



Title	道路橋における非主要部材に着目した維持管理手法の検討
Author(s)	二宮, 陽平
Citation	大阪大学, 2022, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/88075
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

博士学位論文

道路橋における非主要部材に着目した
維持管理手法の検討

2021年12月

大阪大学大学院 工学研究科
二宮 陽平

目次

第1章 序論	1
1.1 はじめに	1
1.2 本研究の構成	3
参考文献	7
第2章 非主要部材の点検データに着目したバイアスを低減する劣化予測	9
2.1 はじめに	9
2.2 本章の基本的な考え方	10
2.2.1 従来の統計的劣化予測手法	10
2.2.2 点検間隔の不均一性を考慮した集計的手法	11
2.2.3 非集計的手法との対応	12
2.2.4 マルコフ過程	13
2.2.5 劣化パスとその要素列	14
2.3 非集計的手法	14
2.3.1 モデル構築の前提条件	14
2.3.2 マルコフ劣化ハザードモデル	15
2.3.3 Multi-destination型マルコフ劣化ハザードモデル	16
2.4 集計的手法の構築	17
2.4.1 手法構築の前提	17
2.4.2 目視点検データ	17
2.4.3 マルコフ推移確率の状態空間	21
2.5 集計的手法の適用方法	22
2.5.1 マルコフ推移確率の推定方法	22
2.5.2 健全度推移に要する期待年数	22
2.6 適用事例	24
2.6.1 目視点検データの概要	24
2.6.2 推定結果	25
2.6.3 $s=1$ の場合と $s=6$ の場合の比較	30
2.6.4 反復計算の収束	31
2.6.5 非集計的手法との比較	33

2.7 おわりに	38
参考文献	41
第3章 非主要部材の補修データに着目したバイアスを低減する劣化予測	42
3.1 はじめに	42
3.2 本研究の基本的な考え方	43
3.2.1 非主要部材の維持管理	43
3.2.2 更新履歴の欠損による推定結果のバイアス	44
3.2.3 本研究でのバイアス補正方針	46
3.2.4 既往研究のレビュー	48
3.3 モデルの定式化	48
3.3.1 前提条件	48
3.3.2 劣化モデル	49
3.3.3 劣化・更新モデル	50
3.3.4 更新数上限値を考慮した劣化・更新モデル	50
3.4 パラメータ推定方法	52
3.4.1 尤度関数	52
3.4.2 完備化尤度関数	52
3.4.3 推定方法	53
3.5 実証分析	54
3.5.1 適用データ概要	54
3.5.2 1次分析	55
3.5.3 パラメータの推定結果	56
3.5.4 シミュレーションによる倒壊リスク分析	61
3.6 おわりに	64
参考文献	66
第4章 主要部材と非主要部材の劣化予測手法の統合による点検施策の合理化	69
4.1 はじめに	69
4.2 本章の基本的な考え方	70
4.2.1 現行の点検施策と今後の課題	70
4.2.2 点検周期の最適化に関する既往研究	71
4.2.3 点検業務の合理化と状態依存型点検手法	72
4.2.4 モデル化の基本的概念	73
4.3 ポアソン隠れマルコフ劣化モデル	74

4.3.1	劣化予測の基本単位と時間軸の設定	74
4.3.2	ポットホール発生過程のモデル化	76
4.3.3	床版パネル劣化過程のモデル化	78
4.4	パラメータ推定手法	79
4.4.1	尤度関数の定式化	79
4.4.2	事前分布の設定	83
4.4.3	路面の点検と床版の点検の非同期問題	84
4.5	適用事例	87
4.5.1	適用データの概要	87
4.5.2	劣化過程の相関（一次分析）	88
4.5.3	パラメータの推定結果	90
4.5.4	予測結果	92
4.5.5	状態依存型点検ルール	95
4.5.6	床版の最適点検施策	96
4.6	おわりに	97
参考文献		101
第5章 主要部材と非主要部材の劣化予測手法の統合による補修施策の合理化		104
5.1	はじめに	104
5.2	本章の基本的な考え方	105
5.2.1	道路橋の維持管理	105
5.2.2	道路橋の複合的劣化メカニズム	106
5.2.3	鋼桁端部の腐食に対する漏水管理モード	107
5.3	モデルの定式化	109
5.3.1	モデル化の前提条件	109
5.3.2	腐食進展モデル	110
5.3.3	漏水管理モードの推移モデル	111
5.3.4	漏水管理モード推移を考慮した腐食進展モデル	112
5.4	モデル推定	113
5.4.1	観測データ	113
5.4.2	尤度関数	113
5.4.3	完備化尤度関数	115
5.4.4	事後確率密度関数	116
5.5	モデル推定結果	117
5.5.1	適用データの概要	117

5.5.2 推定結果	120
5.6 止水材の予防保全の効果	125
5.6.1 前提条件と点検・補修過程	125
5.6.2 シナリオごとのライフサイクル費用の算出方法	128
5.6.3 分析の条件設定	130
5.6.4 分析結果	133
5.6.5 実務への示唆	135
5.7 おわりに	136
参考文献	138
第6章 結論	140
付録A 各章の文字設定	142
A.1 第2章の文字設定	142
A.2 第3章の文字設定	144
A.3 第4章の文字設定	146
A.4 第5章の文字設定	148
謝辞	150

表目次

2.1 健全度判定基準 ⁹⁾	25
2.2 健全度推移	26
2.3 推移確率行列 ($s=1$) $\{\Pi^{(3)}(1/6)\}^6$	27
2.4 推移確率行列 ($s=6$) $\{\Pi'^{(4)}(1/6)\}^6$	29
2.5 要素列生起確率 上位 5 位 (集計的手法: $s=6$)	29
2.6 推移確率行列 反復計算 1 回目 ($s=1$) $\{\Pi^{(1)}(1/6)\}^6$	32
2.7 推移確率行列 反復計算 1 回目 ($s=6$) $\{\Pi'^{(1)}(1/6)\}^6$	32
2.8 パラメータ推定結果: マルコフ劣化ハザードモデル	35
2.9 パラメータ推定結果: Multi-destination 型マルコフ劣化ハザードモデル	36
2.10 推移確率行列 (マルコフ劣化ハザードモデル)	37
2.11 推移確率行列 (Multi-destination 型マルコフ劣化ハザードモデル)	37
2.12 要素列生起確率 上位 3 位 (Multi-destination 型マルコフ劣化ハザードモデル)	37
3.1 適用データ概要	55
3.2 健全度の設定	55
3.3 パラメータの推定結果: 説明変数無し	57
3.4 照明柱のレーティング期待寿命の推定結果	58
3.5 採用する説明変数の候補	59
3.6 パラメータの推定結果: 説明変数有り	60
4.1 パネル別床版の損傷度判定 (遊離石灰法) ¹¹⁾	75
4.2 スパン別床版 (支間×幅員) の損傷度判定 ¹¹⁾	76
4.3 実証分析に用いた点検データ概要	88
4.4 パネル別床版の損傷度判定と 2 方向ひび割れの有無を考慮した 4 段階の健全度設定	89
4.5 ポットホール発生モデルの推定結果	90
4.6 床版劣化モデルの推定結果	91
4.7 想定したポットホール発生状況	95
5.1 損傷程度の評価区分	118
5.2 推定に用いる健全度 (防食機能の劣化・腐食)	119
5.3 データベースの概要	120

5.4 サンプルの内訳	121
5.5 腐食進展モデルのパラメータ推定結果	122
5.6 漏水管理モードの推移モデルのパラメータ推定結果	123
5.7 補修工法・費用条件	131
5.8 鋼桁端部の各補修施策の補修行列	133
5.9 シナリオごとのライフサイクル費用の期待値	134
A.1 文字設定の一覧表（第2章）	143
A.2 文字設定の一覧表（第3章）	145
A.3 文字設定の一覧表（第4章）	147
A.4 文字設定の一覧表（第5章）	149

図目次

1.1 既往研究を用いた維持管理	2
1.2 今後の維持管理における課題	2
1.3 第2章の研究の位置づけ	4
1.4 第3章の研究の位置づけ	5
1.5 第4章の研究の位置づけ	6
1.6 第5章の研究の位置づけ	6
2.1 劣化過程のモデル化	10
2.2 劣化過程のモデル化	15
2.3 劣化パス集合の例 (左図: $\mathcal{D}_1^k = \mathcal{D}_1(2, 4, 3t, t)$, 右図: $\mathcal{D}_4^k = \mathcal{D}_4(2, 4, 3t, t)$)	19
2.4 点検間隔の分布	26
2.5 劣化を表現するパス ($s=1$)	28
2.6 劣化を表現するパス ($s=6$)	30
2.7 期待劣化パス ($s=1, 6$) の比較	31
2.8 反復計算の収束の過程 ($s=1$)	33
2.9 反復計算の収束の過程 ($s=6$)	33
2.10 集計的手法 ($s=1$) と非集計的手法 (マルコフ劣化ハザードモデル) の比較 .	38
2.11 集計的手法 ($s=6$) と非集計的手法 (Multi-destination型マルコフ劣化ハザードモデル) の比較	39
2.12 統計的劣化予測手法の体系の精緻化	39
3.1 照明柱の健全度分布の推移 (更新履歴情報の欠損)	44
3.2 照明柱の劣化・更新過程と点検データ	45
3.3 バイアス補正方針のイメージ	46
3.4 照明柱の新規設置数および累積設置数の推移	56
3.5 照明柱の新規設置年および緊急点検での健全度の関係性	56
3.6 提案方法論, 既存方法論それぞれによる期待劣化パス	58
3.7 説明変数を考慮した照明柱の期待劣化パス	61
3.8 ポール形式ごとの各年度での照明柱の建設本数	61
3.9 シナリオごとの倒壊リスク	63
4.1 劣化予測の基本単位 (床版パネルと路面ユニット)	73

4.2 ポットホールに関するデータの獲得パターン	81
4.3 RC床版パネルに関するデータの獲得パターン	82
4.4 スパン別損傷度ごとのポットホール累積発生確率	92
4.5 RC床版の期待劣化パス	93
4.6 ポットホールの発生状況に応じた床版の期待劣化パス	94
4.7 ポットホールの発生頻度とRC床版の点検周期	94
4.8 ポットホール発生率の経年推移（将来の想定）	99
4.9 スパンの劣化リスクと点検周期の関係	100
5.1 鋼桁端部の腐食メカニズム	106
5.2 伸縮装置と主桁の要素番号と位置属性	119
5.3 防食機能の劣化・腐食進展過程	123
5.4 評価区分分布	124
5.5 漏水管理モードの生存確率	125
5.6 シナリオごとの健全度6の発生確率	134
5.7 シナリオごとの漏水未発生モードの生存確率	135

第1章 序論

1.1 はじめに

近年の道路橋の維持管理の課題として、管理者の負担が大きく、将来にわたる持続的な運用が困難である点があげられる。国が定めている道路橋の維持管理施策では、点検施策として5年に1度の点検（2014年7月1日に施行された道路法施行規則の一部を改正する省令），補修施策として予防的な補修が基本とされている¹⁾。一方で、維持管理施策を運用する管理者においては、人的リソースの制約、および金銭リソースの制約が、少子高齢化によって、将来にわたってより一層厳しくなることが予想される。

そこで将来的に、さらなる合理化を達成するような維持管理施策が必要になると考えられる。既往研究においては、Adey et al.²⁾、Lethanh et al.^{3)- 5)}、Walbridge et al.⁶⁾、Mirzaei et al.⁷⁾、Kerwin et al.⁸⁾による研究といった、図-1.1に示すような、点検・補修データの分析結果を劣化予測結果として、点検・補修施策に反映するような研究が、近年著しい発展を遂げている。中でも特筆すべきは、マルコフ劣化ハザードモデル⁹⁾の開発以降、同モデルを応用した多数の既往研究が実施され、劣化予測手法が開発されていることである。これらの研究の効果として、1) 確率・統計学にもとづいた分析結果であることから、劣化予測結果の客観的妥当性を高めることが可能になる点、2) 劣化予測結果の点検・補修施策の反映にあたり、透明性・説明責任性を高めることが可能になる点、などが挙げられる¹⁰⁾。

一方で、同モデルを応用した既往研究には、残された課題として、非主要部材に着目した維持管理手法が十分に開発されていないということが挙げられる。本研究では非主要部材の定義を、道路橋を構成する部材のうち、維持管理上の主要部材でない部材、とする。主要部材とは、道路橋定期点検要領¹¹⁾において、点検単位とされている部材、と定義する。主要部材の例として、上部構造（主桁・横桁・床版）・下部構造・支承部が挙げられている。これらの主要部材は、点検要領で5年に1度の点検およびデータの保管が義務付けられていることから、維持管理施策の実施体制・制度・手法が整備されていると考えられる。以上のように、上部構造（主桁・横桁・床版）・下部構造・支承部は、維持管理上の主要な部材となっていることから、本研究においては、主要部材と呼ぶ。

一方で、これらに該当しない部材を、本研究では、非主要部材と呼ぶ。具体的には、本研究で取り扱う、照明柱・路面の舗装・伸縮装置といった部材を指す。これらの部材に関しては、統一的な点検要領がないため、各管理者において個別に維持管理がされている。このことから、維持管理施策の実施体制・制度・手法が、主要部材と比較して、整備されていないと考えられる。以上のように、主要部材以外の部材は、維持管理上の主要な部材と

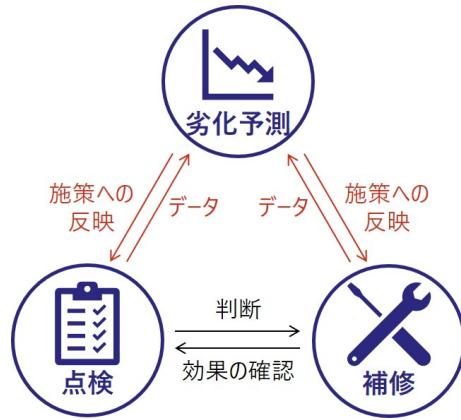


図-1.1 既往研究を用いた維持管理

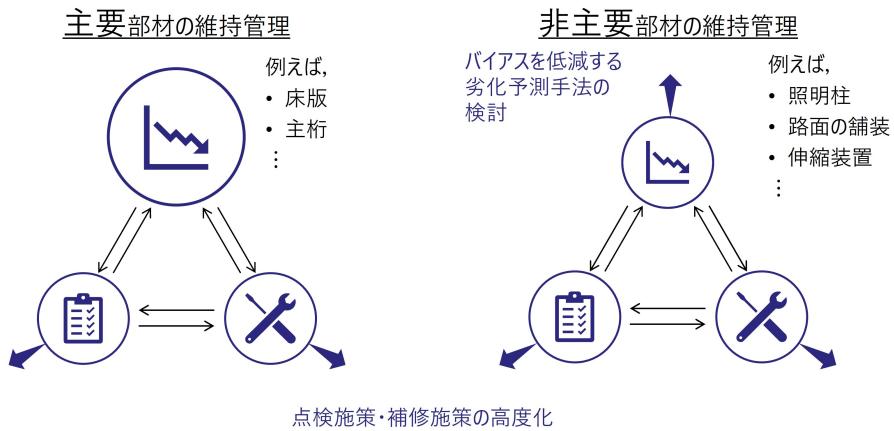


図-1.2 今後の維持管理における課題

なっていないことから、本研究においては、非主要部材と呼ぶ。なお、本研究で定義する非主要部材は、他の文献において「非構造部材」や「附属物」と呼ばれていることがあるが、本研究では統一して「非主要部材」と呼ぶ。

非主要部材の劣化は、主要部材の劣化と比較して、道路橋全体の安全性低下に直結しないことから、維持管理や既往研究において、着目されにくい。そのため、図-1.2に示すように、主要部材の劣化予測手法は高度化されているものの、非主要部材の劣化予測手法や、非主要部材の劣化予測結果を活用した主要部材および非主要部材の点検・補修の合理化に関する研究は十分に高度化されていない。そこで、本研究では、非主要部材に着目した維持管理手法を提案することにより、主要部材および非主要部材の維持管理の合理化を達成することを目的とする。

本研究では、マルコフ劣化ハザードモデルを応用した既往研究において、残された課題

の中でも、1) 点検・補修データの欠損時に起きた推定バイアスを補正する手法が存在しない、2) 道路橋全体の点検・補修を、どの程度の合理化できるかを示すための手法が存在しない、といった2点の課題に着目する。これらの課題に着目する理由は、これらの課題の解決が、非主要部材に着目した維持管理施策の開発につながるためである。

1) の点検・補修データの欠損時に起きた推定バイアスを補正する手法が存在しないという課題は、次のようなものである。貝戸らは、点検・補修データに基づいて、マルコフ劣化ハザードモデルを推定することを可能とした¹²⁾。また、小林らは、点検時の健全度測定の誤差に関するサンプル欠損を考慮したマルコフ劣化ハザードモデルを応用した劣化予測モデルの推定手法を開発した¹³⁾。この他の研究においても、マルコフ劣化ハザードモデルおよびマルコフ劣化ハザードモデルを応用した劣化予測モデルを推定する手法は開発されているものの、点検・補修データの欠損時に起きた推定バイアスを補正する手法は、著者の知る限り開発されていない。

2) の道路橋全体の点検・補修を、どの程度の合理化できるかを示すための手法が存在しないという課題は、次のようなものである。小林らは、舗装構造の異なる部材の劣化の相関関係を考慮した劣化予測モデルを開発した¹⁴⁾。また、水谷らは、高速道路のジョイント部材の間の劣化の相関関係を考慮した劣化予測モデルを開発した¹⁵⁾。この他の研究においても、異なる部材の劣化の相関関係から道路橋全体の点検・補修を合理化できることが示唆されてはいるものの、道路橋全体の点検・補修を、どの程度の合理化できるかを示すための手法は、著者の知る限り開発されていない。また、合理化によって安全性が大幅に低下しないことを示すための手法が、著者の知る限り存在しない。

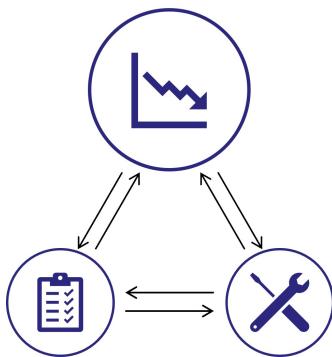
以上の問題意識のもと、本研究では、1) 点検・補修データの欠損時に起きた推定バイアスを低減するような非主要部材の劣化予測手法、2) 主要部材と非主要部材の劣化予測手法の統合による点検・補修の合理化手法、の検討を通じて、非主要部材の劣化予測結果を活用した合理的な維持管理手法を提案する。

1.2 本研究の構成

1.1で述べた背景のもと、本研究では、非主要部材に着目した道路橋における維持管理手法を検討する。以下で、各章の具体的な構成と概要を述べる。

第2章では、図-1.3に示すように、非主要部材の点検データを活用した劣化予測結果のバイアスを低減する劣化予測手法を検討する。マルコフ劣化ハザードモデルをはじめとする統計的劣化予測の非集計的手法は、推計にあたる処理が複雑であり、実務者による活用には技術的な障壁があることに着目する。一方で、点検データの数え上げを基本とする集計的手法は概念的に理解が容易である反面、点検間隔が不均一である点検データへの適用が課題とされている。本章では各点検データが単位時間における、複数の劣化過程に分割

主要部材の維持管理



非主要部材の維持管理

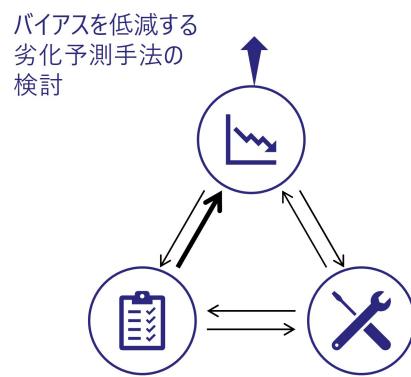


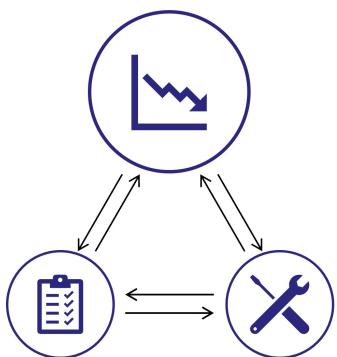
図-1.3 第2章の研究の位置づけ

することにより、点検間隔が均一である場合の集計的手法への帰着を図る。最後に、提案手法の有用性を実橋梁の点検データを用いて検証する。その上で、提案手法と従来の非集計的手法の関連や、実務への適用可能性について論じる。

第3章では、図-1.4に示すように、非主要部材の補修データを活用した劣化予測結果のバイアスを低減する劣化予測手法を検討する。道路標識や照明施設などの非主要部材は、主要部材と比較して寿命が短いことに着目する。主要部材の老朽化が顕在化するような路線においては、非主要部材は複数回の更新を経験している可能性があり、既往の方法論を用いて劣化予測を行う際には、点検データと同時に更新履歴情報が必要となる。しかし、非主要部材は維持管理上の優先性に劣ることから、更新履歴情報が蓄積されていない場合が少なくない。そこで本章では、個々の照明柱の更新時点および更新回数を潜在的な確率変数と捉えた上で、照明柱の劣化・更新過程をモデル化する。さらに、照明柱に対する実際の点検データを用いた実証分析を通して、本研究の有用性を議論するとともに、劣化予測結果に基づくライフサイクル費用分析によって今後の照明柱の更新計画の妥当性を検証する。

第4章では、図-1.5に示すように、主要部材と非主要部材の劣化予測手法の統合による点検施策の合理化手法を検討する。橋梁RC床版の劣化と床版直上のポットホール発生は互いに影響を及ぼし合うことが経験的に知られていることに着目する。RC床版の目視点検には多大な労力と費用を要する一方で、ポットホールの発生状況は日常の道路巡回を通して確認できる。そこで本章ではRC床版の劣化とポットホールの発生との相互関係を明示的に考慮したポアソン隠れマルコフ劣化ハザードモデルを提案した上で、目視点検の合理化や、状態依存型の点検施策への移行を視野に入れた点検手法を提案する。具体的には、RC床版の目視点検周期を延伸する際に、日常の道路巡回で獲得できるポットホールの発生頻度を補完的情報として、延伸期間中の安全を担保する点検に関する理論的方法論を構築する。最後に、実際の道路橋RC床版とポットホールを対象とした点検データを用いた適用

主要部材の維持管理



非主要部材の維持管理

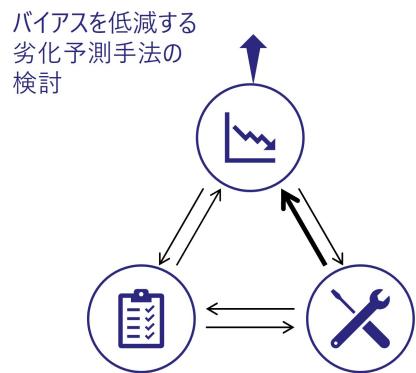


図-1.4 第3章の研究の位置づけ

事例を示す。

第5章では、図-1.6に示すように、主要部材と非主要部材の劣化予測手法の統合による補修施策の合理化手法を検討する。橋梁は多様な部材によって階層的に構成された複雑な構造システムであるため、ある部材の劣化が他の部材の劣化過程に影響を与えるような部材間の関連性を考慮した上で、点検や補修のタイミングを決定する必要があることに着目する。本章では、伸縮装置からの漏水に起因した鋼桁端部の腐食過程に着目する。具体的には、伸縮装置からの漏水の有無に応じて2種類の状態モードを定義し、モードごとに設定したハザード関数を有するスイッチング型のマルコフ劣化ハザードモデルにより鋼桁端部の腐食過程を表現する。同モデルを実データを用いて推定し、漏水の有無による鋼桁端部の腐食進展速度の相違を検証するとともに、伸縮装置止水材の予防保全により、鋼桁端部の腐食進展の抑制と、橋梁全体のライフサイクル費用の低減が可能であることを示す。

第6章では、結論として、本研究で得られた知見を取りまとめるとともに、各章共通の課題について述べる。

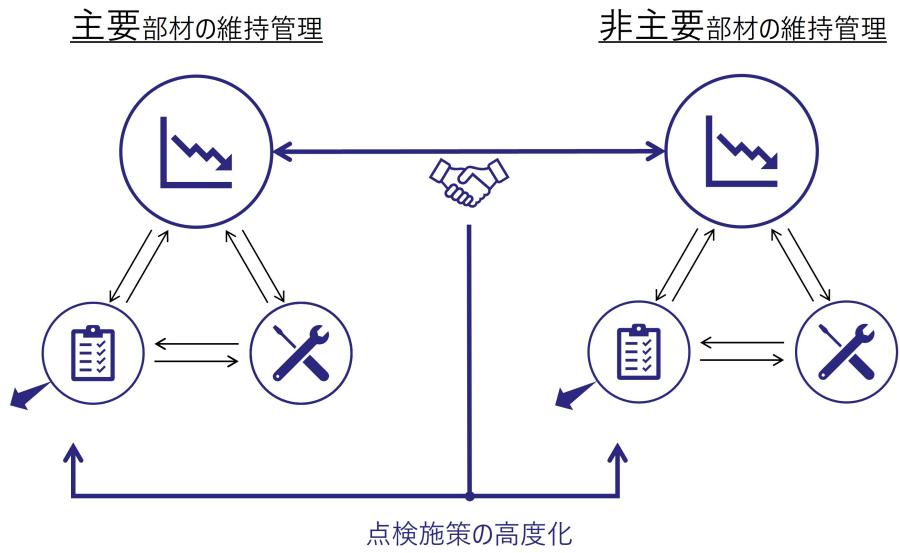


図-1.5 第4章の研究の位置づけ

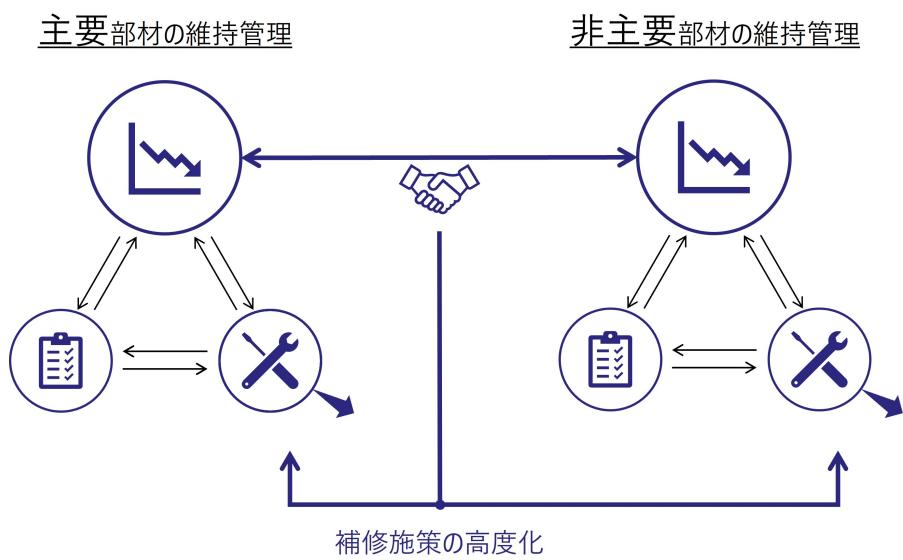


図-1.6 第5章の研究の位置づけ

参考文献

- 1) インフラ老朽化対策の推進に関する関係省庁連絡会議：インフラ長寿命化基本計画, 2013.
- 2) Adey, B. T., Herrmann T., Tsafatinos K., Lüking J., Schindeler N. and Hajdin R.: Methodology and base cost models to determine the total benefits of preservation interventions on road sections in Switzerland, *Structure and Infrastructure Engineering*, Vol.8, Issue 7, pp.639-654, 2012.
- 3) Lethanh, N and Adey, B. T. : Use of exponential hidden Markov models for modelling pavement deterioration, *International Journal of Pavement Engineering*, Vol.14, Issue 7, pp.645-654, 2013.
- 4) Lethanh, N, Adey, B. T. and Fernando, D. N.: Optimal intervention strategies for multiple objects affected by manifest and latent deterioration processes, *Structure and Infrastructure Engineering*, Vol.11, Issue 3, pp.389-401, 2015.
- 5) Lethanh, N., Hackl, J. and Adey, B. T.: Determination of Markov Transition Probabilities to be Used in Bridge Management from Mechanistic-Empirical Models, *Journal of Bridge Engineering*, Vol.22, Issue 10, pp.04017063, 2017.
- 6) Walbridge, S., Fernando, D. and Adey, B. T.: Total Cost-Benefit Analysis of Alternative Corrosion Management Strategies for a Steel Roadway Bridge, *Journal of Bridge Engineering*, Vol.18, Issue 4, pp.318-327, 2013.
- 7) Mirzaei Z. and Adey, B. T.: Investigation of the use of three existing methodologies to determine optimal life-cycle activity profiles for bridges, *Structure and Infrastructure Engineering*, Vol.11, Issue 11, pp.1484-1509, 2015.
- 8) Kerwin, S. and Adey, B. T.: Optimal Intervention Planning: A Bottom-Up Approach to Renewing Aging Water Infrastructure, *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol.146, Issue 7, pp.04020044, 2020.
- 9) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No. 801/I-73, pp. 69-82, 2005.

- 10) 貝戸清之：点検ビッグデータ時代におけるインフラマネジメント～インフラの劣化予測～，生産技術，Vol.71，No.1，pp.101-103，2019.
- 11) 国土交通省：道路橋定期点検要領，2014.
- 12) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集A，Vol. 63，No. 2，pp. 336-355，2007.
- 13) 小林潔司，熊田一彦，佐藤正和，岩崎洋一郎，青木一也：サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル，土木学会論文集F，Vol. 63, No. 1, pp. 1-15, 2007.
- 14) 小林潔司，江口利幸，大井明，青木一也，貝戸清之，松村泰典：舗装構造の最適補修更新モデル，土木学会論文集E1，Vol. 68, No. 2, pp. 54-68, 2012.
- 15) 水谷大二郎，小濱健吾，貝戸清之，小林潔司：社会基盤施設の多元的劣化過程モデル，土木学会論文集D3, Vol. 72, No. 1, pp. 34-51, 2016.

第2章 非主要部材の点検データに着目したバイアスを 低減する劣化予測

2.1 はじめに

津田等¹⁾によるマルコフ劣化ハザードモデルの開発を契機として、社会基盤施設のアセットマネジメントは実用化と高度化の両側面において著しい発展を遂げている。実務的、学術的な課題へ対応するために、マルコフ劣化ハザードモデルを基幹技術として様々な応用的なモデルが提案されてきた²⁾。それらの中でも、実務的な課題への対応としては小濱等³⁾による混合マルコフ劣化ハザードモデルが、学術的な課題への対応としては水谷⁴⁾によるMulti-destination型マルコフ劣化ハザードモデルがそれぞれ一例としてあげられる。これらのモデルは社会基盤施設の劣化過程を統計モデルで記述することにより構築されており、マルコフ推移確率の推定に関する非集計的手法として分類されている。非集計的手法は、点検間隔が不均一である目視点検データ（施設に対する目視点検の記録であり、一般的には離散的健全度として評価される）に対する適用が容易であり、社会基盤施設の劣化過程に影響を与えると考えられる特性を推定に反映できる点に優位性を持つ。道路構造物に対する定期点検の義務化⁵⁾や、橋梁の定期点検要領^{6,7)}の策定によって目視点検データの蓄積が加速的に増加している。これに伴って、非集計的手法の実務への適用事例も増加傾向にある。

一方、目視点検データを集計することによってマルコフ推移確率を推定する手法は集計的手法として分類されており、非集計的手法に比べて概念的に理解が容易である。目視点検データの点検間隔が均一である場合の集計的手法は、目視点検データを数え上げるだけであるため簡便で、実用性も高い。しかし、実際の目視点検データの点検間隔は不均一であることが一般的である。点検間隔が不均一である場合の集計的手法は杉崎等⁸⁾の研究があげられるが、これは推定手法が数え上げによるものではなく、マルコフ推移確率の推定にあたっては難解な処理が必要となる。非集計的手法の推定における処理も同様に複雑であり、実務者がこれらの手法を理解した上で、活用するには技術的な障壁があった。

以上の問題意識のもと、本章では目視点検データの数え上げを基本とするマルコフ推移確率の推定に関する集計的手法を構築する。はじめに、目視点検データとして記録される個々のデータ（具体的には2時点間における健全度とその点検間隔で構成されるデータセットであり、以下、個別データ）は、単位となる時間長（以下、単位時間）における劣化を複数回経験した一連の記録であると考える。その上で、個別データを単位時間に生じた劣化を表す複数のデータに分割することにより、点検間隔が不均一である目視点検データを

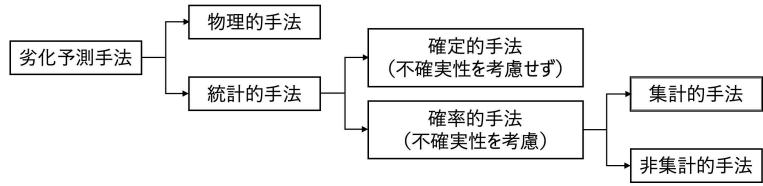


図-2.1 劣化過程のモデル化

点検間隔が均一である目視点検データに再構成する。点検間隔が均一である目視点検データに対する集計的手法は簡便であるため、以上に基づいてマルコフ推移確率の推定を試みる。個別データの分割の過程と従来の非集計的手法のモデル化の過程に類似点がみられることから、提案手法と非集計的手法の対応について議論し、統計的劣化予測手法の体系の精緻化について言及する。また、提案手法は数え上げを基本としており、2.6.4で述べるように推計が容易であるため、実務者による適用が期待できる。以下、5.2で本章の基本的な考え方を述べ、2.3で従来のマルコフ推移確率の推定の非集計的手法を概説する。2.4ではマルコフ推移確率の推定の集計的手法を構築し、2.5で提案手法の適用方法について述べる。5.5でニューヨーク市が管理する橋梁の目視点検データを用いた実証分析を行い、従来の非集計的手法と比較する。

2.2 本章の基本的な考え方

2.2.1 従来の統計的劣化予測手法

本章では、社会基盤施設の状態を離散的な健全度として評価した目視点検データを扱う。そのような目視点検データに基づく統計的劣化予測手法はこれまでに数多く提案されており、体系化すると図-2.1の通りに分類することができる。つまり、劣化過程の不確実性の考慮の有無で確定的手法と確率的手法に分類できる。さらに、確率的手法のうち、推定方法に応じて集計的手法と非集計的手法に分類できる。集計的手法とは、管理下の社会基盤施設のすべての目視点検データを集計して何らかの平均化操作によりマクロ的に劣化予測する手法を指す。一方、非集計的手法とは、個別の社会基盤施設に対する目視点検データからミクロ的に劣化予測する手法を指す。

集計的手法のうち健全度の推移を単純に集計する手法は実用性が高く、かつ概念的に理解しやすい。しかし、点検間隔（データのサンプリング間隔）が異なるデータが混在する場合は、集計的手法の適用が困難とされてきた。杉崎等⁸⁾は社会基盤施設の劣化過程をマルコフ過程で記述できると仮定し、健全度間の推移確率を直接推定することによって、点検間隔の不均一性を考慮した集計的手法を提案した。マルコフ過程を仮定する利点は、基

準となる時間長の自然数倍の時間長における推移確率はチャップマン・コルモゴロフ方程式により容易に記述できる点にある。この性質を用いることによって、点検間隔が不均一である課題を克服した。

一方、非集計的手法は点検間隔の不均一性の考慮が比較的容易であり、社会基盤施設の劣化に影響を与えると考えられる特性を考慮しやすいため、数多くの研究事例が蓄積されている。代表的な手法としては、津田等¹⁾が提案した健全度が1段階推移するためにはする時間が指數分布に従うと仮定したマルコフ劣化ハザードモデルがあげられる。このモデルを基幹技術として、実務的、学術的な課題に対応するための様々な応用的なモデルが提案されている。実務的な課題への対応の例として、小濱等³⁾が提案した標準的な劣化過程をベンチマークリング劣化曲線として表現するとともに、個々の社会基盤施設やその部材の劣化過程を相対評価する混合マルコフ劣化ハザードモデルがあげられる。また、学術的な課題への対応の例として、水谷⁴⁾が提案したMulti-destination型マルコフ劣化ハザードモデルがあげられる。マルコフ劣化ハザードモデルでは隣接しない健全度への直接の推移が認められておらず、1段階ずつの推移を経て多段階の推移を表現している点を指摘し、2段階以上の直接の健全度推移を認めるモデルを開発した（マルコフ劣化ハザードモデルに基づいて算出されるマルコフ推移確率は決して1段階の推移のみを表現しているのではないことに留意されたい）。これにより、マルコフ劣化ハザードモデルに基づくマルコフ推移確率の状態空間が、社会基盤施設の劣化過程を記述するマルコフ過程一般のマルコフ推移確率の状態空間に一致しない問題が解消され、より多様な劣化過程を表現することが可能となった。

2.2.2 点検間隔の不均一性を考慮した集計的手法

従来、統計的劣化予測の目的の一つは、対象とする社会基盤施設の劣化過程を記述するマルコフ推移確率の推定であった。本章の目的も同様である。推移後の健全度が推移前の健全度と推移に要する時間のみに応じて確率的に与えられるマルコフ過程は、概念的に理解しやすく実用性が高いため、施設の維持管理の研究に広く用いられてきた。非集計的手法は点検データからマルコフ推移確率を推定する手法の一つであるが、いずれもその理解に高度な知識が要求されるため、実務的な適用にあたっては研究機関への依頼が主に求められてきた。

一方、集計的手法は換言すれば目視点検データの数え上げにすぎず、特筆した高度な知識は要求されないことから実用に足る手法が開発されれば、実務への適用の促進に寄与すると考えられる。目視点検データの点検間隔が均一であれば、推移前の健全度が同一のデータを対象とし、推移後の健全度を集計することによって、その点検間隔における推移確率を容易に算出できる。しかし、一般の目視点検データは点検間隔が不均一であるため、点検間隔が異なるデータの処理が課題となり、集計的手法の研究事例は未だ少ない。その中、

杉崎等⁸⁾により点検間隔の不均一性を考慮した集計的手法が提案された。目視点検データが得られる尤度の算出は集計的ではあるが、それを踏まえて尤度を最大化することによってマルコフ推移確率を推定する過程は統計学に関する専門的な知識が必要となり、また純粹な意味での目視点検データの数え上げとは言い難い。さらに、複数のパラメータを最尤法で推定するためには十分なデータ数が必要となるため、データの蓄積が不十分な社会基盤施設に対する適用は容易ではない。

以上の点を踏まえ、本章では目視点検データの数え上げを基本とする集計的手法を提案する。すべての個別データの点検間隔以下の単位となる時間（以下、単位時間）を設定し、単位時間に対応するマルコフ推移確率を推定することを考える。はじめに、点検間隔が均一である目視点検データに対する集計的手法は平易であることを指摘し、実際に手法を述べる。次に、点検間隔が不均一である目視点検データに対する集計的手法を検討するにあたり考慮すべき点をあげ、手法を構築する。すべての個別データの点検間隔は単位時間以上であるため、それぞれの個別データは単位時間の健全度推移を複数回経験した一連の記録であると考えることができる。これを踏まえ、個別データを単位時間に生起した健全度の推移を表す複数のデータに分割することにより、点検間隔が不均一である目視点検データを点検間隔が均一である目視点検データに再構成し、点検間隔が均一である場合の集計的手法への帰着を図る。しかし、当該個別データが経験した可能性がある一連の健全度の組は複数通り存在するため、それぞれの一連の組が生起する確率をマルコフ推移確率を用いて表現する。これにより、点検間隔が均一である場合の集計的手法を、それぞれの推移に関する期待値を用いることにより拡張することを試みる。しかし、一連の組が生起する確率を表現するためのマルコフ推移確率は求めるべきものでもあるため、以上によりマルコフ推移確率が満たすべき条件が導かれるに留まる。この条件を考察することによって、マルコフ推移確率を推定する。

2.2.3 非集計的手法との対応

マルコフ劣化ハザードモデルは、非集計的手法の基幹技術として社会基盤施設の維持管理手法の高度化に寄与してきた。また、モデル化の仮定が素朴であるため、これまで様々な派生モデルの提案が行われてきた。水谷⁴⁾が提案した Multi-destination 型マルコフ劣化ハザードモデルは、マルコフ劣化ハザードモデルでは認められていない隣接しない健全度への直接の推移を認めた。これにより、マルコフ劣化ハザードモデルに基づくマルコフ推移確率の状態空間が、施設の劣化過程を記述するマルコフ過程一般のマルコフ推移確率の状態空間に一致しない問題を克服した。2.2.2において、1つの個別データを単位時間に生起した健全度の推移を表す複数の個別データに分割することにより、点検間隔が不均一である目視点検データに対する集計的手法の概要を述べた。このとき、単位時間に生起する健全度の推移の段階数に制約を課すことにより、複数の集計的手法に派生させることができ

きる。マルコフ劣化ハザードモデルを基幹技術とする非集計的手法は劣化過程を連続確率分布に基づいてモデル化していることを踏まえると、例えば、単位時間に生起する健全度の推移の段階数を1段階に制限した集計的手法は、隣接しない健全度への推移を1段階ずつの推移の連続として表現しているマルコフ劣化ハザードモデルの離散化手法であると捉えることができる。さらに、2段階以上の推移を認めた集計的手法は、隣接しない健全度への直接の推移を認めているMulti-destination型マルコフ劣化ハザードモデルの離散化手法であると捉えることができる。その上で、単位時間のとり方により、それぞれの集計的手法が対応する非集計的手法に十分近い概念となることが考えられる。以上の考察により、数え上げを基本として構築される集計的手法が従来から用いられている複数の非集計的と対応付けられ、図-2.1に示す確率的手法の体系をより精緻に理解することができる。本章では健全度推移を1段階に制限した集計的手法と、2段階以上の任意の健全度推移を認めた集計的手法の検討を行う。

2.2.4 マルコフ過程

社会基盤施設の劣化過程は不確定であるため、将来生起する事象を確定的に予測することは不可能である。そこで、劣化過程にマルコフ過程を仮定して施設の劣化過程を表現することを考える。対象とする施設は、その状態が目視点検等を通じて離散的な $I \in \mathbb{N}$ 段階の健全度 $\{1, 2, \dots, I\}$ として評価されるとする。ただし、健全度はその値が大きくなるほど健全性が低い状態を表す。健全度1は新設状態、健全度Iは使限界を意味する。時点 τ における健全度を $h(\tau)$ と表すとする。以下、 $z > 0$ に対して、2つの時点間 $\tau_A, \tau_B = \tau_A + z$ における健全度の推移確率について考える。 τ_A, τ_B は点検時点を表し、これらの時点においてのみ健全度が点検を通じて確認できる。 $(i, j) \in \{1, 2, \dots, I\}^2$ に対して、マルコフ推移確率 $\pi_{ij}(z)$ は $h(\tau_A) = i$ が生起したという条件下で $h(\tau_B) = j$ が生起する条件付き確率として定義され、推移確率が τ_A 以前の劣化過程に依存しないという点においてマルコフ性を有し、

$$\pi_{ij}(z) = \text{Prob}[h(\tau_B) = j | h(\tau_A) = i] \quad (2.1)$$

と与えられる。 $\pi_{ij}(z)$ を i 行 j 列成分に配置した I 次正方行列 $\mathbf{\Pi}(z)$ をマルコフ推移確率行列という。社会基盤施設の劣化過程を記述するマルコフ推移確率一般に対して以下の性質が成り立つ。

$$\begin{cases} 0 \leq \pi_{ij}(z) \leq 1 & \text{for } i \leq j \\ \pi_{ij}(z) = 0 & \text{for } i < j \\ \sum_{j=i}^I \pi_{ij}(z) = 1 \end{cases} \quad (2.2)$$

式(2.2)の第一式は確率であるから自明に要請される条件であり、第二式および第三式は施設は経年により劣化が進行し、修繕がなされない限り健全度は自然には回復しないこと

を表現している。また、第三式の $i = I$ である場合、つまり $\pi_{II}(z) = 1$ は健全度 I がマルコフ過程における吸収状態であることを表現している。

2.2.5 劣化パスとその要素列

本章では、隣接しない健全度への直接の推移を認めるモデルを検討するため、劣化を通じて経験する一連の健全度の組が議論の中心的対象となる。時間長 z を経て健全度が i から j へ推移するとき、微小な時間長 t ごとに記録する健全度を考える。 z がある $\eta \in \mathbb{N}$ を用いて $z = \eta t$ と表せるとしたとき、 t ごとに記録する健全度は $h(0), h(t), \dots, h(\eta t)$ と表現でき、

$$i = h(0) \leq h(t) \leq \dots \leq h(\eta t) = j \quad (2.3)$$

が成立する。以下、一連の組 $(h(0), h(t), \dots, h(\eta t))$ を劣化パスと称する。 $h(t), h(2t), \dots, h((\eta-1)t)$ は不可観測であるため、式 (2.3) を満たす限り複数の劣化パスが考えられる。考えうるすべての劣化パスを要素とする集合は i, j, z, t により一意に定まるため、その集合を $\mathcal{D}(i, j, z, t)$ と表す。また、 $d = (h(0), h(t), \dots, h(\eta t)) \in \mathcal{D}(i, j, z, t)$ に対し、 $h((\zeta-1)t) < h(\zeta t)$ ($\zeta = 1, 2, \dots, \eta$) なる ζ が η' 個存在したとし、そのような ζ に対して昇順に $u = (h(0), h(\zeta_1 t), \dots, h(\zeta_{\eta'} t))$ と並べたものを劣化パスの要素列と称するとする。構成方法から明らかに

$$i = h(0) < h(\zeta_1 t) < \dots < h(\zeta_{\eta'} t) = j \quad (2.4)$$

が成立する。劣化パス d を要素列 u に対応させる写像を φ とすれば、要素列全体からなる集合は $\mathcal{U}(i, j, z, t) = \varphi(\mathcal{D}(i, j, z, t))$ と表現できる。たとえば、 $(2, 2, 4, 5, 5) \in \mathcal{D}(2, 5, 4, 1)$ に対して、 $\varphi((2, 2, 4, 5, 5)) = (2, 4, 5) \in \mathcal{U}(2, 5, 4, 1)$ である。十分に小さい実数 $\delta > 0$ を選べば、 $\mathcal{U}(i, j, \delta, z)$ は健全度が i から j に推移するにあたり健全度を連続的に記録する場合の劣化パスの要素列の集合と一致し、また z によらないため、以下 $\hat{\mathcal{U}}(i, j) = \mathcal{U}(i, j, \delta, z)$ と表記する。

2.3 非集計的手法

2.3.1 モデル構築の前提条件

本章では、目視点検データを基づいて集計的に統計的劣化予測する方法論を提案する。従来用いられてきた非集計的手法（マルコフ劣化ハザードモデル¹⁾、Multidestination 型マルコフ劣化ハザードモデル⁴⁾）と比較することによって提案手法の妥当性を確認を行う。そのため、詳細はそれぞれの文献に譲るが、読者の便宜を図るために両モデルの概要を述べる。

マルコフ劣化ハザードモデルは隣接しない健全度への推移を 1 段階ずつの健全度の連続として表現する。そこで、健全度 i ($i \leq I-1$) の寿命 $y_i > 0$ の連続確率変数 Y_i を導入し、寿命を迎えたとき健全度が $i+1$ へ推移するとする。また、Multi-destination 型マルコフ劣化

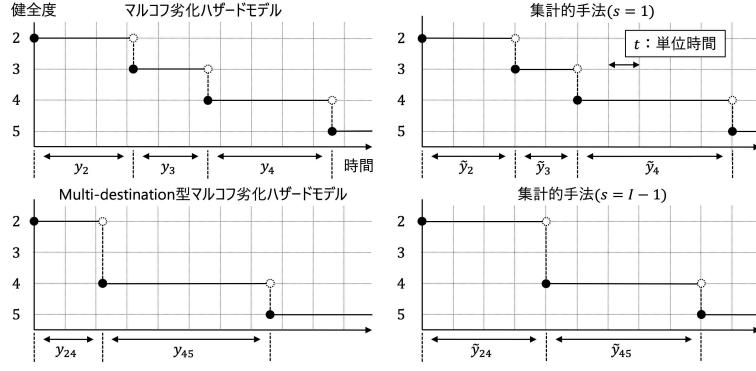


図-2.2 劣化過程のモデル化

ハザードモデルでは隣接しない健全度への直接の推移を認めるモデルであるため、健全度 $i (i \leq I-1)$ から $j (i+1 \leq j \leq I)$ へ直接推移するまでの時間 $y_{ij} > 0$ の連続確率変数 Y_{ij} を導入し、健全度は $\arg\min_j Y_{ij}$ へ推移するとする。

図-2.2 の左上図と左下図にマルコフ劣化ハザードモデルと Multi-destination 型マルコフ劣化ハザードモデルのモデル化の概念図をそれぞれ示す。いずれも健全度 2 を起点として劣化を経験した一例を示している。マルコフ劣化ハザードモデルの例では、健全度が $2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ と推移した様子を示しており、健全度 2, 3, 4 の寿命はそれぞれ y_2, y_3, y_4 であり、いずれも確率変数 Y_2, Y_3, Y_4 の実現値である。また、Multi-destination 型マルコフ劣化ハザードモデルの例では、健全度が $2 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ と推移した様子を示しており、健全度 3 を経験せず 2 から 4 へ直接推移した。健全度 2, 4 の寿命はそれぞれ y_{24}, y_{45} であり、いずれも確率変数 $\min\{Y_{23}, Y_{24}, \dots, Y_{2I}\}, \min\{Y_{45}, Y_{46}, \dots, Y_{4I}\}$ の実現値である。いずれのモデルにおいても寿命は正の実数値であり、任意の時点で健全度推移が生起することが認められていることが図-2.2 から読み取れる。

2.3.2 マルコフ劣化ハザードモデル

$\theta_i > 0$ として、 $Y_i \sim \text{EX}[\theta_i]$ を仮定することにより、マルコフ劣化ハザードモデルは構築される。なお、指数分布 $\text{EX}[\theta]$ には複数の定義が存在するが、本章では $Y \sim \text{EX}[\theta]$ の確率密度関数が $f(y) = \theta \exp(-\theta y)$ と表現される定義を採用した。指数分布は無記憶性を示すため、劣化過程が過去の履歴に依存しないマルコフ性を表現できる。 Y_i の生存関数は $\tilde{F}_i(y_i) = \exp(-\theta_i y_i)$ であるので、 $h(\tau_A) = i$ のもと、 τ_A から $\tau_B = \tau_A + z$ にわたって健全度 i が継続する条件付き確率は

$$\begin{aligned} \text{Prob}[h(\tau_B) = i | h(\tau_A) = i] &= \frac{\tilde{F}_i(\tau_B)}{\tilde{F}_i(\tau_A)} \\ &= \exp(-\theta_i z) \end{aligned} \quad (2.5)$$

となり, τ_A によらないことがわかる. この確率は $\pi_{ii}(z)$ にほかならず, $Y_i \sim \text{EX}[\theta_i]$ を仮定したことによって, $\pi_{ii}(z)$ は θ_i と z のみに依存し, τ_A, τ_B に関する情報を用いなくとも推移確率を定義できる. 隣接しない健全度へは 1 段階ずつの推移を経て推移すると仮定されているため, 健全度が i となってから $j (i \leq j \leq I)$ へ推移ために要する時間の確率変数は独立な $Y_i, Y_{i+1}, \dots, Y_{j-1}$ の和 $Y_i + Y_{i+1} + \dots + Y_{j-1}$ として記述できる. このことから, マルコフ劣化ハザードモデルはアーラン分布の拡張である. このとき, τ_A と τ_B の間で健全度が i から j に推移する確率 $\pi_{ij}(z)$ は

$$\pi_{ij}(z) = \sum_{l=i}^j \prod_{m=i}^{l-1} \frac{\theta_m}{\theta_m - \theta_l} \prod_{m=l}^{j-1} \frac{\theta_m}{\theta_{m+1} - \theta_l} \exp(-\theta_l z) \quad (2.6)$$

と表現できる. ただし, 表記上の規則として

$$\begin{cases} \prod_{m=i}^{l-1} \frac{\theta_m}{\theta_m - \theta_l} = 1 & \text{for } l = i \\ \prod_{m=l}^{j-1} \frac{\theta_m}{\theta_{m+1} - \theta_l} = 1 & \text{for } l = j \end{cases} \quad (2.7)$$

が成立すると考える.

