



Title	弾性波の伝播特性に着目したPCグラウト充填評価手法の高度化に関する研究
Author(s)	山下, 健太郎
Citation	大阪大学, 2022, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/88073
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

博士学位論文

弾性波の伝播特性に着目した PC グラウト
充填評価手法の高度化に関する研究

山下 健太郎

2021 年 12 月

大阪大学大学院工学研究科

目次

第1章	序論	1
1.1	研究背景	1
1.2	本研究の目的	1
1.3	本論文の構成	2
第2章	PC 橋梁のグラウト充填評価の現状と課題	5
2.1	PC 橋梁の現状と維持管理	5
2.1.1	PC 橋梁の現状	5
2.1.2	PC 橋梁の維持管理	7
2.2	PC 橋梁に対する検査技術及び検査技術に対するニーズ	9
2.2.1	PC グラウト充填状況把握のための検査手法	10
2.2.2	PC グラウト検査技術に対する使用者側のニーズ	13
2.3	本研究で対象とする技術と課題	16
2.3.1	機械的入力における既往の PC グラウト充填状況評価手法の特徴と課題	16
2.3.2	電磁的入力における PC グラウト充填状況評価の特徴と課題	19
2.4	まとめ	20
第3章	機械的入力方法における測定波形の位相に着目した評価指標の検討	24
3.1	はじめに	24
3.2	位相情報に着目した内部空隙探査	24
3.2.1	位相変化に着目した測定原理	24
3.2.2	内部空隙の位置と位相差分の変化についての検討	31
3.2.3	内部空隙の直上に信号入力点がある場合の検討	34
3.2.4	空隙の大きさと位相差分の変化率の関係	35
3.2.5	空隙の深さと位相差分の変化率の関係	38
3.3	実験的検討	40
3.3.1	測定装置	40
3.3.2	供試体概要	42
3.3.3	測定条件	43
3.3.4	測定結果	43
3.4	まとめ	45
第4章	機械的入力方法における測定波形の振幅に着目した評価指標の検討	48
4.1	はじめに	48
4.2	振幅情報に着目した内部空隙探査の検討	48
4.2.1	振幅差分に着目した測定原理	48
4.2.2	内部空隙の位置、寸法と振幅差分の変化	55

4.2.3	入力-測定点間隔と差分波形の振幅の変化	57
4.2.4	入力周波数と差分波形振幅の関係	59
4.3	実験的検討	61
4.3.1	測定装置	61
4.3.2	供試体概要	65
4.3.3	測定条件	67
4.3.4	測定結果	70
4.4	まとめ	74
第5章	電磁的入力方法における測定波形の特性に着目した評価指標の検討	76
5.1	はじめに	76
5.2	振動発生源となるシース近傍の力学モデルの考察	77
5.3	電磁的入力によって発生した弾性波の伝播についての考察	78
5.3.1	振動発生源となるシースの位置と弾性波の伝播	78
5.3.2	弾性波の合成	81
5.4	鋼製シースに作用する電磁力の検討	84
5.5	グラウト充填度評価に用いる指標についての解析的検討	86
5.5.1	弾性波応答解析	86
5.5.2	波形エネルギー	90
5.5.3	瞬時周波数	92
5.5.4	波形の複雑性	97
5.5.5	測定点配置についての検討	101
5.6	電磁的入力におけるグラウト充填評価に用いる指標についての実験的検討	103
5.6.1	測定装置	103
5.6.2	供試体概要	104
5.6.3	測定条件	105
5.6.4	板状コンクリート供試体測定結果	108
5.6.5	PC 桁コンクリート供試体測定結果	113
5.7	まとめ	116
第6章	弾性波を用いた PC グラウト充填評価の更なる高度化についての検討	118
6.1	評価指標の体系化	118
6.2	差分波形の可視化による判定の簡略化	121
6.2.1	2次元差分法数値計算による可視化の検討	121
6.2.2	MC ナイロン製供試体を用いた検討	123
6.3	多変量解析を用いた判定方法	124
6.3.1	評価指標と2段配置されたグラウト充填状況の関係の検討	125
6.3.2	評価指標の複合によるグラウト充填評価の検討	127

6.3.3	供試体測定結果を用いた因子分析による判別の適用性の検討.....	129
6.4	まとめ	130
第7章	結論	132
	謝辞	134

APPENDIX ～2次元固体内の弾性波動の有限差分法による解法～

第1章 序論

1.1 研究背景

我が国で最初のオリンピックが開催された 1960 年代，高度経済成長に伴う道路網の整備において，プレストレストコンクリート（以降 PC）橋梁が急速に普及を始め，2020 年には橋長 15m を超える道路橋の 40% 以上（約 77,000 橋）を占める PC 橋梁が供用中¹⁾である。一方で，供用後 30 年を超える PC 橋梁数の増加や，一部の橋梁でみられる PC グラウト充填不足を要因とする PC 鋼材の腐食による変状といった問題が顕在化し，道路管理者が大規模補修計画を策定²⁾してこの対応を行っている状況である。なお，PC 橋梁において，PC 鋼材が腐食して破断すると，その構造的性能が一気に損なわれて落橋に至る事例³⁾も多くあり，PC 鋼材の腐食に対して予防的な対策をとることが，維持保全上必要とされている。しかしながら，コンクリート中のシース内に埋設された PC 鋼材の腐食状況は目視等の簡易的な点検で検知することは難しいという問題を抱えている。このような背景の下，放射線透過法や超音波法，衝撃弾性波法といった様々な非破壊試験手法を用いて，PC 鋼材腐食の要因とされる，シース内のグラウト未充填箇所を検出する手法が開発され，実用されてきた。いずれの手法も，一定の条件の下では比較的高精度にグラウト未充填の状況を検知できるものの，例えば適用可能な部材厚さや，部材の断面形状，シースのかぶりや直径の影響，測定技術者に要求される比較的高度な技量など，適用上の制約があり，現時点で調査を必要とする膨大な数の PC 橋梁に対して，全てのシースのグラウト充填状況を評価できる技術は整備されておらず，実用面ではいまだ多くの課題を残しているのが現状である。また，新設される PC 橋梁や，グラウト再注入工事の際の品質確保の方策としても非破壊試験（検査）手法の適用が提唱^{4),5)}されるなど，工事の品質確保の側面からも効率的で適用範囲の広い非破壊試験技術の開発が望まれている状況である。

1.2 本研究の目的

本研究では，PC 橋梁の桁に配置されたシースを対象に，既往の非破壊試験技術の適用が難しかった，断面形状が板状でない桁の下フランジ部に配置されたシースや，深さ方向に多段配置されたシースのグラウト充填状況を効率的に評価できる非破壊試験技術の確立を目的とした。具体的には，衝撃弾性波法における，コンクリート表面から鋼球の打撃等によって機械的に弾性波を入力する方法（機械的入力方法）と，電磁場の作用によって測定対象の鋼材を起振して弾性波を励起する入力方法（電磁的入力方法）について，前者は，表面波の影響や部材形状の影響を受けにくい測定・解析法の確立，後者は発生する弾性波の特徴に着目した新たな評価指標の導入を行い，衝撃弾性波法を用いた既往の非破壊試験技術の高度化を目指した。なお，評価手法の高度化という観点では，グラウト充填率を高精度に評価する，あるいは，一度の測定で複数のシースの充填状況やその未充填の区間を特定できるという新たな技術の枠組みの確立も相当するが，この研究では，前述の背景を踏まえ，既往の技

術のハード面，ソフト面の工夫によって適用範囲を拡大し，効率的に PC グラウトの充填不良箇所を検知できる技術を確立することが最優先の課題であると考え，これを PC グラウト充填評価手法の「高度化」とした。

1.3 本論文の構成

本論文は，全 7 章および，APPENDIX から構成されている。本論文の構成を図 1.3.1 に示す。

第 1 章は序論であり，本研究の背景や目的，論文の構成を記述した。

第 2 章では，我が国における PC 橋梁の維持管理の現状や課題について，特に，非破壊試験技術に対するニーズに焦点を当てつつ整理を行った。また，衝撃弾性波法における機械的入力，および電磁的入力による測定方法の実用上の利点や問題点について分析し，課題解決のために必要なアプローチに関する考察を加えた。

第 3 章では，従来法におけるノイズとしての表面波の影響を除去する手段として，一定時間単一の周波数の波が継続する，いわゆる疑似的なトーンバースト波を入力することにより，受信波形の位相がグラウト充填不良のシースからの反射波によって変化することに着目した評価方法について検討した。簡易モデルでの数値解析や実大コンクリート供試体を用いた検討の結果，位相の単位時間当たりの変化に相当する指標を適用することにより，グラウト充填不良を検知することが可能であることを明らかにした。

第 4 章では，パルス状の弾性波を機械的に入力し，入力点から対称・等距離となる位置に設置した受信点での受信波形の差分に着目した評価方法の検討を行った。この手法では，2 つの受信点における測定波形の差分を計算することにより，表面波の影響が除去されるとともに，従来法と比較して，反射波の検出性能が向上することが確認できた。また，供試体実験において，シースと直交方向に掃引測定を行った場合の差分波形の振幅の変化に着目することが，グラウト充填不良の評価に有効であることが検証された。

第 5 章では，電磁的入力方法において励起される PC 鋼材の振動や，受信される波形の特性について検討を行い，グラウト充填不良がある場合，励起される振動の周波数が低下すること，また，複数の振動系で不規則に振動が発生するため，複雑な波形が受信される可能性を明らかにした。これを基に，受信波の振幅情報を用いた従来法での評価指標に加え，初期の位相の変化から求めた瞬時周波数や，受信波形の複雑性を評価可能な赤池情報量基準（AIC）といった新たな評価指標を導入し，その有効性を明らかにした。また，実大コンクリート供試体を用いた検討により，シースが 2 段に配置された断面への本評価指標の適用性が確認できた。

第 6 章では，本研究で検討した測定手法や評価指標を含めて，PC グラウト充填評価のフローを作成した。また，掃引測定によって得られた差分波形をコンター表示することにより，桁断面における充填不良シースの有無を視覚化する手法を構築した。さらに，電磁的入力方法により得られる複数の評価指標値と，2 段に配置された状態でのシース内のグラウト充填

率との関係を多変量解析により求めることにより，2 段配置されたシース内の充填状況が判別可能であることが明らかとなった。

第 7 章では，本研究で得た成果を総括し，今後の課題や発展性についても記述して本研究の結論とした。なお，本研究に先立ち，数値計算のツールの 1 つとして，モデルの境界条件を明確に与えて解析することが可能な 2 次元での有限差分法による波動方程式の数値解法について検討を行った結果を APPENDIX に記す。

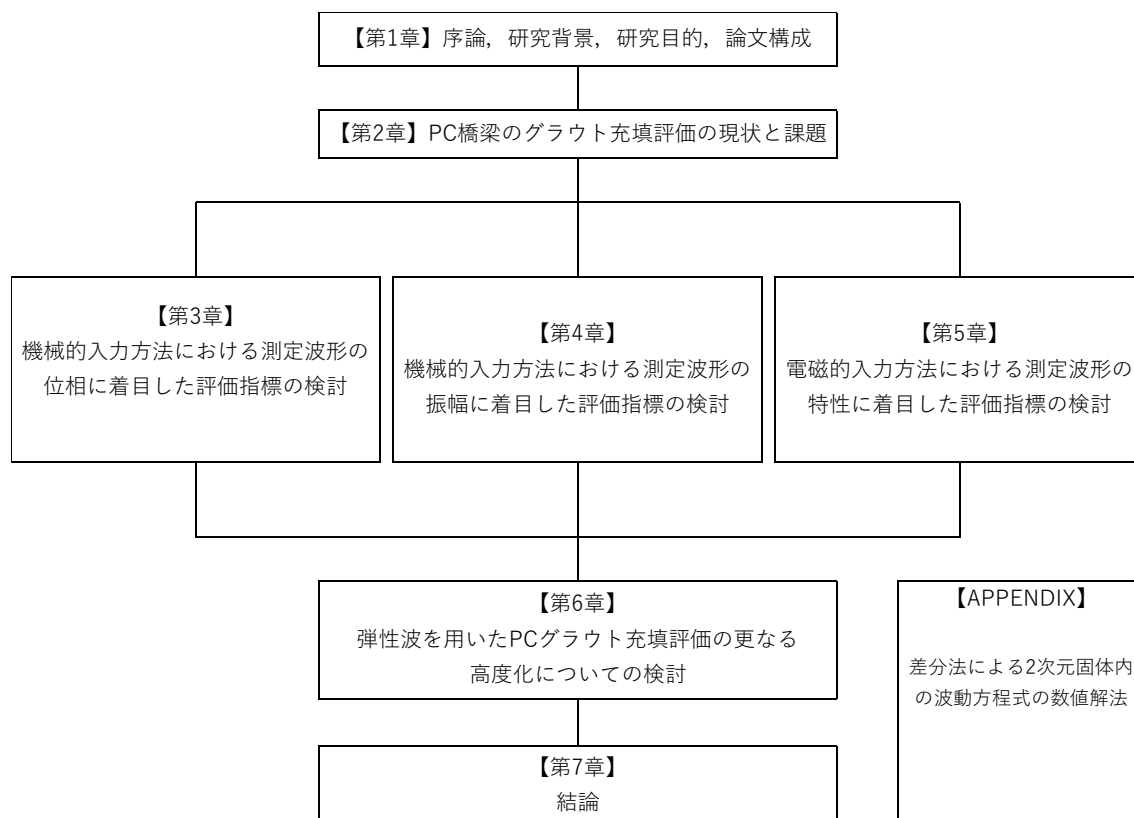


図 1.3.1 本論文の構成

参考文献

- 1)国土交通省：橋梁現況総括表（表 40-2），道路統計年報 2020 橋梁の現況，平成 31 年 3 月 31 日．
- 2)東・中・西日本高速道路会社：高速道路資産の長期保全及び更新のあり方に関する技術検討委員会 報告書，平成 26 年 1 月 22 日．
- 3)（一社）プレストレスト・コンクリート建設業協会：プレストレストコンクリート構造物の補修の手引き〔PC グラウト再注入工法〕，pp.6-7，2020 年 4 月．
- 4)東・中・西日本高速道路会社：構造物施工管理要領，令和 2 年 7 月．
- 5)（公社）プレストレストコンクリート工学会：既設ポストテンション橋の PC 鋼材調査および補修・補強指針，pp.22-43，2021 年 9 月．

第2章 PC 橋梁のグラウト充填評価の現状と課題

2.1 PC 橋梁の現状と維持管理

2.1.1 PC 橋梁の現状

PC 橋梁は、桁のコンクリート内部に埋設されたシース内に配置した PC 鋼材を緊張することにより、コンクリートに圧縮応力を導入することで断面のスリム化・桁の長大化、さらには高耐久化を図ることが可能である。現在、橋長 15m 以上の橋梁は全国で約 17 万 5 千橋存在し、そのうち 40% 以上が PC 橋梁である¹⁾。前回の東京オリンピック（1964 年）の開催に合わせて整備された高速道路網（1962 年には首都高速道路、1963 年には、名神高速道路が開通）でも、新旧多くの PC 橋梁が供用されている。また、従来は安定した物流の確保といった経済的効率性を主眼として整備された高速道路網も、現在では、走行安全性の向上や、環境への配慮（騒音・振動、排ガス等）、に加え、2011 年 3 月の大規模災害時において果たした緊急輸送路としての役割や、防災・救援の拠点としての役割も注目されるなど、社会的要請が多面的に高まっている状況である。

一方で、図 2.1.1 に示す、東・中・西日本高速道路会社（以降、高速道路 3 会社）の 2014 年の調査報告²⁾によると、2012 年度末時点で供用後 30 年を超える橋梁の割合は 43% に上っている。さらに、大型車量の増加や軸重量違反車両の通行、凍結防止剤の散布といった外的要因により、いわゆる「老朽化」の進行に拍車がかかっている状態である³⁾。図 2.1.2 には高速道路 3 会社の PC 橋の供用年数ごとの健全度評価結果⁴⁾（高速道路 3 会社「保全点検要領（H24）」による）を示している。図より、供用年数の経過とともに、健全度 I（問題となる変状がない）の割合が減少し、供用年数 30 年が経過すると、約 50% の橋梁に軽微でない何らかの変状が発生している状況が伺える。なお、供用年数 40 年以上の健全度の割合が向上しているのは、補修工事によって健全度が回復されたことによるものである。ここで、前述のとおり、PC 橋梁は、PC 鋼材の緊張によって構造的な剛性を担保しているため、PC 鋼材の腐食による破断等が生じると、急激に構造的な性能を失うリスクがある。また、破断によって飛び出した PC 鋼材によって第三者被害を引き起こす可能性もある。PC 鋼材の腐食の大きな要因は、シース内のグラウト未充填部（図 2.1.3）に水や酸素が供給されることによるものであり、高速道路 3 会社における PC 橋梁のシースのグラウト充填状況の調査の結果⁵⁾（4078 本を対象として実施：図 2.1.4）、総数に対して、25% 程度の割合でグラウト充填不足が存在していることが明らかにされている。このため、いかにグラウト未充填部を早期（PC 鋼材の腐食が顕在化する前）に検知して、グラウト再注入等の手当てを行えるかが、PC 橋梁の維持保全を行う上での課題であると言える。

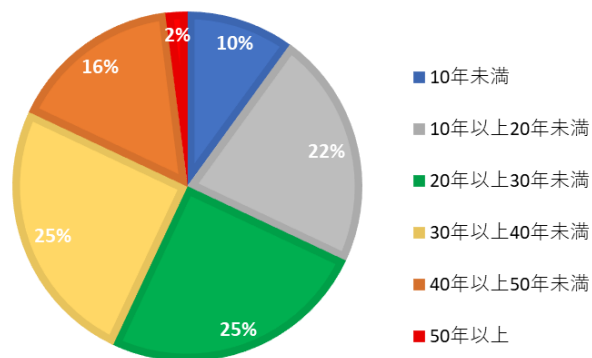


図 2.1.1 高速道路3会社における橋梁の供用年数比較（H24 年度末時点）²⁾

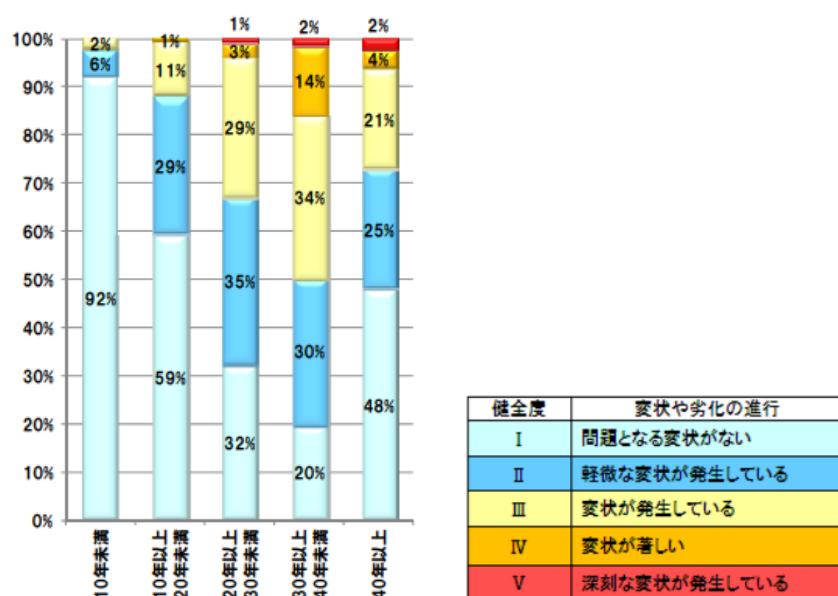


図 2.1.2 高速道路3会社におけるPC橋の健全度評価の一例⁴⁾



図 2.1.3 グラウト未充填シース内のPC鋼線

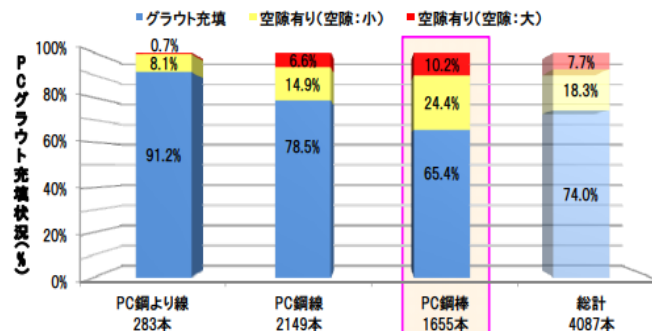


図 2.1.4 高速道路3 会社における PC 鋼材種別ごとのグラウト充填状況調査結果⁵⁾

2.1.2 PC 橋梁の維持管理

図 2.1.5 には、一般的な RC 構造物と PC 構造物の劣化シナリオの違い⁶⁾を示すが、PC 構造物の場合は、PC 鋼材に腐食が発生して以降、一気に劣化が進展する特徴を持つ。また、PC 鋼材の腐食や破断などによって失われた PC 橋梁の機能を回復するためには、構造的な照査に基づく大規模な補強を行う必要があり、膨大な費用と時間を費やすため、これに伴う社会的な影響も大きくなる。このため、国や高速道路会社などでは、構造物を再施工する大規模更新に加え、ライフサイクルコスト (LCC) の最小化など、予防保全的な観点に基づく大規模修繕に取り組む方策が行われている^{7)~10)}。いずれも、効率的な点検あるいは検査結果に基づいて、維持管理の方針が決定されるため、点検・検査技術の果たす役割は大きい。

図 2.1.6 には高速道路3 会社における桁の大規模更新・大規模修繕の判定フローの抜粋(一部加筆)¹¹⁾を示すが、PC 桁の PC 鋼材の判定に非破壊試験 (検査) 等による詳細調査の項目が挙げられており、検査技術のさらなる高度化や効率化が望まれている状況であるといえる。

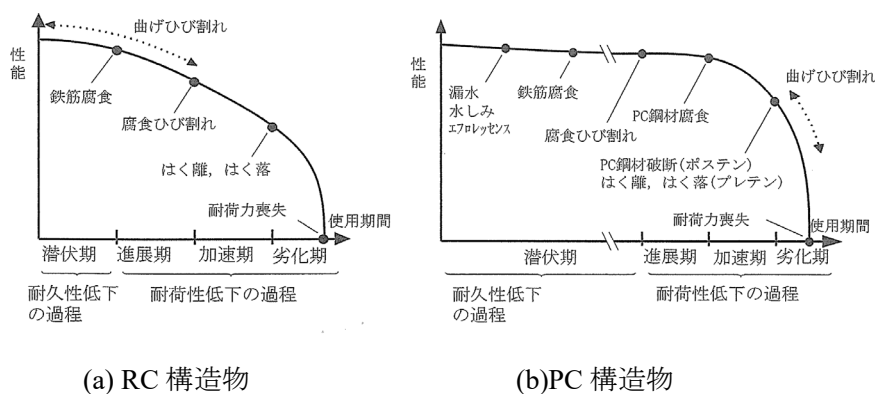
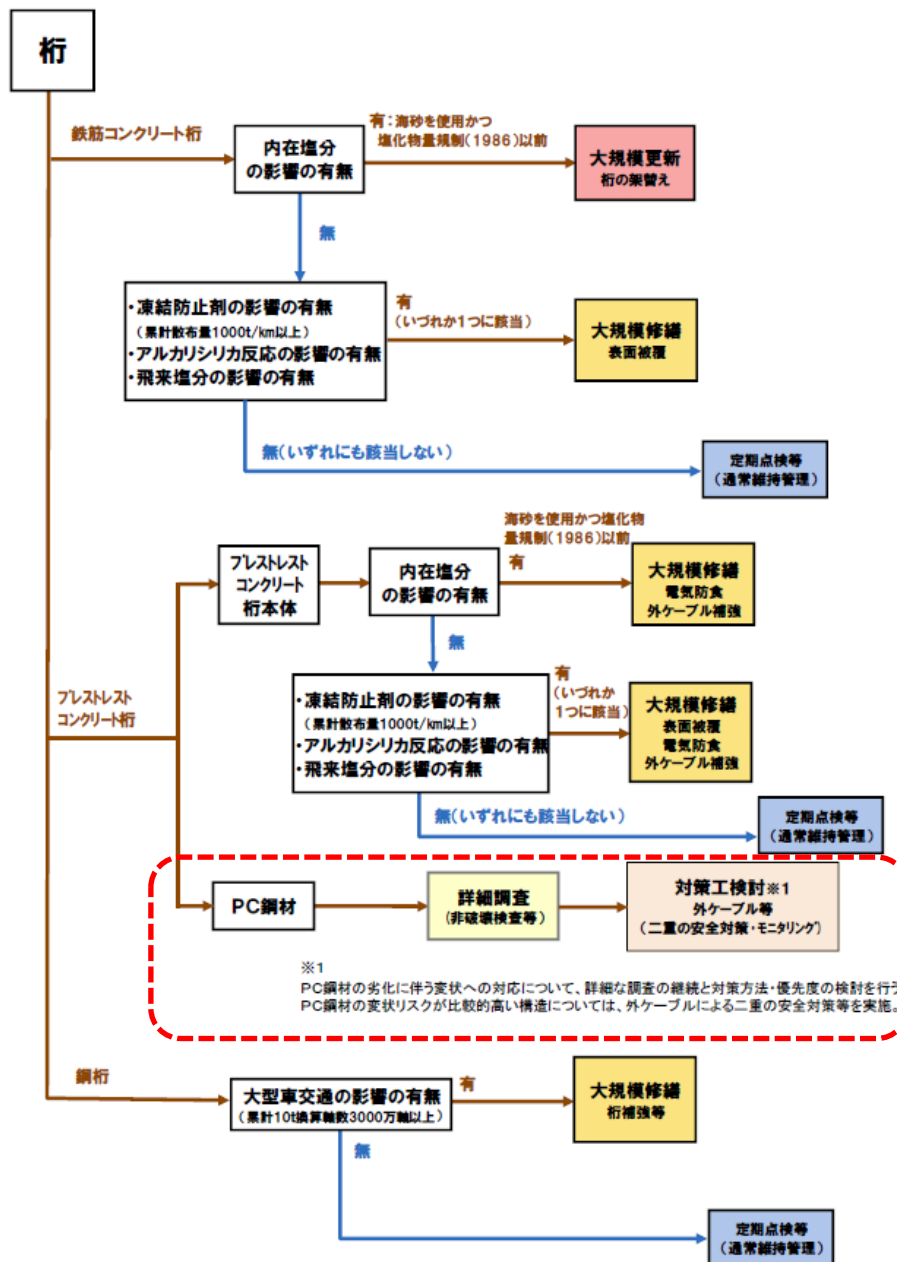


図 2.1.5 RC 構造物と PC 構造物の劣化シナリオの比較⁶⁾



※一部加筆

図 2.1.6 橋の大規模更新・大規模修繕の判定フロー¹¹⁾

2.2 PC 橋梁に対する検査技術及び検査技術に対するニーズ

PC 鋼材の腐食の進行によって、PC 鋼材に沿ったひび割れ、エフロレッセンスの析出、水しみや漏水といった外観上の変状が現れる場合があり、さらに腐食が進行した場合には、プレストレスの減少による桁の曲げひび割れやせん断ひび割れの発生がみられる¹²⁾。しかしながら、シースのグラウト充填不足の状態あるいは、PC 鋼材に腐食が発生している状態は、外観上検知することができない。PC 鋼材の腐食防止の観点からは、予防保全的なアプローチが必要であり、外観上の変状が生じる前にグラウト充填不足の状態を把握できる検査技術の整備が不可欠である。

また、橋長 15m 以上の橋梁のうち、高速道路会社や国土交通省が管理するものの割合は 13%程度で、それ以外は県や市町村が管理¹³⁾するものであり、維持保全を行うための財源や人員の不足の問題もある。道路法施行規則（平成 26 年 3 月公布）によって、5 年に 1 回の頻度で行われる近接目視点検が平成 30 年度に一巡目を終えたが、「措置を講ずべき状態」と判断された橋梁のうち、地方公共団体が管理する橋梁の 66%が未着手の状態であるという調査結果（図 2.2.1）¹⁴⁾があり、この理由として財源不足と技術者不足が挙げられている。図 2.2.2 には、市区町村における橋梁の保全業務に携わる土木技術者数¹⁵⁾を示しているが、平均して 20%程度の市町村で専門の土木技術者が配置されていない状況である。このような状況において、低コストかつ、評価に専門性を必要としない非破壊試験技術の開発に対する期待は高まっているものと考ええる。また、「プレストレストコンクリート構造物の補修の手引き」¹⁶⁾では PC グラウト充填調査や、グラウト再注入の施工品質確認方法として、非破壊試験（検査）手法の適用について記載されているほか、高速道路 3 会社の、構造物施工管理要領¹⁷⁾では、新設の PC 橋梁でのグラウト充填調査方法としても非破壊試験法の適用が記されている。以上のことより、管理者の違い、構造物の新設・既設を問わず、PC グラウト充填状況評価についての非破壊試験手法の適用や開発へのニーズが高まっている状況であると捉えられる。

管理者	措置が必要な 施設数(A)	措置に着手済 の施設数(B)	うち完了(C)	未着手 施設数	措置着手率(B/A)、措置完了率(C/A)	
					点検年度	0% 20% 40% 60% 80% 100%
国土交通省	3,427	2,359 (69%)	1,071 (31%)	1,068 (31%)	2014	80%
					2015	47%
					2016	21%
					2017	12%
					2018	12%
高速道路会社	2,538	1,202 (47%)	705 (28%)	1,336 (53%)	2014	81%
					2015	85%
					2016	24%
					2017	40%
					2018	4%
地方公共団体	62,873	21,376 (34%)	12,869 (20%)	41,497 (66%)	2014	42%
					2015	30%
					2016	20%
					2017	10%
					2018	7%
都道府県 政令市等	20,535	9,052 (44%)	5,057 (25%)	11,483 (56%)	2014	42%
					2015	37%
					2016	22%
					2017	14%
					2018	8%
市区町村	42,338	12,324 (29%)	7,812 (18%)	30,014 (71%)	2014	30%
					2015	28%
					2016	19%
					2017	8%
					2018	5%
合計	68,838	24,937(36%)	14,645(21%)	43,901(64%)		完了済 着手済

※2014～2018年度に点検診断済み施設のうち、判定区分Ⅲ・Ⅳと診断された施設で、修繕等措置(設計含む)に着手(又は工事が完成)した割合(2019年度末時点)
 ↑: 2019年度末時点で次回点検までの修繕等措置の実施を考慮した場合に想定されるベース
 2014年度点検実施(5年経過): 100%、2015年度点検実施(4年経過): 80%、2016年度点検実施(3年経過): 60%、2017年度点検実施(2年経過): 40%、2018年度点検実施(1年経過): 20%

図 2.2.1 橋梁の修繕措置の実施状況¹⁴⁾

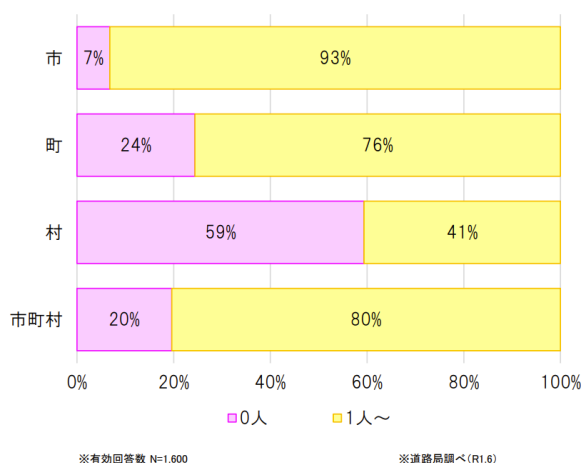


図 2.2.2 市区町村における橋梁保全業務に携わる土木技術者数（令和元年6月時点）¹⁵⁾

2.2.1 PC グラウト充填状況把握のための検査手法

現在まで、PC グラウトの充填状況の把握に適用可能な検査技術が多く開発され、実用されている。構造物に損傷を与えずに、繰り返し測定可能な非破壊試験法、および、検査に伴って軽微な損傷を伴う微破壊試験法について代表的なものを表 2.2.1¹⁸⁾に示す。なお、表に記載される手法は、解析方法や測定方法によってさらに細分化され、例えば、本研究で対象とする衝撃弾性波法では、iTECS 法¹⁹⁾や SIBIE 法²⁰⁾、電磁パルス法²¹⁾などがあり、さらに、弾性波トモグラフィ法²²⁾として、評価対象の部材を挟み込んでセンサを配置して測定・解析を行う方法もある。表に示されるように、いずれの技術も実際の構造物への適用にあたり、断面形状や寸法の制限を受け、ウェブ部材に適用が限られるものが多い。ここで、図 2.2.3

には、代表的な PC 桁における主ケーブルの PC 鋼材の配置の例を示すが、ウェブ部と同程度以上の長さが下フランジ部に水平に配置されている場合が多く、現行の非破壊試験法の適用範囲は十分でないといえる。一方で、小径のドリル削孔による微破壊試験では、部材の断面形状の影響は受けず、直接的にシース管内部のグラウト充填状況を確認できる方法である。しかしながら、下フランジの支間中央部などは、作用する曲げモーメントが最も大きい区間になるため、小径の孔であっても損傷を避けたい箇所であり、かつ、シースの測定面側にある空隙しか確認できないなど、非破壊試験法の適用範囲を補完するには十分でない。仮に削孔を行う場合でも、鋼材に損傷を与えないよう相当慎重な作業を要するものとなる。

また、蒲らは、グラウト未充填の区間と PC 鋼材破断の際の耐荷力の低下度合いの関係について実験的な検討を行い²³⁾、グラウト未充填の箇所や範囲によって耐荷力や、生じる変状の程度が異なるという結果を示している。このため、シースの未充填範囲を特定することができれば、より細やかで合理的な補修・補強対策が実現され则认为する。

表 2.2.1 PC グラウト充填調査に適用可能な検査技術¹⁸⁾

	調査方法	適用条件	適用断面形状・部位 ・鋼材種別
非破壊試験	放射線透過法	・部材厚さ 500mm 未満 ・背面側にも作業空間必要	T 桁, I 桁: ウェブ 箱桁: ウェブ
	打音振動法	・PC 鋼材が直線状に配置 されていることが必要	床版横締めケーブル 横桁横締めケーブル
	広帯域超音波法	・シースかぶり厚さ 250mm 以下	T 桁, I 桁, スラブ桁: ウェブ 箱桁: ウェブ ・床版 床版横締めケーブル
	衝撃弾性波法 ・機械的入力 (インパクトエコー法, iTECS 法, SIBIE 法等) ・電磁的入力 (電磁パルス法)	・空隙の大きさと深さの比率 が 0.25 程度まで	T 桁, I 桁, スラブ桁: ウェブ 箱桁: ウェブ ・床版
微破壊試験	削孔調査 (内視鏡・空圧法)	・シースかぶり厚 300mm 程度 (レーダ探査, 削孔作業の適用深度)	制限なし (手前側シースのみ)

※一部加筆

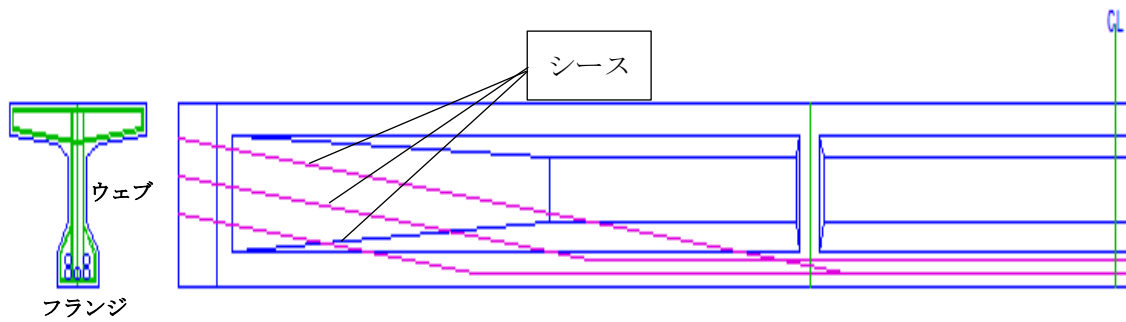
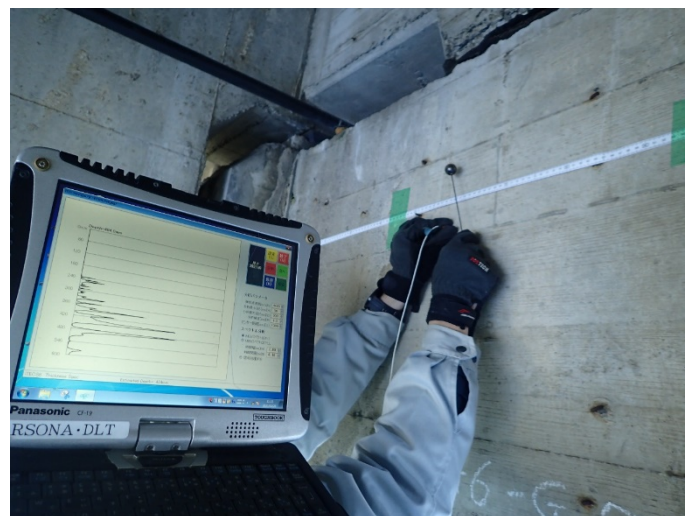


図 2.2.3 PC 鋼材の配置例



(a) 衝撃弾性波法 (iTECS 法)



(b) 削孔調査 (ボアホールカメラ撮影)

図 2.2.4 非破壊・微破壊試験状況の例

2.2.2 PC グラウト検査技術に対する使用者側のニーズ

多くの非破壊試験（検査）技術は、構造物の管理者側のニーズに基づいて開発が行われ、確立されてきた。一方で、コンクリート構造物は測定対象の形状や使用材料、変状の種類・程度が構造物毎に異なるという特殊性を持ち、実構造物の測定の場面では、測定技術者の技量や経験、工夫に基づいて業務が遂行される場合が多くあり、ここから現状の課題の把握や、技術開発を行う上での糸口を得られる可能性がある。本節では、非破壊試験技術の使用者側のニーズの把握として、（一社）iTECS 技術協会（以降、iTECS 協会）の協力を得て行ったアンケート結果に基づいた検討を行った。iTECS 協会は衝撃弾性波法の一手法である iTECS 法²⁴⁾についての、普及・教育・技術者認証を目的とした団体で、2020 年度末で 36 社の建設コンサルタントやインフラ施設の調査会社、建設会社等によって構成される団体である。アンケートは記名方式で行い、意見等は自由回答方式で得た。調査の結果、20 社から回答を得た。回答者の過去 5 年間の PC グラウト充填に関する調査実績の有無を図 2.2.5、実績ありの会員が測定を行った部材種別の割合を図 2.2.6 に示す。iTECS 協会の会員には上下水道に特化したコンサルタント会社や、一般土木工事を主とする建設会社などもあるため、調査実績の割合としては妥当であると考ええる。測定対象部材については桁（箱桁含む）のウェブ部分への適用が最も多いことがわかる。弾性波の多重反射を利用する方法では、厚さの方向以外の反射波の影響を受けるため、厚さ方向の一次共振周波数が卓越するためには、測定対象が板状の断面形状であることが必要であり、ウェブ部分は適用しやすい部材であることが理由と考える。なお、インパクトエコー法の米国規格²⁵⁾では、適用可能な形状を厚さに対して幅・長さが 6 倍以上である板状のものとしている。表 2.2.2 には自由回答によって得た意見や要望を分類したものを示す。なお、表中の赤字は複数の回答があった項目を示す。適用可能範囲が限られるという意見は、業務実績の有無にかかわらず挙げられており、業務遂行、あるいは受注の際の問題になっていることが伺える。また、解析や評価には測定波形の周波数解析を伴うため、解析の実施や発注者への結果の説明が難しいという意見や、誤った評価を行ってしまうことへの懸念も挙げられている。アンケートの結果、非破壊試験技術の使用者側からも、より簡便に測定や評価を行うことができ、かつ、測定対象の部材形状の影響を受けにくい技術が望まれていることが明らかになった。

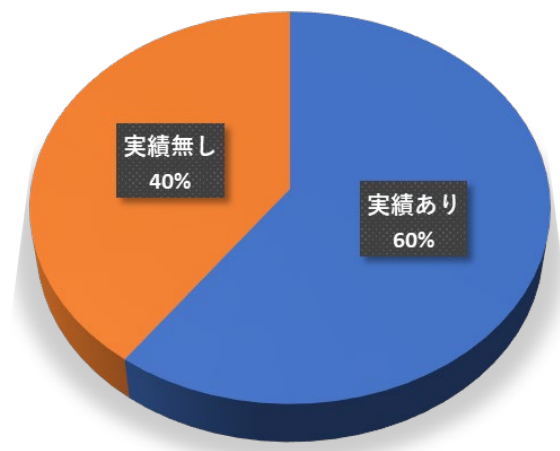


図 2.2.5 調査実績の有無

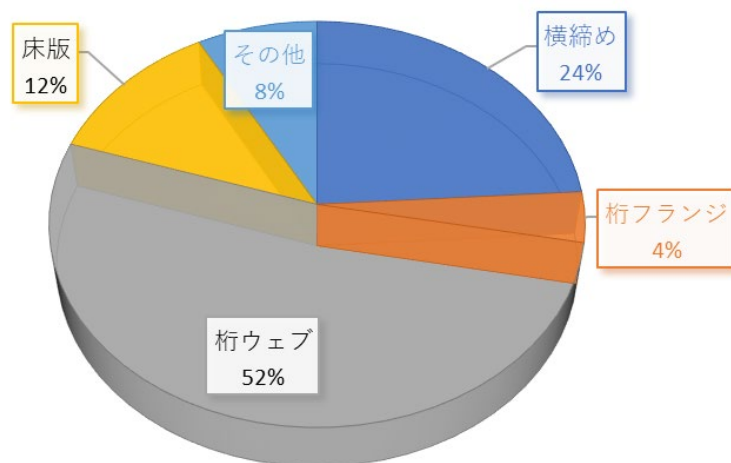


図 2.2.6 測定対象部材

表 2.2.2 測定技術に対する意見・要望等

	調査実績ありの会員からの意見	調査実績なし又は受注しなかった会員からの意見
測定対象に関すること	適用範囲が板状のウェブに限られる (テーパー部やフランジ部へ適用できるよう改善を望む) 透過法によるフランジ部の測定を試みたが、シースの位置等が正確にわからないと測点の設定ができない	適用範囲が板状のウェブに限られる
測定に関すること	足場が必要である 事前のシースの位置の野書き（電磁波レーダ等）の精度が悪いと、測定結果の信ぴょう性が下がる 通行規制等限られた測定時間で対応しなければならないため、念入りに調査できない 測定は簡便で使いやすいが測定原理を理解していないと誤った評価をしてしまう	—
解析に関すること	データを持ち帰って解析を行う必要がある 解析に時間を要する 解析が難しい	—
評価に関すること	シース管内に帯水があると評価が難しい 内視鏡結果と異なる場合がある 周囲のコンクリートの変状が著しいと評価が難しい 充填・未充填の判定基準がわかりにくい 現地で評価を行えるようになると良い シースが重なっている場合の判別ができない 評価が難しい 健全部（シース無し部）との比較によって評価する必要がある	評価が難しいイメージがある 評価の信ぴょう性（整合性）が気になっている
発注者依頼者に関すること	解析結果の説明が難しい 実績や調査原理の説明を求められる場合が多い（インパクトエコー法や広帯域超音波との違いなど） 発注者の評価は良いと感じる	仕様書で他の技術の使用が記載されている
その他	グラウト充填調査の業務件数が少なく、技術の習得に時間を要する 技術力向上のために調査結果のフィードバックが欲しい 再注入業務と一式発注の場合、業務期間が長くなる	空隙のボリュームを求められたため他の手法で実施した ITECS法が適用できることを知らなかった 施工時の間閉塞の際に活用されることも期待している

※赤字は複数の回答があった項目

2.3 本研究で対象とする技術と課題

本研究では、既往の PC グラウト充填状況の評価手法のうち、非破壊試験法の衝撃弾性波法について、鋼球等の打撃によって弾性波を入力する「機械的入力方法」と、発生させた磁場によって鋼材を振動させて弾性波を発生させる「電磁的入力方法」を対象としてそれぞれ検討を行った。非破壊試験法は、ドリル削孔等の構造物の破壊を伴う試験方法に比べて、間接的にグラウトの充填状況を「推定」するものであるが、構造物へのダメージ、測定の簡便さ、コストの面で有効なほか、同一箇所でも何度でも測定することが可能であるため、グラウト再注入工事や新設工事における品質管理手法としても適用できる。なお、図 2.3.1 には、弾性波の機械的入力方法と、電磁的入力方法のイメージを示すが、前者は受信（測定）波形に表面波の影響を受けること、後者は励起される信号の性質がグラウト充填状況によって異なることから、個別の信号処理が必要であり、本論文においても、異なる着眼点からの検討を行っている。

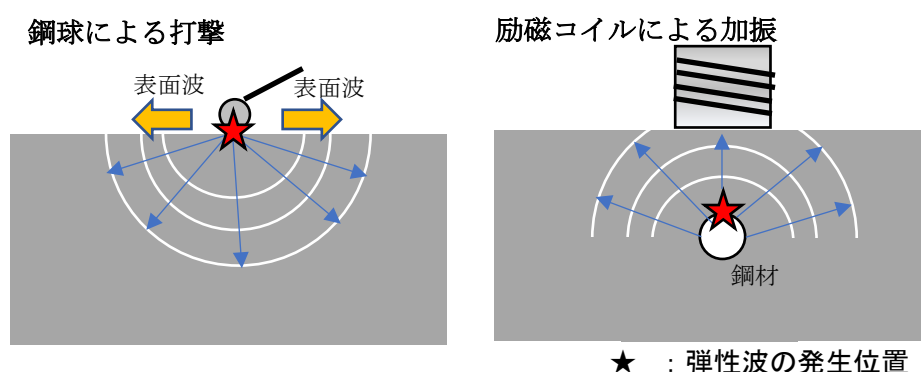


図 2.3.1 機械的入力および、電磁的入力のイメージ

2.3.1 機械的入力における既往の PC グラウト充填状況評価手法の特徴と課題

コンクリート中のシースのグラウト充填率が小さい場合、内部空隙がコンクリート中に存在していることと同じ状態である。空隙は、伝播する弾性波に対して自由面の反射体となるため、その位置で反射波を生成するとともに、応力の伝達として伝播する弾性波を阻害する要因となる。空隙からの反射波を検出することができれば、その到達時刻や反射波の強さから、空隙の位置や大きさを推定することが可能となる。しかし、これまでの衝撃弾性波法の枠組みの中では、空隙からの反射波を直接検出する方法は確立されていない。この原因の一つは、構造物表面を打撃した時に発生する表面波の影響である。表面波は振幅が大きく、内部空隙からの反射波の振幅が小さい場合には、分離解析が困難になるためである。板状の構造物を対象とする場合であれば、打撃によって発生した表面波は、時間の経過に伴って遠ざかり、板の厚さ方向の多重反射による定在波の振動が振幅的にも卓越することになるため、衝撃弾性波法では、この安定した定在波の振動を利用する技術の適用が検討されてきた。

と考えられる。ここで、弾性波の入力に機械的な方法を用いる手法にインパクトエコー法や iTECS 法があるが、前者は、測定面と充填不足のシースとの間で生成すると考えられる多重反射（共振）の周波数に着目し、後者は、板の厚さに相当する定在波の周波数が空隙の影響によって変化することに着目した評価を行っている。ここでは、iTECS 法を例にとりて、衝撃弾性波法の多重反射の周波数変化に着目した PC グラウト充填調査の概要と課題についてまとめる。測定のイメージを図 2.3.2 に示すが、鋼球の打撃によって弾性波を入力し、弾性波の応答は入力位置付近に接触させた高感度の加速度センサによって測定する。なお、入力される弾性波の周波数は、打撃する鋼球やハンマの質量によって決定されるため、測定しようとする部材厚さに相当する周波数を入力可能な鋼球を選定する必要がある。ここで弾性波の伝播経路上に空隙（PC グラウト未充填部）があると、弾性波の伝播が阻害され、部材の厚さ方向の多重反射の過程で見かけの弾性波速度が低下し、測定される波形の周波数が低下することとなる。図 2.3.3 には厚さ 350mm のコンクリート板（1 次共振周波数 6kHz 程度：図中破線部）にグラウト充填率を 0%, 50%, 100%としたシース（ポリエチレン製）を埋設し、その直上及び、シースの埋設されていない箇所測定した波形（速度波形）の周波数解析結果を示す。なお、iTECS 法では、周波数解析手法に MEM（最大エントロピー法）を適用して分析を行っている。図より、シース無し部では、部材厚さに相当する単一のスペクトルが確認され、充填率が 50%, 0%となるにしたがって、卓越周波数が低下していることがわかる。また、充填率 100%でも、卓越周波数が低下しているが、コンクリートや鋼製シースに比べて弾性係数の小さいポリエチレン製シースを用いていることにより、見かけの弾性波速度が低下したものである（鋼製のシース、充填率が 100%の条件であればシース無し部と同等の周波数スペクトルが確認される）。桁のウェブ部分に対して、メッシュ状の測定を行い、卓越周波数の変化を図 2.3.4 のようにコンター表示（藍⇒赤につれて周波数の変化（低下）が著しいことを意味する）することにより、グラウトの未充填区間を推定することも可能である。図の赤線はシースの位置を示す。

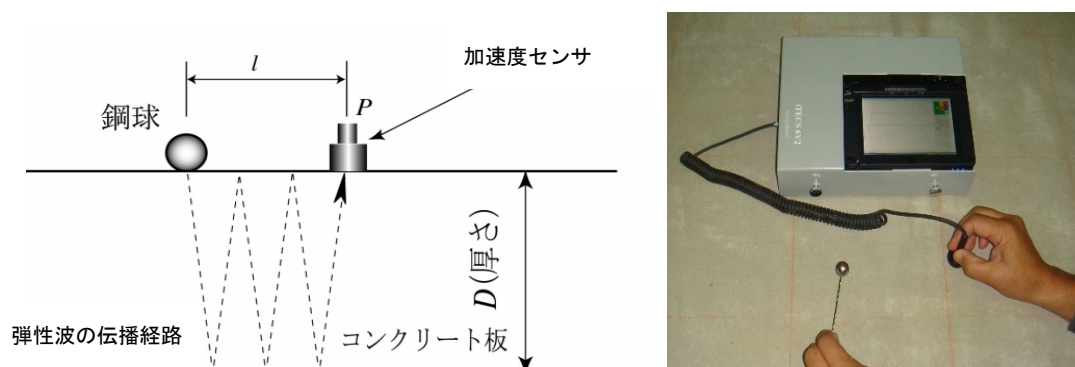


図 2.3.2 衝撃弾性波法（iTECS 法）測定イメージ

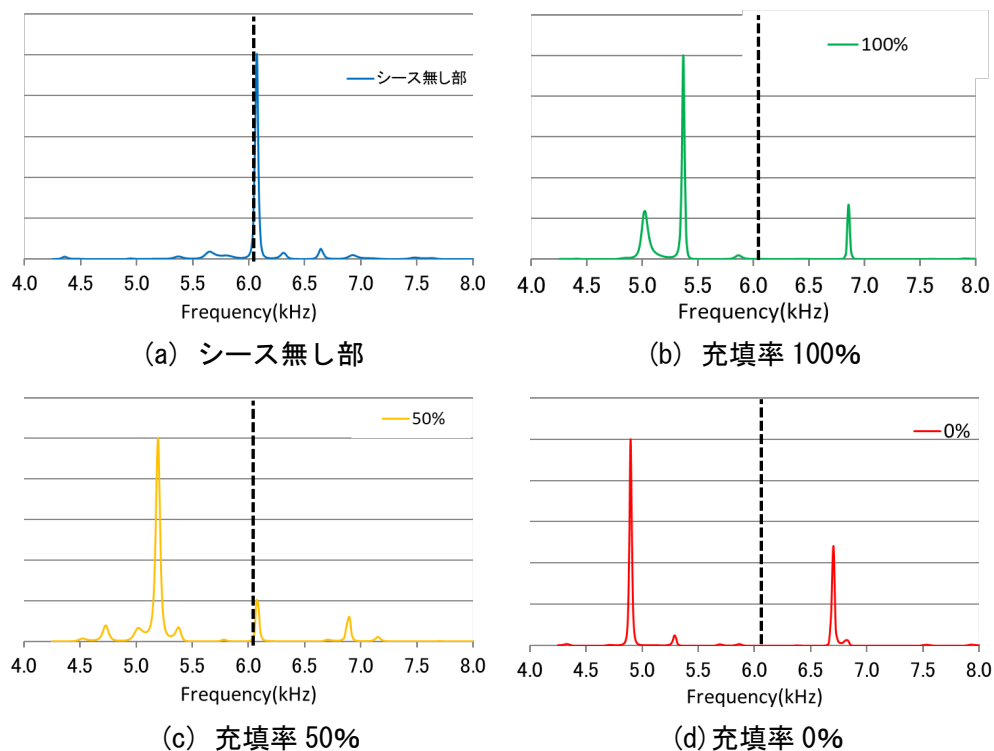


図 2.3.3 iTECS 法で測定した波形の周波数スペクトル

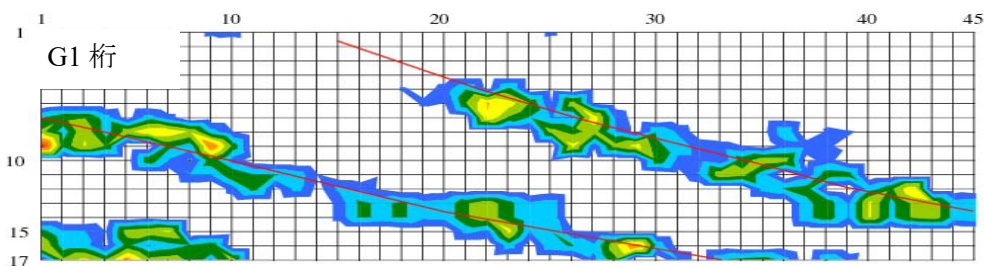


図 2.3.4 面的な測定結果に基づくグラウト未充填範囲の分析結果²⁶⁾

一方で、測定対象部材の断面形状が板状でない場合や、部材端部からの反射波の影響がある位置での測定では、部材の厚さ方向の多重反射以外のスペクトルが複数現れ、評価を難しくする問題がある。このことは、周波数解析に FFT（高速フーリエ変換）を使用するインパクトエコー法でも同様で、解析の分解能を上げるために、長い時間長のデータを扱おうとすると、その分外乱の混入頻度も多くなるという問題を抱えている。青木らは、切り出した既設高速道路橋の PC 桁を用いて非破壊試験手法（放射線透過法、インパクトエコー法、広帯域超音波法）の適用性について検討²⁷⁾を行っているが、インパクトエコー法の課題として、部材形状の変化等を指摘している。インパクトエコー法と、iTECS 法では、内部空隙がある際の弾性波の伝播特性についての解釈の違いはあるものの、測定波形の周波数変化に着目するという点は同様であり、課題を共有しているといえる。衝撃弾性波法の機械的入力によ

