座標変換媒質の高機能化とその構成に関する研究

令和４年３月

高野 佑磨

座標変換媒質の高機能化とその構成に関する研究

博士（理学）論文提出先

大阪大学大学院基礎工学研究科

令和４年３月

髙野 佑磨

概要

本研究は人工媒質メタマテリアルを用いて，従来実現されていなかった座標変換媒質の実現方法を提案及び実証するものである．メタマテリアルは，電磁波の波長よりも小さい材料片の集合体から成る人工構造体である．前記人工構造体に対して電磁波が入射した場合，電磁波はその構造体を構成する媒質の媒質定数ではなく，その構造体全体で平均化された値としての実効的な媒質定数を感じる．変換電磁気学は，座標変換に従う任意の電磁波伝搬制御を可能とする概念であり，座標変換媒質とは，変換電磁気学の理論に基づく座標変換と等価な媒質定数を有する媒質のことである．従来の座標変換媒質では，座標変換と等価な媒質定数を完全に再現することは困難であるため，ある種の近似を施したうえで実現されているものがほとんどであり，これが不要な散乱の発生に繋がっていた．また，変換電磁気学に基づく座標変換媒質には，未だ実現されていないものも多く，座標変換媒質による電磁波伝搬制御の可能性は大きい．本研究では，新たな座標変換媒質を提案及び実証する．

まず，従来の座標変換媒質について，その実現をより容易とする，透磁率の空間分布を一定化ないしは真空の値とする手法を提案及び実証する．座標変換自体を座標変換媒質の設計自由度とすることで，透磁率の空間分布を一定化ないしは単位値化する座標変換を導出する．透過型及び反射型の座標変換媒質についてそれぞれ座標変換を導出し，電磁波伝搬シミュレーションによってその動作を検証する．さらに，反射型の座標変換媒質において，異方性メタシートによって座標変換媒質を作製し，単位値化された透磁率空間分布の副次的な効果としての 16 GHz から 22 GHz に及ぶ広帯域動作を実証する．これらの提案及び実証は，座標変換媒質の動作周波数領域を大幅に拡大するものである．

続いて，複数の周波数において複数の座標変換を実現する多形態座標変換媒質の構成法を提案し，数値的に実証する．フルテンソルの異方性媒質定数を有する座標変換媒質の等価回路モデルに基づき，複数の周波数において異なる座標変換を実現する媒質定数の分散を与える多形態座標変換媒質の構成法を示す．この多形態座標変換媒質の構成法により，従来単一周波数あるいは単一形態にとどまっていた座標変換媒質の機能を周波数ごとに変更することが可能となる．

さらに，空間不連続座標変換媒質の構成法を提案し，実証する．空間不連続境界における電磁波の屈折現象に幾何学的な解釈を付与し，座標変換自体による電磁波の伝搬制御に加えて，その境界における位相の制御を伴う電磁波制御の可能性を指摘する．そして，空間不連続境界における電磁波の屈折現象を利用した空間不連続座標変換媒質の例として，媒質の内部に空間不連続性を有する平板レンズ及び外部との境界に空間不連続性を有するデュアルイメージング媒質を提案，実証する．これらの座標変換媒質は，座標変換自体による電磁波の伝搬制御のみならず，これまで着目されていなかった境界における位相の変化を利用するもので，境界を用いた電磁波伝搬制御の可能性を示すものである．

Abstract

This thesis opens up new areas of transformation media based on the concept of transformation electromagnetics by proposing and demonstrating novel implementation methods of transformation media. Metamaterials are artificial materials composed of assemblies of subwavelength artificial structures, whose effective material parameters are flexibly controlled. The effective material parameters are controlled based on the fact that electromagnetic waves are influenced not only by the properties of the base materials but also by the averaged effective properties of the constituents. Transformation electromagnetics is a concept for controlling electromagnetic waves based on the material interpretation of coordinate transformations which realizes wave propagations according to coordinate transformations, and transformation media are defined as media having equivalent material parameters of coordinate transformations based on the material interpretation in this thesis. Since almost all of the conventional transformation media are realized with certain approximations in the material parameters due to the difficulty of perfect implementations, they suffer from undesired scatterings originated from the approximations. In this thesis, novel transformation media intrinsically eliminating the need of approximations for perfect scattering suppressions are proposed and demonstrated.

First of all, implementation methods providing constant and/or unitary equivalent relative permeability are proposed and demonstrated, which makes it easier to realize transformation media without position dependent permeability controls. Coordinate transformations are derived for each of transmission- and reflection-type transformation media, and the validity of the concept is numerically confirmed. In addition, the reflection-type transformation medium is fabricated with anisotropic meta-sheets, and the broadband operation from 16 GHz to 22 GHz, thanks to the unitary permeability distribution, is experimentally demonstrated. These proposed media considerably expands operating frequency region.

Second, an implementation method of polymorphic transformation media which realize multiple coordinate transformations at multiple target frequencies is proposed and the validity of the concept as well as its polymorphic operations is numerically demonstrated. The implementation method of the media is presented by using the equivalent circuit model of full-tensor anisotropic transformation media. Polymorphic transformation media are implemented based on the proposed dispersive circuitries manipulating dispersion characteristics of equivalent material parameters at multiple target frequencies. The proposed implementation method of polymorphic transformation media drastically enhances functionalities of transformation media as opposed to conventional singlemorphic transformation media.

In addition, implementation methods of spatially discontinuous transformation media is proposed. A geometric interpretation of anomalous refraction phenomena at spatially discontinuous boundaries is presented to provide electromagnetic wave controllability on media boundaries. Two examples of spatially discontinuous transformation media using the anomalous refraction phenomena are presented and their operations are demonstrated: a *flat lens* with the spatial discontinuity inside of the medium and a *dual imaging medium* with the spatial discontinuity on the outer boundary. These spatially discontinuous transformation media make it possible to control electromagnetic wave propagation with extra phase manipulations on the spatially discontinuous boundary.

目次

第 1 章

序論

本章では，まず人工媒質メタマテリアルによる媒質定数制御及び変換電磁気学に基づく電磁波伝搬制御の研究についての背景を概説する．本論文は変換電磁気学に基づく電磁波の伝搬制御に関するものであるが，その実現には，メタマテリアルによる媒質定数制御が不可欠である．これらの研究的背景を述べた後，本研究の解決すべき課題及び目的を示し，最後に本論文の構成について述べる．

1.1 メタマテリアルによる媒質定数制御

媒質中の電磁波の伝搬は，真電荷密度 ϱ 及び電流密度 $\boldsymbol{\mathcal{J}}$ を用いて，巨視的 Maxwell 方程式

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \varrho, \tag{1.1a}$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0, \tag{1.1b}$$
$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mathrm{j}\omega \boldsymbol{B}, \tag{1.1c}$$
$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \mathrm{j}\omega \boldsymbol{D} + \boldsymbol{\mathcal{J}}, \tag{1.1d}$$

によって記述される．電磁場 $\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{H}$ と電束密度 $\boldsymbol{D}$ 及び磁束密度 $\boldsymbol{B}$ とは，さらに構成方程式によって結びつけられる．均一かつ等方的な自然に存する多くの媒質における構成方程式は，周波数領域において，誘電率 ε 及び透磁率 μ を用いて，

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}, \tag{1.2a}$$
$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H}, \tag{1.2b}$$

と表される．ここで，場の量は全て複素振幅である．また，媒質定数は周波数の関数で，一般に複素数である．酸化クロム (III)(Cr_2O_3) に代表されるような電気磁気効果を有する媒質 [1–3] における構成方程式は，その効果を表す定数 ξ 及び ζ を用いて，

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} + \xi \boldsymbol{H}, \tag{1.3a}$$
$$\boldsymbol{B} = \zeta \boldsymbol{E} + \mu \boldsymbol{H}, \tag{1.3b}$$

と表される．

従来，これらの媒質定数 (ε，μ，ξ，ζ) の値は媒質に固有のものであり，所望の媒質定数を有する媒質を得るためには，化学的手法等により新たな媒質を合成せざるを得ないと考えられていた．この場合，実現可能な媒質定数の値は，化学的手法等により合成可能な媒質の有する値に限られ，それらの媒質を用いた電磁波制御の範囲も制限されることになる．無論，媒質定数が同じ媒質を用いても，その形状や媒質界面における境界条件を目的に応じて適切に制御することで，様々な電磁波制御は可能である．代表的な例としては，ガラス等の共通の媒質を用いたレンズ，プリズム，光ファイバーなどによる種々の電磁波制御が挙げられる．一方，媒質定数を自由に設計することが可能になれば，より幅広い電磁波制御，あるいは，これまでに存在しない新奇電磁波制御が可能になる．

1990 年代後半，J. B. Pendry らによって，人工構造を用いて媒質定数を制御する方法が提案された [4–6]．これらは，電磁波の波長よりもサイズの小さい人工構造体に対して電磁波が入射した場合，電磁波はその構造体を構成する媒質の媒質定数ではなく，その波長程度の領域で平均化された実効的な媒質定数 ($\varepsilon_{\mathrm{eff}}$，$\mu_{\mathrm{eff}}$，$\xi_{\mathrm{eff}}$，$\zeta_{\mathrm{eff}}$) を感じることになるという性質を利用したものである．このように，電磁波の感じる実効的な媒質定数を人為的に制御する人工構造の集合体から成る人工媒質をメタマテリアルと呼ぶ．

メタマテリアルの出現により，媒質定数制御の可能性が格段に増加した．負の屈折率を持つ媒質，すなわち，誘電率及び透磁率が共に負となる媒質は，Veselago によって 1968 年には最初に指摘されていたが [7]，2000 年代初頭に初めてメタマテリアルを用いて作製及び実証された [8, 9]．金属のプラズマ周波数以下で誘電率が負の値を持つことは知られていたが，誘電率が負の値を持つのと同時に透磁率が負の値を持つ媒質は自然界には存在しない (あるいは発見されていない) ため，メタマテリアルによって初めて負の屈折率媒質が実現可能となった．他にも，(準) 零屈折率媒質と呼ばれる，屈折率が零ないしはほとんど零の値を取る媒質が提案され [10]，その媒質は種々のメタマテリアルによって実現，実証されている [11–13]．

さらに，メタマテリアルを用いれば，実現されるべき媒質定数はもはや均一かつ等方的である必要はない．メタマテリアルの構成要素の構造を変化させれば，位置に依存する (均一でない) 媒質定数制御が可能であり，また，その構造を対称性のない構造等にすることで，媒質定数の値が電磁波の偏波方向に依存する異方的な媒質定数制御が可能となる．すなわち，メタマテリアルによれば，式 (1.3) 中の媒質定数は究極的には下式のような位置に依存する一般のテンソルで記述される可能性を秘めている：

$$\boldsymbol{D} = \bar{\bar{\varepsilon}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{E} + \bar{\bar{\xi}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{H} \equiv \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}(\boldsymbol{x}) & \varepsilon_{xy}(\boldsymbol{x}) & \varepsilon_{xz}(\boldsymbol{x}) \\ \varepsilon_{yx}(\boldsymbol{x}) & \varepsilon_{yy}(\boldsymbol{x}) & \varepsilon_{yz}(\boldsymbol{x}) \\ \varepsilon_{zx}(\boldsymbol{x}) & \varepsilon_{zy}(\boldsymbol{x}) & \varepsilon_{zz}(\boldsymbol{x}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_{xx}(\boldsymbol{x}) & \xi_{xy}(\boldsymbol{x}) & \xi_{xz}(\boldsymbol{x}) \\ \xi_{yx}(\boldsymbol{x}) & \xi_{yy}(\boldsymbol{x}) & \xi_{yz}(\boldsymbol{x}) \\ \xi_{zx}(\boldsymbol{x}) & \xi_{zy}(\boldsymbol{x}) & \xi_{zz}(\boldsymbol{x}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix}, \tag{1.4a}$$

$$\boldsymbol{B} = \bar{\bar{\zeta}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{E} + \bar{\bar{\mu}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{H} \equiv \begin{pmatrix} \zeta_{xx}(\boldsymbol{x}) & \zeta_{xy}(\boldsymbol{x}) & \zeta_{xz}(\boldsymbol{x}) \\ \zeta_{yx}(\boldsymbol{x}) & \zeta_{yy}(\boldsymbol{x}) & \zeta_{yz}(\boldsymbol{x}) \\ \zeta_{zx}(\boldsymbol{x}) & \zeta_{zy}(\boldsymbol{x}) & \zeta_{zz}(\boldsymbol{x}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mu_{xx}(\boldsymbol{x}) & \mu_{xy}(\boldsymbol{x}) & \mu_{xz}(\boldsymbol{x}) \\ \mu_{yx}(\boldsymbol{x}) & \mu_{yy}(\boldsymbol{x}) & \mu_{yz}(\boldsymbol{x}) \\ \mu_{zx}(\boldsymbol{x}) & \mu_{zy}(\boldsymbol{x}) & \mu_{zz}(\boldsymbol{x}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix}. \tag{1.4b}$$

しかしながら，従来の研究は，式 (1.4) で記述される媒質定数のうち，電磁波の偏波を限定した場合に伝搬に関与する成分のみの実現にとどまっている．また，透磁率の制御は一般に共振構造などを用いて行われるため，動作周波数帯域の確保やその厳密な値の実現可能性などの観点から，位置に依存する透磁率制御はメタマテリアルを用いてもなお誘電率制御に比して困難であるという課題がある．

1.2　変換電磁気学に基づく電磁波伝搬制御

変換電磁気学は，座標変換に媒質的解釈を施すことで，座標変換に従う電磁波の伝搬と等価な伝搬を実現し，任意の電磁波伝搬制御を可能とする概念である [14]．図 1.1 の中央に示す真空の誘電率及び透磁率 (ε_0, μ_0) を有する座標系 (x', y') に同図左のような座標変換を施す場合を考える．座標変換をトポロジー的に解釈すると，媒質定数 (ε_0, μ_0) は変更を受けずに，座標系が歪められ，新たな座標系 (x, y) が導入されていることになる．この座標変換により Maxwell 方程式が保存されるとすると，元の座標系では直進していた黄色の線で表される電磁波の経路が，座標変換に従って，中心の領域を迂回するような湾曲した経路を取り，電磁波の伝搬経路の制御が可能となる．しかしながら，実際には人為的に座標系を歪めることは出来ないので，このような湾曲した電磁波の伝搬経路を実現するには，変換電磁気学における座標変換の媒質的解釈の考え方を導入する．媒質的解釈においては，図 1.1 の右に示すように，座標変換が施されるべき領域に座標変換と等価な媒質，座標変換媒質を配置する．ここでは，図中の赤色で塗られた領域が座標変換媒質を表す．この領域において，座標系自体は変更されていないので元の座標系 (x', y') のままであるが，座標変換媒質の媒質定数が後述のテンソル $(\bar{\bar{\varepsilon}}, \bar{\bar{\mu}})$ で表されることになる (1.2.2 節参照)．このように，座標変換と等価な媒質定数 $(\bar{\bar{\varepsilon}}, \bar{\bar{\mu}})$ を有する座標変換媒質によって，トポロジー的解釈により得られる座標変換に従う湾曲した伝搬経路と等価な伝搬経路を実現する．

変換電磁気学に基づく電磁波伝搬制御においては，電磁波の伝搬が座標変換により決定され，領域内の伝搬を逐一

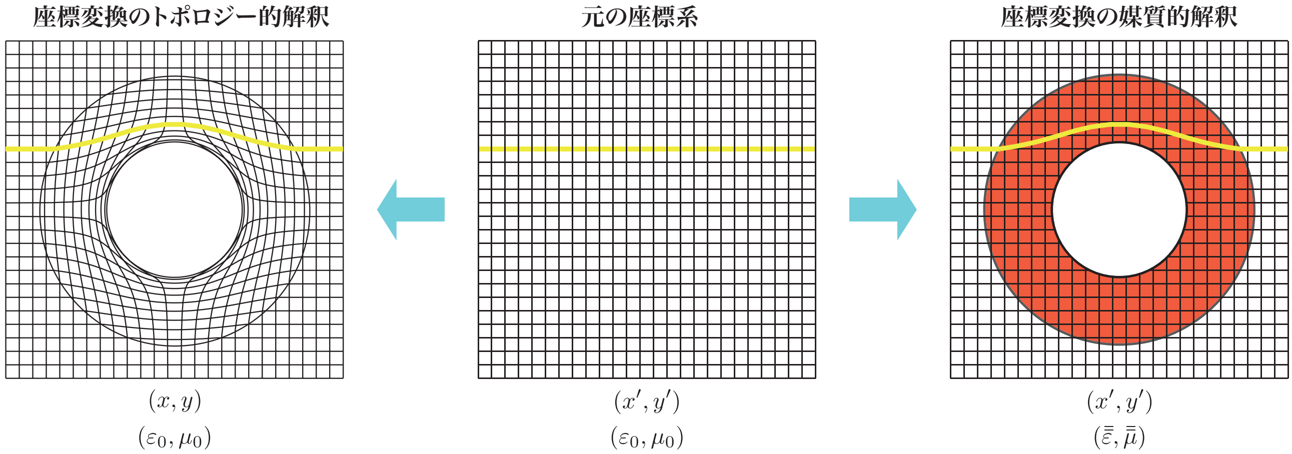


図 1.1 座標変換のトポロジー的解釈と媒質的解釈．図中黄色の線は電磁波の経路を表す．

制御せずとも元の座標系に対応する伝搬が担保できるという強みを有している．さらに，多くの場合においては，座標変換を施した領域の内外のインピーダンス整合も担保されているため，電磁波伝搬制御における反射損なども抑制されるという強みもある．

以下では，1.2.1 節で変換電磁気学の歴史について述べ，1.2.2 節で詳細な理論について説明し，1.2.3 節で本論文が対象とする座標変換媒質の種類とこれまでに実現されている座標変換媒質の種類等について説明する．

1.2.1　変換電磁気学の歴史

1961 年，L. S. Dolin によって，変換電磁気学の前身となる理論が提案された [15]．Dolin は，座標変換前後における媒質定数及び電磁場からなる不変量に着目し，座標変換前の空間の電磁場と，座標変換に対応する媒質定数テンソルを有する媒質で満たされた座標変換後の空間の電磁場とが等価であることを示した．「座標変換に対応する媒質定数テンソルを有する媒質」とは座標変換媒質そのものであるが，当該論文において，座標変換媒質による任意の座標変換に従う電磁波伝搬制御の可能性については示唆されていない．その後，1976 年には M. Lax らにより，1994 年には W. C. Chew らにより，1996 年には A. J. Ward らにより同様の理論が展開された [16–18]．しかし，これらの重要な初期の研究は正当に評価されず，ほとんど忘れ去られている [19]．

一方，現在では元祖変換電磁気学として数多く引用されている理論が，2006 年，J. B. Pendry らによって提案 (正確には再構築) された [14]．この研究の重要な点は，座標変換媒質によって電磁波の伝搬を任意の座標変換に従うように制御できる可能性を指摘しているところにある．この論文の発表を皮切りに，様々な電磁波伝搬制御が提案，実証された．自然の媒質では実現できない新奇電磁波制御の例として，覆われた物体を隠蔽する透明マント媒質 [20–36] や，ある物体を別の物体であるかのように見せる錯覚媒質 [37–41]，他にも電磁場集中媒質 [42–44]，電磁場回転媒質 [45–47] などが挙げられる．また，アンテナの指向性向上 [48–50] や，誘電体レンズの平板化 [51, 52]，レトロリフレクターの平板化 [53, 54] など，より産業的な応用もなされている．さらには，座標変換媒質によってビックバンやブラックホール，重力レンズなどの宇宙空間における現象を模擬するような研究も行われ [55–58]，その学術的なインパクトも大きい．

また，同じく 2006 年には，光学的等角写像の理論が，特に透明マント動作を実現する方法として，U. Leonhardt によって示された [59]．等角写像の方法は古くから幾何光学の分野で知られていたが，波動光学においても，幾何光学に基づく場合と同程度の精度まで透明マント動作を実現可能であることを示したことが，U. Leonhardt の大きな功績である．この方法によれば，媒質定数テンソルの異方性を含めた制御が必要な変換電磁気学とは異なり，屈折率の制御のみで電磁波の伝搬制御が可能となるが，座標変換が等角写像である必要があり，上記の変換電磁気学と比較して，座標変換選択の自由度が低い．この光学的等角写像の理論は，Eaton レンズや Luneberg レンズ，Maxwell の魚眼などの電磁波伝搬現象 [60, 61] に応用される他，金属サブ波長構造の特異点に生じる表面プラズモンの解析に応

用されている [62–64]．さらに，2008 年には J. Li らによって，光学的等角写像の理論の制限を緩和した擬等角座標変換による方法が提案された [65]．この方法においては，座標変換が厳密に等角写像となる必要がなく，その代償として座標変換と等価な媒質定数テンソルの異方性を含めた制御が本質的には必要となるが，その異方性が無視できるほど小さいため，近似的に屈折率の制御のみで電磁波の伝搬制御が可能となる．これにより，光学的等角写像の理論よりも高い座標変換選択の自由度が得られ，その実現も容易であることから，多くの座標変換媒質が提案・実証された [66–73]．

2008 年には，変換電磁気学の理論をより一般化した，一般化変換電磁気学が L. Bergamin によって提案された [74]．一般化変換電磁気学においては，電場と磁束密度のセット $[E, B]$ 及び電束密度と磁場のセット $[D, H]$ のそれぞれについて座標変換を施すことで，座標変換媒質の比誘電率テンソル及び比透磁率テンソルが等しくなければならないという制限が排除された．さらにその翌年には，同じく L. Bergamin によって，一般化変換電磁気学における境界条件についての理論が提示された [75]．一般化変換電磁気学においては，2 つの座標変換を考慮するため，従来の変換電磁気学のように，座標変換領域内外の空間の連続性が担保されず，そのような場合における電磁波の取り扱いを明確化したものである．この理論により，一般化変換電磁気学においてのみならず，従来の変換電磁気学においても，座標系が空間的に不連続となるような座標変換が施された場合における電磁波の取り扱いが可能となり，新たに座標変換媒質の境界における不連続位相制御をすることができるようになった．

上記それぞれの理論は，3 次元空間ないしは $(3+1)$ 次元時空間における座標変換を取り扱ったものであるが，これを波数-周波数領域に適用した非局所変換電磁気学が，2012 年に G. Castaldi らによって提案された [76]．非局所変換電磁気学に基づけば，波数空間の変換により異方性分散制御などが可能となり [77]，フォトニック結晶などにも応用されている [78]．

1.2.2　理論

本節では，変換電磁気学の理論について詳細に説明する．まず，変換電磁気の根幹である座標変換の概念を議論するのに重要となる微分幾何学について説明する．次に，微分幾何学に基づいて Maxwell 方程式を記述することにより，座標変換に媒質的解釈が付与できることを示し，座標変換の再現に必要な媒質定数を導出する．なお，空間 3 次元の座標変換のみを考えることとし，時間次元については考慮しない．

微分幾何学

最初から一般の座標系で考えることは非常に困難であるので，まず特別な座標系として Descartes 座標系での理論を考え，そこから座標変換するという流れで，議論を進めていく．

Descartes 座標系での理論を一般の座標系に拡張する際，前者から後者への座標変換を考える必要がある．座標変換前の座標系を x^i とし，座標変換後の座標系を $x^{i'}$ とする．座標変換前後の座標系における全微分は，チェーンルールで関係付けられることが知られている：

$$\mathrm{d}x^i = \frac{\partial x^i}{\partial x^{i'}}\mathrm{d}x^{i'},\ \mathrm{d}x^{i'} = \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i}\mathrm{d}x^i. \tag{1.5}$$

また，偏微分も同様の規則で関係付けられる：

$$\frac{\partial}{\partial x^{i'}} = \frac{\partial x^i}{\partial x^{i'}}\frac{\partial}{\partial x^i},\quad \frac{\partial}{\partial x^i} = \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i}\frac{\partial}{\partial x^{i'}}. \tag{1.6}$$

これらの座標変換で現れる変換行列を Jacobi 行列と呼び，

$$\Lambda^i{}_{i'} \equiv \frac{\partial x^i}{\partial x^{i'}},\quad \Lambda^{i'}_i \equiv \frac{\partial x^{i'}}{\partial x_i}, \tag{1.7}$$

で表すこととする．座標系 x^i から座標系 $x^{i'}$ へ座標変換を施し，さらに x^i へ戻すような変換を考えることで，互いに逆の座標変換を記述する Jacobi 行列が，互いの逆行列になるという性質

$$\Lambda^i{}_{i'}\Lambda^{i'}_j = \delta^i_j,\quad \Lambda^{i'}_i\Lambda^i{}_{j'} = \delta^{i'}_{j'}, \tag{1.8}$$

を得ることができる．ただし，δ^i_j は恒等写像を表す Kronecker のデルタであり，$i=j$ に対しては $\delta^i_j=1$，$i\neq j$ に対しては $\delta^i_j=0$ である．

座標系が選択されると，2 点間の距離はその座標を用いて表現することが出来る．一方で，2 点間の距離は，空間に固有の値をとり，座標系の選択には依存しない．Descartes 座標系においては，よく知られた Pythagoras の定理より，点 x^i から $x^i+\mathrm{d}x^i$ までの微小距離 $\mathrm{d}s$ は，

$$\mathrm{d}s^2=\mathrm{d}x^2+\mathrm{d}y^2+\mathrm{d}z^2=\delta_{ij}\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^j \quad (x^i:\ \text{Descartes 座標系}), \tag{1.9}$$

と表される．この式から一般の座標系 $x^{i'}$ への座標変換を考えると，一般の座標系での距離は，式 (1.5) より，

$$\mathrm{d}s^2=\delta_{ij}\Lambda^i{}_{i'}\Lambda^j{}_{j'}\mathrm{d}x^{i'}\mathrm{d}x^{j'} \quad (x^i:\ \text{Descartes 座標系}), \tag{1.10}$$

で与えられることがわかる．式 (1.9) と (1.10) を比較すると，Descartes 座標系における δ_{ij} を $\delta_{ij}\Lambda^i{}_{i'}\Lambda^j{}_{j'}$ に置き換えることで一般の座標系での線素を表せることがわかる．Jacobi 行列は，変換後の座標系 $x^{i'}$ のみで表現することが可能なので，$x^{i'}$ のみに依存するテンソルを

$$g_{i'j'}\equiv\delta_{ij}\Lambda^i{}_{i'}\Lambda^j{}_{j'}, \tag{1.11}$$

と定義することで，一般の座標系における線素は，

$$\mathrm{d}s^2=g_{i'j'}\mathrm{d}x^{i'}\mathrm{d}x^{j'}, \tag{1.12}$$

と表せるようになる．この 2 階のテンソルを計量テンソルと呼ぶ．式 (1.9) からもわかるように，Descartes 座標系における計量テンソルは Kronecker のデルタである．また，計量テンソルが対称テンソルである，すなわち，$g_{ij}=g_{ji}$ を満たすことは，容易に示すことができる．前述のように，2 点間の距離 $\mathrm{d}s^2$ は空間に固有の値をとり，座標系に依存しない不変量となっている．すなわち，計量テンソル g_{ij} は，座標系が選択されたときに，$g_{ij}\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^j$ を不変量とするようなテンソルとなっていると言える．