2.3.3 Multi-destination 型マルコフ劣化ハザードモデル

$\theta_{ij} > 0$ として, $Y_{ij} \sim \text{EX}[\theta_{ij}]$ を仮定することにより, Multi-destination 型マルコフ劣化ハザードモデルは構築される. 健全度 i からいずれかの健全度へ推移するまでの時間 y_i の確率変数 Y_i は $\min_j \{Y_{ij}\}$ である. Y_{ij} の累積分布関数は $F_{ij}(y_{ij}) = 1 - \exp(-\theta_{ij} y_{ij})$ であることから, Y_i の累積分布関数 $F_i(y_i)$ は,

$$\begin{aligned} F_i(y_i) &= \text{Prob} \left[\min_j \{Y_{ij}\} \leq y_i \right] \\ &= 1 - \sum_{j=i+1}^I \{1 - F_{ij}(y_i)\} \\ &= 1 - \exp \left\{ - \sum_{j=i+1}^I \theta_{ij} y_i \right\} \end{aligned} \quad (2.8)$$

と表現できる. これは, $Y_i \sim \text{EX}[\sum_{j=i+1}^I \theta_{ij}]$ であることを示している. $\hat{u} \in \hat{\mathcal{U}}(i, j)$ が $\hat{u} = (i_1, i_2, \dots, i_{N_{\hat{u}}})$ と表示できるとき, $i_1 (= i), i_2, \dots, i_{N_{\hat{u}}} (= j)$ を経る健全度推移が生じる確率 $q_{\hat{u}}(z)$ は

$$q_{\hat{u}}(z) = \prod_{l=1}^{N_{\hat{u}}-1} \theta_{i_l i_{l+1}} \cdot \left[\sum_{l=1}^{N_{\hat{u}}} \prod_{m=1, m \neq l}^{N_{\hat{u}}} \frac{1}{\theta_{i_l} - \theta_{i_m}} \exp(-\theta_{i_m} z) \right] \quad (2.9)$$

であり, 推移確率 $\pi_{ij}(z)$ は

$$\pi_{ij}(z) = \sum_{\hat{u} \in \hat{\mathcal{U}}(i, j)} q_{\hat{u}} \quad (2.10)$$

と表せる. なお, 式 (2.6) で表されるマルコフ劣化ハザードモデルの推移確率は, $(i, i+1, \dots, j) \in \hat{\mathcal{U}}(i, j)$ を用いて, $q_{(i, i+1, \dots, j)}(z)$ と表現できる.

2.4 集計的手法の構築

2.4.1 手法構築の前提

社会基盤施設の劣化過程は 5.22.2.4 に従うとする。集計的手法を議論する下では、ある時間長 $t > 0$ を定めた上で、健全度の推移は t を最小単位の時間間隔として生起するものと仮定し、 t を単位時間と称する。なお、後述の式 (2.13) で表される条件を満足する限り、 t の定め方には任意性がある。また、本章では単位時間に認められる健全度推移の段階数に制限を設けることがある。設けられる制限に応じて、マルコフ推移確率は式 (2.2) で要請される条件より強い条件が課される。単位時間にたかだか $s (1 \leq s \leq I-1)$ 段階の健全度推移が認められる場合、 $j (i+s \leq j \leq I)$ に対して $\pi_{ij}(t) = 0$ となる。なお、5.5 以降に示す結果は $s = 1, I-1$ に関してであり、前者は健全度が 1 段階ずつ推移することを課されており、後者は隣接しない任意の健全度への推移も認められている。以降の議論は $s = 1, I-1$ を念頭に進める。

$s = 1$ の場合は隣接しない健全度への推移を 1 段階ずつの健全度の連続として表現する。そこで、健全度 $i (i \leq I-1)$ の寿命 $\tilde{y}_i > 0$ の離散確率変数 \tilde{Y}_i を導入し、寿命を迎えたとき健全度が $i+1$ へ推移するとする。また、 $s = I-1$ の場合は隣接しない健全度への直接の推移を認めるため、健全度 $i (i \leq I-1)$ から $j (i+1 \leq j \leq I)$ へ推移するまでの時間 \tilde{y}_{ij} の離散確率変数 \tilde{Y}_{ij} を導入し、健全度は $\arg\min_j \{\tilde{Y}_{ij}\}$ へ推移するとする。なお、 $\tilde{Y}_i, \tilde{Y}_{ij}$ の台は $\eta \in \mathbb{N}$ を用いて ηt と表現される実数全体である。

図-2.2 の右上図と右下図に集計的手法の $s = 1$ の場合と $s = I-1$ の場合の概念図をそれぞれ示す。いずれも健全度 2 を起点として劣化を経験した一例を示している。 $s = 1$ の場合の例では、健全度が $2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ と推移した様子を示しており、健全度 2, 3, 4 の寿命はそれぞれ $\tilde{y}_2, \tilde{y}_3, \tilde{y}_4$ であり、いずれも $\tilde{Y}_2, \tilde{Y}_3, \tilde{Y}_4$ の実現値である。また、 $s = I-1$ の場合は健全度が $2 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ と推移した様子を示しており、健全度は 3 を経験せず 2 から 4 へ直接推移した。健全度 2, 4 の寿命はそれぞれ $\tilde{y}_{24}, \tilde{y}_{45}$ であり、いずれも $\min\{\tilde{Y}_{23}, \tilde{Y}_{24}, \dots, \tilde{Y}_{2I}\}, \min\{\tilde{Y}_{45}, \tilde{Y}_{46}, \dots, \tilde{Y}_{4I}\}$ の実現値である。いずれの場合においても寿命は離散的な値であり、健全度の推移は起点より t の自然数倍の時点でのみ生じていることが図-2.2 から読み取れる。

2.4.2 目視点検データ

本章で与件とする目視点検データの構造について述べる。社会基盤施設に対する点検を通じて収集された目視点検データは K 個の個別データから構成されているとする。それぞれの個別データは時期の異なる 2 回の点検に関するものであり、 $k (k = 1, 2, \dots, K)$ 番目の個別データについて、1 回目の点検が実施された時点を τ_A^k 、2 回目の点検が実施された時点を $\tau_B^k (> \tau_A^k)$ とする。また、それぞれの点検において、健全度 $h(\tau_A^k), h(\tau_B^k)$ が観測されたとする。さらに、 $z^k = \tau_B^k - \tau_A^k$ とし、 z^k は t の自然数倍として表されるとし、ある $\zeta^k \in \mathbb{N}$ が存在して、

$z^k = \zeta^k t$ と表現できるとする. 以上を踏まえ, k 番目の個別データを $\xi^k = (h(\tau_A^k), h(\tau_B^k), z^k)$ と表し, また目視点検データを $\xi = (\xi^1, \xi^2, \dots, \xi^K)$ と表すとする. ただし, 後述するように, 社会基盤施設を対象とする場合には, 点検間隔が均一であるという仮定は現実的ではないことに留意されたい.

点検間隔が均一である場合の集計的手法

はじめに, ξ の点検間隔が均一である場合の集計的手法について考察する. つまり, 任意の k に対して, $\zeta^k = 1$ として $z^k = t$ と表現できるような t を選ぶことができる. このとき, マルコフ推移確率 $\pi_{ij}(t)$ ($1 \leq i \leq j \leq I$) を推定することを考える. $\pi_{ij}(t)$ は式 (2.1) より, 健全度 i が時間 t を経て j へ推移する確率であるため,

$$\pi_{ij}(t) = \frac{\#\{h(\tau_A^k) = i, h(\tau_B^k) = j | k \leq K\}}{\#\{h(\tau_A^k) = i | k \leq K\}} \quad (2.11)$$

と定義できる. ここで, 記号「#」は, 引数を要素とする集合の要素の個数を返す. ξ の点検間隔はすべて t であるため, 式 (2.11) の分子, 分母ともに ξ を数え上げることにより求めることができる.

点検間隔が不均一である場合の集計的手法

つぎに, ξ の点検間隔が不均一である場合の集計的手法について考察する. つまり, 任意の k に対してある $\zeta^k \in \mathbb{N}$ が存在して $z^k = \zeta^k t$ と表現できるような t を選ぶことができるが, 必ずしも $\zeta^k = 1$ ではなく, $\zeta^k > 1$ なる k が少なくとも 1 つ存在する. 2.4.2 と同様にマルコフ推移確率 $\pi_{ij}(t)$ ($1 \leq i \leq j \leq I$) を推定することを考える. $\zeta^k > 1$ である場合, 点検間隔 z^k と単位時間 t が一致しないため, $\pi_{ij}(t)$ を式 (2.11) と同様に定義できない.

以上の問題の解決のため, 2.2.5 で導入した劣化パスの概念を用いる. 以下, k 番目の個別データ ξ^k に着目し, $h(\tau_A^k) = i^k, h(\tau_B^k) = j^k$ とし, ξ^k をもとに劣化パス集合 $\mathcal{D}(i^k, j^k, z^k, t)$ を構成する. $\mathcal{D}(i^k, j^k, z^k, t)$ の部分集合 \mathcal{D}_s^k を

$$\mathcal{D}_s^k = \{d = (i_0, i_1, \dots, i_{\zeta^k}) | \forall \zeta, i_{\zeta} - i_{\zeta-1} \leq s\} \quad (2.12)$$

と定める. \mathcal{D}_s^k に含まれる任意の劣化パスにおいては, 単位時間に s 段階を超える健全度推移は生じていない. なお, $\mathcal{D}_{I-1}^k \mathcal{D}(i^k, j^k, z^k, t)$ である. 1 つの劣化パス $d^k \in \mathcal{D}_s^k$ に着目し, $d^k = (i_0^k, i_1^k, \dots, i_{\zeta^k}^k)$ と表示できるとする. ξ^k は時間長 $z^k = \zeta^k t$ を経て, 健全度が i^k から j^k へ推移した記録である. 単位時間は t であるため, ζ^k 回の健全度推移を経験したと考えることができる. ここで, ζ ($\zeta = 1, 2, \dots, \zeta^k$) 回目の健全度推移を d^k を参照して $i_{\zeta-1}^k$ から i_{ζ}^k への推移と対応させれば, ξ^k は ζ^k 回の健全度推移 $i_0^k (= i^k) \rightarrow i_1^k \rightarrow \dots \rightarrow i_{\zeta^k}^k (= j^k)$ の一連の記録と考えることができる. なお, $\zeta^k t$ の間に推移できる健全度の段階数はたかだか $\zeta^k s$ であ

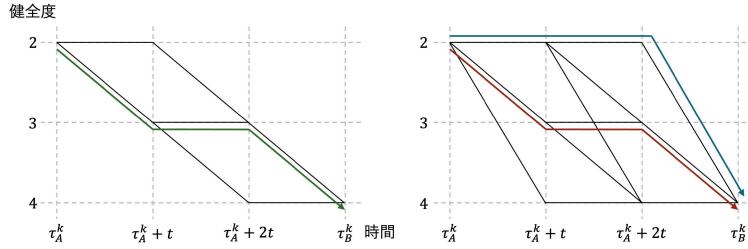


図-2.3 劣化パス集合の例 (左図 : $\mathcal{D}_1^k = \mathcal{D}_1(2, 4, 3t, t)$, 右図 : $\mathcal{D}_4^k = \mathcal{D}_4(2, 4, 3t, t)$)

るため, $j^k - i^k > \zeta^k s$ なる ξ^k に対しては, \mathcal{D}_s^k が定義できない. よって, 任意の k に対して $j^k - i^k \leq \zeta^k s$ が成立する必要があり, $\zeta^k = z^k/t$ であるため, t は,

$$t \leq \min_k \left\{ \frac{z^k s}{j^k - i^k} \right\} = T_s \quad (2.13)$$

の範囲で任意性がある. なお, この一連の健全度推移は劣化パス d^k の \mathcal{D}_s^k からの選び方により異なる. また, $|\mathcal{D}_s^k|$ は式 (2.3), 式 (2.12) を満たす劣化パスの個数であり, 簡単な計算から

$$|\mathcal{D}_s^k| = \begin{cases} s + \zeta^{k-1} C_{j^k - i^k} & \text{for } s < j^k - i^k \\ j^k - i^k + \zeta^{k-1} C_{j^k - i^k} & \text{それ以外} \end{cases} \quad (2.14)$$

であり, 以下 $R_s^k = |\mathcal{D}_s^k|$ とおく.

例えば, 状態が $I = 5$ 段階の健全度で評価される施設に対して収集された個別データ $\xi^k = (i^k, j^k, z^k) = (2, 4, 3t)$ に対する劣化パスの集合 $\mathcal{D}_s^k = \mathcal{D}_s(2, 4, 3t, t)$ を考える. 単位時間に認められる健全度推移がたかだか 1 段階である場合, つまり $s = 1$ のときの \mathcal{D}_1^k は図-2.3 の左図で表され, $R_1^k = 1+3-1 C_{4-2} = 3$ 通りの劣化パスが考えられる. $h(\tau_A^k) = 2$ を表現する左上の点から $h(\tau_B^k) = 4$ を表現する右下の点へ向けて単位時間ごとに健全度が推移しているが, 単位時間ごとにたかだか 1 段階ずつ推移していることが確認できる. 緑色の矢印は \mathcal{D}_1^k に含まれる劣化パスの 1 つを例示したものであり, 劣化パス $(i_0^k, i_1^k, i_2^k, i_3^k) = (2, 3, 3, 4)$ に対応している. 一方, 単位時間に任意の段階数の健全度推移が認められる場合, つまり $s = I-1 = 4$ のときの \mathcal{D}_4^k は図-2.3 の右図で表され, $\mathcal{D}_4^k = 2+3-1 C_{4-2} = 6$ 通りの劣化パスが考えられる. $s = 1$ の場合と異なり, 単位時間ごとに任意の段階数の健全度推移が認められていることが確認できる. 赤色と青色の矢印は \mathcal{D}_4^k に含まれる劣化パスの 2 つを例示したものであり, それぞれ劣化パス $(i_0^k, i_1^k, i_2^k, i_3^k) = (2, 3, 3, 4), (i_0^k, i_1^k, i_2^k, i_3^k) = (2, 2, 2, 4)$ に対応している. 青色の劣化パスのように単位時間に健全度が 2 段階以上推移する劣化パスは \mathcal{D}_1^k に含まれないことに留意されたい.

以上の劣化パスの概念の導入により, 個別データ ξ^k を点検間隔が t である ζ^k 個の個別データ ξ_ζ^k ($\zeta = 1, 2, \dots, \zeta^k$) に分離することができる. 分離後の ζ 番目の個別データ ξ_ζ^k は,

時点 $\tau_A^k + (\zeta - 1)t$ から $\tau_A^k + \zeta t$ の健全度推移に対応し, それぞれの時点における健全度は $h(\tau_A^k + (\zeta - 1)t) = i_{\zeta-1}^k, h(\tau_A^k + \zeta t) = i_\zeta^k$ であるため, $\zeta^k = (i_{\zeta-1}^k, i_\zeta^k, t)$ と表現できる. ξ_ζ^k の点検間隔は k, ζ によらず t であることに留意されたい (本当の点検間隔ではない). これにより, 点検間隔が不均一である K 個の個別データから構成されていた目視点検データ ξ は, 点検間隔が t が均一である $\sum_k \zeta^k$ 個の個別データから構成される目視点検データ $\tilde{\xi}$ に再構成できる (実観測ではない). なお, \sum_k は $k = 1, 2, \dots, K$ にわたる和を表す. ここで, 式 (2.11) を拡張すれば, $\tilde{\xi}$ に基づいて $\pi_{ij}(t)$ は,

$$\pi_{ij}(t) = \frac{\sum_k \#\{i_{\zeta-1}^k = 1, i_\zeta^k = j | \zeta \leq \zeta^k\}}{\sum_k \#\{i_{\zeta-1}^k = 1 | \zeta \leq \zeta^k\}} \quad (2.15)$$

と表現できる. $\zeta^k = 1$ なる k に対しては,

$$\#\{i_{\zeta-1}^k = 1, i_\zeta^k = j | \zeta \leq \zeta^k\} = \#\{i^k = i, j^k = j\} \quad (2.16)$$

$$\#\{i_{\zeta-1}^k = 1 | \zeta \leq \zeta^k\} = \#\{i^k = i\} \quad (2.17)$$

が成立するため, 式 (2.15) の分母と分子の各項は, $\#$ の引数を要素とする集合の要素数に応じて 1 もしくは 0 の確定値をとる. 一方, $\zeta^k > 1$ なる k に対しては, $i_0^k, i_1^k, \dots, i_{\zeta^k}^k$ の各値は, その組に対応する劣化パスの \mathcal{D}_s^k からの選び方に依存するため, 各項も同様に劣化パスの選び方に依存する. そこで, 劣化パス $d_r^k = i_0^k, i_1^k, \dots, i_{\zeta^k}^k \in \mathcal{D}_s^k, (r = 1, 2, \dots, R_s^k)$ が \mathcal{D}_s^k から確率的に選ばれると考えて, 各項を d_r^k に関する期待値 $E_{d_r^k}[\#\{i_{r,\zeta-1}^k = i, i_{r,\zeta}^k = j | \zeta \leq \zeta^k\}], E_{d_r^k}[\#\{i_{r,\zeta-1}^k = i | \zeta \leq \zeta^k\}]$ として与えることを考える. d_r^k が \mathcal{D}_s^k から選ばれる確率 $\text{Prob}(d_r^k | \mathcal{D}_s^k)$ は, \mathcal{D}_s^k の要素は互いに背反であることに留意して

$$\begin{aligned} \text{Prob}(d_r^k | \mathcal{D}_s^k) &= \frac{\text{Prob}(d_r^k)}{\text{Prob}(\mathcal{D}_s^k)} \\ &= \frac{\text{Prob}(d_r^k)}{\sum_{r=1}^{R_s^k} \text{Prob}(d_r^k)} \\ &= \frac{1}{\pi_{i^k j^k}(\zeta^k t)} \prod_{\zeta=1}^{\zeta^k} \pi_{i_{r,\zeta-1}^k i_{r,\zeta}^k(t)} \end{aligned} \quad (2.18)$$

と条件付き確率として与えられるため, 式 (2.15) の分母と分子の各項はそれぞれ

$$\begin{aligned} &E_{d_r^k}[\#\{i_{r,\zeta-1}^k = i, i_{r,\zeta}^k = j | \zeta \leq \zeta^k\}] \\ &= \sum_{r=1}^{R_s^k} \text{Prob}(d_r^k | \mathcal{D}_s^k) \#\{i_{r,\zeta-1}^k = i, i_{r,\zeta}^k = j | \zeta \leq \zeta^k\} \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} &E_{d_r^k}[\#\{i_{r,\zeta-1}^k = i | \zeta \leq \zeta^k\}] \\ &= \sum_{r=1}^{R_s^k} \text{Prob}(d_r^k | \mathcal{D}_s^k) \#\{i_{r,\zeta-1}^k = i | \zeta \leq \zeta^k\} \end{aligned} \quad (2.20)$$

となる. 式 (2.19), 式 (2.20) は $\zeta^k = 1$ である場合も含むため, 式 (2.15) は ζ^k によらず

$$\pi_{ij}(t) = \frac{\sum_k \mathbb{E}_{d_r^k} [\#\{i_{r,\zeta-1}^k = i, i_{r,\zeta}^k = j | \zeta \leq \zeta^k\}]}{\sum_k \mathbb{E}_{d_r^k} [\#\{i_{r,\zeta-1}^k = i | \zeta \leq \zeta^k\}]} \quad (2.21)$$

$$(1 \leq i \leq j \leq I)$$

と表現できる. 式 (2.21) は $I(I+1)/2$ 個の方程式からなる連立方程式である. チャップマン・コルモゴロフ方程式より $\pi_{ij}(\zeta t)$ は $\pi_{i'j'}(t)$ ($i \leq i' \leq j' \leq j$) の ζ 次式で表現できることと式 (2.18)～式 (2.20) より, 式 (2.21) の右辺は $\pi_{ij}(\zeta t)$ は $\pi_{i'j'}(t)$ ($i \leq i' \leq j' \leq j$) の有理式で表される. つまり, 式 (2.21) で表される $I(I+1)/2$ 個の方程式からなる連立方程式は, $I(I+1)/2$ 個の変数 $\pi_{ij}(t)$ が満たすべき条件であり, これを解くことによって $\pi_{ij}(t)$ を求めることができる. なお, $j > i+s$ に対して $\pi_{ij}(t) = 0$ となり, 簡単な計算により式 (2.21) は式 (2.2) を満足することを確認できるため, 式 (2.21) の自由度は $(s+1)(2I-2-s)/2$ である.

2.4.3 マルコフ推移確率の状態空間

水谷⁴⁾が指摘するように, マルコフ劣化ハザードモデルのマルコフ推移確率の状態空間と, 式 (2.2) を満足する社会基盤施設の劣化過程を記述するマルコフ過程一般のマルコフ推移確率の状態空間は一致しない. マルコフ劣化ハザードモデルにおいては, $t > 0$ に対して $\theta_1 = -\log(\pi_{11}(t))/t, \theta_2 = -\log(\pi_{22}(t))/t$ および

$$\pi_{12}(t) = \frac{\theta_1}{\theta_2 - \theta_1} \exp(-\theta_1 t) - \exp(-\theta_2 t) \quad (2.22)$$

が成立するため, $\pi_{12}(t)$ は $\pi_{11}(t), \pi_{22}(t)$ を用いて表現できる. マルコフ過程一般のマルコフ推移確率であれば, $\pi_{11}(t)$ と $\pi_{22}(t)$ を与件としたとき, $\pi_{12}(t)$ がとりうる値の範囲は, $\pi_{13}(t) + \pi_{14}(t) + \dots + \pi_{1I}(t) = 1 - \pi_{11}(t)$ が成立するときにとる $\pi_{12}(t) = 0$ を下限, $\pi_{13}(t) + \pi_{14}(t) + \dots + \pi_{1I}(t) = 0$ が成立するときにとる $\pi_{12}(t) = 1 - \pi_{11}(t)$ を上限として, $0 \leq \pi_{12}(t) \leq 1 - \pi_{11}(t)$ である. しかし, マルコフ劣化ハザードモデルであれば $\pi_{12}(t)$ の値は一意に定まる. このように, マルコフ劣化ハザードモデルのマルコフ推移確率の状態空間は, マルコフ過程一般のマルコフ推移確率の状態空間より限られる. 同様に, 集計的手法においてもマルコフ推移確率の状態空間が限られる問題は生じる. $s < I-1$ のとき, 任意の i に対して $\pi_{ij}(t) = 0$ ($j \leq i+s$) であるため, 明らかにマルコフ過程一般のマルコフ推移確率の状態空間に一致しない. また一般に $s' < s''$ のとき, $s = s'$ の場合のマルコフ推移確率の状態空間は, $s = s''$ の場合の状態空間に含まれる. マルコフ推移確率は劣化過程を代表して記述されるものであるため, マルコフ推移確率の状態空間が広いモデルの方がより多様な劣化過程を記述できる.

2.5 集計的手法の適用方法

2.5.1 マルコフ推移確率の推定方法

点検間隔が不均一である目視点検データ ξ が与えられたとき, 式 (2.21) で表される連立方程式の解が, 求めるべきマルコフ推移確率である. 式 (2.21) の各等式の右辺は $\pi_{ij}(t)$ の複雑な有理式であるため, 解析解を明示的に与えることは難しい. そこで本章においては, 反復法により式 (2.21) の近似解を求めるを考える. まず, 式 (2.2) と段階数の制限による条件 $j > i + s \Rightarrow \pi_{ij}(t) = 0$ を満たすよう, 同じ行の成分にそれらの和が 1 となるように等しい値を与えた行列を初期値 $\Pi^{(0)}(t) = [\pi_{ij}^{(0)}(t)]$ として考える. つまり,

$$\pi_{ij}^{(0)}(t) = \begin{cases} \frac{1}{s+1} & \text{for } i < I - s, j \leq i + s \\ \frac{1}{I-i+1} & \text{for } i \geq I - s \\ 0 & \text{others} \end{cases} \quad (2.23)$$

である. 以上を踏まえ, 以下のアルゴリズムに従って近似解を得る. なお, $\|X\|_\infty$ は X の最大値ノルムであり, X の各成分の絶対値の最大値である.

ステップ 1 式 (2.23) に従って初期値 $\Pi^{(0)}(t)$ を定める.

ステップ 2 $p = 0$ とし, 収束判定の基準 $\epsilon > 0$ を定める.

ステップ 3 $\Pi^{(p)}$ を用いて式 (2.21) の右辺を計算し, それらの結果をそれぞれ $\pi_{ij}^{(p+1)}(t)$ とし, $\Pi^{(p+1)}(t) = [\pi_{ij}^{(p+1)}(t)]$ と定める.

ステップ 4 $\|\Pi^{(p+1)}(t) - \Pi^{(p)}(t)\|_\infty < \epsilon$ のとき, アルゴリズムを終了し, $\Pi^{(p)}(t)$ を解とする. そうでなければ, $p \rightarrow p + 1$ とし, **ステップ 3** に戻る.

2.5.2 健全度推移に要する期待年数

非集計的手法の場合

マルコフ劣化ハザードモデル¹⁾では, 健全度が 1 段階推移するために要する時間は指数分布に従うとし, 多段階の推移をこれらの独立な指数分布の和として劣化過程を記述している. 独立な分布の和の期待値は, それぞれの分布の期待値の和であるため, 健全度が i に対応する指数分布のパラメータを θ_i とおけば, 健全度が 1 から j へ推移する期待年数は

$$\sum_{i=1}^{j-1} \int_0^\infty \theta_i y \exp(-\theta_i y) dy = \sum_{i=1}^{j-1} \frac{1}{\theta_i} \quad (2.24)$$

である。マルコフ劣化ハザードモデルの推定はそれぞれの指数分布のパラメータの推定に他ならないため、期待年数を以上のように算出できる。なお、Multidestination型マルコフ劣化ハザードモデルにおいては、 $\hat{u} \in \hat{\mathcal{U}}(1, j)$ が $\hat{u} = (i_1, i_2, \dots, i_{N_{\hat{u}}})$ と表示できるとき、 $i_1 (= 1), i_2, \dots, i_{N_{\hat{u}}} (= j)$ を経る条件下で健全度が 1 から j へ推移する期待年数は

$$\sum_{n=1}^{N_{\hat{u}}-1} \frac{1}{\theta_{i_n}} \quad (2.25)$$

である。これらの非集計的手法の適用にあたっては、パラメータの推定の結果の後、マルコフ推移確率の算出が式 (2.6) や式 (2.10) に基づいて行われる。

集計的手法の場合

一方、集計的手法ではマルコフ推移確率が先に推定されるため、その結果から健全度推移の期待年数を算出する手法を述べる。いま、2.5.2 により推定されたマルコフ推移確率の結果が利用可能であるとする。健全度が 1 から I へ推移するまでに通過する健全度の組は複数存在し、それぞれの組によって期待年数は異なる。まず、ある特定の組が生起する下での健全度推移に要する期待年数について考察する。次に、それらの平均化により、すべての組にわたる健全度推移に要する期待年数を考察する。

健全度が 1 から I へ推移までに通過する健全度の組のすべてからなる集合は 2.2.5 より $\hat{\mathcal{U}}(1, I)$ である。 $\hat{\mathcal{U}}(1, I)$ の部分集合 $\hat{\mathcal{U}}_s$ を

$$\hat{\mathcal{U}}_s = \{\hat{u} = (i_1, i_2, \dots, i_{N_{\hat{u}}}) \mid \forall n, i_n - i_{n-1} \leq s, \} \quad (2.26)$$

と定める。 $\hat{\mathcal{U}}_s$ に含まれる任意の要素列においては、 s 段階を超える健全度推移は生じていない。なお、 $\hat{\mathcal{U}}_{I-1} = \hat{\mathcal{U}}(1, I)$ である。 $s = 1$ のときは $|\hat{\mathcal{U}}_1| = 1$ であり、健全度が 1 から I まで 1 段階ずつの推移に対応する要素列のみからなる。また、 $s = I-1$ のときは、健全度 $i (i = 2, 3, \dots, I-1)$ の通過の有無で区分することにより、 $|\hat{\mathcal{U}}_{I-1}| = 2^{I-2}$ である。

$\hat{u} \in \hat{\mathcal{U}}_s$ が $\hat{u} = (i_1, i_2, \dots, i_{N_{\hat{u}}})$ と表示できるとき、健全度推移 $i_n \rightarrow i_{n+1} (n = 1, 2, \dots, N_{\hat{u}} - 1)$ が生起する確率は

$$\begin{aligned} \text{Prob}[i_n \rightarrow i_{n+1}] &= \sum_{\zeta=1}^{\infty} \pi_{i_n i_n}(t)^{\zeta-1} \pi_{i_n i_{n+1}}(t) \\ &= \frac{\pi_{i_n i_{n+1}}(t)}{1 - \pi_{i_n i_n}(t)} \end{aligned} \quad (2.27)$$

であり、健全度推移 $i_n \rightarrow i_{n+1}$ が生起するまでに要する時間の期待値は

$$\begin{aligned} \text{E}[\tilde{Y}_{i_n i_{n+1}}] &= \sum_{\zeta=1}^{\infty} \zeta t \cdot \pi_{i_n i_n}(t)^{\zeta-1} \pi_{i_n i_{n+1}}(t) \\ &= \frac{t \pi_{i_n i_{n+1}}(t)}{(1 - \pi_{i_n i_n}(t))^2} \end{aligned} \quad (2.28)$$

である。つまり、 u が生起する下で健全度推移 $i_n \rightarrow i_{n+1}$ が生起するまでに要する時間の期待値は、条件付き確率として

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\tilde{Y}_{i_n i_{n+1}} | i_n \rightarrow i_{n+1}] &= \frac{\mathbb{E}[T_{i_n i_{n+1}}]}{\text{Prob}[i_n \rightarrow i_{n+1}]} \\ &= \frac{t}{1 - \pi_{i_n i_n}(t)} \end{aligned} \quad (2.29)$$

と与えられる。なお、健全度が i_n から $i_n + 1$ 以上のいずれかの健全度へ推移する時間の期待値は

$$\sum_{\zeta=1}^{\infty} \zeta t \cdot \pi_{i_n i_n}(t)^{\zeta-1} (1 - \pi_{i_n i_{n+1}}(t)) = \frac{t}{1 - \pi_{i_n i_n}(t)} \quad (2.30)$$

と表される。式 (2.29) と比較すれば、推移先が与えられたという条件のもとでその推移に要する時間の条件付き期待値は、推移先を問わない劣化に要する時間の期待値と一致することがわかり、式 (2.29) の右辺に推移先の情報 i_n が含まれていない根拠となる。異なる健全度推移は独立なので、 \hat{u} が生起する下で健全度が 1 から $i_{n'}$ へ推移する時間の期待値は、式 (2.29) を用いれば

$$\mathbb{E}[\tilde{Y}_{1 i_{n'}} | \hat{u}] = \sum_{n=1}^{n'-1} \frac{t}{1 - \pi_{i_n i_n}(t)} \quad (2.31)$$

と算出できる。式 (2.31) で与えられる期待年数はある特定の要素列 \hat{u} に対してのものであり、 \hat{u} が生起する確率は式 (2.27) を用いて

$$\text{Prob}[\hat{u}] = \prod_{n=1}^{N_{\hat{u}}-1} \frac{\pi_{i_n i_{n+1}}(t)}{1 - \pi_{i_n i_n}(t)} \quad (2.32)$$

である。

次に、すべての要素列 $\hat{\mathcal{U}}_s$ にわたる健全度が 1 から j へ推移する期待年数を考える。 $\hat{\mathcal{U}}_s$ の部分集合 $\hat{\mathcal{U}}_{s,j}$ を

$$\hat{\mathcal{U}}_{s,j} = \{\hat{u} = (i_1, i_2, \dots, i_{N_{\hat{u}}}) | \exists n, i_n = j\} \quad (2.33)$$

と定める。 $\hat{\mathcal{U}}_{s,j}$ に含まれる任意の要素列は健全度 j を経験している。求めるべき期待年数は式 (2.31) の $\hat{\mathcal{U}}_{s,j}$ に対する条件付き期待値として

$$\frac{\sum_{\hat{u} \in \hat{\mathcal{U}}_{s,j}} \text{Prob}[\hat{u}] \mathbb{E}[\tilde{Y}_{1 j} | \hat{u}]}{\sum_{\hat{u} \in \hat{\mathcal{U}}_{s,j}} \text{Prob}[\hat{u}]} \quad (2.34)$$

と算出できる。

2.6 適用事例

2.6.1 目視点検データの概要

本章で構築した統計的劣化予測の集計的手法の有効性を検証するために、ニューヨーク市が管理する橋梁の目視点検データを用いて実証分析を行う。当該目視点検データには、

表-2.1 健全度判定基準⁹⁾

健全度	物理的な意味 (RC 床版)
1	新設状態, 劣化の兆候がほとんどみられない.
2	1 と 3 の中間 一部分で漏水が確認できる.
3	(漏水を伴う一方向ひび割れ, 端部で斑点状の漏水)
4	3 と 5 の中間 床版面積 75%以上から漏水が確認できる.
5	一部分で剥離や剥落が確認できる. 桁上フランジに沿った遊離石灰が確認できる.
6	5 と 7 の中間 深刻な剥落や遊離石灰が確認できる.
7	抜け落ちやその傾向が確認できる.

ニューヨーク州橋梁点検マニュアル⁹⁾ (表-2.1) に従って RC 床版に実施された時期の異なる 2 回の目視点検の結果が個別データとして記録されている。健全度の段階数は $I = 7$ であり、個別データ数は $K = 32,902$ である。点検間隔は 1 日単位で記録されており、年単位に換算したときの分布は図-2.4 の通りである。ニューヨーク市では 2 年に一度の目視点検が実施されているので点検間隔 2 年がピークとなっている。一方で、要監視となる橋梁は毎年の目視点検が義務付けられている。すなわち、点検間隔は無作為に決められているのではなく、1 年と 2 年の点検間隔には工学的な意味があり、これらを単純にそれぞれの点検間隔ごと、あるいは一方の点検間隔のみに着目して劣化予測を行うと、予測結果にバイアスが生じることになる。なお、最大値は 5,080 年 (1,854 日) であるが、これは橋梁の管理主体がニューヨーク州からニューヨーク市に移管された場合など、特殊な事情が含まれている。なお、 $z^k \leq t + t/2$ なる k に対応する個別データの点検間隔は t , $\zeta \geq 2$ に対して $\zeta t - t/2 < z^k \leq \zeta t + t/2$ なる k に対応する個別データの点検間隔は ζt と集約し、改めて $z^k = \zeta^k t$ と定めた。また、点検間隔の相違を考慮せずに単純に個別データを数え上げた健全度推移を表-2.2 に示す。いずれの健全度においても、同じ健全度に留まる（事前と事後で健全度が推移しない）傾向が強く、事前と事後の乖離が大きくなるにつれ、データ数が少なくなることが読み取れる。

2.6.2 推定結果

単位時間に認められる健全度推移の段階数を s とし、1 段階の推移しか認められない $s = 1$ の場合と、任意の段階数の推移が認められる $s = 7 - 1 = 6$ の場合について考察する。なお、表記の都合上、 $s = 6$ の場合は変数に記号「'」を付す。また、収束判定の基準は $\epsilon = 10^4$ と

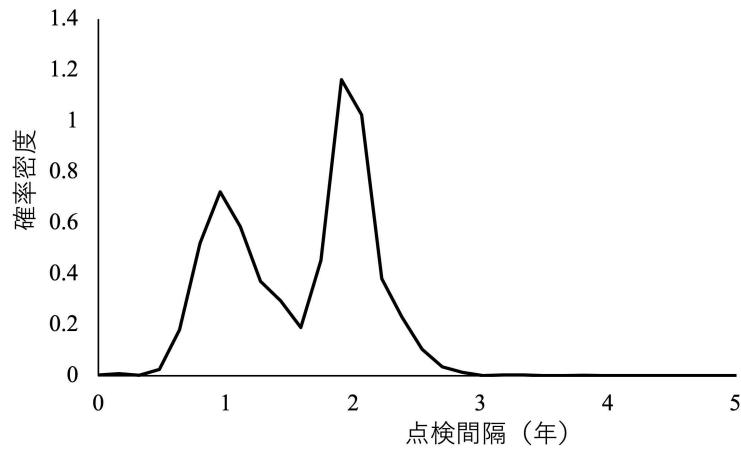


図-2.4 点検間隔の分布

表-2.2 健全度推移

		事前健全度						
		1	2	3	4	5	6	7
事	1	1,150	828	106	18	2	2	0
事	2	-	2,999	1,389	205	7	2	1
前	3	-	-	9,927	2,821	228	26	0
健	4	-	-	-	8,239	1,391	108	23
全	5	-	-	-	-	2,564	234	81
度	6	-	-	-	-	-	422	48
	7	-	-	-	-	-	-	81

した。

$s = 1$ の場合

式 (2.13) より $T_1 = 1/6$ (年) であったため、 $t = 1/6$ とした。つまり、推定されるマルコフ推移確率行列は 1/6 年の推移に対応するものである。反復計算の初期値 $\mathbf{I}^{(0)}(1/6)$ は式 (2.23)

表-2.3 推移確率行列 ($s=1$) $\{\Pi^{(3)}(1/6)\}^6$

		j						
		1	2	3	4	5	6	7
1	0.708	0.263	0.028	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0	0.788	0.198	0.014	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0	0	0.848	0.144	0.007	0.000	0.000	0.000
<i>i</i>	4	0	0	0	0.892	0.103	0.004	0.000
5	0	0	0	0	0.904	0.088	0.008	0.000
6	0	0	0	0	0	0.814	0.186	0.000
7	0	0	0	0	0	0	0	1

より

$$\begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

であり、3回の反復計算で収束条件を満足した。反復計算の結果である行列 $\Pi^{(3)}(1/6)$ は $1/6$ 年の推移に対応するものであるため、1年の推移に対応する行列に換算した $\{\Pi^{(3)}(1/6)\}^6$ を表-2.5 に示す。また、2.5.2 より、 $|\hat{\mathcal{U}}_1|=1$ であり、その要素は健全度を1段階ずつ経験する要素列である $(1, 2, \dots, 7) \in \hat{\mathcal{U}}_1$ のみであり、この要素列が100%の確率で生起する。これを踏まえ、 $\Pi^{(3)}(1/6)$ に従い、要素列 $(1, 2, \dots, 7)$ の生起を条件とした期待年数を表すパスを図-2.5 に示す。なお、 $|\hat{\mathcal{U}}_1|=1$ であるため、図-2.5 は式(2.34)で議論された $\hat{\mathcal{U}}_1$ にわたる期待年数を表すパスに一致する。

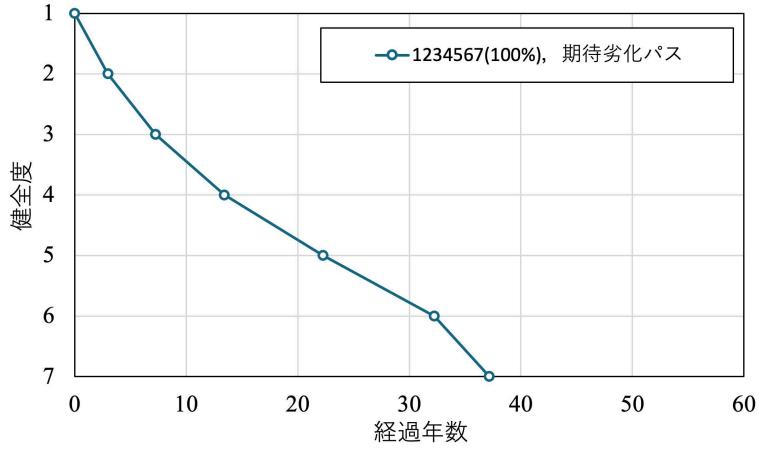


図-2.5 劣化を表現するパス ($s=1$)

$s=6$ の場合

式 (2.13) より $T_6 = 6/5$ (年) であったが, $s=1$ との比較を目的に $t'=1/6$ とする. 反復計算の初期値 $\Pi'^{(0)}(1/6)$ は式 (2.23) より

$$\begin{bmatrix} 1/7 & 1/7 & 1/7 & 1/7 & 1/7 & 1/7 & 1/7 \\ 0 & 1/6 & 1/6 & 1/6 & 1/6 & 1/6 & 1/6 \\ 0 & 0 & 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

であり, 4 回の反復計算で収束条件を満足した. 1 年の推移に対応する行列に変換した $\{\Pi'^{(4)}(1/6)\}^6$ を表-2.4 に示す. また, 2.5.2 より, $|\hat{\mathcal{U}}_6|=32$ であるため, 1 から 7 へ推移する要素列は 32 通り存在する. それぞれの要素列 $\hat{u}' \in \hat{\mathcal{U}}_6$ の生起確率は表-2.4 と式 (2.32) に基づいて算出でき, 生起確率上位 5 位を表-2.5 に示す. 表-2.5 に示した 5 通りのいずれかの要素列が生起する確率は 0.966 であり, これら以外の 27 通りの要素列の生起確率は十分に小さい. $s=6$ は複数の健全度を経験しない劣化過程も想定されているが, そのような要素列が生起する確率は小さいことがわかる. これはニューヨーク市が, RC 床版の寿命と比較して, 2 年に 1 回という高頻度な点検間隔で目視点検を実施していることが原因であると推察できる.

表-2.5 に示した 5 つ要素列のそれぞれの生起を条件とした期待年数を表すパスと, 式 (2.34) で議論された $\hat{\mathcal{U}}_6$ にわたる期待年数を表すパスを図-2.6 に示す. 生起確率が 0.715 で最大である要素列 $(1, 2, \dots, 7)$ が生起する条件下では, 健全度が 7 へ到達するまでの期待年

表-2.4 推移確率行列 ($s = 6$) $\{\Pi'^{(4)}(1/6)\}^6$

		j						
		1	2	3	4	5	6	7
1	0.708	0.258	0.029	0.003	0.000	0.001	0.000	
2	0	0.790	0.191	0.018	0.001	0.000	0.000	
3	0	0	0.851	0.140	0.008	0.000	0.000	
<i>i</i>	4	0	0	0	0.896	0.097	0.006	0.001
5	0	0	0	0	0.920	0.061	0.019	
6	0	0	0	0	0	0.920	0.080	
7	0	0	0	0	0	0	1	

表-2.5 要素列生起確率 上位 5 位 (集計的手法: $s = 6$)

順位	\hat{u}	Prob[\hat{u}]
1	(1,2,3,4,5,6,7)	0.715
2	(1,2,3,4,5,7)	0.188
3	(1,2,3,4,6,7)	0.032
4	(1,2,3,5,6,7)	0.019
5	(1,3,4,5,6,7)	0.009

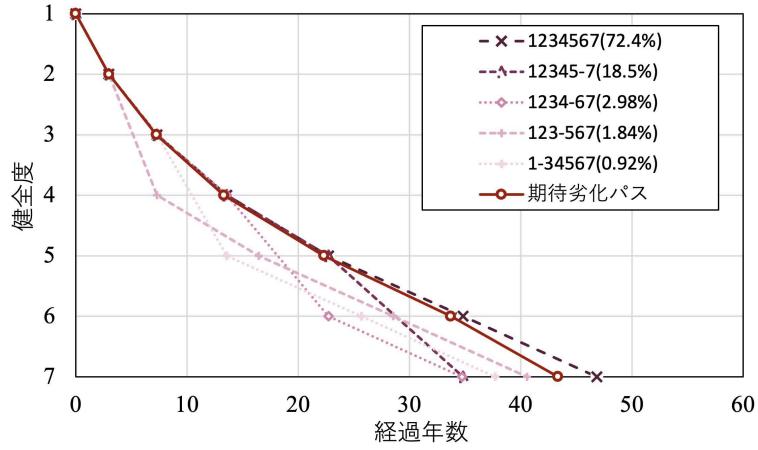


図-2.6 劣化を表現するパス ($s=6$)

数は 46.9 年である。一方、生起確率が 0.188 である要素列 $(1, 2, \dots, 5, 7)$ が生起する条件下では、健全度が 7 へ到達するまでの期待年数は 34.8 年である。両者には大きな差異があり、この差異は健全度 5 以降に現れたものである。つまり、両者は健全度 5 までは同じ期待年数の下で劣化を経験し、健全度 5 以下へ劣化するにあたり確率的に定まる健全度 6 に対する経験の有無に応じて、健全度 7 へ到達する期待年数が異なる。以上のように確率的に定まる要素列すべてにわたる平均が、期待劣化パスとして表される。劣化前に生起する要素列を知ることは不可能であるため、維持管理への適用にあたっては期待劣化パス、もしくは保守的かつ生起確率が高い要素列を参照することが妥当であるといえる。

2.6.3 $s=1$ の場合と $s=6$ の場合の比較

前節で取り上げた 2 つの推定結果 $s=1$ と $s=6$ の比較を行う。図-2.7 に $s=1$ と $s=6$ におけるそれぞれの期待劣化パスを示す。健全度 6 までの期待劣化パスは概ね同様の傾向を示しているが、健全度 6 以降の期待劣化パスの傾向は大きく異なる。式 (2.29) より健全度が 6 から 7 へ推移する期待年数は $1/6(1 - \pi_{66}(1/6))$ であるため、健全度 6 以降の期待劣化パスの違いはそれぞれの $\pi_{66}(1/6)$ の違いに起因し、 $\pi_{66}(1/6)$ が 1 に近いほど顕著に違いが現れる。実際、それぞれの場合における $\pi_{66}(1/6)$ の値は、 $s=1$ のとき $\pi_{66}^{(3)}(1/6) = 0.966$ 、 $s=6$ のとき $\pi_{66}^{(4)}(1/6) = 0.986$ である。 $s=1$ と $s=6$ の劣化過程の違いの 1 つは、健全度 5 から 7 への直接の推移の可否である。例えば、 $\pi_{66}(1/6)$ の推定に寄与する個別データは、表-2.2 から事前健全度と事後健全度がともに 6 である 422 件を主として、それ以外の個別データのうち対応する劣化パスの集合に健全度 6 から 6 への推移を含む劣化パスが含まれるものである。後者の個別データが有する情報は確率的に分配された上でそれぞれの成分の推計に用いられる。ここで、健全度が i ($i \leq 5$) から 7 への推移が記録された個別データの健全度 5 以

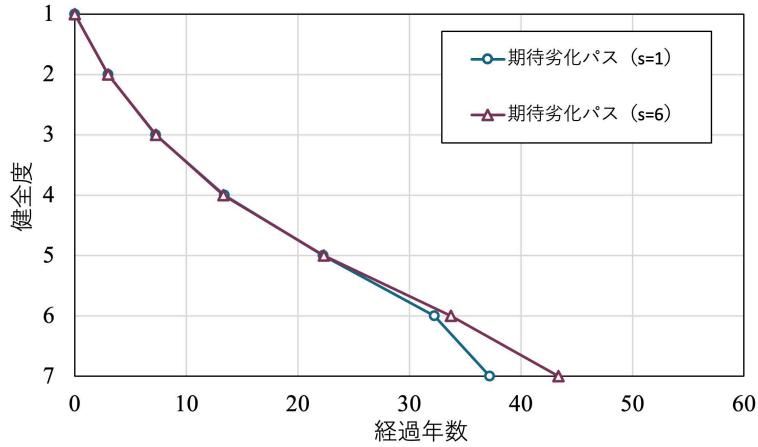


図-2.7 期待劣化パス ($s=1,6$) の比較

降の劣化パスに着目する。 $s=6$ の場合、個別データが有する情報は、健全度7へ至るまでに健全度6を経由する場合としない場合に確率的に分配される。これに対して、 $s=1$ の場合は必ず健全度6を経由するため、 $s=6$ の場合に健全度6を経由しない場合に分配された情報は、 $s=1$ の場合では健全度6を経由する情報として扱われる。422件は健全度6を維持する情報しか有していないことに対して、健全度6を経由して7へ推移する個別データは、健全度6を維持する情報と7へ推移する情報を有する。ゆえに、健全度6を経由して7へ推移する情報が相対的に増加する $s=1$ の場合、 $\pi_{66}(1/6)$ は $s=6$ の場合に比べて小さく推計されることが期待される。実際、 $\pi_{66}^{(3)}(1/6) < \pi_{66}^{(4)}(1/6)$ であり、この影響が期待劣化パスに現れている。推定結果や期待劣化パスはそれぞれで仮定された劣化過程のもとで得られるものであるため、両者の比較のみをもっていずれの場合が正しいかという議論は本質的ではない。なお、2.4.3より、 $s=1$ の場合に比べて $s=6$ の場合のマルコフ推移確率の状態空間は広いため、 $s=6$ の場合の結果はより多様な劣化過程を候補として選ばれたものであると考えることができる。

2.6.4 反復計算の収束

2.5.1より、本章においては式(2.21)の解を反復計算により求める手法を提案した。3.5.3の条件下では s によらず数回で収束判定が下された。本節では収束に至るまでの反復計算の過程を示すことによって、実務上の適用可能性について言及する。単位時間 t および収束判定の基準 ϵ は3.5.3と同様とする。

表-2.6および表-2.7にそれぞれ $s=1,6$ において反復計算を1回行った結果を1年の推移に対応する行列に変換した $\{\boldsymbol{\Pi}^{(1)}(1/6)\}^6, \{\boldsymbol{\Pi}'^{(1)}(1/6)\}^6$ を示す。また、 $s=1$ において0,1,3回目の反復計算の結果に従う期待劣化パスを図-2.8に、 $s=6$ において0,1,4回目の反復計算

表-2.6 推移確率行列 反復計算 1 回目 ($s=1$) $\{\Pi^{(1)}(1/6)\}^6$

		j						
		1	2	3	4	5	6	7
1	0.710	0.261	0.027	0.001	0.000	0.000	0.000	
2	0	0.788	0.198	0.014	0.000	0.000	0.000	
3	0	0	0.849	0.144	0.007	0.000	0.000	
i	4	0	0	0	0.892	0.104	0.004	0.000
5	0	0	0	0	0.903	0.088	0.008	
6	0	0	0	0	0	0.807	0.193	
7	0	0	0	0	0	0	1	

表-2.7 推移確率行列 反復計算 1 回目 ($s=6$) $\{\Pi'^{(1)}(1/6)\}^6$

		j						
		1	2	3	4	5	6	7
1	0.690	0.269	0.037	0.004	0.000	0.000	0.000	
2	0	0.785	0.193	0.021	0.001	0.000	0.000	
3	0	0	0.847	0.142	0.010	0.001	0.000	
i	4	0	0	0	0.899	0.094	0.006	0.001
5	0	0	0	0	0.924	0.064	0.012	
6	0	0	0	0	0	0.893	0.107	
7	0	0	0	0	0	0	1	

の結果に従う期待劣化パスを図-2.9 に示す。表-2.3 と表-2.6 との比較、表-2.4 と表-2.7 との比較、また図-2.8 と図-2.9 より、1 回の反復計算でも収束先に十分近い結果を与えることがわかる。指数分布の期待値と標準偏差は等しいため、独立な指数分布の和としてモデル化されたマルコフ劣化ハザードモデルにおける推移に要する年数の標準偏差のオーダーは期待年数のオーダーに等しい。つまり、期待値的に数十年で終局状態を迎える施設に対する従来の非集計的手法は、推移に要する年数に数十年のオーダーの標準偏差をモデルが有する限界として認めてきた。この事実を踏まえると、収束までに複数回の反復計算を行わず、1 回の計算で打ち切って推定結果として用いた場合であったとしても、本来の収束先の結果との誤差は従来許容されてきた誤差に比べて十分無視できるものであるといえる。

推定すべきマルコフ推移確率は式 (2.21) で表される連立方程式の解として与えられるものであり、またその求解が難解であるため推定は 2.5.1 に示された反復計算によるとされた。しかし、直接の求解と反復計算はいずれも煩雑であり、実務的な適用にあたっては十

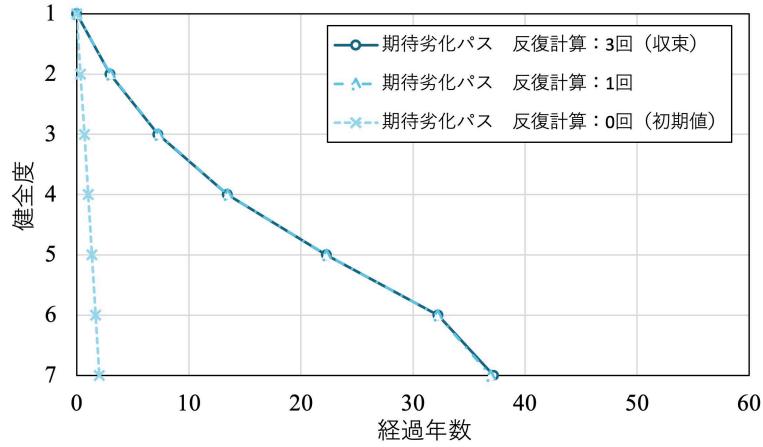


図-2.8 反復計算の収束の過程 ($s = 1$)

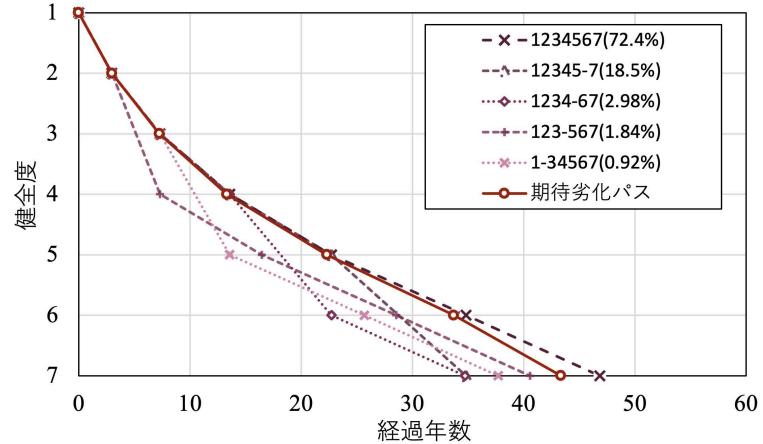


図-2.9 反復計算の収束の過程 ($s = 6$)

分に忌避される問題である。その中、1回の計算をもってでも十分な精度が期待できることは、提案手法が実務上の適用にあたって有用であることを示している。

2.6.5 非集計的手法との比較

提案手法である集計的手法と従来の非集計的手法の比較を通じて、統計的劣化予測手法の体系の精緻化について考察する。2.2.3において本章で提案した集計的手法が、非集計的手法であるマルコフ劣化ハザードモデルやMulti-destination型マルコフ劣化ハザードモデルの離散化手法であることを示唆した。実際、2.6.2で言及した $s = 1$ の劣化過程においては、有限の単位時間に認められる健全度推移の段階数が 1 であり、単位時間を無限小とした劣化過程はマルコフ劣化ハザードモデルの劣化過程と同一である。さらに、健全度推移

の段階数を任意としたものが $s=6$ の劣化過程や, Multi-destination 型マルコフ劣化ハザードモデルの劣化過程に対応する.

