0.6464	0.2500	0.068	12.53	22.50	75	0.5734	0.8866	0.5000	0.069	14.21	45.00
44	0.5894	0.6612	0.2500	0.069	12.63	22.50	76	0.000	0.000	0.7500	0.064	8.000	67.50
45	0.7858	0.6752	0.2500	0.071	12.73	22.50	77	0.1246	0.000	0.7500	0.065	8.000	67.50
46	0.000	0.7658	0.2500	0.064	13.36	22.50	78	0.2492	0.000	0.7500	0.066	8.000	67.50
47	0.1965	0.7986	0.2500	0.066	13.59	22.50	79	0.3739	0.000	0.7500	0.067	8.000	67.50
48	0.3929	0.8296	0.2500	0.068	13.81	22.50	80	0.4985	0.000	0.7500	0.068	8.000	67.50
49	0.5894	0.8591	0.2500	0.069	14.01	22.50	81	0.000	0.2500	0.7500	0.064	9.750	67.50
50	0.7858	0.8872	0.2500	0.071	14.21	22.50	82	0.1246	0.2500	0.7500	0.065	9.750	67.50
51	0.000	0.003	0.5000	0.064	8.021	45.00	83	0.2492	0.2500	0.7500	0.066	9.750	67.50
52	0.1433	0.000	0.5000	0.065	8.000	45.00	84	0.3739	0.2500	0.7500	0.067	9.750	67.50
53	0.2867	0.000	0.5000	0.067	8.000	45.00	85	0.4985	0.2500	0.7500	0.068	9.750	67.50
54	0.4300	0.000	0.5000	0.068	8.000	45.00	86	0.000	0.5000	0.7500	0.064	11.50	67.50
55	0.5734	0.000	0.5000	0.069	8.000	45.00	87	0.1246	0.5000	0.7500	0.065	11.50	67.50
56	0.000	0.2004	0.5000	0.064	9.403	45.00	88	0.2492	0.5000	0.7500	0.066	11.50	67.50
57	0.1433	0.2044	0.5000	0.065	9.431	45.00	89	0.3739	0.5000	0.7500	0.067	11.50	67.50
58	0.2867	0.2104	0.5000	0.067	9.473	45.00	90	0.4985	0.5000	0.7500	0.068	11.50	67.50
59	0.4300	0.2161	0.5000	0.068	9.513	45.00	91	0.000	0.7500	0.7500	0.064	13.25	67.50
60	0.5734	0.2217	0.5000	0.069	9.552	45.00	92	0.1246	0.7500	0.7500	0.065	13.25	67.50
61	0.000	0.3978	0.5000	0.064	10.78	45.00	93	0.2492	0.7500	0.7500	0.066	13.25	67.50
62	0.1433	0.4088	0.5000	0.065	10.86	45.00	94	0.3739	0.7500	0.7500	0.067	13.25	67.50
63	0.2867	0.4208	0.5000	0.067	10.95	45.00	95	0.4985	0.7500	0.7500	0.068	13.25	67.50
64	0.4300	0.4323	0.5000	0.068	11.03	45.00	96	0.000	1.000	0.7500	0.064	15.00	67.50
65	0.5734	0.4433	0.5000	0.069	11.10	45.00	97	0.1246	1.000	0.7500	0.065	15.00	67.50
66	0.000	0.5952	0.5000	0.064	12.17	45.00	98	0.2492	1.000	0.7500	0.066	15.00	67.50
67	0.1433	0.6132	0.5000	0.065	12.29	45.00	99	0.3739	1.000	0.7500	0.067	15.00	67.50
68	0.2867	0.6311	0.5000	0.067	12.42	45.00	100	0.4985	1.000	0.7500	0.068	15.00	67.50

Table. B.1 Values of the sample points in chapter 5 (3/3)