る PC グラウト充填評価手法の特徴と課題を整理したものを表 2.3.1 に示すが、例えば、周波数解析を用いないなど、表面波や断面形状の影響を受けずに PC グラウトの充填評価ができる手法の確立が課題であるといえる。このため、本研究では、空隙（グラウト未充填部）からの反射波を捉えるために、測定波形の位相の時間変化や、2つの測定点における測定波形の差分振幅に着目した新たな評価方法を研究し、この実現のために制御した信号入力方法や測定結果の可視化の検討を行った。

表 2.3.1 機械的入力法の特徴と課題

特徴	<ul style="list-style-type: none"> ・測定機構が比較的単純 ・測定に使用する周波数が低いため、比較的厚い部材にも適用可能 ・弾性波の入力は、鋼球等の打撃によって機械的に行う ・適用実績が比較的多い ・空隙率が 3%程度まで検知可能²⁷⁾
問題	<ul style="list-style-type: none"> ・多段配置の背面側のシースの充填状況検知不可 ・部材断面形状が板状でない場合、評価が難しい ・部材端部からの反射波や表面波の影響を受けやすい ・シーソ周辺の変状とグラウト未充填箇所の判別不可
課題	<ul style="list-style-type: none"> ・部材の断面形状によらずに適用できる方法の確立 ・表面波の影響を受けにくい測定・解析手法の確立 ・周波数解析に依存せずに、未充填シーソからの反射波を検知できる手法の確立

2.3.2 電磁的入力における既往の PC グラウト充填状況評価の特徴と課題

電磁的入力における測定のイメージを図 2.3.5 に示す。コンクリート表面近傍に設置した励磁コイルにパルス電流を印加して発生させた磁場によって、コンクリート中の鋼材に電磁力を作用させて加振し、弾性波を発生させるものである。測定は、電磁力の作用によって発生した弾性波の応答をコンクリート表面に設置した AE センサ等で行う方法²⁸⁾と、電磁場の変化を対象としてコンクリート表面に設置したコイル（サーチコイル）で測定する方法²⁹⁾がある。本研究では、弾性波の応答を測定する前者の方法について検討を行う。この手法の最大の特徴は、測定対象となる鋼材を直接的に加振できるという点であり、従来の機械的入力による方法と大きく異なる。既往の知見では、測定波形の最大振幅や波形エネルギー（振幅値の二乗和）等の指標とグラウト充填率の相関が確認されている。近年実用化された技術であるため、現場適用性についての検証事例は多くないが、250mm 程度のかぶり深さまで鋼材に電磁力を作用させられることが確認されている³⁰⁾がシーソのかぶり深さが変化する場合には、伝播過程の減衰量が異なることが評価結果に影響することや、近接するシーソの影響を受けることなどが課題として挙げられている³¹⁾。表 2.3.2 に電磁的入力によ

る PC グラウト充填評価の特徴や課題を示す。本研究では、電磁的入力によって発生・伝播する弾性波のメカニズムについて検討を行い、従来の振幅情報以外の新たな評価指標の適用性について研究した。さらに、複数の評価指標を複合的に活用して、厚さ方向に 2 段に配置されたシースのグラウト充填状況の評価する方法について検討を行った。

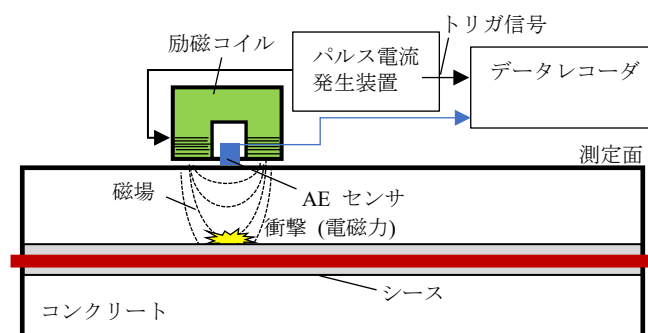


図 2.3.5 電磁的入力方法測定イメージ

表 2.3.2 電磁的入力法の特徴と課題

特徴	<ul style="list-style-type: none"> ・直接測定対象のシースを加振できる ・測定には高圧電源装置が必要 ・実構造物での適用実績が少ない ・250mm 程度のかぶりまで電磁力を作用できる ・コンクリート中の空隙の影響を受けずに加振できる ・表面波の影響を受けにくい
問題	<ul style="list-style-type: none"> ・多段配置の背面側の充填状況検知が難しい ・シースのかぶりが変化する場合に、従来の波形エネルギー指標の適用が難しい ・配筋や近接する鋼材の影響を受ける場合がある
課題	<ul style="list-style-type: none"> ・励起される弾性波の性質の解明 ・新たな指標値を用いた評価手法の確立

2.4 まとめ

- 1) 我が国の橋長 15m 以上の PC 橋梁数は 7 万橋を超え、供用後 30 年を超える割合も増加しており、大規模更新、大規模修繕等の対応に迫られている状況である。
- 2) PC 橋梁において、シース内の空隙（グラウト未充填部）が PC 鋼材腐食の主要因であるため、PC 鋼材が腐食する前の段階でこれを検知して予防保全的な維持管理を行うことが必要である。
- 3) PC グラウトの未充填の状態は、目視検査では検出が難しく、非破壊あるいは微破壊の検

査手法を活用する必要があるが、いずれの手法にも適用上の制約があり、全てのシースのグラウト充填状況の評価できる技術は確立されていない。

- 4)我が国で供用中の橋梁（橋長 15m 以上）のうち、87%程度以上は地方自治体が管理するものであるが、財源不足、技術者不足によって適切な措置が行われていない橋梁も存在するため、より低コストで橋梁の維持管理に資する技術の開発が必要とされている。
- 5)PC 橋梁の新設工事や、PC グラウト再注入工事における要領書や指針類に、非破壊試験（検査）手法を用いた詳細調査や品質管理について明記されるなど、非破壊試験手法に対する期待が高まっている状況である。
- 6) 非破壊での PC グラウトの充填評価には、例えば衝撃弾性波法では周波数解析などの高度な技量や経験が要求されるため、非破壊試験技術の使用者側からも簡便な測定手法の開発が望まれている。
- 7)機械的入力法を用いた PC グラウト充填評価手法は、測定が比較的簡便である反面、対象構造物の形状が板状でない場合には適用が難しいことや、2 段に配置された条件における背面側のシースのグラウト充填状況を検知できないという問題があり、部材の断面形状の影響を受けにくい評価手法の確立が課題である。
- 8)電磁的入力方法を用いた PC グラウト充填評価手法は、測定対象のシースを直接加振して信号（弾性波）を得られるという特徴があるが、シースが多段配置された条件などでは、従来使用されている指標では、適用が難しい場合があり、電磁的入力によって発生する弾性波の性質の解明や新たな指標値を用いた評価方法の確立が課題である。

参考文献

- 1) 国土交通省：橋梁現況総括表（表 40-2），道路統計年報 2020 橋梁の現況，平成 31 年 3 月 31 日．
- 2) 東・中・西日本高速道路会社：高速道路資産の長期保全及び更新のあり方に関する技術検討委員会 報告書，p.8 図 2.2.2 抜粋，平成 26 年 1 月 22 日．
- 3) 同上，pp.9-16，平成 26 年 1 月 22 日．
- 4) 同上，p.16 図 2.3.1 抜粋，平成 26 年 1 月 22 日．
- 5) 同上，p.47 図 4.6.9 抜粋，平成 26 年 1 月 22 日．
- 6) (一社)プレストレスト・コンクリート建設業協会：プレストレストコンクリート構造物の補修の手引き〔PC グラウト再注入工法〕，p.7，図 2.1.1 抜粋，2020 年 4 月．
- 7) 東・中・西日本高速道路会社：高速道路資産の長期保全及び更新のあり方に関する技術検討委員会 報告書，平成 26 年 1 月 22 日．
- 8) 国土交通省社会資本整備審議会 道路分科会：道路の老朽化対策の本格実施に関する提言，平成 26 年 4 月 14 日．
- 9) 首都高速道路：首都高速道路構造物の大規模更新の在り方に関する調査研究委員会提言，平成 25 年 1 月 15 日．
- 10) 阪神高速道路：阪神高速道路の長期維持管理及び更新に関する技術検討委員会提言，平成 25 年 4 月 17 日．
- 11) 東・中・西日本高速道路会社：高速道路資産の長期保存及び更新の在り方に関する技術検討委員会 報告書，p.64 図 4.8.2 より抜粋（一部加筆），平成 26 年 1 月 22 日．
- 12) (一社)プレストレスト・コンクリート建設業協会：プレストレストコンクリート構造物の補修の手引き〔PC グラウト再注入工法〕，pp.7-15，2020 年 4 月．
- 13) 国土交通省：道路橋の予防保全に向けた有識者会議，第一回 資料 2，平成 19 年 10 月 24 日．
- 14) 国土交通省 道路局 国道・技術課：橋梁等の 2019 年度（令和元年度）点検結果を取りまとめ～道路メンテナンス年報（2 巡目第 1 弾）の公表～より抜粋，令和 2 年 9 月 11 日．
- 15) 国土技術政策総合研究所：令和 2 年度国総研講演会資料，災害・メンテナンス分野での地方自治体支援より抜粋，令和 3 年 1 月 18 日．
- 16) (一社)プレストレスト・コンクリート建設業協会：プレストレストコンクリート構造物の補修の手引き〔PC グラウト再注入工法〕，2020 年 4 月．
- 17) 東・中・西日本高速道路会社：構造物施工管理要領，令和 2 年 7 月．
- 18) （公社）プレストレストコンクリート工学会：既設ポストテンション橋の PC 鋼材調査および，補修・補強指針，p23 解説表 3.3.1 に一部加筆，平成 28 年 9 月．
- 19) 岩野聡史，極檀邦夫，境友昭：衝撃弾性波法によるコンクリート内部欠陥探査，コンクリート工学年次論文集 Vol.24，No1，pp.1521-1526，2002．

- 20)山田雅彦，渡海雅信，中居陽子，大津政康：SIBIE による PC グラウト未充填部の検出性能の検討，コンクリート工学年次論文集，Vol.30，No.2，2008.
- 21)角田 蛸，内田慎哉，鎌田敏郎，宗像晃太郎：電磁パルス法に基づく PC グラウト充填評価手法の妥当性検証への動磁場解析および衝撃応答解析の適用，コンクリート工学年次論文集，Vol.32，No.1，2010.
- 22)大澤智，塩谷智基，木虎久人，樺山好幸：弾性波トモグラフィによる PC のグラウト充填評価，コンクリート構造物の補修，補強，アップグレード論文報告集，2014.10.
- 23)蒲和也，渡邊晋也，吉川直志，斉藤成彦：PC ケーブルの破断が PC 桁の耐荷性状に及ぼす影響，土木学会 構造工学論文集 Vol.66A，pp.725-732，2020.2.
- 24)(一社)iTECS 技術協会：iTECS 法規格 SIA-T00～T05，SIA-M01-M02，平成 25 年 7 月.
- 25)ASTM C1383-15 Standard Method for Measuring the P-Wave Speed and the Thickness of Concrete Plates Using the Impact-Echo Method
- 26)山下健太郎，境友昭：衝撃弾性波法を用いた PC 橋梁のシースの位置および充填度の検知，日本非破壊検査協会平成 17 年度秋季大会講演概要集，pp.37-40，2007.11.
- 27)青木圭一，渡邊晋也，三加崇，宮永憲一，睦好宏史：供用後 40 年経過した PC 桁の性状から推定される PC 橋の性能評価，土木学会論文集 E2 (材料・コンクリート構造)，Vol.71，No.3，pp.283-302，2015.
- 28)鎌田敏郎，内田慎哉，角田 蛸，佐藤浩二：実橋梁 PC 桁での非破壊試験による PC グラウト充填評価方法に関する研究，土木学会論文集 E2 (材料・コンクリート構造)，Vol.68，No.4，pp.238-250，2012.
- 29) A ELGAMAL， S HATTORI， K TERASAWA， T KAMADA：NONDESTRUCTIVE EVALUATION OF GROUTING CONDITION IN TENDON DUCTS IN PC MEMBERS BY ELECTROMAGNETIC RESPONSE OF STEEL SHEATHS AND BARS，Advances in Construction Materials Proceedings of the ConMat'20，Vol. 7-4，No. 29，2020.8.
- 30)服部晋一，木部大紀，寺澤広基，鎌田敏郎：機械的／電磁的入力での弾性波とコンクリート中鋼材の電磁的応答を統合した PC グラウト非破壊評価手法のための基礎評価，コンクリート構造物の補修，補強，アップグレード論文報告集，Vol. 18，pp. 243-248，2018.10.
- 31) 蔣 臣俊，服部晋一，寺澤広基，鎌田敏郎：各種要因が電磁パルス法による PC グラウト充填評価手法の評価精度に与える影響，コンクリート構造物の補修，補強，アップグレード論文報告集，Vol. 21，pp. 207-212，2021.10.

第3章 機械的入力方法における測定波形の位相に着目した評価指標の検討

3.1 はじめに

構造物の表面に鋼球打撃などの機械的な手段によって弾性波を入力し、その応答を同一表面で測定する方法では、表面を伝播する縦弾性波、及び、表面波の影響を適切に考慮し、その影響を加味した測定・解析を行うことが必要とされる。本章ではコンクリート表面の打撃によって発生する表面波の存在を前提とした測定手法を検討した。周波数を制御した疑似的なトーンバースト信号を入力すると、表面波としてコンクリート表面を伝播して受信点に到達する。この場合、測定波形の位相の時刻歴変化は入力した周波数に応じて一定であるが、内部空隙からの反射波など、別の信号が重畳すると、その時刻に測定波形の位相が変化することになる。本章では、測定波形の位相の変化に着目して、コンクリートの内部空隙、すなわち、グラウト未充填シースからの反射波の到来有無を判別する方法について検討を行った。3.2 節では、数値計算、及び、2次元差分法の波動方程式の数値解法を用いて、位相変化に着目した測定原理の成立性や、空隙検出の適用性、測定点配置について検討を行った。3.3 節では、疑似的なトーンバースト信号を入力する方法として、コンクリート表面に押付けた一定の長さの鋼棒の頭部を打撃することによって、鋼棒の長さ由来する周波数を持つ信号を入力する方法について検討した。次いで、実大 PC 桁を模擬して作製されたコンクリート供試体を用いて実験的な検討を行い、実構造物への適用性について検証を行った。

3.2 位相情報に着目した内部空隙探査

3.2.1 位相変化に着目した測定原理

3.2.1.1 位相変化に着目した内部空隙からの反射波の検知

コンクリート表面を鋼球打撃等の機械的な方法によって弾性波を入力する方法は、弾性波の入力面と測定面が同一であり、グラウト未充填部といった内部空隙が存在する場合、空隙からの反射波と表面波が重畳した波形が測定されることになる。内部空隙における反射波は、基本的には入力信号と同一の周波数を持つ波動であり、また表面波の周波数も入力信号の周波数と同じである。このように同一周波数を持つ波動が重畳する場合に、その重畳時刻を検出する方法として測定波形の位相変化を調べる方法がある¹⁾。また、鋼球打撃など、機械的（人工的）に発生する弾性波動は、因果性関数と呼ばれるものであり、波動の入力時刻（時刻 0）以前にその波形（関数）は存在せず、時刻 0 以前での振幅は 0 である。さらに、このような関数の振幅と位相の情報は、ヒルベルト変換（Hilbert transform）によって分離可能である。衝撃弾性波法によって生成される弾性波は、振幅、および、周波数が時間に対して一定でなく、振幅も時間の関数として与える必要がある。すなわち、任意の測定波形 $x(t)$

は式 (3.2.1) として記述される。

$$x(t) = A(t) \cos\{\omega(t)t\} \quad (3.2.1)$$

ここで、 A は振幅、 ω は振動数である。また、振幅と位相の時間関数を分離するためには、時間波形 $x(t)$ は、2 つの値からなる複素数でなければならない。つまり、

$$z(t) = x(t) + jy(t)$$

(3.2.2)

として、測定された実波形（実時間関数）は、複素関数 $z(t)$ の実部と考える。この場合、振幅及び位相の時間関数は、

$$\begin{aligned} A(t) &= \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2} \\ \theta(t) &= \tan^{-1} \frac{y(t)}{x(t)} \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

として与えられる。測定された実波形を、実部（Real）と虚部（Imaginary）に分離する方法としてヒルベルト変換があり、実波形の虚部を $\hat{x}(t)$ とすると、

$$\hat{x}(t) = x(t) * \frac{1}{\pi t} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (3.2.4)$$

すなわち、 $1/\pi t$ を畳み込む(Convolution:記号*)ことによって求められる。このようにして設定した信号 $z(t)$ のフーリエ変換では、

$$Z(f) = \begin{cases} 2X(f) & f > 0 \\ X(f) & f = 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases} \quad (3.2.5)$$

という性質がある。これを利用して、実測定波形のヒルベルト変換を求める場合、実測定波形を複素フーリエ変換し、負の周波数域の振幅を 0、周波数 0 での振幅を 1/2 として逆フーリエ変換すればよいことがわかる。

ここで、表面波の疑似信号として式 (3.2.6) のような信号を用いて位相変化時刻を調べる方法について検討を行う。

$$x(t) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ \exp(-\lambda t) A \sin \omega(t - t_0) & t \geq t_0 \end{cases} \quad (3.2.6)$$

信号の周波数を 10kHz で一定とした時刻歴波形を、図 3.2.1 に示す。周波数の時間変化がないため、式 (3.2.7) に示す、位相の単位時間当たりの変化量 θ' は時刻によらず一定となる。

$$\theta' \equiv \frac{\delta\theta}{\delta t} \quad (3.2.7)$$

図 3.2.2 は、図 3.2.1 の波形をヒルベルト変換して得られた位相の時間差分を示す。差分時間は、波形の離散化時間に等しく、ここでは $1.0\mu\text{s}$ である。したがって、 10kHz の信号では、単位時間当たりの位相の時間差分は 0.063rad 程度となる。図 3.2.1 の波形が立上る $200\mu\text{s}$ において、位相差分も急峻に変化しており、ヒルベルト変換によって波形の立上り時刻を検出できることがわかる。 $200\mu\text{s}$ 以降で、位相の時間差分が波打つ揺らぎが認められるが、これは、波形継続時間長さが有限であることに起因するフーリエ変換の誤差と考えられる。なお、位相差分の変動周期は、入力信号の周期と等しいため、時間変化は滑らかであり、波形の立上りのような急峻な位相時間差分の変化は生じない。

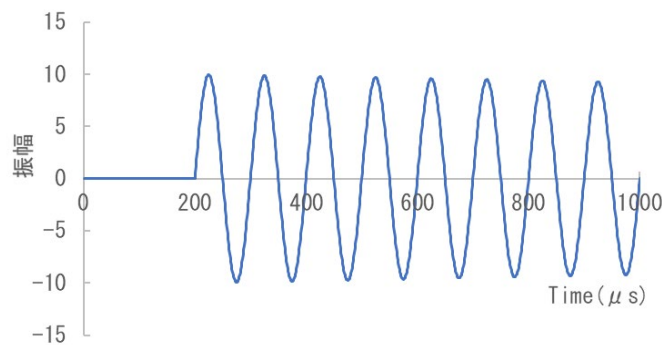


図 3.2.1 疑似表面波の波形

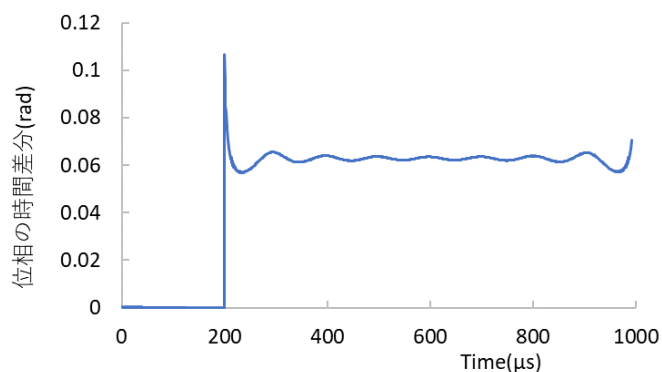


図 3.2.2 位相の時間差分

次いで、内部空隙からの反射波に相当する波形を生成した。波形の支配方程式は、式(3.2.6)と同じであるが、図 3.2.3 に示すように、波形の開始時刻を $300\mu\text{s}$ として、表面波の発生時刻から $100\mu\text{s}$ 遅らせている。また、振幅は表面波の $1/2$ とし、波形の減衰時間は表面波よ

りも速く設定した。図 3.2.4 は、2つの波形を合成した波形である。300 μ s 付近で振幅が大きくなっており、外来波（この場合は表面波に対しての外来波）の重畳を推察することができる。しかしながら、波形のみからでは、その根拠は与えられない。図 3.2.5 は、合成波形をヒルベルト変換して得た位相の時間差分を示すものである。200 μ s と 300 μ s に位相差分の極端な変動が認められ、それぞれ表面波の立上り、及び、反射波の重畳時刻を示している。以上より、測定波形の位相の時間変化に着目することで、内部空隙からの反射波の到来を検知できることが示された。

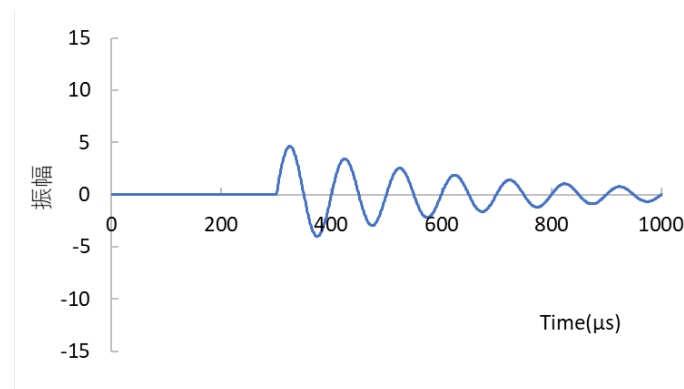


図 3.2.3 内部空隙における反射波の模擬波形

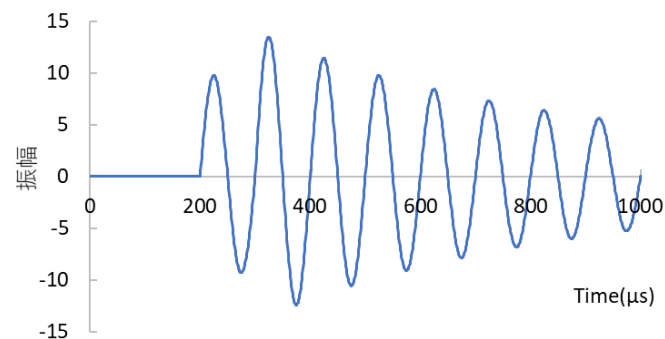


図 3.2.4 疑似表面波と反射波の合成波形

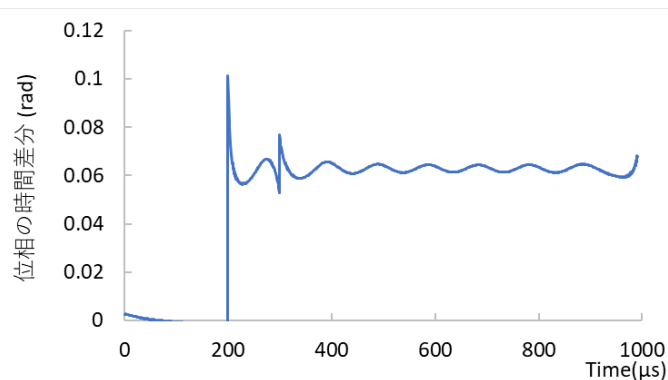


図 3.2.5 合成波形の位相の時間差分

3.2.1.2 弾性波の重畳についての検討

弾性体の表面を打撃して波動を発生させた場合、主に、表面波と縦弾性波、横弾性波が発生し、縦弾性波の一部は、測定面を伝播する波動となる。内部空隙からの反射波（縦弾性波）の到来を測定波形の位相の時間差分に着目して検知する方法では、受信点における複数の波動の重畳を考慮する必要がある。図 3.2.6 は、最初に振幅が 0.1 の縦弾性波が 100 μ s 後に到達し、次いで、振幅 1.0 の表面波が 200 μ s 後、更に 100 μ s 遅れて振幅 0.5 の内部空隙からの反射波が到来する、と仮定して合成した波形の位相の時間差分を示している。図より、それぞれの波動の到来時刻に位相差分の急激な変化が認められる。また、振幅が小さな反射波であっても、位相差分の変化には大きな影響を及ぼすことを意味し、位相差分の指標は振幅値の変化よりも反射波の検出能力が高いことを示している。

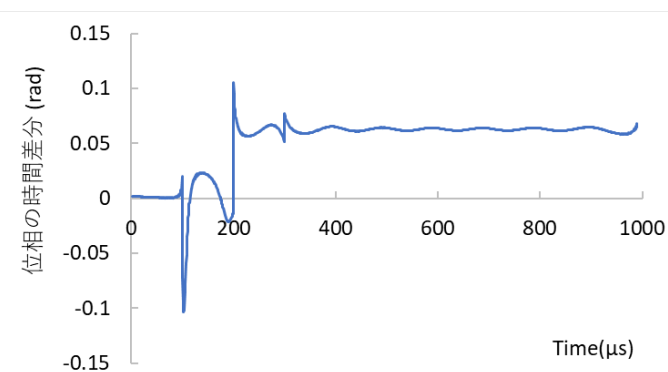


図 3.2.6 3種の波動が別時刻で重畳した場合の位相差分

3.2.1.3 入力信号の要件についての検討(同時到達点距離の検討)

図 3.2.7 に示すような、信号入力点、内部空隙、および、受信点の幾何学的な配置を考慮すると、表面波と内部空隙で反射した反射波が測定点に同時に到達する位置関係が存在

する。この位置での受信点を同時到達点と呼ぶ。同時到達点距離の検討が必要となるのは、測定波形の位相変化から反射波の到来時刻を分析する場合、予め伝播している表面波に反射波が重畳する必要があるためである。つまり、受信点が同時到達点距離から表面波の波長の1/2以内でないと、2つの波動の重畳の検知は難しいことになる。

内部空隙の深さを D 、信号入力点から内部空隙までの水平距離を L とし、信号入力点と受信点は、内部空隙に対して対称位置に配置されているとすると、表面波の伝播遅延時間は、表面波の伝播速度を c_R とすると、式 (3.2.8) で表される。

$$T_R = \frac{2L}{c_R} \quad (3.2.8)$$

反射波の伝播遅延時間は、縦弾性波の伝播速度を c_P とすると、式 (3.2.9) となる。

$$T_P = \frac{2\sqrt{D^2 + L^2}}{c_P} \quad (3.2.9)$$

図 3.2.8 は、内部空隙の深さを 160mm とした際の空隙からの入力点・受信点までの水平距離と、表面波、および、反射波の到達時刻を示している。距離が 110mm（入力点と受信点の距離：220mm）で、表面波と内部空隙からの反射波が同時に到達し、それ以降の距離では、内部空隙で反射した縦弾性波が先に受信点に到達するため、位相の変化から反射波の到来を検知することが難しくなる。しかしながら、実際の構造物の測定においては内部空隙の位置が不明であることが多く、測定前に同時到達点距離を決定することはできない。このため、入力信号をパルスではなく、一定時間一定の周波数を持つ連続波（トーンバースト信号）を入力することが必要となる。

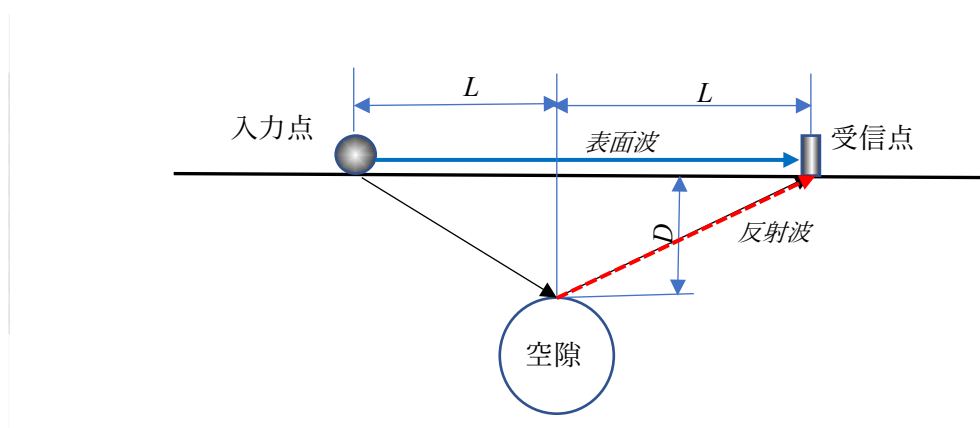


図 3.2.7 表面波と内部空隙による反射波の同時到達点距離

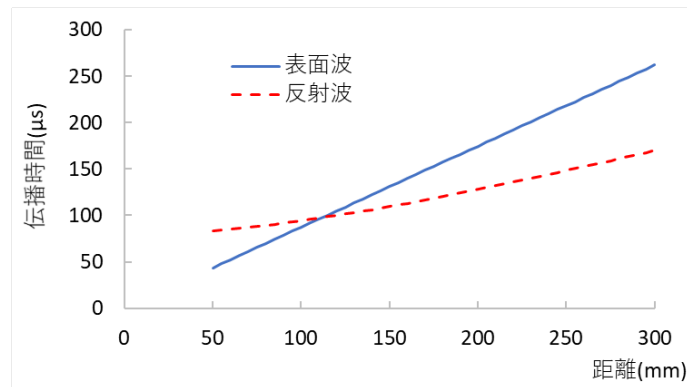


図 3.2.8 表面波と内部空隙からの反射波の走時

3.2.1.4 反射波の重畳後の位相変化

同一周波数の 2 つの波動の重畳について考察する。2 つの波動の位相差 θ は、受信点に到達する時間差を Δt とすると、式 (3.2.10) で表され、重畳した波形 $x(t)$ は、式 (3.2.11) で、その位相は式 (3.2.12) で表される。

$$\theta = 2\pi f \Delta t = \omega \Delta t \quad (3.2.10)$$

$$x(t) = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin (\omega t + \omega \Delta t) \quad (3.2.11)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{A_1 + A_2 \cos \omega \Delta t}{A_2 \sin \omega \Delta t} \quad (3.2.12)$$

図 3.2.9 は、式(3.2.12)について、周波数を 10kHz、2 つの波動の振幅 $A_1 = 1$ 、振幅 $A_2 = 0.1$ として図示したものであるが、2 つの波動の位相差は本来の周期(100 μ s)の 1/2 の整数倍となる時、位相が急激に反転することが示されている。図 3.2.10 には、重畳波の位相を $\pi/2$ 、及び、 π ずらして合成した波形の位相の時間変化を示す。図より、位相の変化は波動が重畳したその時刻のみに発生し、その後は位相差を保って継続することになる。つまり、位相の時間差分は、位相変化時刻を除くと、同一周波数の合成では一定となる。この原理から、内部空隙などからの反射波の重畳の有無を判定する場合、位相の時間差分の急激な変化時刻及びその時刻以降での位相のずれを指標とすることができる。ただし、位相のずれは、構造物の側面からの反射波の到来などによっても生じるため、実構造物への適用に際しては、基準となる健全状態での位相関数を把握する必要があり、掃引測定を行うなどの測定方法が求められる。

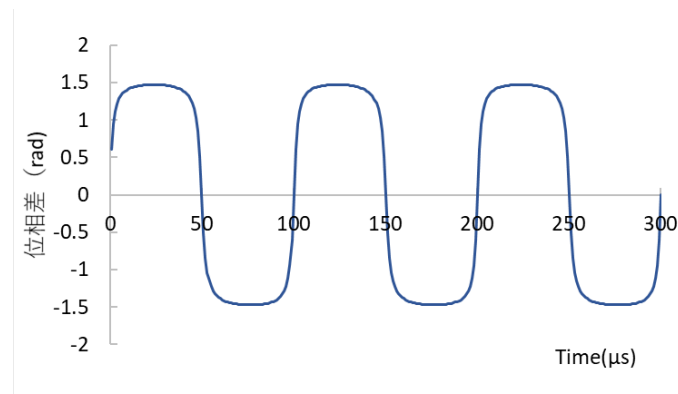


図 3.2.9 重畳波の時間遅れと観測される位相差の関係

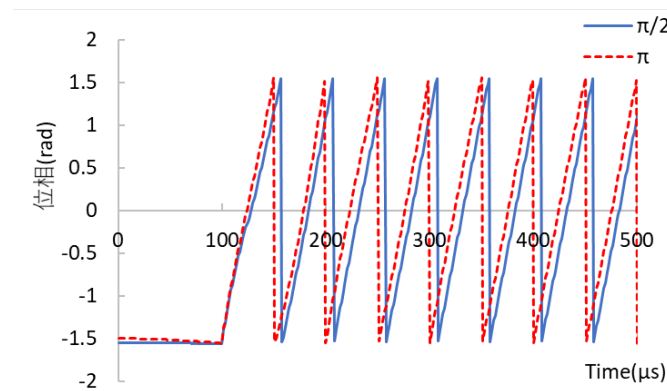


図 3.2.10 2つの波の重畳時刻による位相変化

3.2.2 内部空隙の位置と位相差分の変化についての検討

前項では表面波に同一周波数の反射波が重畳した時刻で位相差分（単位時間当たりの位相の変化率）が変化することが明らかになった。ここでは、数値計算によって、空隙の位置と測定点の関係についての検討を行った。数値計算には、2次元固体内の弾性波動の有限差分法による解法²⁾（以降、2D-Wave）によって行った。なお、2D-Waveの詳細については、巻末（Appendix）に示している。

検討は、図 3.2.11 に示す計算領域について 2D-Wave を用いて行った。入力信号には 10kHz の周波数が 10 波分継続するトーンバースト信号を用い、計算開始から 62.5μs 後に印加した。弾性波の応答は、信号入力点から 50mm, 100mm, 150mm, 及び、200mm となる点で計算した。計算パラメータは表 3.2.1 に示す通りであり、差分時間間隔 0.5μs, 計算時間長、0.5ms (1,000 ステップ) とした。なお、計算波形には、数値計算によるノイズが混入してしまうことがあり、これを除去する目的で、移動平均フィルタ(片側時間幅 10μs の三角波)を施した。位相差分は、計算波形の前に 128 個、後ろに 920 個の 0 を追加して 2048 個のデータ長とした後、ヒルベルト変換で測定波形の位相成分を求め、

$$\Delta\theta_i = \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\Delta t} \quad (3.2.13)$$

として計算したものである。測定した信号が正弦波のみであれば、位相の変化は一定であり、計算に使用した 10kHz では、0.5 μ s 当たり 0.0314rad となる。また、これまでの検討によって同一周波数であっても、位相の異なる信号が重畳すると、その瞬間に位相差は大きく変化することがわかっている。図 3.2.12 は、空隙が無い場合の各受信点での計算波形の位相差分の時間変化を示したものであり、凡例は信号入力点からの距離を示す。空隙がない場合、測定される波動は、表面を伝播する縦弾性波と表面波（レーリー波）であり、波形の立上り（縦弾性波の到来）時刻によって位相差分に変化が生じ、次いで、表面波が縦弾性波と重畳する時刻で変化している。図 3.2.12 の入力点から 50mm の受信点では、縦弾性波の到来によって、約 70 μ s に位相差分が変化し、次いで 100 μ s 付近から 0.03rad の位相差となっている。理論的には、その時刻以降では位相差分は一定となるはずであるが、数値計算の誤差などの影響によって、位相差分は緩やかに変動している。測定距離が長くなると、表面波の到達時刻が縦弾性波の到達時刻から遅れる時間が長くなり、位相差分の立上り時刻、急激な位相差分の変化時刻も遅くなる傾向を示している。

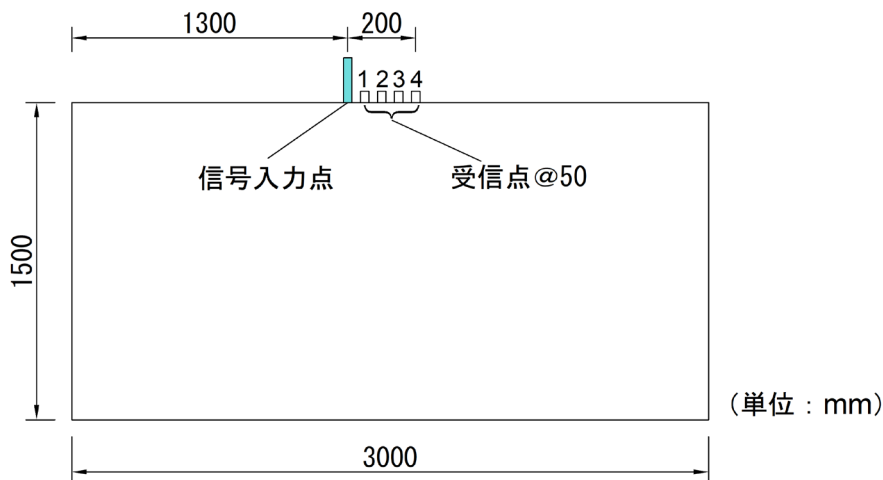


図 3.2.11 2D-Wave 数値計算モデル

表 3.2.1 数値計算パラメータ

パラメータ	値	パラメータ	値
縦波速度	4,000m/s	メッシュ間隔	10mm
横波速度	2,320m/s	横メッシュ数	2000
差分時間間隔	0.5 μ s	縦メッシュ数	1000

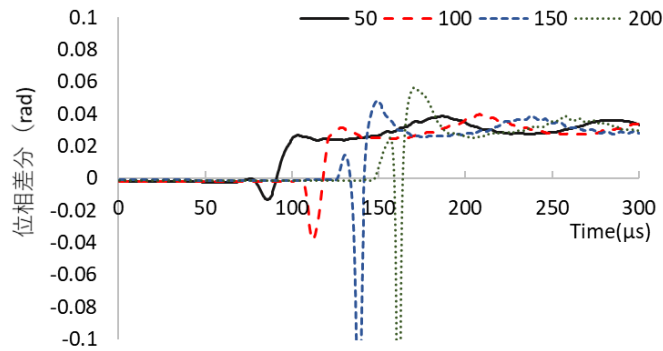


図 3.2.12 入力点からの距離と位相差分（空隙無し）

図 3.2.13 には、信号入力点から右に 200mm、深さ 50mm の位置に 40mm×40mm の空隙がある場合の各受信点における測定波形の位相差分を示している。入力点から 150mm の受信点では、240 μ s、入力点から 200mm の受信点では、270 μ s 付近に、図 3.2.12 の空隙無しの場合とは異なる位相差分の変化がみられる。これは、空隙からの反射波によって位相差分に瞬時変化が生じたものと推定することができる。しかしながら、その変化は小さく、判断に客観的根拠を与えるほどには至らない。図 3.2.14 には、空隙のかぶりを 100mm として計算した位相差分を示すが、かぶり 50mm の場合と同様の傾向が確認された。

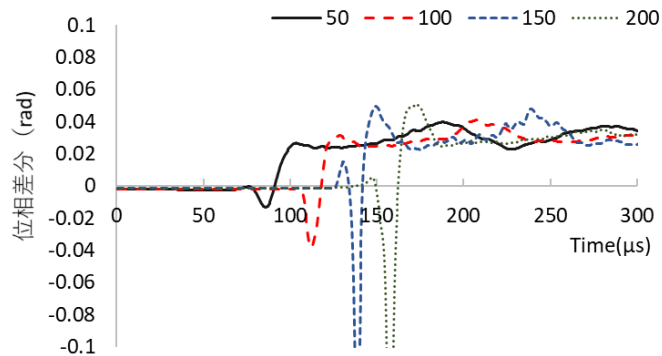


図 3.2.13 入力点からの距離と位相差分（入力点から 200mm、深さ 50mm に空隙）

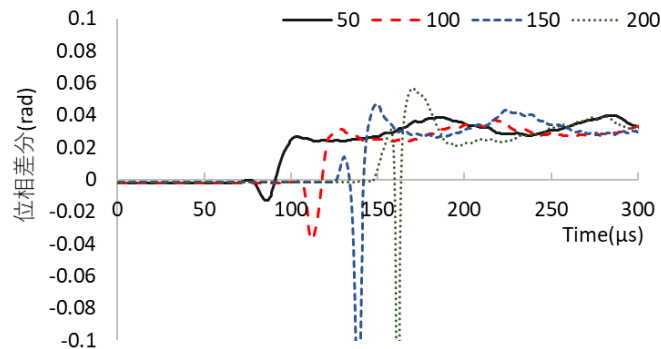


図 3.2.14 入力点からの距離と位相差分（入力点から 200mm，深さ 100mm に空隙）

図 3.2.15 は，信号入力点から 50mm，深さ 100mm に 40mm×40mm の空隙がある場合の位相差分である。入力点からの距離が 50mm，100mm の受信点では位相差分に大きな変化は無いものの，150mm，200mm の受信点では，位相差分に顕著な変化が見られる。特に入力点からの距離，200mm では，170 μ s 近傍で大きな位相差分変化があり，この時刻で，異なる波動の重畳があったものと考えることができる。

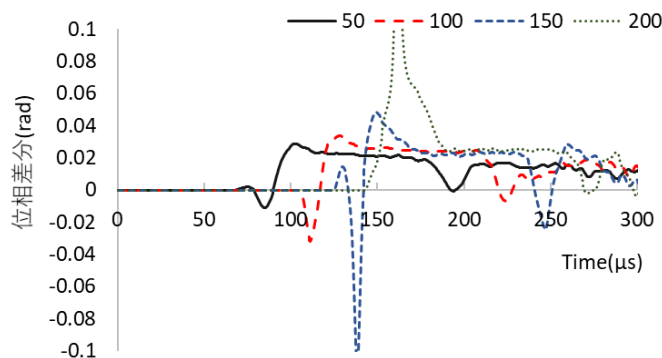
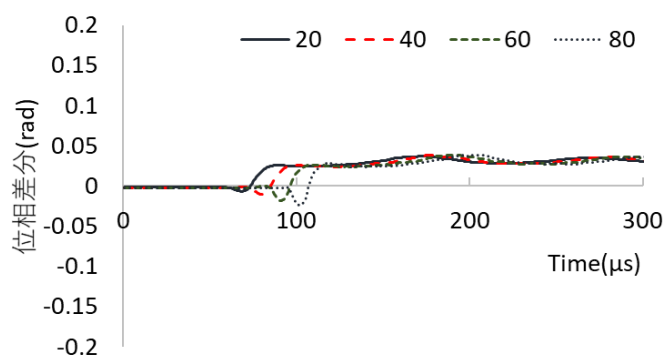


図 3.2.15 入力点からの距離と位相差分（入力点から 50mm，深さ 100mm に空隙）

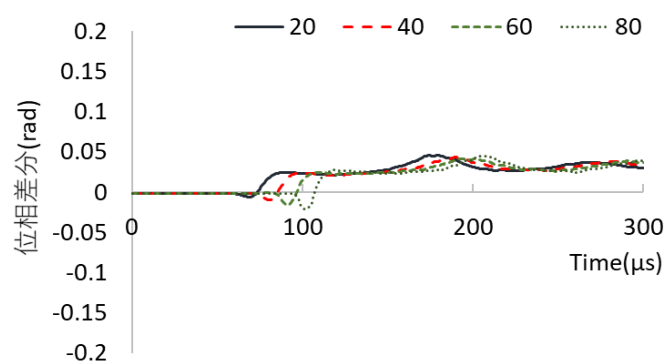
3.2.3 内部空隙の直上に信号入力点がある場合の検討

前項では，信号入力点から空隙および，受信点までの距離について検討を行った。ここでは，信号入力点が空隙の直上にあり，また近接位置で波動応答を測定する場合について検討する。応答波形は 2D-Wave 用いて計算した。図 3.2.16 は，空隙が無い場合とある場合（深さ 100mm に 40mm×40mm）の位相差分の時間変化の比較であり，凡例は信号入力点と受信点の距離を示している。図 3.2.16(a)と(b)の比較から明らかなように，空隙がある場合には入力点からの距離が 20mm で 170 μ s 付近，入力点からの距離 80mm では 210 μ s 付近にローカルピークが見られる。また，このピークの発生時刻は，測定距離に応じて遅くなる傾向

を示しており、これから、空隙による反射波の到来によって、位相差分に変化が生じていることがわかる。



(a) 空隙無し



(b) 空隙（深さ 100mm）直上に入力点

図 3.2.16 入力点と受信点の距離と位相差分

3.2.4 空隙の大きさと位相差分の変化率の関係

空隙の大きさが位相差分の変化に及ぼす影響について検討を行った。検討は図 3.2.17 に示すように、空隙の中央直上の測定表面を信号入力点とし、深さ 50mm に位置する空隙の大きさを 40mm×40mm, 60mm×60mm, 及び, 80mm×80mm と変化させた場合の位相差分の計算結果を示す。計算には 2D-Wave を用いて行い、入力信号は、10kHz-10 波のトーンバースト信号を用いた。受信点の位置は、入力点から 20mm の位置から 20mm 間隔で 80mm までとした。図 3.2.18 には、位相差分の時間変化を示す。空隙の深さは、50mm と比較的浅いため、図 3.2.18 (a) においても、空隙からの反射波が到来した時刻に位相差分の変化があることがわかる。この位相差分の変化は、空隙の大きさが大きくなるほど顕著となる傾

向を示し、 $60\text{mm} \times 60\text{mm}$ では、 $137\mu\text{s}$ と $187\mu\text{s}$ に測定距離 20mm での位相差分の急激な変化が見られる。空隙位置が浅いことから、2 波目での干渉が生じているものと理解される。また、 $80\text{mm} \times 80\text{mm}$ では、 $237\mu\text{s}$ にも同様の位相差分の著しい変化があり、3 波目での干渉があったものと考えられる。位相差分の変化の向き(位相差分が増加する方向に変化するか、減少する方向に変化するか)が $80\text{mm} \times 80\text{mm}$ 空隙の計算結果（図 3.2.18 (c)）より、入力点から 20mm の位置ではその他の計算結果と逆向きとなっているが、これは、空隙の平面的な広がりが大きいため、異なった位相の反射波が到来したことによるものと考えてよい。いずれにしても、この一連の数値計算の結果では、空隙が大きいく程、位相差分の変化が大きくなることが示されている。

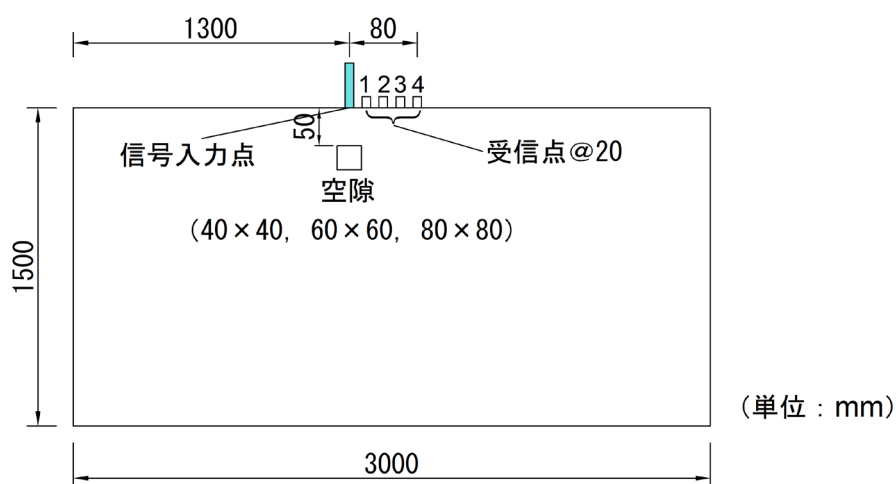
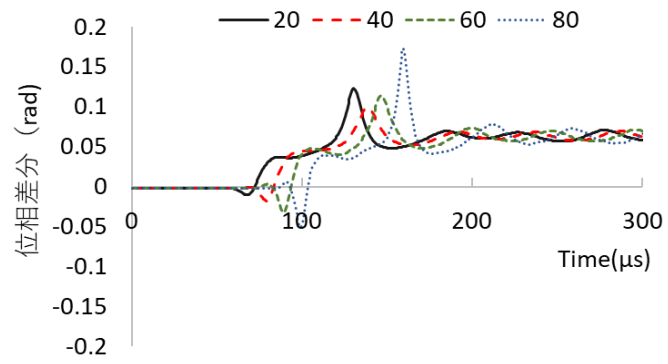
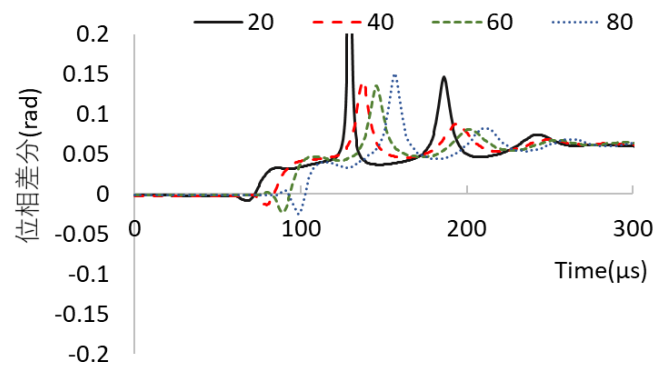


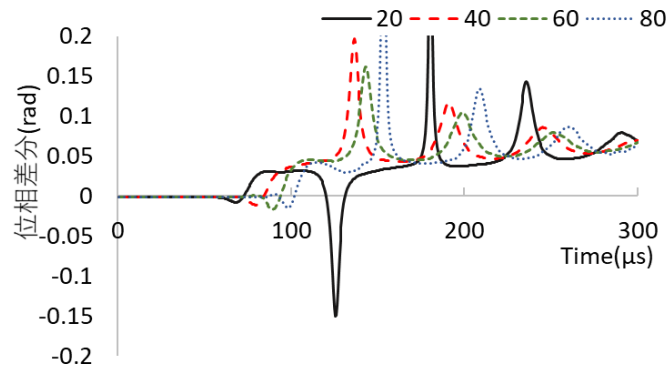
図 3.2.17 空隙サイズの影響検討モデル



(a) 空隙 40mm × 40mm



(b) 空隙 60mm × 60mm

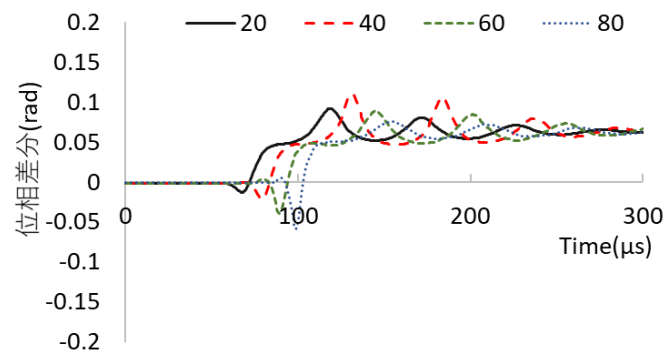


(c) 空隙 80 × 80mm

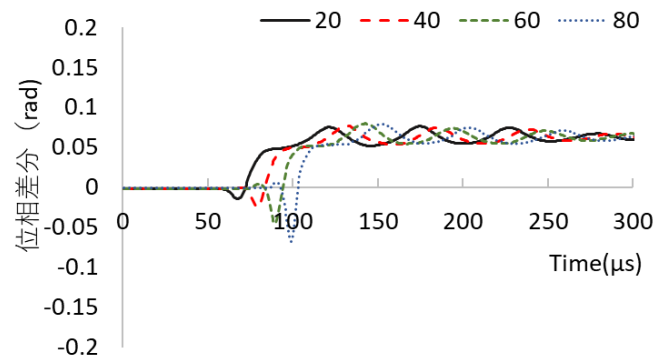
図 3.2.18 空隙サイズと位相差分（空隙直上に入力点，空隙かぶり 50mm）