マルコフ劣化ハザードモデルおよび Multidestination 型マルコフ劣化ハザードモデルをベイズ推定^{4, 10)}により推定する. マルコフ劣化ハザードモデルにおいては $\beta_i \in \mathbb{R}, (1 \leq i \leq 6)$ を用いて $\theta_i = \exp(\beta_i)$, Multi-destination 型マルコフ劣化ハザードモデルにおいては $\beta_{ij} \in \mathbb{R}, (1 \leq i \leq 6, i+1 \leq j \leq 7)$ を用いて $\theta_{ij} = \exp(\beta_{ij})$ と表し, β_i, β_{ij} を推定する. 両モデルの事前分布は $\mathcal{N}(-1, 100)$ とし, 事後分布の推定は MCMC 法 (Markov Chain Monte Carlo method, サンプリング総数: 5,000, バーンインサンプル数: 1,000) により行う. その上で, Geweke 検定統計量¹¹⁾の絶対値が 1.96 以下となり, AIC が最小となるモデルを選択する.

両モデルのパラメータの推定結果をそれぞれ表-2.8, 表-2.9 に示す. Geweke 検定統計量の絶対値はいずれも 1.96 以下であるため, 有意水準 5%で事後分布に収束しているといえる, また, 表-2.9において, β_{46}, β_{56} の推計が発散しておらず, 健全度 4 から 6, 健全度 5 から 7 への直接的な推移が可能であることがわかる. 両モデルの推定結果に基づくマルコフ推移確率行列をそれぞれ表-2.10, 表-2.11 に示す. マルコフ劣化ハザードモデルにおいて実現可能な要素列は $(1, 2, \dots, 7) \in \hat{\mathcal{U}}_1$ のみであり, この要素列が 100%の確率で生起する. また, Multi-destination 型マルコフ劣化ハザードモデルにおいて, 実現可能な要素列は $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7), (1, 2, 3, 4, 5, 7), (1, 2, 3, 4, 6, 7) \in \hat{\mathcal{U}}_6$ の 3 通りのみであり, それぞれの生起確率を表-2.12 に示す. なお, Multi-destination 型マルコフ劣化ハザードモデルにおいて, 要素列 $\hat{u} = (i_1, i_2, \dots, i_{N_{\hat{u}}}) \in \hat{\mathcal{U}}_6$ の生起確率は

$$\prod_{n=1}^{N_{\hat{u}'}} \theta_{i_n i_{n+1}} \theta_{i_n} \quad (2.37)$$

で与えられる. また, 図-2.10 に提案手法の $s=1$ の場合とマルコフ劣化ハザードモデルの期待劣化パス, 図-2.11 に提案手法の $s=6$ の場合と Multi-destination 型マルコフ劣化ハザードモデルの期待劣化パスを示す. 表-2.3 と表-2.10 との比較, 表-2.4 と表-2.11 の比較, 図-2.10 および図-2.11 の比較により, 提案手法はそれぞれに対応する非集計的手法に十分に近い結果を与えてることがわかる. 加えて, 表-2.5 と表-2.12 の比較から, 共通する要素列 $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7), (1, 2, 3, 4, 5, 7), (1, 2, 3, 4, 6, 7)$ の生起確率も同様であることがわかる.

集計的手法と非集計的手法のいずれであっても目視点検データに基づいて推定が可能である状況下であれば, 維持管理を行う技術者がそれぞれの手法の特性を考慮して任意に手法を選択することができる. 例えば非集計的手法では, 社会基盤施設の劣化過程に影響を与えると考えられる特性をモデル化の際に用いる指數分布のパラメータに説明変数として組み込むことによって特性の影響の有無や程度を考慮できる点に優位性を有する. しかし, マルコフ劣化ハザードモデルを最尤法¹⁾で推定する場合, 最尤法を実装するためのプログラミングの知識や初期値の設定が必要となり, 推計の収束に足るデータ数が確保されなければならない. また, ベイズ推定¹⁰⁾の場合は事後分布を推定するために MCMC 法やその

表-2.8 パラメータ推定結果：マルコフ劣化ハザードモデル

パラメータ	事後分布統計量	<i>i</i>					
		1	2	3	4	5	6
	期待値	-1.060	-1.441	-1.815	-2.188	-2.324	-1.639
β_i	90%ベイズ信頼域	(-1.114,-1.008)	(-1.480,-1.403)	(-1.842,-1.785)	(-2.227,-2.148)	(-2.400,-2.148)	(-1.777,-1.505)
	Geweke 検定統計量	-1.214	-1.266	-0.484	-0.116	0.053	1.330
	AIC			40,364			

表-2.9 パラメータ推定結果：Multi-destination型マルコフ劣化ハザードモデル

パラメータ		事後分布統計量						j
		期待値	-1.062					
β_{1j}	90%ベイズ信用域	(-1.116,-1.010)						
	Geweke 検定統計量	-0.241						
β_{2j}	90%ベイズ信用域	(-1.483,-1.401)						
	Geweke 検定統計量	-0.407						
β_{3j}	90%ベイズ信用域	(-1.843,-1.786)						
	Geweke 検定統計量	0.927						
β_{4j}	90%ベイズ信用域	(-2.272,-2.192)						
	Geweke 検定統計量	-0.230						
β_{5j}	90%ベイズ信用域	(-2.857,-2.633)						
	Geweke 検定統計量	1.092						
β_{6j}	90%ベイズ信用域	(-2.754,-2.274)						
	Geweke 検定統計量	-1.440						
								40,182
								AIC

表-2.10 推移確率行列（マルコフ劣化ハザードモデル）

		j						
		1	2	3	4	5	6	7
1	0.707	0.259	0.032	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0	0.789	0.194	0.016	0.001	0.000	0.000	0.000
3	0	0	0.850	0.142	0.008	0.000	0.000	0.000
<i>i</i>	4	0	0	0	0.894	0.101	0.005	0.000
5	0	0	0	0	0.907	0.085	0.009	0.000
6	0	0	0	0	0	0.823	0.177	0.000
7	0	0	0	0	0	0	0	1

表-2.11 推移確率行列（Multi-destination型マルコフ劣化ハザードモデル）

		j						
		1	2	3	4	5	6	7
1	0.695	0.265	0.036	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0	0.786	0.193	0.020	0.001	0.000	0.000	0.000
3	0	0	0.848	0.141	0.010	0.001	0.000	0.000
<i>i</i>	4	0	0	0	0.899	0.094	0.006	0.001
5	0	0	0	0	0.922	0.066	0.012	0.000
6	0	0	0	0	0	0.891	0.109	0.000
7	0	0	0	0	0	0	0	1

表-2.12 要素列生起確率 上位3位（Multi-destination型マルコフ劣化ハザードモデル）

順位	\hat{u}	Prob[\hat{u}]
1	(1,2,3,4,5,6,7)	0.747
2	(1,2,3,4,5,7)	0.211
3	(1,2,3,4,6,7)	0.041

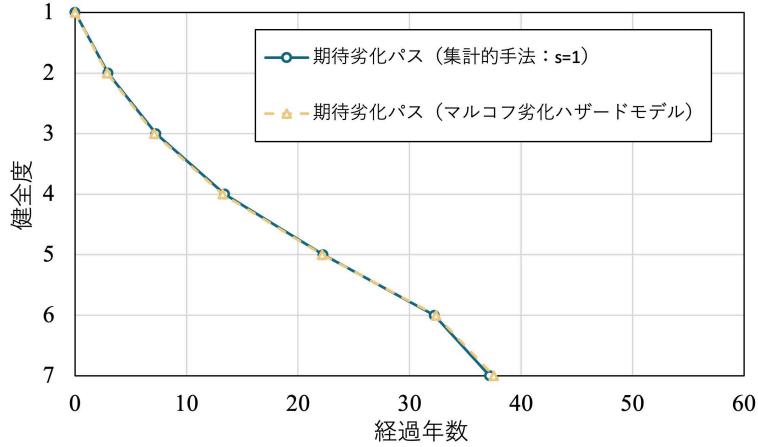


図-2.10 集計的手法 ($s=1$) と非集計的手法 (マルコフ劣化ハザードモデル) の比較

一種である MH 法 (Metropolis Hasting method) 等のアルゴリズムの知識も必要となる。一方、集計的手法は目視点検データの数え上げを基本とする手法であるため、非集計的手法を用いて推定するにあたって必要となる統計学や数学の知識が高度には要求されない。集計的手法の推定は 2.5.1 より反復計算によるが、2.6.4 で言及したように反復計算 1 回目の結果でも十分に有効な結果が得られることから、推計に要する作業は比較的少なく済む。例えば、マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定の事後分布の MCMC 法 (サンプリング総数: 5,000, バーンインサンプル数: 1,000) による推計には 116.08 秒要することに対し、集計的手法 ($s=1$) では 1 回の反復計算に 0.92 秒、収束までに 2.67 秒しか要しない。これらのことから、説明変数を考慮しない状況下においては、集計的手法は非集計的手法より実務的な適用にあたっては有用性の高い手法であるといえる。

2.7 おわりに

本章では、劣化パスの概念の導入により、点検間隔が不均一である目視点検データを点検間隔が均一である目視点検データに再構成し、マルコフ推移確率を集計的に推定する方法論を提案した。劣化パスに設ける制限により異なる集計的手法を考慮することが可能となり、それらの手法の一部は非集計的手法のマルコフ劣化ハザードモデルと Multi-destination 型マルコフ劣化ハザードモデルの離散化手法として対応することを指摘した。本章で取り上げた 4 つの手法、集計的手法 ($s=1, I-1$)、マルコフ劣化ハザードモデル、Multi-destination 型マルコフ劣化ハザードモデルの関係を図-2.12 に示す。マルコフ劣化ハザードは非集計的手法の 1 つであり、隣接しない健全度へは 1 段階ずつの推移を経て推移すると仮定されるモデルである。隣接しない健全度への直接の推移を認めて拡張したモデルが Multi-destination 型マルコフ劣化ハザードモデルである。これらの非集計的手法は各健全度の寿命が指数分

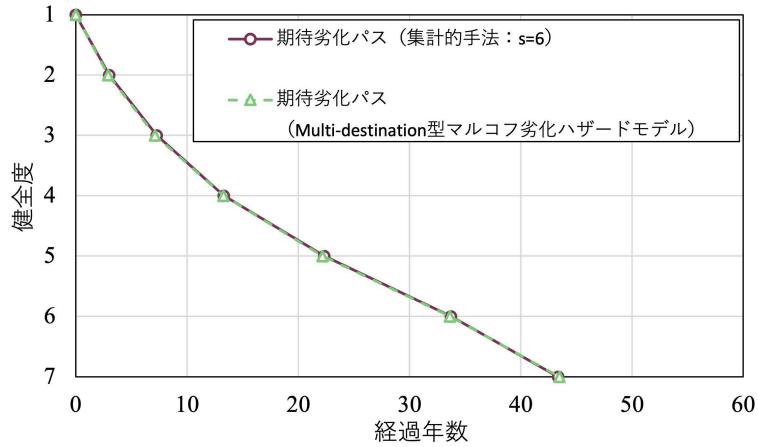


図-2.11 集計的手法 ($s = 6$) と非集計的手法 (Multi-destination型マルコフ劣化ハザードモデル) の比較



図-2.12 統計的劣化予測手法の体系の精緻化

布に従うとしてモデル化されており、任意の時点で健全度推移が生じることが認められている。健全度推移が生じる時点が単位時間ごとの制限を設け、マルコフ劣化ハザードモデルの劣化過程を離散化した手法が提案手法の $s = 1$ の場合であり、Multi-destination型マルコフ劣化ハザードモデルの劣化過程を離散化した手法が提案手法の $s = I - 1$ の場合である。逆に、 $t \rightarrow 0$ とすれば提案手法の連続化であり、それぞれ対応する非集計的手法となる。なお、2.6.5 より $t = 1/6$ でも非集計的手法に十分に近い結果を与えることが確認されている。このように、本章で提案された手法により、統計的劣化予測手法の体系が精緻化された。

本章に関して残された課題がいくつか存在する。第一に、提案手法の様々な実務場面への適用事例の蓄積である。提案手法は目視点検データの数え上げを基本とする集計的手法であるため、従来の非集計的手法よりも概念的に理解しやすく、2.6.4, 2.6.5 で示されたよ

うに、推計は煩雑ではなく高度な専門的知識も必要としない。専門的知識を有しない実務者による適用の実績の蓄積や、提案手法の有効性の追加的検証を進めていくことが求められる。第二に、提案手法は社会基盤施設の劣化過程に影響を与えると考えられる特性を推定に反映できない点があげられる。マルコフ劣化ハザードモデルなどの非集計的手法は指數分布のパラメータに特性を反映させることにより、特性の影響の有無や程度の考慮を実現している。提案手法の優位性は、利用可能な特性が存在しない目視点検データに対してや、特性を考慮せずに劣化予測をする状況下で大きく示されると考えられる。しかし、提案手法のより多様な状況への対応のため、特性を考慮した上で集計的に劣化予測する手法への拡張が求められる。なお、提案手法の構築の動機の1つが手法の簡便さの実現であったことを踏まえると、特性の考慮のための拡張のために手法が著しく煩雑になることは避けられなければならない。

参考文献

- 1) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 2) 貝戸清之, 小林潔司: ビッグデータによるインフラマネジメント: アセットメトリクスにむけて, 土木学会論文集 D3, 土木学会, Vol.70, No.5, pp.I21-I30, 2014.
- 3) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマークリング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
- 4) 水谷大二郎: 健全度推移の不連続性を考慮したマルコフ推移確率の非集計的手法, 土木学会論文集, Vol.74, No.2, pp.125-139, 2018.
- 5) 道路法施行規則第四条の五の五, 平成 26 年 3 月 31 日公布, 7 月 1 日施行.
- 6) 国土交通省: 橋梁定期点検要領, 2014.
- 7) 国土交通省: 道路橋定期点検要領, 2014.
- 8) 杉崎光一, 貝戸清之, 小林潔司: 目視検査周期の不均一性を考慮した統計的劣化予測手法の構築, 構造工学論文集, Vol.52A, pp.781-790, 2006.
- 9) State of New York, Department of Transportation: Bridge Inspection Manual, 1997.
- 10) 貝戸清之, 小林潔司: マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
- 11) Geweke, J. : Evaluating the accuracy of samplingbased approaches to the calculation of posterior moments, Bayesian Statistics, Vol.4, pp.169-193, 1996.

第3章 非主要部材の補修データに着目したバイアスを 低減する劣化予測

3.1 はじめに

橋梁やトンネルなどの道路主構造物と比較して、道路標識や照明施設などの非主要部材は、維持管理上の優先性に劣るために、これまで計画的な点検や補修・更新といったアセットマネジメントの実施が困難であった。これは、非主要部材の数が膨大である一方で、点検データや台帳情報が十分に蓄積されていないことが原因である。例えば本研究で対象とする道路照明柱においては、定期点検が実施された実績がなく、1) 大規模な地震の直後に全数を対象とした防災点検が実施された事例、2) 倒壊事故の発生後に同形式の照明柱に対して緊急点検がなされた事例が存在する程度である。このような点検の性質上、異常検知と早急な対策に主眼が置かれ、計画的な維持管理を目的とする点検データの記録・蓄積が進んでこなかった。点検データや台帳データベースの整備が十分でないため、当然のことながら補修や更新に関する履歴情報も欠損する事例が少なくない。一方で、非主要部材は主要部材の供用と同時に供用が開始され、加えて相対的に寿命が短いことから、潜在的な老朽化は道路施設よりも進展している可能性がある。非主要部材の老朽化が主要部材そのものの安全性に影響を及ぼすことはない。しかし、道路利用者や第三者に対する被害を考えると、道路管理者にとっては看過できない問題といえる。

主要部材の劣化過程や期待寿命を目視点検データを用いて推定するための手法として、マルコフ劣化ハザードモデル¹⁾の実用化が進んでいる。第2章でも述べたように、マルコフ劣化ハザードモデルを推定するためには、基本的には2回の点検データを1サンプルとするデータベースを作成する必要がある。防災点検や異常時点検を目的とする道路照明柱の場合、直近1回の点検データのみが利用可能である場合が少なくない。そのような場合には供用開始時点や更新時点のようにライフサイクルの開始時点を最も健全な状態であったと仮定することにより、仮想的に2回の点検データを生成する。しかし、このときに更新に関する履歴情報（ライフサイクルの開始時点に関する情報）が欠損していると、寿命の推定結果が過大評価（実際の寿命よりも長く推定）される。したがって、非主要部材の更新履歴情報が欠損している点検データを用いて、データ欠損に起因したバイアスを補正した統計的劣化予測手法を開発し、その上で非主要部材を対象としたマネジメント手法を構築する必要がある。

以上の問題意識のもと、本研究では、過去に更新が繰り返し実施されているにも関わらず、管理する複数の施設それぞれに関して、過去に更新が実施された回数のデータが存在

しない社会基盤施設に着目し, 施設の劣化予測を行う方法論を提案する. 具体的には, 過去の各時点に更新が実施された施設数を表現するデータを用いて, 個々の社会基盤施設の更新時点および更新回数を確率変数として捉えることで, 施設の劣化予測を行う方法論を提案する. 以下, **3.2** では, 本研究の基本的な考え方を説明する. **3.3** では, 更新履歴の欠損を考慮した統計的劣化予測モデルの定式化を行う. **3.4** では, ベイズ推定法を援用した, 提案モデルの推定手法について説明する. **3.5** では, 実際の照明柱を対象とした点検データを用いた実証分析を行うとともに, 本研究により開発した劣化予測手法を用いて, 照明柱の倒壊リスクの定量化を行う.

3.2 本研究の基本的な考え方

3.2.1 非主要部材の維持管理

国土交通省が策定した点検要領²⁾において, 道路構造物は「道路橋, 道路トンネル, シエッド・大型カルバート, 横断歩道橋, 門型標識等, 舗装, 小規模附属物そして道路土工構造物」に分類されている. このうち, 本研究では非主要部材である小規模附属物に着目する. 道路法によれば, 小規模附属物とは「道路の構造の保全, 安全かつ円滑な道路の交通の確保その他道路の管理上必要な施設又は工作物であり, 具体的には標識や照明柱」のことを指すと明記されている. 標識や照明柱の特徴として, 他の構造物と比較して, 小規模ではあるが膨大な数が存在すること, 寿命が短いことがあげられる. したがって, 主要部材が長期に亘って適切な維持管理のもとで長寿命化が図られるのに対して, 標識や照明柱は, むしろ消耗部材として逐次更新が図られる傾向にある. しかしながら, 非主要部材は道路施設の供用と同時に供用が開始され, 加えて相対的に寿命が短いことから, 潜在的な老朽化は主要部材よりも進展している可能性は否めない.

実際に本研究の対象となる照明柱では, 従来から灯具の落下や支柱の倒壊等の事故事例が報告されている. 例えば, 比較的規模の大きな事例として, 2016年2月14日, 国道479号吹田高架橋の照明柱1基の倒壊がある. また, 2019年3月21日, 阪神高速道路3号神戸線において道路照明柱1基が転倒し, 道路上の車両に灯具の破片があたる事故が発生している. 点検では, 特にこのような事故に関わる変状をできるだけ早期にかつ確実に発見し, 適切な対策を行うことや, 劣化の状態に応じて適切な時期に更新を行うことによって, 事故や不具合を防止し, 安全かつ円滑な交通確保と利用者の安全を確保することを目的としている. その一方で, 主要部材と比較して, 道路標識や照明施設などの非主要部材は, 維持管理上の優先性に劣るために, これまで計画的な点検や補修・更新の実施が困難であった. 実際に, 非主要部材に関する点検はこれまで門型標識等定期点検要領が通知されていたが, 本研究で対象とする照明柱のような門型標識等以外の点検に関しては2017年3月まで標準的な方法や内容を定めた要領が存在せず, 直轄国道の点検要領等を参考にして各道

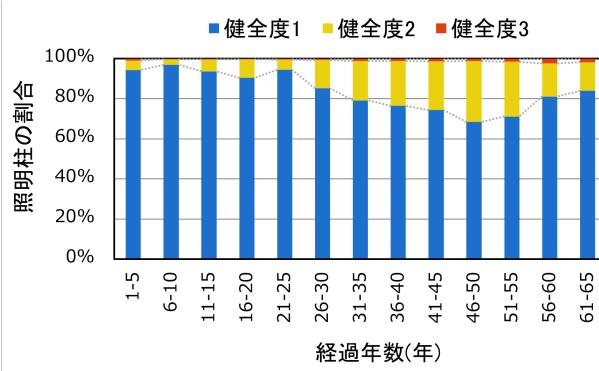


図-3.1 照明柱の健全度分布の推移（更新履歴情報の欠損）

路管理者が独自に実施してきたのが実情である。このような状況から、照明柱においては点検データが十分に蓄積されていない。これは点検が実施された場合でも、異常が検出された結果のみが記録される傾向が強いこと、照明柱の点検に対する標準化がなされておらず、点検の実施や方法が個々の管理者に委ねられていたことに起因する。そのため、照明柱の補修や更新に関する履歴も同様の理由により欠損する事例が少なくない。これまで、照明柱の損傷状態に関して基礎的な分析が行われた事例³⁾はあるものの、点検データや更新履歴の欠損に起因して、照明柱の劣化過程や劣化要因が定量化された事例はほとんど存在しないのが実情である。したがって、今後照明柱に対しても計画的な維持管理を実施していくためには、更新履歴が欠損した点検データを用いた統計的劣化予測手法を開発し、照明柱（非主要部材）を対象としたアセットマネジメント手法を開発する必要がある。

3.2.2 更新履歴の欠損による推定結果のバイアス

図-3.1は、ある自治体が管理する照明柱の健全度分布の経時的变化を示したものである。照明柱の健全度は目視点検を通して3段階で評価され、健全度3（図中赤色）が使用限界を表す。供用開始50年までは、健全度が経年とともに低下していく（健全度1の割合が減少し、健全度2と3の割合が増加していく）傾向が見て取れる。一方で50年以降は健全度1の割合が増加に転じ、全体的に健全度が回復傾向にある。当然ながら、照明柱の健全度が自然に回復することはない。これは照明柱の更新に関する履歴情報が欠損しており、健全度分布に更新情報が反映されていないことが原因である。すなわち、照明柱が更新され健全度が1に回復し、本来であれば当該照明柱の供用開始年を0年に設定して同図中の1-5年の区分に健全度1を計上すべきところを、供用開始年を0年に設定せずに健全度1を計上したこと、さらに同様の照明柱が多数混在していることが理由であると推察できる。すなわち、照明柱の更新に関する履歴情報が欠損しており、獲得された健全度分布には更新履歴の欠損に起因したバイアスが存在する。図-3.1は一事例ではあるが、照明柱の維持管

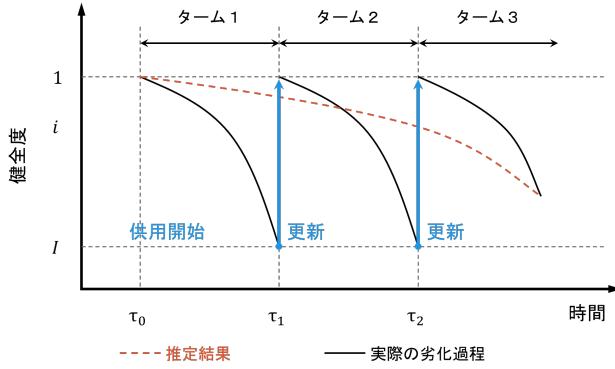


図-3.2 照明柱の劣化・更新過程と点検データ

理に関しては多少の相違はあれ、いずれの管理者においても更新履歴の欠損による同様の問題が生じ得るものと考えられる。

更新履歴欠損状況下における照明柱の劣化・更新過程と点検データを概念的に示すと、図-3.2 のようになる。当該照明柱は同図中に黒線で示すように、 τ_0 時点で供用が開始され、時点 τ_1 に健全度が I (使用限界) と判定され、直後に更新がなされた。更新によって健全度が 1 に回復して、その後に 2 期目のライフサイクル (ターム 2) が始まり、時点 τ_2 に再び健全度が I と判定され更新がなされている。それ以降、再び劣化が進み、時点 τ_3 で図中の点検データに該当する健全度 i が観測されている。このような劣化・更新過程において、更新時点 τ_1 , τ_2 の情報が記録されておらず、供用開始時点 τ_0 、最新の点検時点 τ_3 とそのときの健全度 i のみが個々の照明柱で観測されている状況を本研究では想定する。図中の橙色の破線は、これらの τ_0 , τ_3 , i の情報のみから推定される劣化過程を模式的に示している。第 2 章でも述べたように、マルコフ劣化ハザードモデルは 2 時点間における健全度の推移 (健全度ペア) をデータサンプルとして使用する。本来であれば、時点 τ_0 で健全度が 1 の状態から時点 τ_1 で健全度が I に推移したというサンプル、時点 τ_1 で健全度が 1 の状態から時点 τ_2 で健全度が I に推移したというサンプル、時点 τ_2 で健全度が 1 の状態から時点 τ_3 で健全度が i に推移したというサンプルの、計 3 サンプルを少なくとも用いて劣化過程を推定すべきである。しかし、観測された情報のみを用いて、時点 τ_0 で健全度が 1 の状態から時点 τ_3 で健全度が i に推移したというサンプルを作成し、それに基づき劣化過程を推定してしまうと、推定された劣化過程は実際の劣化過程よりも劣化速度が緩やかになり、推定バイアスが生じることとなる。したがって、更新履歴の欠損によるバイアスを補正した統計的劣化予測を行う必要がある。

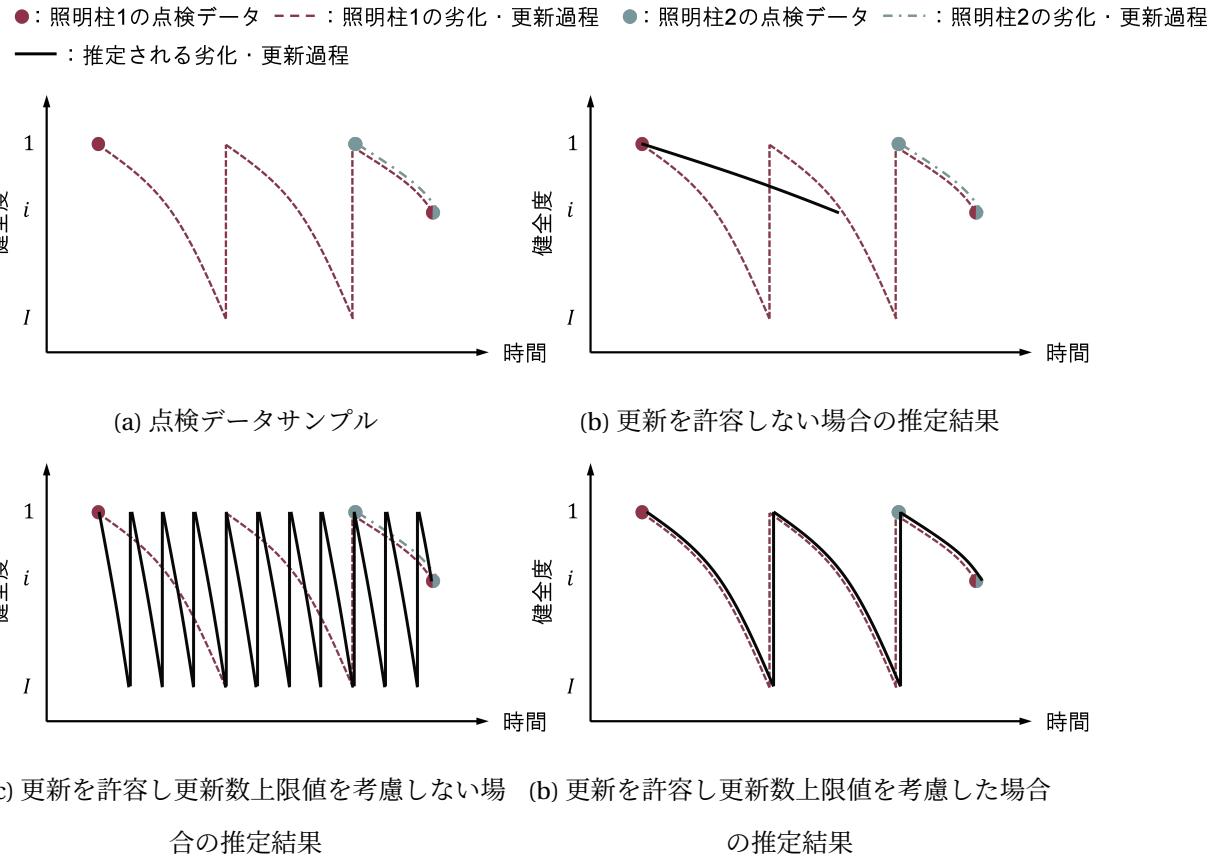


図-3.3 バイアス補正方針のイメージ

3.2.3 本研究でのバイアス補正方針

本研究における劣化過程の推定バイアス補正の特徴は、1) 観測された健全度ペアの間での更新を許容する点（健全度ペアが劣化過程のみにより生起したのではなく、劣化・更新過程を経て生起したと考える点）、2) 時点ごと（実証分析では年度ごと）の更新数の上限値に関する情報を用いる点、にある。これらを図-3.3を用いて説明する。図-3.3(a)に示すように、同図では照明柱1、照明柱2のそれぞれにおいて健全度ペアが観測されている状況を考えている。照明柱1（赤色）では健全度が観測された2時点の間に2度の更新がなされ健全度が回復している。一方で、照明柱2（青色）では健全度ペア間で更新は行われていない。これらの劣化・更新過程あるいは劣化過程は、図中に破線および一点鎖線で示しているが、それらの過程は観測できない。2.(2)で述べたように、健全度ペアの間で更新がなされていないと考え、図中に丸印で示した点検データのみを用いて劣化過程を推定すると、図-3.3(b)の黒色実線のように照明柱1、照明柱2のどちらの劣化過程とも整合しないような劣化速度が小さい劣化過程が推定されてしまう。

そこで、照明柱に対してこれまで健全度が I に到達した場合のみ更新を行う事後保全がなされていたことを踏まえて、1) 供用開始から劣化が進展し健全度が I になった際に更新

がなされ、2) 健全度が1に回復して再度劣化が進展する、という1)と2)のサイクルが繰返されるような劣化・更新過程を仮定し、劣化・更新過程を経た結果として点検データが生起したと考える。このように、健全度ペア間で更新を許容して劣化過程を推定するためには、個々の照明柱においてこれまでの更新時点が観測されていることが望ましい。更新時点が不明でも過去の更新回数に関する情報が個々の照明柱で記録されていれば、更新時点を確率変数として周辺化し、観測された健全度ペアと更新回数に関する尤度関数を定式化することもできよう。しかし、本研究で対象とする照明柱においては、個々の照明柱におけるこれまでの更新回数も欠損しているため、更新回数と更新時点の双方を確率変数として取扱い、それらの確率変数に関する周辺化を行うことにより、健全度ペアの生起確率（尤度関数）を定式化する必要がある。すなわち、ある照明柱の健全度ペアにおいて、過去に時点 τ_1, \dots, τ_n のそれぞれで合計 n 回更新がなされたとして健全度ペアの生起確率を与える、それを更新時点 τ_1, \dots, τ_n それぞれに関して周辺化して（ n -重積分を解いて）算出した確率を、 $n = 0, 1, 2, \dots$ のそれぞれの場合に関して足し合わせる（更新回数に関して周辺化する）という手続きを経て、健全度ペアに関する尤度関数が定式化される。このようにして導出された尤度関数を用いることにより、図-3.3において照明柱1、照明柱2の間で整合性のとれた（図中にイメージを示すように、ここでは、2つの照明柱の劣化過程が同一の劣化パスを辿ると仮定している）劣化過程が推定できると考えられる。しかしながら、更新時点、更新回数の双方の欠損を許容したこのような方法では、図-3.3(c)に示すように、劣化速度が極めて大きく頻繁に更新が実施されてきたと考えられるような劣化過程（離散的時間軸上の全ての時点で更新がなされるような劣化過程）も、2種類の照明柱の劣化過程間の整合性を保った推定結果として推定され得る（図-3.3(d)に示すような劣化過程も推定され得るが、パラメータの一意性が担保できない問題が生じると考えられる）。

この問題を回避するために、本研究では、分析対象の照明柱群における時点ごとの更新数の上限値に関する情報を付加的に用いる。更新数の上限値は、照明柱の管理者における過去の年度ごとの更新費用を照明柱1つあたりの更新費用単価で除することにより算出できる。なお、ここでは、更新に用いられた費用以外の維持管理行為全般に関する費用が維持管理費用として年度ごとに集計されている状況を対象として、更新数そのものではなく更新数の上限値を付加的な情報として用いることとする。このような時点ごとの更新数の上限値を用いて、データベースに含まれる全ての照明柱に関する健全度ペアの同時生起確率を、更新数の上限値を満たさない場合には0と設定し、尤度関数を定式化する。このようにして定式化した尤度関数を用いて劣化過程を推定することにより、上記のような極めて劣化速度の大きい劣化過程が推定されるという問題が解消され、図-3.3(d)に示すように、2種類の照明柱の劣化過程間に整合性があり、不可観測な劣化・更新過程にも適合するような劣化過程が一意に推定される。

3.2.4 既往研究のレビュー

限られた点検データを活用したアセットマネジメントのための統計的劣化予測モデルがこれまで数多く開発されている。第2章でも述べたように、マルコフ劣化ハザードモデル¹⁾は、点検データの観測時間間隔が不均一な状況下において、マルコフ推移確率を高精度に推定するために開発された。劣化過程の異質性の定量化のための研究⁴⁾⁻¹⁰⁾は、欠損した不可観測な要因による劣化過程の異質性を推定していると捉えることができる。隠れマルコフモデルに基づく劣化予測モデル¹¹⁾⁻¹⁷⁾では、点検体制の特性上不可観測とならざるを得ない点検データに対して、尤度関数の完備化操作を行い、不可観測データを潜在変数としてパラメータと同時推定することにより、欠損データが補完されている。個々の施設の点検データが欠損しており、それらの健全度に関する集計的な情報しか得られていない状況に対して、多項分布により尤度関数を定式化し、個々の施設の劣化過程が従うマルコフ推移確率を推定するための方法論も提案されている^{18), 19)}。小林等²⁰⁾は、補修により劣化の進展した状態の点検データサンプルがシステム的に欠損する状況に対して、サンプル欠損バイアスを補正しながらマルコフ劣化ハザードモデルを推定するための方法論を提案している。また、母集団の一部の建設時点が観測できない場合において、建設時点の欠損を考慮し混合マルコフ劣化ハザードモデルを推定するための方法論²¹⁾が提案されている。このように、点検データの欠損を考慮した統計的劣化予測モデルの様々な推定手法が開発されてきたが、本研究で対象とするような、更新履歴情報が欠損している場合に対して適用できる方法論は開発されておらず、また、2.(3)で述べた2種類の着想（更新の許容、更新数の上限値の利用）を他のデータ欠損状況に対して適用した事例も著者の知る限り過去には存在しない。

3.3 モデルの定式化

3.3.1 前提条件

照明柱の劣化状態を I 段階の離散的指標（以下、健全度と呼ぶ） $1, 2, \dots, I$ により記述する。健全度が大きくなるほど、劣化が進展している状態を意味する。 S 個の照明柱を分析対象とし、個々の照明柱に ID として s を付与する。照明柱 s ($s = 1, \dots, S$) に対して、その供用開始時点を起点とする離散的時間軸

$$\tau_{s,w+1} = \tau_{s,w} + z \quad (w = 0, \dots, W_s) \quad (3.1)$$

を導入する。なお、本研究では、実証分析で個々の照明柱に対して最新の点検データのみが利用可能であり、定式化の過度な煩雑化を防ぐためにも、個々の照明柱に対してそれぞれ1回のみの点検が実施されている状況を考える（本研究の定式化に従い、複数回の点検が実施された状況でのモデル化・パラメータ推定方法も容易に導出できる点は理解された

い). 式(3.1)の離散的時間軸上の個々の点(以下、時点と呼ぶ)は、 τ_{s,W_s} が点検結果(健全度観測結果)が利用可能な時点、 $\tau_{s,0}$ が供用開始時点、 $\tau_{s,1}, \dots, \tau_{s,W_s-1}$ が点検結果は利用不可能であるが日常的な簡易点検により健全度 I (使用限界で緊急の更新を要する状態)となつた照明柱を検出することは可能な時点、にそれぞれ相当する。また、 z は個々の時点の単位時間間隔であり、全ての照明柱に対して同一の値であるとする。

3.3.2 劣化モデル

照明柱 s の劣化過程を多段階指數ハザードモデル(マルコフ劣化ハザードモデル)¹⁾によりモデル化する。同モデルの詳細は、参考文献¹⁾を参照されたいが、ここでは、その概要を以下で説明する。照明柱 s の健全度 i から健全度 $i+1$ の推移に指數ハザードモデルを仮定し、そのハザード率を $\theta_{s,i}$ ($i = 1, \dots, I-1$) とする。 $\theta_{s,i}$ は時間に依存せず一定の正の値を取る。ハザード率 $\theta_{s,i}$ が、照明柱 s 固有の構造条件や環境条件に依存して変化すると考え、

$$\theta_{s,i} = \exp(\mathbf{x}_s \boldsymbol{\beta}'_i) \quad (3.2)$$

と定義する。記号「 $'$ 」は転置操作を表す。また、 $\mathbf{x}_s = (x_{s,0}, x_{s,1}, \dots, x_{s,M})$ は特性変数ベクトル、 $\boldsymbol{\beta}_i = (\beta_{i,0}, \dots, \beta_{i,M})$ は各特性変数がハザード率 $\theta_{s,i}$ へ及ぼす影響の度合いを表現するパラメータベクトルである。 M は特性変数の数である。 $\beta_{i,0}$ は定数項を表すとし、 $x_0 = 1$ とする。このとき、時点 $\tau_{s,w}$ に照明柱 s の健全度が i であるという条件のもとで、劣化が進展し、時点 $\tau_{s,w+1} = \tau_{s,w} + z$ の健全度が j ($j = i, \dots, I$) であることの条件付き確率 $\pi_{s,i,j}(z)$ は、

$$\begin{aligned} & \pi_{s,i,j}(z) \\ &= \sum_{k=i}^j \prod_{m=i}^{k-1} \frac{\theta_{s,m}}{\theta_{s,m} - \theta_{s,k}} \prod_{m=k}^{j-1} \frac{\theta_{s,m}}{\theta_{s,m+1} - \theta_{s,k}} \exp(-\theta_{s,k} z) \end{aligned} \quad (3.3)$$

と表現できる¹⁾。 $\theta_{s,i}$ を所与とした場合、 $\pi_{s,i,j}(z)$ は時点 $\tau_{s,w}$ 、 $\tau_{s,w+1}$ に依存しない時間間隔 z のみの関数となるため、マルコフ推移確率となる。ただし、表記上の規則として、

$$\begin{aligned} & \prod_{m=i}^{k-1} \frac{\theta_{s,m}}{\theta_{s,m} - \theta_{s,k}} = 1 \quad (k = i \text{ のとき}) \\ & \prod_{m=k}^{j-1} \frac{\theta_{s,m}}{\theta_{s,m+1} - \theta_{s,k}} = 1 \quad (k = j \text{ のとき}) \end{aligned}$$

が成立すると考える。また、 $\pi_{s,i,I}(z)$ は、

$$\pi_{s,i,I}(z) = 1 - \sum_{j=i}^{I-1} \pi_{s,i,j}(z) \quad (3.4)$$

で与えられる。なお、このようにして導出したマルコフ推移確率 $\pi_{s,i,j}(z)$ は、任意の正の整数 ℓ に対して時間的整合性条件

$$\{\pi_{s,i,j}(z)\}^\ell = \pi_{s,i,j}(\ell z) \quad (3.5)$$

を満足する¹⁾。

3.3.3 劣化・更新モデル

照明柱 s の劣化・更新過程をマルコフ推移確率 $\pi_{s,i,j}(z)$ を用いてモデル化する。供用開始時点 $\tau_{s,0}$ において、照明柱 s の健全度は 1 であるとする。また、時点 τ_{s,W_s} の照明柱 s の健全度を i_s ($i_s = 1, \dots, I$) と表す。照明柱 s のこれまでの更新回数を R_s とし、過去の更新時点を $\tau_{s,a_{s,1}}, \tau_{s,a_{s,2}}, \dots, \tau_{s,a_{s,R_s}}$ とする。更新時点の時点番号集合を $\mathbf{a}_s = (a_{s,1}, \dots, a_{s,R_s})$ と定義する。更新回数と個々の更新時点はひとまず所与であると考える。なお、 $a_{s,r} < a_{s,r+1}$ が成立し、 $a_{s,1} \geq 1$ 、 $a_{s,R_s} < W_s$ であるとする。供用開始後、劣化が進展して健全度 I に到達した照明柱は、即座に更新されると考える。一方で、健全度が $I-1$ 以下の照明柱には更新が行われないと考える。このことを、更新時点 $\tau_{s,a_{s,r}}$ での更新に関して、供用開始時点あるいは前回の更新時点で健全度が 1 であった状態から、劣化により更新時点の 1 時点前 $\tau_{s,a_{s,r}-1}$ には健全度が j_r ($1 \leq j_r \leq I-1$) まで進展しており、その後、期間 $[\tau_{s,a_{s,r}-1}, \tau_{s,a_{s,r}}]$ 内に健全度が I まで進展し、時点 $\tau_{s,a_{s,r}}$ で更新により健全度が 1 まで即座に回復する過程としてモデル化する。このとき、照明柱 s において、時点 $\tau_{s,0}$ で健全度が 1 であるという条件のもとで、各更新時点に更新が行われ、時点 τ_{s,W_s} で健全度が i_s となることの同時確率 $\xi_s(\mathbf{a}_s, i_s)$ は、式 (3.5) の時間的整合性条件を利用して、

$$\begin{aligned} & \xi_s(\mathbf{a}_s, i_s) \\ &= \left\{ \prod_{r=1}^{R_s} \sum_{j_r=1}^{I-1} \pi_{s,1,j_r}((a_{s,r} - a_{s,r-1} - 1)z) \pi_{s,j_r,I}(z) \right\} \\ & \quad \cdot \pi_{s,1,i_s}((W_s - R_s)z) \end{aligned} \quad (3.6)$$

と表される。なお、 $a_{s,0} = 0$ とする。

3.3.4 更新数上限値を考慮した劣化・更新モデル

これまでの定式化では、更新時点に関する情報 \mathbf{a} を既知としてモデル化したが、本研究で利用可能な情報は、個々の時点での更新数の上限値のみである。以下では、分析対象の照明柱群における個々の時点での更新数が上限値以下となり、各照明柱の健全度 i_s が生起することの同時確率を導出する。一般性を失うことなく、照明柱 1 の供用開始時点がカレンダー時間軸において最も古いと考える。 $\tau_{1,0}$ を起点 t_0 とする離散的時間軸

$$t_{u+1} = t_u + z \quad (u = 0, 1, 2, \dots, U) \quad (3.7)$$

を定義する。時点 $\tau_{1,u}$ は時点 t_u に対応する。また、照明柱 $2, \dots, S$ の個々の時点 $\tau_{s,r}$ に関しては、カレンダー時間軸を介して離散的時間軸 t_0, t_1, \dots, t_U のいずれかの点に一意に対応している。時点 t_U は、全ての照明柱の中で τ_{s,W_s} に相当するカレンダー時間が最も新しい照明柱の τ_{s,W_s} に対応して決定される。時点 $\tau_{s,r}$ と時点 t_u の対応関係は、時点番号の変換関数 $r = \iota(s, u)$ により表現され、時点 t_u は時点 $\tau_{s,\iota(s,u)}$ に対応する。なお、時点 t_u において、

照明柱 s が供用開始前、あるいは、点検時点 τ_{s,W_s} を既に迎えている場合には、 $\iota(s, u) = 0$ となるとする。

ここで、時点 t_u において更新が行われた照明柱の個数の上限値を G_u とする。時点 t_u において、供用開始後かつ点検時点 τ_{s,W_s} を迎えていない照明柱の集合を当該時点での更新候補集合として \mathbf{B}_u とする。すなわち、

$$\mathbf{B}_u = \{s \mid \iota(s, u) \neq 0\} \quad (3.8)$$

である。 \mathbf{B}_u の幕集合を $\mathfrak{P}(\mathbf{B}_u) = \{\gamma \mid \gamma \subseteq \mathbf{B}_u\}$ と表す。 $\mathfrak{P}(\mathbf{B}_u)$ の元の中で、要素数が G_u 以下の元の集合 \mathbf{F}_u を、

$$\mathbf{F}_u = \{f \mid |f| \leq G_u, f \in \mathfrak{P}(\mathbf{B}_u)\} \quad (3.9)$$

と定義する。 \mathbf{F}_u の個々の元は、時点 t_u で生じ得る照明柱のある更新パターンを表しており、当該更新パターンにて更新される照明柱の ID の集合である。 \mathbf{F}_u の直積集合として集合 \mathbf{N} を、

$$\mathbf{N} = \mathbf{F}_1 \times \mathbf{F}_2 \times \cdots \times \mathbf{F}_U \quad (3.10)$$

と定義する。ここで、 $|\mathbf{N}| = H$ とし、 \mathbf{N} の $h (h = 1, \dots, H)$ 番目の元を \mathbf{n}_h と表す。 \mathbf{n}_h は、個々の時点の更新数の上限値 G_1, \dots, G_U を全て満足するような、全ての時点での更新パターンのある組合せを表している。 \mathbf{n}_h の u 番目の元を $\mathbf{n}_{h,u}$ と表す。 $\mathbf{n}_{h,u}$ は、更新パターン h において時点 t_u で更新される照明柱 ID の集合である。更新パターン h において、ある照明柱 s が更新される時点番号集合 $\mathbf{c}_{h,s}$ を、

$$\mathbf{c}_{h,s} = \{\iota(s, u) \mid s \in \mathbf{n}_{h,u}, \forall u\} \quad (3.11)$$

と表す。 $\mathbf{c}_{h,s}$ は、3.(3) の \mathbf{a}_s に相当し、 $\mathbf{c}_{h,s}$ の個々の要素を $c_{h,s,1}, c_{h,s,2}, \dots$ とすると、更新パターン h において、照明柱 s が時点 $\tau_{s,c_{h,s,1}}, \tau_{s,c_{h,s,2}}, \dots$ にそれぞれ更新されることを意味する。

このとき、更新パターン h を経て、各照明柱の健全度 i_s が生起する同時確率 $\xi(\mathbf{c}_h, \mathbf{i})$ は、

$$\xi(\mathbf{c}_h, \mathbf{i}) = \prod_{s=1}^S \xi_s(\mathbf{c}_{h,s}, i_s) \quad (3.12)$$

で与えられる。なお、 $\mathbf{c}_h = (\mathbf{c}_{h,1}, \dots, \mathbf{c}_{h,S})$ 、 $\mathbf{i} = (i_1, i_2, \dots, i_S)$ である。以上より、個々の時点 t_u で更新数の上限値 G_u 以下の更新数となり、各照明柱の健全度 i_s が生起する同時確率 $\chi(\mathbf{G}, \mathbf{i})$ は、

$$\chi(\mathbf{G}, \mathbf{i}) = \sum_{h=1}^H \xi(\mathbf{c}_h, \mathbf{i}) \quad (3.13)$$

と定式化できる。ただし、 $\mathbf{G} = (G_1, G_2, \dots, G_U)$ である。

3.4 パラメータ推定方法

3.4.1 尤度関数

式 (3.13) の同時確率 $\chi(\mathbf{G}, \mathbf{i})$ に含まれるパラメータ $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}_1, \dots, \boldsymbol{\beta}_{I-1})$ を推定するための尤度関数を定式化する。パラメータ推定のために観測できる情報は、各時点での更新数上限値 \bar{G}_u ($u = 1, \dots, U$)、各照明柱の時点 τ_{s, W_s} での健全度 \bar{i}_s である。記号「-」は、観測情報であることを表す。 $\bar{\mathbf{G}} = (\bar{G}_1, \dots, \bar{G}_U)$, $\bar{\mathbf{i}} = (\bar{i}_1, \dots, \bar{i}_S)$, $\bar{\boldsymbol{\Omega}} = (\bar{\mathbf{G}}, \bar{\mathbf{i}})$ と観測情報を整理する。観測情報 $\bar{\boldsymbol{\Omega}}$ の個々の要素の同時生起確率は、式 (3.13) で $\chi(\mathbf{G}, \mathbf{i})$ として既に与えられているため、尤度関数 $\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}})$ は、

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}}) = \chi(\bar{\mathbf{G}}, \bar{\mathbf{i}}) \quad (3.14)$$

と定式化できる。

各時点での更新数上限値 \bar{G}_u が大きい場合、更新数上限値 $\bar{\mathbf{G}}$ の制約のもとで取り得る更新パターンの数 \bar{H} が極めて膨大となり、式 (3.14) の尤度関数 $\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}})$ の計算が現実的な時間内に収まらない可能性がある。そこで、本研究では、更新パターン h 、すなわち、個々の時点での照明柱が更新されたかが既知であるとして完備化尤度関数を定式化するとともに、更新パターンを表す潜在変数を定義し、パラメータと潜在変数をマルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC 法)²²⁾ により同時サンプリングしてモデル推定を行う。

3.4.2 完備化尤度関数

式 (3.14) の尤度関数 $\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}})$ において、更新パターン h を所与とした場合の尤度関数 (完備化尤度関数) を定式化する。ここでは、推定アルゴリズムの都合上、更新時点の集合 $\mathbf{c}_{h,s}$ ではなく、各照明柱の個々の時点での更新の有無を表す 0-1 変数 $\phi_{s,u}$ を考える。時点 t_u で、照明柱 s が更新される場合、 $\phi_{s,u} = 1$ とする。一方、時点 t_u で、照明柱 s の更新が行われない、あるいは、照明柱 s が供用開始前もしくは τ_{s, W_s} 以降である場合、 $\phi_{s,u} = 0$ とする。 $\boldsymbol{\phi}_s = (\phi_{s,1}, \dots, \phi_{s,U})$ は、ある更新パターン h に相当し、 $\boldsymbol{\phi}_s$ が定まるとき $\mathbf{c}_{h,s}$ が、

$$\mathbf{c}_{h,s} = \{t(s, u) \mid \phi_{s,u} = 1, \forall u\} \quad (3.15)$$

と一意に定まる。以下では、 \mathbf{c}_h および h が $\boldsymbol{\phi} = (\boldsymbol{\phi}_1, \dots, \boldsymbol{\phi}_S)$ より一意に決定されることを明示するために、 \mathbf{c}_h を $\mathbf{c}(\boldsymbol{\phi})$ と書き改める。

$\boldsymbol{\phi}$ を潜在変数として取扱い、 $\tilde{\boldsymbol{\phi}}$ と表記する。記号「-」は潜在変数であることを意味する。 $\tilde{\boldsymbol{\phi}}$ は観測できない情報であるが、ひとまず、所与であると考える。所与とした $\tilde{\boldsymbol{\phi}}$ は、更新数上限値 \bar{G} の制約条件を満足している、すなわち、

$$\sum_{s=1}^S \tilde{\phi}_{s,u} \leq \bar{G}_u \quad \forall u \quad (3.16)$$

が成立すると考える. このとき, 尤度関数 $\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}})$ は,

$$\mathcal{L}^*(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}}, \tilde{\boldsymbol{\phi}}) = \xi(\mathbf{c}(\tilde{\boldsymbol{\phi}}), \bar{\mathbf{i}}) \quad (3.17)$$

となる. 以上の操作は完備化操作²³⁾と呼ばれ, 式(3.17)は完備化尤度関数と呼ばれる. 式(3.17)が完備化尤度関数であることを示すために, $\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}})$ ではなく $\mathcal{L}^*(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}}, \tilde{\boldsymbol{\phi}})$ と表記している. 完備化尤度関数 $\mathcal{L}^*(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}}, \tilde{\boldsymbol{\phi}})$ には, 式(3.13)に含まれていた h に関する総和が含まれておらず, $\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}})$ と比べ $\mathcal{L}^*(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}}, \tilde{\boldsymbol{\phi}})$ が大幅に簡略化されていることがわかる.