No.	$\bar{R}$	$\bar{\theta}$	$\bar{\phi}$	$R$	$\theta$	$\phi$	No.	$\bar{R}$	$\bar{\theta}$	$\bar{\phi}$	$R$	$\theta$	$\phi$
101	0.000	0.000	1.000	0.064	8.000	90.00	114	0.4262	0.5000	1.000	0.068	11.50	90.00
102	0.1421	0.000	1.000	0.065	8.000	90.00	115	0.5683	0.5000	1.000	0.069	11.50	90.00
103	0.2841	0.000	1.000	0.067	8.000	90.00	116	0.000	0.7500	1.000	0.064	13.25	90.00
104	0.4262	0.000	1.000	0.068	8.000	90.00	117	0.1421	0.7500	1.000	0.065	13.25	90.00
105	0.5683	0.000	1.000	0.069	8.000	90.00	118	0.2841	0.7500	1.000	0.067	13.25	90.00
106	0.000	0.2500	1.000	0.064	9.750	90.00	119	0.4262	0.7500	1.000	0.068	13.25	90.00
107	0.1421	0.2500	1.000	0.065	9.750	90.00	120	0.5683	0.7500	1.000	0.069	13.25	90.00
108	0.2841	0.2500	1.000	0.067	9.750	90.00	121	0.000	1.000	1.000	0.064	15.00	90.00
109	0.4262	0.2500	1.000	0.068	9.750	90.00	122	0.1421	1.000	1.000	0.065	15.00	90.00
110	0.5683	0.2500	1.000	0.069	9.750	90.00	123	0.2841	1.000	1.000	0.067	15.00	90.00
111	0.000	0.5000	1.000	0.064	11.50	90.00	124	0.4262	1.000	1.000	0.068	15.00	90.00
112	0.1421	0.5000	1.000	0.065	11.50	90.00	125	0.5683	1.000	1.000	0.069	15.00	90.00
113	0.2841	0.5000	1.000	0.067	11.50	90.00							



## 付録 C

### 許容されない断線・短絡を防止する制約条件

本付録では、導体パターンのトポロジー最適化において、許容されない断線・短絡を防止するための制約条件について述べる。さらなる詳細については文献<sup>(1)</sup>を参照されたい。

本制約手法では、許容されない断線・短絡を検出し防止するために、仮想的な電流と電界の解析を行う。具体的には、本研究で扱うノイズフィルタの場合、図 C.1 (a) に示す 3 つのループにそれぞれ一定の電流を流す解析、図 C.1 (b) に示す 3 つの導体対にそれぞれ一定の電位差を与える解析を行う。

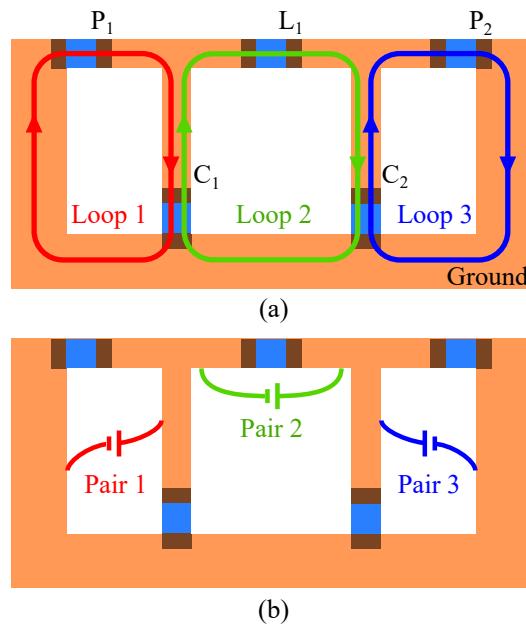


Fig. C.1 Schematic diagram of (a) looped paths, and (b) pairs of conductors, in the noise filter circuit.

まず、導体のループに電流を流し、導体の幅が  $w$  になる箇所における電流密度の大きさ  $|\mathbf{J}|$ 、および、間隔  $d$  で対向する電極間に電圧を加えたときの電界強度  $|\mathbf{E}|$  は以下の式で表される。

$$|\mathbf{J}| = \frac{J_{\text{in}} w_{\text{in}}}{w} \quad (\text{C.1})$$

$$|\mathbf{E}| = \frac{V_{\text{high}} - V_{\text{low}}}{d} \quad (\text{C.2})$$

$J_{\text{in}}$  は電流が流入する境界での電流密度、 $w_{\text{in}}$  は電流が流入する境界の幅、 $V_{\text{high}}, V_{\text{low}}$  はそれぞれ電界計算において各電極に与える高電位と低電位である。これらをもとに、導体の幅を  $w_{\text{min}}$  以上に、導体間の間隔を  $d_{\text{min}}$  以上に保つための、ループ  $i$  の電流密度  $|\mathbf{J}_i|$  と導体対  $j$  の電界強度  $|\mathbf{E}_j|$  の最大値に関する以下の不等式が導かれる。

$$\frac{\max |\mathbf{J}_i|}{J_{\text{min}}} \leq 1, \quad J_{\text{min}} = \frac{J_{\text{in}} w_{\text{in}}}{w_{\text{min}}} \quad (\text{C.3})$$

$$\frac{\max |\mathbf{E}_j|}{E_{\text{min}}} \leq 1, \quad E_{\text{min}} = \frac{V_{\text{high}} - V_{\text{low}}}{d_{\text{min}}} \quad (\text{C.4})$$