3.2.5 空隙の深さと位相差分の変化率の関係

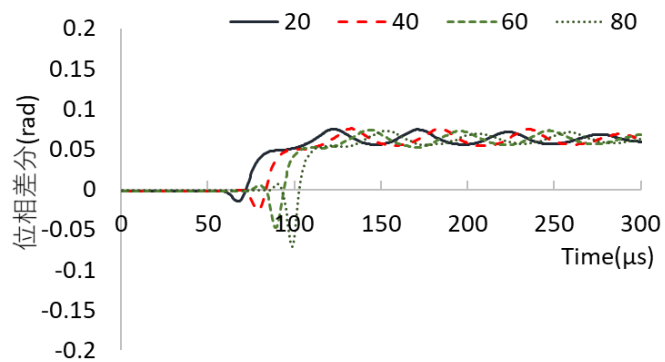
前項の検討では、測定波形の位相差分に生じる変化の大きさは、空隙の大きさ、つまり、反射波の振幅の大きさに関係し、振幅が大きい程、位相差分が大きくなる傾向を示すことが確認された。このことは、空隙が深い位置にある場合ほど、反射波の振幅が小さくなり、位相差分の変化量も小さくなることを意味する。空隙寸法を 60mm×60mm として、2D-Wave を用いて空隙深さとの関係を計算した事例を図 3.2.19 に示す。図では、空隙深さ 100mm から示しているが、空隙深さ 50mm の計算結果は、図 3.2.18 (b) としてすでに図示している。図から明らかなように、位相差分の変動量は、空隙深さが増すことによって減少していることがわかる。測定距離 20mm での計算結果を表 3.2.2 にまとめている。表より、空隙深さ 50mm の場合は、変動が観測される時刻および、変動量が他の事例とは異なる。これは、空隙深さ 50mm に対して、空隙寸法が 60mm であり、板振動のような、表面波、縦弾性波の重畳では説明できない振動が発生して影響したものと考ええる。また、100mm 以深では、空隙位置が深くなるほど、位相差分の変動時刻が遅くなり、また変動量も小さくなる傾向が示されている。



(a) 空隙深さ 100mm



(b) 空隙深さ 150mm



(c) 空隙深さ 200mm

図 3.2.19 空隙かぶりが異なる場合での位相差分変化

表 3.2.2 受信点 20mm での位相差分の変化時刻および変化量

空隙深さ (mm)	位相差分の変化時刻 (μ s)	位相差分の変化量 (rad)
50	129.5	0.490
100	118.5	0.092
150	126.0	0.072
200	127.5	0.071

3.3 実験的検討

3.3.1 測定装置

3.3.1.1 疑似トーンバースト信号の入力装置

弾性波の位相の変化から内部空隙からの反射波を検知するためには、一定時間、一定の振動数が継続するトーンバースト信号状の弾性波を入力する必要がある。既往の研究³⁾により、**図 3.3.1**に示すように、コンクリート表面に鉛直に設置した鋼棒の頭部端面を鋼球で鉛直に軽打することによって制御した周波数の信号を入力できる可能性が示されている。これは、鋼球の衝突によってプランジャー頭部に印加された半波正弦波状の打撃力が、1次元弾性棒と見なせる鋼棒内を多重反射することによって、鋼棒の長さに対応する固有振動数が生成することになり、鋼棒の先端を介してコンクリート中に伝播させるものである。従って、鋼棒の長さを変化させることにより、入力する周波数を制御した疑似的なトーンバースト信号を入力することが可能になる。

ここで、鋼球の打撃によって生成する固有振動数の周波数 f は、式(3.3.1)で表される。

$$f = \frac{c_p}{2L} \quad (3.3.1)$$

ここで、 c_p は鋼棒の縦弾性波速度、 L は 鋼棒の長さである。

測定に使用した疑似的なトーンバースト信号の入力装置を**図 3.3.2**に示す。鋼棒はステンレス製、直径 16mm、長さ 125mm、先端 R は 31.5mm であり、およそ 20.4kHz の疑似的なトーンバースト信号の入力が可能である。なお、トリガ信号の取り出しのため、鋼棒先端付近にプリアンプ型の歪みセンサを接着している。

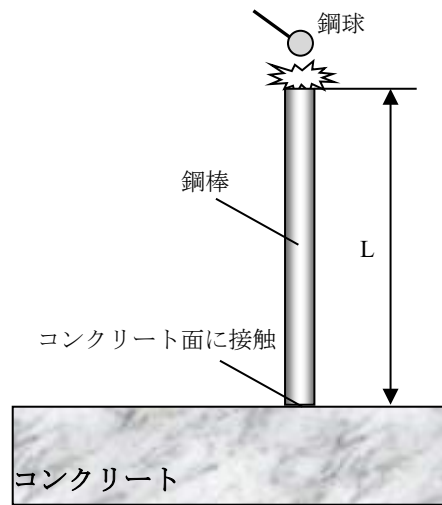


図 3.3.1 疑似トーンバースト信号の入カイメージ



図 3.3.2 疑似トーンバースト信号入力装置

3.3.1.2 波形収録装置

入力した弾性波の応答の測定には、周波数特性のそろった加速度センサを用いた。波形の収録装置の外観を図 3.3.3 に示す。装置は、本体部、制御用 PC、及び、加速度センサから構成される。アンプ部は 2mA, 20V 定電流駆動付きで、最大入力は $\pm 1.0V$ で、8ch の仕様である。加速度センサはアンプ内蔵型、 $10.2mV/(m/s^2)$ 、周波数範囲 $0.2 \sim 20,000Hz$ ($\pm 3dB$) を用いた。



図 3.3.3 波形収録装置の外観

3.3.2 供試体概要

実験は、PC 桁の下フランジ部を模擬して作製された実大コンクリート供試体を用いて行った。図 3.3.4 に供試体の全景、図 3.3.5 に供試体の断面を示すが、供試体全長は 7.5m で 1.5m ごとに下フランジ部に配置されたシース（鋼製、呼び径 45mm、9 本）の充填率を変え、設計圧縮強度 30N/mm^2 の普通コンクリートで作製されたものである。なお、100%充填シースは、供試体コンクリート打込み前に、あらかじめ縦置きした状態で充填・硬化させたものを配置しており、供試体作製に伴うグラウト充填不良の可能性は極めて低い。実験は、図 3.3.5 (b)に示す断面のシース No.6 を対象に下フランジ下面から測定を行った。



図 3.3.4 PC 桁模擬供試体の外観

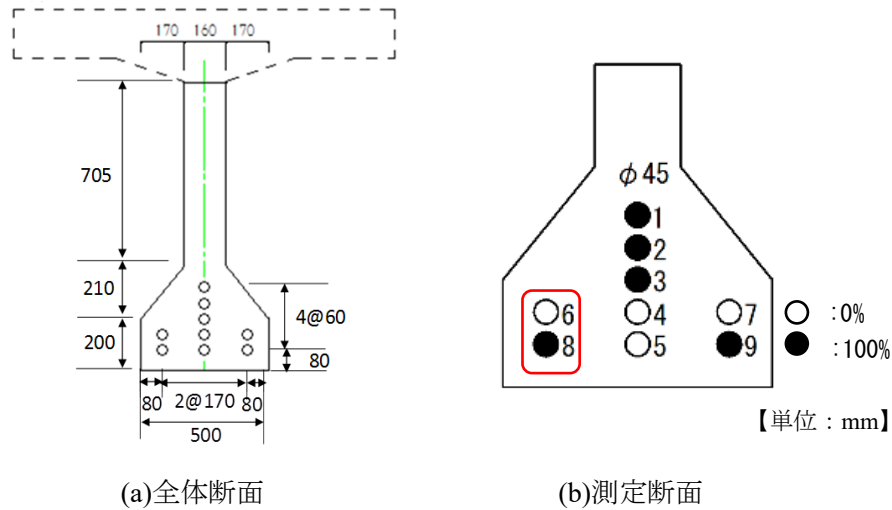


図 3.3.5 PC 桁模擬供試体の断面

3.3.3 測定条件

測定は、図 3.3.6 に示すように、シース No.6 の直下のコンクリート表面に鋼棒を鉛直に押付けて疑似的なトーンバースト信号を入力した。弾性波の応答の測定は、入力点からシース延長と直交方向に 100mm 離れた位置に加速度センサを接着して行った。測定は、サンプリング時間間隔 1.0 μ s で 5.0ms 間行った。

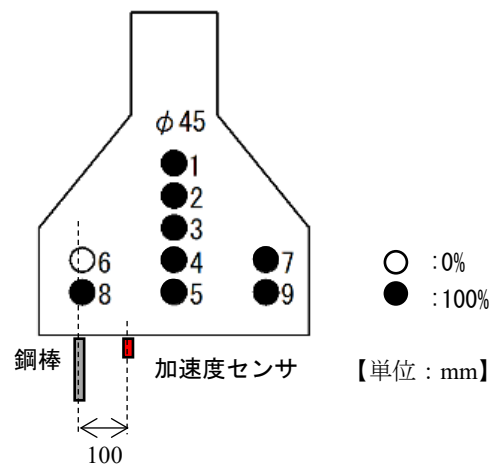


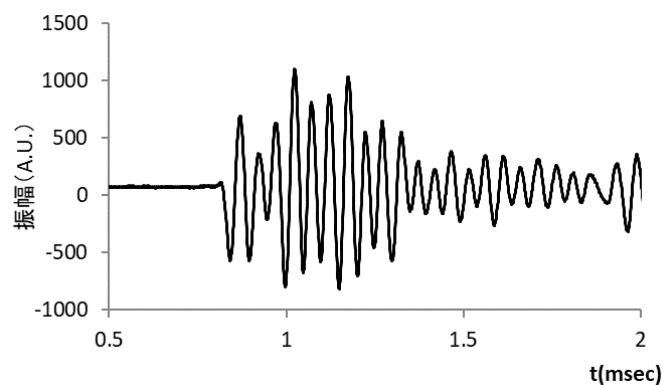
図 3.3.6 測定点配置

3.3.4 測定結果

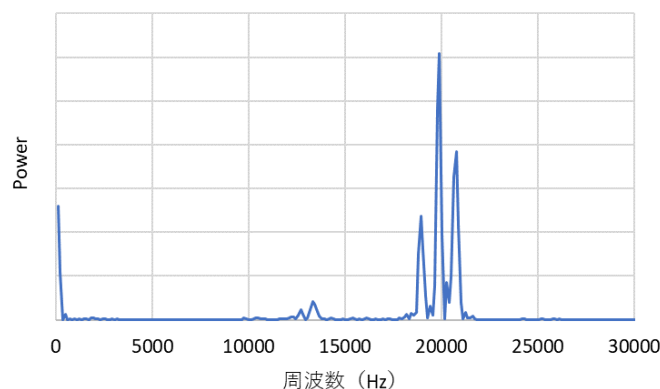
実大の PC 桁を模擬した供試体において測定した波形、および、FFT によって求めた周波数スペクトルを図 3.3.7 に示す。また、ヒルベルト変換によって計算した位相変化を図 3.3.8 に示す。図 3.3.9 は式 (3.2.13) によって求めた、単位時間当たりの位相の変化を示

す。図 3.3.7 (a) より、コンクリート表面に接触した鋼棒を打撃する入力方法により、概ね安定した周期の信号が継続して入力されているように見受けられ、FFT による周波数解析結果 (b) から、鋼棒長さに相当する 20kHz の信号が卓越していることが確認された。

図 3.3.9 より、測定波形の位相差分には、著しく変化する点がいくつも見うけられたが、最初のピークの時刻 (図中矢印)、および、供試体のウェブ部材で測定した一次共振周波数と部材厚さの関係から求めた弾性波速度を用いて反射位置を計算したところ、実測値 120mm のかぶりに対し、132mm という結果を得た。したがって、実大のコンクリート供試体においても、鋼棒打撃によって、制御した周波数の疑似トーンバースト信号を入力し、位相差分の変化から、反射波の到来を検知する方法について、適用性が確認された。一方で、弾性波の伝播経路が複数存在する構造物では、位相差分の変化時刻が複数になるため、客観的にこれらを説明できることが必要であるという課題も明らかになった。



(a) 測定波形



(b) 測定波形の周波数解析結果 (FFT)

図 3.3.7 実大 PC 桁模擬供試体の測定波形と測定波形の周波数スペクトル

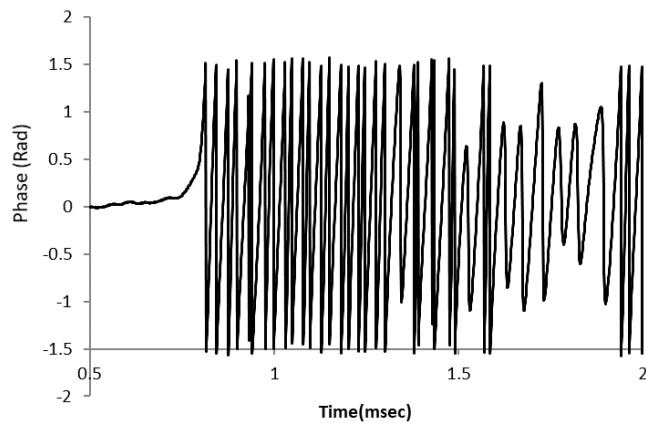


図 3.3.8 実大 PC 桁模擬供試体の測定波形の位相変化

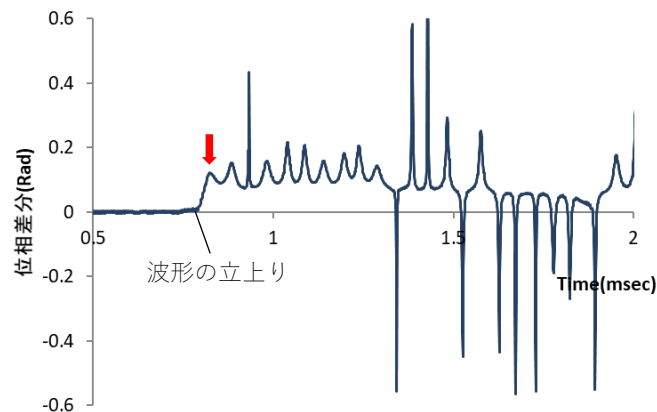


図 3.3.9 PC 桁模擬供試体における測定波形の位相差分変化

3.4 まとめ

- (1)測定波形の位相変化に着目して内部空隙からの反射波の到来の検知について、理論的・解析的な検討を行い、単一の周波数の信号に別の信号が重畳するとその時刻に位相が変化することを確認した。
- (2) 単一の周波数を用いた測定を行う場合、単位時間当たりの位相の変化率は一定であることから、反射波の混入を検知するのに、位相差分に注目する方法が有効であることがあきらかになった。
- (3) 位相の変化に着目する方法では、振幅が入力波形の 1/10 程度の微弱な反射波であっても明瞭に検知できることが明らかになった。
- (4)反射波の重畳による位相の変化は、空隙の大きさが大きいほど、かぶりが小さいほど変化が大きくなることが明らかになった。
- (5)単一の周波数の疑似的なトーンバースト信号は、コンクリート表面に押し付けた鋼棒の

頭部を鉛直に打撃することによって入力可能であることを確認した。

- (6)PC 桁のフランジ部を模擬した実大コンクリート供試体実験において、かぶり 120mm のシース位置に相当する時刻に、位相差分の変化が見うけられ、実際の構造物においても、周波数スペクトルに依らずに、未充填シースのグラウト充填状況を検知できる可能性が示された。
- (7)位相の変化は、入力信号と異なる信号が重畳したタイミングに生じるため、測定時間中に部材端部からの反射波が重畳するような条件では、複数の位相変化が観測される。このため、掃引測定を行うなど、内部空隙（未充填シース）による位相の変化であるかを判断するための工夫が必要である。

参考文献

- 1) 山下健太郎，炭谷浩一，境友昭：弾性波の位相変化に着目した内部欠陥からの反射波の検出，土木学会第 71 回年次学術講演会，V-457，2016.
- 2) 山下健太郎，境友昭：2 次元差分方程式の差分解法及びひび割れ深さ測定方法の検討，コンクリート工学年次論文集，Vol.38，No.1，pp2115-2120，2016.
- 3) 炭谷浩一，池端秀幸，山下健太郎：衝撃弾性波法における入力信号周波数制御方法，日本非破壊検査協会平成 27 年度秋季大会講演概要集，pp.53-56, 2015.11.

第4章 機械的入力方法における測定波形の振幅に着目した評価指標の検討

4.1 はじめに

第3章では表面波の存在を前提として、周波数を制御した疑似的なトーンバースト信号を入力し、測定波形の位相の変化に着目することで、コンクリートの内部空隙、すなわち、グラウト未充填シースからの反射波の到来有無を判別する方法について検討を行った。実大コンクリート供試体実験の結果から、内部空隙以外に重畳する反射波の影響など、実構造物への適用に際しての課題もいくつか明らかになった。本章では、表面波の影響を排除することによって、内部空隙からの反射波の到来を分析する方法について検討を行った結果を報告する。既往の研究において、服部らは、シースと直交する方向に複数のセンサを配置して、音響伝達関数を用いて、表面波の影響を低減する方法を報告している¹⁾。本章では、より簡便に表面波の影響を排除する方法として、入力点から対称・等距離となる位置に設置した受信点における測定波形の差分を計算する方法を検討した。信号入力点と2つの受信点からなる測定ユニットをシースと直交方向に掃引測定を行う場合、測定波形の振幅差分に着目すると、片側の受信点に未充填シースからの反射波が到来した際に、差異が生じ、入力点がシースの直上となる測定条件では、再び差分振幅が0になることを確認し、未充填シースからの反射波を検知できることが明らかになった。4.2節では、解析的な方法により、差分振幅に着目した測定原理の成立性や、空隙のかぶりや大きさに対する適用性、測定点と入力点の間隔等について検討を行った。また、入力信号の継続時間中に、未充填シースからの反射波が受信センサに到達するような条件においては、パルス状の信号も入力信号として適用可能であることが明らかになった。4.3節では、2次元の理想的な弾性体モデルとしてMCナイロン製の供試体や、3次元のモデルとなるコンクリート製の板状の供試体、PC桁下フランジ部を模擬したコンクリート供試体を用いて実験的な検討を行った。パルス信号を安定して入力するための検討も行い、入力位置に接触させた鋼球を同程度の質量の鋼球で打撃することが有効であることがわかった。その結果、PC桁下フランジ部のような板状でない断面形状の部材においても、周波数解析によらずにグラウト未充填のシースを検知できることを確認した。

4.2 振幅情報に着目した内部空隙探査の検討

4.2.1 振幅差分に着目した測定原理

測定対象構造物の少なくとも表面近傍が等方等質であるとみなせる場合、測定表面の一点で入力された弾性波のうち、表面を伝播する波動は、入力点を中心とする同心円状に伝播する。このことは、信号入力点から対称・等距離となる位置に複数の測定点を配置し、その測定波形相互の差分を求めると、表面を伝播する弾性波は相殺されることを意味している。

図4.2.1のように、信号入力点と測定点を配置する。図では、4つの測定点を設定してい

るが、基本的には入力点に対して対称な2点でもよい。図において、測定点番号を左側から1, 2, 3, 4とすると、信号入力点から見た場合、測定点1と4, 2と3が信号入力点に対して幾何的に対称・等距離位置となる。

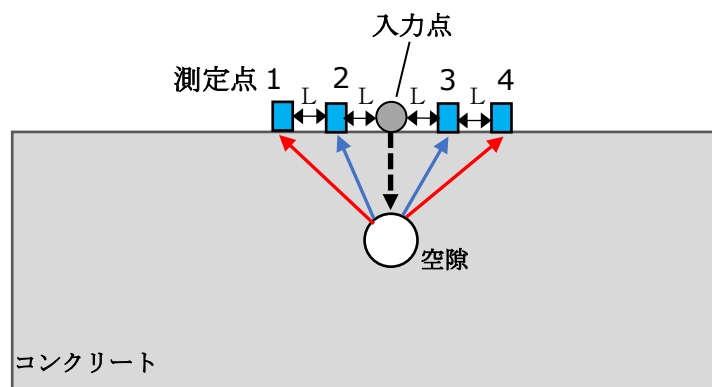


図 4.2.1 信号入力点・測定点の配置

このような測定点の配置を行い、1つの内部空隙の直上で信号を入力した場合、表面を伝播する弾性波、および、コンクリート内部を伝播し、内部空隙で反射する縦弾性波とも、測定点1, 4の対、また測定点2, 3の対では、すべての波動が同位相となる。すなわち、対となる測定位置での波形の位相差がほぼ0となることは、(a)内部空隙がない、又は、(b)内部空隙があり、信号入力点とその直上でなされている、という場合である。内部空隙が無い場合には、すべての信号入力位置で、対となる測定点の位相差は0であるはずであるから、掃引測定することによって、(a)と(b)のケースを判別することは可能である。

図 4.2.1 のような信号入力点・測定点の配置において、内部空隙位置と信号入力点の位置にオフセットがある場合の波動の伝播について、インパルス応答を用いて検討した。

線形系での測定信号(出力)は、入力信号と伝達関数の積によって説明される。時間軸上では、伝達関数の逆フーリエ変換に相当するインパルス応答を用いる。この場合の出力信号は、式(4.2.1)で表される。

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau \quad (4.2.1)$$

ここで、 x は入力信号の時間波形、 h がインパルス応答である。鋼球等の打撃によって入力される信号は、因果性関数なので、式(4.2.1)の積分範囲は、 $[0, T], T \rightarrow \infty$ に限られる。

表面波のインパルス応答は、式(4.2.2)で表される。

$$h(t) = \frac{a}{\sqrt{L}} \left| \begin{array}{l} t = \frac{L}{c_R} \\ t \neq \frac{L}{c_R} \end{array} \right. \quad (4.2.2)$$

$$h(t) = 0 \left| \begin{array}{l} t = \frac{L}{c_R} \\ t \neq \frac{L}{c_R} \end{array} \right.$$

ここで、 L は信号入力点から測定点までの距離、 c_R は表面波の伝播速度である。係数 a は、弾性波が伝播する過程での幾何減衰による振幅変化である。振動速度の応答振幅は、伝播距離の平方根に反比例するとしているが、これは表面波の伝播距離による幾何減衰は、エネルギー基準で距離に反比例するものの、速度振幅はエネルギー値の平方根に比例するからである。また、内部空隙による反射波のインパルス応答は、縦弾性波の伝播速度を c_P として式 (4.2.3) で表される。

$$h(t) = \frac{b}{\sqrt{D^2 + x^2} + \sqrt{D^2 + (x \pm L)^2}} \left| \begin{array}{l} t = \frac{\sqrt{D^2 + x^2} + \sqrt{D^2 + (x \pm L)^2}}{c_P} \\ t \neq \frac{\sqrt{D^2 + x^2} + \sqrt{D^2 + (x \pm L)^2}}{c_P} \end{array} \right. \quad (4.2.3)$$

$$h(t) = 0 \left| \begin{array}{l} t = \frac{\sqrt{D^2 + x^2} + \sqrt{D^2 + (x \pm L)^2}}{c_P} \\ t \neq \frac{\sqrt{D^2 + x^2} + \sqrt{D^2 + (x \pm L)^2}}{c_P} \end{array} \right.$$

ここで、 x は、内部空隙の位置から信号入力点までの距離である。打撃によって入力される振動速度成分は、図 4.2.2 のようになる。図は、打撃力継続時間 $100 \mu s$ (入力周波数 $10 kHz$) の場合を表している。コンクリート表面が弾性体としてみなせる時、打撃力波形 (力、変位) は、上に凸なピークを一つ持つ半波正弦波状の波形となり、速度成分は変位成分の時間微分であるからこのようになる。図 4.2.4 は、図 4.2.2 の入力波形と式(4.2.2)、式(4.2.3)のインパルス応答を畳み込んだ波形と 2 つの波形の時間差分を示している。

信号入力位置は図 4.2.3 に示すように内部空隙から $50 mm$ 左側とし、測定点はその前後 $50 mm$ に設定し、内部空隙は、深さ $60 mm$ の位置にあるという条件で計算したものである。表面波の伝播遅延時間と内部空隙で反射する縦弾性波の伝播遅延時間の差は $14 \mu s$ であり、継続時間が $100 \mu s$ の入力波では、そのほとんどの時間帯で表面波と反射波が重畳することになる。測定点に対して対称・等距離の位置に配置された 2 つの測定点では、表面波及び表面を伝播する縦弾性波のインパルス応答が等しく、したがって 2 つの測定点の差分波形では、表面波の影響が除去されている。しかしながら、内部空隙に対して測定点が対称位置となる場合、内部空隙に起因する反射波についてもインパルス応答が等しくなり、この信号入力位置(内部空隙の直上)では、時間差分波形の振幅は理論的に全時間で 0 となる。この性質に着目して、2 つの測定点と入力点からなる測定ユニットを掃引することで、内部空隙の平面位置を検知することも可能であると言える。

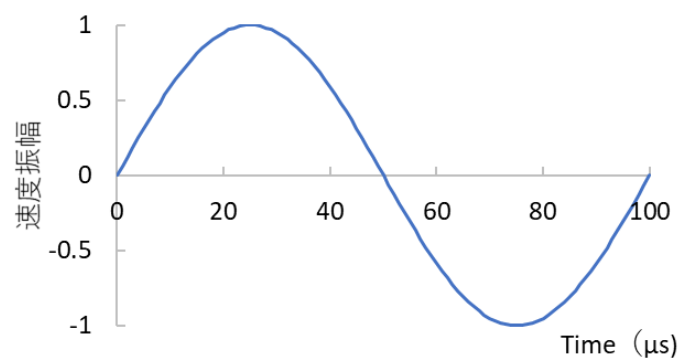


図 4.2.2 打撃によって入力される速度成分波形

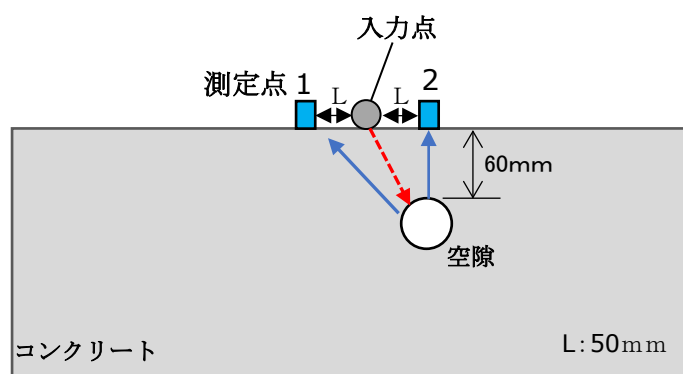


図 4.2.3 信号入力点・測定点の配置

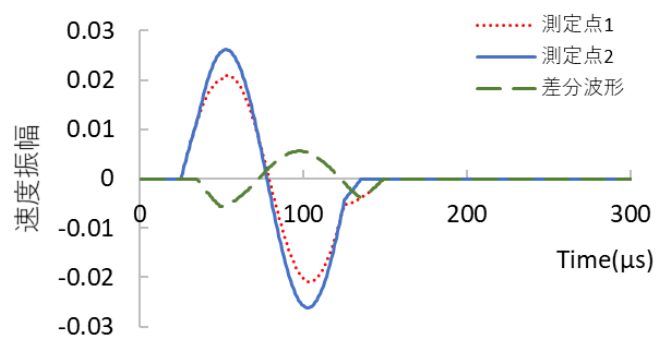


図 4.2.4 応答波形とその差分波形

4.2.1.1 差分波形のエネルギーについての検討

コンクリート内部に、伝播する縦弾性波を反射する空隙が存在するとして、その平面位置を検出する方法の一つとして、信号の入力点、及び、入力点から対称・等距離の位置に配置した 2 つの測定点からなる測定ユニットを掃引して測定を行い、差分波形のパワーの分布から内部空隙を検知する方法について検討した。

波形のパワーは、式 (4.2.4) として求める。

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt \quad (4.2.4)$$

ここで、被積分関数となる、2 つの測定点間の差分波形は、時刻 0 以前では 0 であり、また、時刻の経過によって振幅が低減することを前提としているが、打撃によって生成する弾性波動を対象としており、この要件を満たしていると考ええる。

図 4.2.5 は、内部空隙位置の左側 500mm から右側 500mm の間を 10mm 間隔で掃引測定し、その差分波形のパワーの分布を示したものである。内部空隙から十分に離れた測定位置では、内部空隙からの反射波の影響が小さく、差分波形のパワーが漸減する傾向を示す。測定位置が内部空隙に近付くと差分波形のパワーも大きくなる傾向を示すが、一意に増加するわけではない。内部空隙の左側、右側とも 2 つのローカルピークを持つ波形となっているが、このローカルピークは、打撃によって生じる速度応答が図 4.2.2 に示すように、1 波正弦波となっており、内部空隙からの反射波の重なる時刻によって、差分波形の振幅が変化するためである。図 4.2.5 から明らかなように、内部空隙の直上の入力位置では、内部空隙からの反射波も 2 つの測定点では相殺され、波形パワーは 0 となる。実際の測定では、波形に外乱ノイズが混入する可能性があり、波形パワーが 0 とはならないものの、掃引測定によって最小値となるはずであり、波形パワーが漸減して極小値となった位置を内部空隙の平面位置と判断することがきることが明らかになった。

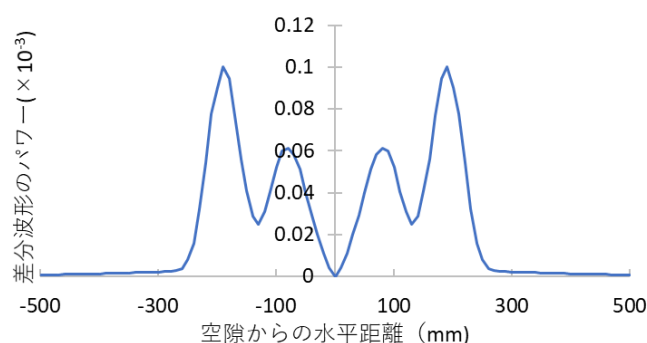


図 4.2.5 差分波形エネルギーの分布

図 4.2.6 は、入力点から対称・等距離となる位置(入力点-測定点間距離：60mm)に測定点

を設けた掃引測定を 2D-Wave でシミュレーションし、差分波形のパワーとしてまとめたものである。図より、理論的検討と同様に、内部空隙の位置で差分波形のパワーが最小となり、その前後でパワーが大きくなるという傾向が確認された。一方、図 4.2.5 に示した分布とは異なって左右対称とはなっていない。このことは、数値計算の格子間隔が 20mm であり、数値計算で発生する時間位置の誤差が原因と考えられる。

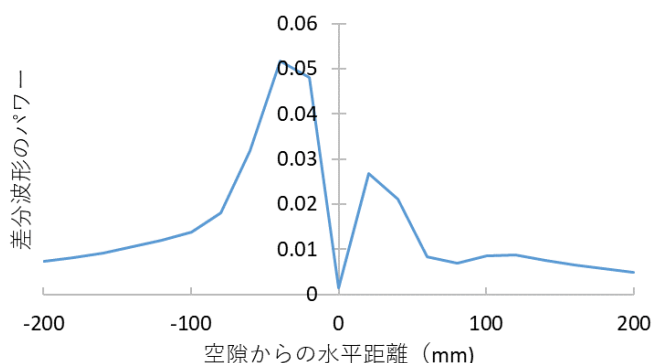


図 4.2.6 数値計算による差分波形のエネルギー分布 (2D-Wave)

4.2.1.2 差分波形振幅についての検討

差分波形の振幅変化に着目した空隙検知方法の検討として、図 4.2.7 に示すように、深さ 50mm の位置に 40mm×40mm の空隙を設けたモデルについて、空隙の前後 200mm の区間について、20mm 間隔で入力点と 2 つの測定点の位置を変化させながら数値計算を行った。図 4.2.8 は、測定点 1 の波形を減数として 2 つの計算波形の差を計算して求めた差分波形の最初のローカルピーク値の変化を示している。図から明らかなように、内部空隙直上では、差分波形のピーク値は 0 となっている。これに対し、左側は正、右側は負となる点対称型の分布を示している。つまり、掃引測定を行い、差分波形の初動ピーク値の分布を求め、正から負、あるいは、負から正となる転換位置を得ることで、内部空隙の平面位置を求めることが可能であるといえる。なお、信号入力点位置が、内部空隙の直上となった場合、差分波形の振幅は理論的には 0 となるため、この位置でのローカルピーク値は得られないが、便宜上、正側のピークと、負側のピークの平均値を求め、空隙直上入力点での値としている。なお、数値計算は 2D-Wave を用いて行い、解析に用いたパラメータは表 4.2.1 に示す。また、図 4.2.9 は、測定位置と差分波形の初動のローカルピークの時刻の関係を示している。いずれも、元となるデータは、図 4.2.8 と同じである。図中、破線で示す曲線は、信号入力点から測定点に至る経路において、内部空隙で反射した縦弾性波の伝播遅延時間を計算した結果を示している。波形のピークとなることから、入力信号(継続時間 100μs)がピークに達する時間 50μs を加算した値である。これより、測定波形の差分の初動に生じる差異は、内部空隙からの反射波の到来によるものであることが分かった。内部空隙で反射した縦弾

性波の到来時間の計算式を式(4.2.5)に示す。

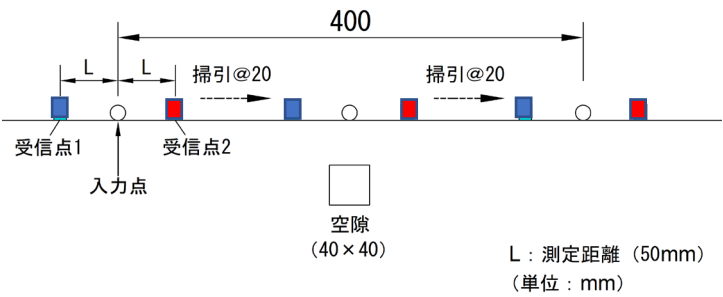


図 4.2.7 数値計算モデル

表 4.2.1 数値計算パラメータ

パラメータ	値	パラメータ	値
縦波速度	4,000m/s	メッシュ間隔	10mm
横波速度	2,320m/s	横メッシュ数	2000
差分時間間隔	0.5μs	縦メッシュ数	1000

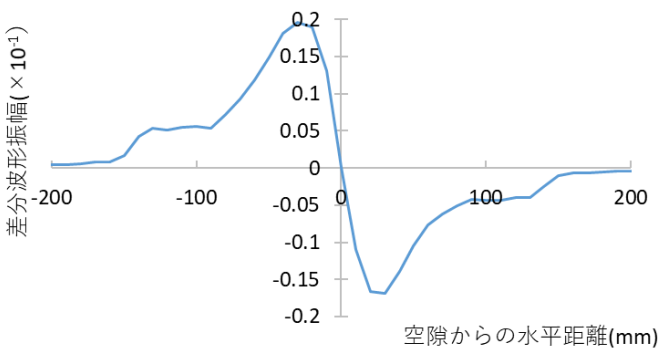


図 4.2.8 差分波形の初動ピーク振幅の変化

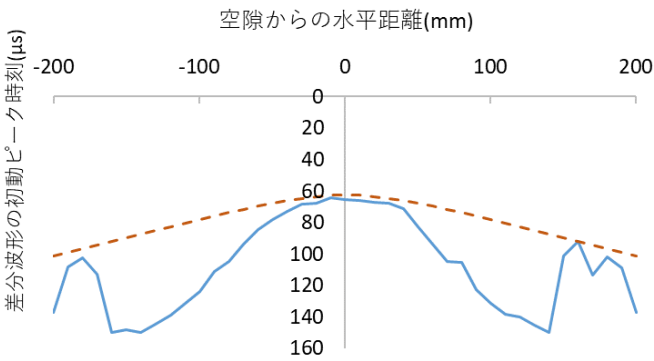


図 4.2.9 空隙からの距離と差分波形の初動ピーク時刻

$$T = \frac{L}{c_p} \sqrt{1 + \left(\frac{D}{L}\right)^2} + T_p \quad (4.2.5)$$

ここで、 L は測定点と内部空隙の水平距離、 D は内部空隙のかぶり、 c_p は縦弾性波速度、 T_p は入力波形がピークとなる時間である。

4.2.2 内部空隙の位置、寸法と振幅差分の変化

内部空隙での弾性波の反射について、部分的な虚音源の概念を導入して検討する。鏡面反射のように弾性波が全反射するような場合、反射した弾性波の伝播について、虚音源を用いて説明することができる。この場合の虚音源は、反射平面の鏡像位置に実音源と同じ音響出力を持つ仮想の音源である。内部空隙部における反射では、内部空隙の面積が十分に小さいと考え、内部空隙位置に虚音源があるとみなすと、虚音源の持つ音響エネルギーは、式 (4.2.6) で表すことができる。

$$E_R = E_0 \frac{A_R}{4\pi D^2} \quad (4.2.6)$$

ここで、 E_0 は、実音源すなわち入力エネルギー、 A_R は、内部空隙の投影面積、 D は、内部空隙位置（かぶり）である。実際の測定量である振動速度、あるいは加速度は、音の強さ I （単位面積当たりの通過エネルギー）の関係からエネルギーの平方根に比例し、次式で表される。

$$I = \rho c v^2 \quad (4.2.7)$$

$$\frac{v_R}{v_0} = \frac{\sqrt{A_R}}{\sqrt{4\pi D}} \quad (4.2.8)$$

ここで、 ρ は、媒質の密度、 c は伝播速度、 v_0 は入力信号の振動速度、 v_R は反射波の振動速度である。内部空隙での反射波(速度, 加速度成分)の大きさは、内部空隙の深さに反比例し、内部空隙の大きさ(測定面における投影面積)の平方根に比例すると想定される。図 4.2.10 に、2D-Wave によって計算した、深さ 50mm に位置する内部空隙の大きさと差分波形の振幅値の関係を示す。図より、空隙の大きさが 60mm 程度より小さい範囲では、空隙の大きさと差分波形の最大振幅は比例する関係にあり、空隙の大きさが大きくなると差分波形の最大振幅は飽和する傾向を示す。2次元での解析であるため、空隙の大きさは、空隙面積の平方根に相当することから、近似的に式(4.2.8)の関係が成立するものと考えられる。

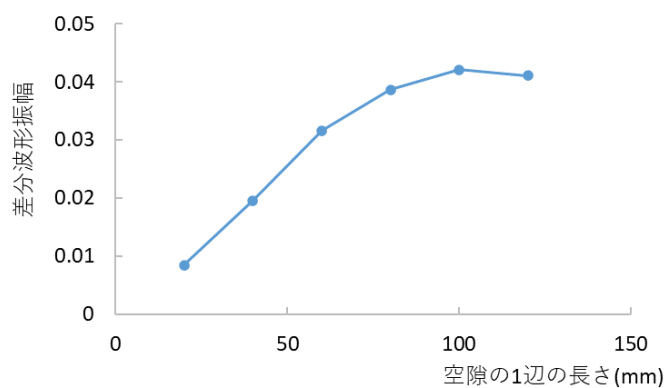


図 4.2.10 空際のサイズと差分波形の最大振幅値

また、図 4.2.11 は、 $40\text{mm} \times 40\text{mm}$ の空際の深さと差分波形の最大振幅の関係を示すものである。最大振幅は、空隙の位置が深くなるほど小さくなる傾向を示す。図 4.2.12 では、横軸を空隙深さの逆数として、差分波形の最大振幅との関係を示している。図より、空隙深さの逆数と差分波形の最大振幅は、ほぼ比例関係となっており、式(4.2.8)において、測定波形の振幅値が空隙の深さに反比例することを示しているが、概ねこの傾向となっていることがわかる。

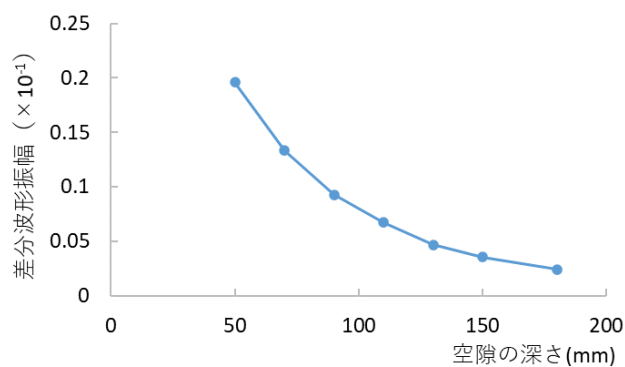


図 4.2.11 空際の深さと差分波形の最大振幅値

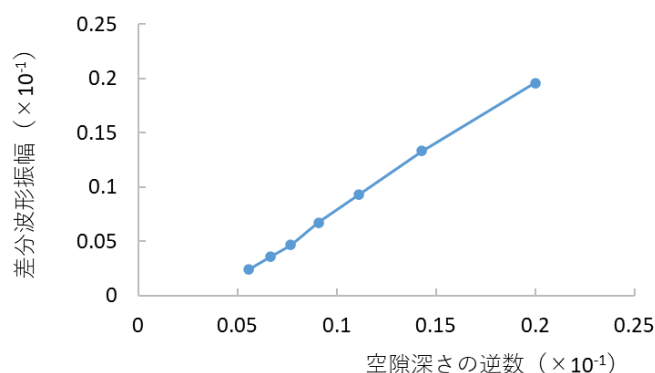
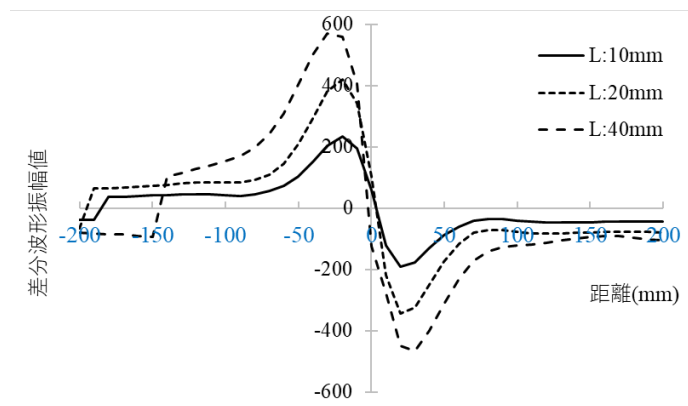


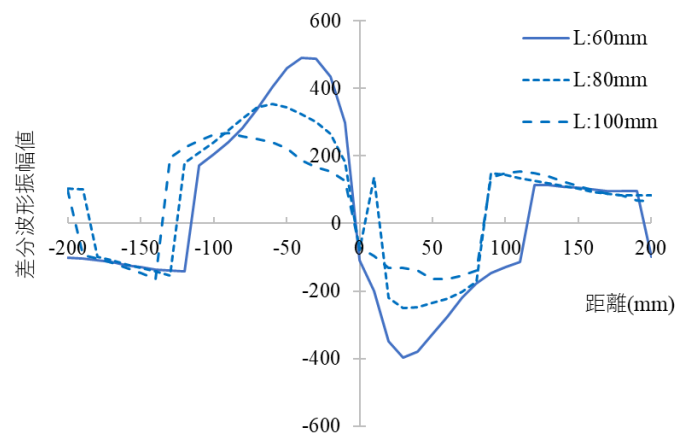
図 4.2.12 空隙の深さの逆数と差分波形の最大振幅値

4.2.3 入力-測定点間隔と差分波形の振幅の変化

入力点と測定点の間隔（測定距離）と差分波形の振幅について検討した。図 4.2.7 および、表 4.2.1 に示す条件において、空隙（40mm×40mm）のかぶり深さを 50mm と 100mm とし、測定距離を 10mm から 100mm まで変化させた際の 2 つの測定点間の差分波形の振幅の変化を検討した。検討は 2D-Wave を用いて行った。その結果、いずれのかぶり深さ、測定距離の条件においても、差分波形のピーク振幅は概ね原点对称型の分布をしており、空隙を検知可能であることが確認された。かぶり 50mm の検討結果を図 4.2.13 に示すが、測定距離が空隙深さの 1.5 倍（測定距離 70mm）を超えると、点对称型から離れた分布となり、また、空隙付近で単調増加、あるいは単調減少関数型から乖離する傾向が確認された。空隙かぶり深さ 100mm での検討結果を図 4.2.14 に示すが、測定距離に関係なく点对称型の分布をしており、内部空隙の検出が可能であることがうかがえる。差分振幅値は測定距離が 60mm 程度で最も大きくなることが確認され、これより小さくなると差分振幅値が小さくなる傾向が確認された。測定距離が小さい場合、空隙から 2 つの測定点に到達する波形（反射波）の差異も小さくなるため、差分波形の差異も小さくなるためであると考ええる。

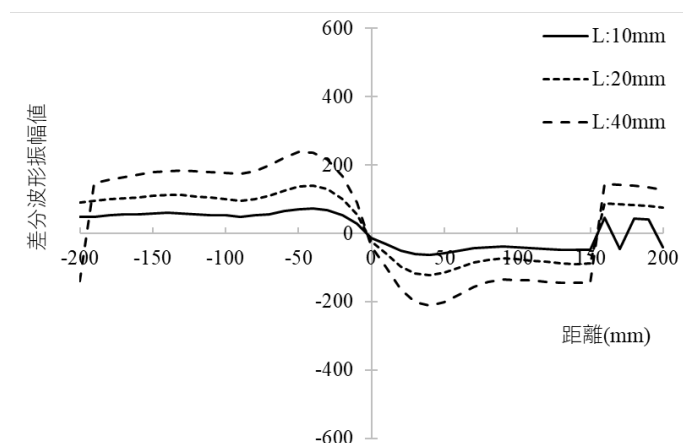


(a) 入力点-測定点間隔 10mm~40mm

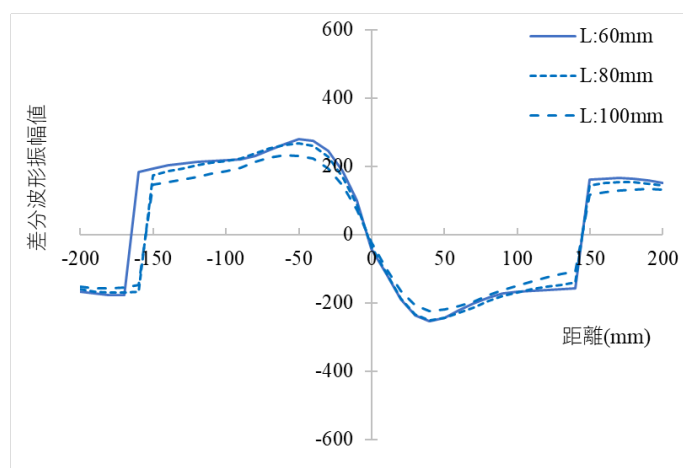


(b) 入力点-測定点間隔 60mm~100mm

図 4.2.13 測定距離と差分振幅値 (空隙深さ 50mm)



(a) 入力点-測定点間隔 10mm～40mm



(b) 入力点-測定点間隔 60mm～100mm

図 4.2.14 測定距離と差分振幅値（空隙深さ 100mm）

4.2.4 入力周波数と差分波形振幅の関係

空隙を跨ぐような測線において掃引測定を行う場合、信号入力点から対称・等距離となる位置に設置した 2 つの測定点に伝播する内部空隙からの反射波の経路長には、信号入力点が空隙の直上にある場合を除いて行路差が生じ、式 (4.2.9) で表される。

$$\Delta L = \sqrt{D^2 + (x+L)^2} - \sqrt{D^2 + (x-L)^2} \quad (4.2.9)$$

ここで、 ΔL は行路差、 D は空隙のかぶり、 x は空洞から入力点までの水平距離、 L は入力点と測定点の間隔である。

入力信号の波長が短くなると、この行路差によって対となる測定点に達する波動の位相差が大きくなり、その結果、差分波形の振幅値が増加する可能性がある。内部空隙を虚音源とする反射波が生成され、その波動が対称位置の 2 つの測定点に到達する場合、式(4.2.10)

のように表される。なお、式では、反射波形を1波の正弦波としている。

$$y(x,t) = \frac{1}{\sqrt{D^2 + (x+L)^2}} \sin\left(\omega t + \omega \frac{\sqrt{D^2 + (x+L)^2}}{c_P}\right) - \frac{1}{\sqrt{D^2 + (x-L)^2}} \sin\left(\omega t + \omega \frac{\sqrt{D^2 + (x-L)^2}}{c_P}\right) \quad (4.2.10)$$

これを簡単とするため、

$$y(x,t) = \frac{1}{\sqrt{D^2 + (x+L)^2}} \sin(\omega t) - \frac{1}{\sqrt{D^2 + (x-L)^2}} \sin\left(\omega t + \omega \frac{\Delta L}{c_P}\right) \quad (4.2.11)$$

とすると、合成波形の位相は、式(4.2.12)で表される。

$$\phi(x) = \tan^{-1} \frac{\frac{1}{\sqrt{D^2 + (x-L)^2}} \sin\left(\omega \frac{\Delta L}{c_P}\right)}{\frac{1}{\sqrt{D^2 + (x+L)^2}} + \frac{1}{\sqrt{D^2 + (x-L)^2}} \cos\left(\omega \frac{\Delta L}{c_P}\right)} \quad (4.2.12)$$

図 4.2.15 に式(4.2.12)によって求めた入力信号の時間波長と差分波形の振幅の関係を示す。波長が長くなる(周波数が低くなる)ほど、差分波形の振幅が小さくなることがわかる。この傾向は、図 4.2.16 に示す 2D-Wave による数値計算による検討結果と同様となり、対称・等距離となる測定点での差分振幅に着目する測定方法では、高い周波数を入力するほど、差分波形の振幅が大きくなり、検知し易くなることが明らかになった。

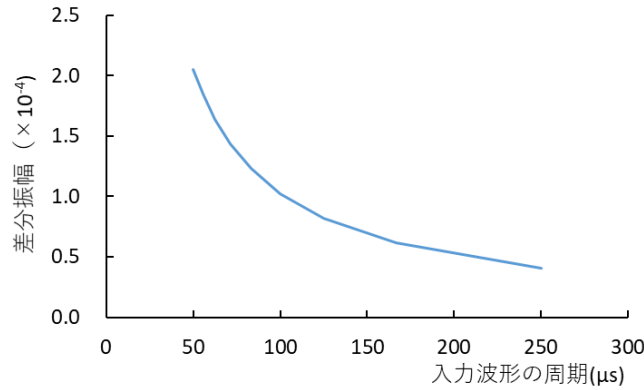


図 4.2.15 行路差から求めた差分振幅と入力周波数の関係

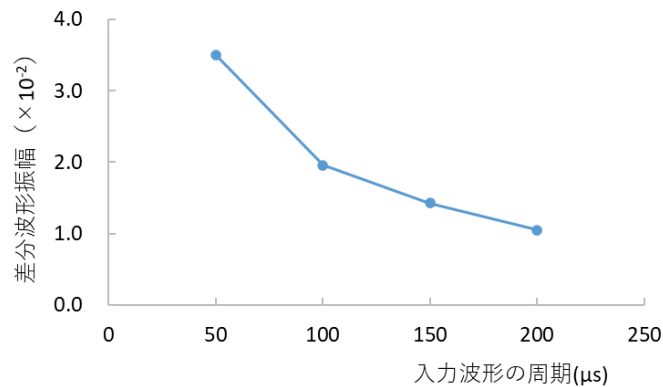


図 4.2.16 入力信号の波長と差分波形の最大振幅値の関係

4.3 実験的検討

前節では、信号の入力点から対称・等距離の位置に設置した測定点で測定された初動波形の差分振幅に着目して、内部空隙即ちシースの未充填を検知できることを解析的な検討により明らかにした。さらに、パルス状の入力信号でも、信号の継続時間中に到達する反射波を検出可能であることが示された。疑似的なトーンバースト信号の入力には、任意の長さの鋼棒が必要であり、例えば 10kHz の信号を入力したい場合は、約 250mm の鋼棒を測定面に鉛直に保持して頭部を打撃する必要があるが、実構造物で測定を行う際の作業性に影響を与えることが懸念される。本節では、安定したパルス状の信号を入力する方法について検討を行い、さらに、完全弾性体と見なせる MC ナイロン供試体や、かぶり深さ、シース直径を変えて作製した板状のコンクリート供試体、及び、実際の PC 桁の下フランジ部を模擬して作製されたコンクリート供試体を用いて実験的を行い、有限の境界を持つ実構造物への適用性を確認した。

4.3.1 測定装置

測定装置は弾性波の入力装置、及び、波形収録装置によって構成される。弾性波の入力には、パルス信号を用いた。測定装置の詳細を以下に記す。

4.3.1.1 パルス信号入力装置

鋼球打撃によるパルス信号入力を用いて内部空隙からの反射波を検知しようとする場合、打撃力の継続時間で決定される弾性波の周波数範囲（入力周波数）を制御できることが不可欠であることが解析的検討によって明らかになった。一方で、コンクリート表面は図 4.3.1 に示すようにモルタル部や粗骨材部などがランダムに存在し、打撃入力位置の硬さや弾性係数が一様でなく、打撃箇所によって入力周波数が安定しなくなることが想定される。さらに、測定技術者が鋼球の打撃によって弾性波の入力を行う場合は、打撃位置がずれることや、測定面に鉛直にハンマが衝突しない等の理由で入力周波数や入力される弾性波のエネルギーが安定しない場合もある。佐々木らは、コンクリート面に接触させた鋼板を打撃す