3.4.3 推定方法

式(3.17)の完備化尤度関数 $\mathcal{L}^*(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}}, \tilde{\boldsymbol{\phi}})$ に基づきパラメータ $\boldsymbol{\beta}$ を推定する. 完備化尤度関数 $\mathcal{L}^*(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}}, \tilde{\boldsymbol{\phi}})$ に含まれる潜在変数 $\tilde{\boldsymbol{\phi}}$ は観測できない変数であるため, 確率変数として取り扱い, MCMC法によりパラメータと同時にサンプリングする. 具体的には, メトロポリス・ヘイスティングス法(M-H法)²⁴⁾を用いて, 以下で定式化するパラメータの事後確率密度, 潜在変数の全条件付き生起確率から, パラメータと潜在変数を同時にサンプリングする.

パラメータの事後確率密度

$\boldsymbol{\beta}$ の個々の要素 $\beta_{i,m}$ ($i = 1, \dots, I-1; m = 0, \dots, M$)の事前分布を正規分布と仮定し, その確率密度 $\varepsilon_{i,m}(\beta_{i,m})$ を,

$$\varepsilon_{i,m}(\beta_{i,m}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_{i,m})^2}} \exp\left\{-\frac{(\beta_{i,m} - \mu_{i,m})^2}{2(\sigma_{i,m})^2}\right\} \quad (3.18)$$

とする. $\mu_{i,m}$, $\sigma_{i,m}$ は, それぞれ事前分布の期待値と分散に関するパラメータであり外生的に与える. 事前確率密度 $\varepsilon_{i,m}(\beta_{i,m})$ と完備化尤度関数 $\mathcal{L}^*(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}}, \tilde{\boldsymbol{\phi}})$ を用いて, ベイズの定理より, パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ の同時事後確率密度 $p(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}}, \tilde{\boldsymbol{\phi}})$ は,

$$p(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}}, \tilde{\boldsymbol{\phi}}) \propto \mathcal{L}^*(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\Omega}}, \tilde{\boldsymbol{\phi}}) \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{m=0}^M \varepsilon_{i,m}(\beta_{i,m}) \quad (3.19)$$

と定式化できる. $\boldsymbol{\beta}$ の個々の要素を同時サンプリングすることによる次元の呪いを緩和するため, ギブスサンプリング²⁵⁾により個々の $\beta_{i,m}$ の条件付き事後確率密度からのサンプリングを行う. $\beta_{i,m}$ の条件付き事後確率密度は解析的に求めることができないために, M-H法により事後分布からの標本をサンプリングする.

潜在変数の全条件付き生起確率

潜在変数 $\bar{\phi}$ の全条件付き生起確率 $\zeta(\bar{\phi} | \beta, \bar{\Omega})$ は,

$$\zeta(\bar{\phi} | \beta, \bar{\Omega}) \propto \begin{cases} \xi(c(\bar{\phi}), \bar{i}) & (\sum_{s=1}^S \tilde{\phi}_{s,u} \leq \bar{G}_u \forall u \text{ のとき}) \\ 0 & (\sum_{s=1}^S \tilde{\phi}_{s,u} > \bar{G}_u \exists u \text{ のとき}) \end{cases} \quad (3.20)$$

で与えられる. 式 (3.20) の全条件付き生起確率 $\xi(c(\bar{\phi}), \bar{i})$ には, パラメータ β が含まれるため, 潜在変数の全条件付き生起確率を先驗的に求めることはできない. そのため, MCMC 法において, 全条件付き生起確率 $\xi(c(\bar{\phi}), \bar{i})$ により潜在変数 $\bar{\phi}$ をパラメータ β と同時に反復的にランダム発生させる. このような手順により, 完備化尤度関数を用いて求めたパラメータのベイズ推定値が, 式 (3.14) の尤度関数を用いて求めたパラメータの最尤推定値に収束することが証明されている²⁶⁾. 潜在変数 $\bar{\phi}$ に関しても, 全条件付き生起確率 $\xi(c(\bar{\phi}), \bar{i})$ から, $\tilde{\phi}^u = (\tilde{\phi}_{1,u}, \dots, \tilde{\phi}_{S,u})$ の条件付き生起確率を求め, ギブスサンプリングにより個々の $\tilde{\phi}^u$ をサンプリングする. その際, 個々のサンプリングには, M-H 法を用いる.

3.5 実証分析

3.5.1 適用データ概要

本研究で開発した方法論の有効性を検証するために, ある自治体が管理する実在の道路照明柱に対する目視点検データを用いた実証分析を行う. データの概要を表-3.1 に示す. 対象とした照明柱は, 1927 年から 2015 年に供用が開始された 13,161 基である. それぞれの照明柱に対して利用可能な点検データは, 2016 年に実施された 1 回分のみであった. この理由は, 2.(1) で述べたように, 照明柱に対してこれまで定期点検を実施した実績がなく, 日常点検により照明柱に異常等を確認したとしてもそれらがデータベースに記録されておらず, 本研究の分析に利用可能な状態ではなかったためである. 実際に 2016 年の目視点検は, 同年に生じた照明柱の倒壊事故を契機として実施された緊急点検であった. 倒壊の原因が老朽化であったために, 同様の事故を防止するためにも全ての照明柱に対して緊急点検が実施され, その結果として目視点検データが獲得された. 緊急点検で用いられた健全度の判定区分および本分析で設定した健全度を表-3.2 に示す. 定期点検の判定区分は 4 段階であるが, 緊急点検の判定区分は 3 段階であった. 照明柱のアセットマネジメントを実施する際の点検データは定期点検データを用いることになるが, 定期点検の判定区分 I と II は有効な予防保全対策を講じることができない現状（事後保全を目的とする維持管理）では本質的に相違はないため, 当面 3 段階の健全度データを採用しても問題はない

表-3.1 適用データ概要

照明柱数	13,161
点検回数	1回
点検年	2016
供用開始年	1927～2015
平均供用年数	35.812 年

表-3.2 健全度の設定

定期点検 判定区分	機能状態	対策	緊急点検の 判定区分	設定した 健全度
I. 健全	支障が生じていない	-	判定①	1
II. 予防保全段階	支障が生じていない	状況に応じて監視や対策		
III. 早期措置段階	支障が生じる可能性	5年以内の計画的な更新・補強	判定②	2
IV. 緊急措置段階	支障が生じている	緊急に更新・補強	判定③	3

考える。なお、2.(1)で述べたように、定期点検の判定区分は、2016年の緊急点検後の2017年3月に定められたものである。

マルコフ劣化ハザードモデルを推定するためには2回の目視点検データから1つのデータサンプルを作成する必要がある。しかし、前述の通り今回利用可能なデータは1回の緊急点検データのみである。一方、全ての照明柱の新規設置年の情報が利用可能であるため、新規設置年における健全性は最も高い状態であったという仮定を設け、仮想的に健全度1を与えた。この仮想的な健全度と、実際の緊急点検により獲得した健全度のデータによって、全ての照明柱に関して2回の目視点検データで構成されるデータサンプルを作成した。データサンプルの総数は13,161である。また、1つの年度を期間 $[t_u, t_{u+1})$ とみなして時点間隔 z を1年と設定し、これまでの各年度の維持管理費用の履歴に基づき、各年度における照明柱の管理数の2%を各年度での更新数上限値 \bar{G}_u と設定した。

3.5.2 1次分析

照明柱の新規設置年に関する情報を用いて、年度ごとの照明柱の設置数を集計した結果を図-3.4に示す。同図の上段は新規設置数の推移を、同図の下段は累積設置数の推移をそれぞれ示している。両図より、1995年までは5年から10年に一度照明柱の設置数が集中的に増加している年度が確認でき、それに伴い累積設置数も伸び続けているが、1995年以降は緩やかな増加傾向を示している。集中的な増加は新規路線の開通等の影響があったものと考えられるが、1995年に関しては阪神・淡路大震災によるものと推察できる。

次に、照明柱が新規に設置されて以降、一度も更新がなされていなかったと仮定した上

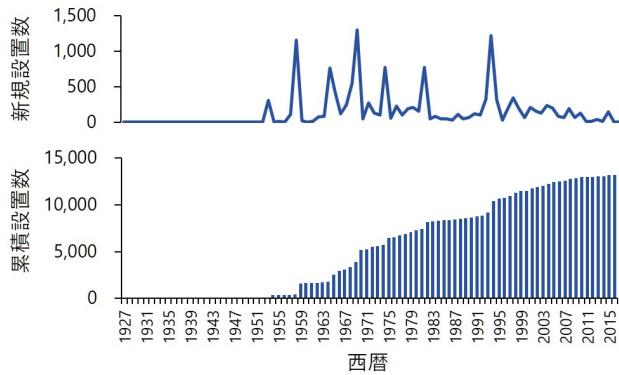


図-3.4 照明柱の新規設置数および累積設置数の推移

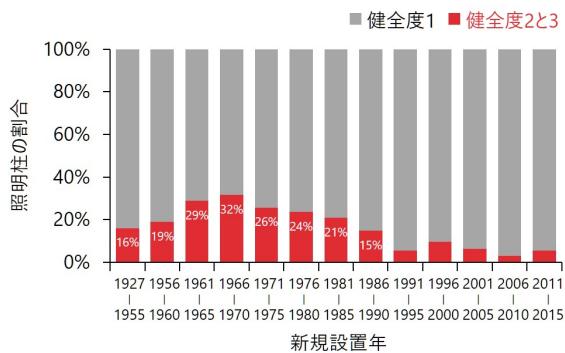


図-3.5 照明柱の新規設置年および緊急点検での健全度の関係性

で、新規設置年に対する照明柱の健全度を健全度分布として図-3.5に示す。図中、健全度1を灰色、健全度2と3を合わせて赤色で示している。健全度2と3に着目すると、新規設置年が1970年頃以降の照明柱に関しては、新規設置年が古い照明柱ほど劣化が進行している（健全度2と3の割合が高い）傾向が見られる。これは、更新履歴情報の欠損が少なく、経年劣化の傾向が健全度分布に表れていると考えられる。一方で、新規設置年が1970年頃以前の照明柱に関しては、新規設置年が古い照明柱ほど劣化が進行していない傾向が確認できる。これは、設置年度が古い照明柱ほど更新される割合が高くなると推察されるが、これに反して当該照明柱が更新されたという記録が更新されずに、更新履歴情報が欠損していることを示している。

3.5.3 パラメータの推定結果

5.54.5.1で説明した照明柱に関するデータを用いて、本研究で提案した方法論（提案方法論）によりモデルのパラメータを推定した。提案方法論において、照明柱の特性を表す

表-3.3 パラメータの推定結果：説明変数無し

健全度 <i>i</i>	提案方法論	既存方法論
	$\beta_{i,0}$	$\beta_{i,0}$
	-3.982	-5.133
1	(-4.091, -3.871)	(-5.173, -5.098)
	1.4763	0.055
	-2.432	-5.896
2	(-2.506, -2.328)	(-6.040, -5.754)
	-1.5436	-1.461

※ 各セルの第1,2,3行目はそれぞれ、事後分布の期待値（パラメータ推定値）、90%信用区間の下限値および上限値、Geweke検定統計量²⁷⁾を表す。

説明変数を考慮することも可能ではあるが、ここでは、1) 説明変数を採用しない場合、2) 説明変数を採用する場合の2通りの推定を実施し、1)の結果に基づき提案方法論を既存の方法論と比較した上で、2)の結果に基づき説明変数も考慮した照明柱の劣化過程を定量化することとする。なお、これ以降のモデル推定においては、すべてのパラメータに関して、13,000個の標本をMCMC法によりサンプリングし、初めの3,000個の標本をバーンインにサンプリングされた初期値に依存した標本として除外し、残りの10,000個の標本をパラメータの事後確率分布からのサンプルと見なした。

説明変数を採用しない場合

まず、説明変数を採用せずに、マルコフ劣化ハザードモデルの推定を行い、全ての照明柱に対する平均的な劣化過程を推定した。その際、更新履歴情報を考慮した提案方法論により推定されたマルコフ劣化ハザードモデルと、更新履歴情報を考慮しない既存方法論（図-2あるいは図-3(b)のように点検間での更新を許容しない方法論）により推定されたマルコフ劣化ハザードモデルを比較することによって、提案方法論の有効性を確認する。双方の方法論でのパラメータ推定結果を表-3.3に示す。いずれのパラメータもGeweke検定統計量の絶対値が1.96以下を下回っており、MCMC法で得られた標本が、定常状態に収束しているという帰無仮説を有意水準5%で棄却できない。

提案方法論、既存方法論のそれぞれの推定結果を用いて算出した各健全度のレーティング期待寿命¹⁾（ある健全度の開始時点からその健全度に留まり続ける時間の期待値であり、当該健全度のハザード率の逆数として算出できる）を表-3.4に、レーティング期待寿命の

表-3.4 照明柱のレーティング期待寿命の推定結果

健全度 <i>i</i>	レーティング期待寿命 (年)	
	$RMD_i = 1/\theta_i$	
	提案方法論	既存方法論
1	53.517	169.879
2	11.381	365.165

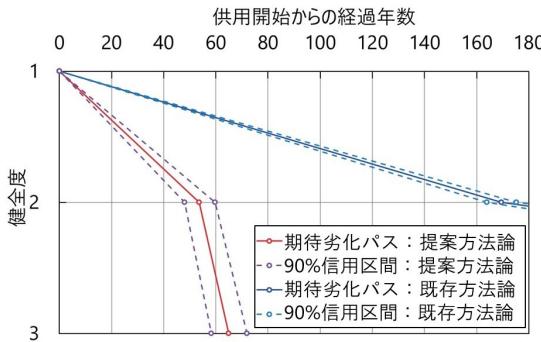


図-3.6 提案方法論, 既存方法論それぞれによる期待劣化パス

累積値を結んで描いた期待劣化パスを図-3.6にそれぞれ示す。これらの図表において、既存方法論では、照明柱の寿命が過大推定されていることから、更新履歴情報の欠損による推定バイアスが生じていることが確認できる。提案方法論で推定された劣化過程では、健全度3に到達するまでの期待寿命が64.898年となっており、このことは、分析対象の照明柱で使用されている溶融亜鉛めっきのJIS規格での耐用年数が62年²⁸⁾であることと整合的である。また、当該JIS規格での耐用年数に基づき、照明柱の想定耐用年数を60年と設定している自治体も存在し²⁹⁾、提案方法論での期待寿命の推定結果は、このような自治体の維持管理計画の妥当性を裏付けるものと考えられる。パラメータの90%ベイズ信用区間にに基づき算出した期待劣化パスの90%信用区間にに関しては、潜在変数のサンプリングを伴う提案方法論の方が広くなっているが、健全度3までの期待寿命の信用区間が前後10年程度に収まっているため、実用上問題ない範囲で期待劣化パスが推定されていると考えられる。

また、提案方法論と既存方法論のそれぞれの期待劣化パスの形状が大きく異なっている。具体的には、既存方法論では、健全度1のレーティング期待寿命が健全度2と比較して相対的に短いが、提案方法論では、健全度2のレーティング期待寿命が相対的に短い傾向にある。このことは、表-2において、健全度2の照明柱に対しても計画的な更新・補強の対

表-3.5 採用する説明変数の候補

説明変数	照明柱の特徴	説明変数の定義
\bar{x}_1		逆 L 字型 1
		それ以外 0
\bar{x}_2	ポール形式 ^{*1}	直線型 1
		それ以外 0
\bar{x}_3		Y 字型 1
		それ以外 0
\bar{x}_4		一般国道 1
		それ以外 0
\bar{x}_5	設置道路種別 ^{*2}	主要地方道路 1
		それ以外 0
\bar{x}_6		一般府道 1
		それ以外 0
\bar{x}_7	設置場所 ^{*3}	道路部 1
		橋梁部 0

*1 すべての照明柱はその形式によって、逆 L 字型、直線型、Y 字型のいずれかに分類.

*2 すべての照明柱はその設置道路種別によって、一般国道、主要地方道路、一般府道のいずれかに分類.

*3 すべての照明柱はその設置場所によって、道路部、橋梁部のいずれかに分類.

策が必要とされていることの妥当性を表している。すなわち、図-3.6 の期待劣化パスが下に凸か、上に凸な形状かによって、健全度 3 で事後的な維持管理を実施するか、健全度 2 で計画的な維持管理を実施するか、維持管理施策に根本的な相違が生じる可能性がある。さらに、表-2 では健全度 2 に達した照明柱に対して 5 年以内の計画的な更新・補強を検討する必要があるが、5 年という数値の根拠の妥当性は図-3.6 より担保され得る。このような知見は、仮に、既往研究での期待劣化パスに対して、更新履歴情報の欠損を簡易的に加味して、各健全度のレーティング期待寿命を等倍に縮めたとしても獲得することはできず、提案方法論によって獲得されたものであると考えられる。

表-3.6 パラメータの推定結果：説明変数有り

健全度	定数項	ポール形式 \bar{x}_1
i	$\beta_{s,0,3}$	$\beta_{s,1,3}$
	-5.883	2.510
1	(-6.017, -5.775)	(2.402, 2.635)
	0.285	0.022
	-3.553	1.178
2	(-3.632, -3.484)	(1.101, 1.261)
	-0.022	-1.588

※ 各セルの第1,2,3行目はそれぞれ、事後分布の期待値（パラメータ推定値）、90%信用区間の下限値および上限値、Geweke検定統計量²⁷⁾を表す。

説明変数を採用する場合

ここでは、提案方法論によるモデル推定において、照明柱の劣化過程に影響を及ぼすと考えられる説明変数を考慮した分析を行う。説明変数の候補を、データの獲得状況を考慮して表-3.5に示す7種類 ($\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_7$)とした。説明変数の全ての組み合わせに対してモデル推定を行い、Geweke検定統計量でパラメータの収束性が満足される説明変数の組み合わせの中から、赤池情報量基準（AIC）を最小とする説明変数の組み合わせを選定した。その結果、今回の分析では、ポール形式（逆L字型か、それ以外か） \bar{x}_1 のみが説明変数として採用された。この点に関して、当初説明変数の検討に際して、設置道路種別によって大型車交通量の多寡の影響、設置場所によって照明柱の振動振幅の大きさを考慮することを目的としていた。しかし、これらは説明変数として棄却され、ポール形式が採用されるに至った。ポール形式の採用に関しては後に詳述するが、今回の分析結果は特異な状況下で獲得された知見であり、汎用的な知見を得るためにサンプル数を継続的に増加させることが重要である。

表-3.6に推定したモデルのパラメータの事後確率分布に関する統計量を示す。同表のパラメータ推定値を用いて算出した、ポール形式ごとの期待劣化パスを図-3.7に示す。同図から見て取れるように、直線型もしくはY字型のポール形式における期待寿命が逆L字型のポール形式における期待寿命に対して過大に推定された。この結果は単純に構造的な原因とは言い切れない。図-3.8には、ポール形式に着目した各年度における建設本数を示している。同図から読み取れるように、逆L字型とそれ以外（直線型もしくはY字型）の建設年代には明らかな相違がある。具体的には、逆L字型は1960年代に、それ以外は1990年代に建設本数が最大となっている。すなわち、逆L字型は相対的に老朽化が進んでいる

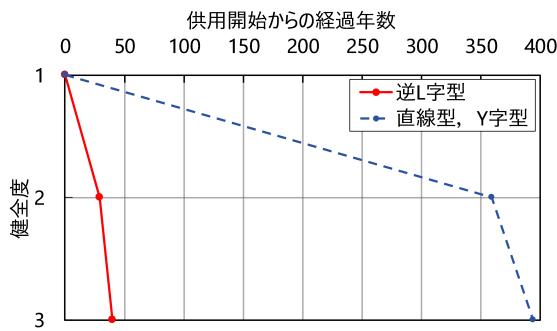


図-3.7 説明変数を考慮した照明柱の期待劣化パス

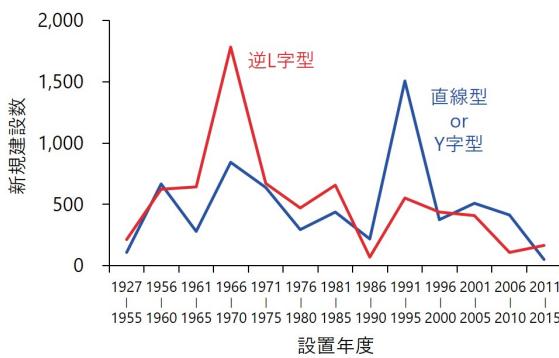


図-3.8 ポール形式ごとの各年度での照明柱の建設本数

のに対して、それ以外は健全性が低い健全度 2 や 3 のデータがほとんど得られなかったと考えられる。そのため、ポール形式の相違は、建設年代の相違を間接的に示した代理変数となっている可能性が高い。したがって、直線型や Y 字型の照明柱に関しては、継続的な点検を通してデータの蓄積に努めるほかない。一方、逆 L 字型については妥当な期待劣化パスおよび期待寿命であると考える。

3.5.4 シミュレーションによる倒壊リスク分析

シミュレーションの概要

5.(3)a)において提案方法論により推定したマルコフ劣化ハザードモデルの活用事例として、照明柱の更新予算と倒壊リスクに関するシミュレーションを実施する。なお、ここでは、説明変数の影響は考慮しないこととする。このようなシミュレーションは、照明柱の管理者に対して、照明柱の更新計画を立案する際に参考可能な、予算（あるいは劣化速度）と倒壊リスクとのトレードオフ関係を明示的に提供し得る。具体的には、更新予算が削減

された際の倒壊リスクの増加幅、あるいは照明柱の劣化速度が推定結果から増加した場合の更新予算必要額の増加幅に関する情報を管理者に提供する。シミュレーションにおいて、照明柱を更新するための予算に応じた、将来時点での照明柱の倒壊リスクの変動を定量的に評価する。また、**5.(3)b)**で述べたように、直線型もしくはY字型の照明柱に関して、今後の点検データ蓄積により、劣化過程の推定結果が変わる可能性があることを踏まえ、照明柱の劣化速度が変動した際の倒壊リスクの変動も併せて分析する。健全度3の照明柱は、緊急措置段階にあり、倒壊が差し迫った状態であることから、照明柱の倒壊リスクを、管理している照明柱の総数に対する健全度3に達しているものの更新されない照明柱の数のリスク評価時点における割合と定義する。また、シミュレーションにおいては、次の条件を設定した。

- 分析対象期間内で、照明柱の新設および廃棄は行われず、現状の照明柱の管理数13,161が将来にわたって維持される。
- 倒壊リスク評価時点を、緊急点検年（2016年）から50年後とする。
- 照明柱の劣化過程は、**5.(3)a)**において提案方法論により推定されたマルコフ劣化ハザードモデルに従う。
- 2016年の緊急点検結果の健全度を分析の初期条件として使用する。
- 照明柱の更新予算に関しては、**5.53.5.3**で推定のために用いた照明柱の更新上限数（当該年度の照明柱の管理数の2%）と同様に、現状の照明柱の管理数の2%である263本の照明柱を1年あたりに更新できる予算とする。
- 分析対象期間にわたり、同一の更新予算と劣化速度が維持される。
- 健全度1や2に対する予防保全は考慮せず、健全度3に対する事後保全のみを実施する。
- リスク評価時点より前の年度において、予算の不足により更新が実施されなかった照明柱に対しては、次年度以降に更新の必要性が積み残される。

上記の更新予算と照明柱の劣化速度がシミュレーション期間の50年間維持されるケースをベンチマークケースと設定する。次に、1) 照明柱を更新するための予算、2) 照明柱の劣化速度に関して、15ケースの将来シナリオを設定する。具体的には、照明柱を更新するための予算変動率に関して、1) 将来の予算を現状の予算よりも縮小した場合（予算変動率を-20%および-10%に設定）、2) 将来の予算を現状の予算と同様にした場合（予算変動率を0%に設定）、3) 将来の予算を現状の予算よりも拡大した場合（予算変動率を10%および20%に設定）における5ケースを設定する。また、劣化速度の変動に関しては、1) 将

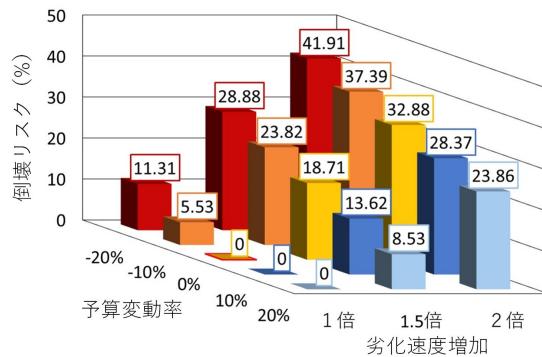


図-3.9 シナリオごとの倒壊リスク

来の照明柱の劣化速度が現状の劣化速度と同様の場合（劣化速度増加を1倍に設定）、2) 将来の照明柱の劣化速度が現状の劣化速度よりも増加した場合（劣化速度増加を1.5倍および2倍に設定）における3ケースを設定する。これらの組み合わせ15ケース（うち1つはベンチマークケース）の将来シナリオそれぞれにおいて、倒壊リスクをシミュレーションにより算出した。

分析結果

個々のシナリオにおける倒壊リスクの算出結果を図-3.9に示す。図中の予算変動率0%，劣化速度増加1倍がベンチマークケースである。この場合、倒壊リスクは0%と推定された。このことは、現状の照明柱の劣化速度が今回の推定結果から変化せず、かつ照明柱の更新のための予算を維持することができれば、各年度で更新すべき（健全度3の）照明柱の積み残しは発生せず、予算内で対処できることを意味している。一方で、劣化速度増加が1倍かつ、予算を-10%あるいは-20%としたシナリオでは、倒壊リスクがそれぞれ5.53%，11.31%と推定された。このことは、現状の予算を10%あるいは20%縮小した場合、健全度3のまま放置される照明柱が年度を跨いで残存することを意味している。すなわち、倒壊リスクを0%に維持するためには、照明柱の劣化速度の抑制や照明柱1つあたりの更新単価の削減ができない限り、現状の予算を維持する必要がある。また、予算変動率が0%で、劣化速度が1.5倍あるいは2倍としたシナリオでは、倒壊リスクがそれぞれ18.71%，32.88%と推定された。このことから、将来的に照明柱の劣化速度が増加する（今回の分析での劣化速度が過小推定されている）という悲観的なシナリオに備えるためには、現状の予算を維持するだけでは不十分であることが示唆される。現状の予算を10%あるいは20%拡大したとしても、倒壊リスクは0%にならないと推定されていることから、悲観的なシナリオに備えるためには、より一層の予算確保に努める必要がある。

以上より、本研究で対象とした管理者の場合、ベンチマークケースに対する結果より、照

明柱に対する現行の予算は妥当であると評価できる。それと同時に、この結果は、劣化過程の不確実性に起因して、必要な更新費用に対して予算が過剰となるような照明柱群の劣化状態が観測されたからといって、近視眼的に予算を削減することは避けるべきであることを意味している。また、劣化速度が増加した場合には倒壊リスクの増加が見込まれることから、点検データがある程度新たに獲得されたタイミングで劣化過程を再度推定して劣化予測モデルをアップデートするとともに、更新履歴や新設時点に関する情報を適切に記録し劣化予測結果の高精度化を目指すことが必要であると考えられる。

3.6 おわりに

本研究では、過去の点検データや更新履歴が記録されていない道路照明柱に対して、これまで事後保全型の維持管理施策が採用されていたという情報と、過去の各年度における更新数の上限値に関する情報を用いて、データ欠損に起因した推定バイアスを削除あるいは軽減するための方法論を提案した。具体的には、マルコフ劣化ハザードモデルの推定において、健全度ペア内での更新を許容し、更新数の上限値を満足するような劣化・更新過程を推定することにより、マルコフ劣化ハザードモデルのパラメータを推定するための方法論を提案した。提案した方法論を、実在の照明柱の点検データに適用し、既存方法論では劣化過程の推定結果にバイアスが生じ、提案方法論により現実的な劣化過程が推定できる点を確認した。また、推定された劣化過程に基づいた将来の照明柱の倒壊リスクをシミュレーションにより分析し、予算や劣化速度の変動に応じた倒壊リスクの変動を定量化した。照明柱に関して、劣化過程や倒壊リスクが定量化された事例はこれまでほとんど存在せず、本研究での分析結果の実務的価値も高いと判断する。

一方で、今後の課題として以下の事柄があげられる。第1に、適用事例の拡大があげられる。本研究の実証分析では、特定の管理者が管理する道路照明柱のみへ提案方法論を適用したため、本研究の適用事例で得られた知見は、対象とした道路照明柱でのみ利用可能であると考えられる。そのため、他の管理者が管理する照明柱に対して提案方法論を適用することや、本研究と同様のデータ欠損が生じているであろう標識柱やガードレールなどの他の非主要部材への提案方法論の適用を通じて、非主要部材の劣化予測結果を拡充するとともに、データ欠損の種類に応じたバイアスの補正方法の体系化が望まれる。第2に、非主要部材の点検や更新データベースの整備があげられる。本研究では、更新履歴情報の欠損を補正するための方法論を提案したが、本来であれば、更新履歴や新設年度に関する情報は台帳データや点検データとして漏れなく記録されていることが望まれる。このようなデータの適切な記録・管理を通じて、非主要部材に対するアセットマネジメント手法を高度化していくことが必要となる。第3に、より詳細なリスク評価があげられる。本研究の実証分析では、健全度3の相対頻度により倒壊リスクを評価したが、例えば、Value at Riskに

よりリスク管理指標を定義するなど、リスクセンシティブ型の評価手法が考えられる。また、実証分析において設定したシナリオに関しても、例えば、予算や劣化速度の経時的変化を許容するなどの多様化が考えられる。このような詳細なリスク評価を通じて、照明柱のアセットマネジメント方法を継続的に改善していくことが望まれる。

参考文献

- 1) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.69-82, 2005.
- 2) 国土交通省道路局: 小規模附属物点検要領, 2017.
- 3) 宮原史, 桑原正明, 白戸真大: 道路附属物の損傷実態と安全性確保策, 日本風工学会誌, Vol.43, No.1, pp.23-28, 2018.
- 4) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマークリング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
- 5) 貝戸清之, 山本浩司, 小濱健吾, 岡田貢一, 小林潔司: ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル: 大規模情報システムへの適用, 土木学会論文集 F, Vol.64, No.2, pp.115-129, 2008.
- 6) 貝戸清之, 小林潔司, 青木一也, 松岡弘大: 混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計, 土木学会論文集 D3, Vol.68, No.4, pp.255-271, 2012.
- 7) 貝戸清之, 坂井康人, 塚本成昭, 水谷大二郎, 小林潔司: 多階層混合マルコフ劣化ハザードモデル: ジョイント劣化評価への適用, 土木学会論文集 F4, No.71, Vol.1, pp.1-18, 2015.
- 8) 水谷大二郎, 小濱健吾, 貝戸清之, 小林潔司: 社会基盤施設の多元的劣化過程モデル, 土木学会論文集 D3, Vol.72, No.1, pp.34-51, 2016.
- 9) 小林潔司, 貝戸清之, 小濱健吾, 早矢仕廉太郎, 深谷渉: 事業体効率性評価のための確率的劣化ハザードフロンティア分析, 土木学会論文集 D3, Vol.72, No.2, pp.173-190, 2016.
- 10) 貝戸清之, 篠崎秀太, 鎌田敏郎, 前川波奈江, 山中明彦: 下水道管渠の空間的劣化異質性に着目した重点管理区域スクリーニングと改築更新施策, 土木学会論文集 F4, Vol.77, No.1, pp.115-134, 2021.
- 11) 小林潔司, 貝戸清之, 林秀和: 測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D, Vol.64, No.3, pp.493-512, 2008.

- 12) 小林潔司, 貝戸清之, 江口利幸, 大井明, 起塚亮輔: 舗装構造の階層的隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D3, Vol.67, No.4, pp.422-440, 2011.
- 13) Nam, L. T., 貝戸清之, 小林潔司, 起塚亮輔: ポアソン隠れマルコフ劣化モデルによる舗装劣化過程のモデル化, 土木学会論文集 F4, Vol.68, No.2, pp.62-79, 2012.
- 14) 水谷大二郎, 貝戸清之, 小林潔司, 秀島栄三, 山田洋太, 平川恵士: 判定基準変更を考慮した隠れマルコフ劣化ハザードモデル, 土木学会論文集 D3, Vol.71, No.2, pp.70-89, 2015.
- 15) 小林潔司, 貝戸清之, 大井明, Thao, N. D., 北浦直樹: データ欠損を考慮した複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルの推計, 土木学会論文集 E1, Vol.71, No.2, pp.63-80, 2015.
- 16) 貝戸清之, 二宮陽平: ポットホールの発生頻度を補完的情報とする RC 床版の状態依存型点検手法, 土木学会論文集 F4, Vol.76, No.1, pp.63-82, 2020.
- 17) 貝戸清之, 小林潔司, 水谷大二郎, 二宮陽平, 河合良治: 鋼桁端部の腐食に対する伸縮装置止水材の予防保全効果, 土木学会論文集 F4, Vol.77, No.1, pp.96-114, 2021.
- 18) 堀倫裕, 小濱健吾, 貝戸清之, 小林潔司: 下水処理施設の最適点検・補修モデル, 土木計画学・研究論文集, Vol.25, No.1, pp.213-224, 2008.
- 19) 水谷大二郎, 洲崎尚樹, 安村圭亮, 小濱健吾, 貝戸清之, 山田洋太: 局所的損傷に着目した排水性舗装の劣化評価, 土木学会論文集 E1, Vol.74, No.1, pp.1-15, 2018.
- 20) 小林潔司, 熊田一彦, 佐藤正和, 岩崎洋一郎, 青木一也: サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.1-15, 2007.
- 21) 小林潔司, 中谷昌一, Nam Toan To, 大迫湧歩, 青木一也, 安部倉完, Dinh Thao Nguyen: 建設時点の不完全性と橋梁劣化予測: ベトナムを対象として, 土木学会論文集 F5, Vol.75, No.1, pp.22-41, 2019.
- 22) 和合肇: ベイズ計量経済分析, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用, 東洋経済新聞社, 2005.
- 23) Dempster, A. P., Laird, N. M. and Rubin, D. B.: Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.39, pp.1-38, 1977.
- 24) Hastings, W. K.: Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications, *Biometrika*, Vol.57, Issue 1, pp.97-109, 1970.

- 25) Geman, S. and Geman, D.: Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.6, Issue 6, pp.721-741, 1984.
- 26) Diebolt, J. and Robert, C. P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.56, pp.363-375, 1994.
- 27) Geweke, J.: Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments, in: Bernardo, J. M., Berger, J. M., Dawid, A. P., and Smith, A. F. M. (eds.) : *Bayesian Statistics 4*, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.
- 28) 一般財団法人日本規格協会, 一般社団法人日本溶融亜鉛めっき協会 : JIS H 8641: 2007 溶融亜鉛めっき, 2007.
- 29) 大阪市建設局 : 道路照明灯維持管理計画 (個別施設計画), 2017.

第4章 主要部材と非主要部材の劣化予測手法の統合による点検施策の合理化

4.1 はじめに

2014年の道路法の改正により、橋梁に対しては5年に一度の近接目視点検が義務づけられている。2020年時点において、すべての橋梁に対する目視点検が一巡しつつあり、今後も継続的に目視点検データが蓄積されていく¹⁾。現在の橋梁に対する目視点検は、一定期間ごとに実施される、いわゆる時間依存型の点検である。我が国の社会基盤施設の老朽化が深刻化していく中で、時間依存型の点検施策を採用し続ける限り、今後点検周期が短縮されていく可能性は否定できない。老朽化が深刻化する橋梁に対する目視点検周期は短縮させる一方で、蓄積された目視点検データを分析することによって、安全性が確認された橋梁に対しては点検周期を延伸するような状態依存型の点検施策の採用も視野に入れることが今後重要であると考える。ただし、時間依存型から状態依存型の点検へ移行する過渡的段階では、目視点検周期を5年以上に延伸した橋梁に対して、延伸期間中の安全を担保することが重要である。例えば、対象とする劣化事象と関係性が高い事象であり、かつ当該事象と比較して相対的に観測しやすい事象から得られる情報を補完的情報として蓄積し、その補完的情報、あるいはそれに基づいて設定された管理指標に異常が検知された場合には橋梁の状態を迅速に確認する緊急点検を行うなどの方法論を構築しておく必要がある。

本章では道路橋を構成する多種多様な部材の中でも鉄筋コンクリート床版（以下、RC床版と呼ぶ）に着目する。RC床版の目視点検は床版下面から実施されるが、点検足場の設置、あるいは橋梁点検車両等を必要とすることが多く、また桁下空間の状況によっては道路通行規制を要することから、多大な労力と費用が必要となる。一方で、RC床版の劣化と床版直上のポットホール発生との間には互いに影響を及ぼし合う関係性があることが経験的に知られている。ポットホールの発生状況は日常の道路巡回を通して視認・記録される。したがって、RC床版に対する点検周期が延伸される場合、ポットホールの発生状況を分析し、延伸期間中に発生頻度が事前に設定した管理指標（基準値）を超えた場合には緊急点検を実施するような点検手法を整備することによって、時間依存型点検から状態依存型点検への1つの具現化案を提示できる。

以上の問題意識のもと、本章では、道路橋RC床版に関する目視点検データに着目し、RC床版の劣化速度と、その直上の舗装路面のポットホール発生確率が相互に影響を与えるような相互関係を明示的に考慮したポアソン隠れマルコフ劣化ハザードモデルを定式化する。さらに、マルコフ連鎖モンテカルロ法（以下、MCMC法と呼ぶ）を用いて、提案モデルの

パラメータを推定する手法を開発する。最後に、実際の RC 床版に対する目視点検データとポットホールに対する道路巡回データを使用して、RC 床版の劣化とポットホール発生との関係性を定量的に評価する。さらに、将来的なポットホールの発生をシミュレーションし、複数のポットホール発生シナリオを仮定した上で、それぞれのシナリオとリスク評価に基づいた状態依存型点検の理論的な方法論を提案する。以下、4.2 では本章の基本的な考え方を述べる。4.3 ではポアソン隠れマルコフ劣化ハザードモデルを定式化する。4.4 でモデルのベイズ推定手法を提示する。4.5 では実際の高速道路に対する点検データを用いた実証分析を行う。

4.2 本章の基本的な考え方

4.2.1 現行の点検施策と今後の課題

2012 年の中央自動車道篠子トンネルの天井板落下事故を受けて、我が国の社会基盤施設に対する維持管理のあり方が見直された。なかでも点検に関しては、2014 年に改正された道路法施行規則第 4 条の 5 の 6 によって、道路施設に対する 5 年に 1 度の周期での点検が義務付けられた。このように、一定の期間ごとに点検を実施する時間依存型の点検施策が社会基盤施設に対する点検の基本となっている。将来的には、社会基盤施設の老朽化がさらに深刻化し、よりリスクの高い施設が顕在化することが予想される。その結果、施設の安全を担保するためには、現行の時間依存型の点検施策では点検周期を一律に短縮せざるを得ない。一方で、管理者が点検周期の短縮に対応するのは容易ではない。人口減少による税収減により維持管理費の増額が見込めない中、点検が必要な社会基盤施設のストックは大きく変わることはない。実際に、国土交通省が全国の地方自治体に対して実施した 2018 年 9 月のアンケート調査によれば、約 8 割の自治体が現行の点検施策に要する予算の確保や費用面について負担を感じ、定期点検の間隔を 5 年より長くすべきとの意見を出している²⁾。現在、道路法改正を受けた 5 年に 1 度の周期での点検の 1 巡目が終了し、2 巡目に移行している。そのような状況と並行して、1 巡目の点検結果を分析・評価し、実態を反映した形で、3 巡目以降の点検をより合理的、柔軟に実施していくことが重要である。国土交通省の道路技術小委員会においても、点検周期の見直しについての審議があり、2 巡目の点検に関しては 5 年に 1 度の点検を採用する方針ではあるが、いずれ点検周期を見直すべきとの意見も出ている³⁾。これらのことから考えると、現行の点検施策の課題の抽出と改善策の検討を現時点から開始しておく必要がある。

そうした中で、老朽化が深刻化する社会基盤施設に対する点検周期を短縮する一方で、安全性が確認された施設に対しては点検周期を延伸するような状態依存型の点検施策が、4.2.2 で述べる既往研究などで議論されている。状態依存型の点検施策とは、個々の施設のリスクに応じた点検周期を採用するような点検施策である。具体的には、リスクの高い

施設に対しては点検周期を短縮する一方で、リスクの低い施設に対しては点検周期を延伸する。蓄積された点検データを分析することによって状態依存型の点検施策の有効性が学術的に示されたとしても、実務においては、時間依存型から状態依存型の点検施策へ可及的に移行するわけではない。移行の過渡的段階（施策の試行的導入段階）では、点検周期の延伸期間中の安全を何らかの形で担保しておくことが重要である。そこで本章では、セーフティーネット付き状態依存型の点検施策を提案する。このセーフティーネットは、点検対象となる施設を直接観測せずとも、その施設のリスクを間接的に把握する仕組みである。具体的には、補完的情報、すなわち施設の劣化と関係性がある情報に着目し、それらの相互関係を定量的に推定することにより、補完的情報の観測結果から施設のリスクを把握する。また、補完的情報は、管理者の業務負担を増加させないために、可能な限り現行業務の範囲内で獲得できることが望ましい。

4.2.2 点検周期の最適化に関する既往研究

近年、社会基盤施設に対する点検業務の合理化を目的として、点検周期の最適化に関する研究が蓄積されている。貝戸らは、道路上の障害物の発生過程をモデル化して、道路巡回データに基づく推定手法を提案した上で、障害物発生リスク管理モデルを用いて道路巡回費用を削減するような道路巡回施策を提案している⁴⁾。小濱らは、貝戸らのモデルを発展させ、路上障害物の発生に起因する苦情発生メカニズムをモデル化し、苦情発生確率や苦情発生件数を推定している⁵⁾。さらに、これらの推定結果に基づいて、所与のリスク管理指標の下で道路巡回費用を最小化するような最適道路巡回施策を求めることが可能であると指摘している。また、貝戸らは橋梁を対象として、目視点検データに基づく統計的劣化予測手法（マルコフ劣化ハザードモデル⁶⁾）とフォルト・ツリー分析を組み合わせ、実際の長大橋のリスク発生確率を算出し、ライフサイクル費用とリスク発生確率の観点から最適点検施策を決定するための方法論を提案している⁷⁾。さらに貝戸らは、ライフサイクル費用とリスク費用の総和で定義されるトータル費用を評価指標として、その最小化を達成するような点検周期の決定手法も提案している⁸⁾。この他にも、ライフサイクル費用とリスクを評価指標とする最適点検周期の決定手法は複数提案されている^{9, 10)}。

これらの既往研究では、社会基盤施設に対して蓄積された点検データを用いた統計分析を基本として、施設の将来の劣化過程が過去の劣化過程と同一であるとの仮定のもとで、社会基盤施設のライフサイクル費用やリスクを定量化したり、点検周期を含む最適な維持管理施策を決定したりしている。しかし、本章で対象とする橋梁 RC 床版の場合、床版直上の舗装路面におけるポットホールの発生状況が、RC 床版の劣化速度に多大な影響を及ぼすことが経験的に知られている。さらに、ポットホールの発生頻度は時間的に変動する。このような劣化要因の時間的変動性を考慮して、社会基盤施設の劣化速度と点検周期を決定する研究は、著者の知る限り存在しない。

4.2.3 点検業務の合理化と状態依存型点検手法

橋梁は、多種多様な部材によって構成される。そのなかでもRC床版は利用者の走行安全上、最重要部材に位置づけられている。近年の高速道路における大規模更新、大規模修繕事業は、実質的に床版の取替事業と言ってもよい。当然のことながら、RC床版の取替には膨大な費用が発生するだけでなく、通行規制・通行止めが生じることから、社会的影響は計り知れない。2014年の道路法の改正により、現在道路橋に対しては5年に一度の周期で目視点検が実施されている。今後、目視点検データが蓄積されるに従い、それらを分析することによって実態に則した目視点検へと移行する、すなわち時間依存型の点検から状態依存型の点検へと移行することも考えられる。ただし、時間依存型から状態依存型の点検へ移行する過渡的段階では、目視点検周期を5年以上に延伸した橋梁に対して、延伸期間中の安全を担保するために、1) 対象とする劣化事象を直接観察するか、あるいは対象とする劣化事象と関係性が高く比較的観測しやすい情報を補完的情報として観測し、2) 補完的情報、あるいはそれに基づいて設定された管理指標に異常が確認された場合には橋梁の状態を緊急点検するような方法論を構築しておく必要がある。

RC床版においては、床版内部への雨水の侵入がその劣化速度に多大な影響を及ぼすことが知られている。舗装とRC床版との間に防水層を設け、雨水の侵入を予防するような対策も取られているが、いずれにせよ一般的には、雨水の侵入量は路面状態に左右される。したがって、RC床版の点検周期を延伸することを考える際に、延伸期間中の安全を担保するために、路面状態の低下によって雨水の侵入状況が変化し、それに伴ってRC床版の劣化速度が加速されるようなシナリオを無視することはできない。特に本章の実証分析で対象とする高速道路においては、表層材料として排水性舗装（高機能舗装）が大半を占めることがから、RC床版の劣化とポットホールの発生頻度との間には互いに影響を及ぼし合う関係性があることが指摘されている。RC床版に対する目視点検は上述したように5年に一度であるが、一方でポットホールに対しては走行安全性に関する重要項目であることから、道路管理者による日常巡回を通して、その発生状況は日々観察され、データが蓄積されている。そこで本章では、ポットホールの発生状況を補完的情報として採用し、RC床版の劣化を間接的に把握するような方法論を提案する。

補完的情報の候補として、ポットホールの発生状況以外にも、舗装ひび割れ率（舗装路面の面積に対するひび割れ面積の割合¹¹⁾）も利用可能であった。しかし、後のセクションで述べるように、RC床版の劣化との相互関係に関する1つの指標として相関係数に着目した場合、ポットホール発生状況の方が舗装ひび割れ率の進展よりも高かったため、本章ではポットホールの発生状況を補完的情報として採用した。また、RC床版の劣化はポットホールの発生数のみならず、大きさや深刻さ、さらには空間的発生状況とも相互関係が存在する可能性がある。当然のことながら、これらの情報からRC床版の劣化と最も相互関係の深い指標を探り、工学的見地から考察を加えることの重要性を著者も認識している。しか

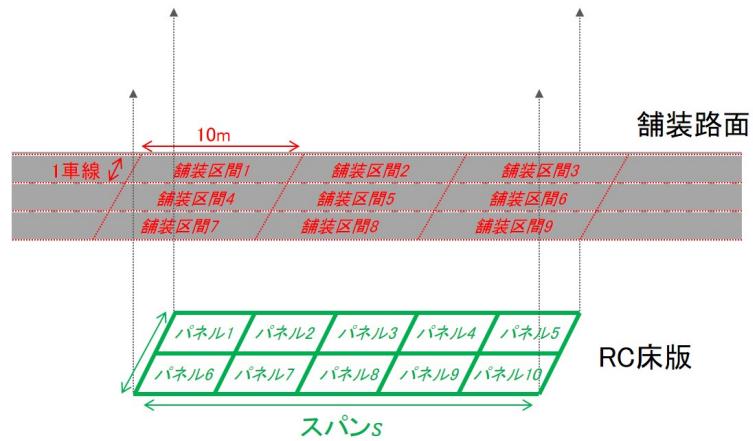


図-4.1 劣化予測の基本単位（床版パネルと路面ユニット）

し、それらの影響も考慮しようとした場合、状態依存型の点検手法を提案するという本章の目的から逸脱してしまうため、この点に関しては今後の課題としてあげ、本章ではポットホールの発生数に着目する。また、本章は高速道路を対象としていることからポットホールに関する大きさや深刻さに関する情報を取得することが可能であるが、地方自治体などを対象とした場合には、日常巡回を通してポットホールの発生数に関する情報が取得できる程度である。これらの状況なども勘案して、本章ではポットホールの発生数を予測して（ポアソンモデルで表現して）、RC床版の状態依存型点検手法を構築することとする。

なお、ここでは舗装状態の低下の結果として、RC床版の劣化が進展するような過程を述べた。一方で、実際にはRC床版に先に疲労き裂が発生して、舗装状態を低下させるような劣化過程も確認されている。RC床版の劣化とポットホールの発生に関して、いずれが原因でいずれが結果であるかを点検データのみから明確に特定することは困難であるが、両者の劣化事象が互いに影響を及ぼし合う関係性は成立しているものと仮定して、これ以降の議論を進める。

4.2.4 モデル化の基本的概念

提案するポアソン隠れマルコフ劣化ハザードモデルは、1) 道路橋RC床版の劣化過程を表現するマルコフ劣化ハザードモデル、2) 床版直上に位置する舗装路面におけるポットホールの発生過程を表現するポアソンモデルの2つで構成される。本章では高速道路の橋梁RC床版を適用事例として取り上げるが、高速道路会社では、RC床版に関して、床版パネル単位（縦横と横横で囲まれた領域であり、本章においてRC床版の劣化を考える際の基本単位、図-4.1 参照）で目視点検の結果を記録している。本章では床版パネル単位の点検時系列データを用いてモデル推定を行う。一方でポットホールに関しては、日常的な道

路巡回を通してその発生日時と発生場所を記録しており、路面ユニット（床版パネルと同じように舗装路面の劣化を考える上での基本単位）内で発生数を集約し、その巡回時系列データを用いてモデルを推定する。ただし、これらの2つの劣化事象を独立にモデル化するのではなく、任意時点のRC床版の劣化速度に当該時点におけるポットホールの発生確率が影響を及ぼすことを表現するパラメータ（以下、路面スケールパラメータと呼ぶ）を導入する。同様に、任意時点におけるポットホールの発生確率に、当該時点における床版の劣化状態が影響を及ぼすような床版スケールパラメータも導入する。2種類のスケールパラメータによって互いの劣化状態が影響を及ぼし合うような関係性を明示的に表現することが可能となる。ただし、先に述べたように、これらは両者の相互関係を表すものであり、因果関係を説明するものではない。