上記の定式化では  $\max$  関数を含んでいるため、最適化での収束性に課題が生じる。そこで、およその最大値を抽出する Kreisselmeier-Steinhausner(KS) 関数を用いる。まず電流密度  $|\mathbf{J}_i|$  と電界強度  $|\mathbf{E}_j|$  の最大値を以下の式で計算する。

$$\text{KS}(\mathbf{J}_i) = \frac{1}{\rho_1} \ln \left( \int_{\Omega_{\text{ec}}} \exp \left( \rho_1 \frac{|\mathbf{J}_i|}{J_{\text{min}}} \right) dV \right) \quad (\text{C.5})$$

$$- \frac{1}{\rho_1} \ln \left( K_{\text{ec}} \int_{\Omega_{\text{ec}}} 1 dV \right)$$

$$\text{KS}(\mathbf{E}_j) = \frac{1}{\rho_1} \ln \left( \int_{\Omega_{\text{ef}}} \exp \left( \rho_1 \frac{|\mathbf{E}_j|}{E_{\text{min}}} \right) dV \right) \quad (\text{C.6})$$

$$- \frac{1}{\rho_1} \ln \left( K_{\text{ef}} \int_{\Omega_{\text{ef}}} 1 dV \right)$$

そして、それらの値の中での最大値  $G$  を以下の式で計算する。

$$G = \frac{1}{\rho_2} \ln \left( \sum_i \exp(\rho_2 \text{KS}(\mathbf{J}_i)) + \sum_j \exp(\rho_2 \text{KS}(\mathbf{E}_j)) \right) \quad (\text{C.7})$$

ここで、 $\rho_1, \rho_2, K_{\text{ec}}, K_{\text{ef}}$  は KS 関数のパラメータである。このようにして、構造全体での断線と短絡を防ぐための複数の制約条件を、以下の单一の制約条件として表現する。

$$G \leq 1 \quad (\text{C.8})$$

本研究の数値例では、 $\rho_1 = 5, \rho_2 = 100, K_{\text{ec}} = 0.1, K_{\text{ef}} = 0.1$  を用いた。

## 参考文献

- (1) Nomura, K., Yamasaki, S., Yaji, K., Bo, H., Takahashi, A., Kojima, T. and Fujita, K., Topology optimization of conductors in electrical circuit, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 59, No. 6 (2019), pp. 2205–2225.



## 謝辞

本論文を執筆するにあたり、多くの方々から御協力と御助言をいただきました。

大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻 藤田喜久雄教授には、基礎的な研究姿勢から研究を論文や発表資料にまとめる技術まで、終始懇切丁寧なるご指導をしていただきました。学部4回生での研究室配属時から修士課程、博士課程、会社員1年目までの計7年間、多くのご心配・ご迷惑をおかけしましたが、それでもなお親身に指導していただけたことで、本論文をまとめることができました。ここに深く感謝申し上げます。

大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻 山崎慎太郎准教授には、直接の指導教員として、研究の遂行にあたり終始懇切丁寧なるご指導をしていただきました。また、研究以外の面でも親身に相談に乗っていただき、背中を押してくださいました。ここに深く感謝申し上げます。

大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻 矢地謙太郎助教には、研究や論文について様々な助言をいただきました。矢地助教が日頃の雑談で研究のアイデアを楽しそうに語ってくださったおかげで、研究の魅力を知ることができました。ここに深く感謝申し上げます。

大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻 野間口大准教授には、ディスカッションを通じて有益なアイデアを多数頂きました。ここに深く感謝申し上げます。