ることにより、入力波形の安定を図る方策を試行している²⁾が、ここでは、入力点に接触固定した鋼球（固定鋼球）を別の鋼球で打撃してパルス信号を入力する方法を考案し、検討した。検討には、φ10mm (4g)、φ20mm(34g)、φ30mm(130g)の3種類を用い、それぞれの組合せについてコンクリート表面で入力を行い、入力点近傍で波形の測定を行った。測定は直径200mm、長さ500mmの円柱状のコンクリート供試体の上端面で行った。測定面はグラインダーで研磨を行い、セメントペースト部を入力位置とし、入力位置から25mmの位置に加速度センサを接着して応答波形の測定を行った。測定状況を図4.3.2に示す。また、測定波形の一例を図4.3.3に示す。比較のため、固定鋼球を介さずに、直径10mmの鋼球で直接打撃した際の測定波形も図に示している。直接打撃の波形について、入力波形に相当する第一波目（谷-山-谷）から波形にひずみが生じており、衝突時の細骨材の塑性変形などによって、打撃力がスムーズに作用していない状況が推察される。一方で、固定鋼球を打撃して入力する方法での第一波目は、いずれの条件でも波形形状は平滑であり、コンクリート表面に安定的したパルス信号が入力されていることがうかがえる。この裏付けとして、入力周波数とそのばらつきについて検討を行った。入力周波数は初動波形の周期の逆数から求めることが望ましいが、鋼球の組合せによっては、ピークや初動が明瞭でない波形があったことから、便宜的に図4.3.4に示す波形の初動部の矢印に相当する時間を2倍したものの逆数から求めた。なお、加速度波形では、波形における最初の谷-山-谷の時間が入力信号の周期に相当する。各鋼球の組合せにおける入力周波数の平均値を図4.3.5に示し、それぞれ10回の測定において算出した周波数の変動係数を図4.3.6に示す。図には、それぞれの鋼球で直接打撃した際の結果も併せて示している。直接打撃の場合は既往の知見の通り、鋼球の質量が大きくなるにつれて入力される周波数が小さくなる傾向を示している。一方で、固定鋼球を打撃して弾性波を入力する方法については、固定鋼球の径に応じて入力周波数が変化する傾向が確認された。さらに、変動係数の計算結果から、固定鋼球を同程度の質量の鋼球で打撃する方法が最も安定した入力を行うことができることが明らかになった。2つの鋼球の質量が異なる場合に、安定した入力信号が得られないことは、鋼球同士、あるいは、鋼球とコンクリート表面の接触点における振動系で生成する異なる振動が入力信号の周波数構成に影響を及ぼしているものと考えられる。



図 4.3.1 コンクリート表面の状況

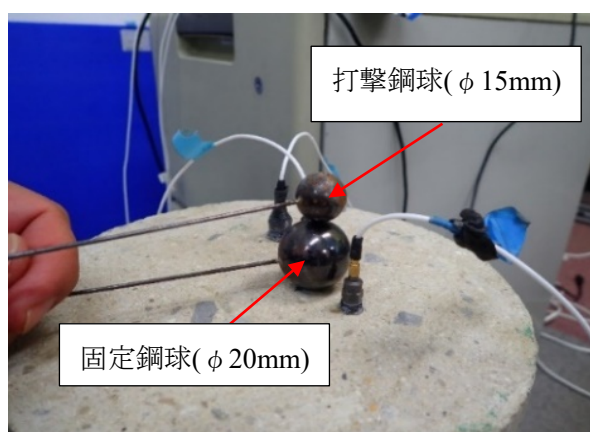


図 4.3.2 パルス信号の入力実験状況

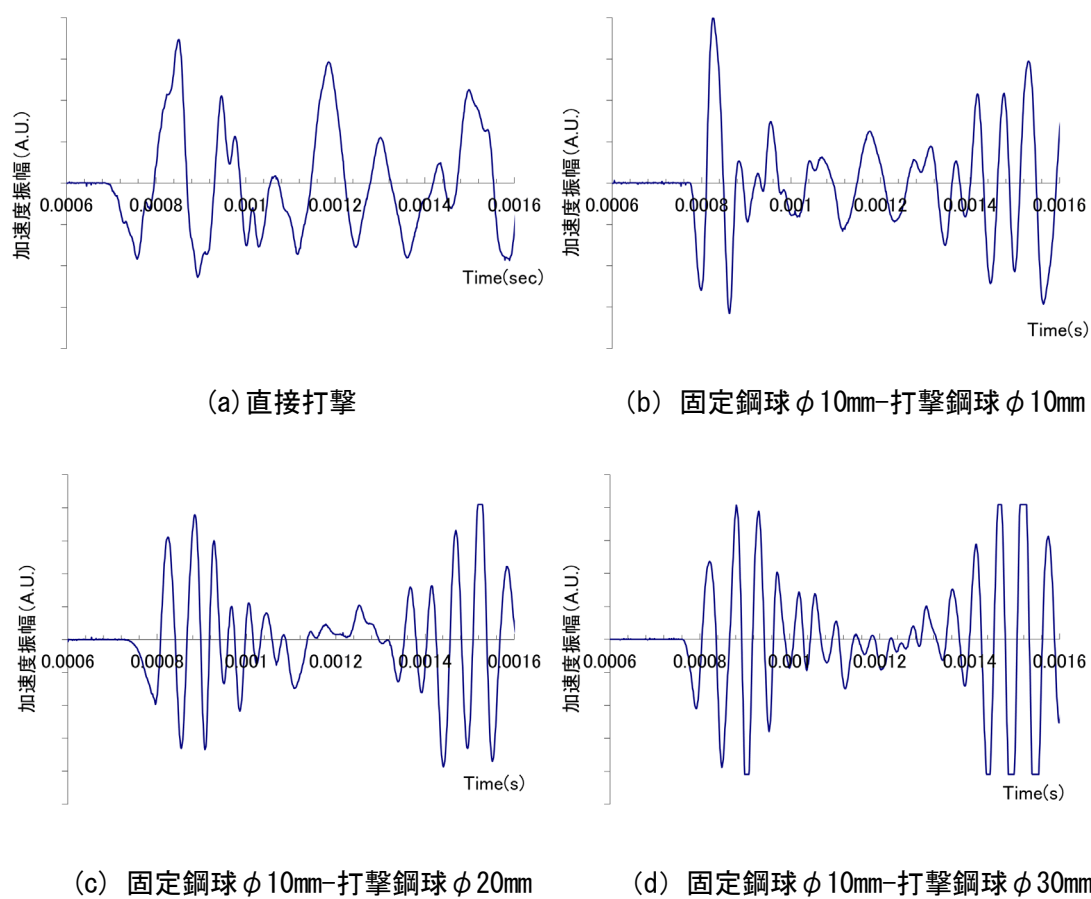


図 4.3.3 測定した入力波形の一例

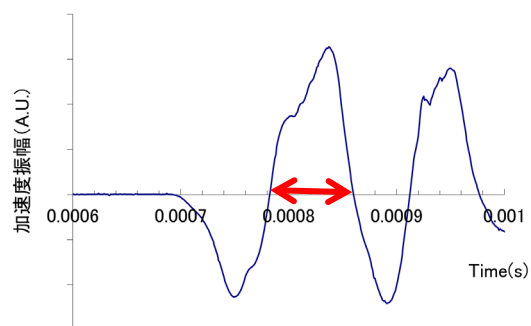


図 4.3.4 測定波形の初動部の拡大

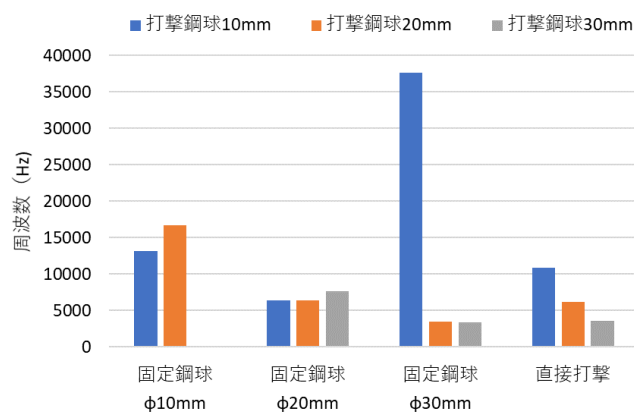


図 4.3.5 入力周波数測定結果

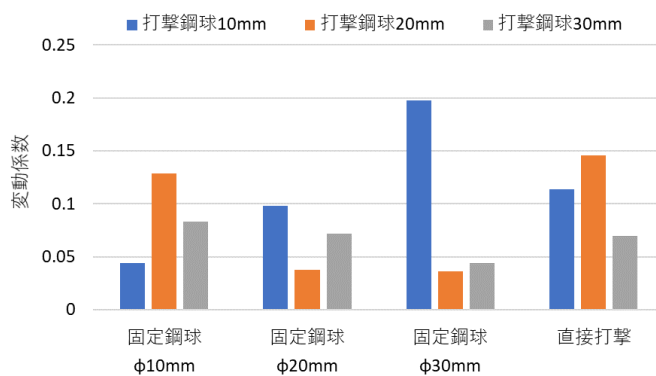


図 4.3.6 入力周波数の変動係数

4.3.1.2 波形収録装置

入力した弾性波の応答の測定には、3.3.1.2 に示す装置を用いた。

4.3.2 供試体概要

4.3.2.1 MC ナイロン供試体

MC ナイロン供試体の外観を図 4.3.7 に示し，仕様・概要を表 4.3.1 に示す。図に示すように，未充填シースを模擬した直径 40mm の孔が，かぶり 70mm の位置に設けられたものである。

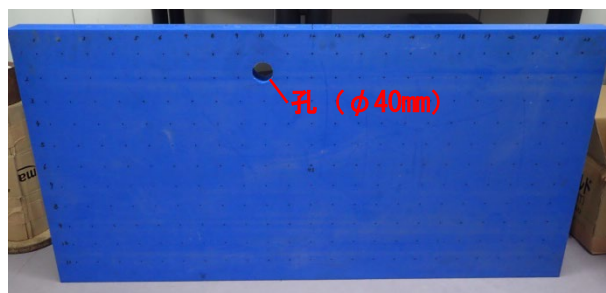


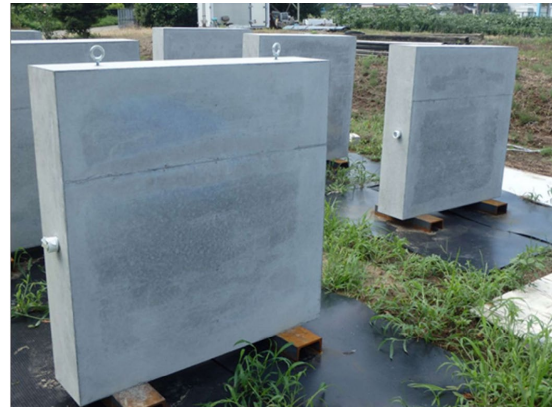
図 4.3.7 MC ナイロン供試体外観

表 4.3.1 MC ナイロン供試体仕様・概要

諸元	仕様
材質	MC901
寸法 (mm)	1200×600×50
比重	1.16
引張強度 (MPa)	96
引張弾性率 (MPa)	3,432

4.3.2.2 板状コンクリート供試体

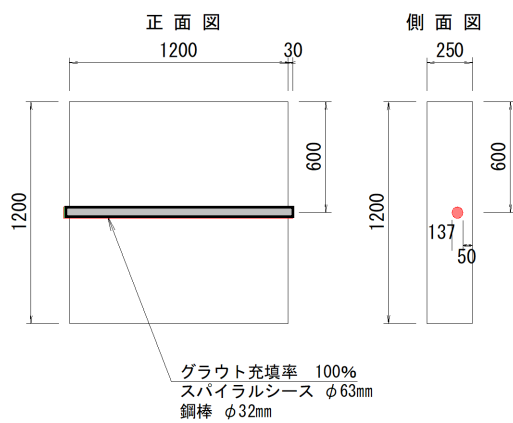
板状のコンクリート供試体実験は，シースの充填度及びシースの直径を変えて作製された，供試体 A，供試体 B，供試体 C，供試体 D を用いて行った。供試体の外観を図 4.3.8，仕様概要を図 4.3.9，及び，表 4.3.2 に示す。図に示すように，1200mm×1200mm×250mm の板状の無筋コンクリート（作製時設計強度 30N/mm²）に充填率及び，直径の異なるシースが かぶり深さを変えて設置されたものである。



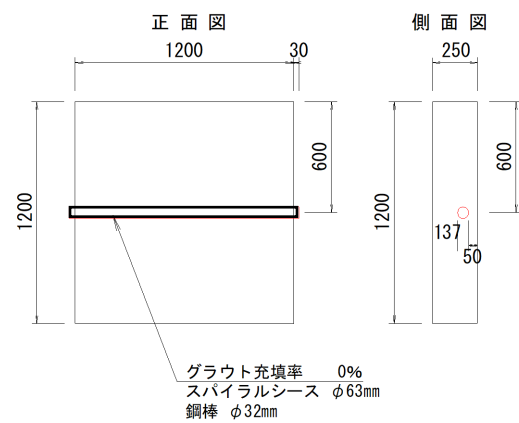
(a) 供試体 A 及び B

(b) 供試体 C 及び D

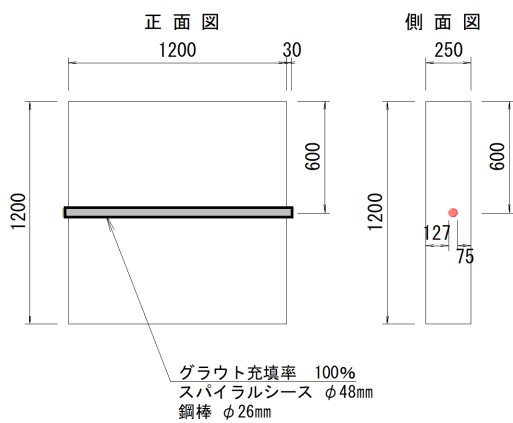
図 4.3.8 板状コンクリート供試体の外観



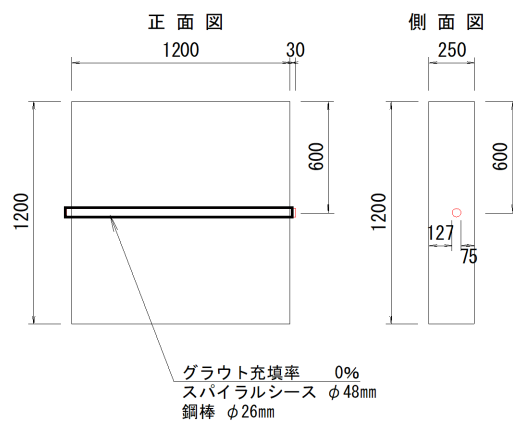
(a) 供試体 A



(b) 供試体 B



(c) 供試体 C



(d) 供試体 D

(単位 : mm)

図 4.3.9 供試体概要

表 4.3.2 供試体概要一覧

供試体	シース直径 (mm)	充填率 (%)	シースかぶり (mm)
供試体 A	63 (鋼棒 $\phi 32$)	100	50
			137
供試体 B		0	50
			137
供試体 C	48 (鋼棒 $\phi 26$)	100	75
			127
供試体 D		0	75
			127

4.3.2.3 PC 桁模擬供試体

PC 桁模擬供試体は 3.3.2 項に示した供試体を用い、図 4.3.10 に示す No.4, No.5 シースの充填率の組合せが異なる断面について行った。

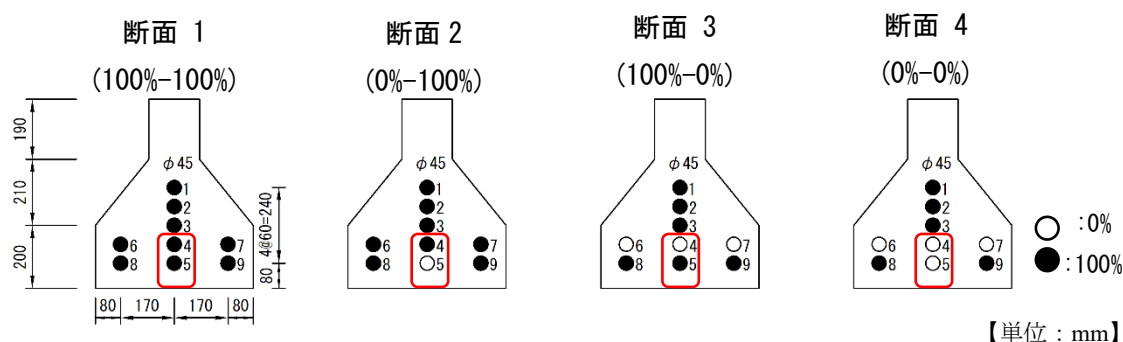


図 4.3.10 PC 桁模擬供試体概要

4.3.3 測定条件

4.3.3.1 MC ナイロン製供試体測定条件

MC ナイロン製供試体での測定点配置および測定ユニットの概要を図 4.3.11 に示す。測定は空隙の前後 200mm の区間に対して行い、2 つの加速度センサと入力点からなる測定ユニットを図の矢印の方向に 25mm 間隔で掃引しながら行った。測定点と入力点の距離は 50mm とし、弾性波の入力は、 $\phi 15\text{mm}$ の鋼球（固定鋼球 : 14g）を加速度計内蔵のインパルスハンマ（14g）で打撃して行った。弾性波の応答は、瞬間接着剤で測定面に固定した 2 つの加速度センサを用い、サンプリング時間間隔 1.0 μs で 5.0ms 間測定して記録した。また、固定鋼球の効果の確認のため、インパルスハンマで測定点を直接打撃して弾性波を入力する方法についても試行した。測定状況を図 4.3.12 に示す。

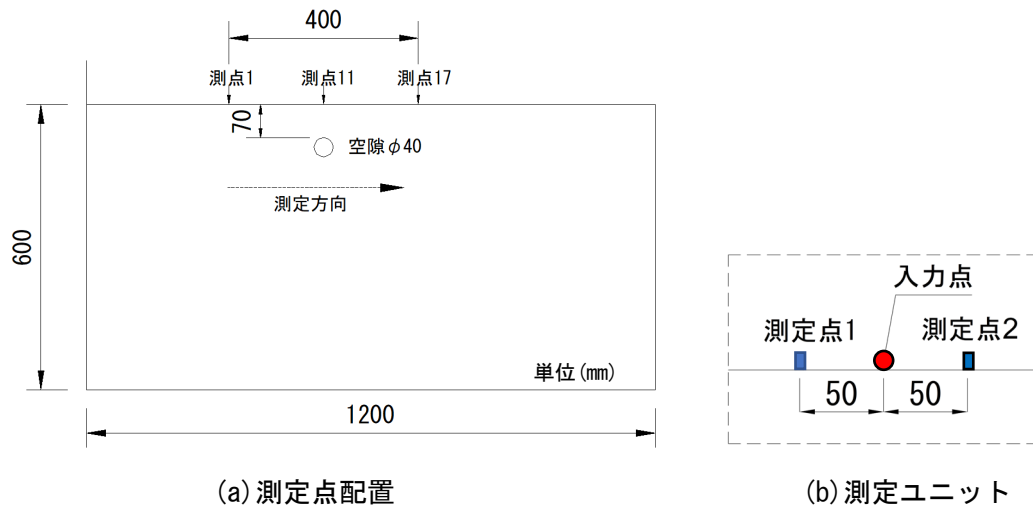


図 4.3.11 MC ナイロン供試体測定点配置

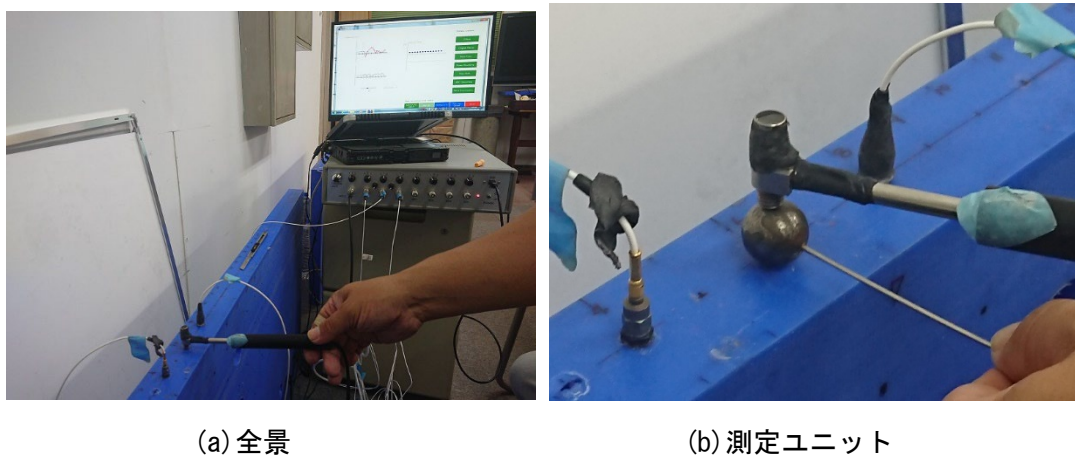


図 4.3.12 MC ナイロン供試体測定状況

4.3.3.2 板状コンクリート供試体

板状コンクリート供試体では，図 4.3.13 に示すように供試体 A 及び，供試体 B のかぶり 50mm 側の測定面においてシースの前後 300mm の区間で測定を行った。2 つの加速度センサと入力点からなる測定ユニットを図の矢印の方向に 25mm 間隔で掃引した。測定点と入力点の距離は 50mm とし，弾性波の入力は，φ15mm の鋼球（固定鋼球：14g）を加速度計内蔵のインパルスハンマ（14g）で打撃して行った。弾性波の応答は，瞬間接着剤でコンクリート表面に固定した 2 つの加速度センサを用い，サンプリング時間間隔 1.0μs で 5.0ms 間測定して記録した。また，測定法の適用性を確認する目的で，供試体 A，供試体 B のかぶり 127mm となる測定面，及び，供試体 C，供試体 D の両側の測定面についても，図 4.3.14 に示すような配置で測定を行い，差分波形の振幅値を検討した。測定状況を図 4.3.15 に示す。

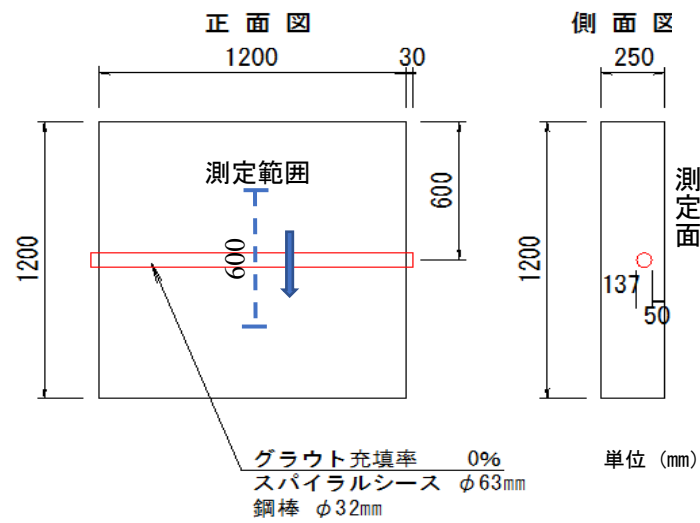


図 4.3.13 供試体 A, 供試体 B における掃引測定範囲

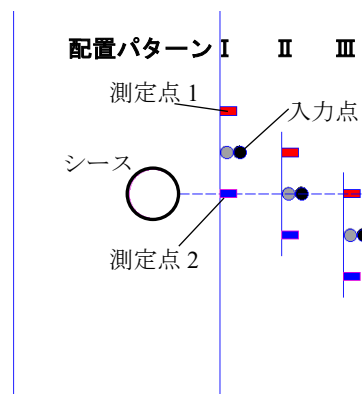


図 4.3.14 供試体 A～供試体 D 測定点配置のパターン



図 4.3.15 板状コンクリート供試体測定状況

4.3.3.3 PC 桁模擬供試体

PC 桁模擬供試体では，各断面において，図 4.3.16 に示すように，下フランジ底面において No.5 のシース前後 175mm の区間を対象に，測定ユニットを 25mm 間隔で移動しながら掃引測定を行った。さらに，断面 4 において，No.7 シースを対象に，下フランジ側面において測定を行った。図に示す通り，測定面の長さが 200mm と小さく，掃引測定によって点対称型の差分振幅値を得ることが難しいため，断面 3 の No.7 シース（100%充填）箇所での測定結果との比較によって評価する方法を試みた。測定は No.7 シースの直上（側方）に測定点 1 となるように測定ユニットを配置した。弾性波の入力は $\phi 15\text{mm}$ の鋼球（固定鋼球：14g）を加速度計内蔵のインパルスハンマ（14g）で打撃して行った。弾性波の応答は，瞬間接着剤でコンクリート表面に固定した 2 つの加速度センサを用い，サンプリング時間間隔 $1.0\mu\text{s}$ で 5.0ms 間測定して記録した。

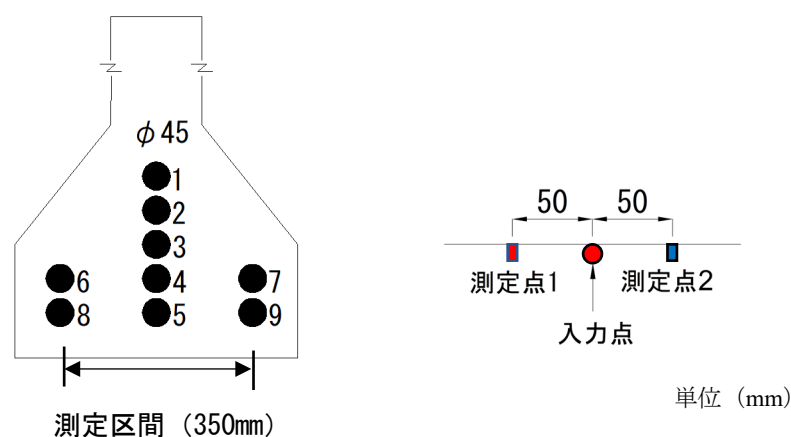


図 4.3.16 PC 桁模擬供試体における測定点配置

4.3.4 測定結果

4.3.4.1 MC ナイロン供試体測定結果

MC ナイロン供試体において，入力点から対称・等距離に設置した測定点で測定された波形の一例を図 4.3.17 に示す。空隙がない箇所，片側のセンサが空隙直上となる測定箇所，及び，入力点が空隙直上となる位置関係の波形である。ここで，測定波形間の振幅差分は打撃力の大きさによって変化するため，基準化が必要となる。ここでは，インパルスハンマで測定した打撃力波形の最大振幅で，振幅差分を除して基準化した。図より，空隙が無い測定点，及び，空隙直上の測定点では 2 つの測定波形の初動部に大きな変化が見られないのに対し，空隙左右 50mm の測定点即ち，片側のセンサが空隙直上となる測定点では，初動のピークの振幅値が異なることが確認された。図 4.3.18 には，各測定点における振幅差分値と測定位置の関係を示すが，解析的検討結果と同様に，空隙直上での差分はゼロに近く，空隙位置付近で点対称型の極値となる傾向が確認され，解析的検討と同様に内部空隙の存在を検

知することができた。また、インパルスハンマで測定面を直接打撃する方法と、固定鋼球をインパルスハンマで打撃する方法を比較すると、固定鋼球を打撃の方が差分波形の推移もスムーズであった。これは、ハンマが測定面に鉛直に衝突せず、入力周波数が安定しなかったことや、打撃位置がわずかにずれたなど、測定上の影響によるものと考えられ、実際の測定では、鋼球を敷設してパルス信号を入力する方が有効であることが明らかになった。

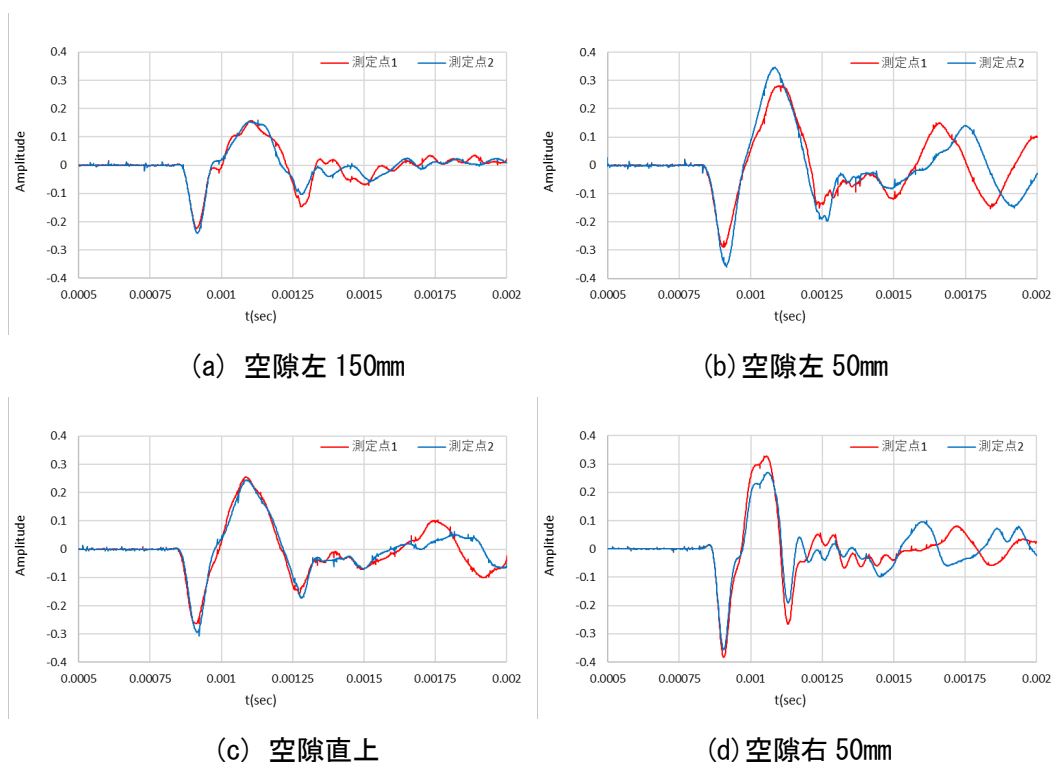


図 4.3.17 MC ナイロン供試体における代表的な測定波形

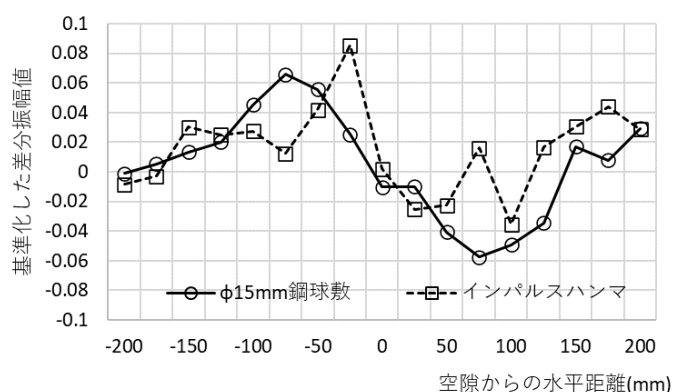


図 4.3.18 MC ナイロン製供試体差分波形振幅

4.3.4.2 板状コンクリート供試体測定結果

板状コンクリート供試体 A, 供試体 B において, 入力点から対称・等距離に設置した測定点で測定された初動波形ピークの振幅差分値と測定位置の関係を図 4.3.19 に示す。解析的検討結果や MC ナイロン製供試体測定結果と同様に, 未充填シースを有する供試体 B では, シース直上での差分はゼロに近く, 空隙位置付近 ($\pm 50\text{mm}$) で点対称型の極値となる傾向が確認された。一方で, 供試体 A では, 顕著な差異は見られなかったことから, コンクリート供試体においても, 未充填シースの存在を検知可能なことが明らかになった。

供試体 A~D のシース近傍のパターンⅠ~パターンⅢの測定ユニット配置で得られた測定波形の初動のピーク振幅値の差分を図 4.3.20 に示す。解析的検討より, 未充填のシースが検知できている場合は, パターンⅡの配置で差分値が 0 になり, パターンⅠおよびⅢの配置において, 点対称型となる差分振幅値となる。図より, 供試体 B および, 供試体 D のかぶり 50mm の条件で, 点対称型の差分値の分布がみられ, 適用性が確認された。また, かぶりやシース直径によって差分値が変化することも明らかとなった。

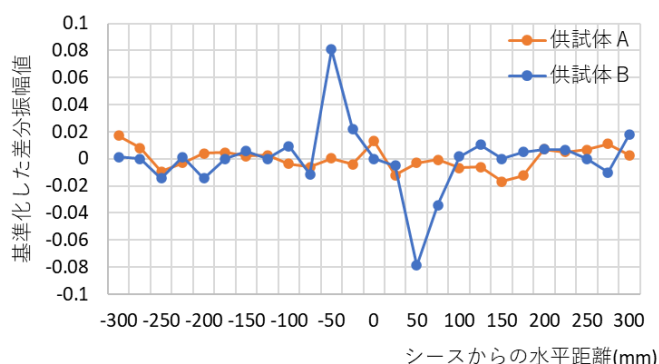


図 4.3.19 板状コンクリート供試体における差分振幅

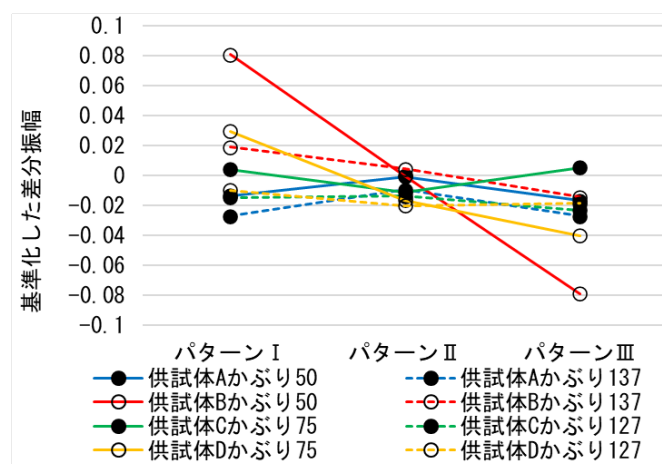


図 4.3.20 板状コンクリート供試体差分振幅値の変化

4.3.4.3 PC 桁模擬供試体測定結果

PC 桁模擬供試体の下フランジ部の深さ方向に充填率の異なるシースが配置された断面において掃引測定を行って、測点毎の差分振幅値の変化を示したものを図 4.3.21 に示す。図より、充填率の組合せが 0%-100% (断面 2) および、0%-0% (断面 4) では顕著な点対称型の振幅差分値の変化が確認され、2 つの測定での測定波形の差分振幅に着目したグラウト充填評価手法の実構造物への適用性が示された。また、100%-0%の組合せとなる断面 3 においても点対称型の振幅差分値の推移が確認された。かぶり深さが大きくなると反射波の振幅が小さくなり、差分振幅値も小さくなることは、数値計算においても確認されているが、実験でも同様の傾向が確認された。一方で、断面 2 と断面 4 の差分振幅値の推移には顕著な違いが見られなかったため、手前側のシースの充填率が小さいと背面側の影響を検知しにくくなる可能性が明らかになった。コンクリート表面から入力された弾性波は、コンクリートと音響インピーダンスの異なる空隙で反射する性質を持つため、手前側のシースで弾性波が反射してしまうと背面側のシースに到達する弾性波のエネルギーが極端に小さくなってしまふことが原因であることが考えられ、本手法の適用上の課題も明らかになった。

断面 2 及び、断面 3 において、フランジ底面から見て奥側に位置する No.7 シースを対象に、側面からの測定によってグラウト未充填の状態を検知する目的で差分振幅値を比較した結果を表 4.3.3 に示す。未充填・充填で差分振幅値に顕著な違いがあり、シース延長に対して直交方向に測線を設置した掃引測定が叶わない条件においても、差分振幅値に着目した手法が適用可能であることを示し、シースの延長方向に掃引測定することで、グラウト未充填区間を検出できる可能性が示された。

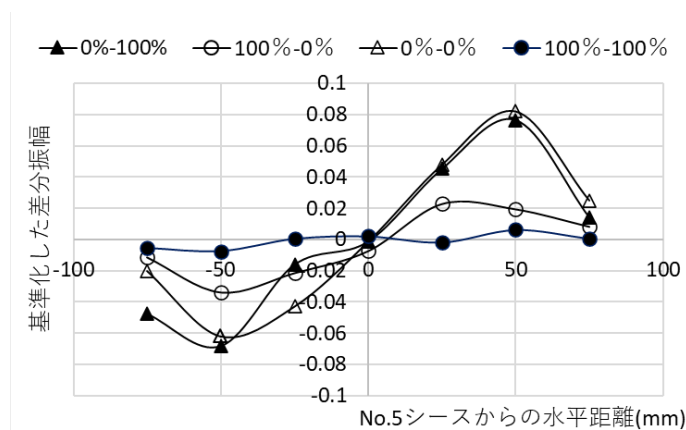


図 4.3.21 PC 桁下フランジ底面における差分振幅値の測定結果

表 4.3.3 PC 桁下フランジ側面における差分振幅値の測定結果

測定断面	差分振幅値
断面 2	0.0990
断面 3	0.0005

4.4 まとめ

入力点から対称・等距離となる測定点における差分波形の振幅に着目した、内部空隙からの反射波の検出方法について、幾何学的検討、数値計算による検討、供試体実験による検討を行った結果、以下のことが明らかになった。

- (1)入力点から対称・等距離に設置した 2 つのセンサで測定した波形の差分によって、表面波の影響を除去し、内部空隙からの反射波を検知できることが明らかになった。
- (2)2 つの測定点における測定波形の差分パワーや、差分波形が最初に極大となる振幅値を指標とした内部空隙検知が可能である。
- (3)空隙の大きさや、かぶり深さは差分振幅値に影響することが明らかになった。
- (4)入力点と受信点の間隔は、空隙深さの 1.5 倍程度になると、平面位置の分解能が劣るが、空隙深さが 100mm 程度の場合、20mm 程度の間隔では差分値が小さく、空隙の検出が困難になり、実務的には 50～60mm 程度が適当であることがわかった。
- (5)入力周波数は、大きいほど差分振幅値が大きくなり、空隙の検出が容易になることが明らかになった。
- (6)コンクリートにパルス信号を安定して入力するために、コンクリート表面に接触させた鋼球を同程度の質量の鋼球で打撃する方法が有効である。
- (7)コンクリート供試体を用いた実験の結果、解析的検討結果と同様に、差分振幅に着目した未充填シースの検知が可能であることが明らかになった。
- (8)コンクリート供試体実験の結果、掃引測定を行い、差分振幅値の変化を調べることによってシース直径、63mm かぶり 137mm 程度の空隙も検知可能なことが明らかになった。
- (9)構造物の形状から、掃引測定が叶わない場合においても、シースの位置が既知であれば、片側の受信センサをシース直上に設置して測定を行うことによって、直径 48mm、かぶり 75mm 程度の未充填シースを検出可能であることが明らかになった。
- (10)PC 桁の下フランジ部を模擬した供試体で実験を行い、実構造物においてもグラウト未充填のシースを検知できることを確認した。
- (11)シースが 2 段に配置された条件では、手前側のシースが未充填の場合、背面側のシースの充填状況の評価が難しいことがわかった。
- (12) 実構造物への適用を想定して、グラウト充填率や空隙のパターンを変化させた条件においても検討を深めることが今後の課題である。

参考文献

- 1) 服部晋一，鎌田敏郎，内田慎哉：音響伝達関数を用いた衝撃弾性波法による PC グラウト充填状況の非破壊評価手法の検討，コンクリート構造物の補修，補強，アップグレードシンポジウム論文報告集，第 14 巻，pp.707-714，2014.
- 2) 佐々木一哉：新しい PC グラウト充填度診断方法の検討，コンクリート工学，Vol.48，No.7，pp.60-63，2010.7.
- 3) 山下健太郎，手塚正道，鎌田敏郎：測定点間の差分波形に着目したコンクリート内部空隙探査に関する検討，コンクリート構造物の補修，補強，アップグレード論文報告集，2020.10.
- 4) 山下健太郎，手塚正道，鎌田敏郎：弾性波のパルス入力により得られる差分波形に着目した PC グラウト充填評価に関する基礎的検討，コンクリート工学年次論文集，Vol.43，2021.6.

第5章 電磁的入力方法における測定波形の特性に着目した評価指標の検討

5.1 はじめに

インパクトエコー法や、超音波法をはじめとする弾性波を使用してグラウト充填評価を行う非破壊試験技術は、コンクリート表面から弾性波を入力し、音響インピーダンスの異なる PC グラウト未充填部（空隙）からの反射波，あるいは部材の厚さ方向の多重反射波をコンクリート表面で測定する，いわば，間接的な技術である。このため，測定される波形には，コンクリート表面を伝播する表面波の影響や，測定面とシースとの間のコンクリートの品質の影響を受けることとなり，グラウト充填状況に関する情報が捉えづらくなる可能性がある。一方で，電磁的な方法によって測定対象のシースに直接電磁力を印加して発生する弾性波には，シースの充填状況に関わる情報がより多く含まれている可能性があり，近年，電磁的な入力方法を用いたグラウト充填評価の方法の研究が進められている。角田らの研究¹⁾では，電磁的な入力方法によってコンクリート中のシースを加振した場合，測定される波形の最大振幅値がグラウト充填状況によって変化することが報告され，服部らの研究²⁾では，測定波形の振幅のパワー（波形エネルギー）を指標としてグラウト充填状況の評価できることが報告されている。一方で蔣らの報告³⁾によると，実構造物の適用に際しては振幅情報に基づく指標が有効でない場合があることも指摘されており，さらなる検討が必要な状況であるといえる。そこで，5.2 節では，電磁的な入力方法によって励起される弾性波について「発生源」となる鋼製シース近傍の力学モデルの検討を行い，5.3 節ではシースで発生した弾性波について「伝播系」の視点からの考察を行った。5.4 節では，3 次元動磁場解析によって，部材厚さ方向に 2 段に配置されたシースの両方に電磁力が作用することを確認した。5.5 節では，3 次元有限要素法解析によって得た計算波形を基に解析的な検討を行い，測定波形の振幅情報以外の指標として，波形の複雑性の変化や，測定波形の初動の周波数（瞬時周波数）に着目した評価方法について適用可能性を明らかにした。また，現実のコンクリート構造物における測定では，弾性波の伝播過程における振幅や周波数の減衰や，測定箇所近傍の鉄筋や隣接する鋼製シースの影響などを受けることになる。加えて，使用するセンサの感度や周波数特性といった計測システム側の影響も考慮する必要がある。5.6 節ではグラウト充填状況を変えた鋼製シースを埋設したコンクリート供試体を用いて，各種の評価指標の適用性について，実験的な検証を行った。その結果，従来の波形エネルギー指標に加え，波形の複雑性（情報量）の変化に着目した AIC（赤池情報量基準）⁴⁾，瞬時周波数の指標の有効性を明らかにした。さらに，シースが厚さ方向に 2 段配置された条件でも複数の指標の変化が確認され，これまで評価が難しかった，多段配置されたシースの充填状況を判別できる可能性を明らかにした。

5.2 振動発生源となるシース近傍の力学モデルの考察

弾性波の電磁的入力では、コンクリート構造物の表面に設置した励磁コイルにパルス電流を印加し、発生する磁場によってコンクリート内部の鋼製シース、および、シース内部の PC 鋼材（鋼線、鋼より線、鋼棒等）を振動励起する方法である。鋼製シース、および PC 鋼材に作用する磁場の強度と発生する力（電磁力）は比例関係にあるが、これを振動の発生源と考えた場合、シースあるいは PC 鋼材に発生した力（電磁力）は、その力によって運動が生じた場合にのみ振動源となりえる。つまり、電磁的な入力による方法では、構造物表面の打撃による機械的な信号入力方法（速度入力）とは異なり、「力」入力であるが、測定は、構造物表面における振動加速度あるいは振動速度について行うため、「力」から「速度」への変換について考慮する必要がある。本節では、測定対象のシース周囲の媒質を弾性体と仮定し、バネ係数のモデルによって、発生する振動の特性を力学的に検討した。振動源となるシース、PC 鋼材を支承する周囲のコンクリート又は、グラウト材料のみかけの機械インピーダンスを Z とすると、作用する電磁力を F とすると、励起される振動速度 v_0 は式（5.2.1）で表される。

$$v_0 = \frac{F}{Z} \quad (5.2.1)$$

機械インピーダンスは、PC 鋼材やシースに接触する媒質の弾性変形特性（弾性係数）、および、接触面積に比例する。バネ－質量系の機械インピーダンスは、バネ係数を K 、質量を M とすると式（5.2.1）で表される。

$$Z = \sqrt{MK} \quad (5.2.2)$$

ここで質量 M は、振動するシースあるいは、PC 鋼材の質量である。実際には、連続する線状材料のシース、又は、PC 鋼材のどの部分が電磁力によって駆動されるかによって、現実の機械インピーダンス値に繰り入れられる質量は異なる。このため、式(5.2.1)、式(5.2.2)は基本的な概念を提示している式に過ぎない。しかし、シースおよび、PC 鋼材におよぶ磁界が一定で、かつ、シース、および、PC 鋼材の質量、寸法などが既知であれば、式(5.2.2)に現れるバネ係数が機械インピーダンスを支配する要因となることは確かである。また、シースおよび、PC 鋼材が周辺媒質材料の疑似的なバネ係数によって支持されているとすれば、この時に発生する振動の周波数 ω_0 は、式（5.2.3）となる。

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (5.2.3)$$

つまり、シース、および、PC 鋼材を支持する剛性が高くなるほど、発生する振動の周波数は高く、また振幅は小さくなる傾向を示すことになる。

シースの充填率 μ とみかけのバネ係数が比例関係にあると仮定すると、

$$K = \mu K_0 \quad (5.2.4)$$

として、励起される振動速度 v 、および、振動数 ω は式 (4.15)、式 (4.16) で表される。

$$v = \frac{v_0}{\sqrt{\mu}} \quad (5.2.5)$$

$$\omega = \sqrt{\mu} \omega_0 \quad (5.2.6)$$

つまり、充填率が大きいほど、励起される振動の振幅は小さく、周波数は大きくなると考えられる。既往の研究²⁾においても、充填率が大きくなるほど波形エネルギー、すなわち振動速度に関連する指標の減少傾向が確認されている。

5.3 電磁的入力によって発生した弾性波の伝播についての考察

本節では、電磁的入力法によって発生した弾性波の伝播特性について考察を行う。コンクリート表面で測定される弾性波の応答には、鋼製シースからの直達波以外にも表面波や深さ方向に複数のシースが配置されている条件での、背面側のシースから到達する振動も含まれているため、これらの振動が測定される波形に及ぼす影響について考察する必要がある。ここでは、2次元差分法数値計算 (2D-Wave) を用いて検討を行った。

5.3.1 振動発生源となるシースの位置と弾性波の伝播

電磁的入力法では、振動の発生源がコンクリート内部にあり、伝播する振動をコンクリート構造物表面で測定することが特徴である。ここで、図 5.3.1 に示すように、振動の発生源が深さ 100mm にあるとき、コンクリート表面で測定される弾性波の初動のピーク時刻を 2D-Wave を用いて求めたものを図 5.3.2 の実線で示す。また、図中の破線は、式 (5.3.1) によって、幾何学的に弾性波の到達時間 t を求めたものである。

$$t = \frac{\sqrt{D^2 + L^2}}{c} + \frac{T_0}{2} \quad (5.3.1)$$

ここで、 D は、振動の発生源 (震源) の深さ、 L は震源からの水平距離、 T_0 は入力信号の周期、 c は弾性波の伝播速度である。 T_0 の 1/2 を加えているのは、弾性波の到来時刻を波形が正のピークとなる時刻で検出しているためである。この計算では、弾性波速度として 2,200m/s (表面波相当の弾性波速度) を用いている。実際の数値計算で設定した縦弾性波速度は 4,000m/s であるが、この速度では式 (5.3.1) の計算式で求めた弾性波の伝播時間は、2次元数値計算の計算値よりも短くなって整合がとれない。弾性波速度を 2,200m/s とした場合、

遠方の測定点では、両者はよく一致するものの、測定点が震源に近い位置では、2D-Waveでの計算値の方が早く到達している様子が認められる。

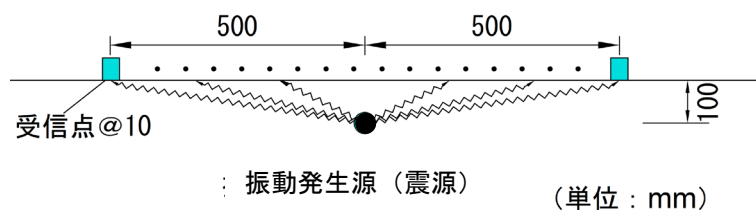


図 5.3.1 内部に振動の発生源をもつ検討モデル

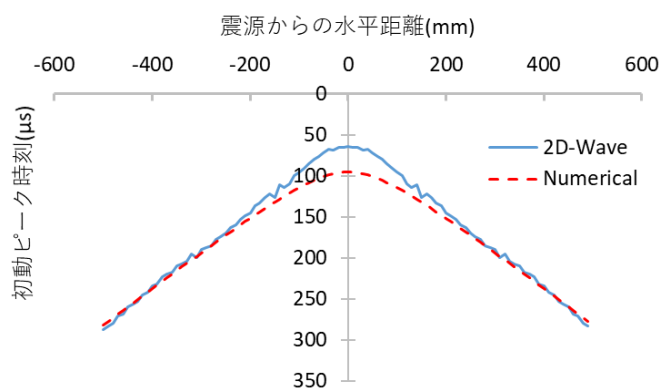


図 5.3.2 震源からの水平距離と弾性波の初動ピークの時刻(震源深さ 100mm)

一方、図 5.3.3 は、震源深さが 200mm の場合であるが、この条件では、測定点が震源に近い（200mm 程度以下）場合は、弾性波速度 4,000m/s、遠方（200mm 程度以上）の場合は 2,200m/s とした計算結果と整合することがわかる。これは、内部の震源から近い測定位置では、縦弾性波として伝播する弾性波が卓越して測定されるが、震源からの水平距離が大きくなると、より振幅が大きい表面波(レーリー波)が卓越することによるものと考えられる。図 5.3.4 は、受信位置ごとに、計算波形の初動振幅値の変化を示したものである。縦弾性波が卓越する距離から表面波が卓越する距離への遷移領域では、縦弾性波の振幅と表面波の振幅が干渉することにより、測定される振幅値が減少していることがわかる。これは、図 5.3.3 において、ピークとなる時刻が転換する距離とほぼ一致する。

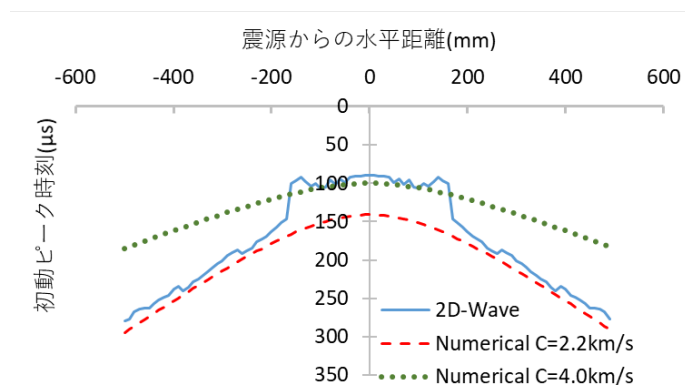


図 5.3.3 震源からの水平距離と弾性波の初動ピークの時刻(震源深さ 200mm)

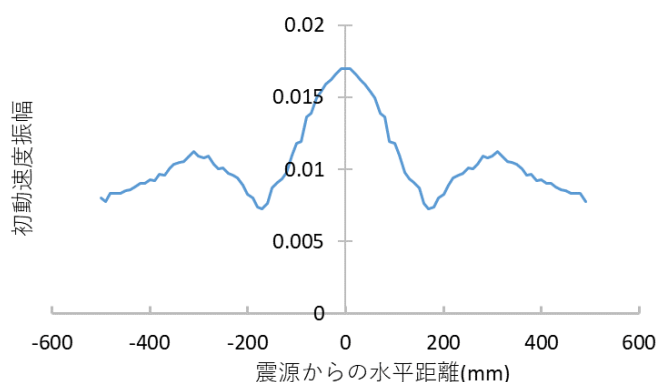


図 5.3.4 震源からの水平距離と初動のピーク振幅(震源深さ 200mm)

図 5.3.5 には、震源から 300mm 離れた位置での計算波形を示す。この位置では振幅の小さい縦弾性波が先に到来し、次いで、表面波が到来していることがわかる。つまり、構造物の内部に震源がある場合には、震源から表面に到達した縦弾性波によって表面波が励起され、この表面波が測定面を伝播し、震源から直接受信点に到達し、かつ、ピークの位相が $\pi/2$ 遅れた波動と干渉することで、図 5.3.4 に示したような、ピーク振幅の低下現象が発生すると考えることができる。図 5.3.6 は、式(5.3.1)で示される経路と、式(5.3.2)の経路での時間を計算したものである。

$$t = \frac{D}{c_p} + \frac{L}{c_R} \quad (5.3.2)$$

ここで、 c_p は縦弾性波速度、 c_R は表面波速度である。図に示されるとおり、受信点の位置が空隙から 140mm で、両者の時刻は一致しており、震源深さが 200mm の場合、この距離近傍において振幅値が減少して測定されることになる。

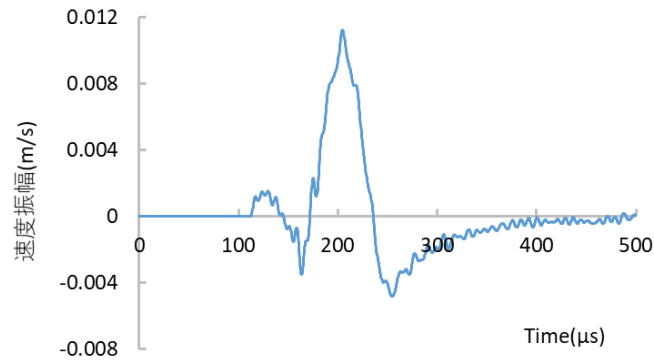


図 5.3.5 震源から 300mm の位置での速度波形

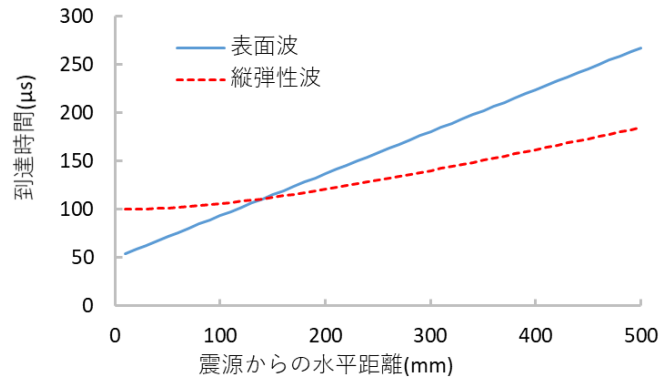


図 5.3.6 相変移した表面波と直達縦弾性波の干渉(震源深さ 200mm)