床版と路面の2種類のスケールパラメータの推定値から、路面状態が床版の劣化速度に及ぼす影響度、床版の劣化状態が路面のポットホール発生頻度に及ぼす影響度をそれぞれ定量的に評価することができる。その結果も踏まえて、スケールパラメータの導入に有意な影響があれば、路面の状態に応じてRC床版の劣化曲線やリスクを評価でき、さらに比較的観測しやすい管理指標（路面の日常巡回）に基づいて床版のリスク管理ができると考えられる。加えて、ポットホールの発生状況に応じた床版リスクを評価し、ポットホールの発生状況ごとのRC床版のリスクと、点検周期の関係性を明らかにすることが可能となる。なお、本章はRC床版が主たる対象であり、これまでRC床版、ポットホールの順で記述してきたが、これ以降のモデル化ではポットホール、RC床版の順で記述する場合があることを予め断っておく。

4.3 ポアソン隠れマルコフ劣化モデル

4.3.1 劣化予測の基本単位と時間軸の設定

橋梁の任意スパン $s (= 1, \dots, S)$ に着目し、当該スパンの舗装路面におけるポットホールの発生過程と、当該スパンを構成するRC床版の劣化過程をモデル化する。なお、これ以降に本章で使用する文字設定を一覧表として付録Aに記載するので、適宜参照されたい。ポットホールの発生過程に関しては、1車線 $\times 10m$ で区切られる範囲（路面ユニット）をモデル化の基本単位とする。一方で、RC床版の劣化過程に関しては、縦桁と横桁で構成される床版パネルをモデル化の基本単位とする。スパン s の供用開始時点 t_0 を原点とする離散時間軸 t_1, \dots, t_K を導入する（ただし、スパン s を表す添え字 s は省略、これ以降も同様）。また、連続する2時点間 $[t_k, t_{k+1}]$ ($k = 0, \dots, K-1$) の期間長を z_k とする。スパン s 上に位置する任意の路面ユニット p の連続する2時点間 $[t_k, t_{k+1}]$ におけるポットホールの発生個数を $v_{p,k}$ とし、スパン s を構成する任意の床版パネル $q (= 1, \dots, Q)$ の時点 t_k におけるパネルの健全度を $\kappa_{q,k}$ とする。床版パネルの健全度は I 段階 ($1, \dots, I$) で評価され、健全度が大

表-4.1 パネル別床版の損傷度判定（遊離石灰法）¹¹⁾

一般部	継目部	床版の状況	判定
✓	✓	遊離石灰が認められない。	E
✓	✓	遊離石灰が 1 方向に発生している。	D
		遊離石灰が 2 方向に発生しており、いずれかの方向の間隔が 50cm 以上となっている	
✓	✓	(亀甲状となっていない。またはその間隔が大きい)。 また、「D」でその進行が早いもの。	C
✓		遊離石灰が 2 方向に発生しており、両方ともその間隔が 50cm 以下で、その色が白いもの。 また「C」でその進行が早いもの。	B
	✓	遊離石灰が発生しており、その色が白いもの。	
✓		遊離石灰が 2 方向に発生しており、両方ともその間隔が 50cm 以下で、 かつ、遊離石灰が泥水、錆汁で変色している。 また「B」でその進行が早いもの。	A
✓		遊離石灰が泥水、錆汁で変色している。	

きくなるほど RC 床版の劣化が進行していることを意味する。このように、本章で提案する劣化予測モデルは、路面ユニット単位のポットホール発生過程と、パネル単位の RC 床版の劣化過程を対象としている。

ポットホールの発生頻度（発生確率）と RC 床版の劣化状態（劣化速度）とが相互に影響を及ぼすようなポアソン隠れマルコフ劣化ハザードモデルを開発する際には、データ取得に関する時間的不整合性と空間的不整合性に留意する必要がある。一般的に、2つの劣化事象に着目する場合、それぞれの事象に対する点検に時間差が生じる（点検時点が一致しない）という時間的不整合性が問題となる。ただし、本章では、RC 床版の目視点検は5年に一度実施されるのに対して、ポットホールに対する道路巡回は日常的に実施されるために、RC 床版の劣化事象を主たる対象とする場合には時間的不整合性の問題は大きくない（RC 床版に対する目視点検実施日にも道路巡回は実施される）と考えられる。一方で、舗装路面は路面ユニット単位、RC 床版はパネル単位で巡回や点検のデータが記録される。このとき、路面ユニットと床版パネルが一致することではなく、両者は空間的に整合性が取れていない。この空間的不整合性について、本章の範囲内において許容できるか否かを検証する必要はあるものと考えるが、この点については別の機会に議論する。本章では、日常巡回を通して獲得できるポットホールの位置情報と、（目視点検の結果としてスパンごとに作成される）展開図を通して獲得できるひび割れの位置情報を一つ一つ照合させた。具体的にはポットホールが発生した路面直下を中心に、ある一定範囲内に存在する床版パネル内のひび割れを対応させ、新たにデータベースを作成した。なお、ここで指摘した空間的不整合性に関しては、様々な既存データベースが構造物ごと、業務ごとに分散的に整備されていることに起因するが、路面と RC 床版の調査・点検、維持管理を独立に実施している分には何ら問題は生じない。しかし、アセットマネジメントのさらなる高度化や実践とい

表-4.2 スパン別床版（支間×幅員）の損傷度判定¹¹⁾

床版の状況	判定
床版パネルの 30%未満が D 以上	I (1)
床版パネルの 30%以上が D 以上	II (2)
床版パネルの 40%以上が D 以上	III (3)
床版パネルの 30%以上が B 以上	IV (4)
床版パネルの 40%以上が B 以上	V (5)

う視点に立ち、本章で取り上げるような複数の部材間、あるいは損傷間の相互作用を扱う場合には、この問題を解決するために統合的データベースの開発や、部材あるいは部材単位のコーディング、さらには損傷単位の位置情報も含むコーディングが重要な課題となる。

4.3.2 ポットホール発生過程のモデル化

いま、スパン $s (= 1, \dots, S)$ 上に位置する路面ユニット $p (= 1, \dots, P)$ に関して、任意の連続 2 時点間 $[t_v, t_{v+1}]$ に着目し、ポットホールの発生過程をモデル化する。当該期間の単位時間あたりのポットホール発生数（ポットホール到着率）が、1) 構造条件や環境条件といった当該路面ユニット p_s の特性を表現する A 個の説明変数 $x_{p,0}, x_{p,1}, \dots, x_{p,A}$ （ただし、 $x_{p,0}$ は定数項に対する説明変数であり、 $x_{p,0} = 1$ とする。また、ここでいう説明変数とは、ポットホール到着率を目的変数とする説明変数を表す）、2) 当該スパン s を構成するすべてのパネル $1, \dots, Q$ それぞれの時点 t_v における健全度 $\kappa_{1,v}, \dots, \kappa_{Q,v}$ をもとに表現される関数 $f_q(\kappa_v | \alpha)$ （ただし、 α は関数を特徴付けるパラメータベクトルであるとともに、点検データを用いた推定の対象となる未知パラメータベクトルでもある。また、関数値は 1 から J までの整数値をとる）に依存すると考える。ただし、 $\kappa_v = (\kappa_{1,v}, \dots, \kappa_{Q,v})$ とする。以上のことから、スパン s の路面ユニット p における 2 時点間 $[t_v, t_{v+1}]$ でのポットホール到着率 $\lambda_{p,v}(\mathbf{x}_p, f_q(\kappa_v) | \alpha)$ を、

$$\lambda_{p,v}(\mathbf{x}_p, f_q(\kappa_v) | \alpha) = \begin{cases} \exp(\mathbf{x}_p \alpha'_1) & \text{if } f_q(\kappa_v) = 1 \\ \vdots \\ \exp(\mathbf{x}_p \alpha'_J) & \text{if } f_q(\kappa_v) = J \end{cases} \quad (4.1)$$

と設定する。ここに、 $\mathbf{x}_p = (x_{p,0}, \dots, x_{p,A})$ である。 $\alpha_e (e = 1, \dots, J)$ は各説明変数 $x_{p,0}, \dots, x_{p,A}$ がポットホールの到着率へ及ぼす影響の度合いを表現する床版スケールパラメータ（未知パラメータ）ベクトルであり、 $\alpha_e = (\alpha_{e,0}, \alpha_{e,1}, \dots, \alpha_{e,A}) (e = 1, \dots, J)$ で構成される。記号「 $'$ 」は転置操作を表す。なお、本章では高速道路を対象としていることから、床版パネルの健

全度 $\kappa_{q,v}$ は表-4.1 のパネル別床版の損傷度判定に基づき 5 段階 ($I = 5$, ただし, 4.5 では 4 段階), 関数 $f_q(\kappa_v)$ は表-4.2 のスパン別床版の損傷度判定¹¹⁾ に基づき具体的に 5 段階 ($J = 5$) と設定して,

$$f_q(\kappa_k) = \begin{cases} 5, & 0.4 \leq \#(\kappa_{q,v} \geq 4, q = 1, \dots, Q) / Q \\ 4, & 0.3 \leq \#(\kappa_{q,v} \geq 4, q = 1, \dots, Q) / Q < 0.4 \\ 3, & 0.4 \leq \#(\kappa_{q,v} \geq 2, q = 1, \dots, Q) / Q \text{ and} \\ & \#(\kappa_{q,v} \geq 4, q = 1, \dots, Q) / Q < 0.3 \\ 2, & 0.3 \leq \#(\kappa_{q,v} \geq 2, q = 1, \dots, Q) / Q < 0.4 \text{ and} \\ & \#(\kappa_{q,v} \geq 4, q = 1, \dots, Q) / Q < 0.3 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.2)$$

と定義する. ただし, $\#(\kappa_{q,v} \geq i, q = 1, \dots, Q)$ は, $q = 1, \dots, Q$ の中で $\kappa_{q,v} \geq i$ を満たす q の数を表す. 本章においては, パネル別とスパン別の健全度は両方とも 5 段階であったが, 必ずしも一致させる必要はないことを付記しておく.

設定したポットホール到着率 $\lambda_{p,v}(\mathbf{x}_p, f_q(\kappa_v) | \boldsymbol{\alpha})$ に基づいて, 当該 2 時点間 $[t_v, t_{v+1})$ においてポットホールが任意の v (≥ 0) 個発生する確率 $\rho_{p,v,v}(z_v, \mathbf{x}_p, f_q(\kappa_v) | \boldsymbol{\alpha})$ を導出する. ポットホールに関して, 1) その発生は互いに独立である (独立増分), 2) 発生確率はどの時点においても同じである (定常性), 3) 微小時間内に 2 個以上発生することはない (希少性), といった 3 つの条件を満たすものとし, ポットホールの発生過程がポアソン過程に従うと考える. 2 時点間 $[t_v, t_{v+1})$ を期間長 Δz の微小期間に n 等分する. 2 時点間 $[t_v, t_{v+1})$ に v 個のポットホールが発生する確率は, ポットホールの発生がポアソン過程となる条件から, n 個の微小期間のうち, 任意の v 個の微小期間においてポットホールが発生し (仮定 2) より), 残りの $n-v$ 個の微小期間においてポットホールが発生しない確率と同義である. また, 任意の微小期間にポットホールが発生する確率と発生しない確率はそれぞれ, 式 (4.1) を用いて $\lambda_{p,v}(\mathbf{x}_p, f_q(\kappa_v) | \boldsymbol{\alpha}) \cdot \Delta z$ および $1 - \lambda_{p,v}(\mathbf{x}_p, f_q(\kappa_v) | \boldsymbol{\alpha}) \cdot \Delta z$ と表現できる. 以上のことから, 確率 $\rho_{p,v,v}(z_v, \mathbf{x}_p, f_q(\kappa_v) | \boldsymbol{\alpha})$ は,

$$\begin{aligned} & \rho_{p,v,v}(z_v, \mathbf{x}_p, f_q(\kappa_v) | \boldsymbol{\alpha}) \\ &= \frac{(\lambda_{p,v}(\mathbf{x}_p, f_q(\kappa_v) | \boldsymbol{\alpha}) \cdot z_v)^v}{v!} \\ & \quad \cdot \exp(-\lambda_{p,v}(\mathbf{x}_p, f_q(\kappa_v) | \boldsymbol{\alpha}) \cdot z_v) \end{aligned} \quad (4.3)$$

と導出できる. 以上の床版の劣化状況を考慮した床版直上の舗装路面におけるポットホールの発生モデルを, これ以降, ポットホール発生モデルと呼ぶ.

4.3.3 床版パネル劣化過程のモデル化

スパン s を構成する RC 床版パネル q に関して、任意の連続 2 時点間 $[t_w, t_{w+1})$ に着目し、床版パネルの劣化過程をモデル化する。時点 t_w から時点 t_{w+1} の期間の任意時点まで健全度 i の状態で推移し、かつその時点で健全度 $i+1$ に推移する確率（健全度 i のハザード率）が、1) 床版パネル q の構造条件や環境条件といった床版パネルの特性を表現する説明変数 $y_{q,0}, y_{q,1}, \dots, y_{q,B}$ （ただし、 $y_{q,0}$ は定数項であり、 $y_{q,0} = 1$ とする。また、ここでいう説明変数とは、ハザード率を目的変数とする説明変数を表す）、2) スパン s のすべての路面ユニット $1, \dots, P$ それぞれのポットホール発生率 $\mu_{1,w}, \dots, \mu_{P,w}$ をもとに表現される関数 $f_p(\boldsymbol{\mu}_w | \gamma)$ （ただし、 γ は未知パラメータである）に依存すると考える。ただし、 $\boldsymbol{\mu}_w = (\mu_{1,w}, \dots, \mu_{P,w})$ とする。ここに、ポットホール発生率 $\mu_{p,w}$ ($w = 1, \dots, W$) は、路面ユニット p における期間 $[t_w, t_{w+1})$ のポットホール発生個数 $v_{p,w}$ を 2 時点間の期間長 $t_{w+1} - t_w = z_w$ で除した値と定義する。すなわち、

$$\mu_{p,w} = \frac{v_{p,w}}{z_w} \quad (w = 1, \dots, W) \quad (4.4)$$

と表す。以上のことから、スパン s の床版パネル q における時点 t_w から時点 t_{w+1} の期間での健全度 i のハザード率 $\theta_{q,w,i}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}_i, \gamma)$ を、

$$\begin{aligned} & \theta_{q,w,i}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}_i, \gamma) \\ &= \exp(f_p(\boldsymbol{\mu}_w | \gamma)) \cdot \exp(\mathbf{y}_q \boldsymbol{\beta}_i') \\ & \quad (i = 1, \dots, I-1) \end{aligned} \quad (4.5)$$

と設定する。ここに、 $\mathbf{y}_q = (y_{q,0}, \dots, y_{q,B})$ 、 $\boldsymbol{\beta}_i$ は各説明変数 $y_{q,0}, \dots, y_{q,B}$ がハザード率へ及ぼす影響の度合いを表現する未知パラメータベクトルであり、 $\boldsymbol{\beta}_i = (\beta_{i,0}, \dots, \beta_{i,B})$ ($i = 1, \dots, I-1$) で構成される。関数 $f_p(\boldsymbol{\mu}_w)$ に対して、未知パラメータ γ を導入し、

$$f_p(\boldsymbol{\mu}_w | \gamma) = \gamma \cdot \max\{\mu_{1,w}, \dots, \mu_{P,w}\} \quad (4.6)$$

と表現する。ハザード率 $\theta_{q,w,i}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}_i, \gamma)$ に基づいて、当該 2 時点間 $[t_w, t_{w+1})$ において、健全度が任意の i ($= 1, \dots, I$) から j ($\geq i$) に推移する確率 $\pi_{q,w,i,j}(z_w, \mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}, \gamma)$ を導出する。将来時点での健全度が、過去の健全度履歴に依存しないという条件を満たすとすると、健全度の推移過程はマルコフ過程となる。第 2 章でも述べた、マルコフ劣化ハ

ザードモデル⁶⁾を用いて床版パネルの劣化確率 $\pi_{q,w,i,j}(z_w, \mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}, \gamma)$ を導出すると,

$$\begin{aligned}
& \pi_{q,w,i,j}(z_w, \mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}, \gamma) \\
&= \text{Prob}[h(t_{w+1}) = j | h(t_w) = i] \\
&= \sum_{a=i}^j \left\{ \prod_{b=i}^{a-1} \frac{\theta_{q,w,b}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}_b, \gamma)}{\eta_{q,w,b,a}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}_b, \boldsymbol{\beta}_a, \gamma)} \right. \\
&\quad \cdot \prod_{b=a}^{j-1} \frac{\theta_{q,w,b}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}_b, \gamma)}{\eta_{q,w,b+1,a}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}_{b+1}, \boldsymbol{\beta}_a, \gamma)} \\
&\quad \left. \cdot \exp(-\theta_{q,w,a}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}_a, \gamma) \cdot z) \right\} \\
&\quad (i = 1, \dots, I; j = i, \dots, I)
\end{aligned} \tag{4.7}$$

となる。ただし,

$$\begin{cases} \eta_{q,w,a,b}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}_a, \boldsymbol{\beta}_b, \gamma) = \\ \theta_{q,w,a}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}_a, \gamma) \\ -\theta_{q,w,b}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}_b, \gamma) \end{cases} \tag{4.8a}$$

$$\begin{cases} (a = 1, \dots, I-1; b = 1, \dots, I-1) \\ \prod_{b=i}^{a-1} \frac{\theta_{q,w,b}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}_b, \gamma)}{\eta_{q,w,b,a}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}_b, \boldsymbol{\beta}_a, \gamma)} = 1 \\ \text{if } a = i \end{cases} \tag{4.8b}$$

$$\begin{cases} \prod_{b=a}^{j-1} \frac{\theta_{q,w,b}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}_b, \gamma)}{\eta_{q,w,b+1,a}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}_{b+1}, \boldsymbol{\beta}_a, \gamma)} = 1 \\ \text{if } a = j \end{cases} \tag{4.8c}$$

とする（式(4.7)と(4.8)の詳細な導出過程については、参考文献⁶⁾を参照されたい）。また、床版パネルは補修や更新を行わない限り、健全度が回復することはない。そこで、期間 $[t_w, t_{w+1}]$ 中に、スパン s の床版パネル q の健全度が任意の i ($= 2, \dots, I$) から任意の j ($< i$) に推移する確率 $\pi_{q,w,i,j}(z_w, \mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}, \gamma)$ を、

$$\begin{aligned}
& \pi_{q,w,i,j}(z_w, \mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) | \boldsymbol{\beta}, \gamma) = 0 \\
& (i = 2, \dots, I; j = 1, \dots, i-1)
\end{aligned} \tag{4.9}$$

と設定する。以上、ポットホール発生状況を考慮した床版パネルの劣化モデルを床版劣化モデルと呼ぶ。

4.4 パラメータ推定手法

4.4.1 尤度関数の定式化

ポットホールに対する日常巡回データ、RC床版に対する点検データを用いて尤度関数を定式化する。スパン s は P 個の路面ユニットと、 Q 個のRC床版パネルで構成される。こ

これらの路面ユニットと RC 床版パネルごとにポットホールの発生個数と床版の健全度に関する点検時系列データが獲得されていると考える。これらすべての点検データの尤度関数を定式化するために、4.4.1 では、ある路面ユニット p に関するデータの尤度関数を、4.4.1 では、ある床版パネル q の尤度関数を定式化する。これらをまとめて 4.4.1 で、点検データ全体の尤度関数を定式化する。

路面ユニット p の尤度関数

路面ユニット p に対して全 V 回の日常巡回が実施されたと考える。日常巡回の実施時点を $\bar{t}_{p,v}$ ($v = 1, \dots, V$) とする。ただし、記号「-」は、実際に観測されモデル推定に利用可能なデータであることを意味する。日常巡回の開始時点、あるいは日常巡回データの記録開始時点を $\bar{t}_{p,0}$ とする。さらに、任意の連続する 2 回の巡回間の経過時間を $\bar{t}_{p,v+1} - \bar{t}_{p,v} = \bar{z}_{p,v}$ ($v = 1, \dots, V$) とし、それぞれの期間中に記録されたポットホールの発生個数を $\bar{v}_{p,v}$ ($v = 1, \dots, V$) とする。また、既述したように、このユニット内のポットホールの発生を説明する変数は $\bar{x}_{p,1}, \dots, \bar{x}_{p,A}$ である。

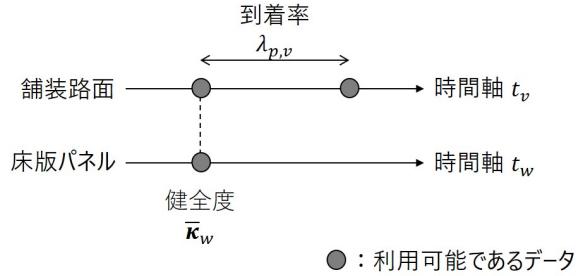
ところで、巡回時点 $\bar{t}_{p,v}$ での床版の健全度は、パラメータの推定には必要不可欠であるが、点検データベースから直接獲得できないこともある。この原因は、ポットホールの発生個数を記録した道路巡回結果と、床版の損傷度を記録した点検結果とは、時間的に同期していないためである。そこで以下、パターン 1-1 では巡回時点 $\bar{t}_{p,v}$ での床版の健全度が利用可能である場合における路面ユニット p の尤度関数を、パターン 1-2 では巡回時点 $\bar{t}_{p,v}$ での床版の健全度が利用可能でない場合における路面ユニット p の尤度関数を定式化する。

パターン 1-1

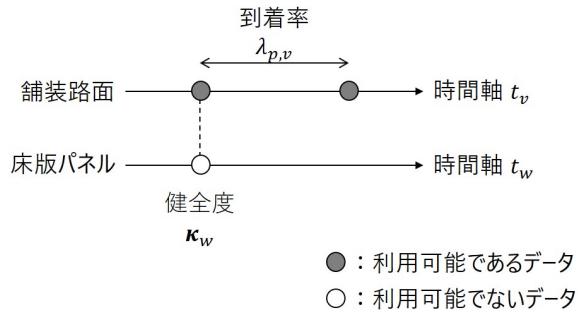
図-4.2(a) には、スパン s の任意の路面ユニット p に関して任意の時点 t_a ($a = 1, \dots, A$) において、当該スパン s を構成するすべてのパネル $1, \dots, Q$ の健全度 κ_a が利用可能である場合を想定する。路面ユニット p に関して利用可能なすべてのデータ $\bar{\Xi}_{p,a} = (\bar{v}_{p,a}, \bar{z}_{p,a}, \bar{x}_p, \bar{\kappa}_a)$ を用いて、任意の路面ユニット p に関して任意の期間 $[t_a, t_{a+1})$ における尤度関数 $\ell_{1,p,a}(\bar{\Xi}_{p,a} | \boldsymbol{\alpha})$ は、

$$\begin{aligned} \ell_{1,p,a}(\bar{\Xi}_{p,a} | \boldsymbol{\alpha}) \\ = \rho_{p,a, \bar{v}_{p,a}}(\bar{z}_{p,a}, \bar{x}_p, f_q(\bar{\kappa}_a) | \boldsymbol{\alpha}) \end{aligned} \quad (4.10)$$

と定義できる。



(a) パターン 1-1



(b) パターン 1-2

図-4.2 ポットホールに関するデータの獲得パターン

パターン 1-2

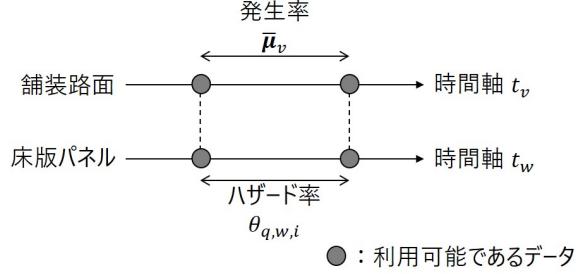
図-4.2(b) には、スパン s の任意の路面ユニット p に関して任意の時点 t_a ($a = 1, \dots, A$) において、当該スパン s を構成するすべてのパネルの健全度 κ_a が利用可能でない場合を想定する。路面ユニット p に関して利用可能なすべてのデータ $\bar{\Xi}_{p,a} = (\bar{v}_{p,a}, \bar{z}_{p,a}, \bar{x}_p)$ を用いて、任意の路面ユニット p に関して任意期間 $[t_a, t_{a+1}]$ において定義される尤度関数 $\ell_{1,p,a}(\bar{\Xi}_{p,a} | \boldsymbol{\alpha})$ は、スパン s を構成するすべてのパネル $1, \dots, Q$ それぞれが、すべての健全度 $1, \dots, I$ をとる可能性を考慮する必要がある。すべてのパネル $1, \dots, Q$ それぞれが任意の健全度をとる事象は排反であるために、尤度関数 $\ell_{1,p,a}(\bar{\Xi}_{p,a} | \boldsymbol{\alpha})$ は、

$$\begin{aligned} \ell_{1,p,a}(\bar{\Xi}_{p,a} | \boldsymbol{\alpha}) \\ = \sum_{q=1}^Q \sum_{\kappa_{q,a}=1}^I \rho_{p,a,\bar{v}_{p,a}}(\bar{z}_{p,a}, \bar{x}_p, f_q(\kappa_a) | \boldsymbol{\alpha}) \end{aligned} \quad (4.11)$$

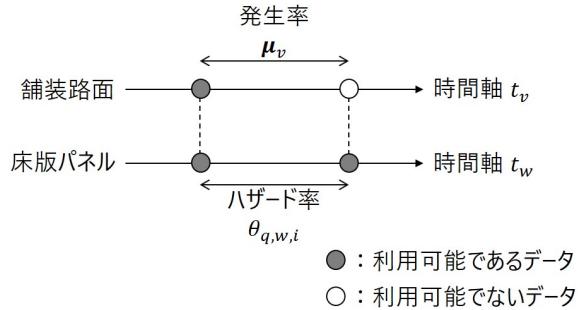
と定義できる。

床版パネル q の尤度関数

一方で、RC 床版パネル q に着目する。路面ユニットと同様に、任意の連続する 2 点検間の経過時間を $\bar{t}_{q,w} - \bar{t}_{q,w-1} = \bar{z}_{q,w}$ ($w = 1, \dots, W$) とし、時点 $\bar{t}_{q,w}$ において獲得された RC



(a) パターン 2-1



(b) パターン 2-2

図-4.3 RC 床版パネルに関するデータの獲得パターン

床版の健全度を $\bar{\kappa}_{q,w}$ ($w = 1, \dots, W$), 説明変数を $\bar{\mathbf{y}}_{q,1}, \dots, \bar{\mathbf{y}}_{q,B}$ とする. ただし, 供用開始時点の床版の状態は最も良好な状態であると考え, 時点 $\bar{t}_{q,0}$ におけるパネルの健全度 $\bar{\kappa}_{q,0}$ を 1 とする. 以上で設定したパラメータ推定に必要なスパン s に関するデータのセットを $\bar{\Xi} = (\bar{z}_p, \bar{\mathbf{v}}_p, \bar{z}_q, \bar{\kappa}_q, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_P, \bar{\mathbf{y}}_1, \dots, \bar{\mathbf{y}}_Q)$ とおく. 以下, パターン 2-1 では床版点検時点間の期間 $\bar{z}_{q,w}$ でのポットホールの累積発生個数が利用可能である場合における RC 床版パネル q の尤度関数を, パターン 2-2 では床版点検時点間の期間 $\bar{z}_{q,w}$ でのポットホールの累積発生個数が利用可能でない場合における RC 床版パネル q の尤度関数を定式化する.

パターン 2-1

図-4.3(a) には, スパン s の任意のパネル q に関して任意の時点 t_b ($b = 1, \dots, B$) において, 当該スパン s 上のすべての路面ユニット $1, \dots, P$ のポットホール発生率 \mathbf{v}_b が利用可である場合を想定する. パネル q に関して利用可能なすべてのデータ $\bar{\Xi}_{q,b} = (\bar{\kappa}_{q,b}, \bar{\kappa}_{q,b+1}, \bar{z}_{q,b}, \bar{\mathbf{y}}_q, \bar{\mathbf{v}}_b)$ を用いて, 任意のパネル q の任意の期間 $[t_b, t_{b+1})$ において定義される尤度関数 $\ell_{2,q,b}(\bar{\Xi}_{q,b} | \boldsymbol{\beta}, \gamma)$ は,

$$\begin{aligned} \ell_{2,q,b}(\bar{\Xi}_{q,b} | \boldsymbol{\beta}, \gamma) \\ = \pi_{q,b, \bar{\kappa}_{q,b}, \bar{\kappa}_{q,b+1}}(\bar{z}_{q,b}, \bar{\mathbf{y}}_q, f_p(\bar{\mathbf{v}}_b) | \boldsymbol{\beta}, \gamma) \end{aligned} \quad (4.12)$$

と定義できる.

パターン 2-2

図-4.3(b) には、スパン s の任意のパネル q に関して任意の時点 t_b ($b = 1, \dots, B$) において、当該スパン s 上のすべての路面ユニット $1, \dots, P$ のポットホール発生率 \mathbf{v}_b が利用可でない場合を想定する。パネル q に関して利用可能なすべてのデータ $\bar{\Xi}_{q,b} = (\bar{\kappa}_{q,b}, \bar{\kappa}_{q,b+1}, \bar{z}_{q,b}, \bar{\mathbf{y}}_q)$ を用いると、任意のパネル q の任意の期間 $[t_b, t_{b+1})$ において定義される尤度関数 $\ell_{2,q,b}(\bar{\Xi}_{q,b} | \boldsymbol{\beta}, \gamma)$ は、スパン s 上のすべての路面ユニット $1, \dots, P$ それぞれが、あらゆるポットホールの発生率 $0 \leq \mu_{p,b} \leq \infty$ をとる可能性を考慮する必要がある。スパン s 上のすべての路面ユニット $1, \dots, P$ それぞれが任意のポットホール発生率をとる事象は排反であるために、尤度関数は確率の加法定理を用いて、路面ユニット p が 1 から P までおよび、ポットホール発生率 $\mu_{q,b}$ が 1 から ∞ までの総和で導出できる。このとき、尤度関数 $\ell_{2,q,b}(\bar{\Xi}_{q,b} | \boldsymbol{\beta}, \gamma)$ は、

$$\begin{aligned} & \ell_{2,q,b}(\bar{\Xi}_{q,b} | \boldsymbol{\beta}, \gamma) \\ &= \sum_{p=1}^P \int_0^\infty \pi_{q,b, \bar{\kappa}_{q,b}, \bar{\kappa}_{q,b+1}}(\bar{z}_{q,b}, \bar{\mathbf{y}}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_b) | \boldsymbol{\beta}, \gamma) d\mu_{q,b} \end{aligned} \quad (4.13)$$

と定義できる。

点検データ全体の尤度関数

すべての路面ユニットおよびすべての床版パネルにおいて記録されている点検データが独立であるとすると、点検データ全体の尤度関数は、4.4.1 および 4.4.1 で定式化した尤度関数の同時確率を計算することにより、

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}(\bar{\Xi} | \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \gamma) \\ &= \prod_{s=1}^S \left\{ \prod_{p=1}^{P_s} \prod_{v=1}^{V_s-1} \ell_{1,s,p,v}(\bar{\Xi}_{s,p,v} | \boldsymbol{\alpha}) \right. \\ & \quad \left. \cdot \prod_{q=1}^{Q_s} \prod_{w=1}^{W_s-1} \ell_{2,s,q,w}(\bar{\Xi}_{s,q,w} | \boldsymbol{\beta}, \gamma) \right\} \end{aligned} \quad (4.14)$$

と定義できる。

4.4.2 事前分布の設定

未知パラメータ $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \gamma$ をベイズ推定するために、これらの事前分布を設定する。ベイズ推定において、未知パラメータの事前分布を設定する際には、1) 事後分布と自然共役な関係がある事前分布を設定する方法；2) MCMC 法を用いる際に先驗的知識を表現するような事前分布を設定する方法、が代表的である。前者の方法では、尤度関数の形をもとに、事後分布が事前分布と同じ種類となるように事前分布を設定する方法である。しかし、ポ

アソン隠れマルコフ劣化ハザードモデルの場合、事前分布と事後分布の関数形が等しくなるような共役事前分布は存在しない。一方で、後者の方法に関して、土木工学の分野でも多様な研究が蓄積されている。例えば、津田ら¹²⁾と貝戸・小林¹³⁾は、未知パラメータの事前分布を、技術者が有する先駆的知識に基づいて設定することにより、データ数が少ない場合でも、精度良くパラメータを推定できるという利点があることを指摘している。しかし、主観に基づいて事前分布を設定すると、それを用いて推定するパラメータの事後分布の客観性が低下するという問題が存在する。さらに、尤度関数を決定するために用いるデータや事前分布の設定によっては、尤度関数に比べて事前分布が圧倒的な情報量を持ち、推定された事後分布が設定した事前分布と大差ない場合もある。

そこで、本章では、モデルの全パラメータの事前分布に無情報事前分布を設定することにより、推定するパラメータの事後分布の客観性を担保する。具体的には、確率分布の変数変換を行っても、少なくとも尤度がある程度存在する範囲においては一様性を保つようするために、部分的な一様分布を設定する。Jeffreys¹⁴⁾はフィッシャー情報量の平方根に比例するように定めることで、このような局所一様分布が得られることを示している。推定するパラメータの事後分布は

$$\begin{aligned}\Pi(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \gamma | \bar{\Xi}) &\propto \mathcal{L}(\bar{\Xi}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \gamma) \cdot \text{const} \\ &\propto \mathcal{L}(\bar{\Xi}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \gamma)\end{aligned}\quad (4.15)$$

となり、尤度関数(4.14)に比例する確率分布となる。なお、この確率分布がパラメータ $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \gamma$ を確率変数とする多次元確率分布であることを明確に示すために、事後分布の表記に記号「|」を用いた。

4.4.3 路面の点検と床版の点検の非同期問題

ポットホールの発生個数を記録した道路巡回結果と床版の損傷度を記録した路下点検結果の間には、一般的に時間的同期性が存在しない。そのため、点検データから尤度関数を定式化する際に、ポアソン隠れマルコフ劣化ハザードモデルにおける相互作用部分を先駆的に決定することができない。これらの問題を解決するために、パラメータの事後分布を推定する際には、MCMC 法を援用し、パラメータの事後分布に従うランダムサンプルを発生させることにより、パラメータを推定する。その際には、ランダムサンプルと同時に、相互作用部分を決定するために必要な点検が実施されなかった時点におけるポットホールの発生個数および床版の健全度（以下、これらを潜在変数と呼ぶ）を反復的に発生させる。また、事後分布(4.15)は複数のパラメータを変数とする多次元確率分布である。そのため、一部のパラメータに関する周辺確率分布を求めたり、そこから直接的に確率標本を抽出することは困難であることが想定される。推定する事後分布からの直接サンプリングが困難である場合を考え、Metropolis-Hastings 法（以下、MH 法と呼ぶ）に基づき、パラメータ

の事後分布に従うサンプルを発生させるためのマルコフ連鎖を構築する。マルコフ連鎖には、正則条件の下で確率標本の分布が不变分布に収束していくという性質がある。この不变分布が求めたい事後分布になるようにマルコフ連鎖を構築することにより、マルコフ連鎖によって得られた確率標本を事後分布からの確率標本とする。

尤度関数 (4.14) は、未知パラメータ $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \gamma$ に関して高次の非線形多項式であり、複素解を含む多くの最適解を有しているために、最尤推定法を用いて未知パラメータの最尤推定値を求めるることは非常に困難である¹⁵⁾。最尤推定法の代わりにベイズ推定法を用いれば、高次の非線形最適化問題を解くことを回避できるが、尤度関数 (4.14) が非常に多くの項で構成され、計算量が膨大になってしまう欠点がある^{16)–19)}。このような計算上の問題を克服するために、尤度関数の完備化（尤度関数内の特定の変数を潜在変数として扱うこと）が必要になる。

ここで、任意のスパン s 上のある路面ユニット p_s に着目する。尤度関数 (4.14) を完備化するために、スパン s を構成するパネル q_s の時点 t_k ($k = 1, \dots, K_s$) での健全度が $\tilde{\omega}_{s,q,k}$ であると考える。このとき、尤度関数 (4.11) を完備化した尤度関数（以下、完備化尤度関数と呼ぶ）は、

$$\begin{aligned} \tilde{\ell}_{1,s,p,k}(\bar{\Xi}_{s,p,k}, \tilde{\omega}_{s,k} | \boldsymbol{\alpha}) \\ = \rho_{s,p,k, \tilde{v}_{s,p,k}}(\bar{z}_{s,p,k}, \bar{\mathbf{x}}_{s,p}, f_q(\tilde{\omega}_{s,k}) | \boldsymbol{\alpha}) \end{aligned} \quad (4.16)$$

と定義できる。

一方で、任意のスパン s を構成するある床版パネル q_s に着目する。尤度関数 (4.14) を完備化するために、スパン s 上の路面ユニット p_s の期間 $[t_k, t_{k+1})$ の期間中におけるスパン s 上に存在するすべての路面ユニット $1, \dots, P_s$ のポットホール発生個数がそれぞれ $\tilde{\zeta}_{s,1,k}, \dots, \tilde{\zeta}_{s,P_s,k} (= \tilde{\zeta}_{s,k})$ であると考える。このとき、尤度関数 (4.13) の完備化尤度関数は、

$$\begin{aligned} \tilde{\ell}_{2,s,q,k}(\bar{\Xi}_{s,q,k}, \tilde{\zeta}_{s,k} | \boldsymbol{\beta}, \gamma) \\ = \pi_{s,q,k, \tilde{\kappa}_{s,q,k}, \tilde{\kappa}_{s,q,k+1}}(\bar{z}_{s,q,k}, \bar{\mathbf{y}}_{s,q}, f_p(\tilde{\mu}_{s,k}) | \boldsymbol{\beta}, \gamma) \end{aligned} \quad (4.17)$$

と定義できる。

以上から、点検データ全体に関する完備化尤度関数は、

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{L}}(\bar{\Xi}, \tilde{\zeta}, \tilde{\omega} | \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \gamma) \\ = \prod_{s=1}^S \left\{ \prod_{p=1}^{P_s} \prod_{k=1}^{K_s-1} \tilde{\ell}_{1,s,p,k}(\bar{\Xi}_{s,p,k} | \boldsymbol{\alpha}) \right. \\ \left. \cdot \prod_{q=1}^{Q_s} \prod_{k=1}^{K_s-1} \tilde{\ell}_{2,s,q,k}(\bar{\Xi}_{s,q,k} | \boldsymbol{\beta}, \gamma) \right\} \end{aligned} \quad (4.18)$$

と定義できる。完備化尤度関数 (4.18) は通常の尤度関数 (4.14) よりも大幅に簡略化されている。ただし、完備化尤度関数 (4.18) を構成する潜在変数ベクトル $\tilde{\zeta}, \tilde{\omega}$ は観測できない変

数である。そこで、この潜在変数ベクトルに関する全条件付き事後分布（未知パラメータ以外をすべて条件付きとした事後分布）を、完備化尤度関数(4.18)に基づき定式化する。

実際にポットホールが観測された時点 $t_{s,v} (v = 1, \dots, V_s)$ に着目する。いま、2時点 $[t_{s,v-1}, t_{s,v}]$ 間に条件 $t_{s,v-1} < t_{s,w} < t_{s,v}$ を満足する $t_{s,w}$ の個数が $F(F = \#(t_{s,v-1} < t_{s,w} < t_{s,v}))$ を設定する。以下では、各期間におけるポットホールの発生個数（潜在変数）を更新する際に用いる全条件付き事後確率を定式化する。

まず、期間 $[t_{s,v-1}, t_{s,w,1}]$ におけるポットホールの発生個数が $\zeta_{s,p,0}$ 、期間 $[t_{s,w,f-1}, t_{s,w,f}] (2 \leq f \leq F)$ におけるポットホールの発生個数が $\zeta_{s,p,f-1}$ 、期間 $[t_{s,w,F}, t_{s,v}]$ におけるポットホールの発生個数が $\zeta_{s,p,F}$ を設定する。

路面ユニット p_s が 2 時点間 $[t_{s,v-1}, t_{s,v}]$ におけるポットホールの発生個数が変わらないため、

$$\sum_{f=0}^F \zeta_{s,p,f} = \bar{v}_{s,p,v} \quad (4.19)$$

という条件を満たす。したがって、 $\zeta_{s,p,f}$ が $\zeta_{s,p,f}$ である確率を表現する全条件付き事後確率は、

$$\begin{aligned} & \text{Prob} [\zeta_{s,p,f} = \zeta_{s,p,f} | \bar{v}_{s,p,v}, \tilde{\omega}_s] \\ &= \frac{\prod_{f=0}^F \rho_{s,p,f, \zeta_{s,p,f}}(\bar{z}_{s,p,f})}{\sum_{\zeta_{s,p,f} \in \Phi_f} \prod_{f=0}^F \rho_{s,p,f, \zeta_{s,p,f}}(\bar{z}_{s,p,f})} \end{aligned} \quad (4.20)$$

となる。ただし、 Φ_f は条件(19)を満足するすべてのベクトル $\zeta_{s,p,f} = (\zeta_{s,p,0}, \dots, \zeta_{s,p,F})$ の集合を表す。

さらに、実際にパネル健全度が観測された時点 $t_{s,w} (w = 1, \dots, W_s)$ に着目する。いま、2時点 $[t_{s,w-1}, t_{s,w}]$ 間に条件 $t_{s,w-1} < t_{s,v} < t_{s,w}$ を満足する $t_{s,v}$ の個数が $G(G = \#(t_{s,w-1} < t_{s,v} < t_{s,w}))$ を設定する。以下では、時点 $t_{s,v,g} (g = 1, \dots, G)$ におけるパネル健全度（潜在変数）を更新する際に用いる全条件付き事後確率を定式化する。まず、時点 $t_{s,v,g} (g = 1, \dots, G)$ におけるパネル q_s の健全度が $\omega_{s,q,w,g}$ を設定する。劣化過程の性質より、床版の補修が実施されない限り、時間の経過とともに床版健全度の劣化が進行する。そこで、 $\omega_{s,q,w} (\omega_{s,q,w} = \omega_{s,q,w,1}, \dots, \omega_{s,q,w,G})$ は、

$$\bar{\kappa}_{s,q,w-1} \leq \bar{\omega}_{s,q,w,1} \leq \dots \leq \bar{\omega}_{s,q,w,G} \leq \bar{\kappa}_{s,q,w} \quad (4.21)$$

という条件を満たす。したがって、 $\omega_{s,q,w,g}$ が $\bar{\omega}_{s,q,w,g}$ である確率を表現する全条件付き事後分布は、

$$\begin{aligned} & \text{Prob} [\omega_{s,q,w,g} = \bar{\omega}_{s,q,w,g} | \bar{\kappa}_{s,q,w-1}, \bar{\kappa}_{s,q,w}, \zeta_s] \\ &= \frac{\chi_v(\bar{\kappa}_{s,q,w-1}, \bar{\kappa}_{s,q,w}, \zeta_s)}{\sum_{\bar{\omega}_{s,q,w,g} \in \Phi_g} \chi_v(\bar{\kappa}_{s,q,w-1}, \bar{\kappa}_{s,q,w}, \zeta_s)} \end{aligned} \quad (4.22)$$

となる。ただし、 $\chi_v(\bar{\kappa}_{s,q,w-1}, \bar{\kappa}_{s,q,w}, \tilde{\zeta}_s)$ は、

$$\begin{aligned}
& \chi_v(\bar{\kappa}_{s,q,w-1}, \bar{\kappa}_{s,q,w}, \tilde{\zeta}_s) \\
&= \pi_{s,q,w-1, \bar{\kappa}_{s,q,w-1}, \tilde{\omega}_{s,q,w,1}}(\bar{z}_{s,q,w-1}) \\
&\cdot \prod_{g=1}^{G-1} \pi_{s,q,g, \bar{\omega}_{s,q,w,g}, \tilde{\omega}_{s,q,w,g+1}}(\bar{z}_{s,q,g}) \\
&\cdot \pi_{s,q,G, \tilde{\omega}_{s,q,w,G}, \bar{\kappa}_{s,q,w}}(\bar{z}_{s,q,G})
\end{aligned} \tag{4.23}$$

である。また、 Φ_g は条件 (21) を満足するすべてのベクトル $\tilde{\omega}_{s,q,w} = (\tilde{\omega}_{s,q,w,1}, \dots, \tilde{\omega}_{s,q,w,G})$ の集合を表す。

4.5 適用事例

4.5.1 適用データの概要

本章で開発した方法論を、実際の高速道路 RC 床版に対する目視点検データに適用し、実証分析を行う。ポアソン隠れマルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータをベイズ推定するためには、4.4.1 で述べたような RC 床版と舗装路面に関する複数の点検データが必要となる。本実証分析では、55 橋 (292 スパン)、6,479 パネルの RC 床版に関する点検データを用いて、24,446 サンプルを作成した。一方、舗装路面に関しては、橋脚のキロポストのデータを参照して、対象とした 292 スパン上に存在する路面ユニット (1 車線 × 10m の単位) の数を全 2,867 と定め、5,841 サンプルを獲得した。表-4.3 にこれらの点検データの概要を整理する。

各スパンの RC 床版パネルの劣化およびポットホールの発生を説明する説明変数の候補として、1) 示方書年度、2) 桁種別、3) 桁形式、4) 凍結防止剤散布量、5) 全車交通量、6) 大型車交通量、7) 径間長、8) 床版厚の 8 種類のデータを採用した。ただし、各変数はそれぞれの最大値が 1 となるように基準化した。これらのデータ以外にも、橋梁の供用開始年や直近の補修年のデータが利用可能であった。

RC 床版に対しては、近接目視による RC 床版パネルを点検単位とした定期点検が実施され、点検結果として、点検が実施された年度の情報とともにスパンごとに展開図が作成される。展開図には各スパン内の全パネルを対象に、1) 2 方向ひび割れの有無、2) 表-4.1 に示す 5 段階のパネル別床版の損傷度判定などが記録される。これら 2 つのスパンの劣化状況を表す情報を、表-4.4 の健全度設定に基づいて 4 段階の健全度に変換し、展開図に紐付けられた点検実施年度からパネル単位で点検履歴データを作成した。

舗装路面に対しては、日常巡回を通して、ポットホールが観測されれば、1) 巡回実施日、2) ポットホール発生位置 (10m 単位のキロポスト) が記録される。一方で、ポットホールが観測されなかった場合には記録として残らない。そこで、ポットホールが 1 度も観測

表-4.3 実証分析に用いた点検データ概要

(a) 全体に関するデータ

橋梁数	55
スパン数	292

(b) パネルに関するデータ

パネル総数	6,479
点検データ総数	24,446
1 スパン中の パネル数	最小 6.0 平均 21.9 最大 70.0
1 パネルに対する 点検データ数	最小 2.0 平均 3.8 最大 5.0

(c) 舗装に関するデータ

路面ユニット数	2,867
点検データ総数	5,841
1 スパン中の 路面ユニット数	最小 2.0 平均 10.7 最大 33.0
1 路面ユニットに対する 点検データ数	最小 2.0 平均 2.1 最大 6.0

されていない路面ユニットに関しては、当該路面ユニットの直近の補修年度から最新巡回時刻までの間に発生したポットホールは0個であったというデータを作成した。そのため、総サンプル数は5,841と少なくなった。

4.5.2 劣化過程の相関（一次分析）

舗装路面の維持管理において、ポットホールおよびひび割れは利用者の走行安全性を考える上で重要な損傷項目である。また、RC床版との関係性においては、特にこれらの損傷が路面に存在すると、そこから雨水が侵入することによって床版の劣化速度が速められる（また、その逆に、RC床版の劣化が進行することによってポットホールの発生頻度やひび割れの進行が加速されるということも言える）。そこで、RC床版の状態依存型点検施策を

表-4.4 パネル別床版の損傷度判定と2方向ひび割れの有無を考慮した4段階の健全度設定

		2方向ひび割れ	
		なし	あり
パネル別 損傷度判定*	E	健全度1	健全度2
	D	健全度2	健全度2
	C	健全度3	健全度3
	B	健全度4	健全度4
	A	健全度4	健全度4

* 表-4.1 による判定.

提案する際に、ポットホールとひび割れのいずれの点検データをRC床版の補完的情報として採用するかを検討しなければならない。いま、分析対象とする292スパンに対して、RC床版と舗装ひび割れ率の劣化過程をそれぞれ混合マルコフ劣化ハザードモデル²⁰⁾、ポットホールの発生過程をランダム比例ポアソンモデル²¹⁾を用いて表現し、劣化過程の異質性パラメータを推定した。説明変数を採用していないので、異質性パラメータは単純に劣化速度を表現する。なお、舗装ひび割れ率に関しては、4段階の健全度（ひび割れ率 $Cr = 0\%$ を1, $0\% < Cr \leq 10\%$ を2, $10\% < Cr \leq 20\%$ を3, $20\% < Cr$ を4）を設定した。

RC床版の劣化速度とひび割れ率の進展速度に関する異質性パラメータの相関係数は0.033、RC床版の劣化速度とポットホールの発生頻度に関する異質性パラメータの相関係数は0.252であった。このことにより、今回の分析対象とした路線では、RC床版の劣化過程に関して、ひび割れ率よりもポットホールの方が相関が高いことが理解できる。これは近年、高速道路では標準的な舗装路面として高機能舗装が採用されたことによって、路面の代表的な損傷形態がひび割れではなく、ポットホール等の局所的損傷に変化してきたことが原因である²²⁾⁻²⁴⁾。ただし、2.(3)にて、ポットホールの発生数のみならず、大きさ、深刻さや空間的発生状況などの情報からRC床版と最も相互関係の深い指標を探る必要があると指摘したのと同様に、ひび割れ率に関しても、ひび割れの幅や形状など詳細に検討することによって、単純な相関係数では確認できないRC床版の劣化速度との相互関係を把握できる可能性は否めない。しかし、その一方でデータ取得の容易さという観点からは、ひび割れ率を測定する路面性状調査は数年に一度行われるのに対して、ポットホールの発生を記録する巡回は日常的に実施されているという相違があり、RC床版とひび割れの点検が同時刻に実施されないという、時間的不整合性を無視しえないという問題が生じる。そこで本章では、ポットホールの発生状況を補完的情報とするRC床版の状態依存型点検施策を提案する。なお、補完的情報としてひび割れ率を採用する場合には、複合的隠れマルコフ劣化ハザードモデルを採用することになる²⁵⁾。また、実務的にも実施頻度の高い日常巡回を通して獲得

表-4.5 ポットホール発生モデルの推定結果

スパン別損傷度 パラメータ	床版スケール	期待到着率
e	$\alpha_{e,0}^*$	$E[\mu_e]$
	-6.543	
I (1)	(-7.015, -6.115)	0.001
	0.194	
	-6.761	
II (2)	(-7.717, -5.899)	0.001
	1.325	
	-6.025	
III (3)	(-6.312, -5.748)	0.002
	1.275	
	-5.678	
IV (4)	(-6.521, -4.923)	0.003
	-0.377	
	-4.150	
V (5)	(-4.603, -3.736)	0.016
	-0.007	

* 各セルの第1,2,3行目は、事後分布の期待値、90%信頼区間の下限値および上限値、Geweke検定統計量²⁷⁾.