全微分のチェーンルールで出てきた変位 $\mathrm{d}x^i$ は始点 x^i，終点 $x^i+\mathrm{d}x^i$ のベクトルである．これとの類推から，座標系 x^i におけるベクトル V^i と座標系 $x^{i'}$ におけるベクトル $V^{i'}$ の変換も，Jacobi 行列によって，

$$V^{i'}=\Lambda^{i'}_iV^i,\ V^i=\Lambda^i{}_{i'}V^{i'}, \tag{1.13}$$

と表される．3 次元のベクトル空間を張る基底 $\boldsymbol{e}_i$ を用いると，ベクトル場 $\boldsymbol{V}$ は V^i 等を用いて，

$$\boldsymbol{V}=V^i\boldsymbol{e}_i=V^{i'}\boldsymbol{e}_{i'}, \tag{1.14}$$

と書き表すことが出来る．ここで，2 つ目の等号は，ベクトル場が座標系に依存しないことによるものである．このことと，ベクトルの座標変換の式 (1.13) を合わせることで，基底の座標変換が以下のように求められる：

$$\boldsymbol{e}_{i'}=\Lambda^i{}_{i'}\boldsymbol{e}_i. \tag{1.15}$$

ベクトルのスカラー積もこれまでの議論と同様に Descartes 座標系でのそれから考えることが出来る．Descartes 座標系における 2 つのベクトル V^i，U^i のスカラー積は，

$$\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{U}=V^1U^1+V^2U^2+V^3U^3=\delta_{ij}V^iU^j \quad (x^i:\ \text{Descartes 座標系}), \tag{1.16}$$

で表される．ベクトルの座標変換の式 (1.13) 及び計量テンソルの定義式 (1.11) を考慮すると，

$$\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{U}=\delta_{ij}V^iU^j=\delta_{ij}\Lambda^i{}_{i'}\Lambda^j{}_{j'}V^{i'}U^{j'}=g_{i'j'}V^{i'}U^{j'} \quad (x^i:\ \text{Descartes 座標系}), \tag{1.17}$$

と書き換えられることがわかる．式 (1.16) における Kronecker のデルタは，Descartes 座標系における計量テンソルに他ならないので，結局一般の座標系 x^i でのベクトルのスカラー積は，

$$\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{U}=g_{ij}V^iU^j, \tag{1.18}$$

と書ける．式 (1.18) の右辺前半 2 成分の積に注目し，新しく下付き添え字の成分を

$$V_j \equiv g_{ij} V^i, \tag{1.19}$$

と定義する．この成分についてもベクトルから導かれるものであるが，添え字の上下が異なるので全く異なる量を表す．この場合において，この量を一形式あるいは共変ベクトルと呼ぶ．この一形式を用いることで，改めてベクトルのスカラー積 (1.18) はより簡単に，以下の式で定義される：

$$\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{U} = V_i U^i. \tag{1.20}$$

すなわち，ベクトルと一形式の積で表される．無論，一形式の定義式 (1.19) で元の内積の定義式 (1.18) のベクトル U^j を一形式にすることも考えられるので，内積を取る際，どちらのベクトルを一形式にして積を取るかは任意である．

ベクトルのスカラー積が定義できたところで，同様にベクトル積も定義しよう．そのために，以下のような完全反対称記号を考える：

$$[ijk] = \begin{cases} 1 & ijk \text{ が } 123 \text{ の偶置換} \\ -1 & ijk \text{ が } 123 \text{ の奇置換} \\ 0 & \text{その他} \end{cases}. \tag{1.21}$$

ここで注意しなければならないのは，これは記号であってテンソルではないということである．ここでもまた，Descartes 座標系からの座標変換を考えることで，一般の座標系における完全反対称テンソルを考えよう．Descartes 座標系における完全反対称テンソルは，完全反対称記号そのものである：

$$\epsilon_{ijk} = [ijk]. \tag{1.22}$$

Descartes 座標系からの座標変換を考えると，

$$\epsilon_{i'j'k'} = \Lambda^i{}_{i'} \Lambda^j{}_{j'} \Lambda^k{}_{k'} [ijk] = \det\boldsymbol{\Lambda} [i'j'k'] \quad (x^i: \text{ Cartesian}), \tag{1.23}$$

と表される．計量テンソルの定義 (1.11) から，

$$(\det\boldsymbol{\Lambda})^2 = \det\boldsymbol{g}' = g', \tag{1.24}$$

が成り立つので，結局一般の座標系における完全反対称テンソルは，

$$\epsilon_{ijk} = \sqrt{g} [ijk], \tag{1.25}$$

で表されることになる．ちなみに，全ての添え字が上付きになった完全反対称テンソルは次の式で表される．

$$\epsilon^{ijk} = \frac{1}{\sqrt{g}} [ijk]. \tag{1.26}$$

一般の座標系における完全反対称テンソルがわかったので，ベクトル積を求めていこう．Descartes 座標系におけるベクトル積は，

$$\boldsymbol{V} \times \boldsymbol{U} = (V^y U^z - V^z U^y) \boldsymbol{e}_x + (V^z U^x - V^x U^z) \boldsymbol{e}_y + (V^x U^y - V^y U^x) \boldsymbol{e}_z, \tag{1.27}$$

で表されるが，完全反対称テンソルを用いて書き直せば，

$$\boldsymbol{V} \times \boldsymbol{U} = \epsilon^{ijk} V_j U_k \boldsymbol{e}_i, \tag{1.28}$$

となる．Descartes 座標系を仮定して導出した式であるが，これまでの議論と同様に，完全反対称テンソル，一形式及び規定の変換則から，式 (1.28) が一般の座標系における定義になっていることは容易に示せる．

ベクトルのスカラー積及びベクトル積がわかったので，ベクトル解析で登場する微分の一つである勾配を考えよう．勾配は，スカラー量 ψ に微分演算子 $\boldsymbol{\nabla}$ を作用させたものである：

$$\boldsymbol{\nabla}\psi = \frac{\partial}{\partial x^i}\psi \equiv \partial_i\psi \equiv \psi_{,i}. \tag{1.29}$$

後半 2 つの等号はノーテーションの問題である．最後の表式のように，通常の偏微分は微分する成分の前にカンマを配置することで，慣習的に表されている．普通，ベクトル解析における勾配はスカラーにのみ考えられるが，ベクトルに対する作用も考えることが可能である．すなわち，$\boldsymbol{\nabla V}$ という演算が考えられる．微分作用素とベクトルの内積を取る発散とは異なるので注意されたい．今，一般の座標系においては基底自体も位置に依存していることに注意すると，

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial x^i} = \frac{\partial V^j}{\partial x^i}\boldsymbol{e}_j + V^j\frac{\partial \boldsymbol{e}_j}{\partial x^i} \equiv V^j_{\ ,i}\boldsymbol{e}_j + \Gamma^k_{\ ji}V^j\boldsymbol{e}_k = \left(V^j_{\ ,i} + \Gamma^j_{\ ki}V^k\right)\boldsymbol{e}_j \equiv V^j_{\ ;i}\boldsymbol{e}_j, \tag{1.30}$$

と計算されることがわかる．この微分をセミコロン (;) を用いて表し，共変微分と呼ぶ：

$$V^j_{\ ;i} = V^j_{\ ,i} + \Gamma^j_{\ ki}V^k. \tag{1.31}$$

$\Gamma^k_{\ ji}$ は Christoffel 記号と呼ばれ，式 (1.30) の 2 つ目の等号で定義したように，j 方向の基底を i 方向に微分した時の k 成分を表している．ちなみに，$\boldsymbol{\nabla}$ をベクトルに作用させることを共変微分と呼ぶわけであるが，$\boldsymbol{\nabla}$ 自体は，ベクトルがどのように平行移動されるかを規定する (微分は点 $\boldsymbol{x}+\boldsymbol{\varDelta x}$ と点 $\boldsymbol{x}$ におけるベクトルの差分の極限を表している) という観点から，接続と呼ばれ，その文脈において，$\Gamma^k_{\ ij}$ はその接続のされ方を具体的に規定するので接続係数と呼ばれる．

ベクトルの共変微分が定義できたので，一形式の共変微分についても考えよう．まず，簡単のために，スカラー積 U_iV^i の共変微分を考える．スカラーに対する共変微分は単なる偏微分と同じなので，

$$\left(U_iV^i\right)_{;j} = \left(U_iV^i\right)_{,j} = U_{i,j}V^i + U_iV^i_{\ ,j}, \tag{1.32}$$

が成り立つ．ここで，式 (1.31) から，ベクトルの偏微分を共変微分を用いて表現し直すと，

$$\left(U_iV^i\right)_{,j} = U_{i,j}V^i + U_iV^i_{\ ;j} - U_i\Gamma^i_{\ kj}V^k = U_iV^i_{\ ;j} + \left(U_{i,j} - \Gamma^k_{\ ij}U_k\right)V^i, \tag{1.33}$$

となる．最初の式 (1.32) の最左辺はテンソル量であり，上式の最右辺第一項及び第二項 V^i もテンソル量であるから，最右辺第二項の括弧内もテンソル量でなければならない．したがって，一形式の共変微分は，ベクトルの共変微分の定義式 (1.31) の第二項の符号を入れ替えることで，

$$U_{i;j} = U_{i,j} - \Gamma^k_{\ ij}U_k, \tag{1.34}$$

と与えられ，同様にテンソル量である．同様の議論により，テンソルの上付き添え字については，式 (1.31) のように Christoffel 記号のついている項の符号が正となり，テンソルの下付き添え字については，式 (1.34) のように Christoffel 記号のついている項の符号が負となることを示せる．故に，一般のテンソル $S^{ij}_{\ \ kl}$ の共変微分は，

$$S^{ij}_{\ \ kl;m} = S^{ij}_{\ \ kl,m} + \Gamma^i_{\ nm}S^{nj}_{\ \ kl} + \Gamma^j_{\ nm}S^{in}_{\ \ kl} - \Gamma^n_{\ km}S^{ij}_{\ \ nl} - \Gamma^n_{\ lm}S^{ij}_{\ \ kn}, \tag{1.35}$$

と計算される．

具体的に，計量テンソルの共変微分について考える．共変微分の定義から，

$$g_{ij;k} = g_{ij,k} - \Gamma^l_{\ ik}g_{lj} - \Gamma^l_{\ jk}g_{il}, \tag{1.36a}$$
$$g^{ij}_{\ \ ;k} = g^{ij}_{\ \ ,k} + \Gamma^i_{\ lk}g^{lj} + \Gamma^j_{\ lk}g^{il}, \tag{1.36b}$$

である．今，Descartes 座標系について考えてみると，計量テンソルは Kronecker のデルタ，すなわち定数であるから，共変微分はもちろん 0 である．したがって，計量テンソルの共変微分を Descartes 座標系からの座標変換で考えると，

$$g_{i'j';k'} = \Lambda^i_{\ i'}\Lambda^j_{\ j'}\Lambda^k_{\ k'}g_{ij;k} = 0 \quad (x^i:\ \text{Descartes 座標系}), \tag{1.37}$$

であるので，任意の座標系において，計量テンソルの共変微分は 0 である：

$$g_{ij;k} = g^{ij}_{\ \ ;k} = 0. \tag{1.38}$$

式 (1.36) 及び式 (1.38) に着目すると，Christoffel 記号は，多少の計算の後，計量テンソルを用いて表すことができる：

$$\Gamma^{i}_{\ jk} = \frac{1}{2} g^{il} \left(g_{lj,k} + g_{lk,j} - g_{jk,l} \right). \tag{1.39}$$

このことから，Christoffel 記号は下付き添え字についての対称性 $\Gamma^{i}_{\ jk} = \Gamma^{i}_{\ kj}$ を有していることがわかる．このように接続係数が下付き添字についての対称性を有している場合の接続は，対称接続と呼ばれる．

ベクトルのスカラー積，ベクトル積，共変微分がわかったので，ベクトルの微分演算も求めることができる．まず，スカラー積の定義より，ベクトルの発散は，

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{V} = \nabla_i V^i = V^i_{;i} = V^i_{,i} + \Gamma^{i}_{\ ji} V^j, \tag{1.40}$$

で表される．この式の Christoffel 記号を，式 (1.39) を用いて計量テンソルに書き換えれば，

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{V} = V^i_{,i} + \frac{1}{2} g^{il} \left(g_{lj,i} - g_{ji,l} \right) V^j + \frac{1}{2} g^{il} g_{li,j} V^j, \tag{1.41}$$

となる．第二項を式変形すると，

$$g^{il} \left(g_{lj,i} - g_{ji,l} \right) = g^{il} g_{lj,i} - g^{li} g_{jl,i} = 0, \tag{1.42}$$

となり消える．最後の等号は，計量テンソルの対称性を用いた．次に第三項について，

$$g^{il} g_{il,j} = \frac{2}{\sqrt{g}} \left(\sqrt{g} \right)_{,j}, \tag{1.43}$$

が成り立つことは，右辺の微分を計算することでわかる．したがって，ベクトルの発散は，

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{V} = V^i_{,i} + \frac{1}{\sqrt{g}} \left(\sqrt{g} \right)_{,i} V^i = \frac{1}{\sqrt{g}} \left(\sqrt{g} V^i \right)_{,i}, \tag{1.44}$$

と簡単に表せることがわかる．この簡単な表示は，Christoffel 記号の下付き添字の対称性 (つまり，対称接続の性質) に起因している．次に，ベクトルの回転は，ベクトル積の定義から，

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{V} = \epsilon^{ijk} V_{k;j} \boldsymbol{e}_i = (\epsilon^{ijk} V_{k,j} - \epsilon^{ijk} \Gamma^{l}_{\ kj} V_l) \boldsymbol{e}_i, \tag{1.45}$$

であるが，完全反対称テンソルの完全反対称性と，Christoffel 記号の下付き添え字の対称性 (対称接続の性質) から，第二項は消えるので，ベクトルの回転の反変成分及び共変成分は，

$$(\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{V})^i = \epsilon^{ijk} V_{k,j}, \tag{1.46a}$$

$$(\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{V})_i = \epsilon_i^{\ jk} V_{k,j}, \tag{1.46b}$$

と表されることになる．

変換電磁気学

よく知られているように，媒質中の Maxwell 方程式は式 (1.1) の 4 式で与えられる．一方で，真空中の Maxwell 方程式は以下の 4 つの式で与えられる：

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \tag{1.47a}$$

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{H} = 0, \tag{1.47b}$$

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{E} = -\mathrm{j}\omega\mu_0 \boldsymbol{H}, \tag{1.47c}$$

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{H} = \mathrm{j}\omega\varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{J}. \tag{1.47d}$$

これらの式 (1.1) 及び (1.47) は，座標系に依存しないベクトルの表記を用いて記述されているので，変換電磁気学における座標変換と等価な媒質定数を導出するためには，座標系に依存する表記に基づく議論が必要である．

そこで，計量テンソルが g_{ij} で表される座標系を考える．微分幾何の表記を用いて，この座標系における真空中の Maxwell 方程式を書き換えると，

$$\left(\sqrt{g}g^{ij}E_j\right)_{,i} = \frac{\sqrt{g}\rho}{\varepsilon_0}, \tag{1.48a}$$
$$\left(\sqrt{g}g^{ij}H_j\right)_{,i} = 0, \tag{1.48b}$$
$$[ijk]\,E_{k,j} = -\mathrm{j}\omega\mu_0\sqrt{g}g^{ij}H_j, \tag{1.48c}$$
$$[ijk]\,H_{k,j} = \mathrm{j}\omega\varepsilon_0\sqrt{g}g^{ij}E_j + \sqrt{g}J^i. \tag{1.48d}$$

が得られる．続いて，計量テンソルが γ_{ij} で表される別の座標系を考える．この座標系における媒質中の Maxwell 方程式は，

$$\left(\sqrt{\gamma}D^i\right)_{,i} = \sqrt{\gamma}\varrho, \tag{1.49a}$$
$$\left(\sqrt{\gamma}B^i\right)_{,i} = 0, \tag{1.49b}$$
$$[ijk]\,E_{k,j} = -\mathrm{j}\omega\sqrt{\gamma}B^i, \tag{1.49c}$$
$$[ijk]\,H_{k,j} = \mathrm{j}\omega\sqrt{\gamma}D^i + \sqrt{\gamma}\mathcal{J}^i, \tag{1.49d}$$

で与えられる．$D^i = \varepsilon^{ij}E_j$ 及び $B^i = \mu^{ij}H_j$ に留意して，式 (1.48) 及び (1.49) を比較すると，

$$\varepsilon^{ij} = \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{\gamma}}g^{ij}\varepsilon_0, \tag{1.50a}$$
$$\mu^{ij} = \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{\gamma}}g^{ij}\mu_0, \tag{1.50b}$$

及び

$$\varrho = \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{\gamma}}\rho, \tag{1.51a}$$
$$\mathcal{J}^i = \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{\gamma}}J^i, \tag{1.51b}$$

が成立するとき，両式は等しくなる．この場合における式 (1.50) が座標変換と等価な媒質定数を与える式である．

ベクトルの発散 (1.44) 及び回転 (1.46) は，対称接続の性質に起因して簡単な表示となっているが，その式には，陽に接続係数 Γ^k_{ij} は現れていないため，座標変換と等価な媒質定数の式 (1.50) も接続に依存しない形で表されている．このことは，座標変換媒質と等価な媒質定数の微分形式に基づく定式化において，接続とは無関係に導出されることと整合する [79]．これは，対称接続においては，微分形式に用いられる外微分と本節で用いる共変微分とが一致するからである [80]．なお，接続係数が下付き添字についての対称性を満たす対称接続となっていない場合の座標変換と等価な媒質定数については，電気磁気効果の項が生じることが知られている [81] が，本研究においては，対称接続を仮定する．

最後に，なぜこれが座標変換の媒質的解釈と呼ばれているのかを確認する (図 1.2 参照)．計量テンソルが g_{ij} で表される座標系 (g 系) には，媒質を置く座標系である計量テンソルが γ_{ij} で表される座標系 (γ 系) からの座標変換で到達することができる．図 1.2 の左上の γ 系の真空中の Maxwell 方程式に座標変換を施すと，右上の g 系における真空中の Maxwell 方程式を得る．一方で，変換前の空間に媒質の存在を仮定すると，左下の媒質中の Maxwell 方程式を得る．右上の g 系の真空中の Maxwell 方程式中の座標変換により変換された計量テンソル g^{ij} が左下の γ 系の媒質中の Maxwell 方程式中の媒質定数により得られると解釈 (=媒質的に解釈) し．これら二つの Maxwell 方程式を比較することで，右下の座標変換と等価な媒定数が得られるというのが変換電磁気学である．

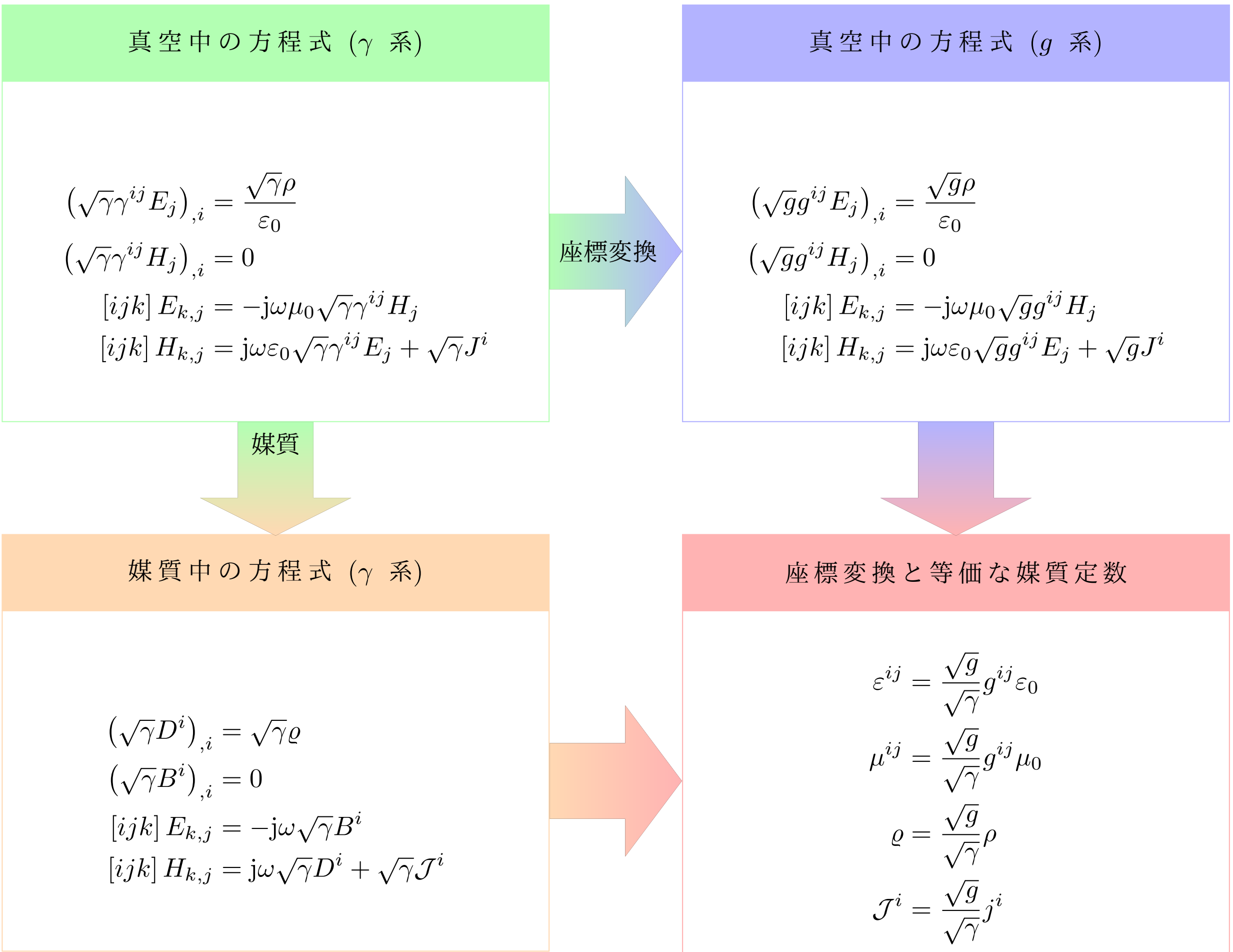


図 1.2 変換電磁気学における座標変換の媒質的解釈

1.2.3　本論文の対象とする従来の座標変換媒質

1.2.1 節で見たように，変換電磁気学については，様々な理論が展開されており，それぞれの理論に基づく種々の座標変換媒質が考えられる．本論文においては，その対象を，異方性を許した従来の変換電磁気学に基づく座標変換媒質に限定することとし，さらにそのうち 2 次元座標変換媒質に的を絞ることとした．

座標変換媒質は，その動作の対象となる電磁波の種類に応じて 2 次元媒質と 3 次元媒質に分類される．ここで注意しなければならないのは，媒質が 2 次元平面に実現されているかそうでないかを意味するものではないということであり，3 次元的に実現された座標変換媒質であっても，その動作対象電磁波に応じて 2 次元座標変換媒質となることもある．3 次元電磁波とは，波数ベクトルの向きや電磁場ベクトルの向きになんら制限のない，自由空間中を伝搬する通常の電磁波である．一方で，2 次元電磁波と言ったときは，波数ベクトルがある平面 (例えば xy 平面) 内に固定され，電場又は磁場ベクトルの向きがその平面と垂直な方向 (例えば z 軸方向) に固定されている電磁波を指す．特に，電場ベクトルが面直方向を向いている電磁波を 2 次元 TE 波と呼び，逆に磁場ベクトルが面直方向を向いている電磁波を 2 次元 TM 波と呼ぶ．3 次元電磁波に対して動作するものを 3 次元座標変換媒質と呼び，2 次元電磁波に対して動作するものを 2 次元座標変換媒質と呼ぶ．

2 次元座標変換媒質のうち，これまでに実現されたものをその特徴ごとにまとめたものを表 3.2 に示す．表において，◯ は実現されていることを表し，△ は制限付きで実現されていることを表し，× はこれまでに実現されていないことを表している．

まず，座標変換を施す領域内外の空間の連続性によって，空間連続媒質と空間不連続媒質に分類することができる．

表 1.1 従来の 2 次元座標変換媒質実現対応表

<table>
<tr><td rowspan="6">変換電磁気学</td><td rowspan="5">空間連続</td><td rowspan="4">単一形態</td><td rowspan="2">透過型</td><td>分布透磁率</td><td>○ [20–23, 37–41]</td></tr>
<tr><td>一定透磁率</td><td>×</td></tr>
<tr><td rowspan="2">反射型</td><td>一定透磁率</td><td>○ [24–28]</td></tr>
<tr><td>真空の透磁率</td><td>△ [35, 36]</td></tr>
<tr><td>多形態</td><td colspan="3">×</td></tr>
<tr><td>空間不連続</td><td colspan="4">×</td></tr>
</table>

従来の変換電磁気学においては，座標変換を施す領域内外の空間は基本的に連続となっていたが，一般化変換電磁気学の提案 [74] 及びそれに伴う境界条件の取り扱いの理論の提案により [75]，従来の変換電磁気学においても，空間的に不連続となるような座標変換媒質を考慮することが可能となった．しかし，境界の不連続性を取り扱う理論は比較的新しく，座標変換媒質の境界における不連続位相制御の直感的な解釈なども付与されていないため，具体的な座標変換媒質の構成方法や実証実験などはなされていない．

空間連続媒質に限って話を進めると，単一形態媒質と多形態媒質に分類され得る．ここで，単一形態媒質とは 1 つの座標変換のみを実現する媒質であり，多形態媒質とは複数の座標変換を実現する媒質である．従来の座標変換媒質のほとんどが，単一の設計周波数に対して単一の座標変換を実現するものとなっている．複数の設計周波数に対して単一の座標変換を実現するものもある [82, 83] が，複数の座標変換を実現するものは報告されていない．これは，2 次元のフルテンソル異方性を実現し，かつ，それぞれの成分についての周波数分散を制御するのが困難であることに依る．

さらに単一形態媒質に限って話を進めると，座標変換媒質の動作態様に応じて，透過型媒質と反射型媒質に分類され得る．透過型媒質は，その媒質を透過していく電磁波に対して動作する媒質であり，円筒座標系における座標変換を施されることが多い．一方で，反射型媒質は，その媒質の底面や側面に完全反射境界を有しており，その境界面によって反射される電磁波に対して動作する媒質であり，Descartes 座標系における座標変換を施されることが多い．