5.3.2 弾性波の合成

前項の検討では，コンクリート構造物の内部に振動の発生源（震源）がある場合，測定表面では，測定面に伝播して相変移した表面波と直接伝播する縦弾性波の 2 つの波動の干渉が生じることがわかった。厳密には，最初に測定表面に到達した縦弾性波が測定表面を伝播する縦弾性波，および，表面波に相変移して測定表面を伝播し，その 2 つの波動に震源から直接伝播する波動が重畳することになると考えられる。また，このタイミングにおいて，測定波形の位相の変化が生じるものと考えられる。位相の時間変化 $\Delta\theta$ は，式 (5.3.3) で表される。

$$\Delta\theta(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\theta(t + \Delta t) - \theta(t)}{\Delta t} \quad (5.3.3)$$

位相の時間変化は，単一の周波数 f を持つ波動であれば単位時間に対して一定の値を持ち，式 (5.3.4) で表される。

$$\Delta\theta = 2\pi f \Delta t \quad (5.3.4)$$

ここで，異なる震源，あるいは，同一の震源であったとしても異なる経路を経て受信点に到達する波動の重合では，式(5.3.4)に示される定常的な位相変化とは異なって著しい位相変化

をひき起こす。図 5.3.7 は、震源位置から水平距離 300mm の受信点における位相の時間差分を示している。位相差には、細かい時間変動があるが、これは 2D-Wave による数値計算時の誤差に起因するものであると考える。図では、130 μ s 付近で位相変化の振幅が局所的に大きくなっており(図中矢印)、この時刻で少なくとも 2 つの波動が重合したと考えられる。

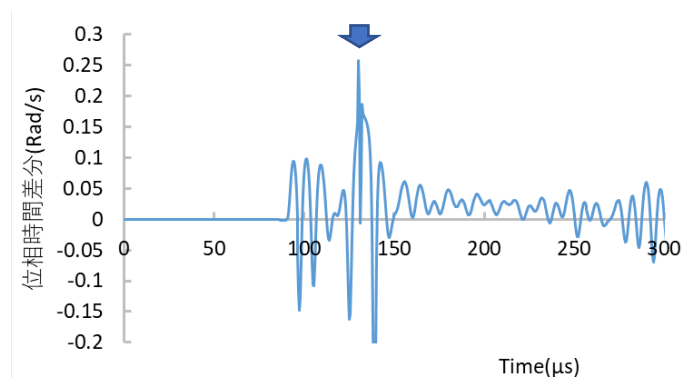
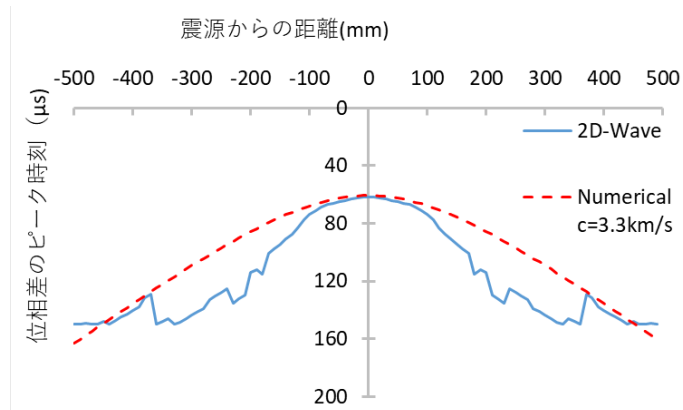


図 5.3.7 震源から 300mm の位置における位相差分の時間変化

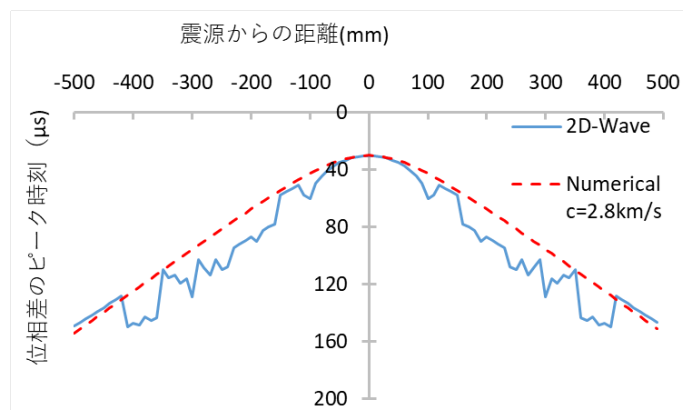
図 5.3.8(a)は、震源の深さが 200mm の場合の 2D-Wave による数値計算で得た波形について、位相差分が 300 μ s 以内で最大(絶対値において)となった時刻について、震源からの水平距離をパラメータとしてグラフ化したものである。図中、実線がその値を示し、破線は弾性波の伝播速度を 3,300m/s として計算した震源からの直達波動の到達時間を示している。2D-Wave の計算に用いた縦弾性速度は 4,000m/s であったが、現実の計算波形との整合性を考慮すると、波動の伝播速度を 3,300m/s としたときに、2D-Wave による計算との一致度が高い。

一方、(c)は、震源が深さ 100mm と 200mm に 2 つある場合の位相差分が最大となる時刻を示している。図中に示す、2 本の線について、破線は震源の深さを 100mm、波動の伝播速度を 3,300m/s として計算した震源からの直達波の到達時刻であり、1 点鎖線は、震源深さを 200mm として計算した場合のものである。

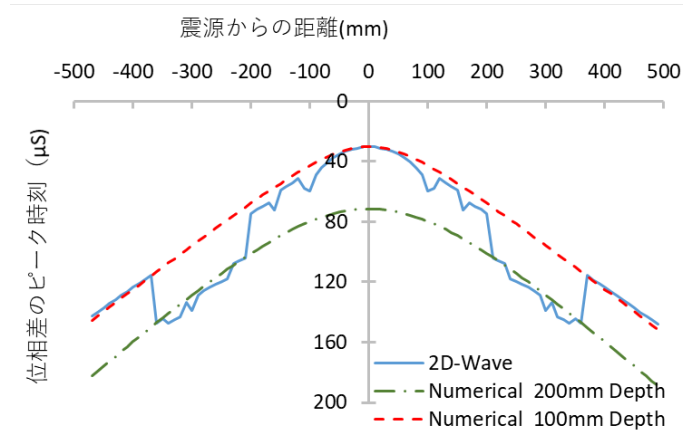
設定した弾性波速度の値 (3,300m/s) は、一般的なコンクリートの縦弾性波速度でも表面波速度でもない。この理由は、構造物表層付近の弾性波の伝播は一概に縦弾性波、横弾性波あるいは表面波と限定できないためである。数値計算に使用した弾性波の周波数は 10kHz と 12.5kHz であり、縦弾性波では波長 400mm 程度となり、震源深さの 2 倍に相当する。構造物内部とはいえ、震源が比較的浅い(波長と比較して震源が浅い)場合には、波動は固体内部を伝播する場合とは異なって自由面表面の影響を受け、表面波が卓越しやすい。また、表面波は分散性を持ち、位相差が深さ方向で異なるため、今回の解析のように波動の位相変化に着目した手法では、設定した縦弾性波速度どおりの弾性波速度が観測されないものと考えられる。また、図 5.3.8 から、位相差分値が極大となる時間の空間分布から、震源近傍の測定点と遠方の測定点では、最も浅い位置にある震源の影響を受けることがわかる。



(a) 震源深さ 200mm



(b) 震源深さ 100mm

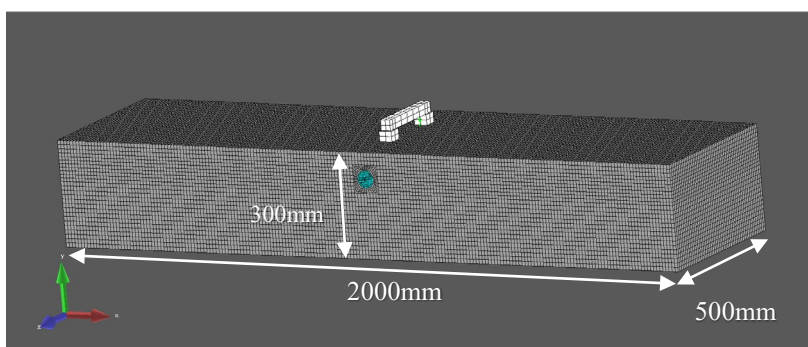


(c) 震源 2 個，震源深さ 100mm および 200mm

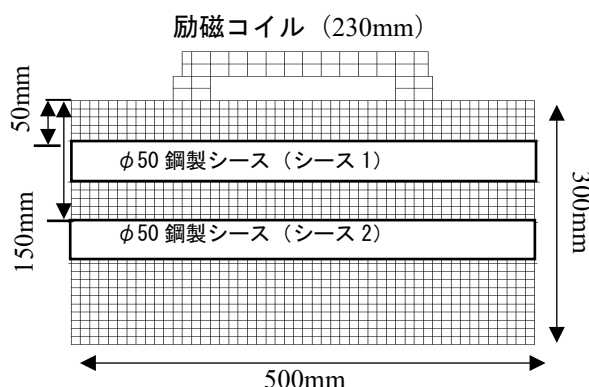
図 5.3.8 測定距離と位相差が最大となる時刻の関係

5.4 鋼製シースに作用する電磁力の検討

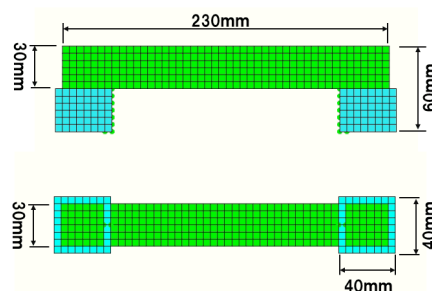
電磁的入力によって励起される弾性波の特性を 3 次元の衝撃応答解析によって検討するのに先立ち、振動発生源となる PC シースに作用する電磁力について、3 次元の動磁場解析ソフトウェア（(株) フォトン社, EDDY）を用いて検討を行った。ここでは直径 50mm, 長さ 500mm, 厚さ 0.3mm の鋼製シースが、かぶり 50mm, および, 150mm の位置に重なって配置された場合について計算を行った。解析モデルの概要を図 5.4.1 に示すが、励磁コイルは実験で用いている装置と同寸法のものをモデル化し、シースの延長方向に平行に設置した。解析に用いた物性値は表 5.4.1 に示す。なお、励磁コイルに入力する電流は、図 5.4.2 に示し、実際に実験装置で入力される値(最大 10,000A)を用いた。2 段配置におけるかぶり 50mm, および, 150mm のシース上面中央部に作用する電磁力の時刻歴波形を図 5.4.3 に示す。図より、電磁力の変化は一様でなく、2 つのピークを持つが、電磁力が最初にピークとなった時刻でのシース全体の電磁力の分布を図 5.4.4 に示す。これらの結果から、鋼製シースが 2 段配置された条件においても、微弱かつ、測定面側とパターン異なる電磁力が背面側のシースにも作用していることが確認された。このことから、かぶり 150mm 程度に配置された 2 段目のシースも振動の発生源となり得ることが明らかになった。



(a) モデル概要



(b) モデル断面



(c) 励磁コイル詳細

図 5.4.1 動磁場解析のモデル

表 5.4.1 動磁場解析における物性値

媒質	比透磁率	電気伝導率 (S/m)
コンクリート	1	0
空気	1	0
グラウト	1	0
シース	5000	1×10^7
鉄芯	5000	1×10^7
コイル	1	0

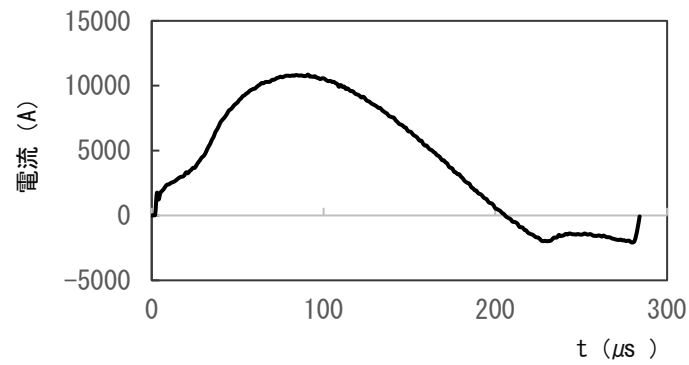


図 5.4.2 励磁コイルへの入力電流

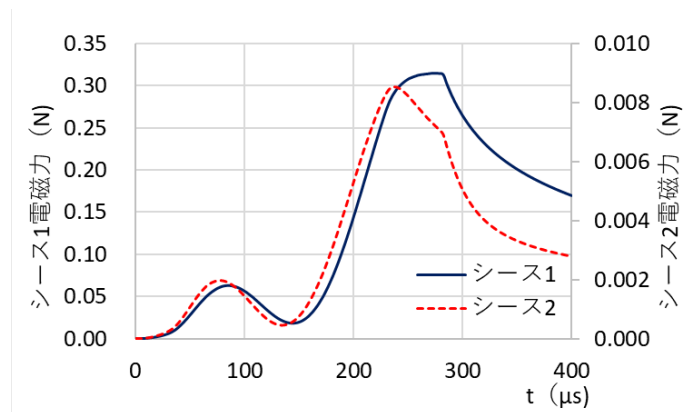


図 5.4.3 シース中央部頂点に作用する電磁力の変化

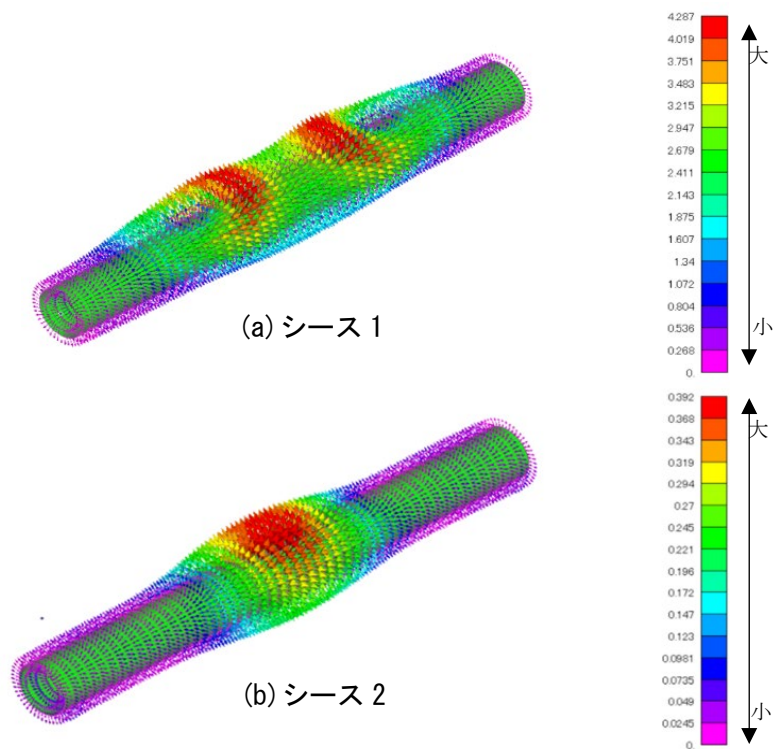


図 5.4.4 シースに作用する電磁力の分布

5.5 グラウト充填度評価に用いる指標についての解析的検討

5.5.1 弾性波応答解析

5.2 節では、シース近傍の力学モデルの考察を行い、PC グラウト充填率と励起される弾性波の振動速度や、振動数について相関がある可能性を明らかにした。また、5.3 節では、電磁場応答解析によって、部材の厚さ方向に 2 段に配置されたシースの背面側のシースにも電磁力が作用することが明らかになり、コンクリート表面で受信する測定波形には、背面側のシースで発生する振動が、かぶり深さの違いに起因する時間差で重畳している可能性が考えられる。これらの状況を踏まえ、従来の波形エネルギー指標、すなわち、振動速度を指標とした評価に加え、新たに、瞬時周波数、あるいは、波形の複雑性（情報量）といった指標が PC グラウトの充填状況の評価に適用できるか検討を行った。検討は、先行して行った電磁場応答解析によって得たシースに作用する電磁力を入力値として、3 次元の有限要素法解析（LS-DYNA）によって行った。解析の概要を図 5.5.1 に示すが、厚さ 300mm のコンクリート板に長さ 500mm のシースを 1 本、あるいは、2 本配置した条件について検討を行った。シースにおける電磁力の入力位置は、図中(b)に示すように、50mm ごとの 9 断面について、上下左右の 4 か所、合計 36 か所とし、図 5.4.3 において最初のピークとなる時刻における、それぞれの入力位置での電磁力の値を用いた。測定点および、シースの配置は図 5.5.2 に示すように、測定点はシースの直上中央の測定面（測定点 1）、および、対向する位

置（測定点 2）に設定した。グラウト充填率は、0%、25%、50%、75%、100%とし、図 5.5.3 に示すように測定面側に空隙がある条件を模擬した。計算に用いる物性値は、表 5.5.1 を用い、計算時間間隔を $1.0\mu\text{s}$ として、5000 ステップで計算を行った。1 段配置の条件における代表的な計算波形を図 5.5.4 に、2 段配置の条件における計算波形の例を図 5.5.5、図 5.5.6 に示す。図より、1 段配置における充填率 100%と 0%、あるいは 2 段配置におけるシース 1（手前側のシース）の充填率 100%と 0%の条件において僅かな振幅の違いはみられるものの、単純な波形の比較では充填状況の判別は困難である。

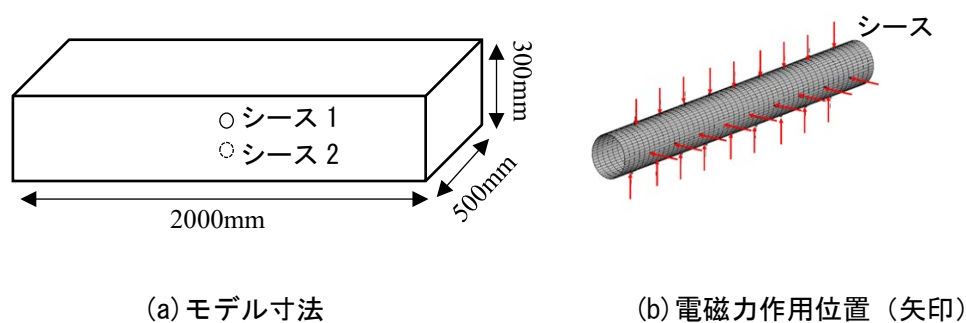


図 5.5.1 数値計算モデル概要

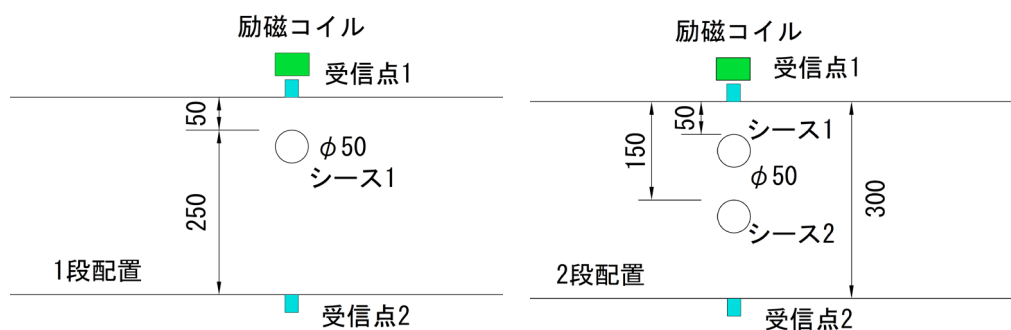


図 5.5.2 衝撃応答解析におけるシースの配置

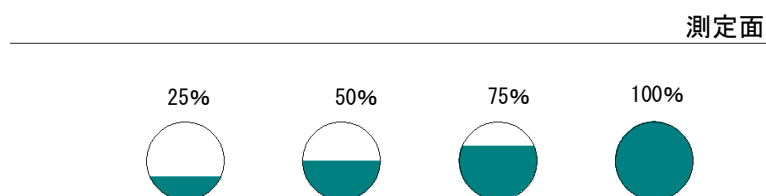
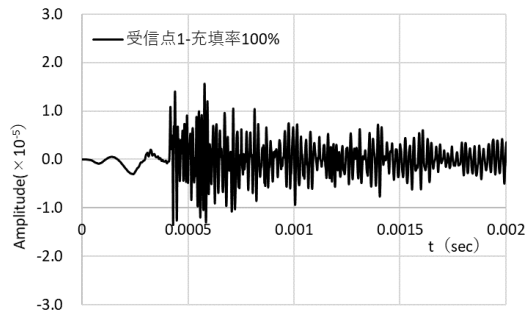


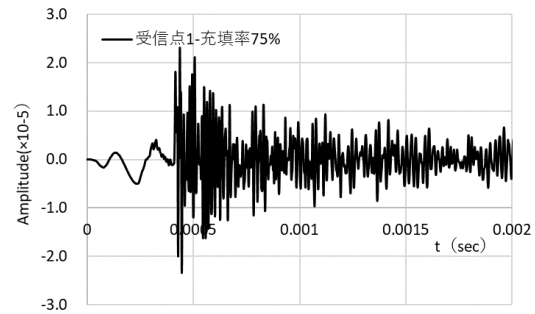
図 5.5.3 グラウト充填率のモデル

表 5.5.1 衝撃応答解析に用いた物性値

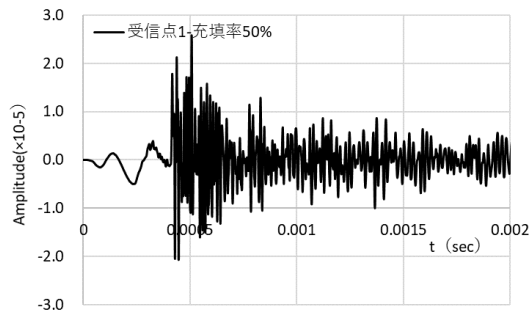
材料	密度 (kg/m ³)	弾性係数 (N/m ²)	ポアソン比
コンクリート	2.3×10^3	3.0×10^{10}	0.2
グラウト	1.8×10^3	2.3×10^{10}	0.2
鋼材 (鋼製シース)	7.9×10^3	2.0×10^{11}	0.3



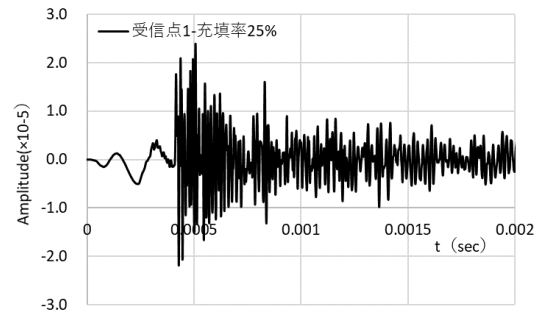
(a) 測定点 1-充填率 100%



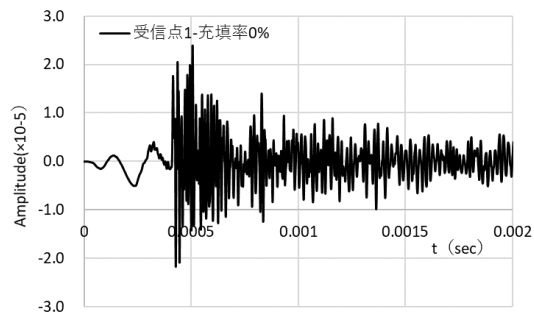
(b) 測定点 1-充填率 75%



(c) 測定点 1-充填率 50%

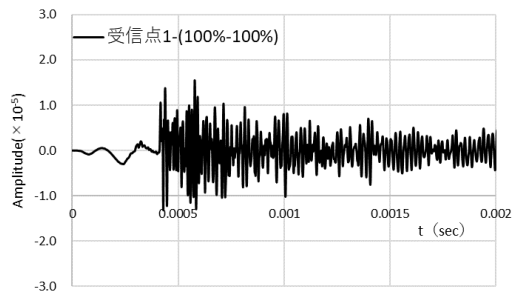


(d) 測定点 1-充填率 25%

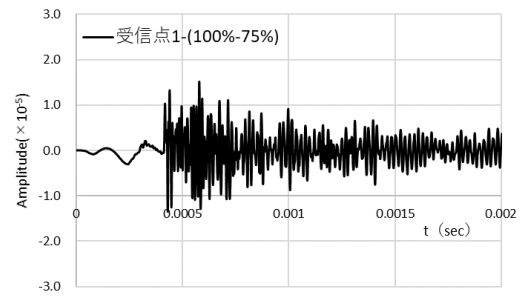


(e) 測定点 1-充填率 0%

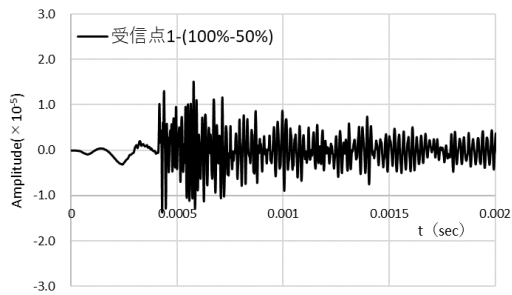
図 5.5.4 測定点 1 における計算波形 (1 段配置)



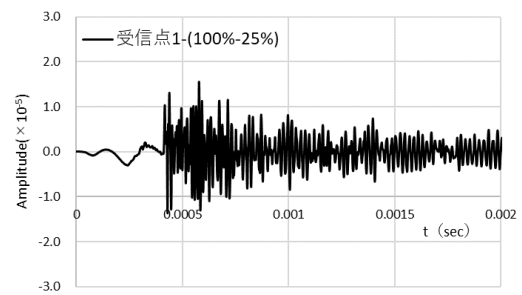
(a) 測定点 1-手前側 100%-背面側 100%



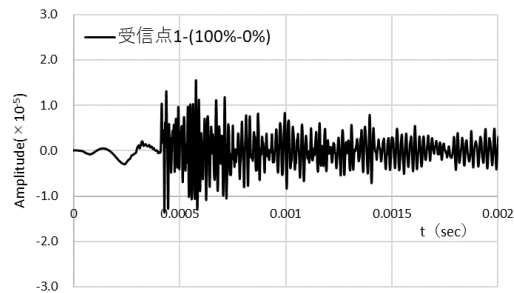
(b) 測定点 1-手前側 100%-背面側 75%



(c) 測定点 1-手前側 100%-背面側 50%



(d) 測定点 1-手前側 100%-背面側 25%



(e) 測定点 1-手前側 100%-背面側 0%

図 5.5.5 測定点 1 における計算波形-1 (2 段配置)

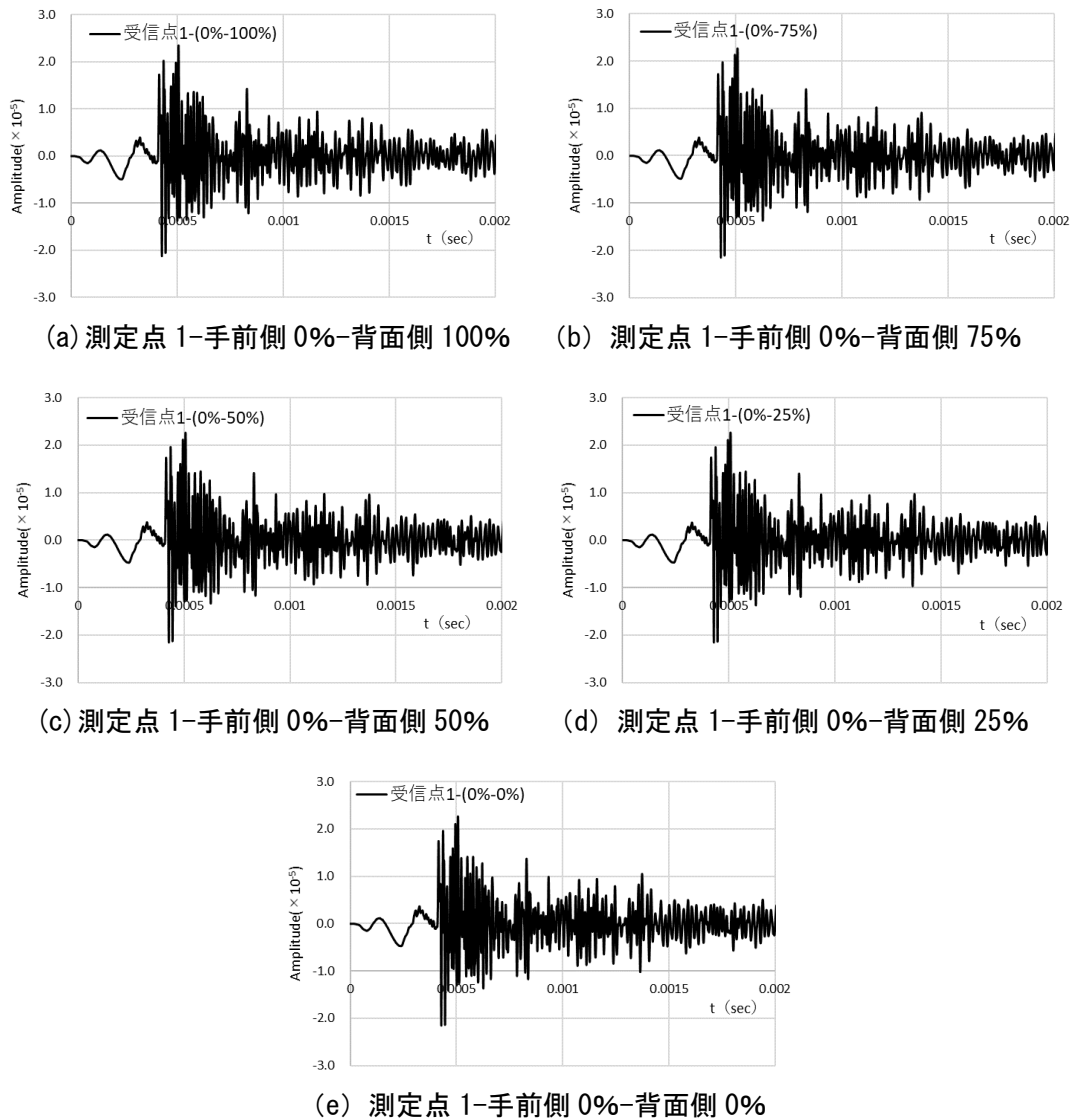


図 5.5.6 測定点 1 における計算波形-2 (2 段配置)

5.5.2 波形エネルギー

ここでは、振動速度振幅の変化の指標として、既往の研究²⁾においても適用性が確認されている波形エネルギー指標について検討を行った。波形エネルギーは式 (5.5.1) によって算出した。

$$E = \sum_{i=0}^n y_i^2 \quad (5.5.1)$$

ここに、 E は波形エネルギー、 y_i は各サンプリング時刻における振幅値、 n はデータ数(5000)である。図 5.5.7 には、1 段配置の条件での波形エネルギー指標と充填率の関係を示すが、

既往の知見通りの変化が得られた，一方，図 5.5.8，図 5.5.9 には 2 段配置の条件での結果を示すが，波形エネルギー指標のみに着目して 2 段配置されたシースのグラウト充填状況を評価することは困難であることが伺える。

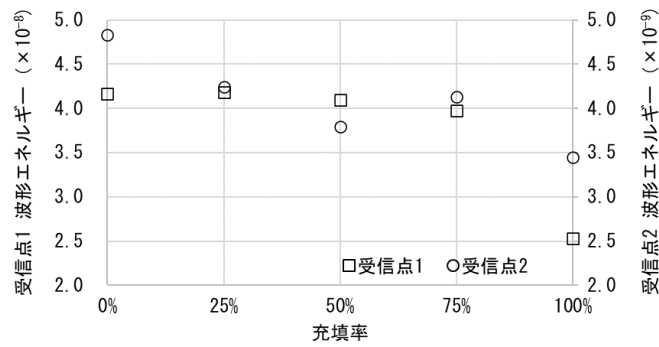


図 5.5.7 1 段配置における波形エネルギー指標と充填率の関係

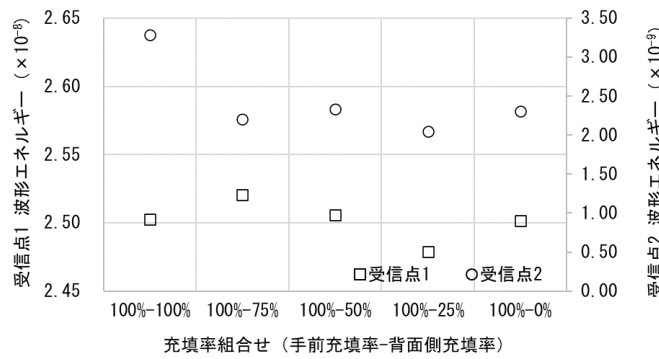


図 5.5.8 2 段配置における波形エネルギー指標と充填率の関係

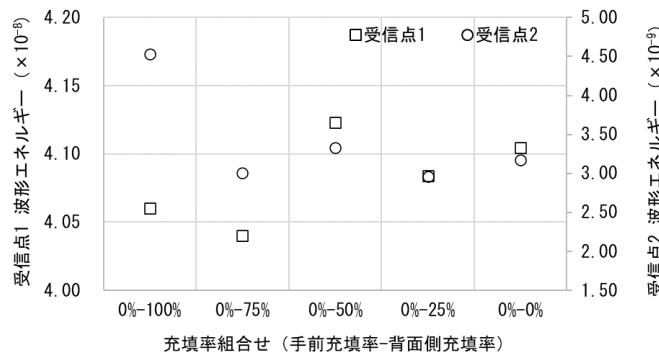


図 5.5.9 2 段配置における波形エネルギー指標と充填率の関係-2

5.5.3 瞬時周波数

5.5.3.1 FFTによる周波数解析の適用性

5.2 節の検討では、電磁的入力によって発生する弾性波の周波数は、グラウト充填状況と相関がある可能性が確認された。図 5.5.10 には、5.5.1 項において求めたシー스가 1 段配置された条件での計算波形について、FFT（高速フーリエ変換）によって求めた周波数パワースペクトルを示す。いずれの充填率における条件でも、6300Hz 付近に卓越するスペクトルが見られるが、数値計算の条件において、おおよそ、部材厚さ（300mm）に相当する周波数であり、発生した弾性波が、部材の厚さ方向に多重反射している状況が伺える。充填率 100%と 75%以下の周波数において、2%程度の卓越周波数の低下が見られたが、従来の多重反射の周波数に着目したグラウト充填評価での知見⁵⁾と同様に、内部空隙によって弾性波の伝播が阻害されることによって卓越周波数が変化したものと考えられる。対象の構造物の断面形状が板状かつ、部材厚さが変化しないという条件であれば、FFTによっても 100%でない充填率のシースを検出できる可能性が示された。一方で、断面形状が板状でない箇所には適用できない可能性があり、少なくとも、5.2 節の検討で得た充填率に起因する周波数の変化は捉えられていないと言える。

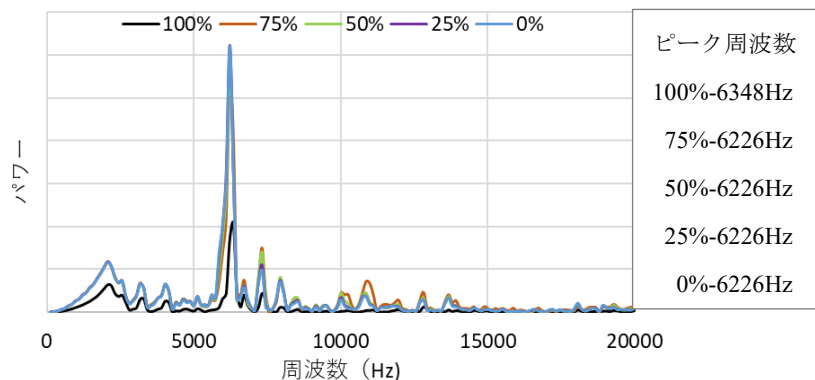


図 5.5.10 FFT 周波数解析結果

5.5.3.2 瞬時周波数指標の適用性

測定波形の周波数は、高速フーリエ変換や、フーリエ変換などを用いて得ることが一般的であるが、これらの解析方法は、比較的長時間の間での周期性を分析する方法であり、前項での検討結果のように、微小な時間で生じる周波数の変化を捉えることは難しい。

ここで、正弦波の信号では、周期 T で、位相が 2π 変化する。つまり、単位時間当たりの位相変化 $\Delta\theta$ は、式 (5.5.2) で表される。

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{T} \quad (5.5.2)$$

従って、単位時間(1 秒)での位相の変化(位相勾配)から、式 (5.5.3) に示すように、単位時

間当たりの周波数 f （以降「瞬時周波数」と称する）を求めることも可能である。

$$f = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \quad (5.5.3)$$

なお、任意の時間 ΔT での位相変化を対象とする場合、瞬時周波数は、

$$f = \frac{1}{\Delta T} \frac{\Delta\theta}{2\pi} \quad (5.5.4)$$

として計算される。

瞬時周波数は、安定的（継続時間が長い定常確率過程にあると判断される）な周波数を求めることはできないが、周波数の時間変化や外乱周波数の発生時刻の推定などに応用することができると考えられ、非定常性の強い波浪や衝撃荷重の解析にも実用⁶⁾されている。5.3節における検討では、コンクリート内部を発生源とする弾性波が複数の経路を伝播して重畳すると、瞬間的な位相変化を生じることが確認されており、瞬時周波数の指標の適用性が示されたと捉えることができる。

しかし、式(5.5.4)では、位相の時間関数を求めるために、ヒルベルト変換が不可欠である。ヒルベルト変換では波形の位相成分と、振幅成分を分離することが可能であるが、計算の過程でフーリエ変換を利用するため、波形が定常確率過程に無い場合には、位相と振幅の関係にトレードオフが発生し、瞬時の周波数変化を捉えることが難しい可能性も懸念される。この場合の対応として、波形が正弦波あるいは余弦波で表現される場合の周波数を差分形式で求める方法の検討を試みた。正弦波を差分化すると、式（5.5.5）で表される。

$$\left. \begin{aligned} x_{i+1} &= \sin(\omega t + \omega \Delta t) \\ x_i &= \sin(\omega t) \\ x_{i-1} &= \sin(\omega t - \omega \Delta t) \end{aligned} \right\} \quad (5.5.5)$$

これから、

$$x_{i+1} + x_{i-1} = 2 \cos \omega \Delta t \cdot x_i \quad \square \quad 2 \left(1 - \frac{1}{2} 2\pi f \Delta t \right) x_i \quad (5.5.6)$$

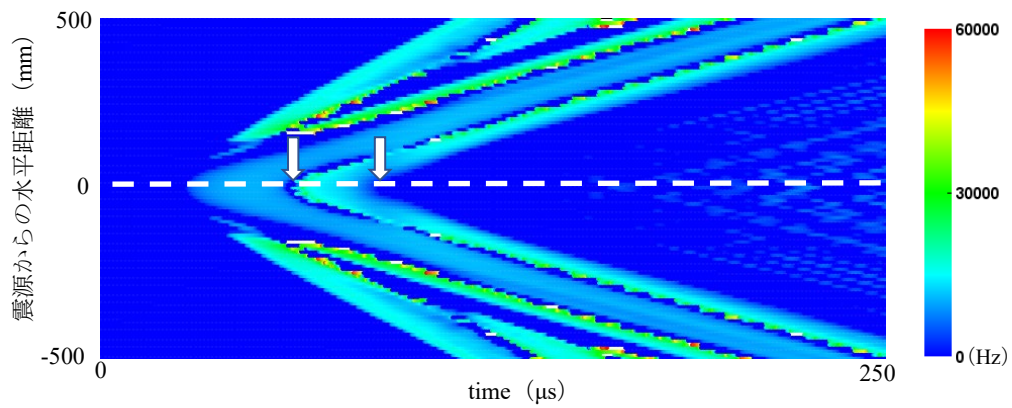
が得られ、式(5.5.7)に示すように、測定波形から瞬時周波数を決定することも可能となる。

$$f_i = \frac{1}{4\pi \Delta t} \sqrt{2 - \frac{x_{i+1} + x_{i-1}}{x_i}} \quad (5.5.7)$$

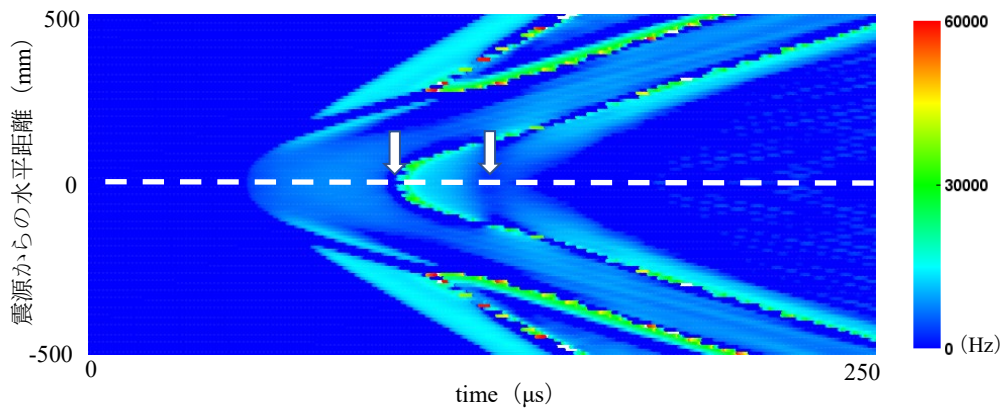
ここで、 Δt は差分時間間隔である。

実際には、差分時間間隔と信号の周期の関係を適切に設定する必要があるが、式(5.5.7)では、測定波形に含まれるノイズによって、瞬時周波数の計算値に大きな変動が生じる可能性が考えられ、事前に移動平均処理などの工夫により、ノイズの影響を抑制することが望ましい。さらに、式(5.5.7)では、条件によって根号が負になる場合もあり、この場合には、値を

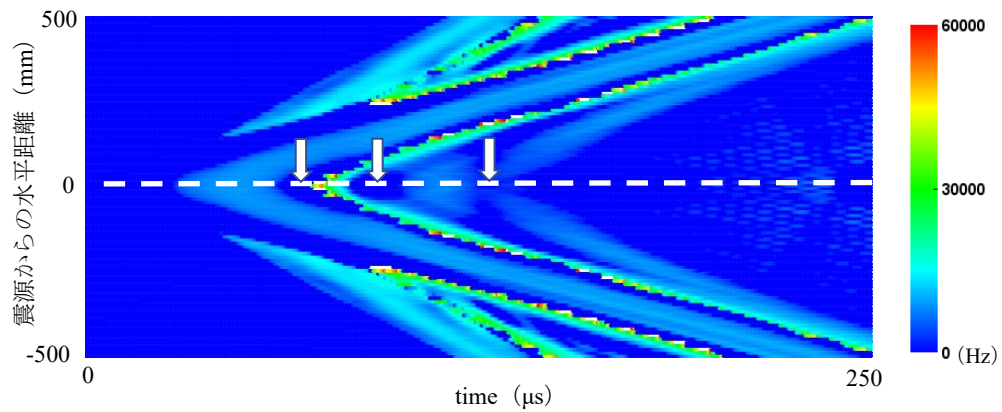
0 として扱う工夫も必要となる。ここでは、図 5.3.1 に示す条件において、2D-Wave を用いてコンクリート表面で測定される波形の計算結果について検討した。計算波形について、式(5.5.7)を用いて時刻歴の瞬時周波数に換算し、その変化をコンター表示したものを図 5.5.11 に示す。(a)、(b)は、震源が 1 つで震源の深さが異なる条件であり、(c)は、震源が 2 つになった場合の結果を示している。コンター図の縦軸方向は測定点の位置であり、図の下側が震源の左側 500mm、上側が右側 500mm である。横軸は、0 μ sec から 250 μ sec の時間範囲を示している。図中のコンターの色合いは瞬時周波数の大小を表しており、青色が 0 である。震源位置を中心として左右対称(図では上下対称)の分布になっているが、最も外側(左側)のコンターラインが最初に到達する波動、次いで、瞬時周波数が 0 となった直後の変化が、重畳する波動の到達を示している。震源直上の測定点でのこの変化位置を図中矢印で示すが、震源が 1 つの(a)、(b)では変化が 2 か所であるのに対し、震源が 2 つの(c)の場合では、この数が 3 か所となっている。これは、震源が 2 つの場合、最初に到達する波動と①上側の震源で発生した波動、②下側の震源で発生した波動の重畳、および、③2 つの震源からの波動の重畳、が生じるためである。これらの結果から、瞬時周波数の変化に着目することで、多段配置されたシースからの弾性波の到来を検知できる可能性が確認された。



(a) 震源 1 個, 深さ 100mm



(b) 震源 1 個, 深さ 200mm



(c) 震源 2 個, 深さ 100mm+200mm

図 5.5.11 時刻歴瞬時周波数のコンター表示

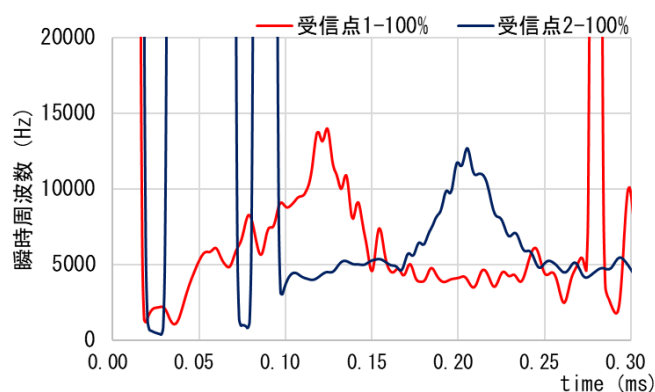
5.5.3.3 瞬時周波数とグラウト充填率の関係の検討

瞬時周波数とグラウト充填率の関係について、5.5.1 項において求めた計算波形を用いて検討を行った。ここでは、瞬時周波数はヒルベルト変換によって分離した位相の時間変化に

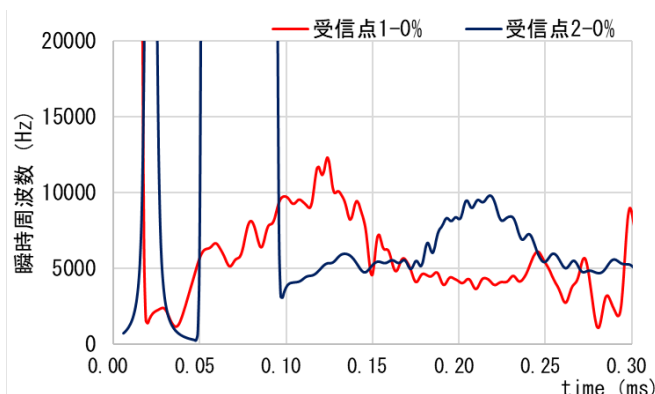
ついて、式 (5.5.4) を用いて求めた。図 5.5.12 には、1 段配置における、測定点 1、および、対向する測定点 2 での計算波形の瞬時周波数の時刻歴変化を示す。図では、測定点毎に異なる時刻に瞬時周波数のピークが認められる。このピーク時刻の差は、2 つの測定点とシースの距離 (かぶり) の差に相当することから、シースを発生源とする振動であるとみなし、本論では、瞬時周波数の最大値を瞬時周波数の指標として扱うこととした。ピーク周波数の比較から、100% 充填と 0% の充填率において、10% 以上ピーク周波数が低下していることから、瞬時周波数指標のグラウト充填評価への有効性が確認された。なお、図で散見される、

瞬時周波数の跳躍は、位相が $\frac{\pi}{2}$ から $-\frac{\pi}{2}$ に変化する際の計算処理の問題によるものである。

図 5.5.13 には、測定点 1 における瞬時周波数のピーク値と、グラウト充填率の関係を示す。図より、充填率 50% や 75% では、やや線形の近似から外れる傾向が確認されたが、概ね充填率と瞬時周波数の相関は確認された。線形近似から外れた要因として、前項で指摘した波動の重畳や、フーリエ解析の適合の問題が考えられる。前者については、測定点の配置等でも影響を低減することが可能であり 5.5.5 項で検討を行う。



(a) 充填率 100%



(b) 充填率 0%

図 5.5.12 1 段配置における瞬時周波数の時間変化

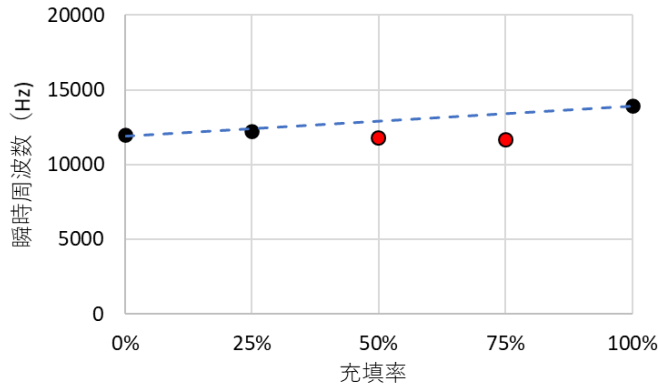


図 5.5.13 1 段配置における瞬時周波数とグラウト充填率の関係

5.5.4 波形の複雑性

5.5.4.1 自己回帰モデルの適用性

弾性体を伝播する波動の現象は、基本的に慣性系と剛性系の釣り合いによる線形システムであるので、自己回帰モデルによる線形予測が可能である。時刻 i での予測値 \hat{x}_i は、式 (5.5.1) として推定される。

$$\hat{x}_i = \sum_{j=1}^N a_j x_{i-j} \quad (5.5.1)$$

また、この時の予測誤差 e_i は、式 (5.5.2) で表される。

$$e_i = \hat{x}_i - \sum_{j=1}^N a_j x_{i-j} \quad (5.5.2)$$

自己回帰係数は、一般に予測誤差のパワーが最小になるように決定するが、信号の周波数、位相などが変化すると、その時刻では予測誤差が顕著な値となる。この性質を利用して、異なる震源からの波動が到達した時刻を検出できるか検討した。図 5.5.14、図 5.5.15 は、図 5.3.1 に示す条件において、2D-Wave を用いて各測定点で計算された波形の自己回帰モデルによる予測誤差の振幅をコンター表示したものである。色相は、予測誤差が小さければ緑、大きくなるほど青や赤色としている。図から、震源が一つの場合には、最初の波動の到達時刻、及び、波動の重畳時刻（図中矢印）で、予測誤差が大きく変化し、震源位置を確定することが可能となる。弾性波の到達時刻で予測誤差が大きくなるのは、その直前まで信号が無く、自己回帰モデルでは、予測値が 0 の状態が継続するのに対し、弾性波の到達時の初動振幅が誤差として算出されるためである。また、伝播経路が異なる波動が重畳した時刻では、重畳した波動が予測誤差となるためである。これより、震源が 1 つの場合の、(a)、(b)

の条件では、波形の予測誤差の変化に着目して、震源からの弾性波の到来と他の経路を伝播した弾性波の重畳を検知可能であることがわかった。一方で、震源が 2 つある場合(c), (d) には、波形の統計的性質の変化時刻を視覚によって明瞭に判別することは難しいことがわかった。この原因は、深い位置にある震源からの波動の振幅は小さく、重畳波形に与える影響が小さいためと考える。