関西学院大学工学部電気電子応用工学課程 野村勝也専任講師には、ノイズフィルタの最適設計に関して有益な助言を多数いただきました。ここに深く感謝申し上げます。

大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻 中谷彰宏教授ならびに大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻 津島将司教授には、お忙しい中、副査をお引き受け頂いたとともに、貴重なご意見とご有益な討論を頂きました。ここに深く感謝申し上げます。

機械工学専攻統合デザイン工学講座設計工学領域（藤田・山崎・野間口研究室）のみなさまとは、日頃の研究生活で苦楽を共にし、沢山の議論や雑談を通して楽しい研究室生活を送らせていただきました。ここに深く感謝申し上げます。

最後に、これまで研究生活を応援してくれた父 和久、母 智咲、兄 貴弘、姉 亜佑子、そして、常に心の支えとなってくれた妻 有紀子に心より感謝いたします。

なお、本研究の成果の一部はJSPS 科研費(No. 19J10355)の助成を受けたものです。筆者は2019年度から2020年度にかけて、日本学術振興会特別研究員(DC2)として(独)日本学術振興会より助成を受けました。

## 研究論文・発表リスト

### 学術誌掲載論文

- (1) 丸山峻, 山崎慎太郎, 矢地謙太郎, 藤田喜久雄, 永久磁石の配置とヨークの構造形態を考慮した同期モータの最適設計法, *設計工学*, Vol. 53, No. 1 (2018), pp.97–110.
- (2) Maruyama, S., Yamasaki, S., Yaji, K., and Fujita, K. Topology optimization incorporating external variables with metamodeling. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 62, No. 5 (2020), pp.2455–2466.
- (3) 丸山峻, 山崎慎太郎, 野村勝也, 矢地謙太郎, 藤田喜久雄, 構造形態と外部変数の統合的最適化によるノイズフィルタの素子・導体レイアウト設計, 日本計算工学会論文集, (2021), pp.20210007–20210007.

### 国際会議

- (4) Maruyama, S., Yamasaki, S., Yaji, K., and Fujita, K., Integrated design of permanent magnet synchronous motor by incorporating magnet layout and yoke topology optimizations, in *12th World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization*, No. 418, 2017.
- (5) Maruyama, S., Yamasaki, S., Yaji, K., and Fujita, K., Concurrent Optimization Using Metamodeling for Structural Topology and Component Layout, in *The Asian Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization 2018*, No. A020204, 2018.

### 国内会議

- (6) 丸山峻, 山崎慎太郎, 矢地謙太郎, 藤田喜久雄, 非線形磁気特性を考慮したハイブリッド車用高出力モーターのトポロジー最適化, 日本機械学会 第12回最適化シンポジウム 2016, No. 1110, 2016.
- (7) 丸山峻, 山崎慎太郎, 矢地謙太郎, 藤田喜久雄, 構造形態と構成要素配置の統合最適化による永久磁石同期モータ設計, 日本設計工学会 2017 年度春季研究発表講演会, No. C06, 2017.

- (8) 丸山峻, 山崎慎太郎, 矢地謙太郎, 藤田喜久雄, 構造形態とシステム変数を同時に考慮した永久磁石同期モータのシステムレベル最適設計法, 日本機械学会 第30回計算力学講演会, No. 0.16, 2017.
- (9) 丸山峻, 山崎慎太郎, 矢地謙太郎, 藤田喜久雄, 応答曲面近似を用いたトポロジー最適化とシステム変数最適化の協調による永久磁石同期モータ回転子設計, 第27回 設計工学・システム部門講演会, No. 2101, 2017.
- (10) 丸山峻, 山崎慎太郎, 矢地謙太郎, 藤田喜久雄, 軽量高剛性構造物を対象とした要素部品の配置と部材トポロジーの同時最適化, 日本設計工学会 関西支部 平成29年度 関西支部 研究発表講演会, No. C3, 2017.
- (11) 丸山峻, 山崎慎太郎, 矢地謙太郎, 藤田喜久雄, メタモデリングに基づくトポロジー最適化問題における設計パラメータ決定法(永久磁石同期モータ設計への展開), 日本機械学会 第13回最適化シンポジウム 2018, No. 110, 2018.
- (12) 丸山峻, 山崎慎太郎, 矢地謙太郎, 藤田喜久雄, 機械コンポーネントの構造形態と外部因子の同時最適化のためのメタモデリング法, 第28回 設計工学・システム部門講演会, No. 2314, 2018.