一般に，座標変換媒質を実現するための媒質定数は位置に依存する値を取る．透過型媒質も例外ではない．1.1 節の最後で述べたように，位置に依存する透磁率制御は誘電率制御に比して困難であり，従来の透過型媒質を提案する研究 [20–23, 37–41] のうち，シミュレーションではなく実際に媒質を実現する研究の多くにおいては，透磁率を一定とするため，アイコナール近似と呼ばれる近似 [20–23, 37] が施されている．この近似においては，比誘電率と比透磁率の積の平方根の値である屈折率が保存されるため，座標変換媒質の動作にとって重要である座標変換に従う電磁波の伝搬が保存されるが，その代償としてインピーダンス不整合が生じ，座標変換媒質の動作の質の低下に繋がる．そのような質の低下を回避するため，上記の近似なしに透磁率を一定とするような座標変換媒質が求められるが，そのような座標変換媒質は報告されていない．

一方，反射型媒質においては，透磁率の分布が一定となるようなものが提案されている [24–28]．これらの媒質においては，透磁率は一定の値を取るものの，その値は真空の透磁率よりも大きな値でなければならず，その値の実現

を避け，上記アイコナール近似を施し真空の透磁率とすることで，座標変換媒質の動作の質が低下しているものがほとんどである．この課題を解決するために，さらに座標変換媒質の透磁率が本質的に真空の値で良い座標変換媒質が提案された [35,36]．しかしながら，これらの座標変換媒質は，表面波に対してのみ動作するという制約や，伝搬方向が一方向に限定されている電磁波に対してのみ動作するという制約があり，任意方向の伝搬電磁波に対して真空の透磁率を有する座標変換媒質は報告されていない．

1.3　本研究の目的

本研究は，上記の背景に基づき，未だ開拓されていない座標変換媒質の新領域を開拓することを目的とする．具体的には，以下の 3 点を特に目的とする．

1. 一定透磁率座標変換媒質の実現
   透過型座標変換媒質においては，透磁率分布が一定となる座標変換媒質を提案する．これにより，位置に依存する透磁率制御が困難であるという課題を本質的に解決し，従来のような近似なしで透磁率一定の透過型座標変換媒質が実現できる．反射型座標変換媒質においては，任意方向の伝搬電磁波に対して真空の透磁率を有する座標変換媒質を提案する．これにより，従来の真空の透磁率を有する座標変換媒質においてあった種々の制限を撤廃し，より自由度の高い座標変換媒質が実現できる．
2. 多形態座標変換媒質の実現
   複数の周波数において複数の異なる座標変換を実現する多形態座標変換媒質を提案する．これにより，従来単一周波数あるいは単一形態にとどまっていた座標変換媒質の機能を周波数ごとに変更することが可能となる．
3. 空間不連続座標変換媒質の実現
   空間不連続性を有する座標変換媒質を提案する．これにより，座標変換自体による電磁波の伝搬制御のみならず，その境界における位相の制御も可能となり，より自由度の高い電磁波伝搬制御が可能となる．

1.4　本論文の構成

ここでは，上記の研究目的に対して行った研究を，本論文でどのように説明していくかについて述べる．

第 2 章　座標変換媒質の媒質定数の分布制御 — 一定透磁率のための座標変換 —
: 第 2 章では，第一の目的である一定透磁率座標変換媒質の実現について説明する．透過型座標変換媒質においては透磁率を一定化する双曲座標変換を，反射型座標変換媒質においては透磁率を真空の値とする等積座標変換を導出する．それぞれの座標変換と等価な座標変換媒質について，数値シミュレーション及び実験により実証する．

第 3 章　座標変換媒質の媒質定数の分散制御 — 多形態座標変換 —
: 第 3 章では，第二の目的である多形態座標変換媒質の実現について説明する．複数の座標変換媒質を実現するための媒質定数の大小関係を整理し，非対角項を含むフルテンソルの異方性媒質定数テンソルの分散を全て制御することによる多形態座標変換媒質の構成方法を構築する．また，その構成方法の妥当性を数値シミュレーションにより確認する．

第 4 章　座標変換媒質の媒質境界の連続性 — 空間不連続座標変換 —
: 第 4 章では，第三の目的である空間不連続座標変換媒質の実現について説明する．まず，空間不連続境界を通過する電磁波の振る舞いに対して幾何学的な解釈を付与する．その解釈に基づいて，空間不連続座標変換媒質の例として，媒質の内部に空間不連続性を有する座標変換による平板レンズ及び外部との境界に空間不連続性を有する座標変換によるデュアルイメージング媒質を提案し，数値シミュレーション及び実験により実証する．

第 2 章

座標変換媒質の媒質定数の分布制御 — 一定透磁率のための座標変換 —

本章では，媒質定数の分布制御について説明する．まず，2.1 節では，本章で示す研究の背景として，変換電磁気学に基づく座標変換媒質の実現に際する透磁率制御の課題について概説する．その後，座標変換媒質実現の課題となっている透磁率制御の実現を容易にする方法として，2.2 節では双曲座標変換による透磁率一定化，2.3 では等積座標変換による透磁率の真空値化について説明する．なお，2.2 節は円筒座標系における座標変換媒質に，2.3 節は Descartes 座標系における座標変換媒質に関する議論である．

2.1 変換電磁気学と透磁率制御

変換電磁気学の理論に基づいて座標変換媒質を実現するには，位置に依存する媒質定数の制御が必須であり，そのことが座標変換媒質を実現する困難のうちの一つになっている．中でも，位置に依存する透磁率の制御は，マイクロ波帯やそれ以上の周波数帯における座標変換媒質の実現のための解決すべき課題である．

Descartes 座標系の $y \geq 0$ である半無限空間，あるいはさらに $x \geq 0$ である四半無限空間中で座標変換を施す反射型座標変換媒質においては，線形座標変換 [24–28] やユニモジュラ座標変換 [35] が提案されており，これらの座標変換は，変換後の座標系が変換前の座標系の 1 次関数で表されるという特徴を持っているため，等価な媒質定数は位置に依存しない一定の値となっている．また，表面波に対する座標変換媒質においても，媒質定数が一定の値となる面積保存座標変換が提案されている [36]．一方，円筒座標系の無限空間中で座標変換を施す透過型座標変換媒質においては，位置に依存しない媒質定数を与える座標変換は提案されていない．このことから，実現の際には，座標変換と等価な比媒質定数 ε_r，μ_r を

$$\varepsilon_r' = \varepsilon_r \mu_r, \quad \mu_r' = 1, \tag{2.1}$$

とするアイコナール近似と呼ばれる近似が施されている [20–23, 37]．この近似においては，比誘電率と比透磁率の積の平方根の値である屈折率が保存されるため，座標変換媒質の動作にとって重要である座標変換に従う電磁波の伝搬が保存されるが，その代償としてインピーダンス不整合が生じ，座標変換媒質の動作の質の低下に繋がる．

前述のように，位置に依存しない媒質定数を有する座標変換は，反射型座標変換媒質においては線形座標変換やユニモジュラ座標変換が，表面波に対する座標変換媒質においては面積保存座標変換が提案されているが，中でもユニモジュラ座標変換及び面積保存座標変換は座標変換の前後で幾何学的な面積が不変で比透磁率が単位値となるため，座標変換媒質の実現に際して誘電率の制御のみで実現可能であるという利点を有している．しかしながら，これらの座標変換媒質には，伝搬する電磁波のエネルギーが表面に集中していなければならないという制約や伝搬する電磁波の波数ベクトルがある一方向に向いていなければならないという制約の下においてのみ動作するという問題点がある．

本章では，透磁率が一定となる透過型座標変換媒質の実現のための双曲座標変換及び透磁率が真空の値となる反射型座標変換媒質の実現のための等積座標変換を提案する．これらの座標変換と透過な座標変換媒質は，座標変換の当

然の帰結として誘電体制御のみで実現可能であり，座標変換のより容易な実装に貢献することが期待される．特に，磁性材料の存在しない光波帯などの高い周波数領域では透磁率を人為的に制御することが困難であるが，本章で示される座標変換媒質構成方法により，その実現可能周波数領域の更なる拡大も期待される．

2.2　双曲座標変換による透過型座標変換媒質の透磁率一定化

2.2.1　双曲座標変換

まず，円筒座標系 (r', θ', z') から別の円筒座標系 (r, θ, z) への座標変換を考える．ここでは，座標変換媒質として透過型の透明マント媒質を選択し，座標系 (r', θ', z') の $0 \leq r' \leq b$ の円形領域を，座標系 (r, θ, z) の $a \leq r \leq b$ の円環領域に座標変換する．ただし，a 及び b は正実定数であり，$\theta = \theta'$，$z = z'$ とする．この座標変換を表す関数 f を

$$r = f(r'), \quad a = f(0), \quad b = f(b), \tag{2.2}$$

を満たす関数であると定義する．

変換電磁気学の理論に基づく座標変換と等価な媒質定数の式 (1.50) によれば，z 方向に磁場が向いた 2 次元電磁波に対する座標変換と等価な媒質定数は，

$$\varepsilon_r = \varepsilon_0 \frac{r}{r'} \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}r'}, \tag{2.3a}$$

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_0 \frac{r'}{r \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}r'}}, \tag{2.3b}$$

$$\mu_z = \mu_0 \frac{r}{r' \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}r'}}, \tag{2.3c}$$

と計算される．ここで，$\varepsilon_{r,\theta}$ はそれぞれ r, θ 方向の誘電率であり，μ_z は z 方向の透磁率である．

従来の r の値を a から b まで r' に対して線形的に変化させる座標変換においては，式 (2.3c) の透磁率が位置に依存した値を取るため，その実現が困難となっていた．そこで，式 (2.3c) の透磁率を一定とする微分方程式

$$\frac{r}{r' \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}r'}} = k, \quad k = \mathrm{const.}, \tag{2.4}$$

を，境界条件 (2.2) を満たすように解くと，

$$r = \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{b^2} r'^2 + a^2}, \tag{2.5}$$

で表される座標変換が得られる．この場合において，変換後の座標系における r が元の座標系における r' に対して双曲的に変化することから，この座標変換を双曲座標変換と呼ぶこととする．図 2.1 に双曲座標変換及び従来の線形座標変換を示す．図 2.1(a) の双曲座標変換においては，$r = a$ の近傍で r 方向の座標の密度が高くなっており，$r = b$ に近づくにつれてその密度は一定となっていく．一方，図 2.1(b) の従来の線形座標変換においては，座標変換領域全体で，r 方向の座標の密度は均一になっている．

双曲座標変換と等価な媒質定数は，座標変換の式 (2.5) を等価な媒質定数の式 (2.3) に代入することで，

$$\varepsilon_r = \varepsilon_0 \frac{r^2 - a^2}{r^2}, \tag{2.6a}$$

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_0 \frac{r^2}{r^2 - a^2}, \tag{2.6b}$$

$$\mu_z = \mu_0 \frac{b^2}{b^2 - a^2}, \tag{2.6c}$$

と計算される．a 及び b は正実定数であるから，座標変換と等価な媒質定数のうち，透磁率が位置に依存せず一定の値を取ることが確認された．図 2.2 に比透磁率の分布の概形を表すグラフを示す．赤色の実線が本節で導出した双曲

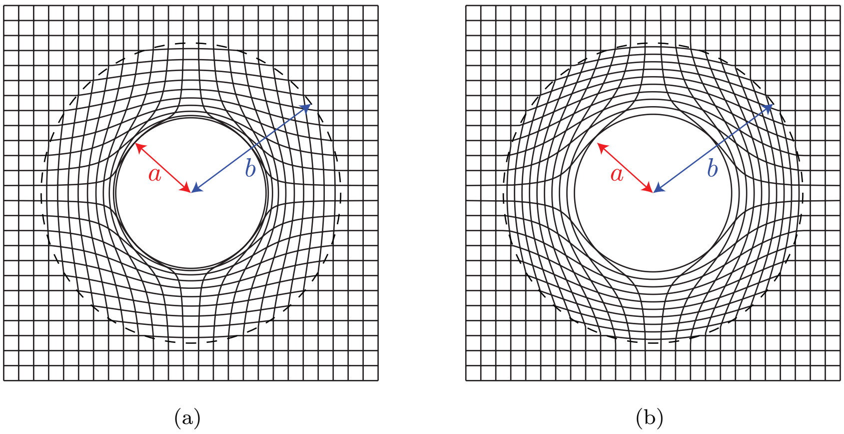


図 2.1 円筒座標系における座標変換．(a) 双曲座標変換 (b) 従来の線形座標変換

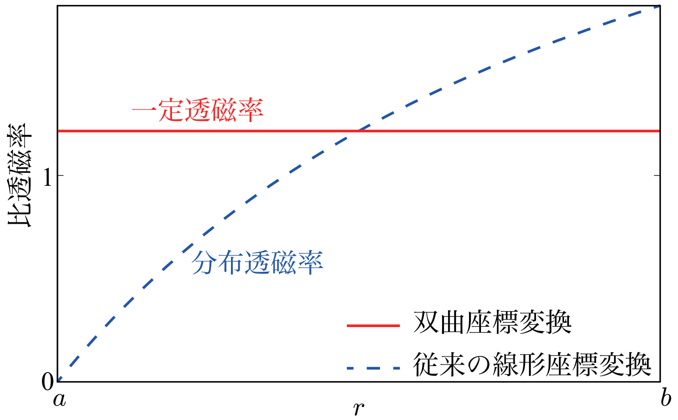


図 2.2 双曲座標変換及び従来の線形座標変換における比透磁率の分布．

座標変換と等価な比透磁率を表しており，位置に依存せず一定の値を取っている．一方で，青色の破線で表される従来の線形座標変換と等価な比透磁率は位置に依存した分布を持つことが確認される．このように，双曲座標変換と等価な透磁率は本質的に位置に依存しない一定の値を取るが，従来の線形座標変換においては，透磁率を一定にするため上述のような近似をする必要がある．この近似の必要性の有無が座標変換媒質の座標変換と等価な動作の質に影響することになる．

2.2.2　電磁波伝搬シミュレーションによる動作検証

提案した双曲座標変換と等価な座標変換媒質の動作を検証するため，2 次元フルテンソル異方性メタマテリアルの等価回路モデル [84] に基づいて SPICE シミュレータによる電磁波伝搬シミュレーションを行った．シミュレーションにおいて，入射波は波長 λ の平面波とし，座標変換媒質の内径 a 及び外径 b はそれぞれ $\lambda/4$ 及び $\lambda/2$ とした．座標変換媒質の内側には，半径 a の金属円柱を配置した．なお，伝搬シミュレーションの際の Descartes 座標系における誘電率テンソルは，式 (2.6) の媒質定数を回転せることで，

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_r \cos^2\theta + \varepsilon_\theta \sin^2\theta, \tag{2.7a}$$

$$\varepsilon_{xy} = (\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)\sin\theta\cos\theta, \tag{2.7b}$$

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_r \sin^2\theta + \varepsilon_\theta \cos^2\theta, \tag{2.7c}$$

と計算される．

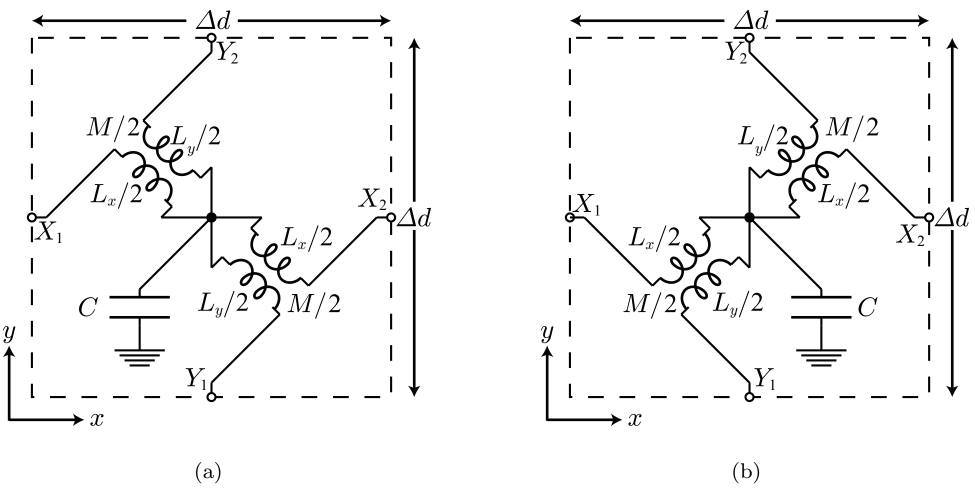


図 2.3 2 次元フルテンソル異方性メタマテリアルの等価回路モデル．(a) $\varepsilon_{xy} > 0$ の場合．(b) $\varepsilon_{xy} < 0$ の場合．

図 2.3 に伝搬シミュレーションで用いた 2 次元異方性メタマテリアルの等価回路モデルを示す．この回路モデルの単位セルは一辺の長さが Δd の正方形であり，シミュレーションにおいては，$\Delta d = \lambda/400$ とした．この回路モデルにおいて，x 方向のポートと y 方向のポートは，自己インダクタンス L_x 及び L_y を持つコイルの相互インダクタンス M によって，磁気的に結合している．また，C は接地面に対する静電容量である．図 2.3(a) の回路モデルの回路方程式は，Kirchhoff の法則より，

$$\left(-\frac{I'_{x+1} - I'_x}{\Delta d}\right) - \left(\frac{I'_{y+1} - I'_y}{\Delta d}\right) = \mathrm{j}\omega C'' V_c, \tag{2.8a}$$

$$\frac{V_{x+1} - V_x}{\Delta d} = \mathrm{j}\omega M\left(\frac{I'_{y+1} + I'_y}{2}\right) + \mathrm{j}\omega L_x\left(-\frac{I'_{x+1} + I'_x}{2}\right), \tag{2.8b}$$

$$\frac{V_{y+1} - V_y}{\Delta d} = -\mathrm{j}\omega L_y\left(\frac{I'_{y+1} + I'_y}{2}\right) - \mathrm{j}\omega M\left(-\frac{I'_{x+1} + I'_x}{2}\right), \tag{2.8c}$$

で与えられる．ここで，V_x，V_{x+1}，V_y 及び V_{y+1} はそれぞれポート X_1，X_2，Y_1 及び Y_2 の電圧であり，V_c は中心のノードにおける電圧，I'_x 及び I'_y はそれぞれポート X_1，Y_1 に流れ込む単位長さ当たりの電流，I'_{x+1} 及び I'_{y+1} はそれぞれポート X_2，Y_2 から流れ出る単位長さ当たりの電流を表している．また，$C''[\equiv C/(\Delta d)^2]$ は単位面積あたりのキャパシタンスを表す．異方性媒質中の 2 次元 TE 波に対する Maxwell 方程式は，

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \mathrm{j}\omega\varepsilon_{zz}E_z, \tag{2.9a}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mathrm{j}\omega\mu_{yx}H_x + \mathrm{j}\omega\mu_{yy}H_y, \tag{2.9b}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mathrm{j}\omega\mu_{xx}H_x - \mathrm{j}\omega\mu_{xy}H_y, \tag{2.9c}$$

で表される．式 (2.8) と (2.9) を対応づけるため，仮想的な長さ Δz を用いて，式 (2.8a) の右辺に $\Delta z/\Delta z$ を乗じ，式 (2.8b) 及び (2.8c) の両辺を Δz で除し，H と I'，E と $V/\Delta z$ をそれぞれ対応させて，$\Delta d \to 0$ の微小極限で比較することで，媒質定数テンソルと回路素子値の対応関係

$$\bar{\bar{\mu}} = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_y/\Delta z & M/\Delta z \\ M/\Delta z & L_x/\Delta z \end{pmatrix}, \tag{2.10a}$$

$$\varepsilon_{zz} = C''\Delta z, \tag{2.10b}$$

が得られる．特に，簡単のため $\Delta z = \Delta d$ とすれば

$$\bar{\bar{\mu}} = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L'_y & M' \\ M' & L'_x \end{pmatrix}, \tag{2.11a}$$

$$\varepsilon_{zz} = C', \tag{2.11b}$$

と表される．ただし，プライム記号付きの素子値は，単位長さ当たりの素子値を表す (e.g. $C' = C/\Delta d$)．この関係式から，透磁率テンソルの対角項は自己インダクタンスに，非対角項は相互インダクタンスに対応し，誘電率の z 成分はキャパシタンスに対応していることがわかる．図 2.3(b) のように，相互インダクタンスによって結合するポートを入れ替えた場合，同様の比較から，負の非対角項を得ることができる．すなわち，

$$\bar{\bar{\mu}} = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L'_y & -M' \\ -M' & L'_x \end{pmatrix}, \tag{2.12a}$$

$$\varepsilon_{zz} = C', \tag{2.12b}$$

という関係式が得られる．

一方で，2 次元 TM 波に対しては，TE 波と TM 波の電磁対称性

$$(E, H, D, B) \leftrightarrow (H, E, D, B), \tag{2.13a}$$

$$(\varepsilon, \mu) \leftrightarrow (\mu, \varepsilon), \tag{2.13b}$$

に基づいて，

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} L'_y & M' \\ M' & L'_x \end{pmatrix}, \tag{2.14a}$$

$$\mu_{zz} \leftrightarrow C', \tag{2.14b}$$

及び

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} L'_y & -M' \\ -M' & L'_x \end{pmatrix}, \tag{2.15a}$$

$$\mu_{zz} \leftrightarrow C', \tag{2.15b}$$

という対応関係が得られる．伝搬シミュレーションにおいては，式 (2.7) の ε_{xy} の正負に応じて式 (2.14) ないし (2.15) に代入することで，適当な回路素子値を算出する．

上述の等価回路モデルを用いて電磁波伝搬シミュレーションを行った．図 2.4 にシミュレーションの概略図を示す．図 2.4(a) は金属円柱の周りに座標変換媒質を配置した場合のシミュレーションの概略図であり，(b) 及び (c) は，それぞれ比較のための真空の場合と金属円柱のみが配置されている場合の概略図を表している．シミュレーションの全領域は $n_x \times n_y = 600 \times 600$ セルとした．図 2.4(a) において，$r < a$ となる領域には金属円柱を模擬するため回路を配置せず，開放端とした．なお，式 (2.8) 及び (2.9) の対応関係においては，電場 E と電流 I が対応するため，電流値を 0 とする開放端が完全導体に対応する．$a \leq r \leq b$ となる領域においては，式 (2.7) 及び (2.14) ないし (2.15) から算出される回路素子値を有する図 2.3(a) ないし (b) の等価回路モデル (図中橙色のセル) が配置され，$r > b$ となる領域においては，真空の誘電率及び透磁率によって得られる等価回路 (以下，真空の等価回路と呼ぶ．) (図中水色のセル) が配置される．真空の等価回路においては，$L_x = L_y = \varepsilon_0 \Delta d$，$M = 0$，$C = \mu_0 \Delta d$ である．最上端には，真空の等価回路と等しいインピーダンス値 $1/\eta_0 \equiv \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0} = 2.7 \times 10^{-3}\,\Omega$ の内部抵抗を有する 600 個の電源を接続し，各電源における振幅と位相を等しく設定することで平面波を入射した．また，最左端及び最右端は完全導体を模擬する開放端とすることで，平面波入射を実現した．最下端には，終端抵抗として $1/\eta_0$ の抵抗を接続した．シミュレーションにおいては，各セルの中心ノードの複素電圧 V_c を計算した．図 2.4(b) 及び (c) の比較のためのシミュレーションにおいては，全領域に真空の等価回路が配置されており，(b) においては散乱のない平面波伝搬，(c) においては金属円柱により平面波が散乱される様子が観測される．

シミュレーション結果を図 2.5 に示す．図の上段は振幅分布，下段は位相分布を表しており，左から順に，双曲座

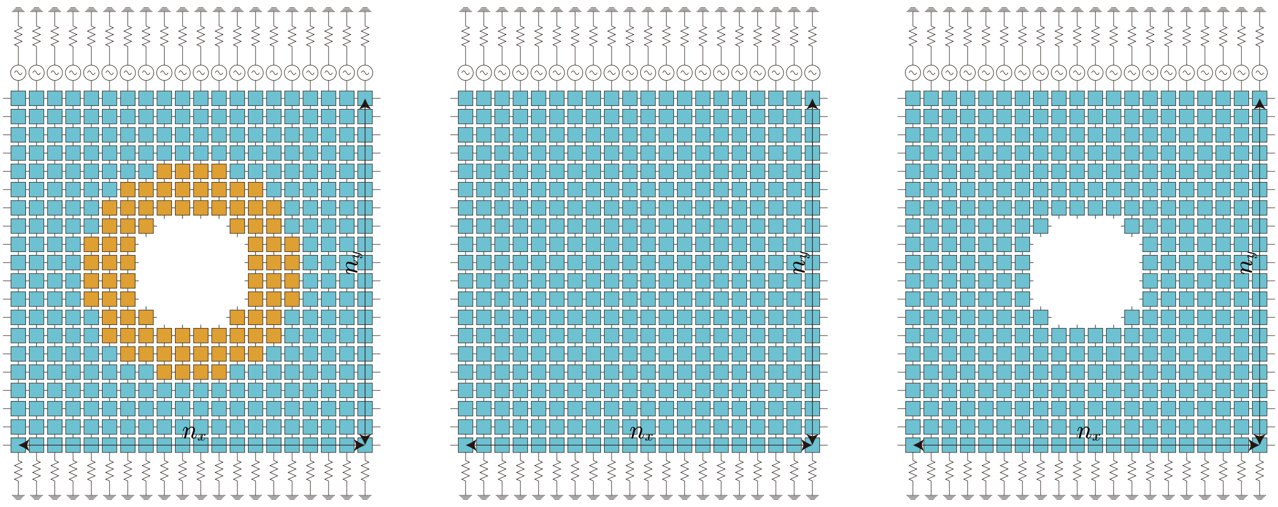


図 2.4 シミュレーションの概略図．(a) 座標変換媒質．(b) 真空．(c) 金属円柱．

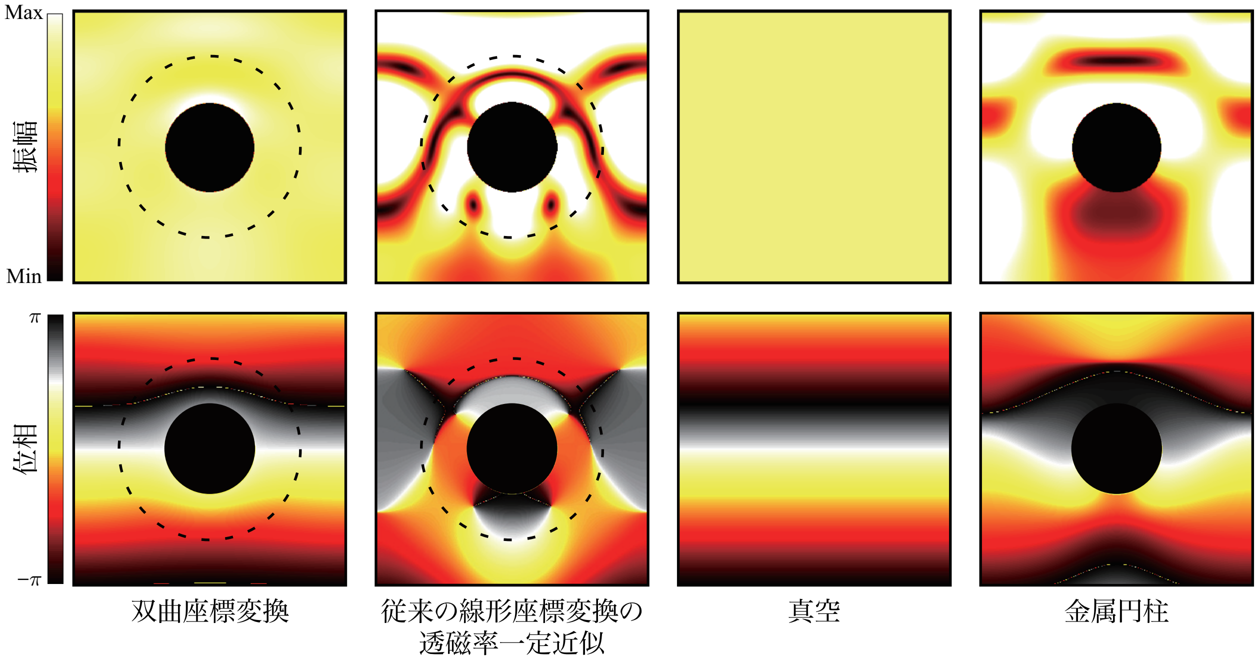


図 2.5 電磁波伝搬シミュレーションの結果．

標変換，従来の線形座標変換の透磁率一定近似，真空，金属円柱のシミュレーション結果を表している．また，座標変換媒質の左 2 つのシミュレーション結果中の破線による円は，その内側に座標変換媒質が配置されていることを意味する．双曲座標変換の振幅分布を見ると，領域中でほぼ一定の振幅を取っており，座標変換前の空間である真空の結果とよく一致している．また，座標変換媒質通過後の位相分布もほぼ水平になっており，真空中を伝搬する平面波の位相分布によく一致している．一方で，従来の線形座標変換の透磁率一定近似の結果及び金属円柱の結果を見ると，振幅分布からは金属円柱及び座標変換媒質による散乱が強く見られ，その散乱によって位相分布も平面波と比べて歪んでいることがわかる．上記の結果から，内部に金属円柱を含んでいるにもかかわらず，双曲座標変換は真空の振る舞いを模擬しており，またその座標変換と等価な動作の質は従来の線形座標変換に透磁率一定近似を施した場合に比べて高くなっていることが，定性的に確認された．

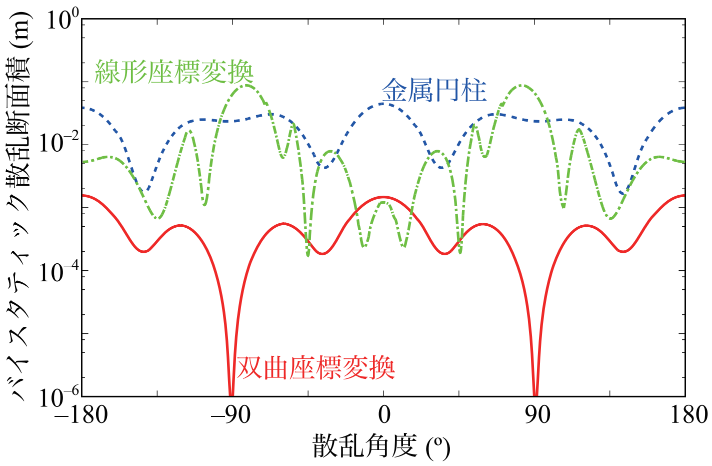


図 2.6 計算したバイスタティック散乱断面積.