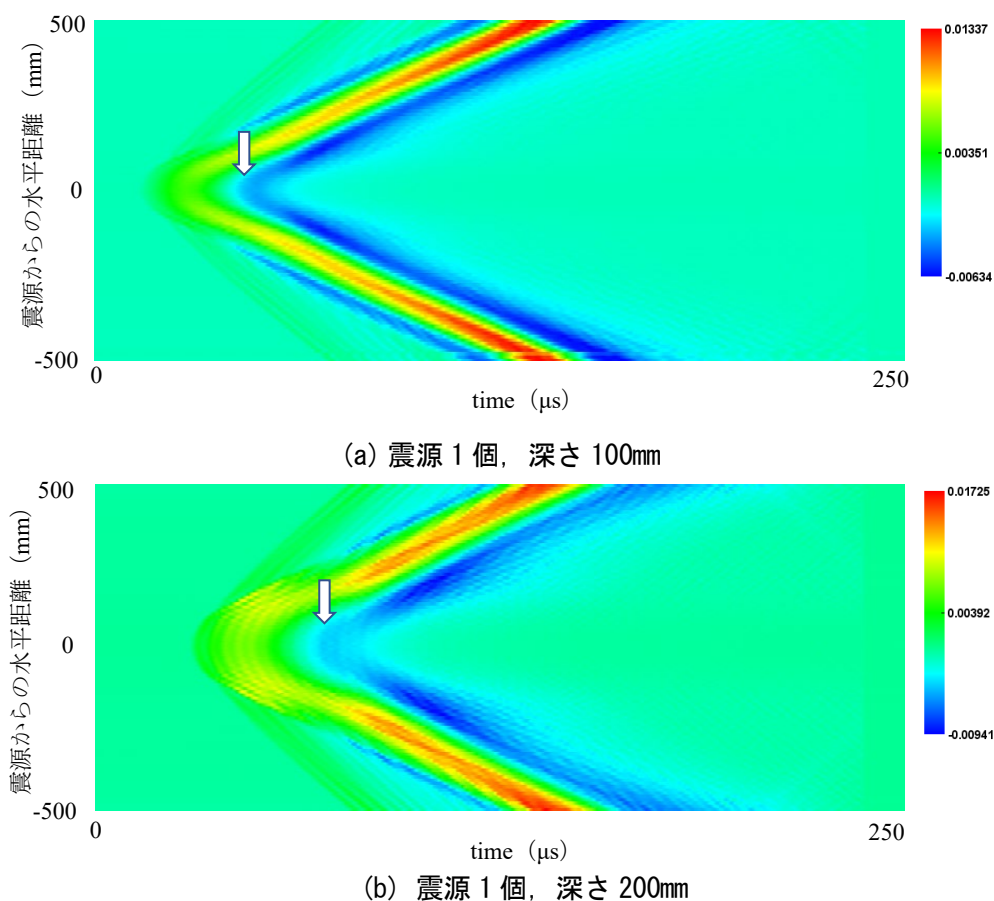
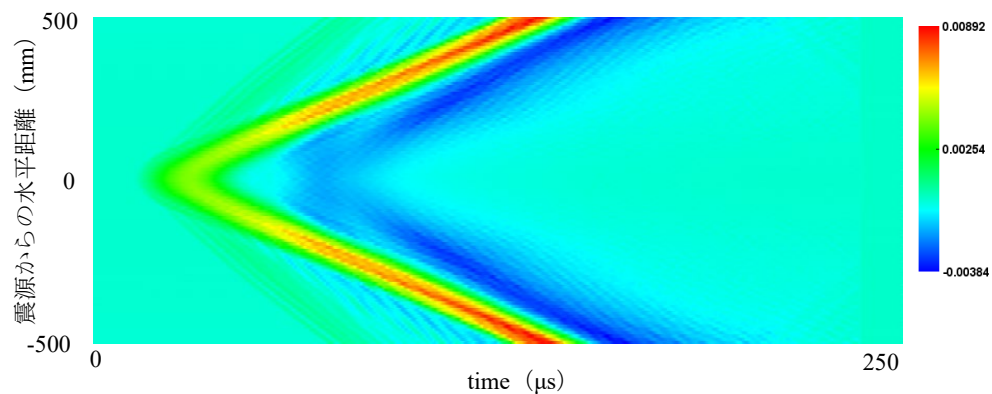
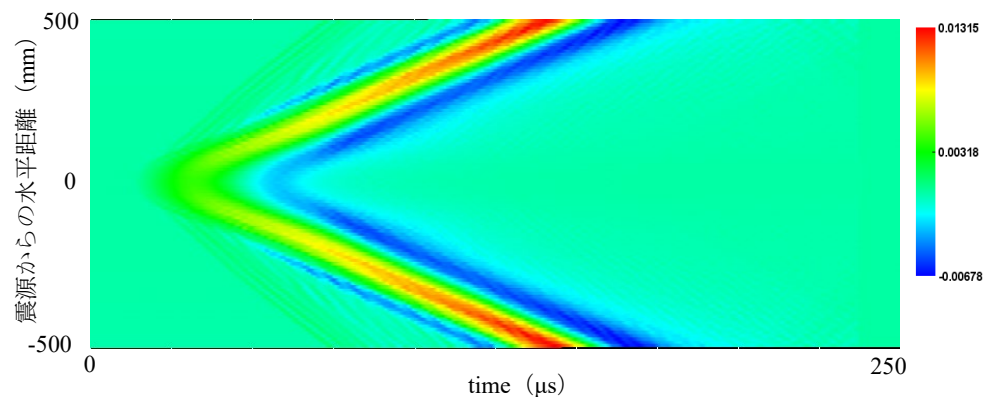


図 5.5.14 自己回帰モデルによる予測誤差のコンター表示



(c) 震源 2 個, 深さ 100mm+200mm



(d) 震源 2 個, 深さ 100mm+300mm

図 5.5.15 自己回帰モデルによる予測誤差のコンター表示

5.5.4.2 赤池情報量基準 (AIC) の適用

前項では, コンクリート内部を震源とする信号に対して, 自己回帰モデルの予測誤差に着目して到来を検知できる可能性が明らかになり, 一方で, 深さ方向に震源が重なる条件では主観的な判定への適用が難しい問題点も明らかになった。ここで, 自己回帰モデル自体を評価する手法として, 赤池情報量基準 (Akaike's Information Criterion : AIC) がある。本来は, 自己回帰モデルと実データ (測定波形) の適合状況を判断するための基準として使われており, AIC の値が最小となる場合にモデルと実データがよく整合していると判断することができる。一方で, ランダムなバックグラウンドノイズと信号を切り分けることにも応用可能であるため, 地震工学の分野や, コンクリートの非破壊試験の分野では, 波動の初動の到達時刻を検出する方法としても適用されている⁷⁾。ここで, 固有振動数のみで振動するシステムでは, 運動そのものが予測可能となるため, その状態の情報量は小さいが, 逆に情報エントロピーは大きくなる。また, 複数の振動系を持ち, どの振動系の振動が卓越するか時間的に確定できない場合には, 情報量は多く, 情報エントロピーは小さくなると考えられる。例えば, 未充填状態のシースを電磁力によって加振した場合, グラウトが完全に充填された状

態と比べて、充填率に応じて複数の振動系で不整な振動が発生するなど、振動波形の特徴が変化する場合は、予測の可能性が低くなり、複雑性（情報量）に変化が生じるため、AIC の最小値を指標としたグラウト充填評価の可能性も考えられる。ここでは、5.5.1 項において求めた計算波形について、AIC による計算を適用して、グラウト充填状況、あるいは、深さ方向に 2 段に配置されたシースのグラウト充填率の組合せと AIC の値の関係を検討した。

図 5.5.16 は 1 段のみのシース配置における充填度と AIC 値の関係を示したものであり、値が小さいほど、予測可能性が大きい定常的な振動であることを意味する。充填率 0%～75%の差異はわずかであるものの、AIC 最小値と充填率の相関が確認された。また、図 5.5.17 には、2 段配置の場合の充填率の組合せと AIC 値の関係をまとめたものを示す。2 段配置の条件では、AIC 値の差が小さく、手前側シースの充填率が 0%の場合は 100%、75%とそれ以外の充填率で僅かな差異が認められたが、手前側充填率が 100%の場合は、背面側の充填率が 25%の条件での AIC 値が最小となるなど、背面側シースの充填率との相関は見られなかった。前項の検討と同様、背面側のシースに作用する電磁力は小さく、これに伴って励起される弾性波の振幅が小さくなることによるものと考えられる。

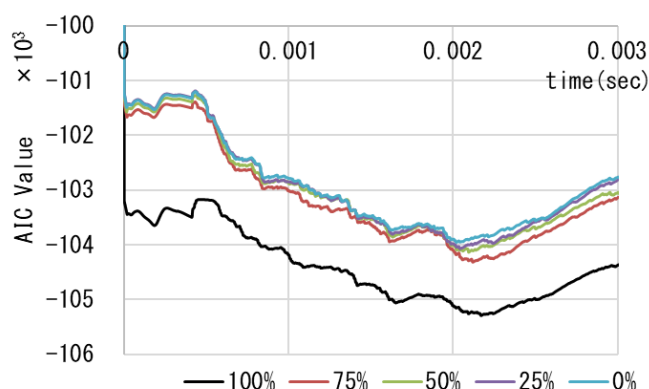
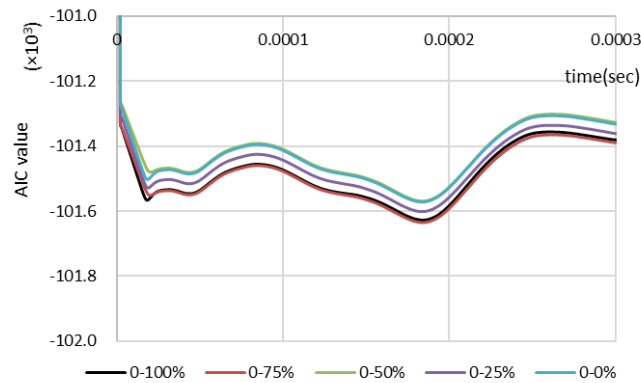
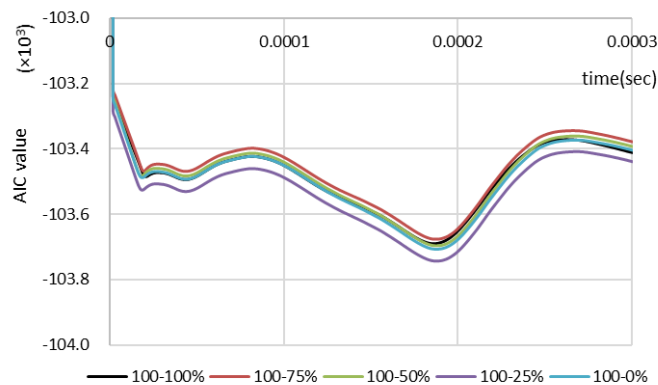


図 5.5.16 AIC 値と充填率の関係（1 段配置）



(a) 手前側充填率 0%



(b) 手前側充填率 100%

図 5.5.17 AIC 値と充填率の関係 (2 段配置)

5.5.5 測定点配置についての検討

ここまでの 3 次元衝撃応答解析においては、便宜上、シースの直上のコンクリート面、あるいは、測定面と対向する面に測定点を配置したが、現実の測定においては、励磁コイルの直下に AE センサを設置すると、発生する磁場の影響で計測が困難になる場合があり、実現できない。また、シースと測定点の位置関係によっては弾性波の干渉の影響によって、有意な指標値を得られない可能性もある。ここでは、測定点の配置と、各種評価指標値の関係について検討を行った。検討は、図 5.5.18 に示すシース、及び、測定点の配置について行った。図に示すように、シースは深さ方向に 2 段配置して、測定点はシースの直上±350mm のコンクリート表面の区間に 50mm 間隔で 15 点設けた。計算条件は 5.5.1 項で行ったものと同様である。グラウト充填状況の組合せは、手前側と奥側で、0%と 100%の 4 つの組合せについて行った。図 5.5.19 には、式 (5.5.1) によって求めた波形エネルギー指標と測定点位置の関係を示す。なお、図中の充填率の組合せの表記は、手前側充填率-奥側充填率の順である。図より、波形エネルギー指標は、伝播距離の最も短いシース直上で最も値が大き

くなり，シースに近い位置の方が評価がしやすくなるものと考えられる。図 5.5.20 には AIC の最小値と測定点の位置の関係を示す，シース直上では最小値の値が大きくなるものの，充填率の組合せによる差異はシースから 50～100mm 程度の区間で大きくなることがわかった。要因として，側方の方が，背面側のシースからの弾性波の直達や，波動の重畳が生じやすいことが考えられる。図 5.5.21 には，瞬時周波数と測定点位置の関係を示すが，シースの直上よりも，100～150mm 程度離れた測定点の方が，瞬時周波数の差異が大きくなり，評価に適している位置であることがわかり，電磁的入力を用いてシースのグラウト充填評価を行う際には，5.3 節で検討を行ったような，伝播系についての考慮も必要であることがわかった。また，いずれの指標も距離とともに減衰する傾向が見うけられるため，実構造物での測定においては弾性波の減衰にも配慮した測定計画が必要である。

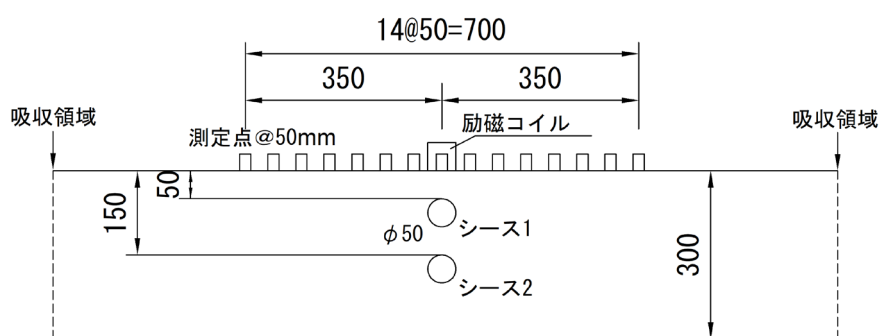


図 5.5.18 数値計算モデル

単位：mm

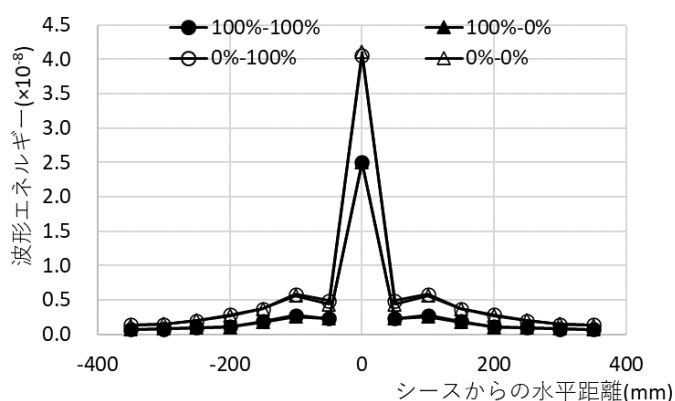


図 5.5.19 測定点位置と波形エネルギー指標値の関係

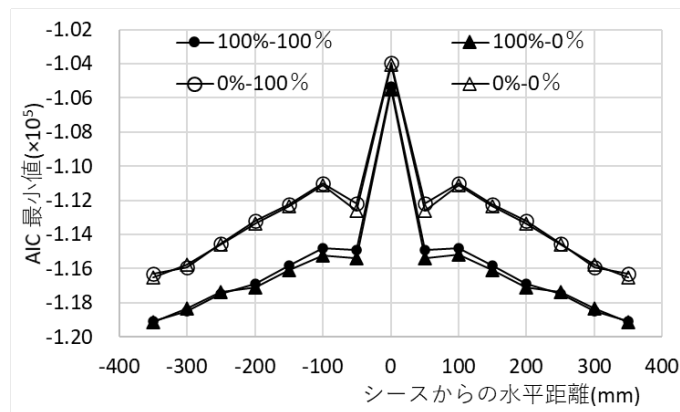


図 5.5.20 測定点位置と AIC 最小値の関係

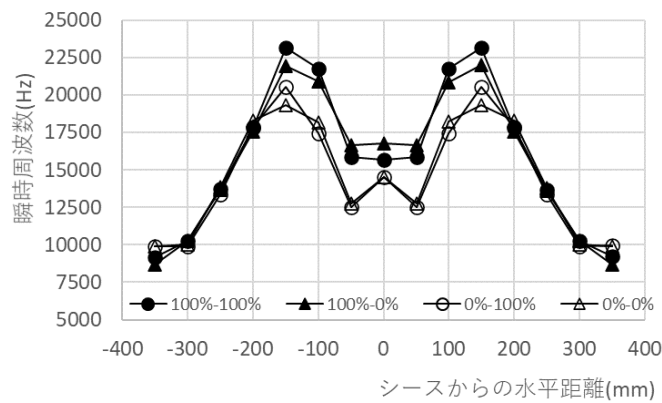


図 5.5.21 測定点位置と瞬時周波数の関係

5.6 電磁的入力におけるグラウト充填評価に用いる指標についての実験的検討

5.6.1 測定装置

電磁的入力における測定装置は、励磁コイル、パルス電流発生装置、受信センサ（AE センサ）、データ記録装置によって構成される。実験に用いた電磁的入力による測定装置の概要を図 5.6.1 に示し、仕様を表 5.6.1 に示す。励磁コイルは透磁率が高く飽和時の磁束密度が大きい電磁鋼板をコの字型に積層したものを使用した。また、受信センサとして使用した AE センサの仕様を表 5.6.2 に示す。

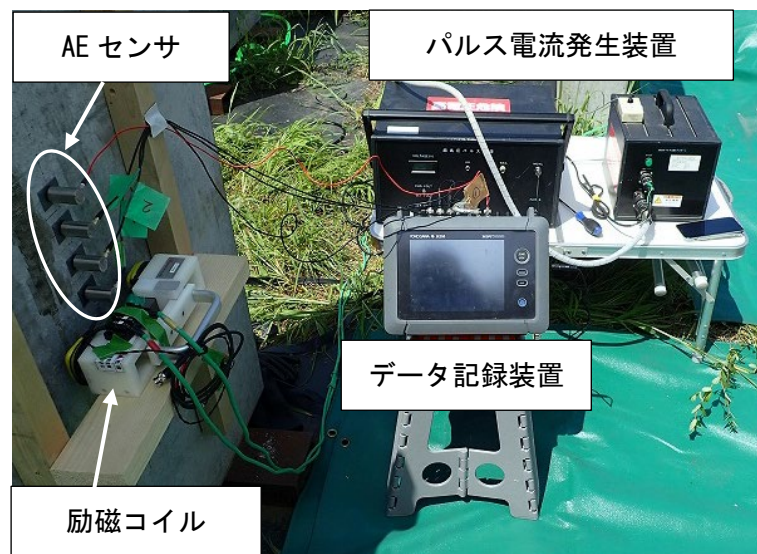


図 5.6.1 電磁的入力における測定装置

表 5.6.1 励磁コイルの諸元

諸元	仕様
コイル寸法 (mm)	200 × 100 × 50
コイル断面 (mm)	50 × 50
平均コイル磁路長 (mm)	300
コイル巻き数 (片端当り : mm)	8

表 5.6.2 AE センサの諸元

諸元	仕様
周波数範囲 (kHz)	25～80 (フラット)
寸法 (mm)	直径 20.3 × 高さ 37.0
質量 (g)	69
ケース材質	ステンレス

5.6.2 供試体概要

5.6.2.1 板状コンクリート供試体

解析的検討によって適用性が確認された評価指標の検証を行うため、板状のコンクリート板の中に、直径、かぶり、及び、グラウト充填度合いを変えたシースが1本のみ埋設された供試体を用いて検討を行った。

供試体は、第4章に示す、供試体 A、供試体 B、供試体 C、供試体 D を用いた。

5.6.2.2 PC 桁模擬供試体

前節では、板状のコンクリート版に 1 本のシースを配置した単純なモデルの供試体を用いて、電磁的入力における新たな指標値の検証を行い、適用条件の留意点はあるものの、おおむね適用可能であることが確認された。本節では、測定面から深さ方向に 2 段に配置されたシースの充填状況の検知への適用性、及び、板状でない断面の部材への適用性について検討を行った。供試体は、第 4 章に示す PC 桁を模擬した実大供試体を用いた。測定は、断面毎に 2 段配置されたシースの充填率が異なる、図 5.6.2 の赤囲いで示す No.4, No.5 のシースを対象に行った。

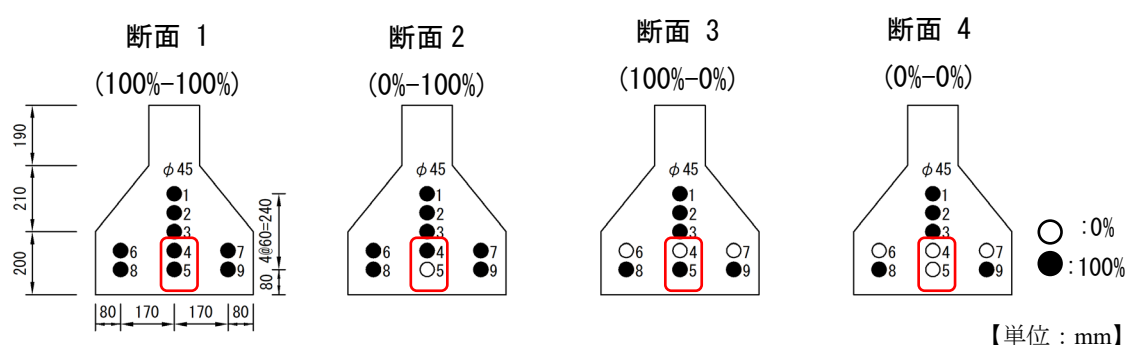


図 5.6.2 測定断面

5.6.3 測定条件

5.6.3.1 板状コンクリート供試体

図 5.6.3, 図 5.6.4 に測定状況及び、AE センサの設置状況を示し、図 5.6.5 には測定点の配置を示す。劉らの検討⁸⁾において、励磁コイルをシース長手方向に配置した場合に最も振動エネルギーが大きくなることが明らかにされており、本実験においても、励磁コイルをシースの直上で長手方向に配置し、コンクリート表面から 10mm 離して設置した。また、シースで励起される弾性波の応答を測定する AE センサはシースの中心からシースと直交方向に 50mm の位置にあるコンクリート表面を起点として、50mm 間隔で 4 個、両面テープでコンクリート表面に貼付けて設置した。AE センサで受信する波形は、サンプリング時間間隔 1.0μs で 5.0ms 間計測を行い、波形の再現性を確認しながら代表的な波形を記録した。

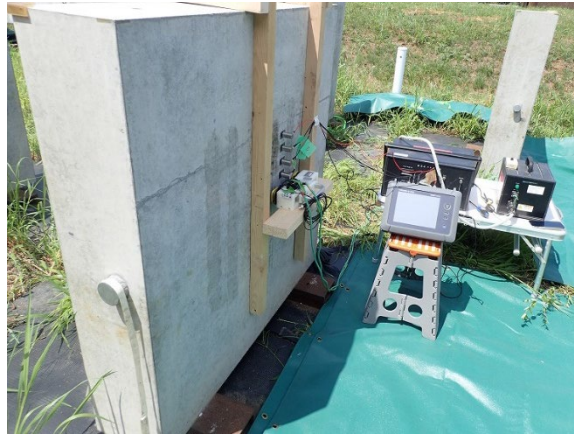


図 5.6.3 測定状況（供試体 B）

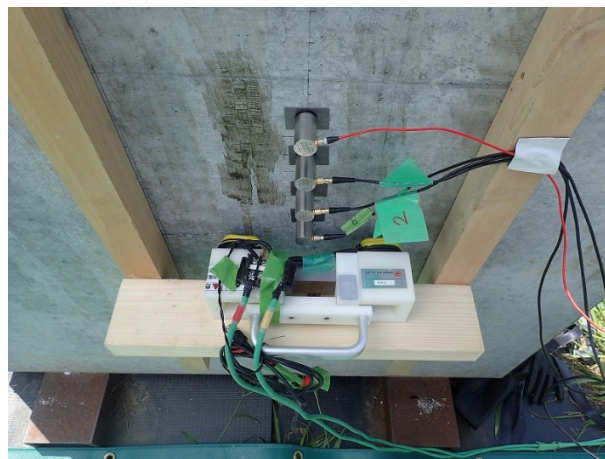


図 5.6.4 AE センサ設置状況

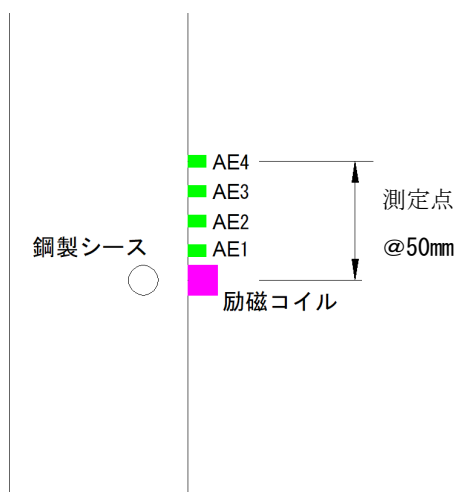


図 5.6.5 AE センサの配置

5.6.3.2 PC 桁模擬供試体

PC 桁模擬供試体の測定状況を図 5.6.6, 図 5.6.7 に示し, 図 5.6.8 には測定点の配置を示す。励磁コイルはシース No.5 に沿って, シース直上のコンクリート表面から 10mm 離して設置した。また, シースで励起される弾性波の応答を測定する AE センサはシースの中心からシースと直交方向に 50mm の位置にあるコンクリート表面を起点として, 50mm 間隔で 4 個, 両面テープでコンクリート表面に貼付けて設置した。AE センサで受信する波形は, サンプル時間間隔 $1.0\mu\text{s}$ で 5.0ms 間計測を行い, 波形の再現性を確認しながら代表的な波形を記録した



図 5.6.6 PC 桁供試体測定状況（全景）

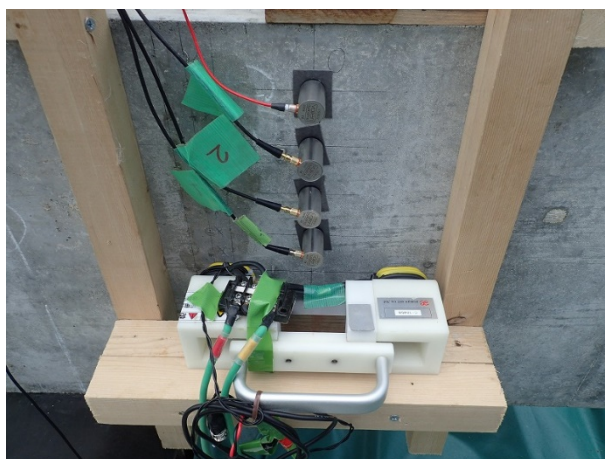


図 5.6.7 PC 桁供試体測定状況（AE センサ設置状況）

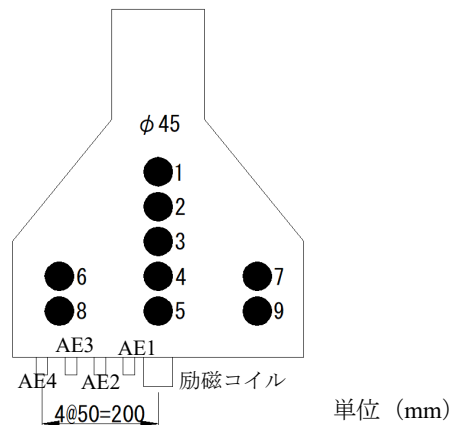
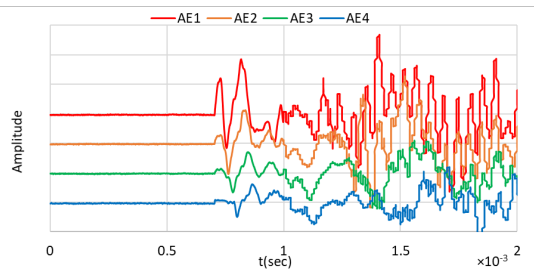


図 5.6.8 PC 桁供試体測定点配置

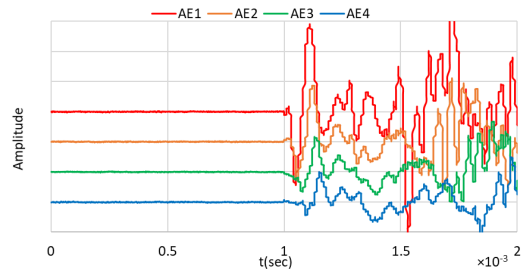
5.6.4 板状コンクリート供試体測定結果

板状のコンクリート供試体実験によって得られた測定波形を

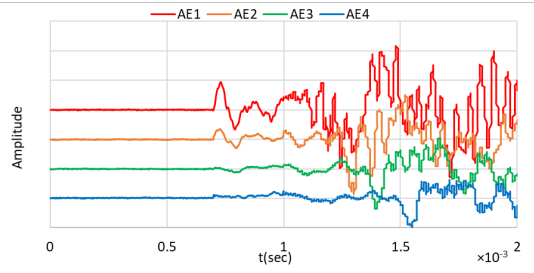
図 5.6.9, 図 5.6.10 に示す。励磁コイルから等間隔に設置した AE センサで測定した受信波形を、色を変えて重ね書きしている。AE センサの位置がシースに近いほど、シースのかぶりが小さいほど、また、充填が小さいほど、大きな振幅が測定される傾向が確認された。また、波形の初動から 0.5msec 程度後は測定点や充填度合いと関係の見られないランダムな波形が測定されていることが確認された。このことは、シースで励起された弾性波の多重反射や、弾性波が表面に到達して生成する表面波の伝播、供試体端部からの反射波やシースの振動等の影響によるものと考えられる。



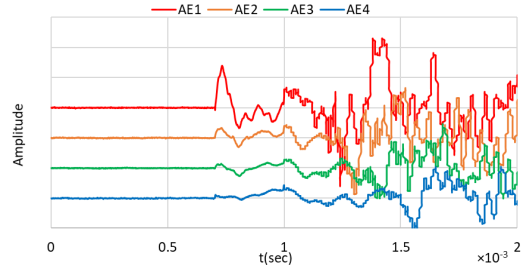
(a) 供試体 A かぶり 50mm, 充填率 100%



(b) 供試体 B かぶり 50mm, 充填率 0%

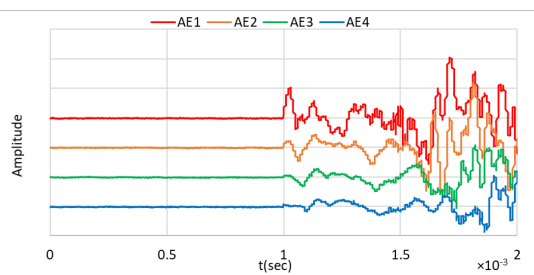


(c) 供試体 A かぶり 137mm, 充填率 100%

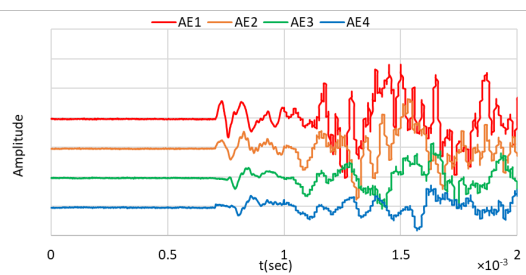


(d) 供試体 B かぶり 137mm, 充填率 0%

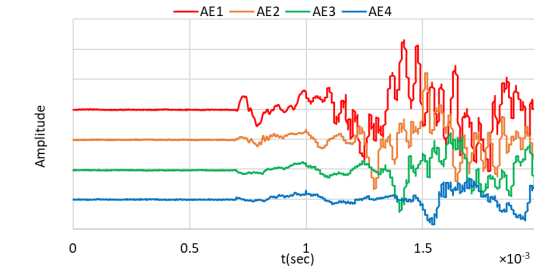
図 5.6.9 受信波形 (供試体 A, 供試体 B)



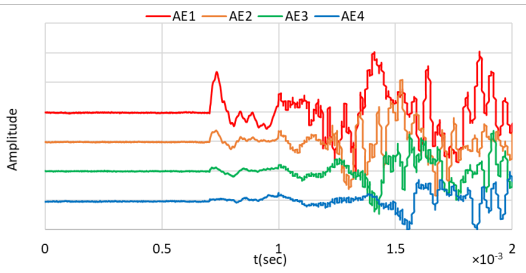
(a) 供試体 C かぶり 75mm, 充填率 100%



(b) 供試体 D かぶり 75mm, 充填率 0%



(c) 供試体 C かぶり 127mm, 充填率 100%

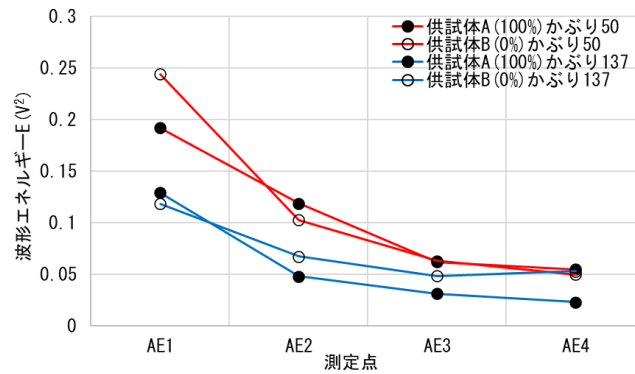


(d) 供試体 D かぶり 127mm, 充填率 0%

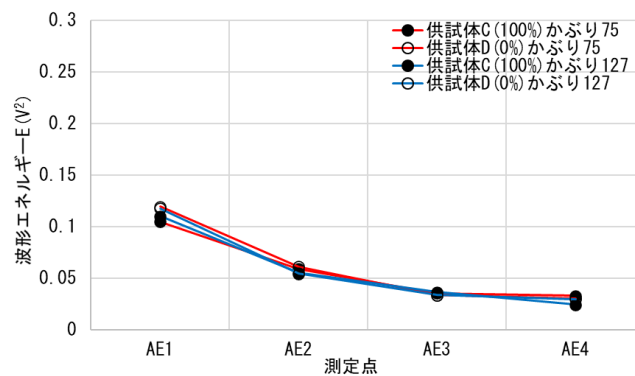
図 5.6.10 受信波形 (供試体 C, 供試体 D)

5.6.4.1 波形エネルギー指標

測定波形から式(5.5.1)によって計算した波形エネルギーの指標を図 5.6.11 に示す。グラフより、供試体 A, B のかぶり 50mm の条件において、励磁コイルに最も近い AE 1 の測定点で、解析的検討結果と同様にグラウト充填率に応じた差異が見られた。一方で、シースのかぶりが大きいほど、シースの外径が小さいほど、また、対象シースと測定点の距離が大きいほど、波形エネルギーの指標値が小さくなる傾向や、0%と 100%の波形エネルギー指標値が逆転する場合があることがわかった。このことは、弾性波の距離減衰や、別の振動系からの外乱等の影響によるものと考えられ、実際の構造物での測定に際しての留意点が明らかになった。図 5.6.12 には AE1～AE4 で得られた波形エネルギーの総和を比較したものを示す。AE1 のみのデータよりもグラウト充填状況を反映している結果が得られたが、定量的にグラウト充填状況を評価するための指標としては十分ではない。

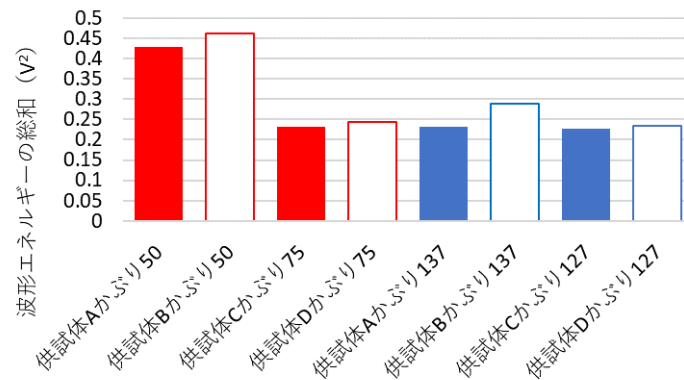


(a) 供試体 A, B



(b) 供試体 C, D

図 5.6.11 波形エネルギー指標の計算結果

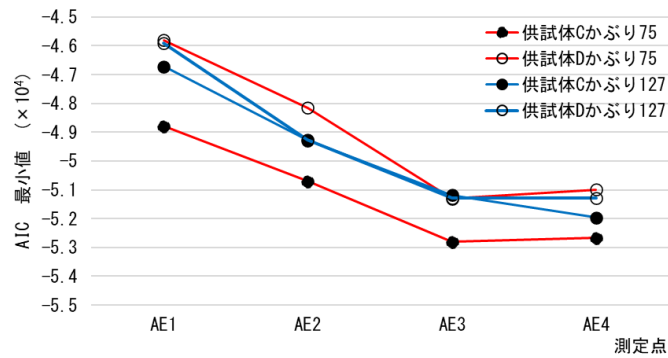


※供試体 B, D は充填率 0%

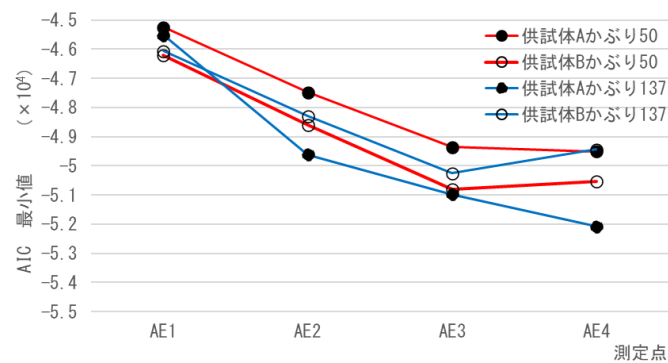
図 5.6.12 複数の測定点における波形エネルギーの総和

5.6.4.2 AIC 指標

測定波形から計算した AIC 指標の最小値を図 5.6.13 に示す。図より、供試体 C, D（シース直径 $\phi 48\text{mm}$ ）では、解析的検討と同様にグラウト充填率が小さいと情報量（AIC）が大きくなる傾向が確認された。一方で、供試体 A, B（シース直径 $\phi 63\text{mm}$ ）では解析的な検討と逆の傾向が認められた。ここで、測定波形の情報量の変化はグラウト充填不足によって、グラウトと PC 鋼材、鋼製シースとコンクリート間などで、複数の振動系による振動が励起されることを仮定しているが、シース直径が比較的大きい供試体 A では、良好に充填されたシースの方がより複雑な振動が励起された可能性が考えられ、実構造物での測定時の留意点が明らかになった。



(a) 供試体 A, B

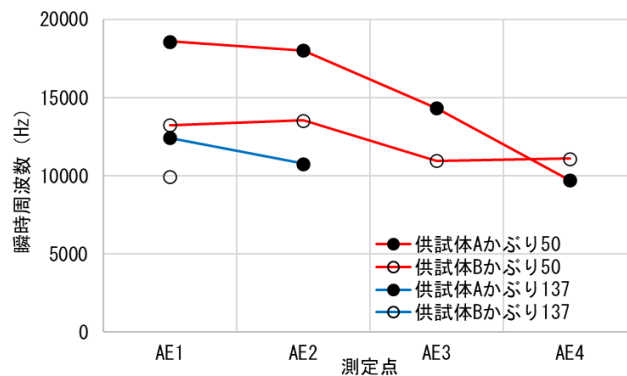


(b) 供試体 C, D

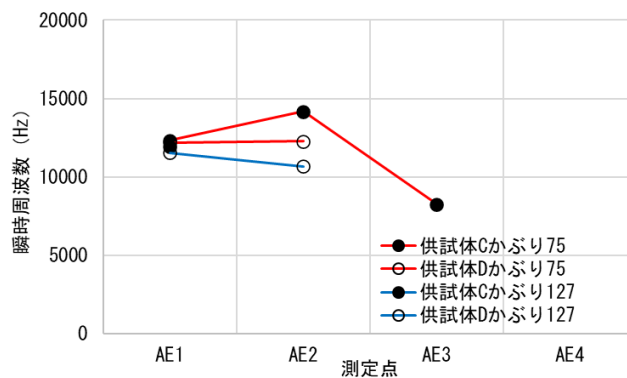
図 5.6.13 AIC 指標値計算結果

5.6.4.3 瞬時周波数

測定波形にヒルベルト変換を施し、さらに式(5.5.4)によって得た初動における瞬時周波数の最大値を図 5.6.14 に示す。供試体 A, B では、解析的検討と同様にグラウト充填率が大きいと瞬時周波数が大きくなる傾向が確認された。なお、かぶり 137mm の場合の AE2 以降の測定波形では、S/N が悪くなることにより、適切に位相の変化を計算できず、瞬時周波数を求めることができなかった。供試体 C, D も同様に、S/N の影響で瞬時周波数を計算できない場合があった。また、全てのかぶり条件で瞬時周波数を求めることができた AE 1 での瞬時周波数も充填率に応じて 1%~3% 程度の差異しか見られなかったことから、かぶりが深くシース径も小さい条件の場合には瞬時周波数に着目した評価が難しい場合もあることが明らかになった。



(a) 供試体 A, B



(b) 供試体 C, D

図 5.6.14 瞬時周波数測定結果

5.6.5 PC 桁コンクリート供試体測定結果

5.6.5.1 測定波形

実大 PC 桁の供試体実験によって得られた受信波形を図 5.6.15 に示す。図は、それぞれ、励磁コイルから等間隔に設置した AE センサで測定した受信波形を色を変えて重ね書きしている。板状の供試体測定結果と同様に、波形の初動から 0.5msec 程度以降はランダムな波形が測定されており、ほかの振動系からの外乱の影響が測定波形に混入していることが明らかになった。

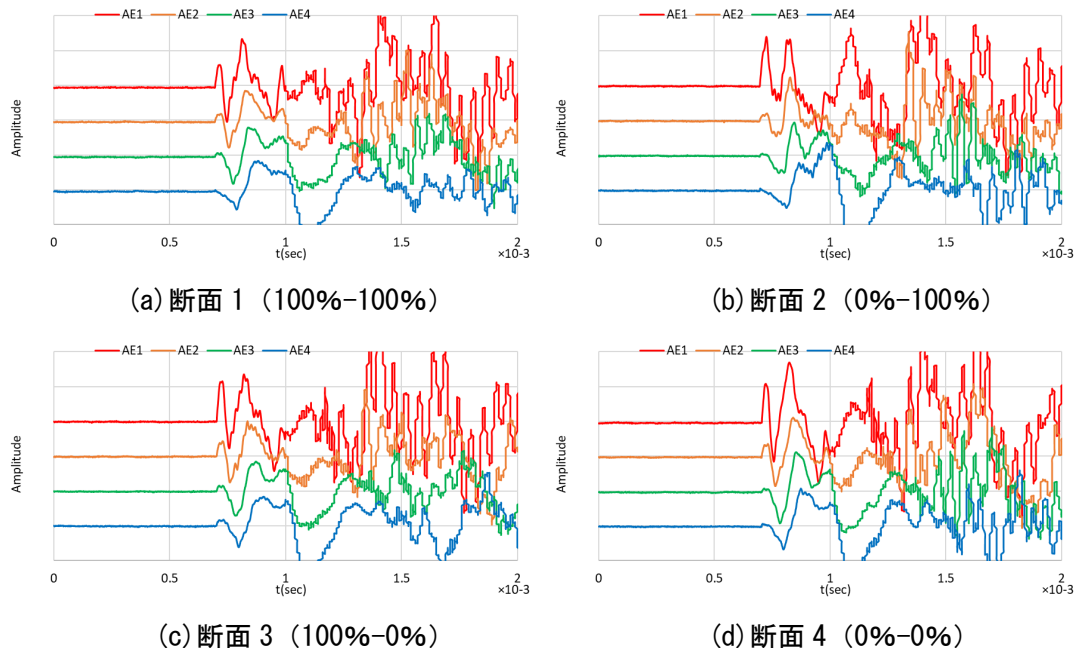


図 5.6.15 PC 桁供試体各断面における測定波形

5.6.5.2 波形エネルギー

受信波形から式(5.5.1)によって求めた波形エネルギーを、図 5.6.16 に示す。図より、シースからの水平距離が 50mm の AE 1 測点において、充填度の組合せが良好 (100%-100%) な断面 1 では、波形エネルギーが小さく、測定面に近いシースの充填率が 0% である断面 2，断面 4 の波形エネルギーが大きくなる傾向が確認された。また、シースからの水平距離が 100mm となる位置以降では波形エネルギーの減衰が大きくなり、逆転現象も確認されるなど信ぴょう性に劣る結果となり、波形エネルギーを測定する際には測定対象シースに近い位置で計測することが望ましいことが明らかになった。

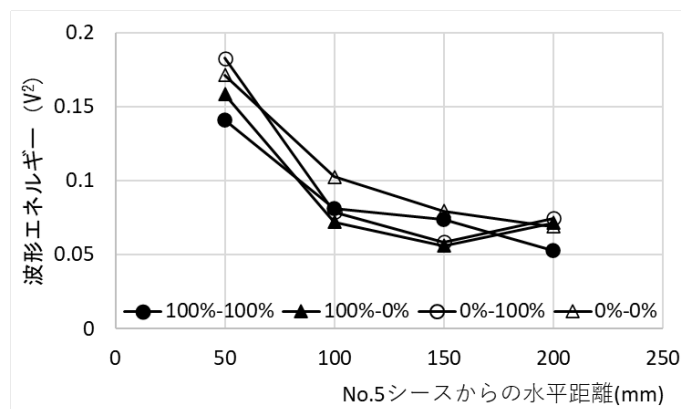


図 5.6.16 波形エネルギー計算結果

5.6.5.3 AIC 最小値

測定波形から求めた AIC 指標の最小値を図 5.6.17 に示す。図より，シースからの水平距離が 50mm の AE1 測点において，充填度の組合せが良好（100%-100%）な断面 1 では，AIC 最小値が小さく，充填率の組合せが最も悪い（0%-0%）となる断面 4 の AIC 最小値が最も大きくなることが確認され，解析的検討結果と同様の結果が得られた。

一方で，測定点 AE2～AE4 では解析的検討結果と異なる推移が見られたが，弾性波の減衰や部材端部からの反射などの影響によるものと考えられる。したがって，AIC 指標値についても，測定対象シースに近い位置で計測することが望ましいことが明らかになった。

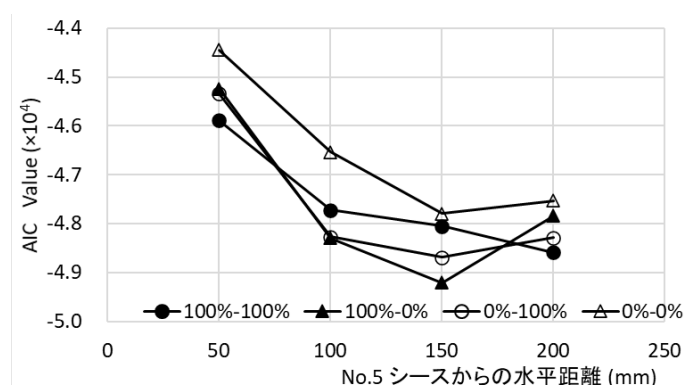


図 5.6.17 PC 桁供試体測定波形の AIC 最小値

5.6.5.4 瞬時周波数

測定波形にヒルベルト変換を施し，さらに式(5.5.4)によって得た測定波形の初動における瞬時周波数の最大値を図 5.6.18 に示す。図より，シースからの水平距離が 50mm の AE1 測点において，充填度の組合せが良好（100%-100%）な断面 1 では，瞬時周波数が大きく，充填率の組合せが最も悪い（0%-0%）となる断面 4 の瞬時周波数が最も小さくなることが確認され，解析的検討結果と同様の結果が得られた。なお，解析的検討では，シースからの水平距離が 100～150mm の位置で瞬時周波数の差異が大きくなる傾向が確認されたが実際の測定ではこの傾向は確認されなかった。弾性波の伝播過程での振幅や周波数の減衰が影響しているものと考えられ，実構造物での測定における留意点が明らかになった。

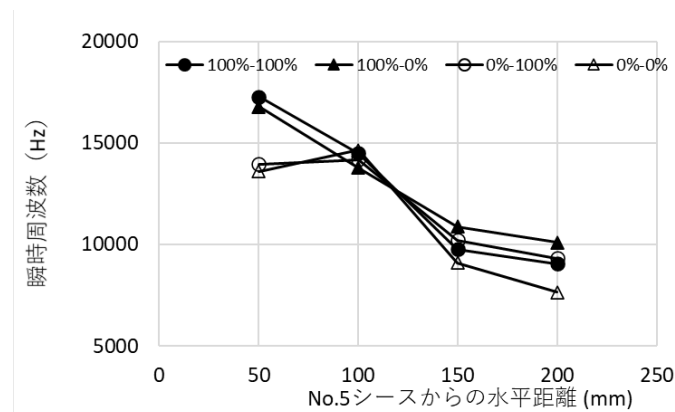


図 5.6.18 PC 桁供試体測定波形の瞬時周波数最大値

5.7 まとめ

- (1) 3次元動磁場解析の結果，2段配置された背面側のシースにも電磁力が作用していることが確認され，背面側のシースも弾性波の発生源となることがわかった。
- (2) 電磁的入力を用いて得られた測定波形について，従来の測定波形の振幅情報に着目した波形エネルギー指標に加え，測定波形の複雑性に着目した AIC 最小値，受信波形の初動における瞬時周波数，といった新たな指標もグラウト充填度を評価する指標として適用可能であることを解析的・実験的に確認した。
- (3) 受信波形の振幅は，シースの直径やかぶりの条件によって変化するため，波形エネルギー指標を用いて評価を行う場合は，かぶり深さが一定である等の条件が必要となることがわかった。
- (4) 実際の構造物を対象として振幅や情報量の変化を指標とした評価を行う場合は，部材端部からの反射波等の外乱の影響に対する配慮が必要であることがわかった。
- (5) 実大 PC 桁のコンクリート供試体を用いた実験の結果，多段配置された充填状況と各種指標値の変化に概ね相関がみられた。
- (6) 測定点の配置について，解析的検討においては，シースからの水平距離が 150mm 程度離れた測点での測定が有効である指標もあったが，実際のコンクリートでの測定では，伝播過程での波形の減衰の影響があるため，シースから 50mm 程度の位置が適当であることが明らかになった。
- (7) 実際の測定では，シースのかぶりや直径等の条件によって指標値の変化の傾向が異なる場合があるため，複数の指標の組み合わせによって，グラウト充填状況を評価できることが適用性拡大の観点から必要であると考ええる。多変量解析を用いた評価指標について検討した結果は 6.3 節で述べる。
- (8) 実構造物への適用を想定し，グラウト充填率や空隙のパターンを変化させた条件での検討や，その際に生じる磁界の変化や電磁力の特徴といった微細な点についても検討を深めることが今後の課題である。

参考文献

- 1) 角田 蚩, 内田慎哉, 鎌田敏郎, 宗像晃太郎: 電磁パルス法に基づく PC グラウト充填評価手法の妥当性検証への動磁場解析および衝撃応答解析の適用, コンクリート工学年次論文集, Vol.32, No.1, 2010.
- 2) 服部晋一, 木部大紀, 寺澤広基, 鎌田敏郎: 機械的/電磁的入力での弾性波とコンクリート中鋼材の電磁的応答を統合した PC グラウト非破壊評価手法のための基礎評価, コンクリート構造物の補修, 補強, アップグレード論文報告集, Vol. 18, pp. 243-248, 2018.10.
- 3) 蔣 臣俊, 服部晋一, 寺澤広基, 鎌田敏郎: 各種要因が電磁パルス法による PC グラウト充填評価手法の評価精度に与える影響, コンクリート構造物の補修, 補強, アップグレード論文報告集, Vol. 21, pp. 207-212, 2021.10.
- 4) 赤池弘次他: 赤池情報量基準 AIC-モデリング・予測・知識発見-, 共立出版, 2007.7.
- 5) 山下健太郎, 境友昭: 衝撃弾性波法を用いた PC 橋梁のシースの位置および充填度の検知, 日本非破壊検査協会平成 17 年度秋季大会講演概要集, pp.37-40, 2007.11.
- 6) 大塚淳一: Hilbert-Huang Transform による非定常・非線形信号解析, 寒地土木研究所月報, No.703, pp.39-44, 2011.12.
- 7) 例えば, 大野健太郎, 下薗晋一郎, 沢田陽佑, 大津政康: AE 波初動部の自動読み取りの開発による SiGMA 解析の改良, 非破壊検査第 57 巻 11 号, pp.531-536, 2008.11.
- 8) 劉軒, 内田慎哉, 鎌田敏郎, 服部晋一, 寺澤広基: 電磁パルス法に基づく PC グラウト充填評価における弾性波の入力方法に関する解析的検討, コンクリート構造物の補修, 補強, アップグレードシンポジウム論文報告集, 第 15 巻, pp.465-470, 2015.
- 9) 山下健太郎, 王斌傑, 服部晋一, 寺澤広基, 鎌田敏郎: 弾性波を用いた PC グラウト充填評価手法の適用拡大のための基礎的検討, コンクリート構造物の補修, 補強, アップグレード論文報告集, Vol. 21, 2021.10.
- 10) Yamashita, K., Hattori, S., Terasawa, K., Kamada, T.: Basic Study on Impact Elastic Wave Method to Expand Application Scope of Grouting Condition Evaluation in PC Tendon Ducts, 2nd European NDT & CM Days, 2021.10.
- 11) 近角聡信, 太田恵造, 安達健五, 津屋昇, 石川義和編: 磁性体ハンドブック, 朝倉書店, 2006.4.