できるポットホールの発生状況に着目した方がRC床版の安全を担保することができる。

4.5.3 パラメータの推定結果

4.5.1で作成したデータサンプルを用いて、採用する説明変数 $\bar{x}_{p,1}, \dots, \bar{x}_{p,A}$ および $\bar{y}_{q,1}, \dots, \bar{y}_{q,B}$ の組み合わせを変化させて複数のポットホール発生モデルおよび床版劣化モデルを定義した。ただし、説明変数間の多重共線性を回避する観点から、相関の高い説明変数を同時に採用したモデルは推定対象から除外した。なお、2つの説明変数間の相関が高く、推定対象から除外したモデルの一例として示方書年度および床版厚を採用したモデルをあげる。これは、示方書年度が昭和39年を境として、疲労強度の観点から床版厚が変更された（床版厚が増した）ことが原因であると考えられる。

いずれのモデルの推定の際にも、MCMC法のバーインを $n = 3,000$ 、バーンアウトを $\bar{n} = 13,000$ と設定した。モデルごとにMCMC法に基づく推定アルゴリズムを用いて、各パラメータの事後分布からのサンプリング値を得た。各モデルで推定されたパラメータの事後分布に関して、説明変数の収束性や符号条件、AIC²⁶⁾といった観点から、本章の範囲内

表-4.6 床版劣化モデルの推定結果

健全度 <i>i</i>	定数項 $\beta_{i,0}^{*1}$	示方書年度		桁形式 単純桁: $\bar{y}_{d,2} = 1$ 連続桁: $\bar{y}_{d,2} = 0$	凍結防止剤 散布量 ^{*1} : $\bar{y}_{d,3}$	路面 スケール パラメータ
		昭和 39 年以前: $\bar{y}_{d,1} = 1$	昭和 39 年以後: $\bar{y}_{d,1} = 0$			
		$\beta_{i,1}^{*1}$	$\beta_{i,2}^{*1}$			
1	-3.515	-0.231	-0.214	(-0.280, -0.150)	1.371	0.477
	(-3.588, -3.447)	(-0.289, -0.169)	(-0.280, -0.150)		- ^{*2}	
	-0.947	0.664	0.069		0.238	-0.296
2	-3.434		-0.184	(-0.318, -0.053)	(1.061, 1.649)	(0.334, 0.588)
	(-3.583, -3.286)	- ^{*2}	(-0.318, -0.053)			
	-1.283		0.489			
3	-0.695	-1.120		- ^{*2}	- ^{*2}	
	(-0.887, -0.497)	(-1.291, -0.956)				
	-0.693	1.598				

*1 各セルの第 1,2,3 行目は、事後分布の期待値、90%信頼区間の下限値・上限値、Geweke 検定統計量²⁷⁾.

*2 90%信頼区間に 0 を含んだため、帰無仮説「パラメータ = 0」を棄却できず、推定結果から除外.

で最適な説明変数の組み合わせを検討した. その結果、ポットホール発生モデルには説明変数として定数項のみを採用すること、RC 床版劣化モデルには説明変数として示方書年度(昭和 39 年以前、以後)、桁形式(単純桁、連続桁)、凍結防止剤散布量の 3 つの説明変数を採用することが最適であると判断した. なお、大型車交通量に関して、本章の対象路線においては路線間で大きな差異がなかったために棄却された. 最適モデルのパラメータの事後分布に関する統計量をそれぞれ表-4.5 および表-4.6 に示す. これ以降、MCMC 法によって推定されたパラメータの事後確率密度関数の期待値を用いて、最適ポットホール発生モデルおよび最適床版劣化モデルと呼称し、議論を進める.

表-4.5 に着目すると、全体的な傾向として、スパン別損傷度が進展するにつれて床版スケールパラメータとポットホールの期待到着率が大きくなっていることが読み取れる. その一方で、スパン別損傷度 I と II を比較すると、スパン別損傷度 II のスケールパラメータの絶対値の方が大きい. これはスパン別損傷度 II の床版よりも、相対的に健全性が高い I の床版においてポットホールの発生頻度が高くなることを意味しており、このような劣化メカニズムを工学的に説明することは難しい. しかし、両者のスケールパラメータおよび期待到着率の差異はわずかであり、統計的には有意でないと考えられる. むしろ、スパン別損傷度 II の状態では RC 床版の劣化がポットホールの発生頻度に及ぼす影響は無視できる程度であり、スパン別損傷度が III, IV と増加するにしたがって発生頻度が 2 倍、3 倍と高まり、スパン別損傷度 V の床版の劣化が与える影響は非常に大きいと推察できる. また、表-4.6 中のスケールパラメータが正値を取ることから、ポットホールの発生頻度が大きく

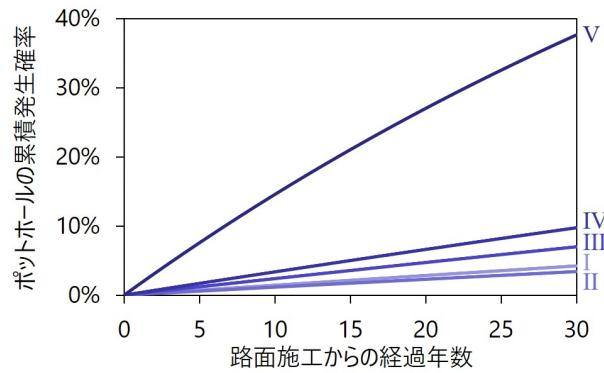


図-4.4 スパン別損傷度ごとのポットホール累積発生確率

なるほど、RC床版の劣化速度が増加する。

4.5.4 予測結果

ポットホール発生モデル

図-4.4には、推定結果を用いて算出したスパン別損傷度に応じたポットホールの累積発生確率を示す。ポットホールが路面ユニット（1車線×100m）に1つ以上発生する確率を縦軸に、路面施工からの経過年数を横軸に設定した。表-4.5で示唆した通り、RC床版のスパン別損傷度が高くなるほど、床版直上の路面におけるポットホールの発生確率が高くなっている傾向を同図からも読み取れる。なお、図-4.4中で、スパン別損傷度IおよびIIが逆転しているが、4.5.3で述べたように、この相違は統計的には有意な差ではなく、本分析で利用した点検サンプル固有の原因による誤差の範囲であると判断している。

また、ポアソン過程の特性により、同図に示す5本の曲線のいずれにおいても、時間の経過とともに累積発生確率は増加していく。いま、スパン別損傷度Vの場合に着目する。例えば、累積発生確率が10%となるときの経過年数は6.7年である。この結果から、床版の損傷状態が最も悪い場合であっても、床版直上のアスファルト舗装は6.7年の耐久性を有しており、ポットホールが発生したときに、その都度常温混合物で応急補修を行えば十分であると解釈するのは施策として誤りである。累積発生確率が10%（1年間に当該ユニットでポットホールが1個以上発生する確率が10%）ということは対象とする全ての路面ユニットに関して、その10%に相当する路面ユニット内でポットホールが発生しているということを意味する。

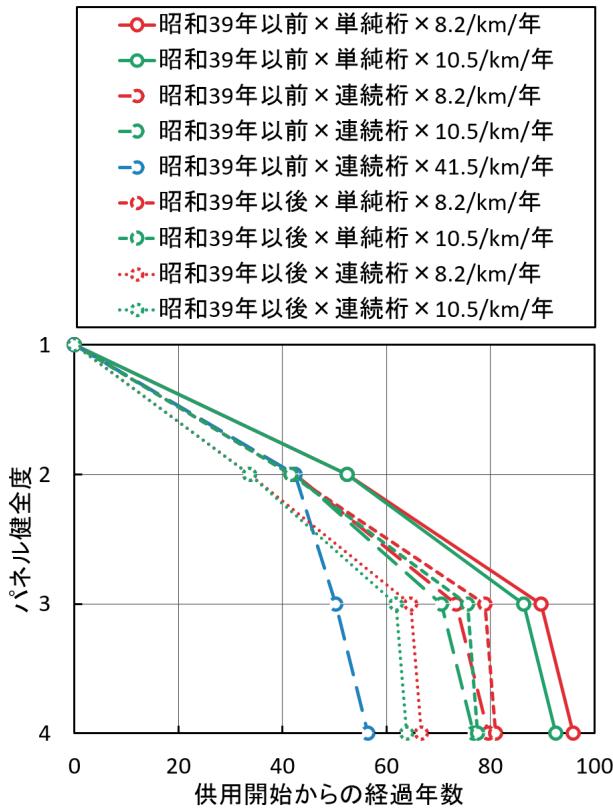


図-4.5 RC床版の期待劣化パス

床版劣化モデル

ポットホールの発生率が0個/年であるという条件で、図-4.5に示すように、示方書年度が昭和39年以前、桁形式が単純桁、かつ凍結防止剤散布量が最も少ない(8.2t/km/年)径間内におけるパネルの期待寿命は最も長く95.9年である。一方で、示方書年度が昭和39年以前、桁形式が連続桁、かつ凍結防止剤散布量が最も多い(41.5t/km/年)径間内におけるパネルの期待寿命は最も短く56.4年である。さらに、示方書に着目すると、示方書年度が昭和39年以前の床版の期待寿命が長くなっている。これは、対象道路区間において、示方書年度が昭和39年以前の床版は上面増厚(床版補強工)がなされていることが原因であると考えられる。すなわち、昭和39年以前の床版の寿命が昭和39年以後の床版の寿命よりも長いということではなく、示方書年度は上面増厚の有無に関する代理変数となっていると考えられる。また、示方書年度と凍結防止剤散布量が同じ場合、対象道路区間における単純桁の床版は連続桁の床版より期待寿命が長い。さらに、示方書年度と桁形式が同じであれば、凍結防止剤散布量が多ければ多いほど、床版の期待寿命が短くなる。1993年3月にスパイクタイヤの使用が禁止されて以降、凍結防止剤の散布量が増加している。凍結防止剤に含まれる塩分は、コンクリート表面から内部に浸透することによって、アルカリ骨材反応を誘発するばかりでなく、塩害によるコンクリートの劣化ももたらす²⁹⁾。

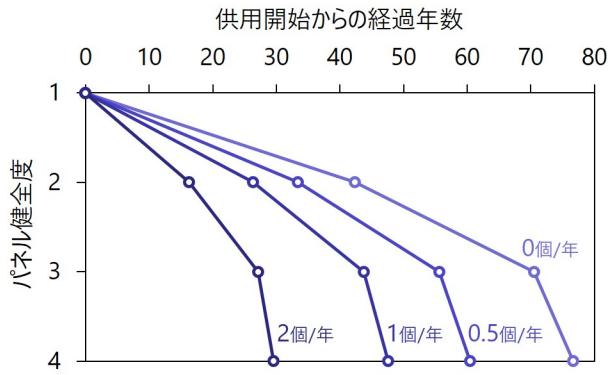


図-4.6 ポットホールの発生状況に応じた床版の期待劣化パス

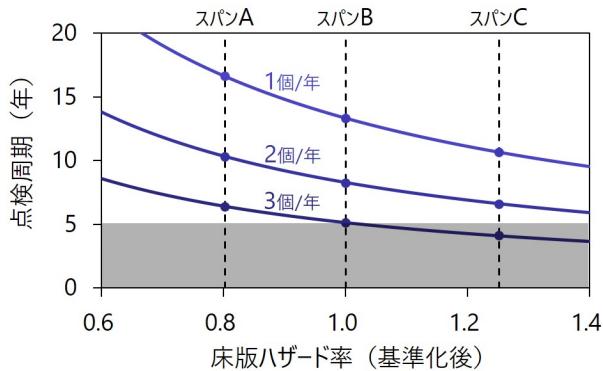


図-4.7 ポットホールの発生頻度とRC床版の点検周期

図-4.6には、ポットホールの発生頻度に応じた床版パネルの期待劣化曲線を示す。5.(2)で示したように説明変数としては、示方書年度、桁形式と凍結防止剤散布量を採用した。本章では、路面ユニット内に1年間でポットホールが0個、0.5個、1個、2個発生するような状況を想定した。同図から明らかなように、ポットホールの発生頻度が高くなるにつれ、床版パネルの期待寿命が短くなる。例えば、径間内で年間のポットホール最大発生個数が0個の場合、パネルの期待寿命は76.7年、年間最大発生個数が0.5個、1個、2個の場合、それぞれのパネルの期待寿命は60.4年、47.6年、29.5年となっている。年間最大発生個数が2個の場合、パネルの寿命は0個の場合より60%ほど短くなる。既述の通り、床版の劣化とポットホールの発生に関する因果関係は不明であるが、両者の間には劣化過程と発生過程に対して相互に影響を及ぼしあう関係性がある。ただし、明らかな経年劣化事象であるRC床版と異なり、路面ユニットという限られた範囲内におけるポットホール発生は希少事象である。後の5.(5),(6)で検討する分析においても、ポットホール1つの発生箇所や時点が異なれば点検施策は大きく変わり得る。すなわち、ポットホール発生に関する偶然

表-4.7 想定したポットホール発生状況

舗装区間	2016/3/31までのポットホール累積発見数	ポットホールの発生シナリオ					
		シナリオ I		シナリオ II		シナリオ III	
		点検日	ポットホール発見数	点検日	ポットホール発見数	点検日	ポットホール発見数
A	2	—	—	2017/5/1 2023/3/4	1 1	—	—
B	0	—	—	—	—	2017/8/24 2018/10/12	2 1
C	0	—	—	—	—	2019/10/18 2021/1/15 2022/11/12	1 1 1
D	0	—	—	—	—	—	—
E	0	—	—	—	—	2020/9/3	1
F	0	—	—	2022/11/12	1	—	—

性には留意する必要がある。施策決定の際に、偶然性を排除するためには数多くのシミュレーションを実施するほか、路面上のポットホールの発生パターンやポットホール個々の大きさなど単純な個数に依拠しない指標設定が必要となる。

4.5.5 状態依存型点検ルール

図-4.7は、分析対象とする各スパンの健全度1におけるハザード率 $\hat{\theta}_{s,1}$ と、床版の点検周期との関係を示している。横軸は、各スパンのハザード率を平均ハザード率で基準化した値 $\hat{\theta}_{s,1}/\text{AVE}(\hat{\theta}_{s,1}, \dots, \hat{\theta}_{S,1})$ を示す。

高速道路の管理者が設定しているように、スパン内の床版パネルの40%以上にD以上の損傷（表-4.4により、健全度2以上）があるとき、スパン別損傷度Ⅲとなる。ここで、最新の点検年度からスパン別損傷度Ⅲとなるときの経過年数を最適点検周期として定義する。経過年数が z_s のときに、スパン s 内で健全度が1のパネル割合は $\phi_1(z_s) = \hat{\phi}_1 \pi_{s,1,1}(z_s)$ と表される。ただし、 $\hat{\phi}_1$ は最新の点検年度に、スパン内の健全度1のパネル数に対する全パネル数の割合である。 $\pi_{s,1,1}(z_s)$ はスパン s 内のパネルのマルコフ推移確率である。なお、 $\phi_1(z_s) = 0.6$ が成立するときに、スパン s の最適点検周期は z_s である。

図-4.7の一番上の青色曲線は、径間内の年間ポットホール最大発生個数を1とした場合における、床版ハザード率と床版の点検周期との関係を示している。一方、その下の2本の青色の曲線は、それぞれ年間のポットホール最大発生個数を2,3個と増加させた場合の関係を示す。同図から読み取れる特徴としては、ポットホールの発生頻度が異なっても、基準

後の床版ハザード率は変化しないという点である。これは、床版ハザード率の定式化 4.3.3 から明らかなように、ポットホールの発生によって床版ハザード率の説明変数が変化するわけではないことが理由である。いま、一番上の青色の曲線（ポットホールの発生頻度 1 個/年）上に位置する 3 つのスパン（左からスパン A, B, C）に着目する。基準化後の床版ハザード率は最小 0.802（スパン A），最大 1.252（スパン C）である。スパンごとのハザード率（劣化速度）は異なるが、推定した最適点検周期はいずれも 10 年以上となった。したがって、この 3 つのスパンに対して、データ上は 10 年に 1 回の頻度で目視点検を実施すればよいことになる。なお、スパン A の最適点検周期は 15 年を超えており、現行の目視点検が 5 年に一度実施されることを考慮すると、15 年に 1 回の頻度で点検を実施するのは非現実的である。さらに、ポットホールの発生頻度が高くなる（2 個/年の曲線）と、スパン A の最適点検周期は 10 年を超えており、それ以外のスパンに対する最適点検周期は 10 年を下回っている。したがってポットホールが 1 年に 2 個以上発生するような状況下においては、スパン A に対して 10 年に 1 回の頻度で点検し、それ以外のスパンに対しては 5 年に 1 回の頻度で点検を実施することが望ましいといえる。さらに、ポットホールの発生頻度が 3 個/年の場合、スパン A, B の最適点検周期は 5 年を上回っているのに対して、スパン C の最適点検周期は 5 年を下回っている。このため、スパン A, B に対して 5 年に 1 回の頻度で点検し、スパン C に対しては 5 年よりも短い頻度（例えば、2 年に 1 回）で点検する、あるいは目視でも、目視によらない方法であっても、常時モニタリングに近い形で継続的に床版の状態を確認することが望まれる。

以上のように、劣化の進行が速い RC 床版に対しては点検周期を短縮する、あるいは常時モニタリングを行う一方で、獲得された点検データを用いて健全性が確認された RC 床版に対しては点検周期を延伸することが考えられる。この際に、点検周期を延伸した床版に対しては、その安全性を担保するために、日常巡回を通して確認される床版直上のポットホールの発生状況に関する情報を有効活用して、本章で提案したような RC 床版の劣化状態を継続的に監視することが可能な点検手法の検討が重要となる。

4.5.6 床版の最適点検施策

前節では、ポットホールの発生率が経時変化しないと仮定して、最適点検周期を決定した。しかし、実際には、ポットホールの発生率は時間とともに変化し得る。以上のことから、前節で提案した方法論を用いながら、ポットホール発生率の経時変化を考慮した点検手法をシミュレーションを通して構築する。あるスパン直上の路面は、表-4.7 のように 6 区間（区間 A, …, 区間 F）の路面ユニットで構成されている。当該橋梁は 2009 年 4 月 1 日に施工され、最新の舗装の点検時点（2016 年 4 月 1 日時点）までに、区間 A のみ累積 2 個のポットホールが観測されている。各区間におけるポットホールの発生を同表に示すような 3 つのシナリオ（シナリオ I, II, III）で与えた。なお、各時点でのポットホールの発生

率は、

$$\begin{aligned} \text{任意時点 } t \text{ におけるポットホール発生率} = \\ \frac{\text{現在から時点 } t \text{ までの累積ポットホール発生数}}{\text{現在から時点 } t \text{ までの経過年数}} \end{aligned} \quad (4.24)$$

として算出する。表-4.7 と式 (4.24) を用れば、各区間におけるポットホール発生率の経時変化を図-4.8 のように示すことができる。同図には、RC 床版パネルのマルコフ推移確率の算定に必要な当該スパン内での最大のポットホール発生率の経時変化も併せて示している。当然のことながら、ポットホールが観測された日において発生率が急増していることが確認できる。

図-4.8 を用いれば、ポットホールの発生率ごとに変化する床版パネルのマルコフ推移確率を式 (4.7) により求めることができる。さらに、集計的劣化過程モデル³⁰⁾を用いて、点検からの経過年数の増加とともに、ポットホールの発生率に応じたスパンの劣化リスク（スパン別損傷度が IV に達する確率）を算出できる。スパンの劣化リスクの経時変化を図-4.9 に示す。さらに、スパンの劣化リスク管理限界値を、例えば 10% と設定すれば、一定の期間において、劣化リスクが限界値を上回っていることが確認できる。具体的には、シナリオ I の場合には、最新の点検から 10 年以内に管理限界値に到達することはない。一方で、シナリオ II の場合には 6.9 年で管理限界値に達し、シナリオ III の場合には 4.8 年で管理限界値に達している。以上の結果から、当該スパンに対しては、次の点検周期を 10 年と設定して、その間は日常巡回を通してポットホールの発生状況をモニタリングすることによって安全性を担保するような状態依存型の点検を基本方針として提案することができる。ただし、シナリオ II や III のような状況が発生した場合には RC 床版の状態を迅速に確認する緊急点検を行う方法論が必要である。

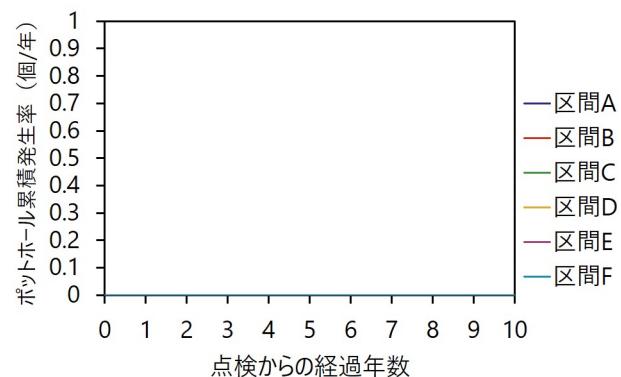
このように、本章で開発した方法論を用いることにより、日常巡回によって獲得されるポットホールの発生頻度から図-4.9 に示すようなスパンの点検周期と劣化リスクの関係を明らかにすることができます。このような知見は、高速道路に限らず、道路橋の点検合理化に貢献することが期待される。一方で、本章では特定スパンの RC 床版に着目した。点検周期は橋梁単位、スパン単位、あるいは部材単位で独立に決定されるものではない。現実問題として、橋梁単位で点検周期が設定されていたとしても、実務的には管理が煩雑になるだけである。路線単位で点検周期を決定する、あるいはプロファイリング手法³¹⁾により維持管理施策をグルーピングした橋梁単位で点検周期を決定することが重要である。

4.6 おわりに

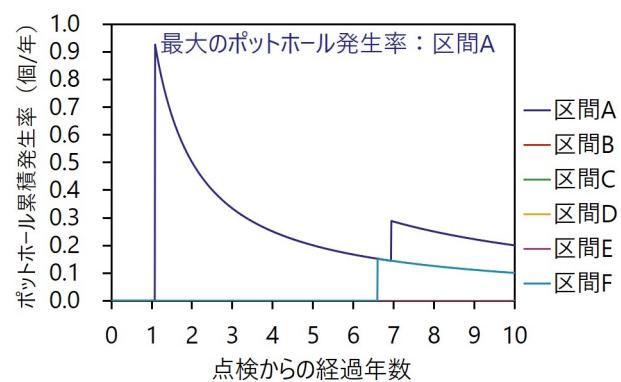
本章では、ポットホールの発生頻度を補完的情報とする RC 床版の状態依存型の目視点検手法の開発を目的として、RC 床版の劣化速度とその直上に位置する舗装路面のポットホー

ルの発生確率が相互に影響を与えるような相互関係を明示的に考慮したポアソン隠れマルコフ劣化ハザードモデルを定式化した。さらに、RC床版に対する目視点検データと、ポットホールに対する日常巡回の相違によって生じる時間的不整合性の問題に関して、潜在変数を導入した上で、MCMC法に基づくモデル推定のためのアルゴリズムを提案した。最後に、提案した方法論を実在する高速道路RC床版に対して適用することによって、具体的には、ポットホールの発生状況を分析して、点検周期の延伸期間中に発生頻度が事前に設定した管理限界値を超えた場合には緊急点検を実施するような点検手法の整備が可能であることを述べた。

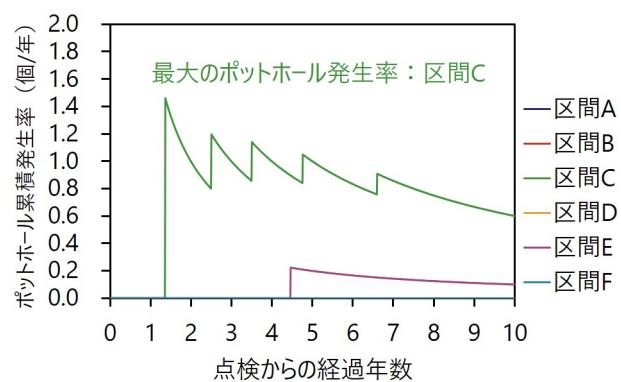
一方で、本章に関して残された課題には次のようなものがある。第一に、劣化予測やシミュレーションの結果に対する検証ができていないことがあげられる。**4.5**に示したように、AICを用いて複数の説明変数をモデルに考慮するなど、利用可能であったRC床版橋に関するデータを最大限に活用して、統計的観点から劣化予測結果の精緻化に努めた。しかしながら、社会基盤施設の劣化過程には多くの不確実性が介在するために、研究成果の実用化に際しては、今後蓄積されていく点検データを継続的に解析し、実現象と劣化予測結果との整合性を評価していくとともに、必要に応じて方法論を改良していく必要がある。第二に、本章で開発した方法論の適用事例が限定的であることがあげられる。高速道路会社が管理するRC床版を対象として、提案手法を適用した実証分析を実施し、RC床版に対する合理的な点検を達成するために有用ないくつかの知見を得ることができた。しかし、ごく限られた区間の一部のRC床版のみを対象としたために、RC床版に関する普遍的な知見を獲得できたわけではない。今後、適用事例を増やし、RC床版に関する普遍的な知見を獲得するとともに、得られた知見を実際の点検業務に反映させ、点検をより合理的なものにしていく必要がある。第三に、本章の成果を橋梁以外の分野へ展開していくことも必要である。本章では、RC床版の劣化過程と舗装路面におけるポットホールの発生過程という複合的劣化過程に着目したが、開発した方法論は、点検データさえ存在すれば、他の劣化過程にも適用できる汎用性を有している。例えば、舗装マネジメントに着目した場合、ポットホールの発生と舗装耐荷力は相互に影響し合い、複合的劣化過程を形成している可能性がある。舗装耐荷力の健全度は目視では確認できないが、Falling Weight Deflectometer (FWD) 試験による舗装たわみ量の測定結果から、耐荷力を推定する手法も開発されている。このようなデータを本章で開発した方法論に適用し、舗装の点検合理化や大規模補修の数量や時期の選定に応用できる可能性がある。



(a) シナリオ I

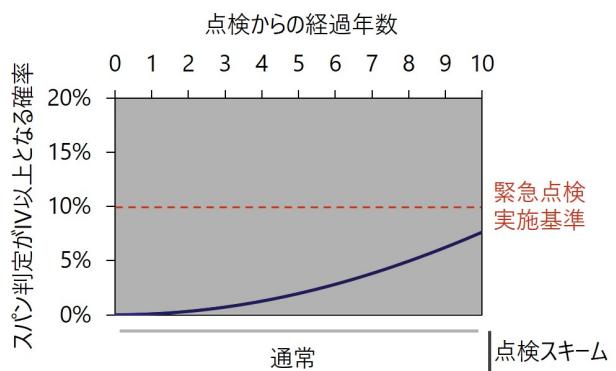


(b) シナリオ II

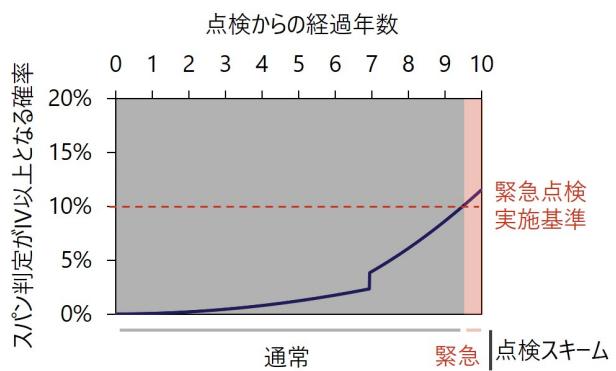


(c) シナリオ III

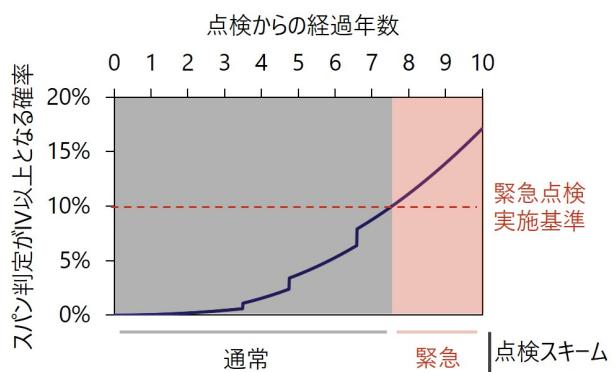
図-4.8 ポットホール発生率の経年推移（将来の想定）



(a) シナリオ I



(b) シナリオ II



(c) シナリオ III

図-4.9 スパンの劣化リスクと点検周期の関係

参考文献

- 1) 国土交通省道路局：道路橋定期点検要領，2014.
- 2) 国土交通省 社会資本整備審議会 道路分科会：第9回道路技術小委員会 資料2「地方公共団体へのアンケート調査、定期点検結果の分析、点検支援技術の開発の動向」，2018.
- 3) 国土交通省 社会資本整備審議会 道路分科会 道路技術小委員会：第10回道路小委員会議事録，2018.
- 4) 貝戸清之，小林潔司，加藤俊昌，生田紀子：道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク，土木学会論文集F, Vol.63, No.1, pp.16-34, 2007.
- 5) 小濱健吾，貝戸清之，小林潔司，福田泰樹，板垣勝則：道路障害物に関する苦情発生分析，土木学会論文集F4, Vol.69, No.1, pp.32-46, 2013.
- 6) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 7) 貝戸清之，金治英貞，小林寛，間嶋信博，大石秀雄，松岡弘大：目視点検データを用いたフォルト・ツリー分析に基づく長大橋の最適点検政策の決定手法，土木学会論文集F4, Vol.67, No.2, pp.74-91, 2011.
- 8) 貝戸清之，金治英貞，杉岡弘一，大石秀雄，松岡弘大：鋼材腐食ハイブリッド劣化予測とフォルト・ツリー分析を用いた長大橋の最適点検間隔，土木学会論文集F4, Vol.69, No.2, pp.84-101, 2013.
- 9) 堀倫裕，小濱健吾，貝戸清之，小林潔司：下水処理施設の最適点検・補修モデル，土木計画学・研究論文集，土木学会，Vol.25, No.1, pp.213-224, 2008.
- 10) 貝戸清之，鎌田敏郎，大谷明，山中明彦：下水道コンクリート官渠のストックマネジメント，下水道協会誌，Vol.47, No.577, pp.78-87, 2010.
- 11) 西日本高速道路株式会社：保全点検要領（構造物編），2006.
- 12) 津田尚胤，貝戸清之，山本浩司，小林潔司：ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推定法，土木学会論文集，No.798/VI-68, pp.125-136, 2006.
- 13) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.

- 14) Jeffreys, H.: *The Theory of Probability*, Oxford University Press, 1961.
- 15) Titterington, D. M., Smithe, A. F. M. and Makov, U. E.: *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions*, John Wiley & Sons, 1985.
- 16) Dempster, A. P., Laird, N. M. and Rubin, D. B.: Maximum likelihood from incomplete data via the EM Algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.39, pp.1-38, 1977.
- 17) Robert, C. P.: Mixtures of Distributions: Inference and Estimation, in Gillks, W. R., Richardson, S. and Spiegelhalter, D. J. (eds.): *Markov Chain Monte Carlo in Practice*, Chapman & Hall, 1996.
- 18) Robert, C. P., Rydén, T. and Titterington, D. M.: Bayesian inference in hidden Markov models through the reversible jump Markov chain Monte Carlo method, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.62, pp.57-75, 2000.
- 19) Celeux, G., Hurn, M. and Robert, C. P.: Computational and inferential difficulties with mixture posterior distributions, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.95, pp.957-970, 2000.
- 20) 貝戸清之, 小林潔司, 青木一也, 松岡弘大:混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計, 土木学会論文集D3, Vol.68, No.4, pp.255-271, 2012.
- 21) 貝戸清之, 起塚亮輔, 伊藤哲男, 橋爪謙治, 出口宗浩:床版かぶりコンクリートの剥離. 剥落発生リスクと最適点検政策, 土木学会論文集D3, Vol.68, No.4, pp.255-271, 2012.
- 22) 宮崎文平, 風戸崇之, 濱梶方希, 小濱健吾, 貝戸清之:高機能舗装を対象とした高速道路の路面管理水準に関する実証的研究, 土木学会論文集E1, Vol.69, No.3, pp.175-183, 2013.
- 23) 橋爪謙治, 橋本和明, 明石行雄, 全邦釤:排水性舗装の基層以深の劣化を要因としたポットホール発生予測手法の一提案, 土木学会論文集E1, Vol.70, No.3, pp.17-24, 2014.
- 24) 橋爪謙治, 橋本和明, 全邦釤, 中畠和之, 石田哲也:排水性舗装におけるポットホール発生リスクに関する定量分析, 土木学会論文集E1, Vol.72, No.3, pp.115-123, 2016.
- 25) 小林潔司, 貝戸清之, 大井明, Nguyen Dinh THAO, 北浦直樹:データ欠損を考慮した複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルの推定, 土木学会論文集E4, Vol.71, No.2, pp.63-80, 2015.

- 26) Akaike, H.: Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle, *Proceedings of the 2nd International Symposium on Information Theory*, pp.267-281, 1973.
- 27) Geweke, J.: Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments, in: Bernardo, J. M., Berger, J. M., Dawid, A. P., and Smith, A. F. M. (eds.) : *Bayesian Statistics 4*, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.
- 28) Le Thanh NAM, 貝戸清之, 小林潔司, 起塚亮輔: ポアソン隠れマルコフ劣化モデルによる舗装劣化過程のモデル化, 土木学会論文集 F4, Vol.68, No.2, pp.62-79, 2012.
- 29) 辻和秀, 三村陽一, 吉武勇, 浜田純夫: 凍結防止剤の塩害を受けるコンクリート版のライフサイクルコスト, 土木学会論文集, No.784/VI-66, pp.65-75, 2005.
- 30) 水谷大二郎, 小濱健吾, 貝戸清之, 田中晶大: 集計的劣化過程モデルによる高速道路 RC 床版の劣化総合評価, 土木学会論文集 F4, Vol.73, No.3, pp.50-69, 2017.
- 31) 小林潔司, 中谷昌一, 大迫湧歩, 安部倉完: 橋梁の劣化速度の異質性を考慮した補修戦略プロファイリング, 土木学会論文集 D3, Vol.73, No.4, pp.201-218, 2017.
- 32) Terpstra, T. J.: The asymptotic normality and consistency of Kendall's test against trend, when ties are present in one ranking, *Indagationes Mathematicae*, Vol.14, pp.327-333, 1952.
- 33) Jonckheere, A. R.: A distribution-free k-sample test against ordered alternatives, *Biometrika*, Vol.41, pp.133-145, 1954.
- 34) Odeh, R. E.: On the power of Jonckheere's k-sample test against ordered alternatives, *Biometrika*, Vol.59, pp.467-471, 1972.

第5章 主要部材と非主要部材の劣化予測手法の統合による補修施策の合理化

5.1 はじめに

橋梁は多様な部材によって構成される複雑な構造システムである。したがって、ある部材の劣化が他の部材の劣化過程に影響を与えたり、あるいは複数の部材が互いに劣化過程に影響を及ぼし合うような関係性が存在する。このような相互関係が存在するために、特定の部材の点検や補修の実施タイミングが構造物全体の劣化過程に重大な影響を及ぼす場合が少なくない。

橋梁に関しては、2014年に5年に一度の近接目視が義務化され、2020年現在において目視点検が一巡し、二巡目に入っている。今後、点検周期の再検討や、部材優先順位を考慮した点検の柔軟性などが議論されることが予想できる。部材間の関係性を考慮せずに、部材個々にこのような課題を議論すれば、主部材でない部材（以下、非主部材）の点検が相対的に軽視される恐れがある。部材間の関係性（特に非主部材が主部材に及ぼす影響）を考慮した上で、蓄積された目視点検データを詳細に分析して、実態に則した目視点検の在り方を考えていく必要がある。

本章では、具体的な劣化事象として鋼桁端部の腐食に着目する。鋼桁端部は、桁中央部などと比較すると、相対的に腐食進行速度が速い。これは、塗膜の経年劣化に起因する腐食の発生・進行に加え、鋼桁端部の直上に設置されている伸縮装置、あるいは止水材からの漏水の影響が大きい。鋼桁端部に対する大規模な補修や更新に比べ、通行規制は伴うものの伸縮装置の止水や更新は実務的・経済的負担が少ない。止水材の取替であればその負担はさらに少ないと考えられる。したがって、伸縮装置を適切に点検・管理することによって、鋼桁端部における腐食の発生と進行を抑制し、最終的には橋梁全体の長寿命化とライフサイクル費用最小化を達成できる可能性がある。すなわち、非主部材の劣化が主部材の劣化に影響を及ぼすような関係性が存在する場合には、このような関係性を把握した上で、橋梁の点検施策を議論しなければならない。

以上の問題意識のもとで、本章では伸縮装置の劣化（止水材の破損）により発生する漏水の有無が鋼桁端部の腐食に及ぼす影響について評価するための方法論を提案する。具体的には、鋼桁端部直上の伸縮装置（止水材）からの漏水の有無に応じて2種類の状態モードを設定する。伸縮装置からの漏水が鋼桁端部に及ぼす影響を考慮するために、状態モードごとに異なるハザード関数を有するスイッチング型のマルコフ劣化ハザードモデルによって鋼桁端部の腐食の進展過程を表現する。同モデルを実際の点検データを用いて推定し、伸

縮装置からの漏水の有無による鋼桁端部の腐食進展過程の相違を検証する。さらに、ライフサイクル費用分析を通じて、止水材に対する適切な維持管理が鋼桁端部の腐食進展を抑制し、その結果として鋼桁端部に対する予防保全がライフサイクル費用低減効果をもたらすことを明らかにする。以下、5.2で本章の基本的な考え方を説明する。5.3では、2種類の状態モードで定義されたハザード関数を有するスイッチング型のマルコフ劣化ハザードモデルを定式化し、5.4でモデルの推定手法を説明する。5.5では、実際の目視点検データを用いた適用事例について述べる。最後に5.6では、5.5の推定結果を用いて、ライフサイクル費用分析を行う。

5.2 本章の基本的な考え方

5.2.1 道路橋の維持管理

現在、我が国では、道路法施行規則第4条の5の6に基づき道路橋に対する点検が義務付けられており、道路橋定期点検要領¹⁾および橋梁定期点検要領²⁾において、5年に一度の定期点検を実施することが規定されている。本章で対象とする鋼桁端部や伸縮装置に対しても基本的には5年に一度の定期点検が実施され、点検結果に応じて補修や更新の必要性に関する判断が行われる。一方で、道路橋定期点検要領に「道路橋の構造や架橋条件等は多岐にわたることから、実際の点検では、本要領の趣旨を踏まえて、個々の道路橋の諸条件を考慮して定期点検の目的が達成されるよう、適切な内容や方法で行うことが必要である。」と明記されており、マネジメントサイクルの継続的な改善を考えた場合にも、客観的な根拠に基づいた5年に一度の定期点検頻度の妥当性の検証や、道路橋定期点検要領に従い5年に一度の定期点検を実施する際の留意点の整理などを継続的に実施していくことが望ましい。この点に関して、本章では、伸縮装置のような道路橋の構造性能そのものには寄与しない非主部材に対する補修施策に応じて、鋼桁端部のような橋梁の構造安全性そのものに影響する主部材のリスクが変動し、上述した5年に一度の定期点検頻度の妥当性や留意点が変化する可能性があるという観点から議論を進める。

ここで、鋼桁端部に対して、点検結果に応じて補修内容を決定する状況依存的ルールが採用されている場合を考える（なお、既往研究³⁾では、点検結果に応じて補修内容を決定するルールの他に、点検結果に応じて次回の点検時点を変動させるルールも含めて状況依存的ルールと呼んでいるが、実際の橋梁に対する点検が5年に一度行われている点、方法論の煩雑化を防ぐという点から、本章では点検結果に応じて補修内容を決定するルールを指して状況依存的ルールと呼ぶ）。さらに本章では、伸縮装置の漏水に対する補修施策として、予防保全（漏水発見後、即時の保全を想定）、通常保全（漏水発見後、一定時間経過後の保全を想定）、事後保全（漏水が発見されたとしても、保全されないことを想定）、の3種類を取り得る状況を想定する。そして、それぞれの補修施策を採用したケースごと

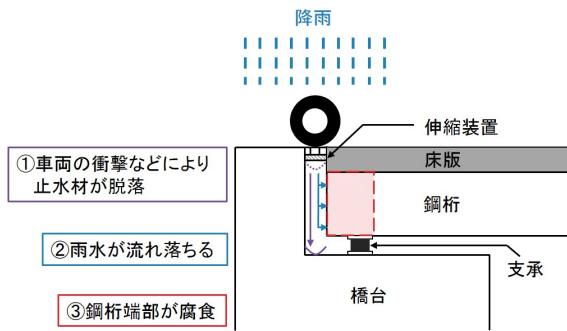
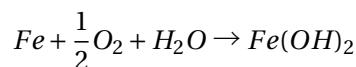


図-5.1 鋼桁端部の腐食メカニズム

に鋼桁端部のリスクおよびライフサイクル費用を推定した上で、それらを比較し、予防保全の効果がどの程度見込まれるのかを定量的に示す。

5.2.2 道路橋の複合的劣化メカニズム

本章では、道路橋の鋼桁端部の腐食の進展と伸縮装置の漏水の発生、さらに、それらの双方に起因した複合的な劣化の進展をモデル化する。周知のとおり、鋼材が酸素や水と結合して安定な状態である酸化化合物に戻ろうとする現象を腐食と呼び、橋梁定期点検要領²⁾においては、集中的に錆が発生している状態、あるいは錆が極度に進行して板厚減少や断面欠損が生じている状態と記載されている。また、同要領において、腐食しやすい箇所として、漏水の多い鋼桁端部、水平材上面などの滯水しやすい箇所、支承部周辺、通気性、排水性の悪い連結部、泥、ほこりの堆積しやすい下フランジの上面、溶接部があげられている。腐食は鋼構造物の主な劣化事象の1つであり、腐食における鋼材の水中または大気中での浸食は、水および水中の溶存酸素により引き起こされ、その化学反応式は



と表される。また、腐食の進行の程度は構造物の使用環境、構造物および部材の種類と形状、部位などに大きく左右されるために、防食対策としては塗装の他、構造物そのものに腐食耐久性の高い鋼材を使用するなど、それぞれの条件に応じて様々な手法が存在するものの、経済性と景観および施工性を考慮して、塗装による防食が最も普及している。塗装された構造物では、塗膜が健全に保たれている間は腐食は進行しない。一方で、塗膜が劣化し防食機能を失った状態で放置すると鋼材の腐食は進行する。鋼材の腐食が進行した場合、鋼材の断面減少が生じるために、腐食発生箇所に対策を講じなければ、橋梁の構造安全性に多大な影響を及ぼす。上記の化学反応式からも明らかのように、塗膜劣化後の鋼桁端部の腐食の進展には水が大きく影響しており、以下で述べるような鋼桁端部の滯水に起因してその周辺の腐食の進展が加速される可能性があることは容易に想像できる。

橋梁の鋼部材の一種である伸縮装置は、一般的に非排水型と排水型の2種類に大別される。非排水型の伸縮装置では、伸縮装置の直下に止水材が設置されており、建設時には、その直下の鋼桁端部には漏水が生じない構造となっている。一方で、止水材を持たないのが排水型の伸縮装置である。排水型の伸縮装置の直下の鋼桁端部では、降雨時には必ず直上の伸縮装置からの漏水がある状況となるため、鋼桁端部の腐食の進展過程も時間に対して定常的であると考えられる。一方で、非排水型の伸縮装置の直下に位置する鋼桁端部では、止水材が破損している場合と破損していない場合で、鋼桁端部への漏水の有無が異なり、鋼桁端部周辺の滯水状況も異なると考えられる。このような滯水状況が時間的に変化し、それに伴い、鋼桁端部の腐食の進展過程も時間的に変化するような劣化過程に着目するために、本章では非排水型の伸縮装置を分析対象とする。非排水型の伸縮装置の止水材の脱落や破損の原因として、図-5.1に示すような、土砂の堆積、積雪寒冷特別地域の場合は雪の堆積、通行車両によって繰り返される衝撃、過積載による過大な衝撃、伸縮の繰り返しおよび経年による劣化が考えられる。止水材が損傷した場合、鋼桁端部に漏水し、腐食という劣化事象が顕在化しやすくなる。そのため、止水材が損傷しているか否かは、鋼桁端部の腐食に深い関係があることから定期的に点検が行われており、止水材の損傷や脱落、止水材からの水跡、橋台、橋脚上部の滯水などから漏水の有無が判断され、点検結果に記録される。鋼桁端部の下部の腐食は、伸縮装置からの漏水が主な原因となっている点を実際の橋梁点検データから示唆している事例も存在する⁴⁾。しかしながら、伸縮装置からの漏水の有無に応じた鋼桁端部の腐食の進展速度を定量化した研究は著者の知る限り過去には存在せず、この点に本章の新規性がある。さらに、伸縮装置からの漏水の有無に応じた鋼桁端部の腐食の進展速度というアセットマネジメントに直接的に有用となる知見を獲得し、それに基づきライフサイクル費用分析を行うという点に本章の実務的な価値も存在する。

5.2.3 鋼桁端部の腐食に対する漏水管理モード

本章では、伸縮装置からの漏水の状態が鋼桁端部の腐食進展過程に与える影響を定量化し、その上で、鋼桁端部の腐食の進展を抑制するように伸縮装置止水材をマネジメントする課題を対象とする。社会基盤施設の統計的劣化予測手法に関する研究が蓄積されており、使用条件や環境条件に応じた劣化過程の差異も定量化されている⁵⁾。しかしながら、これら既往研究では、使用条件や環境条件が外生的な変数（可観測、不可制御性の変数）として取り扱われることが一般的である。しかし、筆者らの知る限り、使用条件や環境条件を管理する（可観測、可制御性の変数と考える）ことにより、社会基盤施設の長寿命化やライフサイクル費用の低減を図るという問題意識を持つ研究は見当たらない。具体的には、伸縮装置からの漏水の有無は、鋼桁端部にとっては腐食進展過程に影響を与える環境条件であるが、伸縮装置止水材も損傷が発生すれば補修を行うといった管理の対象となり得る。本章ではスイッチングモデルの状態モードを制御すること（止水材の点検および状況依存的

ルールに基づく補修施策)によって、鋼桁端部における漏水の有無を制御可能な変数と捉える。非主部材である止水材の破損は橋梁の構造安全性に直接的に影響を与えるものではないが、鋼桁端部の腐食進展を通じて構造安全性の低下や、ひいては橋梁通行止めといった形で社会的損失を招く可能性がある。本章では、このような非主部材の状態を主部材に対する環境条件として捉え、これまで外生的条件として考えられていた環境条件を点検や補修によって適切に管理することにより、主部材の長寿命化およびライフサイクル費用の低減を図るための方法論を提案する。

伸縮装置止水材からの漏水の有無を漏水管理モードと呼ぶこととする。漏水管理モードは、止水材の損傷および補修により経時に変化する。本章では、このような漏水管理モードの経時的变化を指数ハザードモデル⁷⁾で表現する。具体的には、止水材の補修履歴が利用不可能な状況を想定し、止水材の破損過程および補修過程を表す2種類の指数ハザードモデルを止水材の点検データを用いて推定する。それと同時に、第2章で述べた、桁端部の腐食進展過程を多段階指数ハザードモデル(マルコフ劣化ハザードモデル)⁶⁾によりモデル化する。その際、鋼桁端部の腐食進展過程のハザード率は漏水管理モードに応じて変化するとし、漏水管理モードごとに2種類のマルコフ劣化ハザードモデルを設定する。漏水管理モードが経時に変化するために、鋼桁端部の腐食進展過程がどちらのマルコフ劣化ハザードモデルで表されるかも経時に変化する。このようなモデルは、漏水管理モードをレジームとしたレジームスイッチングモデルとみなすことができる。

レジームスイッチングモデルは、1989年にHamilton⁸⁾によって提案され、景気循環分析や金融計量経済学の分野で応用研究が急速に進展しつつある。レジームスイッチングモデルでは、時系列データの構造変化を、レジーム間の遷移現象として把握し、レジーム間推移確率を非線形時系列モデルとして定式化する。例えば、Hamilton⁸⁾は、レジーム間の推移確率過程をマルコフ過程で表現したようなマルコフスイッチングモデルを提案している。マルコフスイッチングモデルは、時系列データの推移確率をマルコフ連鎖を用いて表現するモデルであり、各レジームの潜在的な状態が、マルコフ過程に従い確率的に変化するようなレジームスイッチングモデルである。本章でも、レジーム間の推移がマルコフ性を有すると仮定してレジームスイッチングモデルを定式化する。このとき、レジームスイッチングモデルは隠れマルコフモデルと類似のモデル構造となる⁹⁾⁻¹⁴⁾。しかしながら、隠れマルコフモデルでは、着目する社会基盤施設の劣化過程をより精緻に表現することに主眼が置かれている。一方で、本章の目的は、レジーム自体を管理することを想定した方法論を提案することにあり、この点がアセットマネジメント分野の既往研究に対する本章の特徴である。

5.3 モデルの定式化

5.3.1 モデル化の前提条件

カレンダー時刻 a_0^l からの鋼桁端部 l ($l = 1, \dots, L$) の腐食進展過程と漏水管理モードの推移過程をモデル化することを考える。鋼桁端部の損傷の進展過程として、表面の塗装・防食機能が劣化し、その後、桁の腐食が進展するのが一般的である。このような相互作用を考慮した表面の塗装・防食機能と桁の腐食過程の進展全体を、鋼桁端部の腐食進展過程と呼ぶ。橋梁に対して路下から点検を行うことにより、鋼桁端部の腐食状態と伸縮装置止水材の漏水管理モードを同時に観測することができる。しかしながら、実橋梁において、非主部材である止水材の点検結果が漏れなく記録されている保証はなく、特に、2014年の道路橋定期点検要領¹⁾ および橋梁定期点検要領²⁾ の策定以前の点検データにおいては、その可能性が十分に考えられる。そのため、ここでは、鋼桁端部の腐食状態と止水材の漏水管理モードの観測時点が異なることを想定して方法論を定式化する。以下では、塗装・防食機能の劣化状態と桁端部の健全度が、同時に観測可能であるような完備情報下における腐食進行過程をモデル化する。のちに、5.4において、腐食進展過程の一部が観測できないような不完備情報下におけるモデルの推定方法を提案する。

いま、カレンダー時刻 a_0^l を初期時点 $t_0^l = 0$ とする離散時間軸

$$t_g^l = t_{g-1}^l + z \quad (g = 1, 2, \dots, G_l) \quad (5.1)$$

を導入する。式中、 z ($z \geq 0$) は単位期間長であり、塗装・防食機能の劣化過程を離散的に表現できるような単位期間長に設定される。なお、期間 $[t_0^l, t_{G_l}^l]$ 内で鋼桁端部 l の腐食に対する補修は行われないこととし、もし補修が行われた場合には補修前後で異なる l を付与する。離散時間軸上の点を時点とよびカレンダー時刻と区別する。時点 t_g^l における鋼桁端部 l の腐食進展状況を離散的健全度 $f(t_g^l) = i$ ($i = 1, \dots, I$) (以下、健全度) を用いて表現する。健全度 i ($i = 1, \dots, I$) は、 $i = 1$ のとき新設あるいは補修・更新直後の腐食が発生していない状況を表し、 i の値が大きくなるほど腐食が進展している。さらに、時点 t_g^l における伸縮装置の漏水の有無を表す状態変数を漏水管理モードとして、

$$s_g^l = \begin{cases} 1 & \text{漏水発生モード} \\ 0 & \text{漏水未発生モード} \end{cases} \quad (5.2)$$

と定義する。本章では、健全度の推移過程と漏水管理モードの推移過程をそれぞれマルコフ過程で表現する。

漏水管理モードは伸縮装置の止水材の損傷に影響された健全度の推移過程が生起しているか否かを表すリスクモードであり、漏水発生モードでは鋼桁端部の腐食の進展過程（健全度の推移過程）が速まると考える。いま、漏水管理モード s_g^l における健全度 i から $i+1$ への状況依存的進展速度をハザード率として $\lambda_{i,g}^l$ と表す。 $\lambda_{i,g}^l$ を腐食ハザード率と呼ぶ。こ