座標変換媒質の座標変換と等価な動作を定量的に評価するため，バイスタティック散乱断面積 (BRCS) を計算した．BRCS σ は，原点からの距離 r，入射波の複素振幅 E_{inc} 及び散乱波の複素振幅 E_{scat} を用いて，

$$\sigma = 2\pi r \frac{|E_{\mathrm{scat}}|^2}{|E_{\mathrm{inc}}|^2}, \tag{2.16}$$

で計算される．なお，散乱波の複素振幅 E_{scat} は，計算された複素振幅 E_{tot} から入射波の複素振幅を引き算することで，$E_{\mathrm{scat}} = E_{\mathrm{tot}} - E_{\mathrm{inc}}$ と得られ，散乱波の振幅情報のみならず位相情報も含まれている．図 2.6 に計算した BRCS を示す．赤色の実線が双曲座標変換による座標変換媒質の BRCS を，緑色の一点鎖線が従来の線形座標変換に一定透磁率近似を施した座標変換媒質の BRCS を，青色の破線が金属円柱の BRCS をそれぞれ表している．まず，双曲座標変換の BRCS と金属円柱の BRCS を比較すると，座標変換媒質により，いずれの角度においても金属円柱による散乱が抑制されており，全く散乱の真空の空間をよく模擬している．理想的にはこの座標変換媒質の散乱は厳密に 0 まで落ち込むはずであるが，そうなっていないのは，数値シミュレーションにおける離散化の問題であると考えられる．現実に座標変換媒質を実現する際に，この離散化の問題を解消することはできないが，金属円柱による散乱を少なくとも 20 分の 1 以下に抑制できており，座標変換と等価な動作は十分に達成されていると言える．一方，従来の線形座標変換に透磁率一定近似を施した場合の BRCS を金属円柱の BRCS と比較すると，金属円柱よりも大きな散乱が発生している角度も存在し，真空を模擬するはずの座標変換と等価な動作をしているとは言い難い．さらに，双曲座標変換の BRCS と比較した場合においても，従来の線形座標変換による BRCS がほとんどの角度で大きくなっており，座標変換と等価な動作の質は双曲座標変換の方が高いと言える．以上の結果より，双曲座標変換は真空の振る舞いを模擬しており，またその座標変換と等価な動作の質は従来の線形座標変換に透磁率一定近似を施した場合に比べて高くなっていることが，定量的にも確認された．

2.3　等積座標変換による反射型座標変換媒質の透磁率一定化

2.3.1　等積座標変換

まず，2 次元反射型の座標変換媒質の構成においてよくやられるように，Descartes 座標系 (x', y', z') から別の座標系 (x, y, z) への座標変換

$$x = x', \tag{2.17a}$$
$$y = f(x', y'), \tag{2.17b}$$
$$z = z', \tag{2.17c}$$

を考える．f は x'，y' の任意の関数である．z 方向に磁場が向いた 2 次元電磁波に対するこの座標変換と等価な媒質定数は，式 (1.50) より，

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \frac{\varepsilon_0}{\left|\dfrac{\partial f}{\partial y'}\right|}\begin{pmatrix} 1 & \dfrac{\partial f}{\partial x'} \\ \dfrac{\partial f}{\partial x'} & \left(\dfrac{\partial f}{\partial x'}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial f}{\partial y'}\right)^2 \end{pmatrix}, \tag{2.18a}$$

$$\mu_{zz} = \frac{\mu_0}{\left|\dfrac{\partial f}{\partial y'}\right|}, \tag{2.18b}$$

と計算される．ここで，$\partial f/\partial y'$ の符号は系の掌性を変更しない座標変換においては正であり，系の掌性を変更する座標変換においては負の値を取る．多くの場合においては，系の掌性を保つような座標変換が考えられるので，本節の以下の議論においても，$\partial f/\partial y' > 0$ である系の掌性を保つ座標変換について考えることとする．式 (2.18b) から，座標変換 f が y' の 1 次にのみ依存する場合，すなわち，関数 f が，任意正定数 $a\,(>0)$ 及び x' の任意関数 g を用いて，

$$f(x', y') = ay' + g(x'), \tag{2.19}$$

と表される場合には，透磁率が位置に依存せず一定の値を取ることとなる．$a \neq 1$ となるような座標変換は線形座標変換と呼ばれており [24–28]，過去に報告されているが，その比透磁率の値が単位値とならないため，実現の際には比透磁率を単位値とするための近似が用いられており，座標変換媒質の座標変換と等価な動作の質を低下させていた．そこで，本研究では，無限の高さを持つ領域に座標変換を施すことで，$a = 1$ となる伝搬波に対しても応答可能な等積座標変換の概念を導入した．

一般に，変換電磁気学に基づいて座標変換媒質を構成する場合，座標変換はある有限領域に施し，その領域の境界で内外の座標系が連続になるように設定する．例えば，$y' = H$ のときに $y = H$ となる座標変換を施す．座標変換がこの条件を満たすには，$a = 1$ かつ任意の x' に対して $g(x') = 0$ を同時に満たさなければならず，そのような場合には，もはや座標変換をしていないということになる．このような背景から，過去の $a = 1$ とする研究 [35, 36] においては，入射電磁波を表面伝搬波に限定したり，電磁波の入射方向を一方向に制限することで上記の問題を解決していた．一方，本研究では，無限領域を取ることで，電磁波の種類や入射方向の制限を除去した．

ここでは，等積座標変換の一例として，関数 g も x' の 1 次にのみ依存する座標変換

$$y = y' + px + q, \tag{2.20}$$

を考える．$p = -h/a$，$q = h$ とした場合のこの座標変換を図 2.7 に示す．この等積座標変換は，$x \leq a$ の領域を y 軸正方向に傾けながら無限遠まで持ち上げる座標変換になっている．例えば，元の Descartes 座標系において，$x = 0$ 及び $y = 0$ を完全反射鏡面とすればコーナーリフレクタとして振る舞うので，図 2.7(a) の変換後の座標系においても，左下の斜辺があるにもかかわらずコーナーリフレクタと同様の振る舞いをすることになる．

上記の等積座標変換と等価な座標変換媒質の実現方法について考える．等積座標変換の式を改めて媒質定数を求める式 (2.18) に代入することで，

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} 1 & p \\ p & 1 + p^2 \end{pmatrix}, \tag{2.21a}$$

$$\mu_{zz} = \mu_0, \tag{2.21b}$$

を得る．この媒質定数の式によれば，等積座標変換と等価な座標変換媒質は，一様な一軸異方性誘電媒質によって実現可能である．というのも，誘電率テンソルが対称テンソルであるから，その固有値を異方性として持つ一軸異方性媒質を適当な角度で回転することで，その対称テンソルが得られるからである．具体的には，固有値

$$\varepsilon_\pm = \frac{2 + p^2 \pm p\sqrt{p^2 + 4}}{2}, \tag{2.22}$$

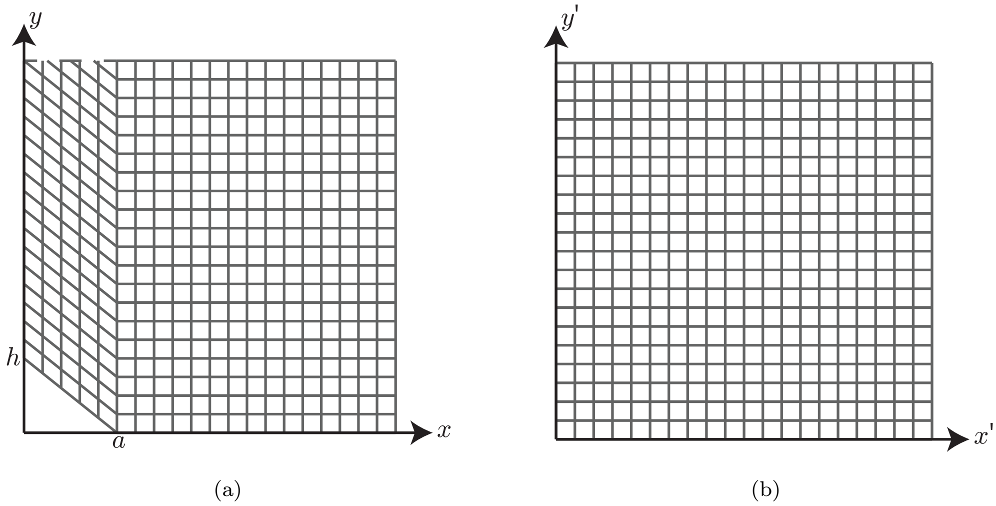


図 2.7 等積座標変換．(a) 変換後の座標系．(b) 変換前の Descartes 座標系．

及び回転角

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{p^2+4}-p}{2}\right), \tag{2.23}$$

を用いて，

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} 1 & p \\ p & 1+p^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_+ & 0 \\ 0 & \varepsilon_- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}, \tag{2.24}$$

によって実現可能である．

2.3.2　電磁波伝搬シミュレーションによる動作検証

提案した等積座標変換と等価な座標変換媒質の動作を検証するため，2 次元フルテンソル異方性メタマテリアルの等価回路モデルに基づいて SPICE シミュレータによる電磁波伝搬シミュレーションを行った．等価回路モデルの詳細については，2.2.2 節を参照されたい．シミュレーションにおいて，入射波は波長 λ，ビームウエスト λ のガウシアンビームとし，3 つの入射角 30°，45°，及び 60° について計算した．また，座標変換のパラメータは，$a = h = 3\lambda$ とした．

図 2.8 にシミュレーションの概略図を示す．図 2.8(a) は，左下の斜面の上に座標変換媒質が配置されている場合の概略図であり，(b) は座標変換前の状態であるコーナーリフレクタの場合，(c) は左下の斜面のみで座標変換媒質が配置されていない場合の概略図を表している．シミュレーションの全領域は $n_x \times n_y = 300 \times 300$ セルとした．図 2.8(a) において，$x \leq a$ となる領域のうち斜面より下の領域には回路を配置せず，完全導体に対応させるために開放端とした．$x \leq a$ となる領域のうち斜面より上の領域には，$p = -1$ とした場合の式 (2.21) 及び (2.15) から算出される回路素子値を有する図 2.3(b) の等価回路モデル (図中の橙色のセル) が配置され，$x > a$ となる領域においては真空の等価回路 (図中の水色のセル) が配置される．最上端及び最右端には，内部抵抗 $1/\eta_0$ を有する 600 個の電源を接続し，各電源の振幅と位相は，上述のガウシアンビームを生成するように設定した．最下端及び最左端は開放端とし，完全導体の壁を模擬した．シミュレーションにおいては，各セルの中心ノードの複素電圧 V_c を計算した．図 2.8(b) 及び (c) の比較のためのシミュレーションにおいては，全領域に真空の等価回路が配置されており，(b) においては左下の斜面がないコーナーリフレクタの動作，(c) においては左下の斜面により入射波が散乱される様子が観測される．

シミュレーションの結果を図 2.9 に示す．各副図において上段は振幅分布，下段は位相分布を表しており，左から順に，座標変換媒質，コーナーリフレクタ，斜面の系を表している．また，副図 (a) は入射角が 30° の場合，(b)，(c)

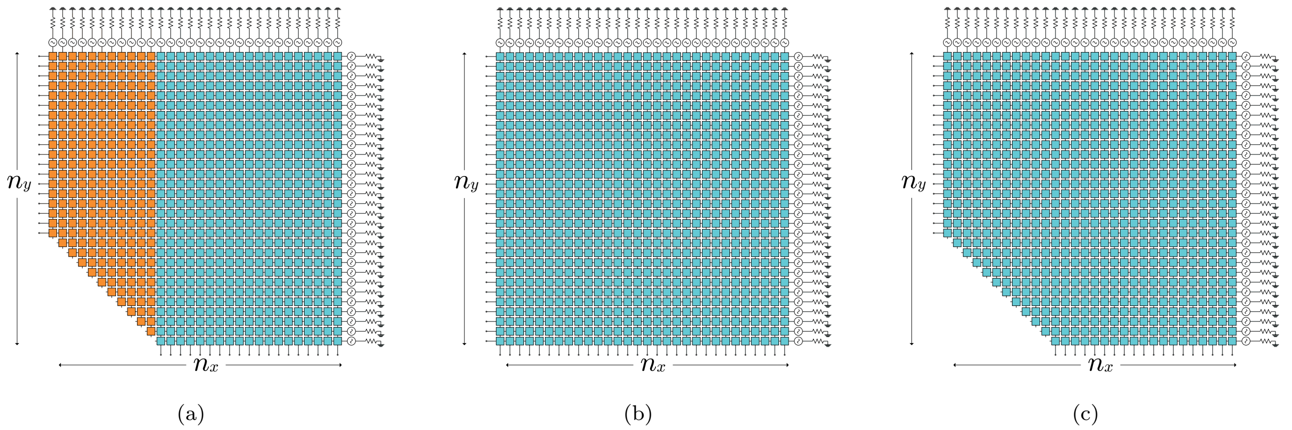


図 2.8 シミュレーションの概略図．(a) 座標変換媒質．(b) コーナーリフレクタ．(c) 斜面．

はそれぞれ 45°，60° の結果を示している．まず，図 2.9(a) において，座標変換媒質の結果と座標変換前のコーナーリフレクタの結果を比較すると，座標変換媒質をおいていない領域において振幅分布，位相分布共に一致していることがわかる．一方で，斜面の結果を見ると，斜面による鏡面反射が見られていることがわかる．以上のことから，座標変換媒質がある場合，左下の斜面があるにも関わらず，元の座標系と同じ振る舞いをしており，座標変換と等価な動作をしていることがわかる．図 2.9(b) の 45° 入射の結果についても同様のことが言える．座標変換媒質がある場合，その存在によって，回路素子の配置は対角線に対して非対称的になっているが，座標変換媒質の外側の電圧分布は，元の座標系の分布と同様，対角線に対して対称的になっている．この対称性からも，座標変換媒質が座標変換と等価な動作をしていることがわかる．図 2.9(c) の入射角が 60° であり，座標変換媒質に対する入射角が非常に浅くなっている場合についても，斜面の結果で見られる斜面による鏡面反射が抑制されており，座標変換媒質として動作していることがわかる．以上の結果から，等積座標変換による透磁率一定化の概念の妥当性が数値的に示された．

2.3.3　等積座標変換と等価な座標変換媒質の設計

前述のように，等積座標変換と等価な座標変換媒質は，一様な一軸異方性誘電媒質によって実現可能である．そこで，図 2.10(a) に示すような異方性メタシートによって，その異方性を実現することを考える．図中において，灰色は誘電体基板を表し，黄色は金属パッチを表している．この異方性メタシートは，誘電体基板上に正方形金属パッチを周期的に配置しており，この配置によって面内方向の実効的な誘電率 $\varepsilon_\parallel$ と面直方向の実効的な誘電率 $\varepsilon_\perp$ との間に異方性が生じることとなる．

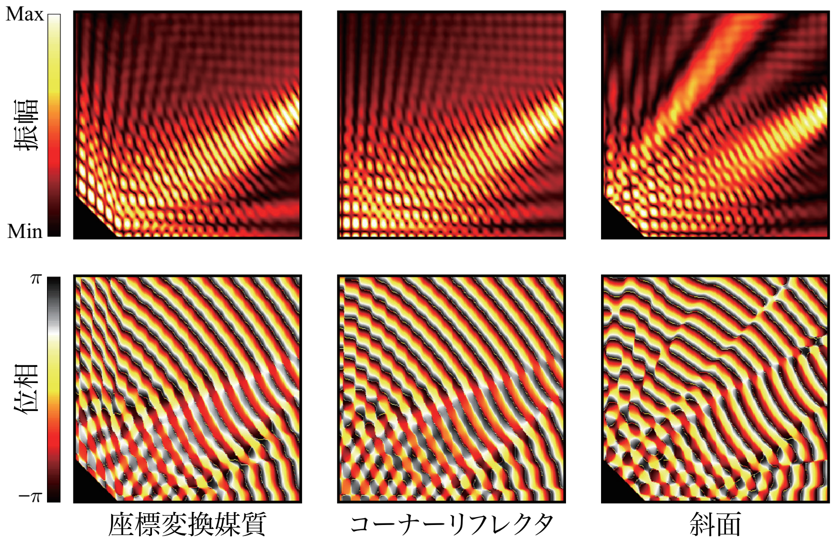
まず，図 2.10(b) に示すように，電場が面内方向を向いている場合を考える．なお，図は単位セルを表している．この場合，金属パッチ内の自由電荷が電場からの作用を受け分離することで，金属パッチ内に実効的な分極 P_{met} が生じる．この時の線形感受率を χ_{met} とすると，電束密度 D は，

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}_{\mathrm{met}} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \varepsilon_0 \chi_{\mathrm{met}} \boldsymbol{E} = \varepsilon_0 \left(1 + \chi_{\mathrm{met}}\right) \boldsymbol{E} \equiv \varepsilon_\parallel \boldsymbol{E}, \tag{2.25}$$

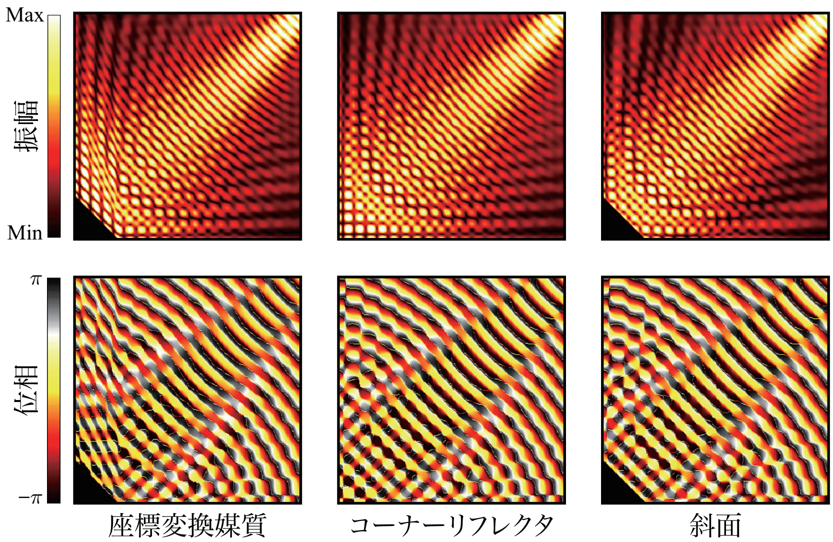
となり，実効的な面内誘電率 $\varepsilon_\parallel$ が得られることになる．金属パッチ内の自由電荷によって，感受率 χ_{met} が大きな値を取るため，面内誘電率として大きな値を実現することができる．次に，図 2.10(c) に示すように，電場が面直方向を向いている場合を考える．この場合，金属パッチは理想的には厚みがないため，電場によって誘起される分極は無視できる．すなわち，$P \simeq 0$ となる．したがって，面直方向の実効的な誘電率 $\varepsilon_\perp$ は，誘電体基板厚と空気層の厚みの比で決まることになる．空気層の割合を α，誘電体基板の誘電率を $\varepsilon_{\mathrm{sub}}$ とすると，

$$\varepsilon_\perp = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{\mathrm{sub}}}{(1-\alpha)\varepsilon_0 + \alpha \varepsilon_{\mathrm{sub}}}, \tag{2.26}$$

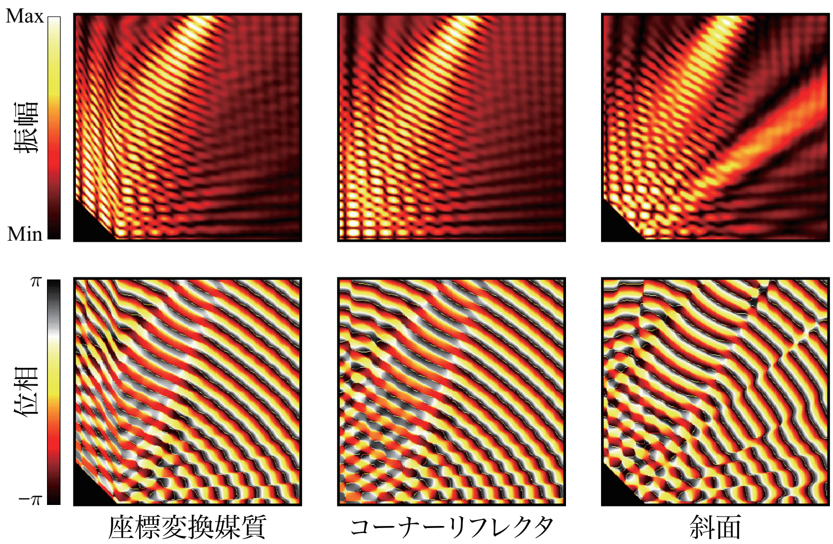
と計算される．このことから，面直方向の誘電率は，$1 < \varepsilon_\perp < \varepsilon_{\mathrm{sub}}$ の範囲に収まることになるので，面直方向と面



(a)



(b)



(c)

図 2.9 電磁波伝搬シミュレーションの結果．(a)30° 入射．(b)45° 入射．(c)60° 入射．

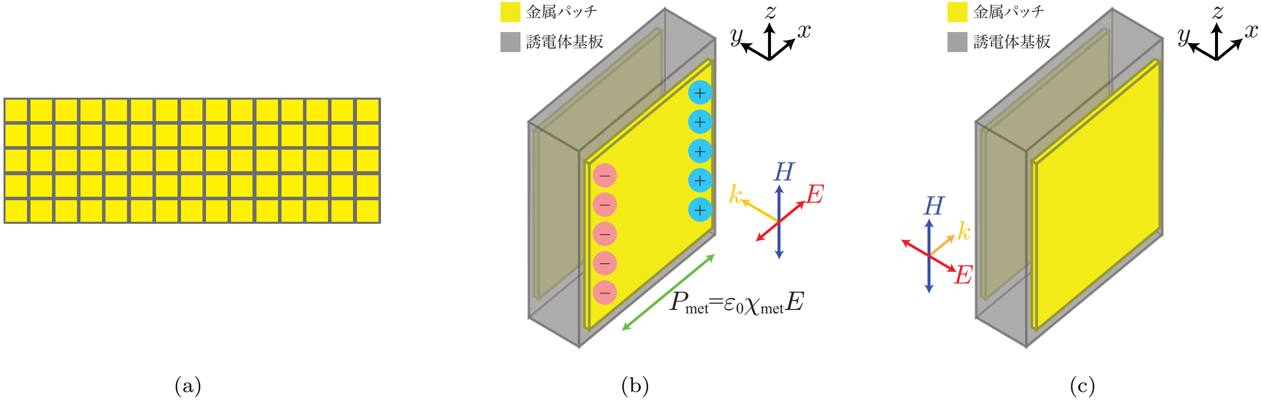


図 2.10 異方性メタシートとその動作原理．(a) 異方性メタシート．(b) 電場が面内方向を向いている場合の動作．(c) 電場が面直方向を向いている場合の動作．