第6章 弾性波を用いた PC グラウト充填評価の更なる高度化についての検討

6.1 評価指標の体系化

実構造物での PC グラウト充填評価においては、各評価手法の高度化に加え、それぞれの手法の長所・短所といった特徴を踏まえて合理的に適用することでも、適用範囲や数量の増大といった課題を解決することが可能であると考ええる。

これまで検討を行った機械的・電磁的入力法におけるグラウト充填評価方法や、従来の多重反射法によるグラウト充填評価法の特徴について、現状の装置で現場適用する際の適用性の観点から整理を行うと、表 6.1.1 のようになる。例えば、電磁的入力法は、装置が大掛かり、かつ、電源を必要とすることから、可搬性に乏しく、同じ人数で測定を行う場合を想定すると、機械的入力法に比べて機動性が劣る。また、解析用のアプリケーションや判定基準が十分に整備されていない状況であり、解析や評価にも時間を要する。一方で、部材形状の影響を受けにくく、多段配置された背面側シースの充填状況も検知できる可能性が高く、詳細な調査に対する適用性は高いと考えられる。機械的入力法による測定は、測定装置がコンパクトであることから、可搬性に優れ、短時間で多くの箇所での測定を行うことが可能であるが、手前側のシースに空隙がある場合に背面側のシースのグラウト充填状況の評価できないことや、シース近傍の空隙とシースの未充填を判別できない、表面波や部材断面形状の影響を受ける、といったデメリットもある。図 6.1.1 には、実構造物に適用する際のフローを示す。もちろん調査の目的や、測定条件においては、他の微破壊・非破壊試験法が有効な場合もあるが。機械的入力法をスクリーニング的に使用し、異常の見られた箇所や、機械的入力法の適用が困難な箇所について、電磁的入力法を用いて詳細に調査を行うなど、体系的に評価指標を活用することによって、測定の効率化、高度化を図ることが可能となる。

表 6.1.1 各種評価手法の特徴

分類	項目	電磁的入力法	機械的入力法 (差分振幅)	従来 ^{※1} の機械的入力法 (多重反射の周波数)
装置	電源	外部電源	バッテリー駆動	バッテリー駆動
	装置構成数	5 (外部電源, パルス電流発生装置, スイッチ, 励磁コイル, AE センサ, 波形収録装置)	4 (測定器本体, ノート PC, 入力装置(鋼球等), 加速度センサ)	4 (測定器本体, ノート PC, 入力装置(鋼球等), 加速度センサ)
	装置総重量	約 20.0kg	約 2.0kg	約 2.0kg
測定	事前作業	シース位置出し 鉄筋探査	シース位置出し	シース位置出し ^{※2}
	センサの取り付け	両面テープ等	接着または, 手押え	手押え
	入力装置の設置	手で保持, 又は治具	手で保持	手で保持
	事後作業	両面テープ除去	接着剤除去	なし
	必要人員	2～3	2	2
	1 時間当たり測定 点数 ^{※3}	10～20	10～20 (接着剤) 50～100 (手押え)	100～200
解析 評価	現地での評価	不可	概ね可	可
	留意点	<ul style="list-style-type: none"> ・2 段配置されたシース部にも適用可 ・部材形状の影響を受けにくい ・感電や周囲の電子機器への影響への配慮が必要 	<ul style="list-style-type: none"> ・手前側シースが完全充填の場合のみ背面シースの評価可 ・部材形状の影響を受けにくい ・シース周囲の空隙との判別不可 ・センサ感度や周波数特性を揃える必要あり 	<ul style="list-style-type: none"> ・手前側シースが完全充填の場合のみ背面シースの評価可 ・部材形状の影響を受ける ・シース周囲の空隙との判別不可

※1：市販の衝撃弾性波法装置(iTECS)を想定

※2：測定自体はシース位置が不明でも実施可能（評価の際にシースの位置情報が必要）

※3：事前作業や事後作業の時間は含まない，近接する位置での測定を想定（供試体実験での実績による）

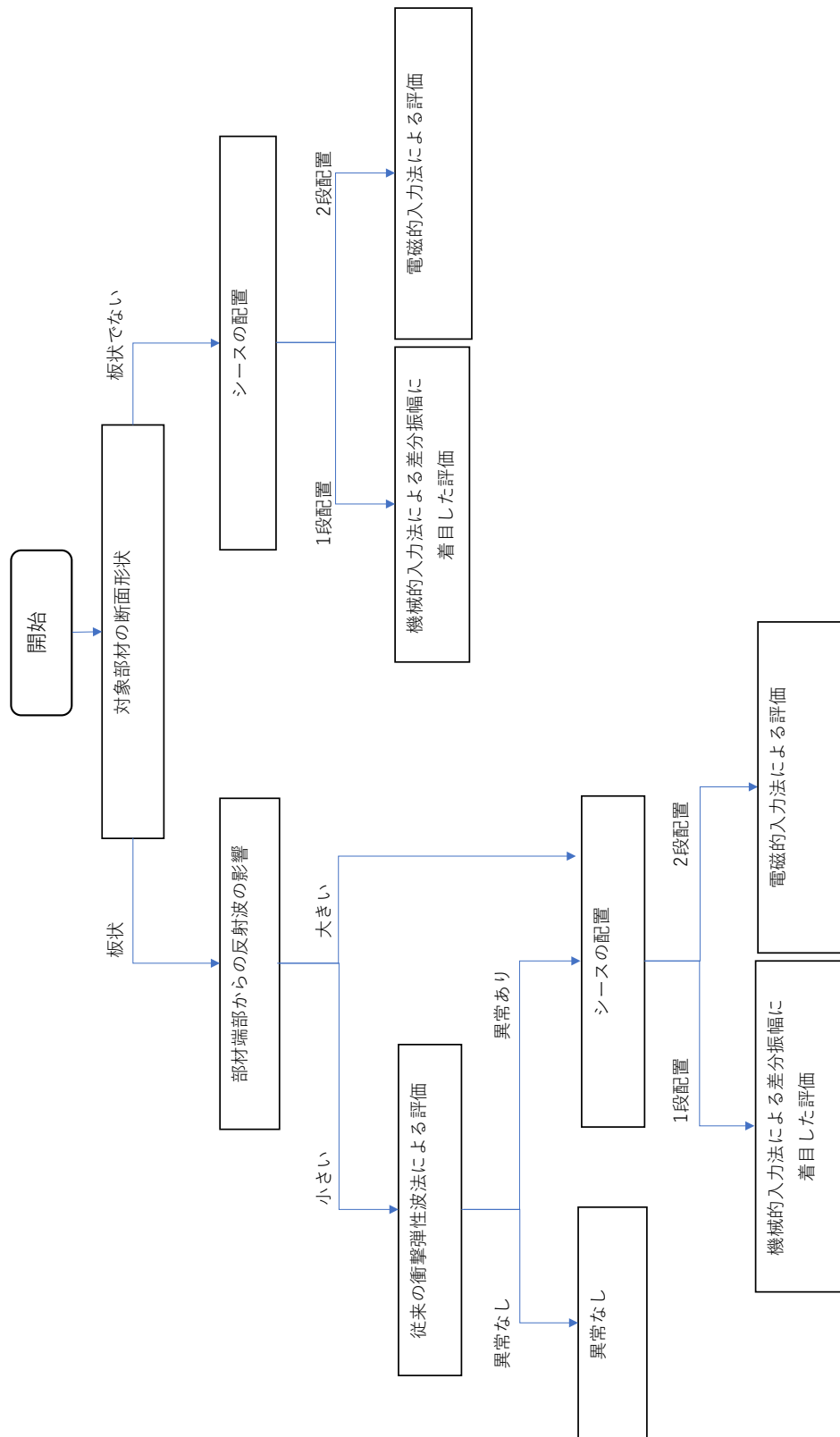


図 6.1.1 電磁的・機械的入力法を用いた評価フロー

6.2 差分波形の可視化による判定の簡略化

2.2.2 項で記したように、構造物の非破壊試験技術、とりわけ弾性波を使用する技術は周波数解析を伴うなど、測定や解析に熟練を要する部分があり、この点が技術の定着や普及を妨げる要因の一つとなっている。第4章では信号の入力点から対称・等距離に設置した2つの測定点での測定波形の振幅差に着目して、グラウト未充填を検知する手法の適用性を明らかにした。また、5.5.3 項や5.5.4 項では、複数の測定点で得られた時刻歴の解析結果を指標値に応じて、コンターで表現することを試みた。ここで、機械的入力法による、差分振幅に着目する測定は、比較的単純な計算に基づくものであるため、実時間でその結果を得ることが可能である。また、掃引測定によって、内部空隙（未充填のシース）に近づくほど、差分振幅が変化する時刻は早くなり、離れるほど差分振幅が変化する時刻は遅くなる。さらに、内部空隙直上を通過する前後では差分振幅の符号が逆転するため、これを並べて表示することで、図 6.2.1 に示す、電磁波レーダ法の鉄筋探索の場面で行われるような、視覚的な未充填シースの検知が実現できる可能性がある。

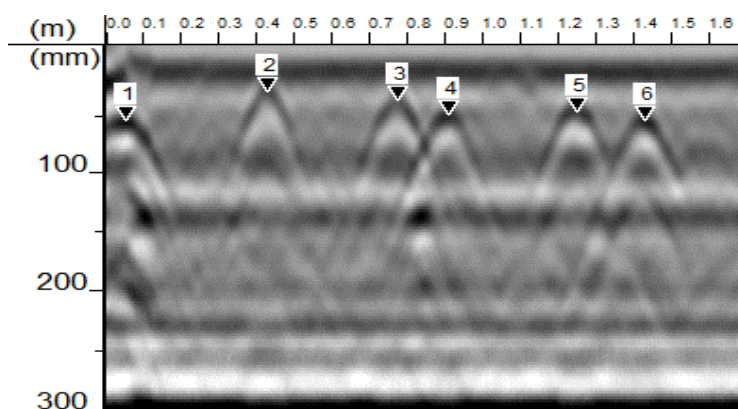


図 6.2.1 電磁波レーダ法による鉄筋探索画像のイメージ

6.2.1 2次元差分法数値計算による可視化の検討

図 6.2.2, および, 表 4.2.1 に示す条件で2D-Waveによる数値計算を行い、得られた差分波形を図 6.2.3 に重ねて表示する。計算は、かぶり50mmに位置する40mm×40mmの空隙に対し、その前後200mmの区間を2つの測定点と入力点からなる測定ユニットを10mm間隔で掃引測定することを模擬して行った。ここで、入力点と測定点間隔は50mm、入力信号には20kHzのトーンバースト信号を用いた。図 6.2.4 は、図 6.2.3 の差分波形の振幅値に応じてコンター表示したものを示す。赤色は差分振幅値が正、青色は差分振幅値が負であることを示し、濃淡は振幅の大小を示している。図より、空隙位置を頂点とした双曲線（山型）の波形が得られ、また、空隙位置の前後で振幅値の正負が逆転していることが確認され、視覚的に空隙位置を検知することが可能であることが明らかになった。

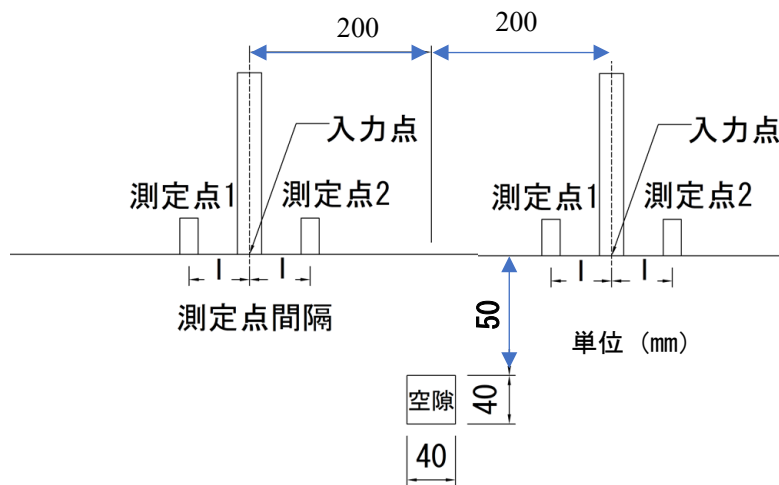


図 6.2.2 数値計算条件

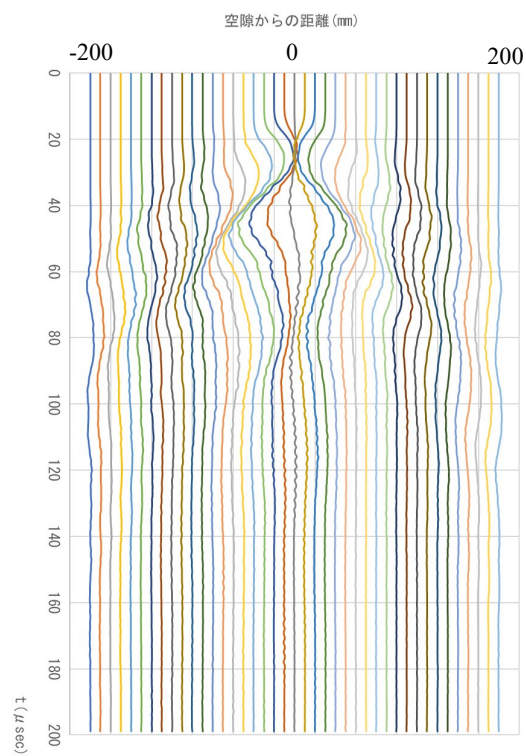


図 6.2.3 空隙深さ 100mmにおける差分波形

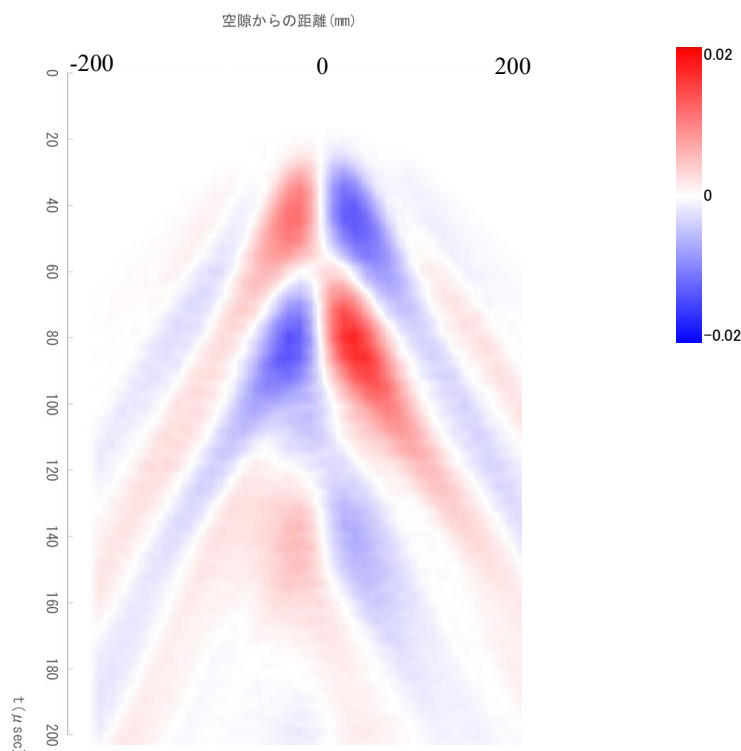


図 6.2.4 差分波形のコンター表示

6.2.2 MC ナイロン製供試体を用いた検討

差分振幅値の可視化について、実際の測定波形を用いて試行した。4.3.3.1 項で実施した、直径 40mm の孔（かぶり 70mm）を設けた MC ナイロン製の供試体に対して、パルス信号入力による掃引測定で得られた差分波形について試行した。供試体概要は図 4.3.7 および、表 4.3.1 に示す通りである。測定は空隙前後 200mm の区間に対して 25mm 間隔で行ったものである。各測点での差分振幅値をコンター表示したものを図 6.2.5 に示す。図の藍色の破線は空隙の中心の位置を示す。図の赤破線で示すように空隙の位置を頂点とする山型の波形が見られ、さらに、空隙を通過する前後で差分振幅値の符号が逆転しており、数値計算による検討と同様の結果が得られた。このことは、パルス入力による掃引測定を行いながら差分波形を計算処理することで、実時間で未充填シースの有無や位置の評価を行うことができる可能性を示唆している。なお、数値計算結果と比べるとノイズが多く、センサと入力点間の位置の微妙なずれや、センサの接触度合いの僅かな違いなどの影響を受けているものと思われる、これらの軽減が課題である。

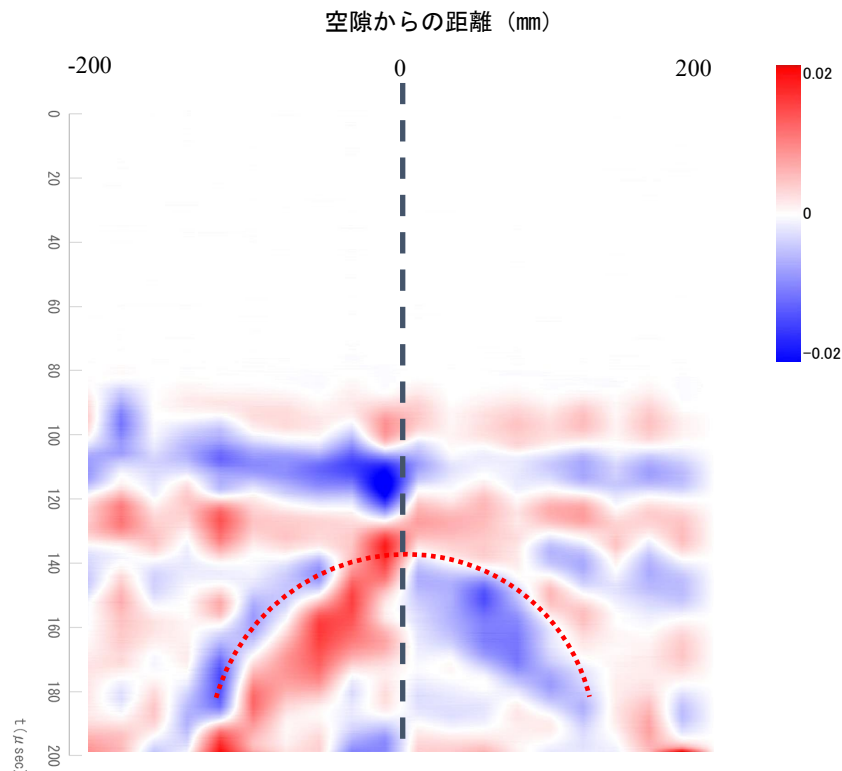


図 6.2.5 MC ナイロン製供試体測定データの差分振幅のコンター表示

6.3 多変量解析を用いた判定方法

5 章において、電磁の入力方法における評価指標を検討し、従来用いられてきた波形エネルギーの指標に加え、瞬時周波数や AIC といった評価指標についての適用性を確認した。しかしながら、いずれの指標も PC グラウト充填度を直接的に評価できるほどの線形の相関は見られず、供試体実験でも、かぶり深さやシースの直径、及び、多段配置、グラウト充填率の変化といった条件によって、指標値の変化傾向が異なる場合があることも確認された。実際の測定においては、シースが微小に変形することによって生じる磁場の乱れによる影響など、解析的検討ではモデル化が難しい予期しない現象が生じる可能性も考えられる。このため、実測定において単一の指標を手掛かりとした評価が、より難しくなる可能性も考えられる。ここでは、複数の指標を複合的に用いて対象となるシースのグラウト充填率を評価する方法を検討した。具体的には、5 章の検討で解析的、実験的に得られた評価指標値を多変量解析手法（因子分析）によって分類し、2 段配置された状態におけるシースのグラウト充填状況の評価する方法について検討を行った。

6.3.1 評価指標と2段配置されたグラウト充填状況の検討

シースが部材厚さ方向に2段配置された状況を模擬した数値計算によって得た複数の指標値（波形エネルギー、AIC 最小値、瞬時周波数、FFT スペクトル）について、それぞれのシースのグラウト充填状況との関連性を検討した。検討は図 6.3.1 に示すシースの配置について、5.5.1 項の数値計算条件、および、表 6.3.1 に示すシース 1、シース 2 の組合せについて指標値を算出した。シース 1 とシース 2 の充填率は2元配列の組合せ（実験計画）であり、相互効果はない（シース 1 とシース 2 の充填率は直交関係にある）という条件である。表 6.3.2 に示す各指標値の算出結果について、シース 1、シース 2 の充填率に対応する主効果の検討を行った。表 6.3.3 には、シース 1 の充填率が 0%、100% の場合の各指標の平均値とその比率を示しているが、波形エネルギー、AIC、瞬時周波数の順に、シース 1 の充填率が変わる事による変動が大きいことがわかる。また、シース 2 の充填率毎に各指標の平均値を計算し、シース 2 の充填率が 100% の際の値に対する比率を表 6.3.4、および、図 6.3.2 に示す。なお、図は各指標値の持つトレンドの有無を確認するために、縦軸の範囲を統一していない。図より、FFT ピーク周波数や瞬時周波数の指標は、シース 2 の充填率とのトレンドが認められた。

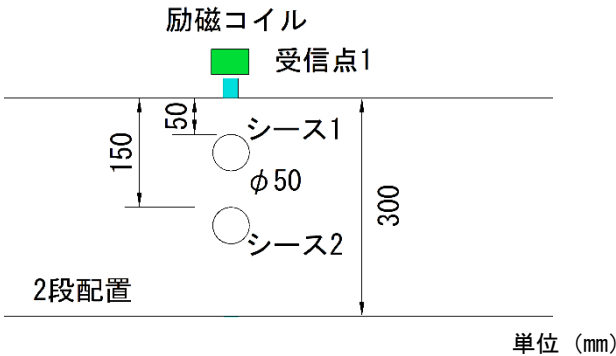


図 6.3.1 数値計算条件

表 6.3.1 グラウト充填率組合せ

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
シース 1 充 填 率 (%)	0	0	0	0	0	100	100	100	100	100
シース 2 充 填 率 (%)	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100

表 6.3.2 グラウト充填条件と各種指標値計算結果

(a) 波形エネルギー ($\times 10^{-9}$)

シース1 \ シース2	0%	100%
0%	4.10	2.50
25%	4.08	2.48
50%	4.12	2.51
75%	4.04	2.52
100%	4.06	2.50

(b) FFT ピーク周波数 (Hz)

シース1 \ シース2	0%	100%
0%	5615	6104
25%	5615	5859
50%	5859	5859
75%	5859	5859
100%	6104	6104

(c) AIC 最小値

シース1 \ シース2	0%	100%
0%	-104035	-105484
25%	-104202	-105689
50%	-103930	-105653
75%	-104321	-105563
100%	-103935	-105313

(d) 瞬時周波数 (Hz)

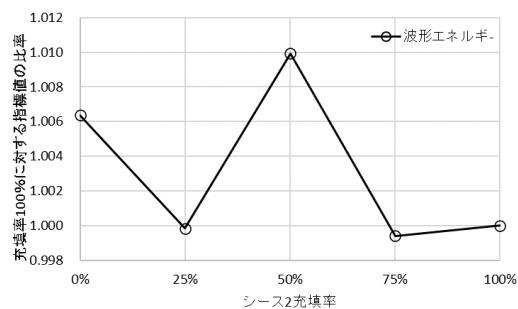
シース1 \ シース2	0%	100%
0%	14506	16752
25%	14651	16583
50%	14356	16943
75%	14676	16164
100%	14544	15674

表 6.3.3 シース 1 の充填率に対する主効果の検討

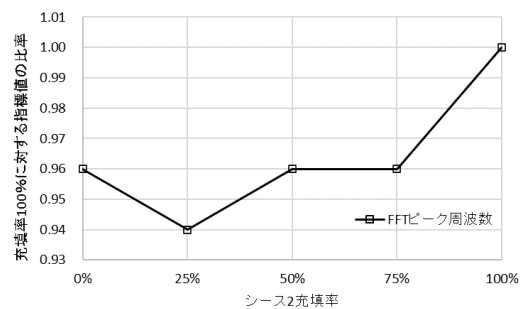
シース1充填率	波形エネルギー 平均 ($\times 10^{-9}$)	FFTピーク周波数 平均 (Hz)	AIC最小値 平均	瞬時周波数 平均 (Hz)
0%	4.08	5811	-104085	14547
100%	2.50	5957	-105540	16423
比率	0.61	1.03	1.01	1.13

表 6.3.4 シース 2 の充填率に対する主効果の検討

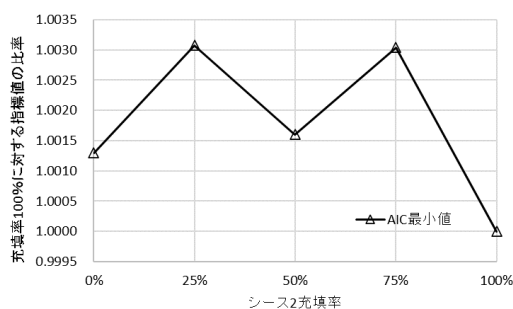
シース2充填率	波形エネルギー 平均 ($\times 10^{-9}$)	FFTピーク周波数 平均 (Hz)	AIC最小値 平均	瞬時周波数 平均 (Hz)
0%	1.01	0.96	1.001	1.03
25%	1.00	0.94	1.003	1.03
50%	1.01	0.96	1.002	1.04
75%	1.00	0.96	1.003	1.02
100%	1.00	1.00	1.000	1.00



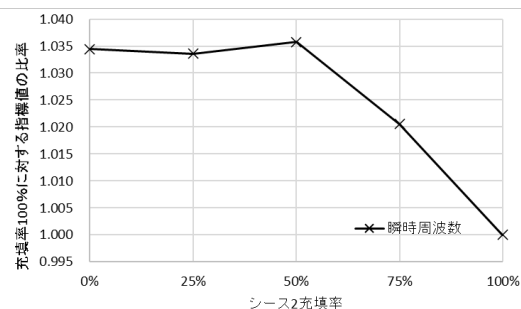
(a) 波形エネルギー



(b) FFT ピーク周波数



(c) AIC 最小値



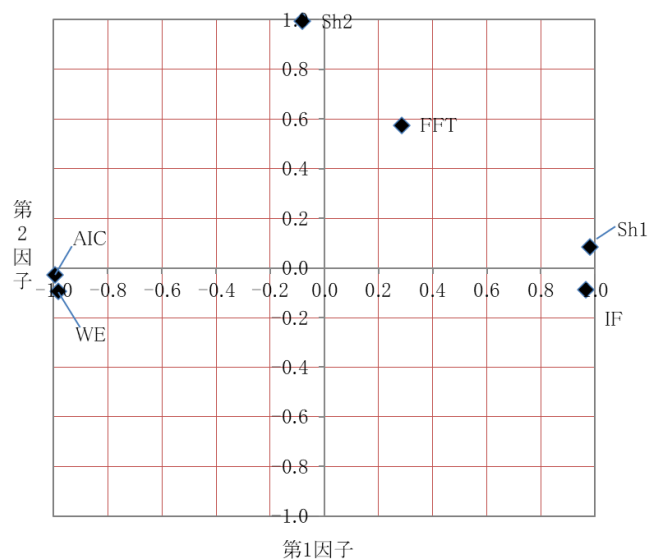
(d) 瞬時周波数

図 6.3.2 シース 2 の充填率に対する主効果の検討結果

6.3.2 評価指標の複合によるグラウト充填評価の検討

前項の検討により、シース 1 及び、シース 2 のグラウト充填状況を把握するのに、それぞれ有効な指標が異なることがわかった。2 段配置されたシースのそれぞれの充填率と各指標値の関連をさらに分析するため、因子分析法を適用した検討を行った。因子分析方法には、いくつかの方法があるが、本論では波形処理によって得られた評価尺度間の相関行列を用いて固有値解析によって固有ベクトルを求め、次いで、それぞれのベクトル値の分散が最大となるよう直交軸を回転させる方法(バリマックス法)を用いた。

図 6.3.3 には、バリマックス法で計算した、各指標値とシース 1(sh1)、シース 2(sh2)の充填状況の因子負荷量を示す。因子負荷量は、各変数に与える影響が大きい因子を判断するもので、-1 または+1 に近い負荷量は因子が変数に強く影響し、ゼロに近い負荷量は、変数に対する因子の影響が弱いことを意味する。このため、図より、シース 1 の充填率と瞬時周波数、AIC 最小値と波形エネルギー指標は類似性があり、第 1 因子に強く寄与することが伺える。表 6.3.5 には、第 1～第 6 因子までの寄与率の計算結果を示すが、第 1、第 2 因子によって、2 段配置のグラウト充填状況の 88%が説明できるという解釈ができる。図 6.3.4 には、充填率の組み合わせごとの、第 1 因子、第 2 因子に対する因子得点の計算結果を示す。図より、第 1 因子評価によって、シース 1 (手前側) の充填状況、第 2 因子評価によって、シース 2 (背面側) の充填状況の評価して、それぞれのグラウト充填状況の分類がなされていることが確認された。



(Sh1: シース 1, Sh2: シース 2, WE : 波形エネルギー指標, FFT: FFT によるピーク周波数,
AIC : AIC 最小値, IF : 瞬時周波数)

図 6.3.3 数値計算で得られた指標の因子負荷量

表 6.3.5 数値計算で得た指標値の因子分析結果

	第1因子	第2因子	第3因子	第4因子	第5因子	第6因子
固有値	3.945	1.347	0.647	0.052	0.009	0.000
寄与率 (%)	65.754	22.448	10.777	0.866	0.153	0.002
累積寄与率	65.754	88.202	98.979	99.845	99.998	100.000

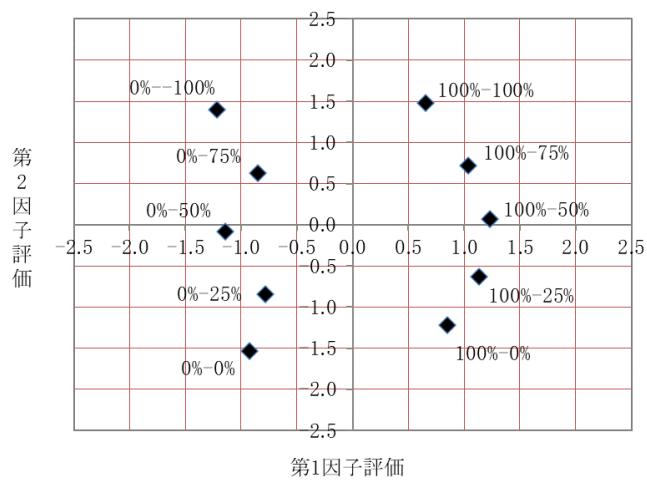


図 6.3.4 因子評価得点

6.3.3 供試体測定結果を用いた因子分析による判別の適用性の検討

前項では、シースが 2 段に配置された条件での数値計算結果から得た複数の指標値について、因子分析を用いることで、それぞれのグラウト充填状況を分類できることが明らかになった。ここでは、PC 桁模擬供試体を用いた実験で得られた指標値について、因子分析による分類が適用可能であるか検討を行った。測定条件は、5.6.3 項に示す通りである。因子分析に用いた指標値を表 6.3.6 に示す。実際の測定では、シース 1、シース 2 の充填率は当然不明であり、また、FFT による周波数スペクトルは部材断面形状に依存するため、ここでは、波形エネルギー、AIC 最小値、瞬時周波数の 3 つを変数として扱った。図 6.3.5 に因子評価得点の分布を示す。図より、若干いびつな分布となったが、それぞれのシースの充填状況に応じて、第 1～第 4 象限に配置されており、概ね分類に成功したものと考えられる。このことから、コンクリート製で板状でない断面部材における多段配置されたシースについても、それぞれのグラウト充填状況を因子分析によって分類できる可能性が明らかになった。

表 6.3.6 PC 桁模擬供試体実測データから得た指標値

シース1 充填率 (%)	シース2 充填率 (%)	波形エネルギー	AIC最小値	瞬時周波数 (Hz)
0	100	0.18	-4.5337	13957
100	100	0.14	-4.5885	17272
100	0	0.16	-4.5236	16778
0	0	0.17	-4.4450	13598

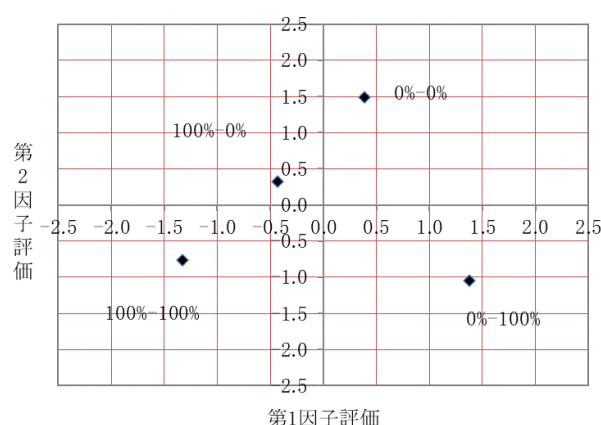


図 6.3.5 PC 桁模擬供試体実測データから得た指標値の因子評価得点

6.4 まとめ

(1) 評価手法の体系化について

本研究では、衝撃弾性波法の機械的入力法や、電磁的入力法について、新たな測定法や評価指標値を用いて PC グラウトの充填評価を行う方法を確立した。実構造物の測定においては測定対象部材の形状やシースの配置といった条件に応じて、効果的に評価手法を選定して臨むことも重要であり、本研究で検討した評価手法も含めた衝撃弾性波法による評価方法を体系化して整理した。さらに、既往の他の非破壊試験手法の特徴も踏まえて技術の選定を行うことが望ましいと考える。

(2) 差分波形の可視化について

表 2.2.2 の測定実務者へのアンケート結果にも示した通り、従来の衝撃弾性波法（多重反射法）による PC グラウト充填評価では、周波数解析結果に基づいた評価が必要であり、実務者に対して専門的な技量が要求されるほか、判定基準が明確でなく、発注者への説明の場面でも負担が生じていた。2 つの測定点での波形の差分に着目するというシンプルな測定原理によって得た差分波形をコンター表示することで、電磁波レーダ法による配筋探索画像のように視覚的に判断できる可能性が示されたため、実務者への負担軽減の効果も期待される。一方で、打撃時に発生するノイズやセンサの押付け力の僅かな違いが測定結果に影響を及ぼすことが懸念される。打撃力を一定にできる自動打撃装置の開発や、非接触の測定法が実現されれば、測定にかかる時間を飛躍的に短縮できることにつながるため、今後の課題として検討を進める必要がある。

(3) 多変量解析手法の適用について

従来、評価指標値の適用性の検討の場面では、分散分析などによって、最も相関係数の高い単一の指標を採用することが一般的であった。本研究では、多段配置された 2 つのシースのグラウト充填度に焦点を当てた評価を試みたところ、2 つのシースの充填度合いに寄与する指標が異なることや、指標値の分散は大きい相関が小さい、あるいは、分散は小さいが相関が大きい指標値が見うけられたため、単一の指標のみで 2 つの事象を説明することが困難となる場合も想定された。このため、多変量解析を用いて複数の指標による空間的な評価を試みたところ、因子分析法によって、2 段配置されたシースのグラウト充填状況を分類できることが明らかになった。この手法は今後のデータの積み重ねによって、AI（人工知能）等を用いた実現場における評価支援への展望も考えられる。ただし、因子分析の場合は、測定データごとに相関係数行列を計算して評価しなければならないため、多次元尺度構成法²⁾のような別の多変量解析手法の方が適用性が高い可能性も考えられるため、今後も検討を深める必要がある。

参考文献

- 1) 柳井晴夫, 高根芳雄著, 林知己夫編: 現代人の統計-多変量解析法-, 朝倉書店, 1977.9.
- 2) J・B・クラスカル, M・ウィッシュ著, 高根芳雄訳: 人間科学の統計学 1-多次元尺度法-, 朝倉書店, 1980.8.

第7章 結論

本研究では、PC 橋梁の維持管理を行う上で重要な情報である、シースのグラウト充填状況の非破壊評価を対象とし、既往の非破壊試験手法である衝撃弾性波法では適用が難しかった、断面形状が板状でない部材に配置されたシーস্য、構造物表面から深さ方向に多段配置されたシースにおけるグラウト充填状況の評価可能な手法への高度化を目指した研究を行った。その結果、機械的入力法では、測定波形の位相差に着目する評価方法や、入力点から対称・等距離に配置した測定点間の測定波形の差分に着目した評価手法によって、これまで、非破壊試験法の適用がなされなかった下フランジ部等の板状でない断面形状の部材への適用の有効性を見出した。さらに、電磁的入力方法によって発生する弾性波の特徴を考察し、新たな評価指標の適用性を明らかにすることで、これまで評価が難しかった多段配置された状況のシースのグラウト充填度の検知に適用できる可能性を明らかにした。本論文は以下の7章によって構成されており、得られた結論を簡潔にまとめる。

第1章は序論であり、本研究の背景や目的、論文の構成を述べた。

第2章では、我が国におけるPC 橋梁の維持管理の現状や課題について、特に、非破壊試験技術に対するニーズに焦点を当てつつ整理を行った。また、衝撃弾性波法における機械的入力、および電磁的入力による測定方法の実用上の利点や問題点について分析し、課題解決のために必要なアプローチに関する考察を加えた。

第3章では、従来法におけるノイズとしての表面波の影響を除去する手段として、一定時間単一の周波数の波が継続する、いわゆる疑似的なトーンバースト波を入力することにより、受信波形の位相がグラウト充填不良のシースからの反射波によって変化することに着目した評価方法について検討した。簡易モデルでの数値解析や実大コンクリート供試体を用いた検討の結果、位相の単位時間当たりの変化に相当する指標を適用することにより、グラウト充填不良を検知することが可能であることを明らかにした。

第4章では、パルス状の弾性波を機械的に入力し、入力点から対称・等距離となる位置に設置した受信点での受信波形の差分に着目した評価方法の検討を行った。この手法では、2つの受信点における測定波形の差分を計算することにより表面波の影響が除去されるとともに、従来法と比較して、反射波の検出性能が向上することを確認した。また、供試体実験において、シースと直交方向に掃引測定を行った場合の差分波形の振幅の変化に着目することが、グラウト充填不良の評価に有効であることを確認した。

第5章では、電磁的入力方法において励起されるPC鋼材の振動や受信される波形の特性について検討を行い、グラウト充填不良がある場合、励起される振動の周波数が低下すること、また、複数の振動系で不規則に振動が発生するため、複雑な波形が受信される可能性を明らかにした。これを基に、受信波の振幅情報を用いた従来法での評価指標に加え、初期の位相の変化から求めた瞬時周波数や、受信波形の複雑性を評価可能な赤池情報量基準(AIC)といった新たな評価指標を導入し、その有効性を明らかにした。また、実大コンクリート供試体を用いた検討により、シースが2段に配置された断面への本評価指標の適用性を確認した。

第6章では、本研究で検討した測定手法や評価指標を含めて、PCグラウト充填評価のフローを作成した。また、掃引測定によって得られた差分波形をコンター表示することにより、桁断面における充填不良シースの有無を視覚化する手法を構築した。さらに、電磁的入力方法により得られる複数の評価指標値と、2段に配置された状態でのシース内のグラウト充填率との関係を多変量解析により求めることにより、2段配置されたシースの充填率が判別可能であることを明らかにした。

第7章では、本研究で得られた成果を総括して本研究の結論とした。

最後に、本研究で得られた成果が、PC橋梁をはじめとする社会資本の維持管理の一助になれば幸いである。

謝辞

本論文は著者が、株式会社東洋計測リサーチ在職中に、大阪大学大学院工学研究科地球総合工学専攻において、博士後期課程の3年間に行った研究を取りまとめたものです。

著者は日常の業務において、実際の構造物やその変状と向き合う機会が多く、既存の非破壊試験技術の適用上の課題や、開発の必要性を目の当たりにしており、技術の更なる発展のための研究に取り組みたいという思いが募り、大阪大学大学院鎌田敏郎教授の研究室の門を叩きました。不躰なお願いであったにもかかわらず、温かく迎え入れてくださったばかりか、本研究を進めるにあたり、終始懇切なるご指導とご教示を賜りました。深く感謝の意を申し上げます。また、本学位論文の審査を快く引き受けてくださいました、大阪大学大学院工学研究科教授 乾徹先生、ならびに大阪大学接合科学研究所准教授 堤成一郎先生には、本論文をまとめるに当たり貴重なご指導、ご助言を頂きました。心より感謝申し上げます。

大阪大学大学院工学研究科助教寺澤広基先生には、研究の遂行にあたり、多くのご支援をいただきました。心より感謝申し上げます。

大阪大学大学院特任研究員服部晋一氏には、研究に行き詰った際に、暖かい助言を頂きました。大阪大学大学院招聘研究員の鈴木真氏、稲熊唯史氏には、道路管理者側の立場からのご助言やご指導、また、社会人後期課程学生の先輩として、細やかなアドバイスをいただきました。心から感謝しております。

また、学位取得に向けて背中を押してくださいました、富山県立大学工学部准教授内田慎哉先生にも心よりお礼を申し上げます。大阪大学大学院社会基盤設計学領域の学生の皆様には、実験や解析に際してお手伝いをいただきました。活き活きと研究に取り組む姿勢は、皆様と研究できる喜びとともに、良い刺激をいただきました。有難うございました。

学外では、研究を進めるにあたって、元オリエンタル白石株式会社技術研究所長手塚正道氏、ならびに、現技術研究所長渡瀬博氏には、PC 橋梁の施工者の立場からアドバイスを頂戴した。また、首都高速道路株式会社蒲和也氏には、道路管理者の視点から維持管理に関するご指導をいただきました。一般社団法人 iTECS 技術協会の会員の皆様には、非破壊試験技術の使用者の立場から、この研究の根幹に関わる貴重なご意見を伺うことができました。

本研究で用いた衝撃弾性波法技術 (iTECS 技術) の礎を創られた元東海大学工学部土木工学科極壇邦夫先生、リック株式会社岩野聡史氏には心からの敬意と謝意を申し上げます。開発者の一人であるアプライドリサーチ株式会社境友昭氏につきましては、本論文における信号処理や差分法による 2 次元固体波動方程式の数値解法について、丁寧なご指導を賜りました。厚くお礼申し上げます。

新型コロナウイルスの大流行というイレギュラーな情勢下においても、滞りなく研究を進められたことは、ひとえに、関わっていただきました多くの皆様方のご協力のおかげであると心より感謝しております。

最後に、著者の研究を陰で支えてくださった、株式会社東洋計測リサーチのスタッフと私の家族に心から感謝を申し上げ、ここに謝辞とさせていただきます。

APPENDIX 2 次元固体内の弾性波動の有限差分法による解法

A-1 2次元固体内の波動方程式

A-1.1 波動方程式

2次元固体弾性波動の一般式， λ, μ は Lamé の定数である。なお， u, w は，それぞれ X 軸，Z 軸方向の変位成分とする。

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1.1})$$

両辺を ρ (材質の密度) で除して，

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= c_p^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (c_p^2 - c_s^2) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + c_s^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= c_p^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + (c_p^2 - c_s^2) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + c_s^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1.2})$$

ここで， c_p, c_s は，それぞれ縦弾性速度，横弾性波速度である。

$$\left. \begin{aligned} C_p &= \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \\ C_s &= \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1.3})$$

A-1.2 境界条件

境界条件として，自由面のみを設定する。水平自由面(上面，下面)では，

$$(\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} = \lambda \frac{\partial u}{\partial x} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{A1.4})$$

$$\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0 \quad (\text{A1.5})$$

である。垂直自由面(左面，右面)では，

$$(\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{A1.6})$$

$$\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0 \quad (\text{A1.7})$$

なお，隅角部の境界では，剪断抵抗を 0 とし，

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (\text{A1.8})$$

を境界条件として加える。また、式(A1.4)と(A1.6)が同時に成立するためには、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1.9})$$

でなければならない。

A-1.3 初期条件

波動生成原因となる初期変位は、 $z=0$ の境界、任意の x 点に変位が作用するものとして入力する。衝撃弾性波法のように打撃力を印加して、波動を入力する方法では、表面に発生する速度が、

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)_{z=0} = v \quad (\text{A1.10})$$

である。数値計算では、このため、打撃力波形に相当する速度成分を波形として入力すれば良いことになる。

A-2 波動方程式の差分法による表記

差分法では、波動が伝搬する平面をメッシュ状に離散化し、その格子点での変位を用いて波動方程式を表現する。また、時間軸についても同様に離散型の格子点を設ける。平面での離散距離は、 X 軸方向(ここでは、水平方向)に δx 、 Z 軸方向(ここでは垂直方向)に δz としている。また、時間軸での離散化時間間隔は δt である。

A-2.1 差分演算子

1階、2階の微分演算子は、次のようにして、差分スキームで近似される。

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2\delta x} (u_{i+1,j,k} - u_{i-1,j,k}) \quad (\text{A2.1})$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{\delta x^2} (u_{i+1,j,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i-1,j,k}) \quad (\text{A2.2})$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} = \frac{1}{4\delta x \delta z} (u_{i+1,j+1,k} - u_{i-1,j+1,k} - u_{i+1,j-1,k} + u_{i-1,j-1,k}) \quad (\text{A2.3})$$

変位が w の場合には、 u を w に置き換える。また、微分を z, t で行う場合には、 x を z, t に置き換える。 i, j, k は、 X 軸、 Z 軸及び時間軸(t)における離散位置を示す。

A-2.2 差分による波動方程式の生成

波動方程式での未知数は、時間的に最も遅く出現する変位とする。従って、式(A1.2)左辺を差分演算子に置き換えたとき、

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{\delta x^2} (u_{i,j,k+1} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j,k-1}) \quad (\text{A2.4})$$

となり, $u_{i,j,k+1}$ が未知数となる。これは, w についても同様である。よって, 波動方程式は,

$$\left. \begin{aligned} u_{i,j,k+1} &= \delta x^2 (c_P^2 \text{U2X2} + (c_P^2 - c_S^2) \text{W2XZ} + c_S^2 \text{U2Z2}) + 2u_{i,j,k} - u_{i,j,k-1} \\ w_{i,j,k+1} &= \delta x^2 (c_S^2 \text{W2Z2} + (c_P^2 - c_S^2) \text{U2XZ} + c_P^2 \text{W2X2}) + 2w_{i,j,k} - w_{i,j,k-1} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.5})$$

となる。式(A2.5)中の大文字記号は, それぞれ下記のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \text{U2X2} &= \frac{1}{\delta x^2} (u_{i+1,j,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i-1,j,k}) \\ \text{W2XZ} &= \frac{1}{4\delta x \delta z} (w_{i+1,j+1,k} - w_{i-1,j+1,k} - w_{i+1,j-1,k} + w_{i-1,j-1,k}) \\ \text{U2Z2} &= \frac{1}{\delta z^2} (u_{i,j+1,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j-1,k}) \\ \text{W2X2} &= \frac{1}{\delta x^2} (w_{i+1,j,k} - 2w_{i,j,k} + w_{i-1,j,k}) \\ \text{U2XZ} &= \frac{1}{4\delta x \delta z} (u_{i+1,j+1,k} - u_{i-1,j+1,k} - u_{i+1,j-1,k} + u_{i-1,j-1,k}) \\ \text{W2Z2} &= \frac{1}{\delta z^2} (w_{i,j+1,k} - 2w_{i,j,k} + w_{i,j-1,k}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.6})$$

式(A2.5), (A2.6)の演算は, 境界がある場合には, 定義されていない領域(未定義領域)の変位を参照することになるため, 境界条件の差分と連立させ, 式(A2.5), (A2.6)に現れる未知数を改めて定義する必要がある。

A-2.3 境界条件の差分表記

Lamè 定数と弾性波速度の関係から,

$$\left. \begin{aligned} \lambda + 2\mu &= \rho c_P^2 \\ \lambda &= \lambda + 2\mu - 2\mu = \rho(c_P^2 - 2c_S^2) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.7})$$

であることを考慮して, 式(1.4)を差分化する。

$$\frac{(c_P^2 - 2c_S^2)}{\delta x} (u_{i+1,j,k} - u_{i-1,j,k}) + \frac{c_P^2}{\delta z} (w_{i,j+1,k} - w_{i,j-1,k}) = 0 \quad (\text{A2.8})$$

$$(u_{i+1,j,k} - u_{i-1,j,k}) + \frac{c_P^2}{(c_P^2 - 2c_S^2)} \frac{\delta x}{\delta z} (w_{i,j+1,k} - w_{i,j-1,k}) = 0$$

と変形する。ここで,

$$R = \frac{c_P^2}{(c_P^2 - 2c_S^2)} \frac{\delta x}{\delta z} \quad (\text{A2.9})$$

とおくと、式(A1.4), (A1.5)は,

$$(u_{i+1,j,k} - u_{i-1,j,k}) + R(w_{i,j+1,k} - w_{i,j-1,k}) = 0 \quad (\text{A2.10})$$

$$\frac{1}{\delta z}(u_{i,j+1,k} - u_{i,j-1,k}) + \frac{1}{\delta x}(w_{i+1,j,k} - w_{i-1,j,k}) = 0 \quad (\text{A2.11})$$

また、式(1.6)では,

$$L = \frac{c_P^2}{(c_P^2 - 2c_S^2)} \frac{\delta z}{\delta x} \quad (\text{A2.12})$$

とにおいて,

$$L(u_{i+1,j,k} - u_{i-1,j,k}) + (w_{i,j+1,k} - w_{i,j-1,k}) = 0 \quad (\text{A2.13})$$

となる。なお、 R と L は、差分間隔が X 軸と Z 軸で異なる場合には違った値となるが、差分間隔が等しい場合には、同じ値となる。

A-2.4 計算領域と境界条件

計算領域は、 X 軸方向 $N\delta x$ 、 Z 軸方向 $M\delta z$ の矩形空間とし、その内部に矩形形状の空隙(構造物の内部空隙を模擬したもの)があるとする。矩形領域であるため、内部空隙が無い場合であっても、次の8ケースの境界がある。内部空隙に相当する境界条件は、章を改めて論じる。

表-A2.1 境界とその識別番号

識別	説明	識別	説明
1	$i = 0, j = 0$ の上左隅	5	$0 < i < N, j = 0$ の上辺
2	$i = N, j = 0$ の上右隅	6	$0 < i < N, j = M$ の下辺
3	$i = 0, j = M$ の下左隅	7	$i = 0, 0 < j < M$ の左辺
4	$i = N, j = M$ の下右隅	8	$i = N, 0 < j < M$ の右辺

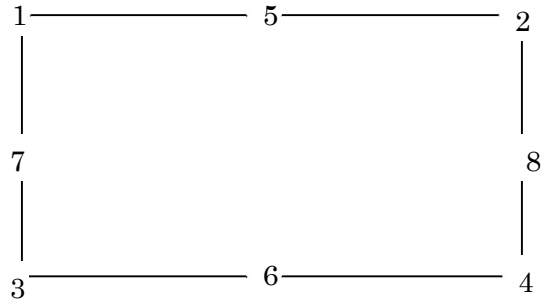


図-A2.1 境界の番号

A-2.5 境界での波動方程式の有限差分解

A-2.5.1 U2X2 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ の境界での値

(1) 境界 1 左上隅

$$U2X2 = \frac{1}{\delta x^2} (u_{1,0,k} - 2u_{0,0,k} + u_{-1,0,k}) \quad (A2.14)$$

となり，未定義領域の変位 $u_{-1,0,k}$ が参照される。ここで，隅角部では，応力は 0 であり，よって，

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{z=0} = 0 \quad (A2.15)$$

とすることができる。したがって，

$$u_{-1,0,k} = u_{1,0,k} \quad (A2.16)$$

である。これから，U2X2 は，

$$U2X2 = \frac{1}{\delta x^2} (2u_{1,0,k} - 2u_{0,0,k}) \quad (A2.17)$$

となる。

(2) 境界 2 右上隅

$$U2X2 = \frac{1}{\delta x^2} (u_{N+1,0,k} - 2u_{N,0,k} + u_{N-1,0,k}) \quad (A2.18)$$

となり，未定義領域の変位 $u_{N+1,0,k}$ が参照されるが，これは，隅角部で応力が 0 となることから，

$$u_{N+1,0,k} = u_{N-1,0,k} \quad (\text{A2.19})$$

よって,

$$U2X2 = \frac{1}{\delta x^2} (2u_{N-1,0,k} - 2u_{N,0,k}) \quad (\text{A2.20})$$

となる。

(3) 境界 3 左下隅

同様にして,

$$U2X2 = \frac{1}{\delta x^2} (2u_{1,M,k} - 2u_{0,M,k}) \quad (\text{A2.21})$$

(4) 境界 4 右下隅

$$U2X2 = \frac{1}{\delta x^2} (2u_{N-1,M,k} - 2u_{N,M,k}) \quad (\text{A2.22})$$

(5) 境界 5 上辺

$$U2X2 = \frac{1}{\delta x^2} (u_{i+1,0,k} - 2u_{i,0,k} + u_{i-1,0,k}) \quad (\text{A2.23})$$

となって, 未定義領域の変位参照はない。

(6) 境界 6 下辺

$$U2X2 = \frac{1}{\delta x^2} (u_{i+1,M,k} - 2u_{i,M,k} + u_{i-1,M,k}) \quad (\text{A2.24})$$

となって, 未定義領域の変位参照はない。

(7) 境界 7 左辺

$$U2X2 = \frac{1}{\delta x^2} (u_{1,j,k} - 2u_{0,j,k} + u_{-1,j,k}) \quad (\text{A2.25})$$

となって, 未定義領域の変位 $u_{-1,j,k}$ を参照する。これについては, 式(A2.13)の境界条件の差

分式において, $i = 0$ とすると,

$$L(u_{1,j,k} - u_{-1,j,k}) + (w_{0,j+1,k} - w_{0,j-1,k}) = 0 \quad (\text{A2.26})$$

$$u_{-1,j,k} = u_{1,j,k} + \frac{1}{L} (w_{0,j+1,k} - w_{0,j-1,k}) \quad (\text{A2.26'})$$

が得られ、未定義領域の変位が定義される．式(A2.26')を式(A2.25)に代入して、境界 7 で成立する U2X2 が得られる。

$$U2X2 = \frac{1}{\delta x^2} \left(2u_{1,j,k} - 2u_{0,j,k} - \frac{1}{L} (w_{0,j+1,k} - w_{0,j-1,k}) \right) \quad (A2.27)$$

(8) 境界 8 右辺

$$U2X2 = \frac{1}{\delta x^2} (u_{N+1,j,k} - 2u_{N,j,k} + u_{N-1,j,k}) \quad (A2.28)$$

となって、未定義領域の変位 $u_{N+1,j,k}$ を参照する。これについては、式(2.13)の境界条件の差分式において、 $i = N$ とすると、

$$u_{N+1,j,k} = u_{N-1,j,k} - \frac{1}{L} (w_{N,j+1,k} - w_{N,j-1,k}) \quad (A2.29)$$

となり、未定義変位が定義される。式(2.29)を式(2.28)に代入して、境界 8 で成立する U2X2 が得られる。

$$U2X2 = \frac{1}{\delta x^2} \left(2u_{N-1,j,k} - 2u_{N,j,k} + \frac{1}{L} (w_{N,j+1,k} - w_{N,j-1,k}) \right) \quad (A2.30)$$

A-2.5.2 U2Z2 $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ の境界での値

$$U2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (u_{i,j+1,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j-1,k}) \quad (A2.31)$$