のとき、期間 $[t_g^l, t_{g+1}^l]$ における腐食ハザード率 $\lambda_{i,g}^l$ が、期首 t_g^l における漏水管理モードに依存すると考え、

$$\lambda_{i,g}^l = \exp(h_{i,0}^l + s_g^l h_{i,1}^l) \quad (5.3)$$

と定義する。漏水管理モードが漏水未発生モード ($s_g^l = 0$) の場合、腐食ハザード率は $\exp(h_{i,0}^l)$ となる。 $h_{i,1}^l$ は、漏水管理モードが漏水発生モード ($s_g^l = 1$) となった場合の腐食ハザード率の増加度合いを表す。腐食ハザード率は期間 $[t_g^l, t_{g+1}^l]$ ごとに一定の値を取るとする。すなわち、期間 $[t_g^l, t_{g+1}^l]$ の期首 t_g^l 、期末 t_{g+1}^l 間の健全度の推移を多段階指数ハザードモデル（マルコフ劣化ハザードモデル）で表現する。ここで、 $h_{i,0}^l, h_{i,1}^l$ を、

$$h_{i,0}^l = \mathbf{x}_0^l \boldsymbol{\beta}'_{0,i} \quad (5.4-a)$$

$$h_{i,1}^l = \mathbf{x}_1^l \boldsymbol{\beta}'_{1,i} \quad (5.4-b)$$

と特定化する。ただし、 $\mathbf{x}_w^l = (1, x_{1,w}^l, \dots, x_{C_w,w}^l)$ ($w = 0, 1$) は特性変数ベクトル、 $\boldsymbol{\beta}_{w,i} = (\beta_{0,w,i}, \dots, \beta_{C_w,w,i})$ ($w = 0, 1$) は未知パラメータベクトルを表す。記号「 $'$ 」は転置操作を表す。なお、ここでは、腐食ハザード率に関する特性変数は時間的に一定の値を取ると想定して定式化を進めるが、特性変数が時間的に変動しても、単位期間ごとに一定の値を取るとみなせる場合にはモデル構造が大きく変化することはない。

5.3.2 腐食進展モデル

期間 $[t_g^l, t_{g+1}^l]$ の期首 t_g^l ($g = 0, \dots, G_l - 1$) において健全度が i と判定され、期末 t_{g+1}^l においても健全度が i と判定される確率は、式 (5.3) の腐食ハザード率を用いて、

$$\text{Prob}\left[f(t_{g+1}^l) = i | f(t_g^l) = i\right] = \exp(-\lambda_{i,g}^l z) \quad (5.5)$$

と表現できる⁶⁾。指数ハザードモデル⁷⁾を用いた場合、推移確率 $\text{Prob}[f(t_{g+1}^l) = i | f(t_g^l) = i]$ は腐食ハザード率 $\lambda_{i,g}^l$ と単位期間長 z のみに依存し、期間 $[t_g^l, t_{g+1}^l]$ 以前の健全度推移に関する情報を用いなくとも推移確率を表現することが可能となる。そのため、確率 $\text{Prob}[f(t_{g+1}^l) = i | f(t_g^l) = i]$ はマルコフ推移確率 $\pi_{i,i}^{l,g}(z)$ となる。なお、マルコフ推移確率は単位期間長 z 以外に、鋼桁端部 l の特性変数に応じて変化する。さらに、漏水管理モードの時間的変動に応じて、期間 $[t_g^l, t_{g+1}^l]$ ごとにマルコフ推移確率は変化していき、健全度の推移過程は非定常なマルコフ過程に従うとモデル化する。以上の議論を拡張し、期間 $[t_g^l, t_{g+1}^l]$ の期首 t_g^l において健全度が i と判定され、期末 t_{g+1}^l において健全度が j ($i < j < I - 1$) と判定されるマ

マルコフ推移確率 $\pi_{i,j}^{l,g}(z)$ は,

$$\begin{aligned}
 & \pi_{i,j}^{l,g}(z) \\
 &= \text{Prob} \left[f(t_{g+1}^l) = j | f(t_g^l) = i \right] \\
 &= \sum_{k=i}^j \prod_{m=i}^{k-1} \frac{\lambda_{m,g}^l}{\lambda_{m,g}^l - \lambda_{k,g}^l} \\
 &\quad \prod_{m=k}^{j-1} \frac{\lambda_{m,g}^l}{\lambda_{m+1,g}^l - \lambda_{k,g}^l} \exp(-\lambda_{k,g}^l z) \\
 & \quad (i = 1, \dots, I-2; j = i+1, \dots, I-1)
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

と表すことができる⁶⁾. ただし, 表記上の規則として,

$$\begin{cases} \prod_{m=i}^{k-1} \frac{\lambda_{m,g}^l}{\lambda_{m,g}^l - \lambda_{k,g}^l} = 1 & (k = i \text{ のとき}) \\ \prod_{m=k}^{j-1} \frac{\lambda_{m,g}^l}{\lambda_{m+1,g}^l - \lambda_{k,g}^l} = 1 & (k = j \text{ のとき}) \end{cases}$$

が成立すると考える. また,

$$\pi_{i,I}^{l,g}(z) = 0 \quad (i > j \text{ のとき}) \tag{5.7}$$

とする. $\pi_{i,I}^{l,g}(z)$ に関しては, マルコフ推移確率の条件より次式で表せる.

$$\pi_{i,I}^{l,g}(z) = 1 - \sum_{j=i}^{I-1} \pi_{i,j}(l, g, z) \quad (i = 1, \dots, I-1) \tag{5.8}$$

5.3.3 漏水管理モードの推移モデル

漏水管理モードは, 鋼桁端部の腐食の進展過程（健全度の推移過程）とは独立に推移すると考える. 漏水管理モードの 0 から 1 への推移は伸縮装置の止水材の損傷を, 1 から 0 への推移は止水材の補修を表す. 本章では, 止水材の補修履歴が記録されていない場合を想定して, 漏水管理モードの 1 から 0 への推移も確率的に表現する. なお, 全ての補修履歴が記録されている場合には, 1 から 0 への推移を確定的推移として取り扱い, 外生的に与えればよい. 期間 $[t_g^l, t_{g+1}^l]$ の期首 t_g^l で観測される情報に基づいて作成される指数ハザードモデルにより, 期首 t_g^l , 期末 t_{g+1}^l 間の漏水管理モードの推移が表現されると考える. いま, 時点 t_g^l において, 漏水未発生モード $s_g^l = 0$ が観測されたと考える. この時, 期間 $[t_g^l, t_{g+1}^l]$ の間に漏水未発生モード $s_g^l = 0$ が終了し, 時点 t_{g+1}^l で漏水発生モード $s_{g+1}^l = 1$ が観測されるハザード率（以下, 漏水ハザード率）を $\theta_{g,0}^l$ と表す. 同様に, 時点 t_g^l に漏水発生モード $s_g^l = 1$ が観測されており, 期間 $[t_g^l, t_{g+1}^l]$ の間に漏水発生モード $s_g^l = 1$ が終了し, 時点 t_{g+1}^l で漏水未発生モード $s_{g+1}^l = 0$ が観測される漏水ハザード率を $\theta_{g,1}^l$ とする. ハザード率 $\theta_{g,w}^l$ ($w = 0, 1$) を, 時点 t_g^l における特性変数ベクトル $\mathbf{y}_{g,w}^l = (1, y_{g,w,1}^l, \dots, y_{g,w,D_w}^l)$ を用いて,

$$\theta_{g,w}^l = \exp(\mathbf{y}_{g,w}^l \boldsymbol{\alpha}'_w) \tag{5.9}$$

と表す。 $\alpha_w = (\alpha_{w,0}, \dots, \alpha_{w,D_w})$ ($w = 0, 1$) は未知パラメータベクトルである。

ここで、ある単位期間 $[t_g^l, t_{g+1}^l]$ において、漏水管理モードの推移が 2 回以上は起こらないと仮定する。漏水管理モードの推移過程は、本来は連続過程で表現されるが、ここでは単位期間 z が十分短いと仮定し、離散時間軸上の時点 t_g^l においてモード推移が生起するように推移過程を離散化して表現する。このとき、時点 t_g^l において漏水管理モード $s_g^l = w$ ($w = 0, 1$) が観測され漏水管理モード $s_g^l = w$ が時点 t_{g+1}^l においても継続している確率 $q_{g,w}^l(z)$ は、漏水管理モードの寿命が z 以上になる生存確率として

$$q_{g,w}^l(z) = \exp(-\theta_{g,w}^l z) \quad (5.10)$$

と表せる。さらに、期間 $[t_g^l, t_{g+1}^l]$ において、期首 t_g^l に観測された漏水未発生モードが当該期間内に漏水発生モードに推移し期末 t_{g+1}^l で漏水発生モードが観測される確率 $p_{g,0}^l(z)$ 、期首 t_g^l に観測された漏水発生モードが当該期間内に漏水未発生モードに推移し期末 t_{g+1}^l で漏水未発生モードが観測される確率 $p_{g,1}^l(z)$ は、

$$p_{g,w}^l(z) = 1 - q_{g,w}^l(z) \quad (5.11)$$

と表現できる。

5.3.4 漏水管理モード推移を考慮した腐食進展モデル

時点 t_0^l における健全度 $f(t_0^l) = c_0^l$ 、漏水管理モード s_0^l が獲得されている状況を考える。取り得る健全度の集合を $\mathbf{c} = \{1, 2, \dots, I\}$ とする。また、取り得る漏水管理モードの集合を $\mathbf{m} = \{0, 1\}$ とする。時点 t_g^l での鋼桁端部 l の健全度を c_g^l とする。健全度集合 $\{c_1^l, \dots, c_{G_l}^l\}$ が取り得る状態空間を \mathbf{c} の G_l -乗デカルト幕として $\mathbf{C}_l = \mathbf{c}^{G_l}$ と表す。また、漏水管理モード集合 $\{s_1^l, \dots, s_{G_l}^l\}$ の取り得る状態空間を \mathbf{m} の G_l -乗デカルト幕として $\mathbf{M}_l = \mathbf{m}^{G_l}$ と表す。ある健全度と漏水管理モードの集合を $\mathbf{n}_l = \{c_1^l, \dots, c_{G_l}^l, s_1^l, \dots, s_{G_l}^l\} \in \Omega_l$ と表す。 Ω_l は、 \mathbf{n}_l の取り得る状態空間であり、 \mathbf{C}_l と \mathbf{M}_l の直積集合として $\Omega_l = \mathbf{C}_l \times \mathbf{M}_l$ と表される。このとき、 \mathbf{n}_l の個々の要素の同時生起確率 $k_l(\mathbf{n}_l)$ は、

$$k_l(\mathbf{n}_l) = \prod_{g=0}^{G_l-1} \pi_{c_g^l, c_{g+1}^l}^{l,g}(z) \cdot \mu_{s_g^l, s_{g+1}^l}^{l,g}(z) \quad (5.12-a)$$

$$= \left\{ p_{g,s_g^l}^l(z) \right\}^{|s_{g+1}^l - s_g^l|} \left\{ q_{g,s_g^l}^l(z) \right\}^{1-|s_{g+1}^l - s_g^l|} \quad (5.12-b)$$

と表すことができ、このモデルをレジームスイッチング・マルコフ劣化ハザードモデルと呼ぶこととする。なお、式 (5.7) より、健全度が期間 $[t_0^l, t_{G_l}^l]$ で回復している、すなわち、 $g_1 < g_2$ のとき $c_{g_1}^l > c_{g_2}^l$ となる $(c_{g_1}^l, c_{g_2}^l)$ を含む \mathbf{n}_l に対しては、 $k_l(\mathbf{n}_l) = 0$ が成立する。また、

$k_l(\mathbf{n}_l)$ に関して,

$$\sum_{\mathbf{n}_l \in \mathbf{\Omega}_l} k_l(\mathbf{n}_l) = 1 \quad (5.13)$$

が満足される.

5.4 モデル推定

5.4.1 観測データ

式 (5.1) の離散的時間軸上の部分的な時点で実施される点検により健全度と漏水管理モードが観測されている状況を考える. $g_1 < g_2$ のとき, $\bar{c}_{g_1}^l \leq \bar{c}_{g_2}^l$ が成り立つとする. 時点 t_g^l における鋼桁端部 l の健全度, 漏水管理モードの観測の有無を表す 2 値変数を,

$$\bar{\delta}_g^l = \begin{cases} 1 & \text{健全度 } \bar{c}_g^l \text{ が観測されたとき} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5.14)$$

$$\bar{\zeta}_g^l = \begin{cases} 1 & \text{漏水管理モード } \bar{s}_g^l \text{ が観測されたとき} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5.15)$$

と定義する. 記号 「-」 は観測情報を表す. なお, $\bar{\delta}_0^l = 1$ が成り立つとする. 時点 t_g^l において鋼桁端部 l が取り得る健全度の集合, 漏水管理モードの集合をそれぞれ,

$$\bar{\boldsymbol{\phi}}_g^l = \begin{cases} \{\bar{c}_g^l\} & \bar{\delta}_g^l = 1 \text{ のとき} \\ \{1, \dots, I\} & \bar{\delta}_g^l = 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (5.16)$$

$$\bar{\boldsymbol{\xi}}_g^l = \begin{cases} \{\bar{s}_g^l\} & \bar{\zeta}_g^l = 1 \text{ のとき} \\ \{0, 1\} & \bar{\zeta}_g^l = 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (5.17)$$

と定義する. さらに, 直積集合

$$\bar{\mathbf{j}}_l = \prod_{g=1}^{G_l} \bar{\boldsymbol{\phi}}_g^l \times \prod_{g=1}^{G_l} \bar{\boldsymbol{\xi}}_g^l \quad (5.18)$$

を定義する. $\bar{\mathbf{j}}_l$ 以外の, 鋼桁端部 l に関する観測情報を $\bar{\boldsymbol{\psi}}_l = \{\bar{c}_0^l, \bar{\boldsymbol{\xi}}_0^l, \bar{\mathbf{x}}^l, \bar{\mathbf{y}}^l\}$ と整理する. ここに, $\bar{\mathbf{x}}^l = \{\bar{\mathbf{x}}_0^l, \bar{\mathbf{x}}_1^l\}$, $\bar{\mathbf{y}}_0^l = \{\bar{\mathbf{y}}_{0,0}^l, \dots, \bar{\mathbf{y}}_{G_l,0}^l\}$, $\bar{\mathbf{y}}_1^l = \{\bar{\mathbf{y}}_{0,1}^l, \dots, \bar{\mathbf{y}}_{G_l,1}^l\}$, $\bar{\mathbf{y}}^l = \{\bar{\mathbf{y}}_0^l, \bar{\mathbf{y}}_1^l\}$ である. また, $\bar{\boldsymbol{\psi}} = \{\bar{\boldsymbol{\psi}}_1, \dots, \bar{\boldsymbol{\psi}}_L\}$, $\bar{\mathbf{j}} = \{\bar{\mathbf{j}}_1, \dots, \bar{\mathbf{j}}_L\}$ と整理する. $\bar{\mathbf{j}}_l$ のいずれかの元 $\mathbf{n}_l \in \bar{\mathbf{j}}_l$ が生起した場合, $\bar{\delta}_g^l = 1$ となる全ての時点 t_g^l でのそれぞれの健全度 \bar{c}_g^l , $\bar{\zeta}_g^l = 1$ となる全ての時点 t_g^l でのそれぞれの漏水管理モード \bar{s}_g^l が同時に観測されることとなる.

5.4.2 尤度関数

尤度関数 $\mathcal{L}(\bar{\mathbf{j}}, \bar{\boldsymbol{\psi}}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ を,

$$\mathcal{L}(\bar{\mathbf{j}}, \bar{\boldsymbol{\psi}}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{l=1}^L \mathcal{L}_{\bar{\boldsymbol{\xi}}_0^l}(\bar{\mathbf{j}}_l, \bar{\boldsymbol{\psi}}_l, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \quad (5.19)$$

と定義する. $\mathcal{L}_{\xi_0^l}(\bar{\mathbf{j}}, \bar{\psi}_l, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ は鋼桁端部 l に関する尤度関数であり, 個々の鋼桁端部 l に関する観測データは独立に生起すると仮定している. なお, $\boldsymbol{\alpha} = \{\boldsymbol{\alpha}_0, \boldsymbol{\alpha}_1\}$, $\boldsymbol{\beta}_0 = \{\boldsymbol{\beta}_{0,1}, \dots, \boldsymbol{\beta}_{0,I-1}\}$, $\boldsymbol{\beta}_1 = \{\boldsymbol{\beta}_{1,1}, \dots, \boldsymbol{\beta}_{1,I-1}\}$, $\boldsymbol{\beta} = \{\boldsymbol{\beta}_0, \boldsymbol{\beta}_1\}$ である. 以下で, $\mathcal{L}_1(\bar{\mathbf{j}}_l, \bar{\psi}_l, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ および $\mathcal{L}_0(\bar{\mathbf{j}}_l, \bar{\psi}_l, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ を定義する.

$\xi_0^l = 1$ のとき

$\xi_0^l = 1$ のとき漏水管理モード \bar{s}_0^l が観測されているため, 尤度関数 $\mathcal{L}_1(\bar{\mathbf{j}}_l, \bar{\psi}_l, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ は,

$$\mathcal{L}_1(\bar{\mathbf{j}}_l, \bar{\psi}_l, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \sum_{\mathbf{n}_l \in \bar{\mathbf{j}}_l} k_l(\mathbf{n}_l) \quad (5.20)$$

と定義できる. なお, 式 (5.20) の右辺は, $\bar{\mathbf{j}}_l$ のいずれかの元 \mathbf{n}_l が生起する確率を表している.

$\xi_0^l = 0$ のとき

$\xi_0^l = 0$ のとき漏水管理モード \bar{s}_0^l が観測されていないため, $s_0^l \in \{0, 1\}$ を確率変数として取り扱い, s_0^l と $\bar{\mathbf{j}}_l$ の同時生起確率 $u_l(s_0^l, \bar{\mathbf{j}}_l)$ を定義し, それを s_0^l に関して周辺化することにより尤度関数を定義する. s_0^l の生起確率 $\kappa_{l,s_1^l}(s_0^l)$ を健全度の推移とは独立に,

$$\kappa_{l,s_1^l}(s_0^l) = \begin{cases} \frac{q_{0,s_0^l}^l(z)}{p_{0,|1-s_0^l|}^l(z) + q_{0,w}^l(z)} & s_1^l = s_0^l \text{ のとき} \\ \frac{p_{0,s_0^l}^l(z)}{p_{0,s_0^l}^l(z) + q_{0,|1-s_0^l|}^l(z)} & s_1^l \neq s_0^l \text{ のとき} \end{cases} \quad (5.21)$$

と仮定する. このとき, 時点 t_0^l での漏水管理モード s_0^l と $\bar{\mathbf{j}}_l$ のいずれかの元 \mathbf{n}_l の同時生起確率は, $\sum_{w=0}^1 \kappa_{l,w}(s_0^l) \sum_{\mathbf{n}_l \in \bar{\mathbf{j}}_{l,w}} k_l(\mathbf{n}_l)$ となる. ここに, 集合 $\bar{\mathbf{j}}_{l,w}$ は, $\bar{\mathbf{j}}_l$ の個々の元 \mathbf{n}_l のうち, $G_l + 1$ 番目の要素 s_1^l が w ($w = 0, 1$) となる \mathbf{n}_l の集合である. 以上のことから, $\xi_0^l = 0$ のときの尤度関数 $\mathcal{L}_0(\bar{\mathbf{j}}_l, \bar{\psi}_l, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ は,

$$\mathcal{L}_0(\bar{\mathbf{j}}_l, \bar{\psi}_l, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \sum_{s_0^l=0}^1 \sum_{w=0}^1 \kappa_{l,w}(s_0^l) \sum_{\mathbf{n}_l \in \bar{\mathbf{j}}_{l,w}} k_l(\mathbf{n}_l) \quad (5.22)$$

と定義できる.

5.4.3 完備化尤度関数

式 (5.19) の尤度関数に含まれる $P_l(\cdot)$ を定義する多項式の項の数は, $\bar{\delta}_g^l = 0$ となる不可観測な健全度の数を変数, I を底とする指数関数と, $\bar{\zeta}_g^l = 0$ となる不可観測な漏水管モードの数を変数, 2を底とする指数関数の積に従い増加していくために, MCMC 法の個々のループにおいて尤度関数の計算量が膨大となる. そこで, パラメータを効率的に推定するために, 尤度関数の完備化操作を行う.

$\bar{\delta}_g^l = 0 (g = 1, \dots, G_l)$ となる時点の健全度, $\bar{\zeta}_g^l = 0$ となる時点の漏水管モードを潜在変数として取り扱い, それぞれ τ_g^l , ε_g^l と表す. これらの潜在変数は実際には観測されないが, ここでは議論の都合上, ひとまず, 潜在変数が獲得されている状況を考える. 鋼桁端部 l に関する健全度と漏水管モードのベクトル $\bar{\iota}_l$ の $g (g = 1, \dots, G_l)$ 番目の元 χ_g^l , $g + G_l$ 番目の元 ν_g^l を, それぞれ,

$$\chi_g^l = \begin{cases} \bar{c}_g^l & \bar{\delta}_g^l = 1 \text{ のとき} \\ \tau_g^l & \bar{\delta}_g^l = 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (5.23)$$

$$\nu_g^l = \begin{cases} \bar{s}_g^l & \bar{\zeta}_g^l = 1 \text{ のとき} \\ \varepsilon_g^l & \bar{\zeta}_g^l = 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (5.24)$$

と定義する. 観測情報 $\bar{\iota} = \{\bar{\iota}_1, \dots, \bar{\iota}_L\}$ に関する尤度関数は, 式 (5.19) に $\bar{\iota}$ を代入することにより, $\mathcal{L}(\bar{\iota}, \bar{\psi}, \alpha, \beta)$ となる. この操作を完備化操作と呼ぶ. 完備化操作を行った尤度関数を完備化尤度関数と呼ぶ. 完備化尤度関数であることを明示するために, $\mathcal{L}(\bar{\iota}, \bar{\psi}, \alpha, \beta)$ に記号「*」を付与して, $\mathcal{L}^*(\bar{\iota}, \bar{\psi}, \alpha, \beta)$ と表記する. 完備化尤度関数 $\mathcal{L}^*(\bar{\iota}, \bar{\psi}, \alpha, \beta)$ においては, 鋼桁端部 l において健全度と漏水管モードの取り得る状態空間の元が $\bar{\iota}_l$ のみであり, 式 (5.19) の尤度関数と比べその計算量が大幅に軽減できる.

完備化尤度関数に含まれる潜在変数 τ_g^l , ε_g^l は実際には不可観測な変数である. そこで, 潜在変数を確率変数として取り扱うことを考える. 完備化尤度関数 $\mathcal{L}^*(\bar{\iota}, \bar{\psi}, \alpha, \beta)$ を用いることにより, 潜在変数の全条件付き生起確率を導出することができる. $\bar{\delta}_{g_1}^l = 0$ となる $g_1 (1 \leq g_1 \leq G_l)$, $\bar{\zeta}_{g_2}^l = 0$ となる $g_2 (1 \leq g_2 \leq G_l)$ に対して, $\bar{\iota}_{l,g_1,i}^c = \{\chi_1^l, \dots, \chi_{g_1-1}^l, i, \chi_{g_1+1}^l, \dots, \nu_{G_l}^l\}$, $\bar{\iota}_{l,g_2,w}^s = \{\chi_1^l, \dots, \nu_{g_2-1}^l, w, \chi_{g_2+1}^l, \dots, \nu_{G_l}^l\}$ と定義する. また, $\bar{\iota}_{-l,g_1,i}^c = \{\bar{\iota}_1, \dots, \bar{\iota}_{l,g_1,i}^c, \dots, \bar{\iota}_L\}$, $\bar{\iota}_{-l,g_2,w}^s = \{\bar{\iota}_1, \dots, \bar{\iota}_{l,g_2,w}^s, \dots, \bar{\iota}_L\}$, $\bar{\iota}_{l,-g_1}^c = \{\chi_1^l, \dots, \chi_{g_1-1}^l, \chi_{g_1+1}^l, \dots, \nu_{G_l}^l\}$, $\bar{\iota}_{l,-g_2}^s = \{\chi_1^l, \dots, \nu_{g_2-1}^l, \chi_{g_2+1}^l, \dots, \nu_{G_l}^l\}$, $\bar{\iota}_{-l,-g_1}^c = \{\bar{\iota}_1, \dots, \bar{\iota}_{l,-g_1}^c, \dots, \bar{\iota}_L\}$, $\bar{\iota}_{-l,-g_2}^s = \{\bar{\iota}_1, \dots, \bar{\iota}_{l,-g_2}^s, \dots, \bar{\iota}_L\}$ とする. 潜在変数 τ_g^l , ε_g^l の全条件付き生起確率は, ベイズの定理により, それぞれ,

$$\begin{aligned} & \text{Prob}[\tau_{g_1}^l = i | \bar{\iota}_{-l,-g_1}^c, \bar{\psi}, \alpha, \beta] \\ &= \frac{\mathcal{L}^*(\bar{\iota}_{-l,g_1,i}^c, \bar{\psi}, \alpha, \beta)}{\sum_{i=1}^I \mathcal{L}^*(\bar{\iota}_{-l,g_1,i}^c, \bar{\psi}, \alpha, \beta)} \\ &= \frac{H_{g_1,i}^l(z)}{\sum_{i=\chi_{g_1-1}^l}^{\chi_{g_1+1}^l} H_{g_1,i}^l(z)} \end{aligned} \quad (5.25)$$

$$\begin{aligned}
& \text{Prob}[\varepsilon_{g_2}^l = w | \bar{\boldsymbol{\iota}}_{-l, -g_2}^s, \bar{\boldsymbol{\psi}}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}] \\
&= \frac{\mathcal{L}^*(\bar{\boldsymbol{\iota}}_{-l, g_2, w}^s, \bar{\boldsymbol{\psi}}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})}{\sum_{w=0}^1 \mathcal{L}^*(\bar{\boldsymbol{\iota}}_{-l, g_2, w}^s, \bar{\boldsymbol{\psi}}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})} \\
&= \frac{B_{g_2, w}^l(z)}{\sum_{w=0}^1 B_{g_2, w}^l(z)}
\end{aligned} \tag{5.26}$$

と表すことができる。ここに、

$$\begin{aligned}
& H_{g_1, i}^l(z) \\
&= \begin{cases} \pi_{\chi_{g_1-1}^l, i}^{l, g_1-1}(z) \pi_{i, \chi_{g_1+1}^l}^{l, g_1}(z) & g_1 < G_l \text{ のとき} \\ \pi_{\chi_{g_1-1}^l, i}^{l, g_1-1}(z) & g_1 = G_l \text{ のとき} \end{cases}
\end{aligned} \tag{5.27}$$

$$\begin{aligned}
& B_{g_2, w}^l(z) \\
&= \begin{cases} \mu_{\nu_{g_2-1}^l, w}^{l, g_2-1}(z) \mu_{w, \nu_{g_2+1}^l}^{l, g_2}(z) & g_2 < G_l \text{ のとき} \\ \mu_{\nu_{g_2-1}^l, w}^{l, g_2-1}(z) & g_2 = G_l \text{ のとき} \end{cases}
\end{aligned} \tag{5.28}$$

である。なお、式(5.27)のマルコフ推移確率 $\pi_{i, j}^{l, g}(z)$ に含まれるハザード率は、 $\nu_g^l h_{i, 1}^l + (1 - \nu_g^l) h_{i, 0}^l$ で定義されるとする。また、特性変数 $\bar{\boldsymbol{y}}$ は全ての時点で観測されているとする。潜在変数の全条件付き生起確率にはパラメータ $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$ が含まれており、潜在変数の全条件付き生起確率を先驗的に求めることができない。そのため、MCMC 法において、パラメータのサンプリングとともに潜在変数もサンプリングをしながらモデルの推定を行う。この方法により、完備化尤度関数を用いて求めたパラメータのベイズ推定値（事後確率分布からのサンプルの期待値）が式(5.19)の尤度関数を用いて求めたパラメータの最尤推定値に収束することが証明されている¹⁵⁾。

5.4.4 事後確率密度関数

パラメータベクトル $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$ のそれぞれの要素に対する事前確率分布として正規分布を設定する。それらの確率密度関数を、

$$\begin{aligned}
\rho_\alpha(\alpha_{w, d}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_{w, d}^\alpha)^2}} \exp \left\{ -\frac{(\alpha_{w, d} - \mu_{w, d}^\alpha)^2}{2(\sigma_{w, d}^\alpha)^2} \right\} \\
&\quad (w = 0, 1; d = 0, \dots, D)
\end{aligned} \tag{5.29}$$

$$\begin{aligned}
\rho_\beta(\beta_{c, w, i}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_{c, w, i}^\beta)^2}} \exp \left\{ -\frac{(\beta_{c, w, i} - \mu_{c, w, i}^\beta)^2}{2(\sigma_{c, w, i}^\beta)^2} \right\} \\
&\quad (w = 0, 1; c = 0, \dots, C; i = 1, \dots, I-1)
\end{aligned} \tag{5.30}$$

と定義する。ここに、 $\mu_{w, d}^\alpha$, $\mu_{c, w, i}^\beta$ は $\alpha_{w, d}$, $\beta_{c, w, i}$ それぞれの事前分布の期待値, $(\sigma_{w, d}^\alpha)^2$, $(\sigma_{c, w, i}^\beta)^2$ は $\alpha_{w, d}$, $\beta_{c, w, i}$ それぞれの事前分布の分散である。未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$

の同時事後確率密度関数 $M(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{\iota}}, \bar{\boldsymbol{\psi}})$ に関して,

$$\begin{aligned}
 & M(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{\iota}}, \bar{\boldsymbol{\psi}}) \\
 \propto & \mathcal{L}^*(\bar{\boldsymbol{\iota}}, \bar{\boldsymbol{\psi}}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \prod_{w=0}^1 \prod_{d=0}^D \rho_{\alpha}(\alpha_{w,d}) \prod_{c=0}^C \prod_{i=1}^{I-1} \rho_{\beta}(\beta_{c,w,i})
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

が成立する。同時事後確率密度関数 $M(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{\iota}}, \bar{\boldsymbol{\psi}})$ においては、基準化定数を解析的に求めることが不可能であるために、未知パラメータの事後分布に関する統計量を解析的に求めることができない。そこで、MCMC 法により未知パラメータの事後分布からのサンプルを獲得することを考える。既に述べたように、同時事後確率密度関数 $M(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{\iota}}, \bar{\boldsymbol{\psi}})$ には先驗的に求めることができない潜在変数が含まれるために、未知パラメータと潜在変数を MCMC 法に基づいて同時にサンプリングする。具体的には、メトロポリス・ヘイスティングス法とギブスサンプリングを組み合わせた方法論を用いる。ここでは、既往研究¹⁰⁾ と同一の方法によりサンプリングを行うため、詳細は当該研究を参照されたいが、具体的には、はじめに未知パラメータベクトルのある要素 $\alpha_{w,d}$ または $\beta_{c,w,i}$ に対して、その他の未知パラメータを所与とした全条件付き事後確率密度関数を同時事後確率密度関数 $M(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{\iota}}, \bar{\boldsymbol{\psi}})$ を用いて定義する。その上で、個々の未知パラメータを事後分布からサンプリングし、式 (5.25), (5.26) で定義された全条件付き生起確率から潜在変数をサンプリングする、という手順を 1 つのループとしてサンプリングを行う。その上で、バーンイン終了後のサンプルの統計量を算出する。個々の未知パラメータの期待値を推定値として用いるとともに、90% ベイズ信用域を用いて特性変数の統計的有意性を判断して、Geweke 検定統計量¹⁶⁾ を用いて事後分布への収束の判定を行う。

5.5 モデル推定結果

5.5.1 適用データの概要

近畿地方整備局管内の実橋梁に対する目視点検データを用いて、レジームスイッチング・マルコフ劣化ハザードモデルのパラメータを推定した。近畿地方整備局では、橋梁定期点検要領²⁾ に記載の損傷程度の評価区分に基づき、橋梁の鋼桁端部の損傷を点検データとして記録している。損傷は、その種類ごとに損傷の規模などを定性的あるいは定量的に評価して、a から e までの最大 5 段階で区分されている。具体的に、防食機能の劣化（塗装）、腐食、漏水・滯水の損傷程度の評価区分を、それぞれ表-5.1(a), 表-5.1(b), 表-5.1(c) に示す。同要領²⁾ では、塗膜劣化のみで板厚減少等を伴わないと見なせる程度の軽微な錆の発生を「防食機能の劣化」、板厚減少等を伴う錆の発生を「腐食」として扱うと記載されている。このように、データベース内では「防食機能の劣化」と「腐食」は別損傷として記録されているが、一般的には防食機能の劣化が進めば、腐食に進展すると考えられる。し

表-5.1 損傷程度の評価区分

(a) 塗装・防食機能の劣化

区分	一般的状況
a	損傷なし
b	-
c	最外層の防食塗装に変色が生じたり、局所的なうきが生じている。
d	部分的に防食塗装が剥離し、下塗りが露出している。
e	防食塗装の劣化範囲が広く、点錆が発生している。

(b) 腐食の進展

区分	一般的状況	
	損傷の深さ	損傷の面積
a	損傷なし	
b	小	小
c	小	大
d	大	小
e	大	大

(c) 漏水・滯水

区分	一般的状況
a	損傷なし
b	-
c	-
d	-
e	伸縮装置からの漏水がある

たがって、本章ではこれらを同一の劣化過程にある損傷事象として考え、防食機能の劣化と腐食を統合した健全度を独自に設定して、レジームスイッチング・マルコフ劣化ハザードモデルの推定に使用する情報サンプルとする。具体的には、表-5.2に示すような6段階の鋼桁端部の健全度を設定する。同表から読み取れるように、防食機能の劣化過程は健全度1から4、腐食の進行過程は健全度5から6と区分している。なお、サンプル数の問題と、補修工法数の制約が生じる可能性があったことから、表-5.1(b)における腐食の損傷程度の評価区分bとc、dとeをまとめて1つの健全度と設定した。

本章では、鋼桁端部の直上に位置する伸縮装置からの漏水が鋼桁端部の防食機能の劣化と腐食の進行に与える影響に着目している。一般的には、伸縮装置と主桁の位置関係は図-5.2のように示されるが、上記の影響を分析するためには、どの伸縮装置の漏水がどの鋼

表-5.2 推定に用いる健全度（防食機能の劣化・腐食）

健全度	一般的な状況
1	損傷なし
2	最外層の防食塗装に変色が生じたり、局所的なうきが生じている。
3	部分的に防食塗装が剥離し、下塗りが露出している。
4	防食塗装の劣化範囲が広く、点錆が発生している。
5	損傷の深さ：小
6	損傷の深さ：大

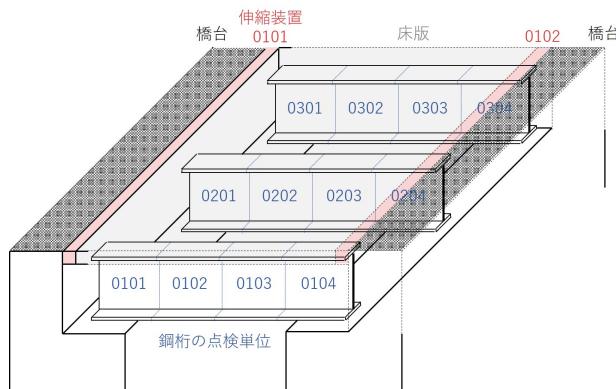


図-5.2 伸縮装置と主桁の要素番号と位置属性

桁端部に影響を及ぼすかを把握しておく、すなわち伸縮装置 ID と主桁 ID の対応関係を明確化しておく必要がある。現状では、伸縮装置 ID と主桁 ID の対応関係は、図面とデータベースをヒューリスティックに突き合わせていかざるを得ない（この点については、6.(4)で改めて述べる）。本章では伸縮装置の点検記録と、主桁の点検記録との対応関係が整合している組み合わせ（図-5.2 に紫色で示している部分）のみを扱う。また、本章で獲得されたデータでは、主桁の点検と伸縮装置の点検が同時に行われているサンプルのみが獲得されていた。これらの点検時点にずれが生じていても、本章での定式化によりレジームスイッチング・マルコフ劣化ハザードモデルは推定可能である点には留意されたい。以上のことを取りまとめ、伸縮装置の漏水に対する健全度、鋼桁端部の腐食および防食機能の劣化の健全度と点検間隔、腐食に影響を及ぼすと考えられる特性変数を 1 データサンプルとしてモデル推定に利用する。なお、5.2 で詳述したように、排水型の伸縮装置に関する損傷度区分は点検業務上記録されないことから、本章で対象とする伸縮装置は非排水型の伸縮装置に限定される。以上の前提のもとで作成したデータベースの概要を表-5.3 に示す。架

表-5.3 データベースの概要

橋梁数	177 橋
点検回数	1 回～3 回
点検年	2004 年～2015 年
架設竣工年	1926 年～2005 年
サンプルサイズ	1,850 サンプル
平均点検間隔	4.806 年
橋梁の特性	塗装仕様
	12 時間交通量
	大型車混入率
	塩害地域区分
	排水施設仕様
	桁形式区分
	構造形式
	材料
	示方書年度

設竣工年が多様な 177 橋に対して、10 年間の点検を通して 1,850 サンプルが利用可能である。また、表-5.4 には 1,850 サンプルの健全度内訳を整理するが、健全度が良いデータだけでなく、劣化が進行したデータも蓄積されている。

5.5.2 推定結果

5.6.1 で説明した鋼桁端部に対する点検データを用いてレジームスイッチング・マルコフ劣化ハザードモデルを推定した。なお、その際、単位期間長 z を 1 年と設定した。漏水管理モードの変化以外に、腐食進展過程に影響を与える特性変数の候補として、表-5.3 に示す橋梁の特性を検討した。特に、塗装仕様に関しては、対象橋梁ごとに A 塗装系、B 塗装系および C 塗装系の 3 種類に分類されている。これらのデータに関しては、一般塗装系の A 塗装系と B 塗装系のグループ、重防食塗装系の C 塗装系に分類し、2 値のダミー変数を用いることにより、塗装仕様が防食機能の劣化と腐食の進展に与える影響を考慮した。一方で、塩害地域区分に関しては、塩害対策の必要性によって地域ごとに A, B, C, D と分類され、さらに海岸線からの距離によって S, I, II, III と分類される。詳細は道路橋示方書 III コンクリート橋編¹⁷⁾ を参照されたい。本章で用いたサンプルには、C-(S), C-(II), C-(III), D の 4 区分が存在し、C-(S), C-(II), C-(III) を塩害地域のグループ、D を非塩害地域と分類し、2 値のダミー変数を用いることにより塩害地域区分が防食機能の劣化と腐食の進展に与える影響を考慮した。

腐食進展モデルに関して、全ての特性変数の候補の組合せを検討した結果、健全度 2 にお

表-5.4 サンプルの内訳

		事後健全度					
		1	2	3	4	5	6
事前健全度	1	180	69	18	49	158	100
	2	0	166	8	26	21	8
	3	0	0	82	18	14	4
	4	0	0	0	127	84	2
	5	0	0	0	0	472	71
	6	0	0	0	0	0	173

ける塗装仕様のみが採用され、その他の特性変数は、Geweke 検定統計量によるパラメータの収束に関する条件が満たされない、推定されたパラメータが符号条件を満足しない、推定されたパラメータの 90% ベイズ信用域が 0 を含む、のいずれかの理由により採用すべきでないと判断した。また、漏水管理モードの推移モデルにおいても、表-5.3 の特性変数の候補から、漏水管理モードに影響を与えると考えられる変数の組合せを検討したが、Geweke 検定統計量および符号条件を基準として採用すべき特性変数はないと判断した。ここで、特性変数のうち、塗装仕様が健全度 2 以外で棄却されたことについて述べておきたい。本章では塗装仕様を一般塗装系と重防食塗装系に分類しており、これら 2 種類では、個々の健全度において腐食進展過程が大きく異なると考えられる。そのため、健全度 2 以外で特性変数として採用されなかつた理由として、両者の塗装仕様に有意な差がないとは工学的には結論し難い。この点に関しては、竣工当初から重防食塗装系が使用されたのではなく、防食機能の低下や、腐食が確認された鋼桁端部に対して供用途中から重防食塗装系が使用されたことが主な要因であると考えられる。すなわち、劣化が速い鋼桁端部に対して重防食塗装が使用され、その後腐食の進展を抑制したとしても、重防食塗装の使用前後で腐食速度が相殺され、一般塗装系を採用した鋼桁端部の腐食速度と有意な差が生じなかつた。これらの考察を踏まえ、レジームスイッチング・マルコフ劣化ハザードモデルを推定した結果を表-5.5 および表-5.6 に示す。なお、これらの結果では、MCMC 法のサンプリング回数を 6,000 回、バーンインを 1,000 回とそれぞれ設定し、獲得された 5,000 サンプルを事後分布からのサンプルとみなし、統計量を算出している。

鋼桁端部の防食機能の劣化・腐食進展過程

鋼桁端部の腐食進展モデルは、表-5.5 に示したパラメータ推定値を用いて表現できる。同表で、 $\beta_{1,0,2}$ と $\beta_{0,1,5}$ が正の値として推定され、その 90% ベイズ信用域に 0 が含まれないことから、これらの健全度において塗装仕様および漏水管理モードの相違により腐食ハザード

表-5.5 腐食進展モデルのパラメータ推定結果

		健全度 i				
		1	2	3	4	5
定数項 $\beta_{0,0,i}$	-1.068 (-1.173, -0.946)	-1.692 (-2.039, -1.496)	-0.624 (-0.751, -0.497)	-1.034 (-1.180, -0.897)	-3.140 (-3.372, -2.887)	
	0.642	0.980	1.385	-1.198	-0.559	
塗装仕様 $\beta_{1,0,i}$	-	0.758 (0.566, 1.162)	-	-	-	
		-1.172				
漏水管理モード $\beta_{0,1,i}$	-	-	-	-	0.494 (0.122, 0.860)	
					0.828	

※各セルで、1行目が期待値（推定値）、2行目が90%ベイス信用域、3行目がGeweke検定統計量をそれぞれ表す。

※※塗装仕様は、一般塗装系の場合に $x_{1,w} = 1$ 、重防食塗装系の場合に $x_{1,w} = 0$ 。

ド率が有意に異なることが理解できる。パラメータの推定値を用いて、図-5.3に示すように、漏水未発生モードおよび漏水発生モードのそれぞれにおける鋼桁端部の防食機能の劣化・腐食進展過程を塗装仕様ごとに期待劣化パスとして確認することが可能となる。なお、現実には、漏水管理モードが時間的に変化し、2種類の漏水管理モードの劣化過程が複合的に生起することとなる。図-5.3において、健全度が1から5まで、つまり防食機能の劣化に対しては、伸縮装置からの漏水の有意な影響は見られないが、健全度が5から6、つまり腐食に対してのみ漏水の影響が確認でき、いずれの塗装仕様でも期待寿命で10年程度の違いが生じていることがわかる。なお、国土交通省では管理する道路橋に対して約10年

表-5.6 漏水管理モードの推移モデルのパラメータ推定結果

	定数項
漏水未発生モードから 漏水発生モード	-1.634 (-1.687, -1.590)
$\alpha_{0,0}$	1.432
漏水発生モードから 漏水未発生モード	-1.042 (-1.102, -0.987)
$\alpha_{1,0}$	-0.536

※各セルで、1行目が期待値（推定値）、
2行目が90%ベイズ信用域、3行目が
Geweke検定統計量をそれぞれ表す。

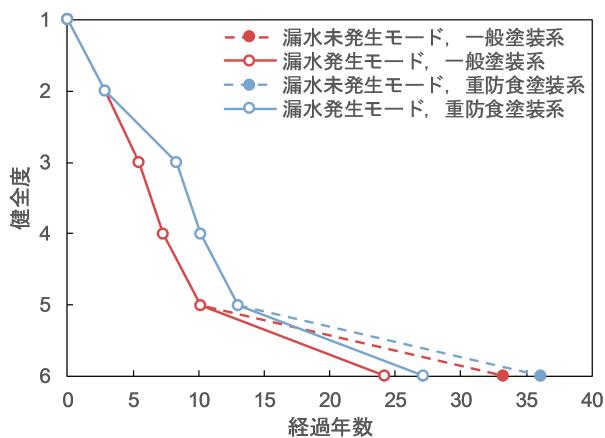
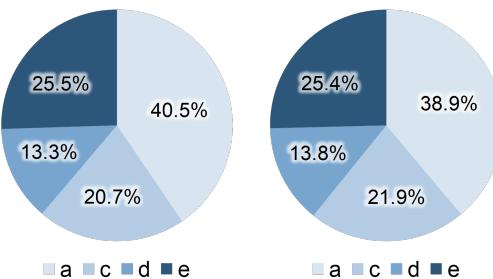


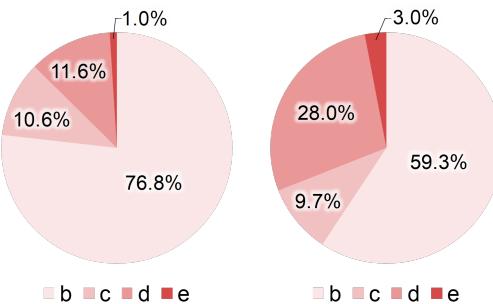
図-5.3 防食機能の劣化・腐食進展過程

周期で塗装の塗り替えを実施してきた実績がある。同図において、健全度1から健全度5まで（防食機能が損なわれ腐食に進展するまで）の期間が概ね10年であり、これまでの塗装周期の設定が妥当であったことを示唆している。

図-5.4に伸縮装置からの漏水の影響を受けにくい主桁中間部と受けやすい端部・支点部それぞれの防食機能の劣化および腐食の評価区分の分布を示している。なお、評価区分は表-5.1(a), (b)に従う。図-5.4から、防食機能の劣化に関しては、中間部と端部・支点部で評価区分分布にほとんど違いがないのに対して、腐食に関しては、中間部に比べて、端部・支点部で損傷が進展していることがわかる。このことからも伸縮装置からの漏水が防食機能の劣化に対してあまり影響を与えることなく、腐食に対して影響を及ぼすことがわかる。また、防食機能の劣化に関しては、水よりも紫外線による影響が強く、内桁よりも外桁の方が劣化が激しいことが道路管理者の経験から知られている。本適用事例では、サンプルサ



(a) 防食機能：中間 (b) 防食機能：端部・支点



(c) 腐食：中間 (d) 腐食：端部・支点

図-5.4 評価区分分布

イズの問題から表-5.1(b)に記載した腐食の損傷度評価bとc, dとeをまとめて推定を行ったが、漏水発生モードでは、漏水未発生モードと比較して、10年程度早く期待寿命が健全度6に進展することを確認した。今後、点検データの蓄積を続け、腐食のサンプルを獲得することにより、各評価区分において漏水管理モードに応じた劣化過程を定量化することが期待できる。また、本適用事例では、橋梁の補修履歴について、一部の橋梁のサンプルにのみ反映することができたが、補修履歴についても今後、蓄積を続け、サンプルに反映させることができれば、推定結果の精度の向上が期待できる。

漏水管理モードの推移モデルの推定結果

漏水管理モードの推移モデルは、表-5.6に示したパラメータ推定値を用いて表現できる。図-5.5には、各漏水管理モードの生存確率を示す。赤色の曲線が時間 z に亘り漏水未発生モードが継続する生存確率 $q_0(z)$ 、青色の曲線が漏水発生モードが継続する確率 $q_1(z)$ をそれぞれ表す。漏水未発生モードの生存確率より、止水材の機能が失われるまでの時間は平均して5年程度であることが確認できる。一方で、漏水発生モードの生存確率に着目すると、平均で2~3年程度で止水材の機能が回復されていることが見て取れる。漏水発生モードの生存確率は、止水材の損傷が回復する確率を表しており、損傷回復の主な要因として止水材の補修が考えられる。今回の分析対象の橋梁に対して、現行の止水材の維持管理体

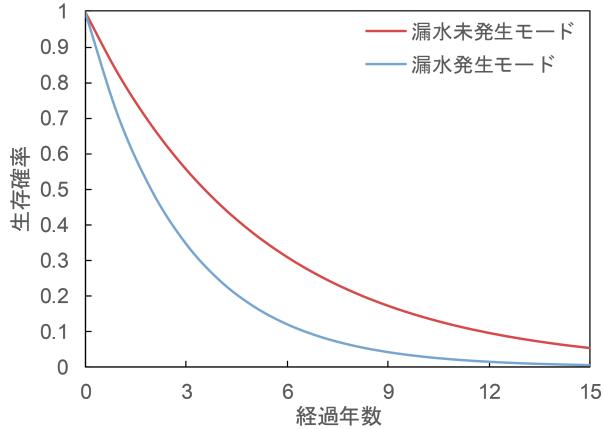


図-5.5 漏水管理モードの生存確率

制では、止水材に対する予防保全がほとんど行われておらず、止水材の機能は主に伸縮装置本体の補修を実施するときにのみ回復されることが経験的に知られていた。しかしながら、今回の分析では平均で2~3年と止水材の損傷の回復までの時間間隔が比較的短い傾向が推定された。その要因として、点検と点検の間に補修が行われた止水材がサンプルに多く含まれていた、あるいは、構造上観測しづらい位置に止水材の損傷が発生しており測定誤差が含まれていた、といったことが考えられる。本来であれば、止水材の機能の回復の有無は、止水材の補修履歴として確定的に記録されることが望ましく、非主部材に対してもその状態を正確に記録することが必要であると考える。

5.6 止水材の予防保全の効果

5.6.1 前提条件と点検・補修過程

5.5で推定したレジームスイッチング・マルコフ劣化ハザードモデルに基づき、伸縮装置の止水材への予防保全による鋼橋全体のライフサイクル費用の低減効果を分析する。ここでは、止水材、鋼桁端部、伸縮装置のライフサイクル費用の期待値により、止水材の予防保全の有効性を議論する。補修施策として、鋼桁端部に対して状況依存的ルール、伸縮装置に対して時間依存ルールが採用されている状況を考え、鋼桁端部の状況依存的ルールは複数の補修アクション（個々の健全度で補修を行うか否か）の最適な組み合わせが採用されているとする。その上で、止水材に対して、予防保全施策、通常保全施策、事後保全施策の3種類のシナリオを設定し、シナリオごとのライフサイクル費用を比較する。

計画期間を $[t_0, t_G]$ とし、ライフサイクル費用を算出するための離散的時間軸を、

$$t_g = t_{g-1} + z \quad (g = 1, 2, \dots, G) \quad (5.32)$$

と設定する。 z は単位時間間隔である。単一の鋼桁端部に着目し、時点 t_g での鋼桁端部の健全度 i ($i = 1, \dots, I$) の生起確率を $\eta_{g,i}$ とする。鋼桁端部の健全度に関する状態ベクトルを $\boldsymbol{\eta}_g = (\eta_{g,1}, \dots, \eta_{g,I})$ と表す。時点 t_g における止水材の漏水の発生確率を ω_g とし、止水材の漏水の有無に関する状態ベクトルを $\boldsymbol{\omega}_g = (1 - \omega_g, \omega_g)$ と表す。鋼橋の点検間隔を $z_1 = Mz$ (M は整数) とし、時点 t_g において前回の点検から mz が経過している場合に、 $m+1$ 番目の要素が1, その他の要素が全て0となる長さ $M+1$ のベクトルを \boldsymbol{e}_g と表す。伸縮装置は時間間隔 $z_2 = Nz$ (N は整数) で劣化状態に依らず補修されると考え、時点 t_g において伸縮装置の前回の補修から nz が経過している場合に、 $n+1$ 番目の要素が1, その他の要素が全て0となる長さ $N+1$ のベクトルを \boldsymbol{r}_g と表す。伸縮装置の補修が行われた場合には止水材の機能も回復されると考える。なお、計画期間の初期時点 t_0 において、 $\boldsymbol{\eta}_0 = (1, 0, \dots, 0)$, $\omega_0 = 0$, $\boldsymbol{r}_0 = (1, 0, \dots, 0)$ が成立すると考える。5.5での推定結果に基づき、期間 $[t_g, t_{g+1})$ での劣化過程を表す、漏水未発生モードでの鋼桁端部の健全度の推移確率行列 $\boldsymbol{\Pi}^0(z)$ 、漏水発生モードでの鋼桁端部の健全度の推移確率行列 $\boldsymbol{\Pi}^1(z)$ 、漏水管理モードの推移確率行列 $\boldsymbol{Q}(z)$ が、上三角行列のマルコフ推移確率行列として、

$$\boldsymbol{\Pi}_0(z) = \begin{pmatrix} \pi_{1,1}^0(z) & \cdots & \pi_{1,I}^0(z) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi_{I,I}^0(z) \end{pmatrix} \quad (5.33)$$

$$\boldsymbol{\Pi}_1(z) = \begin{pmatrix} \pi_{1,1}^1(z) & \cdots & \pi_{1,I}^1(z) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi_{I,I}^1(z) \end{pmatrix} \quad (5.34)$$

$$\boldsymbol{Q}(z) = \begin{pmatrix} q_0(z) & p_0(z) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.35)$$