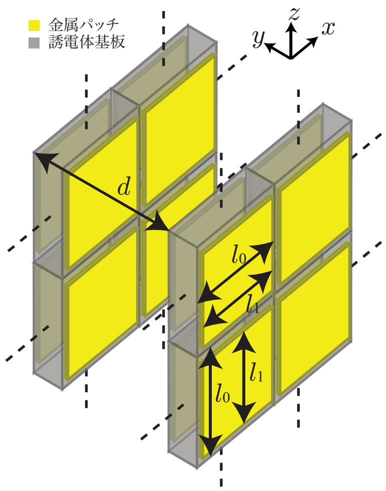


図 2.11 異方性メタシート設計におけるパラメータの定義．

内方向での大きな異方性を実現することが可能である．

ここでは，$p=-1/\sqrt{2}$ のときの式 (2.22) の異方性を実現するような異方性メタシート及びその配置周期を設計する．$p=-1/\sqrt{2}$ としたのは，座標変換によって生じる斜面の傾斜角 $\theta\equiv\mathrm{atan}\ p$ と式 (2.23) の座標変換媒質を実現するための異方性媒質回転角 α とが等しくなるためである．この場合，異方性メタシートを座標変換によって生じる斜面に平行に積層することで座標変換媒質が構成可能となり，作製に有利である．具体的には，図 2.11 において，面内 x，z 方向の金属パッチの周期 l_0，金属パッチの一辺の長さ l_1，y 方向にシートを並べる間隔 d を最適化した．構造の決定には，3 次元電磁界シミュレータ HFSS(Ansys) を用いた．

設計においては作製を想定し，基板は日本ピラー工業の NPC-H200A の呼び厚さ 0.5 mm を採用した．当該基板の誘電率及び誘電正接のカタログ値はそれぞれ 2.19，0.0006 である．シミュレーションにおいては，単位セルを解析モデルとし，z 方向に電磁波を伝搬させ，x 方向及び y 方向に 2 次元周期境界条件を課した．電場の方向は，求めたい誘電率 $\varepsilon_\parallel$，$\varepsilon_\perp$ に応じて，x，y 方向に設定した．上記の条件下で，複素 S パラメータを計算し，パラメータ抽出

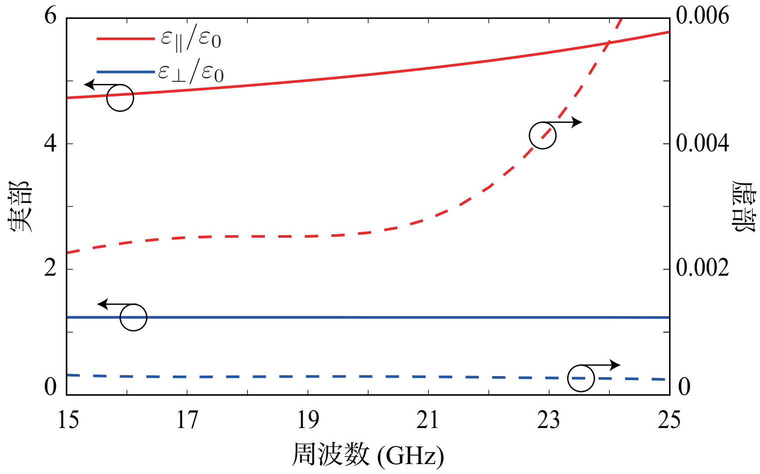


図 2.12 設計された面内方向及び面直方向の比誘電率．

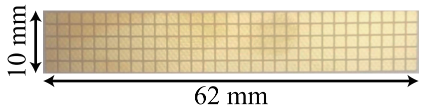


図 2.13 作製した異方性メタシート．

法 [85, 86]

$$n = \frac{1}{kd}\cos^{-1}\left[\frac{1}{2S_{21}\left(1 - S_{11}^2 + S_{21}^2\right)}\right] \tag{2.27a}$$

$$z = \sqrt{\frac{\left(1 + S_{11}^2\right) - S_{21}^2}{\left(1 - S_{11}^2\right) - S_{21}^2}} \tag{2.27b}$$

に基づき，複素屈折率と複素インピーダンスを計算した．最後に，屈折率とインピーダンスから，誘電率及び透磁率を計算した．以上の計算を所期の異方性 $\varepsilon_{\parallel}/\varepsilon_{\perp} = 4$ が得られるように最適化した．

最適化によって得られた設計パラメータ $l_0 = 2.0\,\mathrm{mm}$，$l_1 = 1.7\,\mathrm{mm}$ 及び $d = 1.6\,\mathrm{mm}$ を有する積層された異方性メタシートの抽出された比誘電率を図 2.12 に示す．図中の赤色の実線及び破線は，それぞれ面内方向の比誘電率の実部及び虚部を，青色の実線及び破線はそれぞれ面直方向の比誘電率の実部及び虚部を表している．抽出された比誘電率から，18.3 GHz において所期の異方性 $\varepsilon_{\parallel}/\varepsilon_{\perp} = 4$ が得られており，緩やかな周波数依存性を有していることがわかる．なお，この場合において，$\varepsilon_{\parallel} = 5.0$，$\varepsilon_{\perp} = 1.25$ であり，式 (2.22) の実現すべき固有値に比べて $\varepsilon_{\mathrm{s}} \equiv \varepsilon_{\parallel}/\varepsilon_{+} = \varepsilon_{\perp}/\varepsilon_{-} = 1.58^2$ 倍大きい値となっており，実効的には屈折率 1.58 の媒質として振る舞うことが予想される．面内方向及び面直方向の比誘電率の虚部はそれぞれ 2.5×10^{-3} 及び 3.0×10^{-4} であり，Q 値にして 1980 及び 4130 を実現している．これらの事実から，設計された座標変換媒質の動作は，低損失かつ広帯域であることが期待される．

2.3.4　実験による動作検証

提案した等積座標変換と等価な座標変換媒質の動作を検証するため，前節で設計した異方性メタシートを用いて動作検証実験を行った．実験においては，図 2.13 に示す $62\,\mathrm{mm} \times 10\,\mathrm{mm}$ (31×5 セル) の異方性メタシート 120 枚を斜面に平行に積層することで座標変換媒質を構成した．この場合において，傾き $p = -1/\sqrt{2}$ となるように，$a = 50\,\mathrm{mm}$，$h = a/\sqrt{2} \simeq 35.56\,\mathrm{mm}$ と設定した．

図 2.14 に実験系の俯瞰図を示す．金属定盤による影響をなくすため，座標変換媒質は高さ 280 mm の発泡スチロー

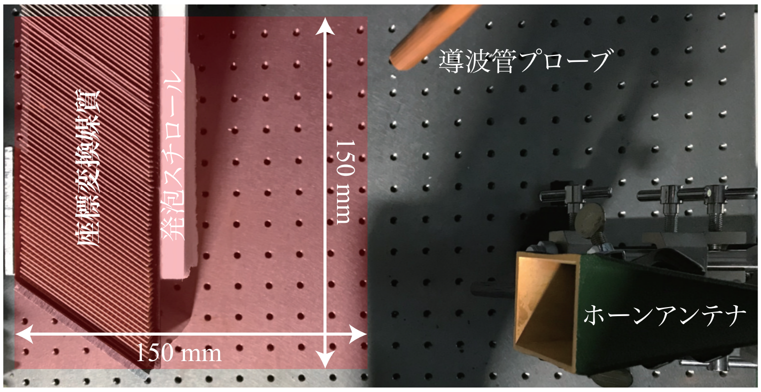


図 2.14 実験系の俯瞰図.

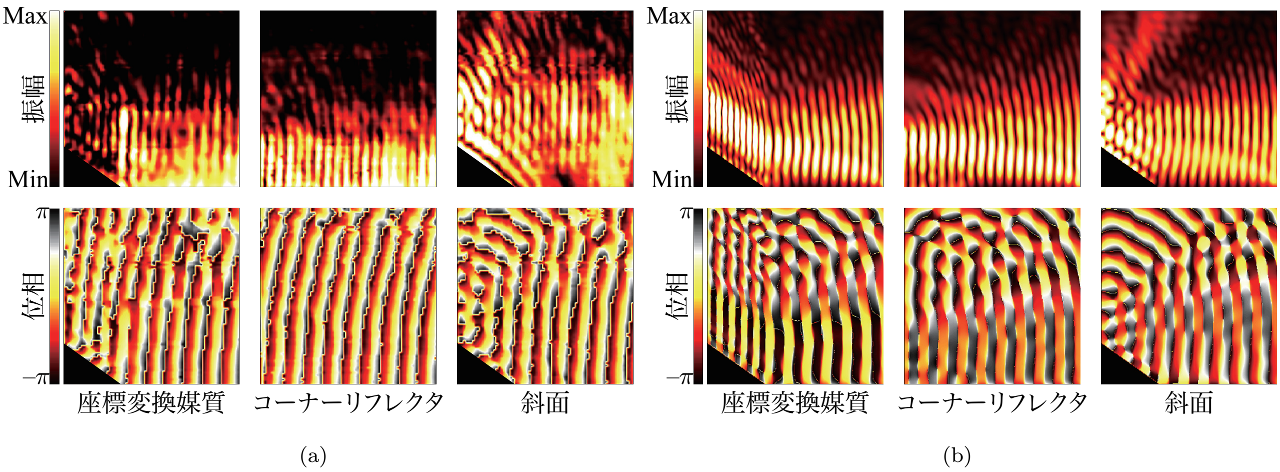


図 2.15 0° 入射の場合の実験結果及び対応するシミュレーション結果．(a) 実験結果．(b) シミュレーション結果．

ルの上に配置した．発泡スチロールはその内部がほとんど空気であるため，座標変換媒質の動作にほとんど影響を及ぼさないと考えられる．完全導体反射板として，2 枚のアルミ板を座標変換媒質の斜面及び側面に接するように配置した．2 枚のアルミ板の長さはそれぞれ 62 mm 及び 50 mm である．入射波にはホーンアンテナ (Flann Microwave 20240-20) を用い，TM 波となるように設置した．また，ホーンアンテナの位置を変更することにより，入射角を 0°，30°，45° 及び 60° とした．座標変換媒質の上方 0.1 mm 面内の各位置における複素電場分布を，円筒導波管プローブを XY,Z 軸ステージ (シグマ光機，SGSP26-200) によって走査し，ベクトルネットワークアナライザ (Agilent Technologies，PNA Network Analyzer N5222A) を用いて測定した．走査領域は $150 \times 150\,\mathrm{mm}^2$ であり，走査間隔は $2\,\mathrm{mm} \times 2\,\mathrm{mm}$ である．2.3.2 節のシミュレーションと同様に，比較のための座標変換前のコーナーリフレクタ及び斜面のみの場合の実験も行った．座標変換前のコーナーリフレクタの実験においては，座標変換による長さの変化を考慮して，$50\,\mathrm{mm} \times 50\,\mathrm{mm}$ のコーナーリフレクタを用いた．斜面のみの場合の実験においては，図 2.14 中の座標変換媒質を取り除いて行った．

図 2.15(a) に入射角 0° の場合の設計周波数である 18.3 GHz における測定結果を示す． 図の上段は振幅分布，下段は位相分布を表しており，左から順に斜面の上に座標変換媒質が配置された場合，座標変換前のコーナーリフレクタ，斜面のみがある場合の結果を表している．座標変換媒質がある場合の結果を見ると，入射波は座標変換媒質の内部において座標変換に従った伝搬をし，入射方向に反射されることで x 方向に定在波分布を生成している．この振る舞いは座標変換前のコーナーリフレクタによる測定結果における電磁波の振る舞いとよく一致している．さらに，斜面のみの場合の測定結果と比較すると，70.5° 方向への斜面による散乱波が抑制されている．同図 (b) には，2 次元フルテンソル異方性メタマテリアルの等価回路モデルに基づいた，実験系と対応するシミュレーション結果が示されている．

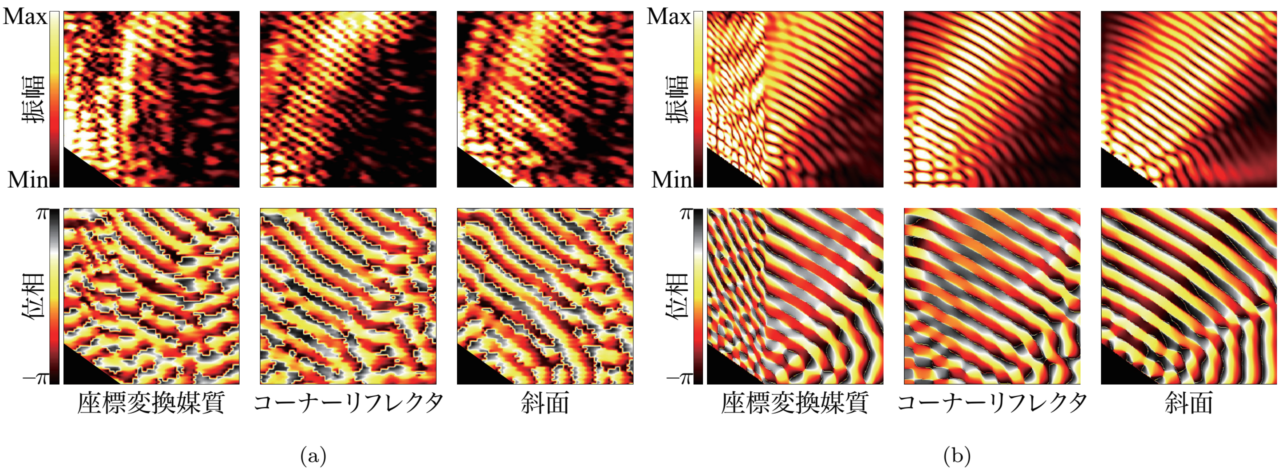


図 2.16 60° 入射の場合の実験結果及び対応するシミュレーション結果．(a) 実験結果．(b) シミュレーション結果．

シミュレーション結果は，測定により得られた結果を示唆している．すなわち，シミュレーションにおいても，入射波は座標変換媒質中を座標変換に従って伝搬し，斜面による散乱をほとんど生じることなく入射方向に反射されており，実験結果の妥当性を示している．別の例として，入射角 60° の場合の測定結果を図 2.16(a) に示す．座標変換媒質の測定結果を見ると，座標変換媒質を有する系はコーナーリフレクタとして動作し，入射波は入射方向である 60° 方向に反射されている．0° 入射の場合の結果と同様に，この振る舞いは座標変換前のコーナーリフレクタによる測定結果における電磁波の振る舞いとよく一致している．一方で，座標変換媒質を配置していない斜面のみの場合の測定結果においては，入射波のほとんどが入射方向 60° よりもわずかに小さい 49.5° の方向に斜面によって反射されており，座標変換媒質及びコーナーリフレクタによる定在波よりも幅の広い定在波分布を生成している．図 2.16(b) に実験系と対応するシミュレーション結果を示す．0° 入射の場合と同様，シミュレーション結果は測定結果により表されている現象をよく表しており，実験結果の妥当性を示している．以上の議論より，座標変換媒質の等積座標変換と等価な動作が定性的に確認された．

座標変換媒質の動作を定量的に評価するため，18.3 GHz における測定した電場分布から BRCS を計算した．計算された BRCS を図 2.17 に示す．副図 (a)～(d) は，それぞれ 0°，30°，45° 及び 60° 入射の場合の BRCS を表しており，各副図中，赤色の実線は座標変換媒質，青色の破線はコーナーリフレクタ，緑色の一点鎖線は斜面の BRCS を表している．図 2.17(a) によると，座標変換媒質の BRCS はコーナーリフレクタの BRCS とよく一致して入射方向である 0° にピークを有しており，入射波の大部分が入射方向に反射されていることを示している．なお，両者の違いは，座標変換媒質の実効的な屈折率 1.58 に起因するものであると考えられる．一方，斜面の BRCS は，0° と 61° 方向に，斜面による散乱に起因する小さなピークを有している．同様に，図 2.17(b)-(d) の結果によれば，座標変換媒質とコーナーリフレクタの BRCS のピークは 0.5° の誤差範囲に収まってよく一致しており，斜面の散乱による 84.3°，69.3°，50.7° 方向の BRCS のピークは座標変換媒質によって十分に抑制されている．以上の結果より，入射角度に依存しない座標変換媒質の等積座標変換と等価な動作が定量的に確認された．

さらに，座標変換媒質による散乱角の周波数依存性を調べた．図 2.18 に 30° 入射の場合の散乱ピーク角度の 16 GHz から 24 GHz の範囲における周波数依存性を示す．散乱ピーク角度は，18.3 GHz 以外の周波数においても，図 2.17 のような BRCS を計算し，得られた BRCS 中最も大きな値を取っている角度によって定めた．図 2.18 からわかるように，座標変換媒質の散乱ピーク角度と座標変換前のコーナーリフレクタによる散乱ピーク角度は，23 GHz 未満の周波数領域において 0.5° 以下の差で一致している．このことは，図 2.12 の周波数依存性に見られる特徴を反映している．$\varepsilon_{\perp}$ にあっては図 2.10(c) に関連して説明したように金属パッチに分極が誘起されず金属パッチによる共振が生じないため，図 2.12 に見られるようにほとんど周波数に依存せず一定の値を取るが，$\varepsilon_{\parallel}$ にあっては図 2.10(b) に関連して説明したように金属パッチに分極を誘起し金属パッチによる共振が生じ得るため，図 2.12 に見られるよう

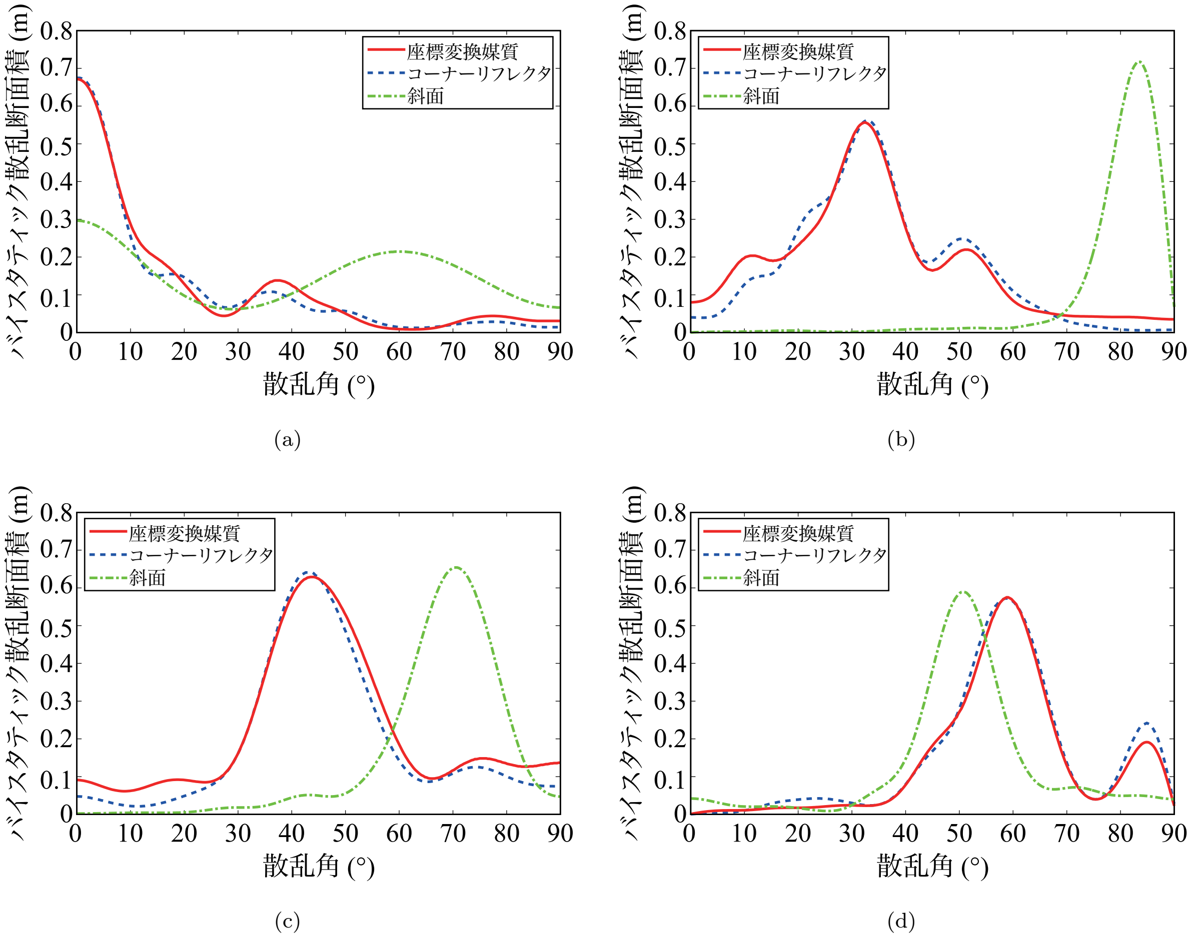


図 2.17 計算したバイスタティック散乱断面積．(a) 0° 入射．(b) 30° 入射．(c) 45° 入射．(d) 60° 入射．

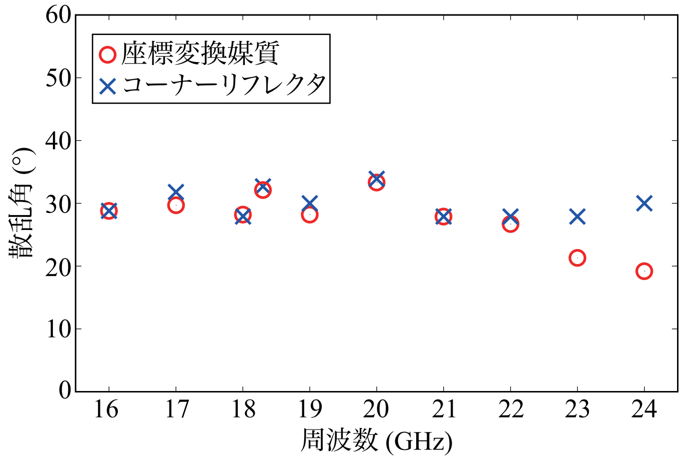


図 2.18 30° 入射における BRCS から得られた散乱角ピーク角度の周波数依存性．

に周波数が低い領域では共振周波数から遠く一定の値を取り，周波数が高い領域では共振周波数に近づくにつれて大きな値を取るように変化する．従って，異方性 $\varepsilon_{\|}/\varepsilon_{\perp}$ の値は，低い周波数領域では所期の異方性 4 から多少ずれたとしてもほぼ一定の値を取り続け，高い周波数領域では共振周波数に近づくにつれて所期の異方性 4 からどんどんズレた値を取っていくことになる．結果として，得られた周波数依存性の図 2.18 から，異方性の値が $\varepsilon_{\|}/\varepsilon_{\perp} = 4$ から多少のズレを生じたとしても座標変換媒質としての動作が得られると言えるが，低い周波数領域ではそのズレが小さく座標変換媒質として動作し，高い周波数領域ではそのズレが大きくなっていくことで 23 GHz 以上の高い周波数になると座標変換媒質として動作しなくなるということがわかる．以上の結果から，作製した座標変換媒質の 16 GHz から 22 GHz におよぶ広帯域な動作が実験的に確認された．

2.4　本章のまとめ

本章では，透磁率が位置に依存せず一定の値となる透過型の座標変換媒質を実現するための双曲座標変換と透磁率が位置に依存せず真空の値となる反射型の座標変換媒質のための等積座標変換を提案し，電磁波伝搬シミュレーション及び実験により実証した．

透過型座標変換媒質に係る 2.2 節では，円筒座標系において $0 \le r' \le b$ の円形領域を $a \le r \le b$ の円環領域に座標変換する際に位置に依存しない一定の透磁率を有する双曲座標変換と導出した．当該双曲座標変換に基づけば，透磁率が一定の値となることを座標変換と等価な媒質定数を与える式から確認し，従来の線形座標変換とは異なる媒質定数が得られることを確認した．双曲座標変換と等価な媒質定数を有する座標変換媒質の動作を，等価回路モデルに基づく電磁波伝搬シミュレーションの複素電場分布から定性的に確認し，さらに，伝搬シミュレーション結果から算出された BRCS により，中心金属円筒による散乱が座標変換媒質により抑制されていること，及びその動作の質が従来の線形座標変換に透磁率一定近似を施した場合と比して高くなっていることを定量的に確認した．

反射型座標変換媒質に係る 2.3 節では，Descartes 座標系を座標変換する際に位置に依存しない真空の透磁率を有する等積座標変換を導出した．また，当該等積座標変換と等価な座標変換媒質は，一様な一軸異方性誘電媒質の適当な回転によって実現可能であることを示した．等積座標変換と等価な媒質定数を有する座標変換媒質の動作を，等価回路モデルに基づく電磁波伝搬シミュレーションの複素電場分布から定性的に確認した．等積座標変換と等価な座標変換媒質を，誘電体基板両面に金属パッチを周期的に配列した異方性メタシートで実現するため，異方性メタシートの設計をし，設計した異方性メタシートの実効誘電率を S パラメータから算出することで，18.3 GHz において所期の異方性を有することを確認した．最後に，設計した異方性メタシートを積層することにより座標変換媒質を構成し，マイクロ波帯においてその動作検証実験を行った．測定された座標変換媒質の系の電場分布が座標変換前のコーナーリフレクタによる電場分布とよく一致していることを定性的に確認した．測定された電場分布から計算した座標変換媒質の BRCS とコーナーリフレクタの BRCS とが散乱ピーク角度 0.5° の差以内で一致していることを示し，座標変換媒質の等積座標変換と等価な動作の妥当性を実験的に確認した．また，散乱ピーク角度によって見積もられた動作帯域が 16 GHz から 22 GHz に及ぶ広帯域であることを示した．

以上の結果により，透過型及び反射型の座標変換媒質において，透磁率を一定ないしは真空値にする座標変換媒質の構成の概念が実証された．本章で提案した透磁率を一定ないしは真空値にする座標変換媒質の構成方法により，座標変換媒質の新たな領域を開拓したと言える．特に，磁性材料の存在しない光波帯などの高い周波数領域では透磁率を人為的に制御することが困難であり，本章に示した透磁率の位置に依存する制御を必要としない構成方法によって，座標変換媒質が実現される周波数領域の更なる拡大が期待される．

第 3 章

座標変換媒質の媒質定数の分散制御 — 多形態座標変換 —

本章では，媒質定数の分散制御について説明する．まず，3.1 節では，本章で示す研究の背景として，変換電磁気学に基づく座標変換媒質の実現に際する媒質定数の分散制御の課題について概説する．その後，3.2 節では分散制御によって異なる 2 つの周波数で異なる座標変換を実現する二形態座標変換，3.3 節では分散制御によって異なる 2 つ以上の周波数で異なる座標変換を実現する多形態座標変換について説明する．