(1) 境界 1 左上隅

$$U2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (u_{0,1,k} - 2u_{0,0,k} + u_{0,-1,k}) \quad (A2.32)$$

隅角部での歪みについて、剪断歪みが生じないとして、次の仮定を導入している。

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 0, \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (A2.33)$$

この仮定によって、

$$\frac{1}{\delta z} (u_{0,1,k} - u_{0,-1,k}) = 0 \quad (A2.33)$$

となり、未定義領域の変位 $u_{0,-1,k}$ が定義される。よって式(A2.31)は、

$$U2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (2u_{0,1,k} - 2u_{0,0,k}) \quad (A2.34)$$

となる。

(2) 境界 2 右上隅

$$U2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (u_{N,1,k} - 2u_{N,0,k} + u_{N,-1,k}) \quad (A2.35)$$

仮定から

$$\frac{1}{\delta z} (u_{N,1,k} - u_{N,-1,k}) = 0 \quad (A2.36)$$

であるから,

$$U2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (2u_{N,1,k} - 2u_{N,0,k}) \quad (A2.37)$$

となる。

(3) 境界 3 左下隅

$$U2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (u_{0,M+1,k} - 2u_{0,0,k} + u_{0,M-1,k}) \quad (A2.38)$$

仮定により

$$\frac{1}{\delta z} (u_{0,M+1,k} - u_{0,M-1,k}) = 0 \quad (A2.39)$$

よって,

$$U2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (2u_{0,M-1,k} - 2u_{0,M,k}) \quad (A2.40)$$

(4) 境界 4 右下隅

$$U2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (u_{N,M+1,k} - 2u_{N,M,k} + u_{N,M-1,k}) \quad (A2.41)$$

仮定により

$$\frac{1}{\delta z} (u_{N,M+1,k} - u_{N,M-1,k}) = 0 \quad (A2.42)$$

よって,

$$U2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (2u_{N,M-1,k} - 2u_{N,M,k}) \quad (A2.43)$$

(5) 境界 5 上辺

$$U2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (u_{i,1,k} - 2u_{i,0,k} + u_{i,-1,k}) \quad (A2.44)$$

式(A2.11)の境界条件を用い

$$u_{i,-1,k} = \frac{\delta z}{\delta x} (w_{i+1,0,k} - w_{i-1,0,k}) + u_{i,1,k} \quad (\text{A2.45})$$

式(A2.45)を式(A2.44)に代入して、

$$\text{U2Z2} = \frac{1}{\delta z^2} \left(2u_{i,1,k} - 2u_{i,0,k} + \frac{\delta z}{\delta x} (w_{i+1,0,k} - w_{i-1,0,k}) \right) \quad (\text{A2.46})$$

(6) 境界 6 下辺

$$\text{U2Z2} = \frac{1}{\delta z^2} (u_{i,M+1,k} - 2u_{i,0,k} + u_{i,M-1,k}) \quad (\text{A2.47})$$

式(A2.11)の境界条件を用い

$$u_{i,M+1,k} = -\frac{\delta z}{\delta x} (w_{i+1,M,k} - w_{i-1,M,k}) + u_{i,M-1,k} \quad (\text{A2.48})$$

よって、

$$\text{U2Z2} = \frac{1}{\delta z^2} \left(2u_{i,M-1,k} - 2u_{i,M,k} + \frac{\delta z}{\delta x} (w_{i+1,M,k} - w_{i-1,M,k}) \right) \quad (\text{A2.49})$$

(7) 境界 7 左辺

$$\text{U2Z2} = \frac{1}{\delta z^2} (u_{0,j+1,k} - 2u_{0,j,k} + u_{0,j-1,k}) \quad (\text{A2.50})$$

となって、境界で未定義領域の参照はない。

(8) 境界 8 右辺

境界 7 と同様に、

$$\text{U2Z2} = \frac{1}{\delta z^2} (u_{N,j+1,k} - 2u_{N,j,k} + u_{N,j-1,k}) \quad (\text{A2.51})$$

となって、境界で未定義領域の参照はない。

A-2.5.3 W2X2 $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ の境界での値

$$\text{W2X2} = \frac{1}{\delta x^2} (w_{i+1,j,k} - 2w_{i,j,k} + w_{i-1,j,k}) \quad (\text{A2.52})$$

(1) 境界 1 左上隅

$$\text{W2X2} = \frac{1}{\delta x^2} (w_{1,0,k} - 2w_{0,0,k} + w_{-1,0,k}) \quad (\text{A2.53})$$

となって、 $w_{-1,0,k}$ は未定義領域の変位である。隅角部では、剪断歪みが 0 とする仮定を用い

て,

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=0, z=0} = 0 \quad (\text{A2.54})$$

の境界条件を導入し,

$$\text{W2X2} = \frac{1}{\delta x^2} (2w_{1,0,k} - 2w_{0,0,k}) \quad (\text{A2.55})$$

(2) 境界 2 右上隅

$$\text{W2X2} = \frac{1}{\delta x^2} (w_{N+1,0,k} - 2w_{N,0,k} + w_{N-1,0,k}) \quad (\text{A2.56})$$

境界 1 と同様の境界条件を仮定し,

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=N, z=0} = 0 \quad (\text{A2.57})$$

$$\text{W2X2} = \frac{1}{\delta x^2} (2w_{N-1,0,k} - 2w_{N,0,k}) \quad (\text{A2.58})$$

(3) 境界 3 左下隅

$$\text{W2X2} = \frac{1}{\delta x^2} (w_{1,M,k} - 2w_{0,M,k} + w_{-1,M,k}) \quad (\text{A2.59})$$

境界 1 と同様の境界条件を仮定し,

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=0, z=M} = 0 \quad (\text{A2.60})$$

$$\text{W2X2} = \frac{1}{\delta x^2} (2w_{1,M,k} - 2w_{0,M,k}) \quad (\text{A2.61})$$

(4) 境界 4 右下隅

同様な手順で,

$$\text{W2X2} = \frac{1}{\delta x^2} (2w_{N-1,M,k} - 2w_{N,M,k}) \quad (\text{A2.62})$$

(5) 境界 5 上辺

$$\text{W2X2} = \frac{1}{\delta x^2} (w_{i+1,0,k} - 2w_{i,0,k} + w_{i-1,0,k}) \quad (\text{A2.63})$$

となって未定義領域を参照しない。

(6) 境界 6 下辺

$$W2X2 = \frac{1}{\delta x^2} (w_{i+1,M,k} - 2w_{i,M,k} + w_{i-1,M,k}) \quad (A2.64)$$

となって未定義領域を参照しない。

(7) 境界 7 左辺

$$W2X2 = \frac{1}{\delta x^2} (w_{1,j,K} - 2w_{0,j,k} + w_{-1,j,k}) \quad (A2.65)$$

となり，未定義領域の変位 $w_{-1,j,k}$ を参照する。境界条件 式(2.11)を用い

$$\frac{1}{\delta z} (u_{0,j+1,k} - u_{0,j-1,k}) + \frac{1}{\delta x} (w_{1,j,k} - w_{-1,j,k}) = 0 \quad (A2.66)$$

から，

$$w_{-1,j,k} = \frac{\delta x}{\delta z} (u_{0,j+1,k} - u_{0,j-1,k}) + w_{1,j,k} \quad (A2.67)$$

式(A2.67)を式(A2.65)に代入し，

$$W2X2 = \frac{1}{\delta x^2} \left(2w_{1,j,K} - 2w_{0,j,k} + \frac{\delta x}{\delta z} (u_{0,j+1,k} - u_{0,j-1,k}) \right) \quad (A2.68)$$

(8) 境界 8 右辺

$$W2X2 = \frac{1}{\delta x^2} (w_{N+,j,K} - 2w_{N,j,k} + w_{N-1,j,k}) \quad (A2.69)$$

未定義領域の変位を参照するので，境界 7 と同様に，

$$\frac{1}{\delta z} (u_{N,j+1,k} - u_{N,j-1,k}) + \frac{1}{\delta x} (w_{N+1,j,k} - w_{N-1,j,k}) = 0 \quad (A2.70)$$

未定義変位は，

$$w_{N+1,j,k} = w_{N-1,j,k} - \frac{\delta x}{\delta z} (u_{N,j+1,k} - u_{N,j-1,k}) \quad (A2.71)$$

式(2.71)を式(2.69)に代入して，

$$W2X2 = \frac{1}{\delta x^2} \left(2w_{N-1,j,k} - 2w_{N,j,k} - \frac{\delta x}{\delta z} (u_{N,j+1,k} - u_{N,j-1,k}) \right) \quad (A2.72)$$

A-2.5.4 W2Z2 $\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$ の境界での値

$$W2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (w_{i,j+1,k} - 2w_{i,j,k} + w_{i,j-1,k}) \quad (A2.73)$$

(1) 境界 1 左上隅

$$W2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (w_{0,1,k} - 2w_{0,0,k} + w_{0,-1,k}) \quad (A2.74)$$

として、未定義領域の変位 $w_{0,-1,k}$ を参照する。

$$\left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)_{x=0, z=0} = 0 \quad (A2.75)$$

の境界条件から、

$$W2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (2w_{0,1,k} - 2w_{0,0,k}) \quad (A2.76)$$

(2) 境界 2 右上隅

$$W2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (w_{N,1,k} - 2w_{N,0,k} + w_{N,-1,k}) \quad (A2.77)$$

境界 1 と同様に、

$$W2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (2w_{N,1,k} - 2w_{N,0,k}) \quad (A2.78)$$

(3) 境界 3 左下隅

$$W2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (w_{0,M+1,k} - 2w_{0,M,k} + w_{0,M-1,k}) \quad (A2.79)$$

境界 1 と同様に

$$\left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)_{x=0, z=M} = 0 \quad (A2.80)$$

によって、未定義変位を定義する。

$$W2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (2w_{0,M-1,k} - 2w_{0,N,k}) \quad (A2.81)$$

(4) 境界 4 右下隅

$$W2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (w_{N,M+1,k} - 2w_{N,M,k} + w_{N,M-1,k}) \quad (A2.82)$$

未定義領域の変位を，境界条件によって定義し，

$$W2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (2w_{N,M-1,k} - 2w_{N,M,k}) \quad (A2.83)$$

(5) 境界 5 上辺

$$W2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (w_{i+1,k} - 2w_{i,0,k} + w_{i,-1,k}) \quad (A2.84)$$

境界条件 式(A2.10)から，

$$w_{i,-1,k} = \frac{1}{R} (u_{i+1,0,k} - u_{i-1,0,k}) + w_{i,1,k} \quad (A2.85)$$

よって，

$$W2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} \left(2w_{i,1,k} - 2w_{i,0,k} + \frac{1}{R} (u_{i+1,0,k} - u_{i-1,0,k}) \right) \quad (A2.86)$$

(6) 境界 6 下辺

$$W2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (w_{i,M+1,k} - 2w_{i,M,k} + w_{i,M-1,k}) \quad (A2.87)$$

境界条件 式(A2.10)から，

$$w_{i,M+1,k} = w_{i,M-1,k} - \frac{1}{R} (u_{i+1,M,k} - u_{i-1,M,k}) \quad (A2.88)$$

よって，

$$W2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} \left(2w_{i,M-1,k} - 2w_{i,M,k} - \frac{1}{R} (u_{i+1,M,k} - u_{i-1,M,k}) \right) \quad (A2.89)$$

(7) 境界 7 左辺

未定義領域の変位参照はない。

(8) 境界 8 右辺

$$W2Z2 = \frac{1}{\delta z^2} (w_{N,j+1,k} - 2w_{N,j,k} + w_{N,j-1,k}) \quad (A2.90)$$

となつて，未定義領域の変位参照はない。

A-2.5.5 W2XZ $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z}$ の境界での値

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z} (w_{i+1,j+1,k} - w_{i-1,j+1,k} - w_{i+1,j-1,k} + w_{i-1,j-1,k}) \quad (\text{A2.91})$$

(1) 境界 1 左上隅

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z} (w_{1,1,k} - w_{-1,1,k} - w_{1,-1,k} + w_{-1,-1,k}) \quad (\text{A2.92})$$

となって、未定義領域の変位、 $w_{-1,1,k}, w_{1,-1,k}, w_{-1,-1,k}$ が参照されている。式(A2.10)から、 $i=1, j=0$ では、

$$(u_{2,0,k} - u_{0,0,k}) + R(w_{1,1,k} - w_{1,-1,k}) = 0 \quad (\text{A2.93})$$

これから、

$$w_{1,-1,k} = \frac{1}{R} (u_{2,0,k} - u_{0,0,k}) + w_{1,1,k} \quad (\text{A2.94})$$

式(A2.94)を式(A2.92)に代入して、

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z} \left(-\frac{1}{R} (u_{2,0,k} - u_{0,0,k}) - w_{-1,1,k} + w_{-1,-1,k} \right) \quad (\text{A2.95})$$

さらに、式(A2.10)において、 $i=-1, j=0$ の仮想領域に拡大して、

$$(u_{0,0,k} - u_{-2,0,k}) + R(w_{-1,1,k} - w_{-1,-1,k}) = 0 \quad (\text{A2.96})$$

よって、

$$w_{-1,1,k} - w_{-1,-1,k} = \frac{1}{R} (u_{0,0,k} - u_{-2,0,k}) \quad (\text{A2.97})$$

式(A2.97)を式(A2.95)に代入して、

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z R} (-u_{2,0,k} + 2u_{0,0,k} - u_{-2,0,k}) \quad (\text{A2.98})$$

を得る。更に、応力が 0 となる $i=0, j=0$ の位置での差分演算子を拡大し、

$$\frac{1}{2\delta x} (u_{2,0,k} - u_{-2,0,k}) = 0 \quad (\text{A2.99})$$

を用いて、式(2.81)に現れている未定義領域の変位を定義する。よって、

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z R} (-2u_{2,0,k} + 2u_{0,0,k}) \quad (\text{A2.100})$$

が得られる。

(2) 境界 2 右上隅

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z} (w_{N+1,1,k} - w_{N-1,1,k} - w_{N+1,-1,k} + w_{N-1,-1,k}) \quad (\text{A2.101})$$

となって，未定義領域の変位， $w_{N+1,1,k}, w_{N+1,-1,k}, w_{N-1,-1,k}$ が参照されている。式(A2.10)

から， $i = N+1, j = 0$ （境界領域の拡張）．及び $i = N-1, j = 0$ について

$$\left. \begin{aligned} (u_{N+2,0,k} - u_{N,0,k}) + R(w_{N+1,1,k} - w_{N+1,-1,k}) &= 0 \\ (u_{N,0,k} - u_{N-2,0,k}) + R(w_{N-1,1,k} - w_{N-1,-1,k}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.102})$$

これから，

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z R} (-2u_{N-2,0,k} + 2u_{N,0,k}) \quad (\text{A2.103})$$

(3) 境界 3 左下隅

境界 1 と同様な方法によって，

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z R} (-2u_{2,M,k} + 2u_{0,M,k}) \quad (\text{A2.104})$$

(4) 境界 4 右下隅

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z R} (-2u_{N-2,M,k} + 2u_{N,M,k}) \quad (\text{A2.105})$$

(5) 境界 5 上辺

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z} (w_{i+1,1,k} - w_{i-1,1,k} - w_{i+1,-1,k} + w_{i-1,-1,k}) \quad (\text{A2.106})$$

式(A2.10)の境界条件の差分式を利用し，

$$(u_{i+1,0,k} - u_{i-1,0,k}) + R(w_{i,1,k} - w_{i,-1,k}) = 0 \quad (\text{A2.107})$$

i の番号を 1 つ左(負側)及び右(正側)にずらし，派生的に

$$(u_{i+2,0,k} - u_{i,0,k}) + R(w_{i+1,1,k} - w_{i+1,-1,k}) = 0 \quad (\text{A2.108})$$

$$w_{i+1,-1,k} = \frac{1}{R} (u_{i+2,0,k} - u_{i,0,k}) + w_{i+1,1,k} \quad (\text{A2.109})$$

$$(u_{i,0,k} - u_{i-2,0,k}) + R(w_{i-1,1,k} - w_{i-1,-1,k}) = 0 \quad (\text{A2.110})$$

$$w_{i-1,-1,k} = \frac{1}{R} (u_{i,0,k} - u_{i-2,0,k}) + w_{i-1,1,k} \quad (\text{A2.111})$$

式(A2.109)，(A2.111)を式(A2.106)に代入して整理すると

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z R} (2u_{i,0,k} - u_{i-2,0,k} - u_{i+2,0,k}) \quad (\text{A2.112})$$

が得られる。

ところが、式(A2.112)では、 $i=1, i=N-1$ において、未定義領域の変位を参照することになる。

a) $[i=1]$ の派生的境界

$$W2XZ_{i=1,j=0} = \frac{1}{4\delta x \delta z R} (2u_{1,0,k} - u_{-1,0,k} - u_{3,0,k}) \quad (\text{A2.113})$$

式(2.113)においても、未定義領域の変位が参照されている。これについては、

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i=0,j=0} = 0 = \frac{1}{2\delta x} (u_{1,0,k} - u_{-1,0,k}) \quad (\text{A2.114})$$

$$u_{-1,0,k} = u_{1,0,k} \quad (\text{A2.115})$$

を利用し、

$$W2XZ_{i=1,j=0} = \frac{1}{4\delta x \delta z R} (u_{1,0,k} - u_{3,0,k}) \quad (\text{A2.116})$$

となる。

b) $[i=N-1]$ の派生的境界

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z R} (2u_{N-1,0,k} - u_{N-3,0,k} - u_{N+1,0,k}) \quad (\text{A2.117})$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i=N,j=0} = 0 = \frac{1}{2\delta x} (u_{N+1,0,k} - u_{N-1,0,k}) \quad (\text{A2.118})$$

$$u_{N+1,0,k} = u_{N-1,0,k} \quad (\text{A2.119})$$

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z R} (u_{N-1,0,k} - u_{N-3,0,k}) \quad (\text{A2.120})$$

が得られる。

(6) 境界 6 下辺

$$W2XZ_{j=M} = \frac{1}{4\delta x \delta z} (w_{i+1,M+1,k} - w_{i-1,M+1,k} - w_{i+1,M-1,k} + w_{i-1,M-1,k}) \quad (\text{A2.121})$$

式(A2.10)を用いて、 $i \rightarrow i+1, i \rightarrow i-1$ とした場合の差分式を求め、これを式(A2.121)に代入して未定義領域の変位を定義する。

$$(u_{i+2,j,k} - u_{i,j,k}) + R(w_{i+1,M+1,k} - w_{i+1,M-1,k}) = 0 \quad (\text{A2.122})$$

$$w_{i+1,M+1,k} = w_{i+1,M-1,k} - \frac{1}{R}(u_{i+2,j,k} - u_{i,j,k}) \quad (\text{A2.123})$$

$$(u_{i,j,k} - u_{i-2,j,k}) + R(w_{i-1,M+1,k} - w_{i-1,M-1,k}) = 0 \quad (\text{A2.124})$$

$$w_{i-1,M+1,k} = w_{i-1,M-1,k} - \frac{1}{R}(u_{i,j,k} - u_{i-2,j,k}) \quad (\text{A2.125})$$

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z R} (2u_{i,M,k} - u_{i-2,M,k} - u_{i+2,M,k}) \quad (\text{A2.126})$$

上辺の場合と同様に, $i=1, i=N-1$ で未定義領域の変位を参照する。

a) $[i=1]$ の派生的境界

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z R} (2u_{1M,k} - u_{-1,M,k} - u_{3,M,k}) \quad (\text{A2.127})$$

未定義の変位がある。これは,

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i=0,j=M} = 0 = \frac{1}{2\delta x} (u_{1,M,k} - u_{-1,M,k}) \quad (\text{A2.128})$$

$$u_{-1,M,k} = u_{1,M,k} \quad (\text{A2.129})$$

よって,

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z R} (u_{1M,k} - u_{3,M,k}) \quad (\text{A2.130})$$

b) $[i=N-1]$ の派生的境界

同様にして,

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z R} (2u_{N-1,M,k} - u_{N-3,M,k} - u_{N+1,M,k}) \quad (\text{A2.131})$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i=N,j=M} = 0 = \frac{1}{2\delta x} (u_{N+1,M,k} - u_{N-1,M,k}) \quad (\text{A2.132})$$

$$u_{N+1,M,k} = u_{N-1,M,k} \quad (\text{A2.133})$$

よって,

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z R} (u_{N-1,M,k} - u_{N-3,M,k}) \quad (\text{A2.134})$$

(7) 境界 7 左辺

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z} (w_{1,j+1,k} - w_{-1,j+1,k} - w_{1,j-1,k} + w_{-1,j-1,k}) \quad (\text{A2.135})$$

となつて、未定義領域の変位 2 つが参照されている。式(A2.11)の境界条件から、

$$\frac{1}{\delta z} (u_{0,j+1,k} - u_{0,j-1,k}) + \frac{1}{\delta x} (w_{1,j,k} - w_{-1,j,k}) = 0 \quad (\text{A2.136})$$

この境界条件の差分式を使用し、時刻をずらすことによって、式(A2.135)に出現する未定義領域の変位を定義することを試みる。式(A2.136)において、 $j \rightarrow j-1, j \rightarrow j+1$ とすると、

$$\frac{1}{\delta z} (u_{0,j,k} - u_{0,j-2,k}) + \frac{1}{\delta x} (w_{1,j-1,k} - w_{-1,j-1,k}) = 0 \quad (\text{A2.137})$$

$$\frac{1}{\delta z} (u_{0,j+2,k} - u_{0,j,k}) + \frac{1}{\delta x} (w_{1,j+1,k} - w_{-1,j+1,k}) = 0 \quad (\text{A2.138})$$

となり、これから

$$\left. \begin{aligned} w_{-1,j-1,k} &= \frac{\delta x}{\delta z} (u_{0,j,k} - u_{0,j-2,k}) + w_{1,j-1,k} \\ w_{-1,j+1,k} &= \frac{\delta x}{\delta z} (u_{0,j+2,k} - u_{0,j,k}) + w_{1,j+1,k} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.139})$$

と展開できる。式(A2.139)を式(2.135)に代入して、

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z} \left(w_{1,j+1,k} - \frac{\delta x}{\delta z} (u_{0,j+2,k} - u_{0,j,k}) + w_{1,j+1,k} - \frac{\delta x}{\delta z} (u_{0,j,k} - u_{0,j-2,k}) + w_{1,j-1,k} \right) \quad (\text{A2.140})$$

これを整理すると、

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta z^2} (-u_{0,j+2,k} + 2u_{0,j,k} - u_{0,j-2,k}) \quad (\text{A2.141})$$

が得られる。

式(A2.141)から明らかなように、 $j=1$ 及び $j=M-1$ の位置では、式(A2.141)が未定義領域の変位を参照することになり、この 2 つの位置で成立する差分式を解いておく必要がある。

a) $[j=1]$ の派生的境界

式(A2.141)において、 $j=1$ とすると、

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta z^2} (-u_{0,3,k} + 2u_{0,1,k} - u_{0,-1,k}) \quad (\text{A2.142})$$

となり、未定義領域の変位を参照することになる。この値は、隅角部では剪断力が作用しないという仮定条件を用いて、

$$\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{i=0,j=0} = 0 = \frac{1}{2\delta z} (u_{0,1,k} - u_{0,-1,k}) \quad (\text{A2.143})$$

$$u_{0,-1,k} = u_{0,1,k} \quad (\text{A2.144})$$

よって,

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta z^2} (-u_{0,3,k} + u_{0,1,k}) \quad (\text{A2.145})$$

b) $[j = M - 1]$ の派生的境界

式(A2.141)において, $j = M - 1$ とおくと,

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta z^2} (-u_{0,M+1,k} + 2u_{0,M-1,k} - u_{0,M-3,k}) \quad (\text{A2.146})$$

となり, 未定義領域の変位を参照することになる。これについては, 同様に,

$$\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{i=0, j=M} = 0 = \frac{1}{2\delta z} (u_{0,M+1,k} - u_{0,M-1,k}) \quad (\text{A2.147})$$

$$u_{0,M+1,k} = u_{0,M-1,k} \quad (\text{A2.148})$$

よって,

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta z^2} (u_{0,M-1,k} - u_{0,M-3,k}) \quad (\text{A2.149})$$

(8) 境界 8 右辺

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z} (w_{N+1,j+1,k} - w_{N-1,j+1,k} - w_{N+1,j-1,k} + w_{N-1,j-1,k}) \quad (\text{A2.150})$$

となつて, 未定義領域の変位 2 つが参照されている。式(A2.11)の境界条件から,

$$\frac{1}{\delta z} (u_{N,j+1,k} - u_{N,j-1,k}) + \frac{1}{\delta x} (w_{N+1,j,k} - w_{N-1,j,k}) = 0 \quad (\text{A2.151})$$

よって,

$$w_{N+1,j,k} = w_{N-1,j,k} - \frac{\delta x}{\delta z} (u_{N,j+1,k} - u_{N,j-1,k}) \quad (\text{A2.152})$$

派生的に, $j \rightarrow j - 1, j \rightarrow j + 1$ を加えて,

$$\left. \begin{aligned} w_{N+1,j+1,k} &= w_{N-1,j+1,k} - \frac{\delta x}{\delta z} (u_{N,j+2,k} - u_{N,j,k}) \\ w_{N+1,j-1,k} &= w_{N-1,j-1,k} - \frac{\delta x}{\delta z} (u_{N,j,k} - u_{N,j-2,k}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.153})$$

式(A2.153)を式(A2.150)に代入し,

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta z^2} (-u_{N,j+2,k} + 2u_{N,j,k} - u_{N,j-2,k}) \quad (\text{A2.154})$$

ところが、この場合 $j=1$ 及び $j=M-1$ の位置では未定義領域変位が参照されるという境界問題が発生する。 $j=1$, $j=M-1$ で成立する式が必要となる。

a) $[j=1]$ の派生的境界

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta z^2} (-u_{N,3,k} + 2u_{N,1,k} - u_{N,-1,k}) \quad (\text{A2.155})$$

となって、未定義領域の変位を参照している。これは、隅角部では、剪断が 0 という仮定によって、

$$\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{i=0,j=1} = 0 = \frac{1}{2\delta z} (u_{0,1,k} - u_{0,-1,k}) \quad (\text{A2.156})$$

これから、

$$u_{0,-1,k} = u_{0,1,k} \quad (\text{A2.157})$$

であるから、

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta z^2} (-u_{N,3,k} + u_{N,1,k}) \quad (\text{A2.158})$$

b) $[j=M-1]$ の派生的境界

a) と同様に方法によって、

$$W2XZ = \frac{1}{4\delta z^2} (u_{N,M-1,k} - u_{N,M-3,k}) \quad (\text{A2.159})$$

A-2.5.6 $U2XZ \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z}$ の境界での値

(1) 境界 1 左上隅 $[i=0, j=0]$

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z} (u_{1,1,k} - u_{-1,1,k} - u_{1,-1,k} + u_{-1,-1,k}) \quad (\text{A2.160})$$

自由側面に関する境界条件式(2.13)を用いて、

$$L(u_{i+1,j,k} - u_{i-1,j,k}) + (w_{i,j+1,k} - w_{i,j-1,k}) = 0 \quad (\text{A2.161})$$

これを、 $i=0, j=1$ に適用、

$$L(u_{1,1,k} - u_{-1,1,k}) + (w_{0,2,k} - w_{0,0,k}) = 0 \quad (\text{A2.162})$$

また、 $i=0, j=-1$ に適用し、

$$L(u_{1,-1,k} - u_{-1,1,-k}) + (w_{0,0,k} - w_{0,-2,k}) = 0 \quad (\text{A2.163})$$

式(A2.162), (A2.163)を式(2.160)に代入して,

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z L} (-w_{0,2,k} - 2w_{0,0,k} - w_{0,-2,k}) \quad (\text{A2.164})$$

また, 隅角部では応力が 0 となることを利用し, これを拡張して

$$\left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i=0,j=0} = \frac{1}{4\delta z} (w_{0,2,k} - w_{0,-2,k}) = 0 \quad (\text{A2.165})$$

これから,

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z L} (-2w_{0,2,k} + 2w_{0,0,k}) \quad (\text{A2.166})$$

(2) 境界 2 右上隅 $[i = N, j = 0]$

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z} (u_{N+1,1,k} - u_{N-1,1,k} - u_{N+1,-1,k} + u_{N-1,-1,k}) \quad (\text{A2.167})$$

(1)と同様に, 自由面での境界条件を用い,
 $i = N, j = 1$ に適用,

$$L(u_{N+1,1,k} - u_{N-1,1,k}) + (w_{N,2,k} - w_{N,0,k}) = 0 \quad (\text{A2.168})$$

$i = N, j = -1$ に適用,

$$L(u_{N+1,-1,k} - u_{N-1,-1,k}) + (w_{N,0,k} - w_{N,-2,k}) = 0 \quad (\text{A2.169})$$

これから,

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z L} (-2w_{N,2,k} + 2w_{N,0,k}) \quad (\text{A2.170})$$

(3) 境界 3 左下隅 $[i = 0, j = M]$

(1)と同様に,

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z L} (-2w_{0,M-2,k} + 2w_{0,M,k}) \quad (\text{A2.171})$$

(4) 境界 4 右下隅 $[i = N, j = M]$

(2)と同様に,

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z L} (-2w_{N,M-2,k} + 2w_{N,M,k}) \quad (\text{A2.172})$$

(5) 境界 5 上辺 $[j=0]$

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z} (u_{i+1,1,k} - u_{i-1,1,k} - u_{i+1,-1,k} + u_{i-1,-1,k}) \quad (\text{A2.173})$$

境界条件式(2.13)から,

$$\frac{1}{\delta z} (u_{i,1,k} - u_{i,-1,k}) + \frac{1}{\delta x} (w_{i+1,0,k} - w_{i-1,0,k}) = 0 \quad (\text{A2.174})$$

$$u_{i,-1,k} = u_{i,1,k} - \frac{\delta z}{\delta x} (w_{i+1,0,k} - w_{i-1,0,k}) \quad (\text{A2.175})$$

$i \rightarrow i-1, i \rightarrow i+1$ として, 派生的に境界条件式を導出.

$$\left. \begin{aligned} u_{i+1,-1,k} &= u_{i+1,1,k} - \frac{\delta z}{\delta x} (w_{i+2,0,k} - w_{i,0,k}) \\ u_{i-1,-1,k} &= u_{i-1,1,k} - \frac{\delta z}{\delta x} (w_{i,0,k} - w_{i-2,0,k}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.176})$$

これを式(A2.173)に代入して,

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x^2} (-w_{i+2,0,k} + 2w_{i,0,k} - w_{i-2,0,k}) \quad (\text{A2.177})$$

a) $[i=1, j=0]$ の特殊境界

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x^2} (-w_{3,0,k} + 2w_{1,0,k} - w_{-1,0,k}) \quad (\text{A2.178})$$

ここで, 隅角部では, 剪断抵抗が 0 という条件を用い,

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{i=0} = 0 \quad (\text{A2.179})$$

$$w_{-1,0,k} = w_{1,0,k} \quad (\text{A2.180})$$

よって,

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x^2} (-w_{3,0,k} + w_{1,0,k}) \quad (\text{A2.181})$$

b) $[i=N-1, j=0]$ の特殊境界

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x^2} (-w_{N+1,0,k} + 2w_{N-1,0,k} - w_{N-3,0,k}) \quad (\text{A2.182})$$

同様に,

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{i=N} = 0 \quad (\text{A2.183})$$

$$w_{N-1,0,k} = w_{N+1,0,k} \quad (\text{A2.184})$$

よって,

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x^2} (w_{N-1,0,k} - w_{N-3,0,k}) \quad (\text{A2.185})$$

(6) 境界 6 下辺

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z} (u_{i+1,M+1,k} - u_{i-1,M+1,k} - u_{i+1,M-1,k} + u_{i-1,M-1,k}) \quad (\text{A2.186})$$

境界条件式(A2.13)を用い,

$$u_{i,M+1,k} = u_{i,M-1,k} - \frac{\delta z}{\delta x} (w_{i+1,M,k} - w_{i-1,M,k}) \quad (\text{A2.187})$$

境界条件の適用範囲を派生的に拡張,

$$\left. \begin{aligned} u_{i+1,M+1,k} &= u_{i+1,M-1,k} - \frac{\delta z}{\delta x} (w_{i+2,M,k} - w_{i,M,k}) \\ u_{i-1,M+1,k} &= u_{i-1,M-1,k} - \frac{\delta z}{\delta x} (w_{i,M,k} - w_{i-2,M,k}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.188})$$

これを式(A2.132)に代入して,

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x^2} (-w_{i+2,M,k} + 2w_{i,M,k} - w_{i-2,M,k}) \quad (\text{A2.189})$$

a) $[i=1, j=M]$ の特殊境界

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x^2} (-w_{3,M,k} + 2w_{1,M,k} - w_{-1,M,k}) \quad (\text{A2.190})$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{i=0} = 0 \quad (\text{A2.191})$$

$$w_{-1,M,k} = w_{1,M,k} \quad (\text{A2.192})$$

よって,

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x^2} (-w_{3,M,k} + w_{1,M,k}) \quad (\text{A2.193})$$

b) $[i=N-1, j=M]$ の特殊境界

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x^2} (-w_{N+1,M,k} + 2w_{N,M,k} - w_{N-2,M,k}) \quad (\text{A2.194})$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{i=N} = 0 \quad (\text{A2.195})$$

$$w_{N+1,M,k} = w_{N-1,M,k} \quad (\text{A2.196})$$

よって,

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x^2} (-w_{N-3,M,k} + w_{N-1,M,k}) \quad (\text{A2.197})$$

(7) 境界 7 左辺

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z} (u_{1,j+1,k} - u_{-1,j+1,k} - u_{1,j-1,k} + u_{-1,j-1,k}) \quad (\text{A2.198})$$

自由側面の境界条件から,

$$L(u_{1,j,k} - u_{-1,j,k}) + (w_{0,j+1,k} - w_{0,j-1,k}) = 0 \quad (\text{A2.199})$$

$i=0, j \rightarrow j+1$ の場合,

$$L(u_{1,j+1,k} - u_{-1,j+1,k}) + (w_{0,j+2,k} - w_{0,j,k}) = 0 \quad (\text{A2.200})$$

$i=0, j \rightarrow j-1$ の場合,

$$L(u_{1,j-1,k} - u_{-1,j-1,k}) + (w_{0,j,k} - w_{0,j-2,k}) = 0 \quad (\text{A2.201})$$

代入して, 整理すると,

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z L} (-w_{0,j+2,k} + 2w_{0,j,k} - w_{0,j-2,k}) \quad (\text{A2.202})$$

a) $[i=0, j=1]$ の特殊境界

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z L} (-w_{03,k} + 2w_{0,1,k} - w_{0,-1,k}) \quad (\text{A2.203})$$

ここで,

$$\left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i=0, j=0} = \frac{1}{\delta z} (w_{0,1,k} - w_{0,-1,k}) = 0 \quad (\text{A2.204})$$

よって,

$$w_{0,1,k} = w_{0,-1,k} \quad (\text{A2.205})$$

これを代入し,

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z L} (-w_{0,3,k} + w_{0,1,k}) \quad (\text{A2.206})$$

b) $[i=0, j=M-1]$ の特殊境界

同様にして,

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z L} (-w_{0,M-3,k} + w_{0,M-1,k}) \quad (\text{A2.207})$$

(8) 境界 8 右辺

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z} (u_{N+1,j+1,k} - u_{N-1,j+1,k} - u_{N+1,j-1,k} + u_{N-1,j-1,k}) \quad (\text{A2.208})$$

境界条件から

$$L(u_{N+1,j,k} - u_{N-1,j,k}) + (w_{N,j+1,k} - w_{N,j-1,k}) = 0 \quad (\text{A2.209})$$

この境界条件の適用位置をずらし,

$$i = N, j \rightarrow j+1$$

$$L(u_{N+1,j+1,k} - u_{N-1,j+1,k}) + (w_{N,j+2,k} - w_{N,j,k}) = 0 \quad (\text{A2.210})$$

$$i = N, j \rightarrow j-1$$

$$L(u_{N+1,j-1,k} - u_{N-1,j-1,k}) + (w_{N,j,k} - w_{N,j-2,k}) = 0 \quad (\text{A2.211})$$

式(A2.149), (A2.150)を式(A2.148)に代入して整理すると,

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z L} (-w_{N,j+2,k} + 2w_{N,j,k} - w_{N,j-2,k}) \quad (\text{A2.212})$$

が得られる.

a) $[i = N, j = 1]$ の特殊境界

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z L} (-w_{N,3,k} + w_{N,1,k}) \quad (\text{A2.213})$$

b) $[i = N, j = M-1]$ の特殊境界

$$U2XZ = \frac{1}{4\delta x \delta z L} (-w_{N,M-3,k} + w_{N,M-1,k}) \quad (\text{A2.214})$$

A-3 内部空隙のモデルと境界条件

内部空隙の形状は様々であるが, 差分法によるモデルでは, 矩形の組み合わせによる形状となる。また, 内部空隙は空隙とし, 波動方程式の計算の領域外としてモデル化する。図-A3.1 に示すように, 矩形の空隙を内部空隙とすると, 上下左右の辺は, 計算領域の外側の辺と同じ境界条件であるが, 隅角部は, 領域の外側隅角部とは異なった境界である。内部空隙のモデル化では, 境界 9~12 について成立する差分式を求めればよい。

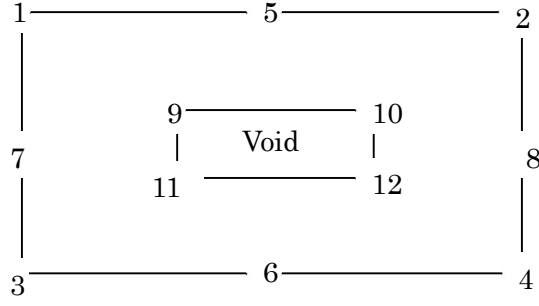


図-A3.1 境界の番号

A-3.1 境界 9 左上角

式(A3.1)に示す微分演算子については, 境界での未定義領域($i+1, j+1$)を参照しないため, そのまま成立する。

$$\left. \begin{aligned} \text{U2X2} &= \frac{1}{\delta x^2} (u_{i+1,j,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i-1,j,k}) \\ \text{U2Z2} &= \frac{1}{\delta z^2} (u_{i,j+1,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j-1,k}) \\ \text{W2X2} &= \frac{1}{\delta x^2} (w_{i+1,j,k} - 2w_{i,j,k} + w_{i-1,j,k}) \\ \text{W2Z2} &= \frac{1}{\delta z^2} (w_{i,j+1,k} - 2w_{i,j,k} + w_{i,j-1,k}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A3.1})$$

よって, 内部空隙の角部の波動方程式では,

$$\left. \begin{aligned} \text{W2XZ} &= \frac{1}{4\delta x \delta z} (w_{i+1,j+1,k} - w_{i-1,j+1,k} - w_{i+1,j-1,k} + w_{i-1,j-1,k}) \\ \text{U2XZ} &= \frac{1}{4\delta x \delta z} (u_{i+1,j+1,k} - u_{i-1,j+1,k} - u_{i+1,j-1,k} + u_{i-1,j-1,k}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A3.2})$$

に関して解を得る。

式(3.2)において, $u_{i+1,j+1,k}$ と $w_{i+1,j+1,k}$ が未定義領域の変位である。(図-A3.2 参照)

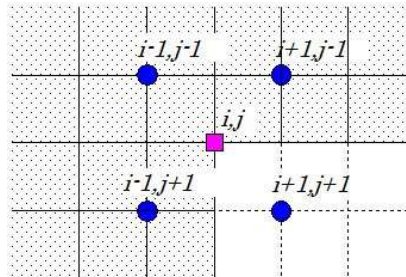


図-A3.2 内部空隙のメッシュと未定義領域

(1) U2XZ

式(2.11)を用い, $i \rightarrow i+1$ として,

$$u_{i+1,j+1,k} - u_{i+1,j-1,k} = -\frac{\delta z}{\delta x} (w_{i+2,j,k} - w_{i,j,k}) \quad (\text{A3.3})$$

これを, 式(3.2)に代入し,

$$\text{U2XZ} = \frac{1}{4\delta x \delta z} \left(-\frac{\delta z}{\delta x} (w_{i+2,j,k} - w_{i,j,k}) - u_{i-1,j+1,k} + u_{i-1,j-1,k} \right) \quad (\text{A3.4})$$

となる。

(2) W2XZ

同様にして,

$$\text{W2XZ} = \frac{1}{4\delta x \delta z} \left(\frac{\delta z}{\delta x} (u_{i,j+2,k} - u_{i,j,k}) - w_{i+1,j-1,k} + w_{i-1,j-1,k} \right) \quad (\text{A3.5})$$

A-3.2 境界 10 右上角

$$\text{U2XZ} = \frac{1}{4\delta x \delta z} \left(\frac{\delta z}{\delta x} (w_{i+2,j,k} - w_{i,j,k}) - u_{i+1,j-1,k} + u_{i+1,j+1,k} \right) \quad (\text{A3.6})$$

$$\text{W2XZ} = \frac{1}{4\delta x \delta z} \left(-\frac{\delta z}{\delta x} (u_{i,j+2,k} - u_{i,j,k}) - w_{i+1,j-1,k} + w_{i-1,j-1,k} \right) \quad (\text{A3.7})$$

A-3.3 境界 11 左下角

$$\text{U2XZ} = \frac{1}{4\delta x \delta z} \left(-\frac{\delta z}{\delta x} (w_{i+2,j,k} - w_{i,j,k}) - u_{i-1,j+1,k} + u_{i-1,j-1,k} \right) \quad (\text{A3.8})$$

$$\text{W2XZ} = \frac{1}{4\delta x \delta z} \left(-\frac{\delta z}{\delta x} (u_{i,j-2,k} - u_{i,j,k}) - w_{i-1,j+1,k} + w_{i+1,j+1,k} \right) \quad (\text{A3.9})$$

A-3.4 境界 12 右下角

$$\text{U2XZ} = \frac{1}{4\delta x \delta z} \left(-\frac{\delta z}{\delta x} (w_{i-2,j,k} - w_{i,j,k}) - u_{i+1,j-1,k} + u_{i+1,j+1,k} \right) \quad (\text{A3.10})$$

$$\text{W2XZ} = \frac{1}{4\delta x \delta z} \left(-\frac{\delta z}{\delta x} (u_{i,j-2,k} - u_{i,j,k}) - w_{i-1,j+1,k} + w_{i+1,j+1,k} \right) \quad (\text{A3.11})$$

A-4. 減衰の導入

波動が伝搬中に減衰することを数値計算で考慮する。減衰は, 速度に比例するとする時の波動方程式は,

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - h \frac{\partial u}{\partial t} \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - h \frac{\partial w}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A4.1})$$

である．ここで， h は，粘性減衰係数である．式(4.1)において，時間に関する微分を含むのは左辺の慣性項と右辺の減衰項のみであり，式(4.1)の差分表現を次のようにする．

$$(u_{i,j,k+1} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j,k-1}) = \Omega - \Lambda(u_{i,j,k+1} - u_{i,j,k-1}) \quad (\text{A4.2})$$

$$\Lambda \equiv \frac{h \partial t}{2\rho} \quad (\text{A4.3})$$

Ω は，歪みに関する微分項であり，時間項には関係ないので，表現を簡素するための略号である．式(4.2)を整理すると，

$$u_{i,j,k+1} = \frac{1}{1+\Lambda} (\Omega + 2u_{i,j,k}) - \frac{1-\Lambda}{1+\Lambda} u_{i,j,k-1} \quad (\text{A4.4})$$

となる．これは， w についても同様である．

A-5 差分による 2 次元固体内波動方程式の数値解

A-5.1 計算の方法

A-5.1.1 差分間隔

差分間隔では，時間による間隔を距離間隔より小さくする．この点，1次元波動方程式の場合は， $\delta x = c \delta t$ としたことと異なる．この計算事例では，距離間隔は， $\delta x = \delta z = 5c_p \delta t$ としている．

A-5.1.2 計算時間ステップ

差分計算では，近似計算によって生じた誤差が累積し，計算結果が発散する可能性がある．この計算事例では，およそ 3500 ステップが上限である．

A-5.1.3 領域の設定

直交座標系での波動方程式の差分表現では，領域の形状は矩形であることが望ましい．矩形以外の領域を用いる場合には，水平線と垂直線を持つ多角形状に変換する必要がある．また，1辺の長さは少なくとも差分距離の 2 倍以上必要である．境界条件については，矩形の各辺(4)，隅角部(4)及び内部空隙の隅角部(4)の 12 箇所で成立する微分演算子を求めており，これを設定した領域の形状に応じて，それぞれ設定する．

A-5.2 計算の結果

A-5.2.1 波動の伝搬

2次元固体内の波動方程式の差分法による数値解法を用いて，矩形領域内での波動伝搬

について数値計算を行った。図-A5.1 は、指定した矩形内に空隙等がない場合、図-A5.2 は空隙(白抜き)がある場合の波動伝搬の計算結果である。図中、マゼンタ色は、振幅が正、黄色は負を示す。なお、表示している振動要素は、垂直方向の速度成分である。計算ステップ数は 400 である。



図-A5.1 矩形領域内での波動伝搬

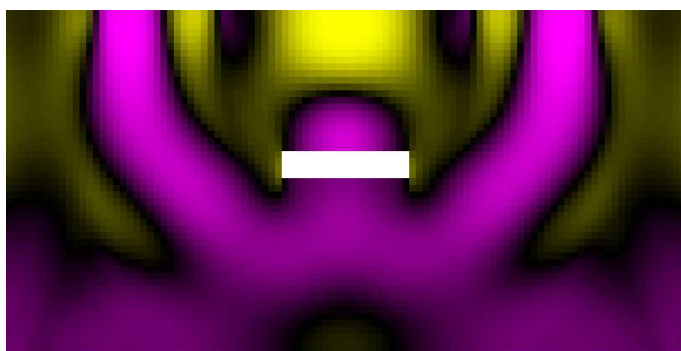


図-A5.2 空隙部がある場合の波動伝搬

A-5.2.2 特定点の応答波形

応答波形の出力点を設定することによって、打撃に対する応答波形を得ることができる。図-A5.3 及び図-A 5.4 は、それぞれ、内部空隙の無い場合とある場合についての応答波形である。計算は 1000 ステップまで行い、おおよそ 500 ステップで対向反射面からの反射波が見られる。内部空隙がある場合は、空隙からの反射波がおおよそ 200 ステップ目に見られる。図-5.3 の事例では、計算領域の高さを 50 とし、距離の差分距離を時間の 5 倍としているから、計算上 500 ステップ($50 \times 2 \times 5$)で反射波が入力面に到達する。図-A5.4 では、内部空隙までの距離が 20 であるため、200 ステップ($20 \times 2 \times 5$)で空隙からの反射波が観測されることを示している。また、空隙があると、対向反射面からの反射波は明瞭ではないし、500 ステップ目には観測されないことがわかる。

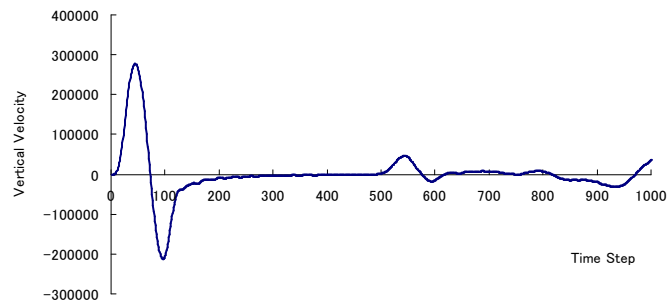


図-A5.3 速度応答の計算波形(内部空隙無し)

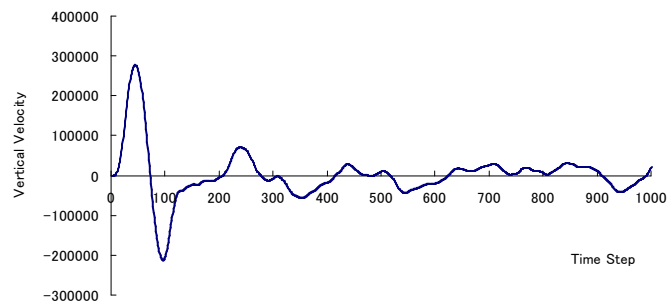


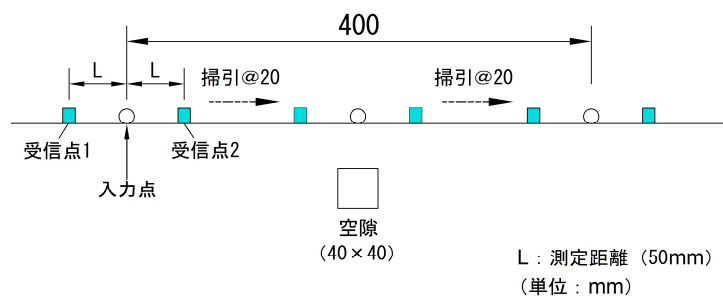
図-A5.4 速度応答波形(内部空隙有り)

A-6 数値計算の検証

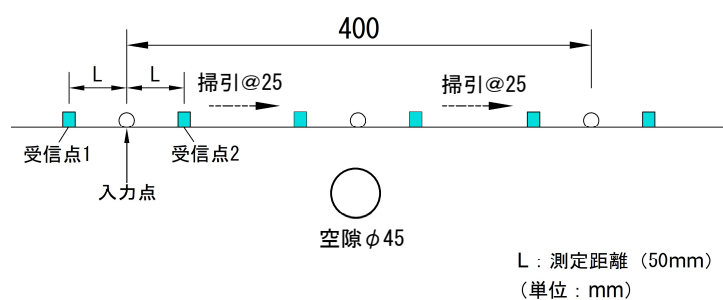
ここでは、2次元差分法数値計算法の検証として、同様の条件において、有限要素法数値計算 (LS-DYNA) を行った結果との比較を行った。

A-6.1 計算条件

2次元差分法数値計算の条件、および、パラメータは図-A6.1 及び、表-A6.1、表-A6.2 に示す。2次元差分法では、40mm×40mm の矩形の空隙、有限要素法ではφ45mm の空隙を未充填シーシと見立て、入力点と受信点を一定間隔で掃引しながら、各測定位置で計算される波形を得た。



(a) 2次元差分法



(b) 有限要素法

図-A6.1 差分法数値計算条件

表-A6.1 差分法数値計算パラメータ

パラメータ	値	パラメータ	値
縦波速度	4,000m/s	メッシュ間隔	10mm
横波速度	2,320m/s	横メッシュ数	2000
差分時間間隔	0.5μs	縦メッシュ数	1000

表-A6.2 有限要素法数値計算パラメータ

	密度 (kg/m ³)	弾性係数 (N/m ²)	ポアソン比
コンクリート	2.3×10^3	3.0×10^{10}	0.2
グラウト	1.8×10^3	2.3×10^{10}	0.2
鋼材	7.9×10^3	2.0×10^{11}	0.3

A-6.2 計算結果

有限要素法，及び，2次元差分法の数値計算によって得た，各測点での計算波形の差分波形の初動の振幅値を最大値で基準化し，空隙からの水平距離との関係を示したものを図-A6.2に示す。図より，円形空隙と，四角形空隙で差分波形が極値となる位置がずれるものの，いずれの手法においても，空隙直上の計算位置では差分振幅が0，片側の受信点が空隙直上付近となる計算位置付近で，原点対象型の極値となる既往の検討と同様の結果が得られた。

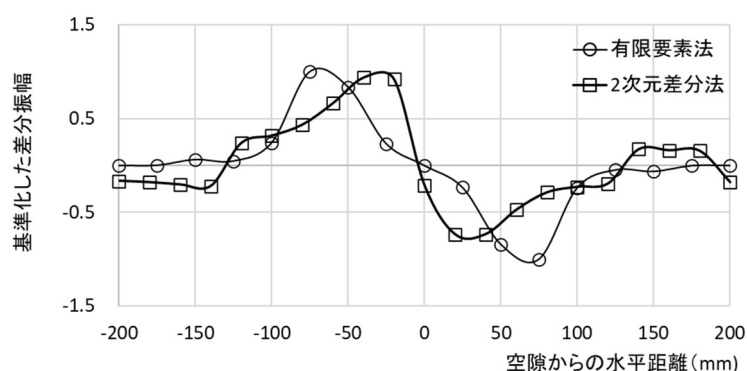


図-A6.2 空隙からの距離と差分波形振幅の関係

A-7 まとめ

1次元波動方程式と比べて，2次元固体内の波動方程式は，遙かに複雑であるが，境界条件が与えられれば，解くことができる問題である。また，式を解く過程において，差分法の近似を拡張して適用せざるを得ない部分もあり，近似計算の精度が一意とはならないという問題点も含まれている。1次元波動方程式の場合には，距離に関する差分間隔と時間に関する差分間隔を $\delta x = c\delta t$ とすることによって，波動の伝搬を正確に計算することが可能であったが，2次元固体波動方程式では，縦弾性波，横弾性波，表面波のように伝搬速度の異なる複数の波動を考慮しなければならず，差分間隔を時間と距離の関係で整合させることができない問題点もある。このため，波形の伝播が理論どおりではなく，また計算結果には近似計算誤差以上に差分間隔比に起因する誤差が含まれる可能性がある。

この問題について，数値計算では，減衰項を適切に選ぶことによって，発散を避けることができるが，理論的に正しい波形を得ることを妨げる要因にもなるため留意する必要がある。

参考文献

- 1) 境友昭：杭打ち解析のための波動方程式の数値解法，土木学会論文集 No.424／Ⅲ-14，pp.75－84, 1990.
- 2) 山下健太郎，境友昭：2 次元差分方程式の差分解法及びひび割れ深さ測定方法の検討，コンクリート工学年次論文集，Vol.38，No.1，pp2115-2120，2016.