とそれぞれ与えられると考える。個々の時点において点検、補修の実施に要する時間は、劣化過程に対して相対的に小さいと考え、ここでは考慮せずにモデル化を行う。ある時点 t_g において、鋼桁端部の補修施策が a ($a = 1, \dots, A$)、止水材の補修施策が d ($d = 1, \dots, D$) である状況（補修施策については後述）で、点検・補修前の状態ベクトルを $\boldsymbol{\eta}_{g,a,d}^- = (\eta_{g,a,d,1}^-, \dots, \eta_{g,a,d,I}^-)$, $\boldsymbol{\omega}_{g,d}^- = (1 - \omega_{g,d}^-, \omega_{g,d}^-)$, $\boldsymbol{e}_{g,d}^- = (e_{g,d,1}^-, \dots, e_{g,d,M+1}^-)$, $\boldsymbol{r}_g^- = (r_{g,1}^-, \dots, r_{g,N+1}^-)$ と、点検・補修後の状態ベクトルを $\boldsymbol{\eta}_{g,a,d}^+ = (\eta_{g,a,d,1}^+, \dots, \eta_{g,a,d,I}^+)$, $\boldsymbol{\omega}_{g,d}^+ = (1 - \omega_{g,d}^+, \omega_{g,d}^+)$, $\boldsymbol{e}_{g,d}^+ = (e_{g,d,1}^+, \dots, e_{g,d,M+1}^+)$, $\boldsymbol{r}_g^+ = (r_{g,1}^+, \dots, r_{g,N+1}^+)$ とそれぞれ表す。

時点 t_g から t_{g+1} までの鋼桁端部、止水材の劣化過程は、 $\boldsymbol{\eta}_g^+$ から $\boldsymbol{\eta}_{g+1}^-$, $\boldsymbol{\omega}_g^+$ から $\boldsymbol{\omega}_{g+1}^-$ のそれぞれの推移過程として、

$$\boldsymbol{\eta}_{g+1,a,d}^- = \boldsymbol{\eta}_{g,a,d}^+ \left\{ (1 - \omega_{g,d}^+) \boldsymbol{\Pi}_0(z) + \omega_{g,d}^+ \boldsymbol{\Pi}_1(z) \right\} \quad (5.36)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{g+1,d}^- = \boldsymbol{\omega}_{g,d}^+ \boldsymbol{Q}(z) \quad (5.37)$$

と表すことができる。また、経過時間の推移を表す推移行列として、 $m \times m$ の正方行列を、

$$\mathbf{S}_m^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.38)$$

と設定することにより、経過時間を表す状態変数の推移過程も、

$$\mathbf{e}_{g+1,d}^- = \mathbf{e}_{g,d}^+ \mathbf{S}_{M+1}^+ \quad (5.39)$$

$$\mathbf{r}_{g+1}^- = \mathbf{r}_g^+ \mathbf{S}_{N+1}^+ \quad (5.40)$$

と表すことができる。

鋼桁端部への A 種類の補修施策を考え、補修施策 a ($a = 1, \dots, A$) における補修行列を \mathbf{V}^a と表す。補修行列 \mathbf{V}^a は、健全度 i_1 ($i_1 = 1, \dots, I$) に対して補修を行い健全度 1 に回復する場合には、 i_1 行 1 列目の要素 $V_{i_1,1}^a$ を 1、健全度 i_1 ($i_1 = 1, \dots, I$) に対して補修を行わざ健全度 i_1 の状態が継続される場合には、 i_1 行 i_1 列目の要素 V_{i_1,i_1}^a を 1 とし、その他の要素を全て 0 とする $I \times I$ の行列である。なお、ここでは、補修が実施された場合の補修後の健全度が 1 に回復されるような補修工法のみを対象とする。また、健全度 I では必ず補修が実施されるとして $V_{I,1}^a = 1$ が全ての a で成り立つとする。補修施策 d における鋼桁端部の補修による健全度推移は、

$$\boldsymbol{\eta}_{g,a,d}^+ = \boldsymbol{\eta}_{g,a,d}^- \left\{ e_{g,d,M+1}^- \mathbf{V}^a + (1 - e_{g,d,M+1}^-) \mathbf{I}_I \right\} \quad (5.41)$$

と表すことができる。 \mathbf{I}_I は $I \times I$ の単位行列である。また、点検・補修による経過時間の推移を表す推移行列として、 $m \times m$ の正方行列を、

$$\mathbf{S}_m^- = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.42)$$

と設定することにより、点検・補修による状態ベクトルの推移を、

$$\mathbf{e}_{g,d}^+ = \mathbf{e}_{g,d}^- \mathbf{S}_{M+1}^- \quad (5.43)$$

$$\mathbf{r}_{g,d}^+ = \mathbf{r}_{g,d}^- \mathbf{S}_{N+1}^- \quad (5.44)$$

と表すことができる。また、鋼桁端部の健全度 i に対する補修単価を C_i^1 ($i = 2, \dots, I$)、止水材の補修単価を C^2 、伸縮装置の補修単価を C^3 とする。なお、伸縮装置の補修単価 C^3 には止水材の補修費用も含まれているとする。

5.6.2 シナリオごとのライフサイクル費用の算出方法

シナリオ A：止水材の事後保全施策 ($d = 1$)

シナリオ A では、止水材が損傷しても伸縮装置自体の機能が保持されている限り止水材の補修を行わない事後保全施策 ($d = 1$) を想定する。この補修施策では、伸縮装置の補修が行われない限り止水材の機能も回復しないため、補修施策 $d = 1$ での止水材の補修行列を、

$$\mathbf{R}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ r_{g,1}^+ & 1 - r_{g,1}^+ \end{pmatrix} \quad (5.45)$$

と設定する。時点 t_g での止水材の補修による状態推移は、

$$\boldsymbol{\omega}_{g,1}^+ = \boldsymbol{\omega}_{g,1}^- \mathbf{R}_1 \quad (5.46)$$

と表すことができる。

補修施策 a を所与とした場合の、シナリオ A での、鋼桁端部、止水材、伸縮装置のライフサイクル費用の期待値 LCC_1^a は、

$$LCC_1^a = \sum_{g=1}^G \rho^g \left(e_{g,1}^+ \sum_{i=1}^I \eta_{g,a,1,i}^- V_{i,1}^a C_i^1 + r_{g,1}^+ C^3 \right) \quad (5.47)$$

で与えられる。ここに、 ρ は単位期間長 z あたりの割引因子である。鋼桁端部に対して最適補修施策が採用されると考え、シナリオ A でのライフサイクル費用の期待値 LCC_1 を、

$$LCC_1 = \min_a LCC_1^a \quad (5.48)$$

と設定する。

シナリオ B：止水材の通常保全施策 ($d = 2$)

シナリオ B では、定期点検で止水材の損傷が見つかれば、次回の定期点検時点に補修を行う施策を、通常保全施策 ($d = 2$) として想定する。この補修施策では、止水材のみの補修および伸縮装置の補修が行われる。止水材の状態ベクトルを $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{g,d} = (1 - \tilde{\omega}_{g,d,0} - \tilde{\omega}_{g,d,1}, \tilde{\omega}_{g,d,0}, \tilde{\omega}_{g,d,1})$ と書き改める。ここに、 $\tilde{\omega}_{g,d,0}$ は観測されてから N 年未満の止水材の漏水確率、 $\tilde{\omega}_{g,d,1}$ は

観測されてから N 年以上の止水材の漏水確率である。劣化による推移確率も、

$$\tilde{\mathbf{Q}}(z) = \begin{pmatrix} q_0(z) & p_0(z) & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.49)$$

と書き改めることにより、止水材の劣化による状態推移を、

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{g+1,2}^- = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{g,2}^+ \tilde{\mathbf{Q}}(z) \quad (5.50)$$

と表すことができる。補修施策 $d = 2$ での、伸縮装置の補修を表す補修行列を、

$$\mathbf{R}_2^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ r_{g,1}^+ & 1 - r_{g,1}^+ & 0 \\ r_{g,1}^+ & 0 & 1 - r_{g,1}^+ \end{pmatrix} \quad (5.51)$$

と設定し、止水材の補修を表す補修行列を、

$$\mathbf{R}_2^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - e_{g,2,1}^+ & e_{g,2,1}^+ \\ e_{g,2,1}^+ & 0 & 1 - e_{g,2,1}^+ \end{pmatrix} \quad (5.52)$$

と設定する。時点 t_g での止水材の補修による状態推移は、

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{g,2}^+ = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{g,2}^- \mathbf{R}_2^2 \quad (5.53\text{-a})$$

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{g,2}^- = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{g,2}^- \mathbf{R}_2^1 \quad (5.53\text{-b})$$

と表すことができる。なお、 $\boldsymbol{\omega}_{g,2}^-$ は、時点 t_g において伸縮装置の補修後（補修しない場合も含む）の状態ベクトルである。

補修施策 a を所与とした場合の、シナリオ B での、鋼桁端部、止水材、伸縮装置のライフサイクル費用の期待値 LCC_2^a は、

$$\begin{aligned} LCC_2^a &= \sum_{g=1}^G \rho^g \left(e_{g,1}^+ \sum_{i=1}^I \eta_{g,a,1,i}^- V_{i,1}^a C_i^1 \right. \\ &\quad \left. + e_{g,1}^+ \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{g,2,1}^- C^2 + r_{g,1}^+ C^3 \right) \end{aligned} \quad (5.54)$$

で与えられる。鋼桁端部に対して最適補修施策が採用されると考え、シナリオ B でのライフサイクル費用の期待値 LCC_2 を、

$$LCC_2 = \min_a LCC_2^a \quad (5.55)$$

と設定する。

シナリオ C：止水材の予防保全施策 ($d = 3$)

シナリオ C では、止水材の損傷が観測されれば即座に補修を行う予防保全施策 ($d = 3$) を想定する。この補修施策では、止水材のみの補修および伸縮装置の補修が行われる。補修施策 $d = 3$ での、伸縮装置の補修を表す補修行列を、

$$\mathbf{R}_3^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ r_{g,1}^+ & 1 - r_{g,1}^+ \end{pmatrix} \quad (5.56)$$

と設定し、止水材の補修を表す補修行列を、

$$\mathbf{R}_3^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ e_{g,3,1}^+ & 1 - e_{g,3,1}^+ \end{pmatrix} \quad (5.57)$$

と設定する。時点 t_g での止水材の補修による状態推移は、

$$\boldsymbol{\omega}_{g,3}^+ = \boldsymbol{\omega}_{g,3}^{-+} \mathbf{R}_3^2 \quad (5.58-a)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{g,3}^{-+} = \boldsymbol{\omega}_{g,3}^- \mathbf{R}_3^1 \quad (5.58-b)$$

と表すことができる。

補修施策 a を所与とした場合の、シナリオ C での、鋼桁端部、止水材、伸縮装置のライフサイクル費用の期待値 LCC_3^a は、

$$\begin{aligned} LCC_3^a &= \sum_{g=1}^G \rho^g \left(e_{g,1}^+ \sum_{i=1}^I \eta_{g,a,1,i}^- V_{i,1}^a C_i^1 \right. \\ &\quad \left. + e_{g,1}^+ \omega_{g,3,1}^{-+} C^2 + r_{g,1}^+ C^3 \right) \end{aligned} \quad (5.59)$$

で与えられる。鋼桁端部に対して最適補修施策が採用されると考え、シナリオ C でのライフサイクル費用の期待値 LCC_3 を、

$$LCC_3 = \min_a LCC_3^a \quad (5.60)$$

と設定する。

5.6.3 分析の条件設定

前節で定式化した個々のシナリオでのライフサイクル費用を求めるための条件を整理する。適用事例の対象として、実在する橋梁を取り上げる。当該橋梁の橋長は 546.58m、幅員は 22m であり、径間数は 15 径間で 1 径間に内に主桁が 8 本ある。ここでは、個々の鋼桁や伸縮装置が同質の劣化過程に従うとして、当該橋梁内の全ての鋼桁端部、伸縮装置、止水材のライフサイクル費用の期待値の合計値を用いる。具体的には、それぞれの主桁の一方

表-5.7 補修工法・費用条件

(a) 主桁

健全度	補修工法	補修単価 (円/m ²)	回復 水準
2	Rc-III 塗装系 (3種ケレンC)	6,000	1
3	Rc-III 塗装系 (3種ケレンB)	10,000	1
4	Rc-I 塗装系 (1種ケレン)	18,000	1
5	当て板補修	146,000	1
6	取り替え	3,756,000	1

(b) 止水材

補修工法	補修単価 (円/m)
取り替え工	60,000

の鋼桁端部を 6m と仮定し, 8 本 × 15 径間の個々の主桁の両端部 (6m × 2) での補修費用の合計値を用いる。止水材に関しては, 橋台や橋脚単位 (合計 16 箇所) で一括して, すなわち 1 箇所あたり 22m の幅員全てに対して補修を行うこととする。鋼桁端部, 止水材の単位面積あるいは単位長さあたりの補修単価を表-5.7 のように設定する。なお, 設定した単価は足場費などの諸経費 40%を含む一般的な補修単価である。ただし, 伸縮装置の補修費用に関しては, 全てのシナリオで一律の値が固定的に必要となるため $C^3 = 0$ として分析を実施した。

鋼桁端部の補修施策の候補として, 2 から 5 の個々の健全度で補修を実施するか否かの全ての組合せを考え, 表-5.8 のように 16 通りの補修施策の候補を考える。さらに, 単位期間長を $z = 1$ (年), 点検間隔を $z_1 = 5$ (年) ($M = 5$), 伸縮装置の補修間隔を $z_2 = 30$ (年) ($N = 6$), 割引因子を $\rho = 0.96$ (社会的割引率: 4%), 計画期間の終点を $t_G = 100$ (年) とそれぞれ設定する。5.5 でのパラメータ推定結果を用いて, 鋼桁端部の健全度の推移確率行列

を、一般塗装系の場合、

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{\Pi}_0(z) \\
 = & \begin{pmatrix} 0.709 & 0.238 & 0.044 & 0.008 & 0.001 & 0.000 \\ 0 & 0.675 & 0.247 & 0.069 & 0.009 & 0.000 \\ 0 & 0 & 0.585 & 0.344 & 0.070 & 0.001 \\ 0 & 0 & 0 & 0.701 & 0.292 & 0.007 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.958 & 0.042 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 \end{aligned} \tag{5.61-a}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{\Pi}_1(z) \\
 = & \begin{pmatrix} 0.709 & 0.238 & 0.044 & 0.008 & 0.001 & 0.000 \\ 0 & 0.675 & 0.247 & 0.069 & 0.009 & 0.000 \\ 0 & 0 & 0.585 & 0.344 & 0.069 & 0.002 \\ 0 & 0 & 0 & 0.701 & 0.288 & 0.011 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9312 & 0.069 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 \end{aligned} \tag{5.61-b}$$

と、重防食塗装系の場合、

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{\Pi}_0(z) \\
 = & \begin{pmatrix} 0.709 & 0.264 & 0.022 & 0.004 & 0.000 & 0.000 \\ 0 & 0.832 & 0.129 & 0.035 & 0.004 & 0.000 \\ 0 & 0 & 0.585 & 0.344 & 0.070 & 0.001 \\ 0 & 0 & 0 & 0.701 & 0.292 & 0.007 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.958 & 0.042 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 \end{aligned} \tag{5.62-a}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{\Pi}_1(z) \\
 = & \begin{pmatrix} 0.709 & 0.264 & 0.022 & 0.004 & 0.000 & 0.000 \\ 0 & 0.832 & 0.129 & 0.035 & 0.004 & 0.000 \\ 0 & 0 & 0.585 & 0.344 & 0.069 & 0.002 \\ 0 & 0 & 0 & 0.701 & 0.288 & 0.011 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.932 & 0.069 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 \end{aligned} \tag{5.62-b}$$

表-5.8 鋼桁端部の各補修施策の補修行列

候補 a	補修行列の要素				
	$V_{2,1}^a$	$V_{3,1}^a$	$V_{4,1}^a$	$V_{5,1}^a$	$V_{6,1}^a$
1	1	1	1	1	1
2	0	1	1	1	1
3	1	0	1	1	1
4	1	1	0	1	1
5	1	1	1	0	1
6	0	0	1	1	1
7	0	1	0	1	1
8	0	1	1	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	1	0	0	1
12	1	0	0	0	1
13	0	1	0	0	1
14	0	0	1	0	1
15	0	0	0	1	1
16	0	0	0	0	1

とそれぞれ設定する。また、状態変数の推移確率行列を、

$$\mathbf{Q}(z) = \begin{pmatrix} 0.823 & 0.177 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.63)$$

と設定する。

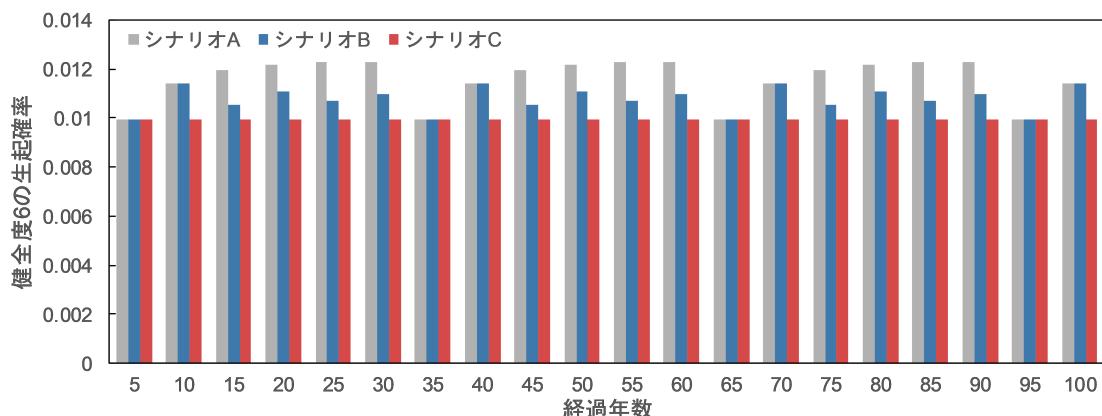
5.6.4 分析結果

以上で示した条件と止水材に対するそれぞれのシナリオの下でのライフサイクル費用の期待値を算出した。なお、3種類のシナリオのいずれにおいても補修施策 $a=1$ がライフサイクル費用の期待値を最小化する補修施策となった。止水材に対する補修施策のシナリオ A (事後保全施策)、シナリオ B (通常保全施策)、シナリオ C (予防保全施策) でのそれぞれのライフサイクル費用の期待値を塗装仕様ごとに表-5.9 に示す。同表では、それぞれのライフサイクル費用の内訳 (式 (5.47), (5.54), (5.59) のそれぞれの項) も併せて示している。同表において、一般塗装系ではシナリオ C のライフサイクル費用の期待値が最も小さい値となっており、止水材に対して予防保全を行うことにより、橋梁全体のライフサイクル費用が低減できることが明らかとなった。一方、重防食塗装系では個々のシナリオのラ

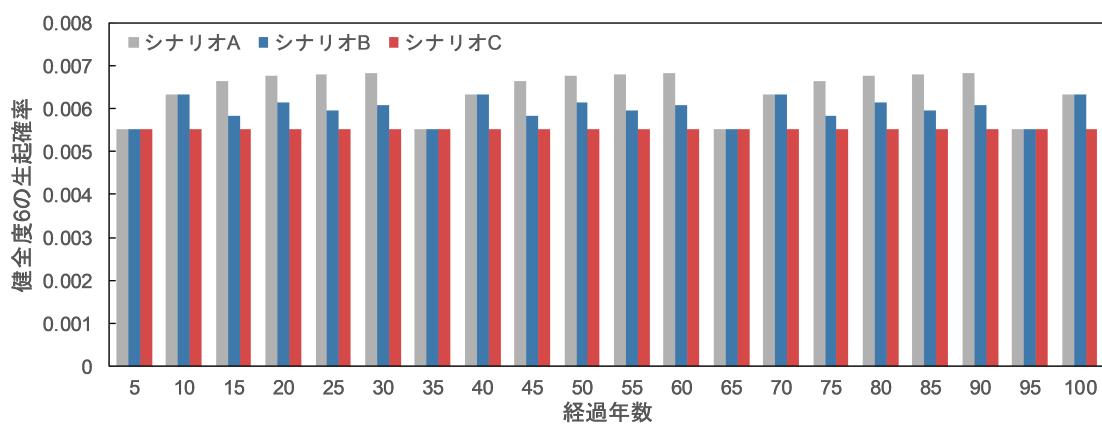
表-5.9 シナリオごとのライフサイクル費用の期待値

	一般塗装系			重防食塗装系		
	事後保全 シナリオ A	通常保全 シナリオ B	予防保全 シナリオ C	事後保全 シナリオ A	通常保全 シナリオ B	予防保全 シナリオ C
総費用 LCC_d	863.9 (1)	862.2 (0.998)	837.9 (0.970)	515.8 (1)	528.5 (1.025)	519.3 (1.007)
【補修費用内訳】						
鋼桁端部	863.9	832.0	798.0	515.8	498.2	479.4
止水材	0	30.3	39.9	0	30.3	39.9

※単位は百万円。丸括弧内はそれぞれの塗装仕様でのシナリオ A との比率。



(a) 一般塗装系



(b) 重防食塗装系

図-5.6 シナリオごとの健全度 6 の発生確率

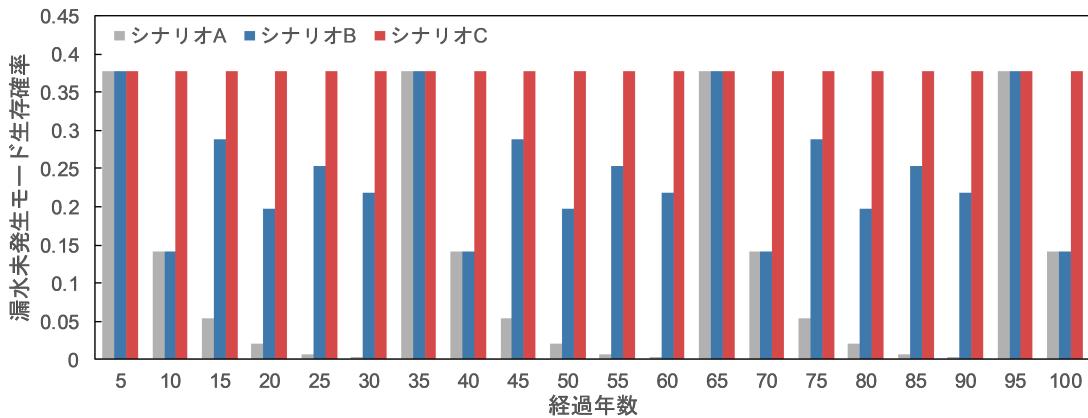


図-5.7 シナリオごとの漏水未発生モードの生存確率

イフサイクル費用の期待値の差は大きくないが、シナリオ A のライフサイクル費用の期待値が最も低い値となった。また、補修費用の内訳に着目すると、両塗装仕様において、シナリオ A で必要となる鋼桁端部の補修費用が、シナリオ B およびシナリオ C では止水材の補修費用で代替されている。ここで、ライフサイクル費用の結果に加えて、個々のシナリオにおける鋼桁端部および止水材の劣化状態も併せて考察する。図-5.6 には、それぞれの塗装仕様における個々の時点 t_g の健全度 6 の発生確率 $\eta_{g,1,d,6}^-$ をシナリオごとに示す。また、図-5.7 には、漏水未発生モードの生存確率 $1 - \omega_{g,d}^-$ をシナリオごとに示す。なお、漏水未発生モードの生存確率は塗装仕様によらず同一の値となる。これらの結果から、シナリオ C において、鋼桁端部、止水材の劣化、損傷の進展が抑制されていることが確認できる。すなわち、一般塗装系に対しては、止水材に対して予防保全施策を採用することにより、ライフサイクル費用と劣化リスクの双方を低減できる。また、重防食塗装系においても、止水材の予防保全施策を採用することにより、わずかながらライフサイクル費用が増加するが、劣化リスクを低減できる可能性がある。本章ではモデルの煩雑化を防ぐため鋼桁端部の当て板補修は、同一の鋼桁端部に対して何度も実施できるとしたが、実際には、当て板補修を実施した鋼桁端部の再劣化に対しては主桁の取り替えを行わざるを得ない場合も少なくない。主桁の取り替えに際しては、補修費用に加え、橋梁の通行止めなどの大規模な利用者損失が生じることからも、止水材に対して予防保全施策を導入することにより、点検間隔が一定である条件のもとで、ライフサイクル費用を従来と同程度に保ちつつ、橋梁主部材の劣化を抑制できる可能性がある。

5.6.5 実務への示唆

橋梁部材の中でも、伸縮装置は主部材ではない。さらに伸縮装置は他部材と比較すると、相対的に耐用年数が短く、供用期間中に数回の更新が見込まれる消耗部材である。しかし、

非主部材であっても、その劣化に起因する漏水が主部材である鋼桁（鋼桁端部）の劣化速度を加速させるケースは少なくない。5年に一度の近接目視が義務化され、2020年時点での一巡した。今後、データや知見が集積されるにつれ、点検周期の見直しや、部材間の優先順位付けがなされることも想像に難くない。その際に、主部材に注目が集まるのは必然であるが、橋梁が多数の部材によって階層的に構成された構造物であることを考慮すると、本章で着目したように主部材との関係性において、非主部材であってもマネジメント上、重要な部材も存在する。**5.65.6.4** で示したように、それらの部材を予防的に保全することによって、結果的に主部材の長寿命化につながり、経済的にも優位となることが考えられる。また、本章では、点検周期を5年と固定して分析を実施したが、図-5.6の結果は、より長い点検周期でも止水材の予防保全を行えば、止水材を事後保全した場合と同等の劣化リスクの管理水準を満足する可能性を示唆している。

また、本章の分析結果を通じて、伸縮装置の設計や点検・補修体制に関する実務的示唆も得られる。伸縮装置の止水機能により、鋼桁端部の長寿命化が可能となることから、非排水型の伸縮装置の導入を推進するとともに、止水材を独立に取り替え可能な構造を持つ伸縮装置を採用する必要性が示唆される。止水材に対して予防保全を行う場合には、止水材の補修頻度が増加するため、点検と同一業務の範囲内で必要に応じて止水材の補修を行うなどの制度設計が望まれる。土砂や雪が堆積した止水材に通行車両により繰り返しの衝撃が加わり伸縮装置の漏水が発生する。そのため、伸縮装置の点検を行う際に、堆積した土砂などを定期的に取り除くことが、伸縮装置からの漏水を防ぎ、鋼桁端部の腐食を予防することに有用となると考える。

さらに、本章では伸縮装置止水材の損傷と鋼桁端部の腐食の関連性をモデル化するために、それぞれの点検結果を整合させる必要があった。しかし、現行の点検データベースでは伸縮装置は独自のID、鋼桁端部は桁番号で管理されているために、伸縮装置IDと桁番号の対応が容易ではなかった。鋼桁端部や伸縮装置の点検や補修を独立して行うには現行の点検データベースで問題はない。しかしながら、蓄積された点検データを用いて部材間の関連性を分析し、その結果に基いてマネジメントサイクルの高度化を図っていくためには、橋梁の個々の部材の劣化状態と位置が簡便に把握できるようなデータベースの構築が必要となる。

5.7 おわりに

本章では、伸縮装置からの漏水の有無が直下の鋼桁端部の劣化・腐食過程に及ぼす影響を定量化した。具体的には、レジームスイッチング・マルコフ劣化ハザードモデルにより、経時的に変化する漏水管理モードからの影響を考慮して鋼桁端部の劣化・腐食過程をモデル化した。その上で、単位時間軸上の一時点で不可観測な漏水管理モードに対して、完

備化尤度関数を用いた MCMC 法において漏水管理モードを潜在変数として同時サンプリングを行い、モデルの推定を行った。実在の橋梁から獲得された点検データを用いて、レジームスイッチング・マルコフ劣化ハザードモデルの推定を行い、漏水未発生モードと漏水発生モードでは鋼桁端部の期待寿命に 10 年程度の差があることを明らかにした。さらに、実在の橋梁を想定したライフサイクル費用分析により、鋼桁端部も含めた橋梁全体のライフサイクル費用および劣化リスク低減に対する伸縮装置止水材の予防保全の有用性を示唆した。

一方で、今後の研究課題として、以下のことがあげられる。第 1 に、モデル推定のためのサンプルサイズの拡充が求められる。本章では、177 橋から得られた 1,850 サンプルを用いたが、対象範囲の拡大や今後のデータ蓄積によって、数的および質的に充実したデータを用いてモデル推定結果の信頼性を向上させることが望まれる。第 2 に、モデルの改良があげられる。本章では、サンプルサイズの制約も相まって、鋼桁端部、止水材の双方の劣化過程にマルコフ性を仮定したが、供用開始からの補修履歴が網羅的に獲得されている状況では、時間依存型の劣化予測モデルを推定することにより、より精緻に劣化・腐食過程をモデル化できる可能性がある。第 3 に、多様な状況に対するライフサイクル費用分析があげられる。本章では、一般的な橋梁の 1 事例のみを想定してライフサイクル費用分析を行ったが、様々な構造形式や補修工法を反映させ、多様な条件のもとでの止水材の予防保全効果を継続的に検証していく必要がある。

参考文献

- 1) 国土交通省道路局：道路橋定期点検要領，2014.
- 2) 国土交通省道路局国道・防災課：橋梁定期点検要領，2014.
- 3) 慈道充，小林潔司：不確実性下における最適点検・修繕ルール，土木学会論文集，No.744/IV-61, pp.39-50, 2003.
- 4) 田村正樹，菊池淳，千葉洋：道路橋の伸縮装置における漏水対策の検討について，国土交通省国土技術研究会論文集，pp.103-106, 2014.
- 5) 貝戸清之，小林潔司：ビッグデータによるインフラマネジメント：アセットメトリクスにむけて，土木学会論文集 D3, Vol.70, No.5 (土木計画学研究・論文集第 31 卷) , pp.I_21-I_30, 2014.
- 6) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 7) Lancaster, T.:*The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 8) Hamilton, J. D.: A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle, *Econometrica*, Vol.57, No.2, pp.357-384, 1989.
- 9) 小林潔司，貝戸清之，林秀和：測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル，土木学会論文集 D, Vol.64, No.3, pp.493-512, 2008.
- 10) 小林潔司，貝戸清之，江口利幸，大井明，起塚亮輔：舗装構造の階層的隠れマルコフ劣化モデル，土木学会論文集 D3, Vol.67, No.4, pp.422-440, 2011.
- 11) Nam, L. T., 貝戸清之，小林潔司，起塚亮輔：ポアソン隠れマルコフ劣化モデルによる舗装劣化過程のモデル化，土木学会論文集 F4, Vol.68, No.2, pp.62-79, 2012.
- 12) 水谷大二郎，貝戸清之，小林潔司，平川恵士：気象状況を考慮したポットホールの管理重点化ルール，土木学会論文集 F4 (建設マネジメント) , Vol.70, No.3, pp.63-80, 2014.
- 13) 小林潔司，貝戸清之，大井明，Thao, N. D., 北浦直樹：データ欠損を考慮した複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルの推計，土木学会論文集 E1, Vol.71, No.2, pp.63-80, 2015.

- 14) 水谷大二郎, 貝戸清之, 小林潔司, 秀島栄三, 山田洋太, 平川恵士: 判定基準変更を考慮した隠れマルコフ劣化ハザードモデル, 土木学会論文集 D3, Vol.71, No.2, pp.70-89, 2015.
- 15) Diebolt, J. and Robert, C. P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.56, pp.363-375, 1994.
- 16) Geweke, J.: Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments, *Bayesian Statistics*, Vol.4, pp.169-193, 1996.
- 17) 国土交通省: 道路橋示方書 I 共通編・III コンクリート橋編, 2012.

第6章 結論

本研究では、非主要部材に着目した道路橋における維持管理手法を検討した。具体的には、1) 点検・補修データの欠損時に起きた推定バイアスを低減するような非主要部材の劣化予測手法、2) 主要部材と非主要部材の劣化予測手法の統合による点検・補修の合理化手法、を検討した。以下で、各章での成果を述べる。

第2章では、既往の劣化予測手法で課題となっていた計算負荷を低減する、非主要部材の集計的劣化予測手法を検討した。本章の研究成果として、非主要部材の点検データ欠損下における劣化予測結果の推定バイアスを低減できた点が挙げられる。また、ケース・スタディーとして、実在する道路橋RC床版の点検データに適用した。その上で、集計的劣化予測手法と非集計的劣化予測手法での推定結果を比較した。その結果、集計的劣化予測手法と非集計的劣化予測手法の推定結果には大きな差がないことを確認できた。

第3章では、非主要部材の補修データの欠損バイアスを低減する劣化予測手法を検討した。本章の研究成果として、非主要部材の補修データ欠損下における劣化予測結果の推定バイアスを低減できた点が挙げられる。本章では、更新履歴データ欠損下における道路橋照明柱の劣化予測手法を検討した。さらに、シミュレーションにより、既存モデルと比較した提案モデルの妥当性を検証した。また、ケース・スタディーとして、実在する道路照明柱の点検データおよび不完全な更新履歴データに適用した。その上で、劣化の説明変数に関する議論を行った。

第4章では、非主要部材の点検データを活用することにより、主要部材を含めた道路橋全体としての点検の合理化を達成する方法を検討した。本章の研究成果として、非主要部材の劣化予測結果を活用することにより、点検リソースを低減するような合理的な点検システムを検討できた点が挙げられる。本章では、舗装路面の劣化状況に応じて、その直下の床版の劣化確率を推定するモデルを検討した。また、ケース・スタディーとして、実在する道路橋のRC床版および路面の舗装点検データに適用した。その上で、ポットホールの発生状況ごとのRC床版の劣化確率を推定した。さらに、床版の点検頻度が低減するのみならず、安全性も担保されるような、床版の点検ルールを提案した。

第5章では、非主要部材の予防保全を重視することにより、主要部材を含めた道路橋全体としての補修の合理化を達成する方法を検討した。本章の研究成果として、非主要部材の劣化予測結果を活用することにより、補修リソースを低減するような合理的な点検システムを検討できた点が挙げられる。本章では、鋼桁と伸縮装置の劣化の相関関係をモデル化する手法を検討した。また、ケース・スタディーとして、実在する道路橋の鋼桁および伸縮装置の点検データに適用した。その結果、伸縮装置の劣化の有無ごとの鋼桁の寿命を

推定した。さらに、橋梁全体の補修費用が低減するのみならず、安全性も担保されるような、伸縮装置に対する予防保全施策を提案した。

最後に各章に共通して残された課題をあげる。本研究で提案した方法論は普遍的であるものの、ケース・スタディーは限られた目視点検データを用いた一事例に過ぎない。したがって、今後は適用範囲を拡大して、研究の有用性を示す実績を蓄積していく必要がある。

なお、本研究で得られた考察は、著者独自のものであり、各章で取り扱った道路橋の管理者、その他のいかなる団体の正式な見解ではないことを付記しておく。

付録A 各章の文字設定

各章で使用した文字設定を記載する。

A.1 第2章の文字設定

第2章で使用した文字設定の一覧表を付表-A.1に記載する。

表-A.1 文字設定の一覧表 (第2章)

文字	定義
$\{1, 2, \dots, I\} (I \in \mathbb{N})$	施設の健全度
$h(\tau)$	時点 τ における健全度
$\pi_{ij}(z)$	$h(\tau_A) = i$ が生起したという条件下で $h(\tau_B) = j$ が生起する条件付き確率
$\Pi(z)$	マルコフ推移確率行列 ($\pi_{ij}(z)$ を i 行 j 列成分に配置した I 次正方行列)
$\mathcal{D}(i, j, z, t)$	劣化パスを要素とする集合
φ	劣化パス d を要素列 u に対応させる写像
$\mathcal{U}(i, j, z, t)$	要素列全体からなる集合
\bar{Y}_i	健全度 $i (i \leq I-1)$ の寿命 $\bar{y}_i > 0$ の離散確率変数
θ_i	マルコフ劣化ハザードモデルのパラメータ
$\bar{F}_i(y_i)$	Y_i の生存関数
$q_{\hat{u}}(z) \hat{u} = (i_1, i_2, \dots, i_{N_{\hat{u}}})$	$i_1 (= i), i_2, \dots, i_{N_{\hat{u}}} (= j)$ を経る健全度推移が生じる確率
t	単位時間
K	個別点検データの個数
ξ^k	$k (k = 1, 2, \dots, K)$ 番目の個別データ
$R_s^k = \mathcal{D}_s^k $	式 (2.3), 式 (2.12) を満たす劣化パスの個数
$\xi_{\zeta}^k (\zeta = 1, 2, \dots, \zeta^k)$	点検間隔が t である ζ^k 個の個別データ

A.2 第3章の文字設定

第3章で使用した文字設定の一覧表を付表-A.2に記載する。

表-A.2 文字設定の一覧表 (第3章)

文字	定義
ζ_i	構造物の健全度 i ($i = 1, \dots, I-1$) の寿命
$\phi_i(\zeta_i)$	ζ_i の確率密度関数
$\Phi_i(\zeta_i)$	ζ_i の分布関数
$\lambda_i(y_i)$	ハザード関数
θ_i ($i = 1, \dots, I-1$)	ハザード関数
$\mathbf{x} = (x_0, \dots, x_A)$	特性変数ベクトル
$\boldsymbol{\beta}_i = (\beta_{0,i}, \dots, \beta_{A,i})$	未知パラメータベクトル
$\pi_{i,i}(z \boldsymbol{\beta})$	マルコフ推移確率
$1, \dots, I$	構造物番号
$\tau_{0,1}, \dots, \tau_{0,I}$ (= $\boldsymbol{\tau}_0$)	構造物の竣工期
$\tau_{E,1}, \dots, \tau_{E,I}$ (= $\boldsymbol{\tau}_E$)	点検の実施期
s_1, \dots, s_I (= \mathbf{s})	点検で観測された健全度
$\Xi_{i,1}$	$\Xi_{i,1} = (\tau_{0,i}, \tau_{E,i}, s_i, \mathbf{x}_i)$
$1, \dots, R_i$	更新番号
$\tau_{i,1}, \dots, \tau_{i,R_i}$ (= $\boldsymbol{\tau}_i$)	更新 $1, \dots, R_i$ が実施された期
ρ_i	更新が適用される確率
B_w	構造物番号の集合
$\mathfrak{P}'(B_w)$	更新が適用された可能性のある構造物番号の集合を要素とする集合族
$\mathfrak{P}(B_w)$	B_w のべき集合
$\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta} \Xi)$	点検データ全体の尤度関数

A.3 第4章の文字設定

第4章で使用した文字設定の一覧表を付表-A.3に記載する。

表-A.3 文字設定の一覧表 (第4章)

文字	定義
$s (= 1, \dots, S)$	スパン番号
$t_{s,k} (k = 0, \dots, K)$	スパン s の供用開始時点 t_0 を原点とする離散時間軸
$z_{s,k}$	連続する 2 時点間 $[t_{s,k}, t_{s,k+1}]$ ($k = 0, \dots, K-1$) の期間長
$p (= 1, \dots, P_s)$	路面ユニット番号
$\nu_{s,p,k}$	2 時点間 $[t_{s,k}, t_{s,k+1}]$ における路面ユニット p のポットホールの発生個数
$q (= 1, \dots, Q_s)$	床版パネル番号
$\kappa_{s,1,\nu}, \dots, \kappa_{s,Q,\nu} (= \kappa_{s,\nu})$	時点 $t_{s,k}$ における床版パネル $1, \dots, Q$ それぞれのパネルの健全度
$1, \dots, I$	床版パネルの健全度
$x_{p,0}, x_{p,1}, \dots, x_{p,A} (= \mathbf{x}_p)$	路面ユニット p_s の特性を表現する説明変数
$f_q(\kappa_\nu \boldsymbol{\alpha})$	ポットホール到着率 $\lambda_{p,\nu}(\mathbf{x}_p, f_q(\kappa_\nu) \boldsymbol{\alpha})$ を定義するための関数
$\alpha_{1,0}, \alpha_{1,1}, \dots, \alpha_{1,A}, \alpha_{2,0}, \dots, \alpha_{J,A}$ ($= \boldsymbol{\alpha}_1, \dots, \boldsymbol{\alpha}_J (= \boldsymbol{\alpha})$)	関数 $f_q(\kappa_\nu \boldsymbol{\alpha})$ を定義するための未知パラメータ
$\lambda_{p,\nu}(\mathbf{x}_p, f_q(\kappa_\nu) \boldsymbol{\alpha})$	スパン s の路面ユニット p における 2 時点間 $[t_\nu, t_{\nu+1}]$ でのポットホール到着率
$\rho_{p,\nu,\nu}(z_\nu, \mathbf{x}_p, f_q(\kappa_\nu) \boldsymbol{\alpha})$	当該 2 時点間 $[t_\nu, t_{\nu+1}]$ においてポットホールが任意の ν (≥ 0) 個発生する確率
$y_{q,0}, y_{q,1}, \dots, y_{q,B} (= \mathbf{y}_q)$	床版パネル q の特性を表現する説明変数
$\mu_{1,w}, \dots, \mu_{P,w} (= \boldsymbol{\mu}_w)$	路面ユニット $1, \dots, P$ それぞれのポットホール発生率
$f_p(\boldsymbol{\mu}_w \gamma)$	ハザード率 $\theta_{q,w,i}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) \boldsymbol{\beta}_i, \gamma)$ を定義するための関数
γ	関数 $f_p(\boldsymbol{\mu}_w \gamma)$ を定義するための未知パラメータ
$\theta_{q,w,i}(y_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) \boldsymbol{\beta}_i, \gamma)$	スパン s の床版パネル q における 2 時点間 $[t_w, t_{w+1}]$ での健全度 i のハザード率
$\beta_{i,0}, \dots, \beta_{i,B} (= \boldsymbol{\beta}_i)$	ハザード率 $\theta_{q,w,i}(\mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) \boldsymbol{\beta}_i, \gamma)$ を定義するための未知パラメータ
$\pi_{q,w,i,j}(z_w, \mathbf{y}_q, f_p(\boldsymbol{\mu}_w) \boldsymbol{\beta}_i, \gamma)$	2 時点間 $[t_w, t_{w+1}]$ において、健全度が任意の i から j ($\geq i$) に推移する確率
V_s	スパン s の路面ユニットに対する点検回数
$\bar{\Xi}_{p,a}$	任意の期間 $[t_a, t_{a+1}]$ において路面ユニット p において利用可能なすべてのデータ
$\ell_{1,p,a}(\bar{\Xi}_{p,a} \boldsymbol{\alpha})$	任意の期間 $[t_a, t_{a+1}]$ において定義される任意の路面ユニット p の尤度関数
W_s	スパン s の床版パネルに対する点検回数
$\bar{\Xi}_{q,b}$	任意の期間 $[t_b, t_{b+1}]$ において床版パネル q において利用可能なすべてのデータ
$\ell_{2,q,b}(\bar{\Xi}_{q,b} \boldsymbol{\beta}, \gamma)$	任意の期間 $[t_b, t_{b+1}]$ において定義される任意のパネル q の尤度関数
$\mathcal{L}(\bar{\Xi} \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \gamma)$	点検データ全体の尤度関数
$\Pi(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \gamma \bar{\Xi})$	パラメータの事後分布
$\bar{\omega}_{s,q,k}$	スパン s を構成するパネル q_s の時点 t_k ($k = 1, \dots, K_s$) での健全度
$\bar{\zeta}_{s,1,k}, \dots, \bar{\zeta}_{s,P_s,k} (= \bar{\zeta}_{s,k})$	2 時点間 $[t_k, t_{k+1}]$ での路面ユニット $1, \dots, P_s$ それぞれのポットホール発生個数

* 第4章中のほとんどの箇所では、数式が煩雑になるのを防ぐために、各文字の添え字 s を省略している。

A.4 第5章の文字設定

第5章で使用した文字設定の一覧表を付表-A.4に記載する。

表-A.4 文字設定の一覧表 (第5章)

文字	定義
a_0^l	カレンダー時刻
$l (l = 1, \dots, L)$	鋼桁端部の番号
$t_g^l (g = 1, 2, \dots, G_l)$	カレンダー時刻 a_0^l を初期時点 $t_0^l = 0$ とする離散時間軸
$z (z \geq 0)$	単位期間長
$f(t_g^l) = i (i = 1, \dots, I)$	時点 t_g^l における鋼桁端部 l の健全度
$i (i = 1, \dots, I)$	健全度
s_g^l	時点 t_g^l における漏水管理モード
$\lambda_{i,g}^l$	漏水管理モード s_g^l における健全度 i から $i+1$ への腐食ハザード率
$h_{i,0}^l, h_{i,1}^l$	$h_{i,0}^l = \mathbf{x}_0^l \boldsymbol{\beta}_{0,i}, h_{i,1}^l = \mathbf{x}_1^l \boldsymbol{\beta}_{1,i}$
$\mathbf{x}_w^l = (1, x_{1,w}^l, \dots, x_{C_w,w}^l) (w = 0, 1)$	特性変数ベクトル
$\boldsymbol{\beta}_{w,i} = (\beta_{0,w,i}, \dots, \beta_{C_w,w,i}) (w = 0, 1)$	未知パラメータベクトル
$\pi_{i,j}^{l,g}(z)$	マルコフ推移確率
$\theta_{g,w}^l (w = 0, 1)$	漏水ハザード率
$\mathbf{y}_{g,w}^l = (1, y_{g,w,1}^l, \dots, y_{g,w,D_w}^l)$	時点 t_g^l における特性変数ベクトル
$\boldsymbol{\alpha}_w = (\alpha_{w,0}, \dots, \alpha_{w,D_w}) (w = 0, 1)$	未知パラメータベクトル
$q_{g,w}^l(z)$	漏水管理モードが継続している確率
$p_{g,w}^l(z)$	$p_{g,w}^l(z) = 1 - q_{g,w}^l(z)$
$\mathbf{c} = \{1, 2, \dots, I\}$	取り得る健全度の集合
$\mathbf{m} = \{0, 1\}$	取り得る漏水管理モードの集合
c_g^l	時点 t_g^l での鋼桁端部 l の健全度
$\mathbf{C}_l = \mathbf{c}^{G_l}$	健全度集合 $\{c_1^l, \dots, c_{G_l}^l\}$ が取り得る状態空間
$\mathbf{M}_l = \mathbf{m}^{G_l}$	漏水管理モード集合 $\{s_1^l, \dots, s_{G_l}^l\}$ の取り得る状態空間
$\mathbf{n}_l = \{c_1^l, \dots, c_{G_l}^l, s_1^l, \dots, s_{G_l}^l\} \in \Omega_l$	ある健全度と漏水管理モードの集合
Ω_l	\mathbf{n}_l の取り得る状態空間
$k_l(\mathbf{n}_l)$	\mathbf{n}_l の個々の要素の同時生起確率
δ_g^l	時点 t_g^l における鋼桁端部 l の健全度
ξ_g^l	時点 t_g^l における漏水管理モードの観測の有無を表す 2 値変数
$\tilde{\phi}_g^l$	時点 t_g^l において鋼桁端部 l が取り得る健全度の集合
$\tilde{\xi}_g^l$	時点 t_g^l において鋼桁端部 l が取り得る漏水管理モードの集合
$\tilde{\mathbf{j}}_l$	直積集合 $\tilde{\mathbf{j}}_l = \prod_{g=1}^{G_l} \tilde{\phi}_g^l \times \prod_{g=1}^{G_l} \tilde{\xi}_g^l$
$\tilde{\psi}_l = \{\tilde{c}_0^l, \tilde{\xi}_0^l, \tilde{\mathbf{x}}^l, \tilde{\mathbf{y}}^l\}$	$\tilde{\mathbf{j}}_l$ 以外の、鋼桁端部 l に関する観測情報
$\mathcal{L}(\mathbf{j}, \tilde{\psi}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$	鋼桁端部 l に関する尤度関数
$\bar{\mathbf{i}}_l$	鋼桁端部 l に関する健全度と漏水管理モードのベクトル
χ_g^l	$\bar{\mathbf{i}}_l$ の $g (g = 1, \dots, G_l)$ 番目の元
ν_g^l	$\bar{\mathbf{i}}_l$ の $g + G_l$ 番目の元
$M(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\mathbf{i}}, \tilde{\psi})$	未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ の同時事後確率密度関数

謝辞

本研究を遂行ならびに本論文をまとめるにあたり、多くの皆様から多大なるご指導とご支援を頂戴しました。

大阪大学大学院工学研究科・貝戸清之先生には、研究に対する姿勢、研究の進め方、論文の書き方に至るまで、長年に渡り数え切れないほど多くの貴重なご指導とご鞭撻を頂戴しました。また、先生が受け持つ様々な研究プロジェクトに携わる機会や、国内外の多数の学術会議へ参加する機会など、学外の活動機会を幾度となく与えていただきました。そして、充実した設備や文献を研究室に揃えてくださり、研究に取り組む上で何不自由ない研究環境を整えていただきました。さらに、社会人としての礼儀やマナーも、終始熱心にご指導いただきました。頂戴した数多くの惜しみないご支援に対して、心から感謝の意を表するとともに、厚くお礼申し上げます。

大阪大学大学院工学研究科・鎌田敏郎先生、土井健司先生には、本論文の副査をお引き受けいただき、幅広い観点から貴重なご意見やご指導を頂戴しました。さらに、講義やゼミナールにおいても大変貴重なご指摘を賜り、たくさんのこと勉強させていただきました。心より感謝申し上げます。

大阪大学大学院工学研究科・西田修三先生、青木伸一先生、入江政安先生、飯田克弘先生、荒木進歩先生、中谷祐介先生、佐々木勇弥先生、葉健人先生には、学内でのゼミナールにて本研究の発表の機会を幾度も与えていただき、貴重なご意見を賜りました。厚くお礼申し上げます。

京都大学経営管理大学院・小林潔司先生には、貴重なお時間を割いていただき、大変有益なご意見を賜りました。先生が与えてくださる研究アイデアはいつも興味深く、尊敬の念に堪えません。さらに、国際学会で発表する機会をご紹介いただきました。深く感謝の意を申し上げます。

大阪大学大学院工学研究科・小濱健吾先生、公益財団法人鉄道総合技術研究所・松岡弘大様、東北大学大学院工学研究科・水谷大二郎先生には、本研究をまとめるにあたり、幾度となくご指導を頂戴し、大変的確なご意見を賜りました。皆様のご指導がなければ、本研究を発展させることはできませんでした。また、日頃より、研究の進め方、論文の書き方など、綿密なご指導を賜りました。心より感謝申し上げます。

京都大学経営管理大学院・青木一也先生には、貴重なご講義を賜り、海外での興味深いご経験を豊富にご紹介いただきました。深く感謝申し上げます。

国土交通省近畿地方整備局・河合良治様、一般財団法人阪神高速道路技術センター・慈

道充様、阪神高速道路株式会社・宮田亮様、西日本高速道路株式会社・櫻谷慶治様、堤浩志様には、多数のデータの収集・集約にご尽力いただきました。また、現場の視察の機会をご用意くださいり、実構造物への理解を深めることができました。厚くお礼申し上げます。

一般財団法人電力中央研究所の皆様、特に、岡田哲実様、酒井理哉様、中島正人様には、本研究をまとめるにあたり、数多くの惜しみないご厚意とご支援を頂戴しました。皆様のお支えがなければ、本論文をまとめることはできませんでした。心よりお礼申し上げます。

在学中に在籍した研究室である社会基盤マネジメント学領域の先輩の皆様・福田泰樹様、宮崎文平様、数実浩佑様、坂口創様、早矢仕廉太郎様、堀舜揮様、北浦直樹様、山田洋太様、笛井晃太郎様、浜田成一様には、ご卒業後にも終始一貫して、研究室に対して厚いご指導ご鞭撻とご支援をくださいました。感謝申し上げます。

同時期に在籍した研究室のメンバー・音地拓様、田中晶大様、荒木駿様、宇野裕亮様、田中誠勝様、阪本凌一様、藤堂政行様、篠崎秀太様、橋詰遼太様、木村祥太郎様、丹羽太郎様、松本圭史様、山岸拓歩様、石川大智様、元木宏志朗様、山村昂也様、吉田伊織様には、研究に関する活発な議論を通じて、多様な刺激を受けました。ありがとうございました。

在学中の研究活動にあたって、独立行政法人日本学術振興会科学研究費助成事業「特別研究員奨励費（研究課題/領域番号：JP18J20014）」の助成を受けました。ここに記して謝意を表します。

さいごに、希望する進路をいつも理解してくれ、長い学生生活を支え続けてくれた家族に、感謝の意を表します。