3.1　媒質定数の分散制御による多形態座標変換

1.2.1 節で述べたように，変換電磁気学の理論に基づいて，様々な座標変換媒質が実現されているが，これまでに提案されている多くの座標変換媒質は，単一の設計周波数において座標変換を実現する [図 3.1(a)]．一方で，二形態あるいは多形態座標変換を実現する座標変換媒質に関する研究の数は限られている．そのような多形態の座標変換を実現するには，座標変換と等価なフルテンソルの媒質定数の分散を完全に制御しなければならない．

そのような分散制御を実現するには，LC 集中定数回路網による等価回路モデル [82, 83, 87–90] が有用である．文献 [82] 及び [83] においては，座標変換と等価な媒質定数テンソルのうち一成分の分散を等価回路モデルによって制御するで，単一形態の座標変換を 2 つの周波数で実現する例が報告されている [図 3.1(b)]．しかしながら，これらの座標変換媒質は，異なる周波数において同一形態の座標変換を実現しているに過ぎず，複数の周波数において複数の

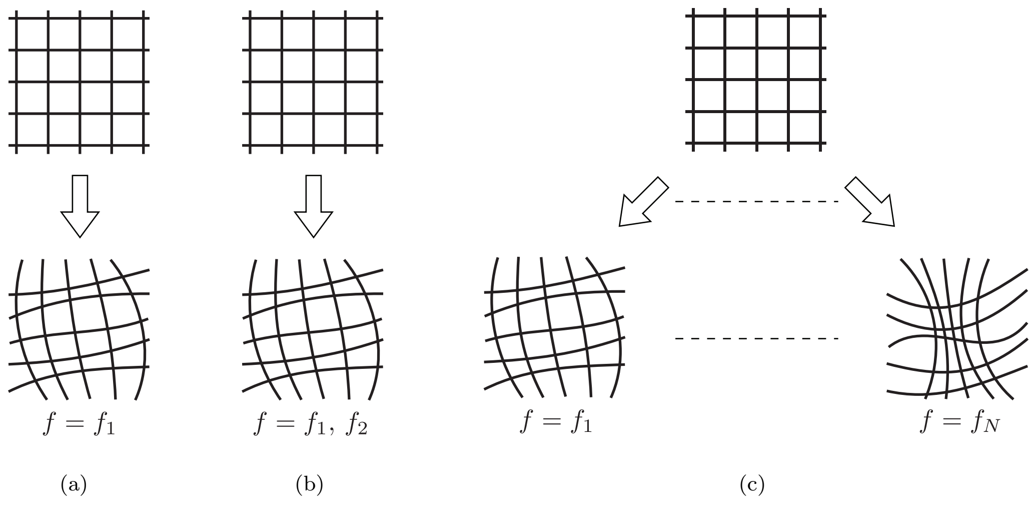
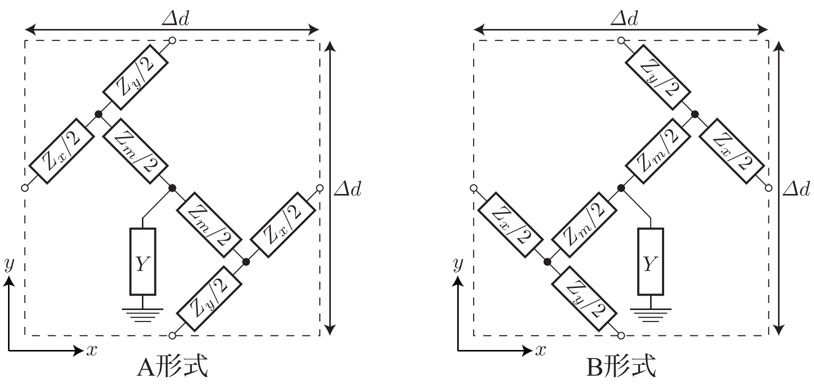


図 3.1 単一形態座標変換及び多形態座標変換．(a) 従来の単一周波数における単一形態座標変換．(b) 従来の二周波数における単一形態座標変換．(c) 提案する複数周波数における多形態座標変換．



(a) (b)

図 3.2 媒質定数実現のための 2 次元フルテンソル異方性等価回路モデル．(a) A 形式．(b) B 形式．

異なる座標変換を実現するものはこれまでに提案されていない．

そこで，本章では，複数の周波数において複数の異なる座標変換を実現する多形態座標変換を提案する [図 3.1(c)]．多形態座標変換を実現する座標変換媒質 (=多形態座標変換媒質) においては，非対角項を含むフルテンソルの異方性媒質定数テンソルの分散を全て制御する．本章で提案する多形態座標変換媒質の構成方法により，従来単一周波数あるいは単一形態にとどまっていた座標変換媒質の機能を周波数ごとに変更することが可能であり，座標変換媒質の産業上の更なる利用の拡大が期待される．

3.2 二形態座標変換

まず，多形態座標変換のうち最も少ない数である二形態座標変換を実現するための媒質定数の分散制御について考える．なお，二形態座標変換とは，異なる 2 つの周波数で異なる座標変換を実現するものである．また，その座標変換媒質を二形態座標変換媒質と呼ぶこととする．

3.2.1 媒質定数テンソルと回路トポロジー

2 次元 TM 波に対する座標変換媒質実現のために制御が必要な媒質定数テンソルは，

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} \end{pmatrix}, \quad \mu_{zz} \tag{3.1}$$

である．これらの媒質定数を実現するための 2 次元フルテンソル異方性等価回路モデルを図 3.2 に示す．ここで Z_i $(i = x, y, m)$ は対応する各枝のインピーダンスを，Y はシャント枝のアドミッタンスを表しており，Δd は正方形単位セルの一辺の長さである．便宜的に，図 3.2(a) の等価回路モデルを A 形式，(b) の等価回路モデルを B 形式と呼ぶことにする．2.2.2 節における等価回路モデルにおいてしたように，図 3.2(a) 及び (b) の等価回路モデルについての回路方程式と，Maxwell 方程式を比較すると，インピーダンス Z_i 及びアドミッタンス Y は媒質定数との対応関係

$$Z_x \leftrightarrow \mathrm{j}\omega(\varepsilon_{yy} \mp \varepsilon_{xy})\Delta d \equiv \mathrm{j}\omega\varepsilon_{x\pm}\Delta d, \tag{3.2a}$$
$$Z_m \leftrightarrow \pm\mathrm{j}\omega\varepsilon_{xy}\Delta d \equiv \mathrm{j}\omega\varepsilon_{m\pm}\Delta d, \tag{3.2b}$$
$$Z_y \leftrightarrow \mathrm{j}\omega(\varepsilon_{xx} \mp \varepsilon_{xy})\Delta d \equiv \mathrm{j}\omega\varepsilon_{y\pm}\Delta d, \tag{3.2c}$$
$$Y \leftrightarrow \mathrm{j}\omega\mu_{zz}\Delta d, \tag{3.2d}$$

を有する．ここで式中の符号は形式 A 及び形式 B にそれぞれ対応している．式 (3.2) に基づけば，各枝のインピーダンス及びシャント枝のアドミッタンスをそれぞれ制御することが，非対角項を含む誘電率テンソルの各成分及び透

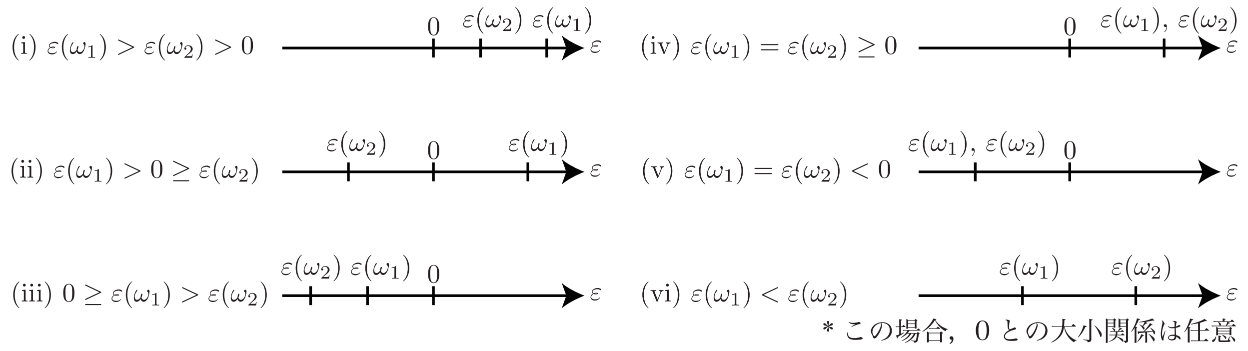


図 3.3 6 つの場合の大小関係の数直線による表示．

磁率をそれぞれ独立に制御することに対応していることがわかる．なお，形式 A と形式 B は，非対角項の異なる符号を実現する鏡像異性回路となっており，座標変換媒質設計の自由度として用いることが可能である．

3.2.2　二形態座標変換媒質のための各枝の分散性構成回路

まず，式 (3.2a)-(3.2c) の各枝のインピーダンスと誘電率の関係について議論する．式 (3.2a)-(3.2c) で定義した $\varepsilon_{i\pm}$ $(i = x, y, m)$ を用いると，これらの式は全て

$$Z_i \leftrightarrow \mathrm{j}\omega\varepsilon_{i\pm}\Delta d, \tag{3.3}$$

の形で書けるので，以下では添字を省略して，

$$Z \leftrightarrow \mathrm{j}\omega\varepsilon\Delta d, \tag{3.4}$$

という形を念頭において議論を進めていく．ただし，実際の設計においては，各枝及び形式 A，B に依存して式 (3.4) の ε に該当する $\varepsilon_{i\pm}$ を式 (3.2a)-(3.2c) に基づいて計算することになる．

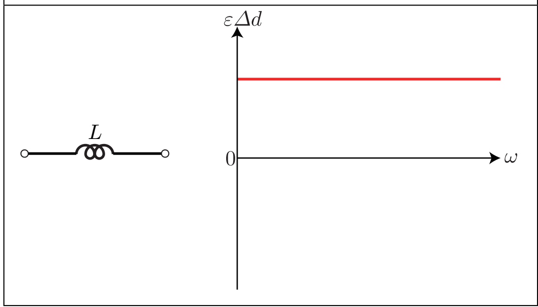
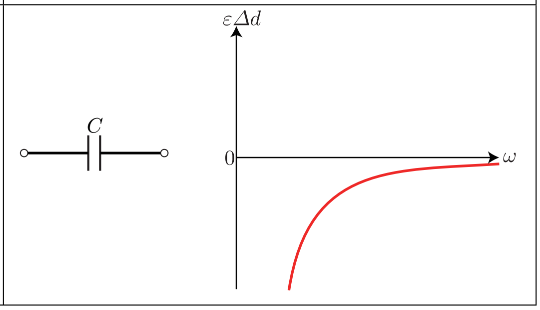
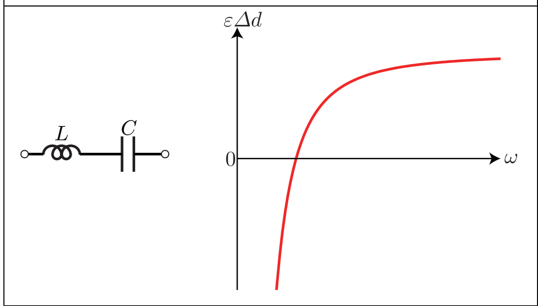
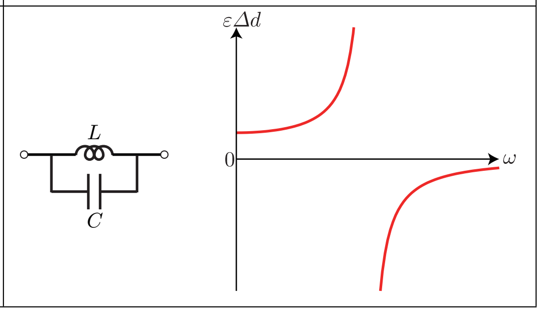
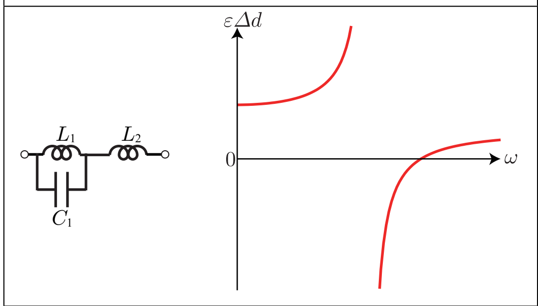
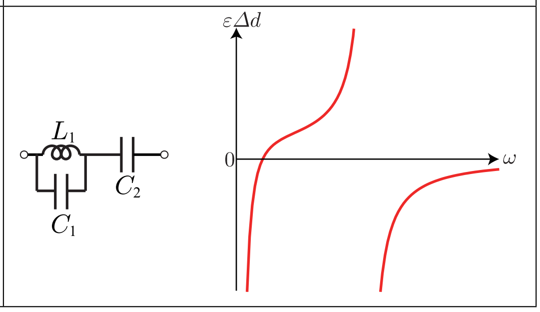
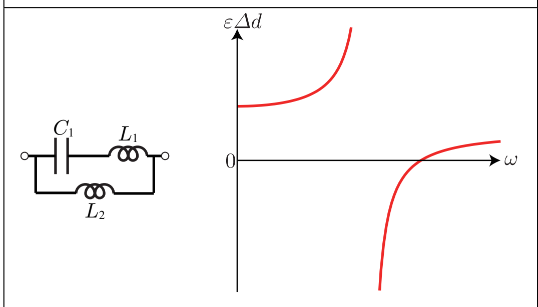
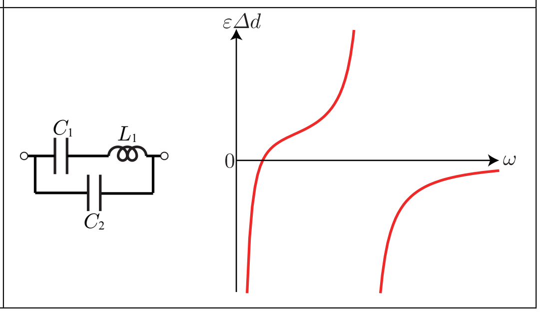
異なる 2 つの周波数，f_1 $(= \omega_1/2\pi)$ 及び f_2 $(= \omega_2/2\pi > f_1)$ における異なる座標変換を考えると，これらの周波数における ε，$\varepsilon(\omega_1)$ と $\varepsilon(\omega_2)$ の大小関係は，次の 6 つの場合に分類することができる (図 3.3 参照)：

(i) $\varepsilon(\omega_1) > \varepsilon(\omega_2) > 0$,
(ii) $\varepsilon(\omega_1) > 0 \geq \varepsilon(\omega_2)$,
(iii) $0 \geq \varepsilon(\omega_1) > \varepsilon(\omega_2)$,
(iv) $\varepsilon(\omega_1) = \varepsilon(\omega_2) \geq 0$,
(v) $\varepsilon(\omega_1) = \varepsilon(\omega_2) < 0$,
(vi) $\varepsilon(\omega_1) < \varepsilon(\omega_2)$,

表 3.1 に (i) から (vi) の全ての大小関係を実現するための，3 素子以下からなる分散性構成回路の全 8 種類及びその分散性構成回路によって得られる誘電率の分散の概形を示す．タイプ 1 はコイル，タイプ 2 はコンデンサ，タイプ 3 はコイルとコンデンサの直列接続，タイプ 4 はコイルとコンデンサの並列接続，タイプ 5 はコイルとコンデンサの並列接続とコイルの直接接続，タイプ 6 はコイルとコンデンサの並列接続とコンデンサの直列接続，タイプ 7 はコイルとコンデンサの直列接続とコイルの並列接続，タイプ 8 はコイルとコンデンサの直列接続とコンデンサの並列接続である．また，タイプ 1 と 2 は 1 素子からなる構成回路，タイプ 3 と 4 は 2 素子からなる構成回路，タイプ 5 から 8 は 3 素子からなる構成回路である．

(i) の場合の大小関係 $\varepsilon(\omega_1) > \varepsilon(\omega_2) > 0$ は，タイプ 5 又はタイプ 7 の 3 素子構成回路で実現可能である．このよ

表 3.1 3 素子以下からなる 8 種類の分散性構成回路及び分散性構成回路によって得られる誘電率の分散の概形.

タイプ 1	タイプ 2
	
タイプ 3	タイプ 4
	
タイプ 5	タイプ 6
	
タイプ 7	タイプ 8
	

うな大小関係を得るには，Zobel のリアクタンス定理[*1] [92]

$$\frac{\mathrm{d}[\mathrm{Im}\,Z(\omega)]}{\mathrm{d}\omega} > 0, \tag{3.5}$$

[*1] リアクタンスが周波数に伴って単調増加する性質は，Foster のリアクタンス定理と呼ばれることの方が多い．Zobel は 1923 年にこの性質を指摘した論文を出版した訳であるが，その翌年である 1924 年に Foster が “A reactance theorem” というタイトルの論文 [91] を出版し (Zobel による論文を引用しながら) この単調増加の性質について触れたため，そう呼ばれるようになったと考えられる．しかしながら，Foster の 1924 年の論文 “A reactance theorem” で言うところのリアクタンス定理というのは，本節後半で述べるように，1 端子対回路網の任意のリアクタンス関数の実現可能性に関する定理である．従って，本論文においては，リアクタンス関数の単調増加性を通常用いられている呼び名ではなく Zobel のリアクタンス定理と呼ぶことにし，1924 年の論文によって Foster が示したリアクタンス定理を Foster のリアクタンス実現定理と呼ぶことにした．

表 3.2 6 つの大小関係と分散性構成回路素子数との関係.

大小関係	1 素子	2 素子	3 素子
(i)			✓
(ii)		✓	✓
(iii)			✓
(iv)	✓		
(v)			✓
(vi)		✓	✓

を考慮すると，分散曲線上に極及び零点がこの順で現れる必要があるが，その条件を満たすのはタイプ 5 と 7 のみである．以下，同様に各大小関係を実現可能な構成回路を判定する．(ii) の場合の大小関係 $\varepsilon(\omega_1) > 0 \geq \varepsilon(\omega_2)$ は，タイプ 4 の 2 素子構成回路又はタイプ 5 から 8 のいずれかの 3 素子構成回路で実現可能である．(iii) の場合の大小関係 $0 \geq \varepsilon(\omega_1) > \varepsilon(\omega_2)$ は，タイプ 6 又はタイプ 8 の 3 素子構成回路で実現可能である．(iv) の場合の大小関係 $\varepsilon(\omega_1) = \varepsilon(\omega_2) \geq 0$ は，タイプ 1 の 1 素子構成回路で実現可能である．(v) の場合の大小関係 $\varepsilon(\omega_1) = \varepsilon(\omega_2) < 0$ は，タイプ 6 又はタイプ 8 の 3 素子構成回路で実現可能である．最後に，(vi) の場合の大小関係 $\varepsilon(\omega_1) < \varepsilon(\omega_2)$ は，タイプ 3 の 2 素子構成回路又はタイプ 5 から 8 のいずれかの 3 素子構成回路で実現可能である．6 つの大小関係と分散性構成回路の素子数との関係を表 3.2 に示す．表 3.2 からもわかるように，Zobel のリアクタンス定理 (3.5) の制約の下，2 つの周波数において任意の大小関係を持つ 2 つの誘電率を実現するには，3 素子構成回路が必要であることがわかる．このことは，2 つの素子値の自由度によって 2 つの誘電率を実現する場合には，必ずしも式 (3.5) を満たすことができず，場合によっては 3 つ目の素子値の自由度が必要であることを意味している．以上の議論により，任意の大小関係である 6 つの大小関係は 5 タイプの分散性構成回路，タイプ 1，3，4，5 及び 6 によって実現可能であることがわかった．なお，表 3.1 の分散の概形によれば，タイプ 5 及びタイプ 6 の代わりに，それぞれタイプ 7 及びタイプ 8 を用いることも可能である．

同様の議論が式 (3.2d) の透磁率とシャントアドミッタンスの関係にも適用可能である．$\mu_{zz}(\omega_1)$ と $\mu_{zz}(\omega_2)$ の大小関係もまた 6 つの場合に分類することができる．インピーダンスとアドミッタンスの双対性に基づけば，それら 6 つの大小関係は，上記 5 タイプの分散性構成回路の双対回路，すなわち，タイプ 2，4，3，8 及び 7 で実現可能である．この場合においても，タイプ 7 及びタイプ 8 の代わりに，それぞれタイプ 5 及びタイプ 6 を用いることも可能である．

誘電率及び透磁率の大小関係の実現において，3 素子回路が 2 種類で実現可能であること，言い換えれば，タイプ 5 とタイプ 7，タイプ 6 とタイプ 8 の分散の振る舞いがそれぞれ同じであることは，Foster のリアクタンス実現定理 [91] に基づいている．Foster のリアクタンス実現定理とは，コイルとコンデンサを構成要素とする 1 端子対回路網の任意のリアクタンス関数は，図 3.4 に示す 2 種類の回路のうちいずれかの回路により実現可能であるという定理である．図 3.4 に示す二種類の回路を Foster の標準形と呼び，(a) を第一標準形，(b) を第二標準形と呼ぶ．Foster の第一標準形は，コイル，コンデンサ，及びコイルとコンデンサから成る並列回路 (LC タンク) の直列接続であり，これを構成する LC タンクの数は実現すべきリアクタンス関数によって定まる．Foster の第二標準形は，コイル，コンデンサ，及びコイルとコンデンサから成る直列回路 (LC シリーズ) の並列接続であり，これを構成する LC シリーズの数は実現すべきリアクタンス関数によって定まる．これら 2 つの標準形によって，任意のリアクタンス関数が実現可能であるが，これら 2 つの標準形は互いに双対となっており，慣習的には，第一標準形をインピーダンスに，第二標準形をアドミッタンスにそれぞれ用いることが多い．上記 3 素子以下から構成される 8 タイプの回路については，タイプ 1 からタイプ 4 は第一標準形及び第二標準形のいずれにも属する形であり，タイプ 5 及びタイプ 6 は第一標準形に，タイプ 7 及びタイプ 8 は第二標準形に属する形である．そこで，本章においても慣習に習い，第一標準形に属するタイプ 5 及びタイプ 6 をインピーダンスを実現するためのもの，第二標準形に属するタイプ 7 及びタイプ 8 をアドミッタンスを実現するためのものとして選択することとした．

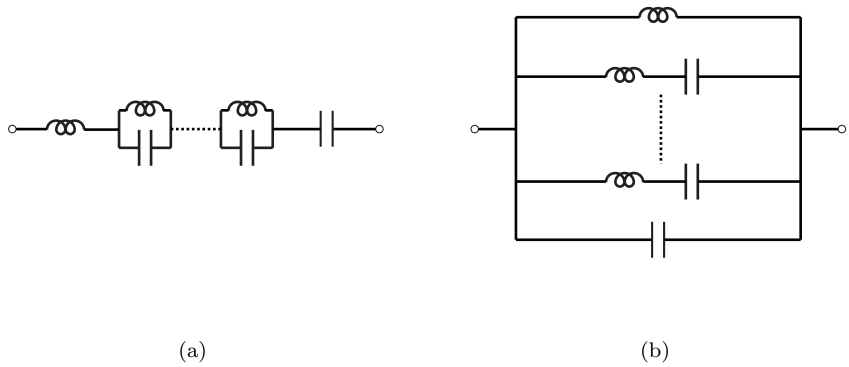


図 3.4 Foster の標準形．(a) 第一標準形．(b) 第二標準形．

3.2.3　座標変換の設定と枝構成回路の決定

ここでは，二形態座標変換媒質の例として，第一の周波数 $f_1 = 28\,\mathrm{GHz}$ で凸形状を模擬する座標変換を，第二の周波数 $f_2 = 32\,\mathrm{GHz}$ で凹形状を模擬する座標変換を実現する二形態座標変換媒質を考えることとする．二形態座標変換の式は，

$$x = x' \quad \text{at } f = f_1, f_2, \tag{3.6a}$$

$$y = \begin{cases} \dfrac{y' - A\left[1 - \left(\dfrac{x'}{p}\right)^2\right]^2}{h - A\left[1 - \left(\dfrac{x'}{p}\right)^2\right]^2} h & \text{at } f = f_1, \\[2ex] \dfrac{y' + A\left[1 - \left(\dfrac{x'}{p}\right)^2\right]^2}{h + A\left[1 - \left(\dfrac{x'}{p}\right)^2\right]^2} h & \text{at } f = f_2, \end{cases} \tag{3.6b}$$

とし，図 3.5 に示すように h は座標変換媒質の高さ，A は模擬する凸形状の高さ及び凹形状の深さ，p は座標変換媒質並びに模擬する凸形状及び凹形状の半幅を表している．周波数 f_1 においては図 3.5(a) に示すように，凸形状を有する空間が高さ h，幅 $2p$ の長方形の空間に座標変換され，周波数 f_2 においては図 3.5(b) に示すように，凹形状を有する空間が高さ h，幅 $2p$ の同じ長方形の空間に座標変換される．

2 つの角周波数の相乗平均を $\omega_0 = \sqrt{\omega_1\omega_2}$ とし，その角周波数における波長を λ_{ω_0} とした場合において $h = 3\lambda_{\omega_0}$，$A = \lambda_{\omega_0}$，$2p = 5\lambda_{\omega_0}$ としたときの，式 (1.50) に基づいて計算した 2 つの座標変換と等価な媒質定数を図 3.6 に示す．図の上段は $f = f_1$ における座標変換と等価な媒質定数であり，図の下段は $f = f_2$ における座標変換と等価な媒質定数である．また，左から順に，ε_{xx}，ε_{xy}，ε_{yy}，μ_{zz} を表している．図 3.6 によれば，$\varepsilon(\omega_1)$ と $\varepsilon(\omega_2)$ の大小関係は，枝及び位置によって異なっていることがわかる．これらの大小関係及び 3.2.2 節の議論に基づいて，各枝の構成回路を決定する．なお，決定に際しては，座標変換媒質の y 軸対称性より，左半分を A 形式，右半分を B 形式と設定し，前述の形式に関する座標変換媒質設計の自由度を用いた．

図 3.7(a) に各枝の構成回路の分布図を示す．Z_x は全領域が 3 素子回路であるタイプ 5 で実現され，Z_m 及び Y は全領域が 2 素子回路であるタイプ 3 及びタイプ 4 でそれぞれ実現される一方で，Z_y は位置に依存してタイプ 3 とタイプ 5 の 2 種類のタイプで実現される．構成回路の分布図について Z_x を例に説明する．左半分の領域では A 形式が採用されているため，3.2.2 節において導入された ε は $\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xy}$ を表す．その値が，$\varepsilon_{yy}(\omega_1) - \varepsilon_{xy}(\omega_1) > \varepsilon_{yy}(\omega_2) - \varepsilon_{xy}(\omega_2)$

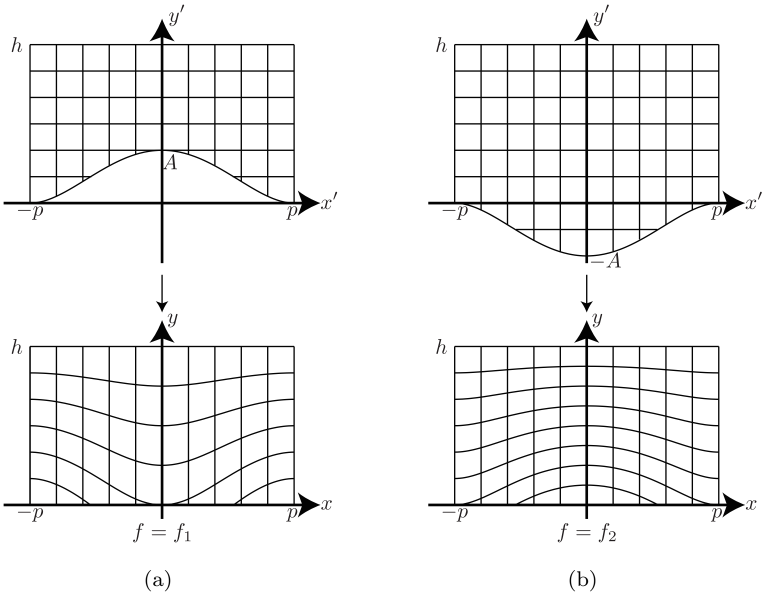


図 3.5 二形態座標変換媒質のための 2 つの座標変換．(a) $f = f_1$ における座標変換．(b) $f = f_2$ における座標変換．

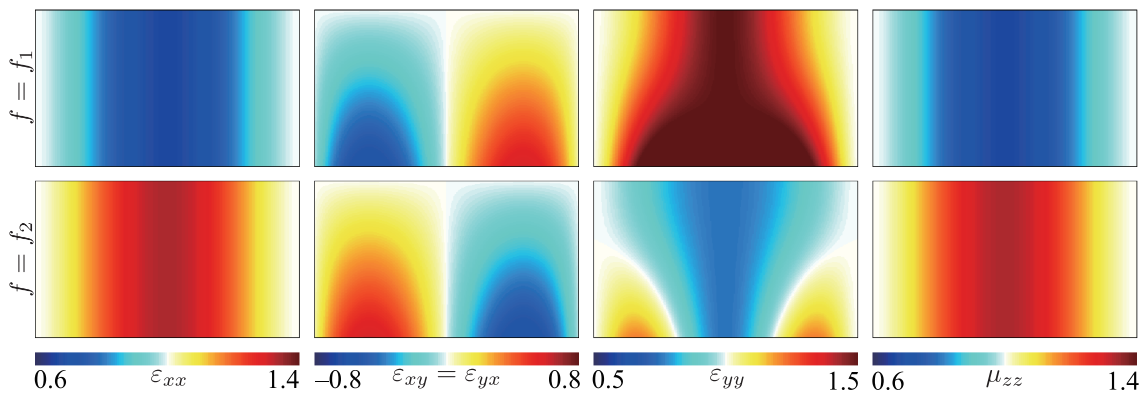


図 3.6 2 つの座標変換と等価な媒質定数．

を満たすため，タイプ 5 が採用される．同様に，右半分の領域では B 形式が採用されるため，3.2.2 節において導入された ε は $\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{xy}$ を表し，その値が，$\varepsilon_{yy}(\omega_1) + \varepsilon_{xy}(\omega_1) > \varepsilon_{yy}(\omega_2) + \varepsilon_{xy}(\omega_2)$ を満たすため，タイプ 5 が採用される．他の枝についても適当な ε を考慮することで，それぞれの構成回路のタイプが導かれる．図 3.7(a) の分布図から導かれる二形態座標変換媒質の具体的な構成を図 3.7(b) に示す．この例においては，二形態座標変換媒質は 4 種類の単位回路から構成されることがわかる．領域 I 及び II においては回路トポロジーとして A 形式が採用されており，Z_y の枝がタイプ 5 となるかタイプ 3 となるかによって領域 I と II が分かれている．一方，領域 III 及び領域 IV においては回路トポロジーとして B 形式が採用されており，Z_y の枝がタイプ 3 となるかタイプ 5 となるかによって領域 III と IV が分かれている．

3.2.4　回路素子値の決定

3.2.3 節で見たように，上記の例における二形態座標変換媒質の Z_x 及び Z_y は 3 素子回路であるタイプ 5 を含んでおり，$\varepsilon(\omega_1)$ と $\varepsilon(\omega_2)$ の 2 つの値を実現しなければならないのに対して，3 つの自由度を有することになる．これは，2 つの値を実現するのみならず，式 (3.5) を満たしながら (i) の大小関係 $\varepsilon(\omega_1) > \varepsilon(\omega_2) > 0$ を実現するために 3 つ目の自由度が用いられるからである．しかるに一方，上記 3 つ目の制約は不等式の形で与えられているため，3 つの回

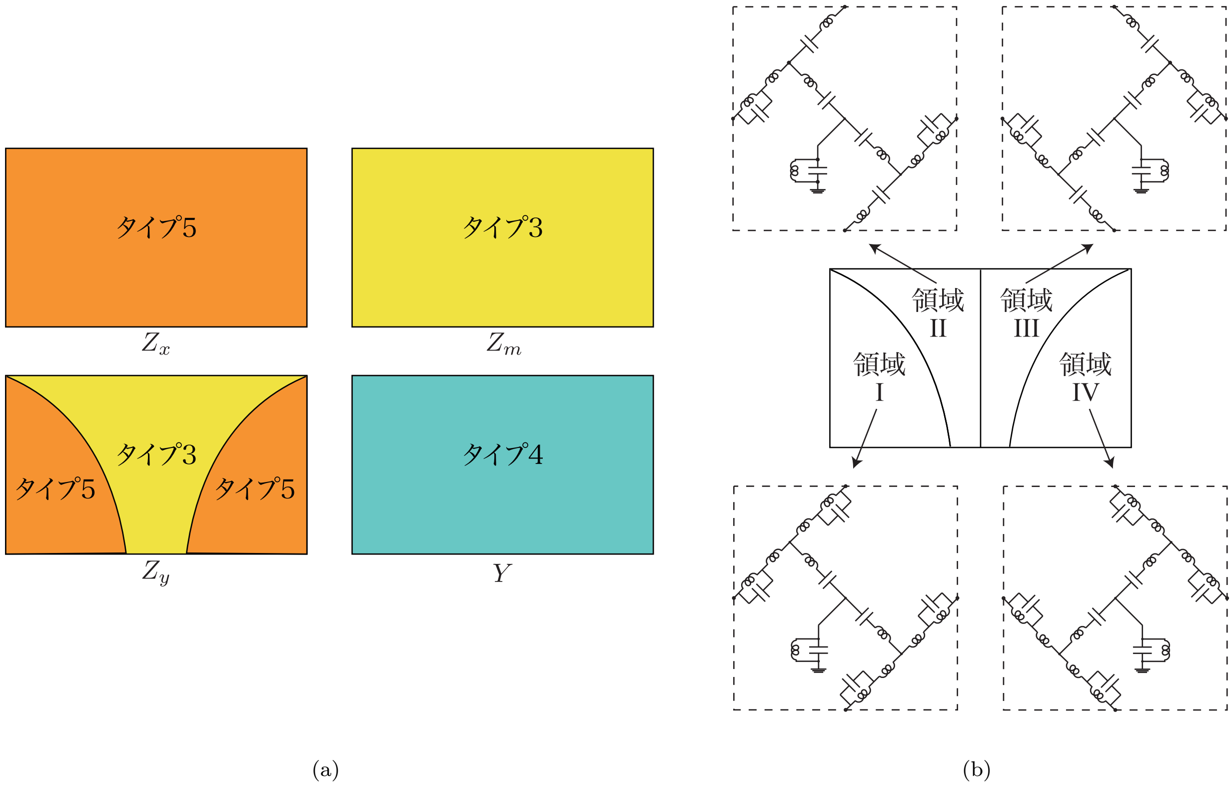


図 3.7 各枝構成回路の分布と二形態座標変換媒質の構成．(a) 各枝構成回路の分布．(b) 二形態座標変換媒質の構成．

路素子値が必ずしも一意に定まるとは限らない．そこで本節では，2 素子構成回路の回路素子値の決定方法並びに 3 素子構成回路の回路素子値の決定方法を提案する．

2 素子構成回路であるタイプ 3 を用いて異なる 2 つの誘電率の値，$\varepsilon(\omega_1)$ と $\varepsilon(\omega_2)$ を実現する際には，回路素子値は式 (3.4) より一意に決まる．タイプ 3 の回路のインピーダンスである $Z(\omega) = \mathrm{j}\omega L + 1/\mathrm{j}\omega C$ を式 (3.4) に代入すると，回路素子値 L と C は，

$$L = \frac{\omega_2^2\varepsilon(\omega_2) - \omega_1^2\varepsilon(\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}\Delta d, \tag{3.7a}$$

$$C = \frac{1}{[\varepsilon(\omega_2) - \varepsilon(\omega_1)]\Delta d}\left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2}\right). \tag{3.7b}$$

と定まる (ここで ε は Z_m あるいは Z_y に応じて $\pm\varepsilon_{xy}$ あるいは $\varepsilon_{xx} \mp \varepsilon_{xy}$ であること及び各復号は形式 A，B に対応していることを思い出されたい)．

一方，3 素子構成回路であるタイプ 5 を用いて異なる 2 つの誘電率の値，$\varepsilon(\omega_1)$ と $\varepsilon(\omega_2)$ を実現する際には，(不等式 (3.5) を満たすという制約がありながらも)1 つの自由度が余ることになる．そこで，この 3 つ目の自由度を LC タンクの共振角周波数が ω_1 と ω_2 の間の値を取るように $1/\sqrt{L_1C_1} = \sqrt{\omega_1\omega_2}\ (= \omega_0)$ と設定することとする．表 3.1 のタイプ 5 の分散の概形を参照すると，これを用いて (i) の大小関係 $\varepsilon(\omega_1) > \varepsilon(\omega_2) > 0$ を実現するには，ω_1 及び ω_2 が当該分散曲線における極の角周波数の前後にそれぞれ位置していなければならないことがわかる．そして，その極の角周波数は LC タンクの共振角周波数に他ならないので，LC タンクの共振角周波数が ω_1 と ω_2 の間の値を取るように設定したということである．さらに，その共振角周波数を ω_1 と ω_2 の相乗平均の値とすることには 2 つの利点があると考えられる．1 つ目は，座標変換媒質の動作帯域が広くなり得るという点である．表 3.1 のタイプ 5 の分散の概形を参照すると，あるいは，$\varepsilon(\omega) \propto Z(\omega)/\mathrm{j}\omega = L - 1/\omega^2C$ という式に基づけば，角周波数が極の角周波数 $1/\sqrt{LC}$ から離れれば離れるほど，誘電率の周波数依存性は小さくなるため，設計周波数前後の周波数に対しても座標変換媒質としての動作が期待できる．この際，極の周波数は 2 つの設計周波数の間になければならないた

め，そのちょうど中間に位置することによって，いずれの設計周波数においても幾分の帯域を確保できることとなり得る．2 つ目の利点としては，実現の際の損失がある系において，前述のように極の周波数から設計周波数が離れることは，その損失の影響を軽減し得るという点である．なお，この議論に基づけば，共振周波数を 2 つの設計周波数の相加平均とすることも考えられるが，一般にアナログ回路においては，周波数軸を対数としたときに周波数特性が相乗平均に対して対称的になるという性質があるため，いずれの周波数においてバランス良く上記利点を有するためには，相乗平均とする方が良い．上記 LC タンクの共振角周波数とタイプ 5 の回路のインピーダンスである $Z(\omega) = \mathrm{j}\omega L_2 + 1/(1/\mathrm{j}\omega L_1 + \mathrm{j}\omega C_1)$ を式 (3.4) に代入すると，回路素子値 L_1，L_2 及び C_1 は，

$$L_1 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_2 + \omega_1}[\varepsilon(\omega_1) - \varepsilon(\omega_2)]\mathit{\Delta} d, \tag{3.8a}$$

$$L_2 = \frac{\omega_2\varepsilon(\omega_2) + \omega_1\varepsilon(\omega_1)}{\omega_2 + \omega_1}\mathit{\Delta} d, \tag{3.8b}$$

$$C_1 = \frac{1}{[\varepsilon(\omega_1) - \varepsilon(\omega_2)]\mathit{\Delta} d}\frac{\omega_2 + \omega_1}{\omega_1\omega_2(\omega_2 - \omega_1)}. \tag{3.8c}$$

と定まる．

2 素子回路であるタイプ 4 で実現するアドミッタンス Y に関しては，インピーダンスとアドミッタンスの双対性及びタイプ 3 とタイプ 4 の回路の双対性から，単に式 (3.7) の双対を取ることで，回路素子値 L と C は，

$$C = \frac{\omega_2^2\mu_{zz}(\omega_2) - \omega_1^2\mu_{zz}(\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}\mathit{\Delta} d, \tag{3.9a}$$

$$L = \frac{1}{[\mu_{zz}(\omega_2) - \mu_{zz}(\omega_1)]\mathit{\Delta} d}\left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2}\right). \tag{3.9b}$$

と定まる．

以上の式 (3.7) から (3.9) によって，図 3.7(b) の全領域 I から IV の回路素子値が全て決定されることになる．ちなみに，他の座標変換を実現する二形態座標変換媒質の設計においては，表 3.1 の他のタイプの構成回路が必要になることが考えられるが，それらの回路素子値も同様の方法によって決定することが可能である．

3.2.5　電磁波伝搬シミュレーションによる実証

二形態座標変換媒質の構成方法の妥当性を確認するため，SPICE シミュレータを用いた等価回路による電磁波伝搬シミュレーションを行った．シミュレーションにおいては，単位セルの大きさを $\mathit{\Delta} d = \lambda_{\omega_0}/20$ とし，この値及び式 (3.7) から (3.9) に基づいて回路素子値を算出した．

図 3.8 にシミュレーションの概略図を示す．シミュレーション全領域は 150×130 セル $= 7.5\lambda_{\omega_0} \times 6.5\lambda_{\omega_0}$ である．領域 I から IV には，図 3.7(b) に示す単位回路がそれぞれ配置されており，各単位回路中の回路素子値の値は上記算出結果の値である．それ以外の領域には，$Z_x = Z_y = \mathrm{j}\omega L = \mathrm{j}\omega\varepsilon_0\mathit{\Delta} d$，$Z_m = 0$，$Y = \mathrm{j}\omega C = \mathrm{j}\omega\mu_0\mathit{\Delta} d$ の真空の等価回路 (2.2.2 節参照) を配置した．最下列は完全導体の床を模擬するため開放端とし，最左右列及び最上列には真空の等価回路のインピーダンスと等しい内部抵抗 $2.7 \times 10^{-3}\ \Omega$ を持つ 410 個の電源を配置した．各電源の電圧及び位相は，ビームウェスト $2\lambda_{\omega_0}$ のガウシアンビームが y 軸正方向から時計回りになす角 0° 及び 45° となるように設定した．比較のため，図 3.5(a) と (b) に示す座標変換前の空間に対するシミュレーションも行った．それらの比較シミュレーションにおいては，全てのセルが真空の等価回路であり，境界条件は二形態座標変換媒質に対するシミュレーションと同じである．また，凹形状を有する空間のシミュレーションにおいては，凹形状の深さに合わせて計算領域を 20 セル分拡大した．

図 3.9 に二形態座標変換媒質及び凹凸形状の散乱特性のシミュレーション結果を示す．図 3.9(a) が 0° 入射の場合の結果を表しており，(b) が 45° 入射の場合の結果を表している．各副図において，左列が二形態座標変換媒質に対するシミュレーション結果であり，右列が凹凸形状に対するものである．上段は第一の周波数 $f_1 = 28\,\mathrm{GHz}$ の結果であり，下段は第二の周波数 $f_2 = 32\,\mathrm{GHz}$ の結果である．二形態座標変換媒質は図中の青破線で囲まれた領域に配置してある．図 3.9(a) が 0° 入射の場合の結果を表しており，(b) が 45° 入射の場合の結果を表している．図 3.9(a) の 0°

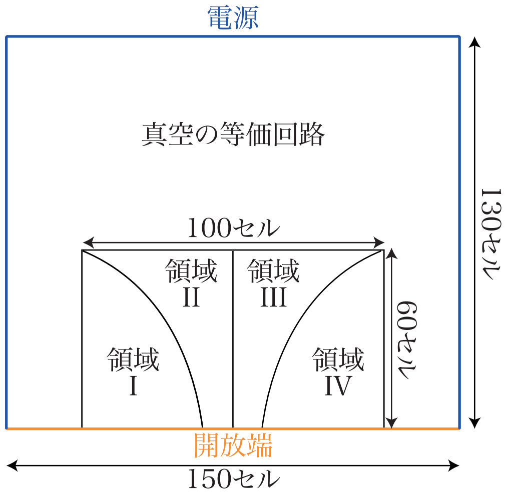


図 3.8 シミュレーションの概略図.

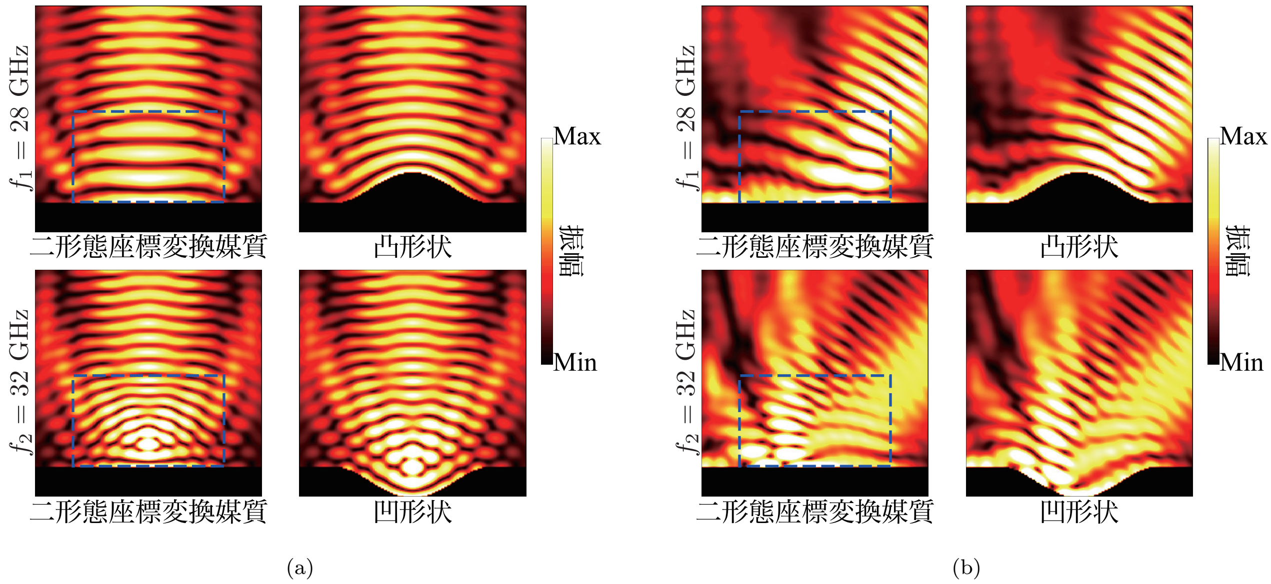


図 3.9 二形態座標変換媒質及び凹凸形状の散乱特性のシミュレーション結果. (a) 0° 入射. (b) 45° 入射.

入射の場合の結果を見ると，二形態座標変換媒質は，第一の周波数においては凸形状の散乱を，第二の周波数においては凹形状の散乱をそれぞれ模擬することに成功している．変換電磁気学の理論は電磁波の入射方向に依存しないものである当然の帰結として，図 3.9(b) の 45° 入射の場合の結果においても同様に，二形態座標変換媒質は凹凸形状をそれぞれの周波数において模擬している．以上の結果により，二形態座標変換媒質の動作が定性的に確認された．

二形態座標変換媒質の動作を定量的に評価するため，複素振幅分布のシミュレーション結果からそれぞれの周波数における BRCS を計算した．計算した BRCS を図 3.10 に示す．図 3.10(a) が 0° 入射の場合の BRCS を表しており，(b) が 45° 入射の場合の BRCS を表している．各副図において，上段は第一の周波数の結果であり，下段は第二の周波数の結果である．また，赤色の実線は二形態座標変換媒質の BRCS であり，青色の破線及び緑色の破線はそれぞれ対応する凸形状及び凹形状の BRCS である．図 3.10(a) の 0° 入射の場合の結果を見ると，二形態座標変換媒質の BRCS はそれぞれの周波数において凸形状及び凹形状の BRCS によく一致している．第一の周波数においては二形態座標変換媒質の BRCS は凸形状の BRCS と同様に ±9°，±23°，±51° の方向に 6 つの大きなピークを有している．一方で第二の周波数においては二形態座標変換媒質の BRCS は凹形状の BRCS と同様に ±10°，±35° の方向に

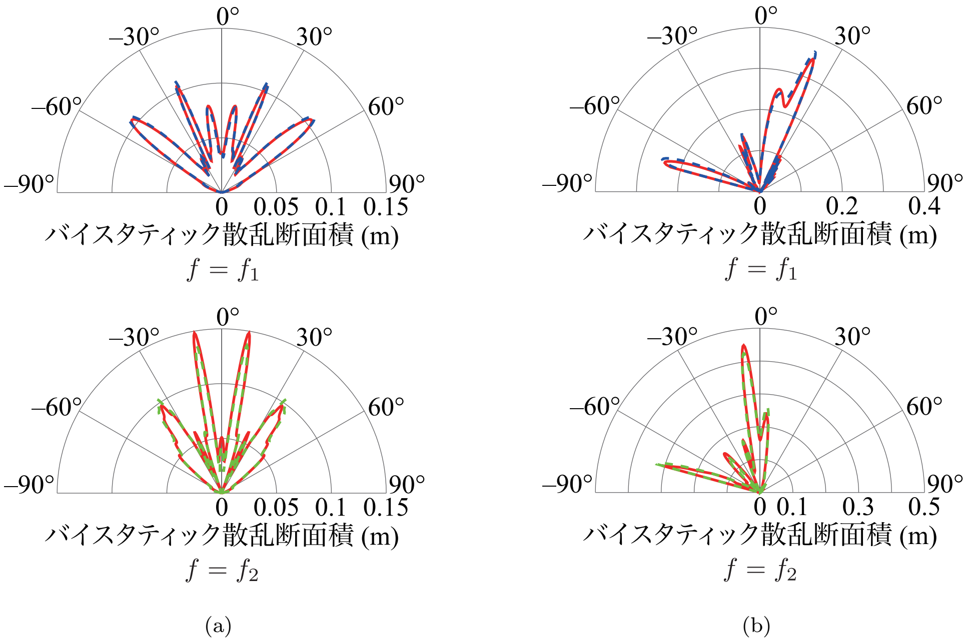


図 3.10 計算したバイスタティック散乱断面積．(a) 0° 入射．(b) 45° 入射．

4 つの大きなピークを有している．二形態座標変換媒質の BRCS と対応する凹凸形状の BRCS のピークの最大値の差は 7.9% 以下にとどまっており，その差は離散化による数値誤差の十分範囲内である．図 3.10(b) の 45° 入射の場合においても同様に，二形態座標変換媒質の BRCS はそれぞれの周波数において対応する凹凸形状の BRCS によく一致しており，BRCS のピークの最大値の差は 5.4% 以下にとどまっている．以上の結果から，二形態座標変換媒質の動作が定量的に確認され，二形態座標変換の等価回路モデルによる構成方法の妥当性が示された．

3.2.6　全枝の分散性構成回路が 2 素子以下で実現可能な特別な例

前節までにおいて，任意の 2 つの座標変換を実現するための分散性構成回路の最小素子数は 3 素子であることを示したのではあるが，特別な場合においては，2 素子以下でも実現可能であることを確認的に述べておきたい．どのような場合がその条件に該当するかといえば，2 つの座標変換と等価な媒質定数の大小関係を比較した際に，その大小関係が全て (ii)，(iv) 又は (vi) に分類される場合である．

例として，以下の式で表される 2 つの座標変換を考える：

$$x = x' \quad \text{at } f = f_1, f_2, \tag{3.10a}$$

$$y = \begin{cases} -x' - y' & \text{at } f = f_1, \\ x' + y' & \text{at } f = f_2. \end{cases} \tag{3.10b}$$

これらの式で表される座標変換を図 3.11 に示す．図において，真ん中の領域が座標変換された領域を示している．例えば，図の座標変換されていない領域の x 軸に沿って電磁波が伝搬する場合を考えると，第一の周波数 f_1 においては座標変換後の右斜め下方向を向いている x 軸に沿って伝搬し，第二の周波数 f_2 においては座標変換後の右斜め上方向を向いている x 軸に沿って伝搬することとなる．式 (1.50) に基づけば，これらの座標変換と等価な媒質定数は，

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} \end{pmatrix} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \ \mu_{zz} = -\mu_0 \quad \text{at } f_1 \tag{3.11a}$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} \end{pmatrix} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \ \mu_{zz} = \mu_0 \quad \text{at } f_2 \tag{3.11b}$$

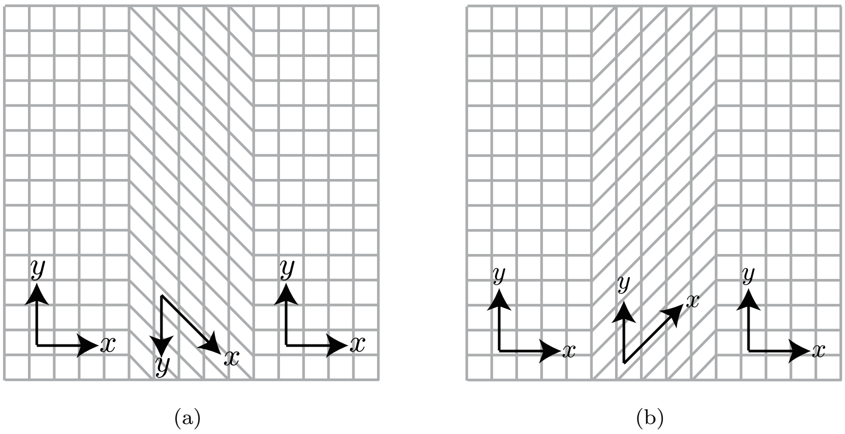


図 3.11 分散性構成回路が 2 素子以下で実現可能な 2 つの座標変換．(a) $f = f_1$ における座標変換．(b) $f = f_2$ における座標変換．

と計算される．なお，式 (3.11a) によれば，その固有値は負の値となっており，系の掌性を変更するような座標変換になっていることがわかる．そのため，第一の周波数 f_1 において座標変換媒質中を伝搬する波は，その位相速度ベクトルと郡速度ベクトルの内積が負の値となる準後退波伝搬の特徴を有することとなる．また，系の掌性を変更するような座標変換になっているため，座標変換媒質界面でのインピーダンス整合が問題となるが，式 (3.11a) と (3.11b) に基づいて計算すると，誘電率テンソルの固有値は，絶対値が等しく異符号となっており，透磁率も異符号となっていることと併せて考えると，第一の周波数 f_1 においても第二の周波数 f_2 における座標変換と同様，インピーダンス整合が取れることがわかる．

この二形態座標変換媒質について，全枝の分散性構成回路が 2 素子以下で実現可能であることを示そう．誘電率テンソルの非対角項の符号がいずれの座標変換においても正であるので，A 形式によって実現することを考える．これは，式 (3.2b) によれば A 形式を採用することで，Z_m が素直に実現できることによる．さて，A 形式においては，Z_x を実現する際に比較すべき ε の値は $\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xy}$ であったので，その大小関係は

$$-2\varepsilon_0 - \varepsilon_0 = \varepsilon(\omega_1) < \varepsilon(\omega_2) = 2\varepsilon_0 - \varepsilon_0, \tag{3.12}$$

となり，これは (vi) の場合に相当する．続いて，Z_m については $\varepsilon = \varepsilon_{xy}$ であるから，

$$\varepsilon_0 = \varepsilon(\omega_1) = \varepsilon(\omega_2) = \varepsilon_0, \tag{3.13}$$

であり，(iv) の場合に相当する．同様に，Z_y については $\varepsilon = \varepsilon_{xx} - \varepsilon_{xy}$ であるから，

$$-\varepsilon_0 - \varepsilon_0 = \varepsilon(\omega_1) < \varepsilon(\omega_2) = \varepsilon_0 - \varepsilon_0, \tag{3.14}$$

であり，(vi) の場合に相当する．μ_{zz} についての大小関係も (vi) に該当することが明らかである．以上より，この 2 つの座標変換においては，全ての大小関係が (iv) 又は (vi) に属するため，分散性構成回路は 2 素子以下で実現可能である．式 (3.10) の二形態座標変換媒質を実現するための単位回路を図 3.12 に示す．これらの大小関係から，Z_x 及び Z_y はタイプ 3 により，Z_m はタイプ 1 により，Y はタイプ 4 によりそれぞれ実現可能であり，実際に 2 素子以下の分散性構成回路から成っていることがわかる．

式 (3.10) の二形態座標変換媒質についての電磁波伝搬シミュレーションを 3.2.5 節と同様に行った．なお，本シミュレーションにおいては，全ての辺の境界条件が吸収境界条件となるよう，真空の等価回路のインピーダンスを有する 2.7×10^{-3} Ω の抵抗で終端した．また，最左列に電源を配置することで，左方向から右方向に向けてガウシアンビームを入射した．図 3.13 に示す．図の左列が第一の周波数 f_1 の結果であり，右列が第二の周波数 f_2 の結果である．また，上段が振幅分布を表しており，下段が位相分布を表している．図 3.13 の結果によれば，第一の周波数においては電磁波のビームが座標変換に従って下方にシフトされており，第二の周波数においては電磁波のビームが座標

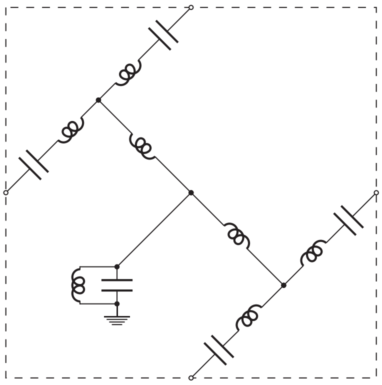


図 3.12 式 (3.10) の二形態座標変換媒質を実現するための単位回路.

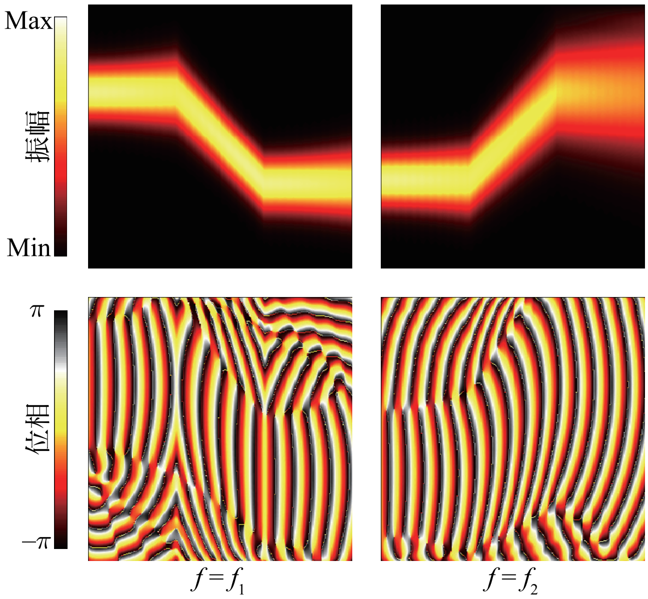


図 3.13 式 (3.10) の二形態座標変換媒質のシミュレーション結果.

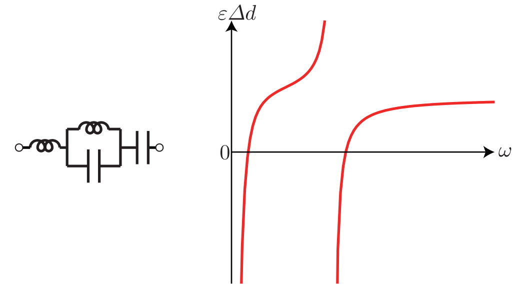
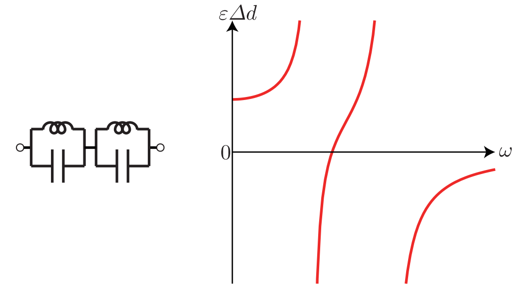
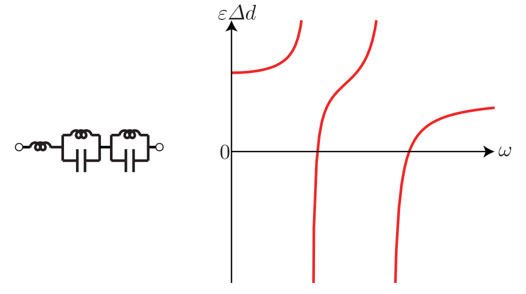
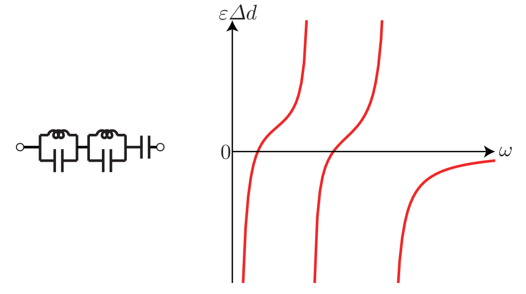
変換に従って上方にシフトされていることがわかる．また，第一の周波数における位相分布を見ると，その位相速度ベクトルの方向は左方向に向いており，右斜め下方向を向く郡速度ベクトルとの内積が負で準後退波伝搬の特徴を有していることが確認できる．以上により，全枝の分散性構成回路が 2 素子以下で実現可能な場合においても正しく二形態座標変換媒質として動作することが確認された.

最後に注意しなければならないのは，式 (3.10) の設計において，各周波数における座標変換を入れ替えた場合，その座標変換と等価な媒質定数の大小関係も入れ替わるため，2 素子以下では実現できなくなるという点である．さらに，式 (3.10) の座標変換においては，通常の座標変換ではあまり用いられることのない座標系の掌性を入れ替える座標変換が採用されている．これらの点を勘案すると，全枝の分散性構成回路が 2 素子以下で実現可能な二形態座標変換媒質はかなり特殊であり，ほとんどの場合は前節までの議論のように，3 素子までの分散性構成回路が必要になると考えるのが妥当である.

3.3 多形態座標変換

本節では，3.2 節の二形態座標変換媒質の構成方法をさらに拡張し，多形態座標変換媒質の構成方法について議論する．まず，3.3.1 節で，二形態の次の拡張である三形態座標変換について議論する．その後，3.2 節の二形態座標変

表 3.3 4 素子及び 5 素子からなる 4 種類の分散性構成回路及び分散性構成回路によって得られる誘電率の分散の概形.

タイプ 9	タイプ 10
	
タイプ 11	タイプ 12
	

換及び 3.3.1 節の三形態座標変換の議論に基づいて，N 形態座標変換について議論する.

3.3.1　三形態座標変換

異なる 3 つの周波数，f_1 $(=\omega_1/2\pi)$，f_2 $(=\omega_2/2\pi > f_1)$ 及び f_3 $(=\omega_3/2\pi > f_2)$ における異なる座標変換を考え，これらの周波数における ε (ε の定義については 3.2.3 節を参照されたい)，$\varepsilon(\omega_1)$，$\varepsilon(\omega_2)$ 及び $\varepsilon(\omega_3)$ の大小関係を考える．3.2.3 節と同様に，これら 3 つの値と 0 との大小関係を考える場合において，その大小関係は，全ての値が異なるときは $4! = 24$ 通りあり，$\varepsilon(\omega_i)$ $(i = 1, 2, 3)$ のうち 2 つが等しいときは ${}_3\mathrm{C}_2 \times 3! = 18$ 通りあり，3 つとも等しいときはそれらが正の値を取るか負の値を取るかで 2 通りあるので，全部で 44 通りの大小関係が考えられる．それら全ての大小関係について 3.2.3 節と同様に分散の概形図と照らして実現可能性を判定すると，三形態座標変換の実現に際しては，任意の大小関係を実現するには，最大で 5 素子の分散性構成回路が必要となる．新たに比較の対象とした 4 素子及び 5 素子の分散性構成回路及びその分散性構成回路によって得られる誘電率の分散の概形を表 3.3 に示す．2 種類の 4 素子回路をタイプ 9 及び 10 と呼び，2 種類の 5 素子回路をタイプ 11 及び 12 と呼ぶこととした．なお，4 素子回路のうち Foster の第一標準形に属するのはタイプ 9 と 10 のみであり，5 素子回路のうち Foster の第一標準形に属するのはタイプ 11 と 12 のみである．

3.2.3 節の議論によれば，二形態座標変換は 3 素子回路までで実現可能であるから，三形態座標変換は 4 素子回路までで実現可能であると予想されるが，実際には 5 素子回路まで必要である．前述の 44 の大小関係のうち 37 の大小関係は 4 素子回路までで実現可能であるが，以下の 7 つの場合においては 5 素子回路が必要となる：

(i-1) $\varepsilon(\omega_1) > \varepsilon(\omega_2) > \varepsilon(\omega_3) > 0$,

(i-2) $\varepsilon(\omega_1) = \varepsilon(\omega_2) > \varepsilon(\omega_3) > 0$,

(i-3) $\varepsilon(\omega_1) > \varepsilon(\omega_2) = \varepsilon(\omega_3) > 0$,

(iii-1) $0 \geq \varepsilon(\omega_1) > \varepsilon(\omega_2) > \varepsilon(\omega_3)$,

(iii-2) $0 \geq \varepsilon(\omega_1) = \varepsilon(\omega_2) > \varepsilon(\omega_3)$,

(iii-3) $0 \geq \varepsilon(\omega_1) > \varepsilon(\omega_2) = \varepsilon(\omega_3)$,
(v-1) $0 \geq \varepsilon(\omega_1) = \varepsilon(\omega_2) = \varepsilon(\omega_3)$.

(i-1) から (i-3) の場合はタイプ 11 によってのみ実現可能であり，(iii-1) から (iii-3) 及び (v-1) の場合はタイプ 12 によってのみ実現可能である．なお，(i-1) から (i-3) は二形態座標変換における大小関係の (i) の場合に相当するものであり，(iii-1) から (iii-3) 及び (v-1) もそれぞれ二形態座標変換における大小関係の (iii) 及び (v) の場合に相当するものである．さらに，二形態座標変換における大小関係 (i)，(iii)，(v) は，2 つの誘電率を実現するのに 3 素子回路が必要であった場合に該当している．

3.3.2 N 形態座標変換

本節では，これまでの二形態座標変換及び三形態座標変換の実現に関する議論に基づいて，N 形態座標変換の実現方法について考える．以下では，分散の概形図において，$\varepsilon > 0$ の領域中の線をインダクティブバンド，$\varepsilon \leq 0$ の領域中の線をキャパシティブバンドと呼ぶことにする．例えば，表 3.3 中のタイプ 11 の分散の図においては，インダクティブバンドが 3 本，キャパシティブバンドが 2 本というように表現することとする．

まず，二形態座標変換の実現について 3 素子必要な場合を思い出すと，

(i) $\varepsilon(\omega_1) > \varepsilon(\omega_2) > 0$,
(iii) $0 \geq \varepsilon(\omega_1) > \varepsilon(\omega_2)$,
(v) $\varepsilon(\omega_1) = \varepsilon(\omega_2) < 0$,

の 3 つの場合であった．リアクタンス関数の性質式 (3.5) を満たしながら (i)，(iii)，(v) を実現するには，少なくとも 1(=2 − 1) 個の極が必要であるため，その分散性構成回路として 1 つの LC タンクが必ず必要である．(i) の場合においては，2 本のインダクティブバンドが必要であるため，極の後で誘電率が正の領域に入る必要があり，さらに 1 つのコイルを要する．また，(iii) 及び (v) の場合においては，2 本のキャパシティブバンドが必要であるため，極の前において誘電率が負の領域にある必要があり，さらに 1 つのコンデンサを要する．従って，二形態座標変換の実現に際する分散性構成回路の最小素子数は，1(=2 − 1) 個の LC タンクを構成する $2 \times (2-1)$ 素子とコイル又はコンデンサの 1 素子で，合計 3 素子となっていたわけである．

三形態座標変換の実現についても同様に，2(=3 − 1) 個の極を有するために 2 つの LC タンクが必要であり，3 本のインダクティブバンド又は 3 本のキャパシティブバンドを有するためにコイル又はコンデンサが必要となる．従って，三形態座標変換の実現に際する分散性構成回路の最小素子数は，2(=3 − 1) 個の LC タンクを構成する $2 \times (3-1)$ 素子とコイル又はコンデンサの 1 素子で，合計 5 素子となっていたわけである．

同じように考えれば，N 形態座標変換を実現する際，各周波数における座標変換と等価な媒質定数の大小関係を実現するためには，N 本のインダクティブバンド又は N 本のキャパシティブバンドが必要となる場合がある．N 本のインダクティブバンドを実現するには $(N-1)$ 個の極を有するための $(N-1)$ 個の LC タンク及び 1 つのコイルが必要であり，N 本のキャパシティブバンドを実現するには $(N-1)$ 個の極を有するための $(N-1)$ 個の LC タンク及び 1 つのコンデンサが必要である．従って，N 形態座標変換の実現するには，分散性構成回路として，$(N-1)$ 個の LC タンクを構成する $2 \times (N-1)$ 素子とコイル又はコンデンサの 1 素子で，最小 $[2(N-1)+1]$ 素子が必要である．なお，3.2 節の最後で述べたように，これは必ずしも $[2(N-1)+1]$ 素子必要であることを意味する訳ではないが，ほとんどの N 形態座標変換媒質において $[2(N-1)+1]$ 素子必要である可能性が高いと言うべきである．

3.4 本章のまとめ

本章では，複数の周波数において複数の座標変換を実現する多形態座標変換を提案し，特に二形態座標変換について，電磁波伝搬シミュレーションにより座標変換媒質の構成方法について実証した．

3.2 節では，二の周波数において異なる座標変換を実現する二形態座標変換を提案し，等価回路モデルによるフル

テンソルの異方性分散性制御に基づく二形態座標変換媒質の構成方法を提案した．まず，誘電率テンソルと面直方向の透磁率を完全に操作するための回路トポロジーについて議論した．二の周波数における異なる座標変換と等価な媒質定数の大小関係を 6 つの場合に分類し，それら全ての大小関係を実現するために必要な 5 つの分散性構成回路を提示した．二形態座標変換の例として，第一の周波数 $f_1 = 28\,\mathrm{GHz}$ で凸形状の空間を，第二の周波数 $f_2 = 32\,\mathrm{GHz}$ で凹形状の空間を模擬する座標変換について，上記分散性構成回路により二形態座標変換媒質を設計し，その座標変換と等価な動作を電磁波伝搬シミュレーションによって実証した．シミュレーションによって得られた $0°$ 及び $45°$ 入射の場合における電場分布及び BRCS から座標変換媒質の動作を定性的及び定量的に確認した．これらの結果により，二形態座標変換媒質の概念及び媒質の構成方法の妥当性を示した．また，全枝の分散性構成回路が 2 素子以下で実現可能な特別な例について示し，全枝の分散性構成回路が 2 素子以下で実現可能な場合について説明した．

3.3 節ではまず，二形態座標変換の拡張である三形態座標変換について議論をし，実現すべき形態が一増えることにより，分散性構成回路を構成する最小の素子数の変化の仕方を示した．続いて，二形態座標変換及び三形態座標変換の議論に基づき，それらの更なる拡張である一般の N 形態座標変換について議論をし，N 形態座標変換媒質を構成するには，その分散性構成回路の最小素子数は $[2(N-1)+1]$ 素子となることを示した．

以上の結果により，多形態座標変換媒質の構成の概念が実証された．本章で提案した多形態座標変換媒質の構成方法により，従来単一周波数あるいは単一形態にとどまっていた座標変換媒質の新たな領域を開拓したと言える．1.2.1 節で述べたように，変換電磁気学による座標変換媒質の用途は様々であり，アンテナの指向性向上など，産業面においても応用可能性を秘めている．本章で提案した多形態座標変換によれば，それらの応用可能性を秘めている機能を周波数ごとに変更することが可能であり，本章で提案した多形態座用変換により，座標変換媒質の産業上の更なる利用の拡大が期待される．

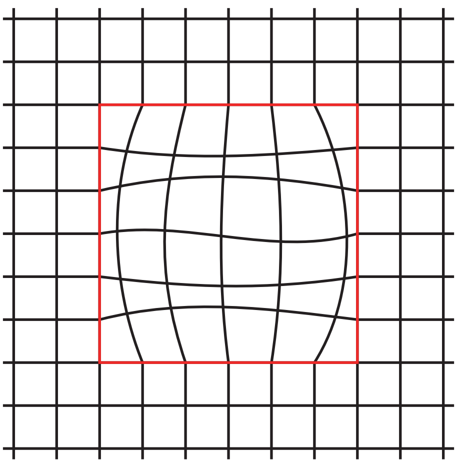
第 4 章

座標変換媒質の媒質境界の連続性 — 空間不連続座標変換 —

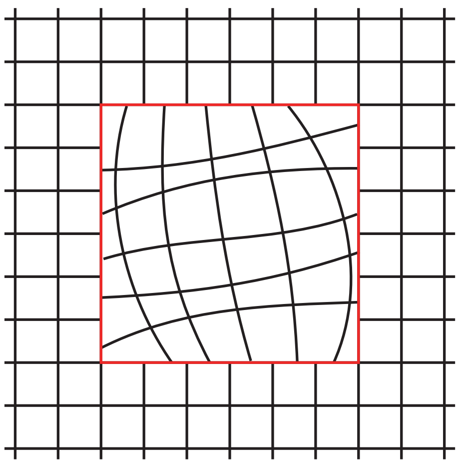
本章では，座標変換媒質の媒質境界の連続性について説明する．まず，4.1 節では，本章で示す研究の背景として，座標変換の空間不連続性について説明する．4.2 節では，空間不連続境界を通過する電磁波の振る舞いに対して幾何学的な解釈が付与できることを示す．その後，4.3 節では媒質の内部に空間不連続性を有する座標変換による平板レンズについて，4.4 節では外部との境界に空間不連続性を有する座標変換によるデュアルイメージング媒質について，空間不連続性を有する座標変換が座標変換媒質の新たな機能としてどのように利用可能であるか，例を用いながら説明する．

4.1　座標変換の空間不連続性

変換電磁気学においては，通常，座標変換を施す領域の内外においてその境界が空間的に連続になるような座標変換が施されていた．図 4.1(a) の例では，赤色の実線の表す境界の内部に座標変換が施されているが，その境界上において座標軸が連続的に繋がっていることからわかるように，内部の座標変換後の座標と外部の座標が一致しており，空間的に連続となっている (空間連続境界)．このように空間的な連続性を担保することにより，座標変換領域内部における電磁波の伝搬を，外部空間からの伝搬と連続的に取り扱うことが可能となる．一方，2009 年に L. Bergamin によって，座標変換を施す領域の内外においてその境界が空間的に不連続になった場合における境界条件に関する理論が与えられた [75]．図 4.1(b) の例では，赤色の実線の表す境界の内部に座標変換が施されているが，その境界上に



(a)



(b)

図 4.1 空間連続/空間不連続座標変換．(a) 空間連続座標変換．(b) 空間不連続座標変換．

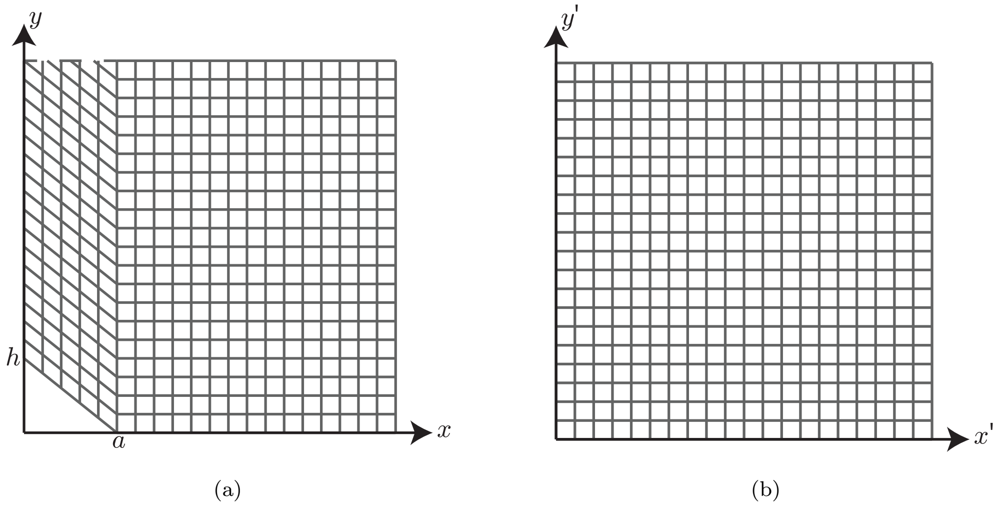


図 4.2 (図 2.7 の再掲) 等積座標変換．(a) 変換後の座標系．(b) 変換前の Descartes 座標系．

おいて座標軸が連続的に繋がっていないことからわかるように，内部の座標変換後の座標と外部の座標が一致しておらず，空間的に不連続となっている (空間不連続境界)．この場合においては，座標変換領域内部における電磁波の伝搬を，外部空間からの伝搬と連続的に取り扱うことが不可能となり，空間不連続境界における不連続な位相回転の影響を考慮しなければならない．

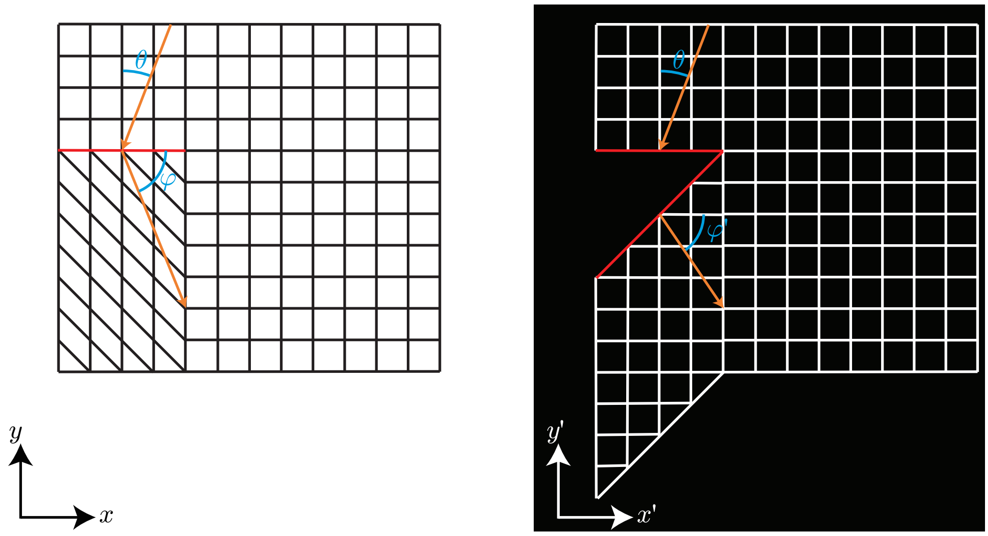
空間連続境界を有する座標変換においては，空間連続境界を通過する電磁波は，座標変換に従った伝搬経路を有するのみである．一方，空間不連続境界を有する座標変換においては，それぞれの領域における電磁波の伝搬はそれぞれの座標系に従った伝搬経路をとるのであるが，電磁波が空間不連続境界を通過する際に，空間不連続境界に起因する屈折現象が生じることとなる．このような屈折現象は，数学的あるいは数値的に解析可能であるが，その現象についてのより直感的な解釈は付与されておらず，座標変換媒質による電磁波伝搬制御方法として空間不連続境界を利用するには至っていない．先行研究において空間不連続境界を利用するものは，その反射現象を利用した Goos-Hänchen 効果 [93] のみである [94]．

そこで，本章では，空間不連続境界における屈折現象の直感的な解釈である幾何学的解釈を付与するとともに，その屈折現象を利用したデバイスを考案する．より具体的には，媒質の内部に空間不連続性を有する座標変換による平板レンズ及び外部との境界に空間不連続性を有する座標変換によるデュアルイメージング媒質を提案する．本章で示す議論は，座標変換自体による電磁波の伝搬制御のみならず，その境界における位相の制御も可能ならしめ，座標変換媒質の新たな領域を開拓すると言える．

4.2　空間不連続境界の幾何学的解釈

4.2.1　等積座標変換における空間不連続境界

ここでは，式 (2.20) の等積座標変換を考える (図 4.2)．前述のように，通常は，座標変換を施す内外の領域の境界でその座標系が連続となるように座標変換が選択されるため，2.3 節における等積座標変換においても，図 4.2 に示すように $x = a$ の境界で座標系が連続となっている．また，y 方向上部においてもその連続性を担保するため (あるいは不連続性を生じさせないため)，2.3 節では，y 方向に無限の座標変換を施したのであった．しかしながら，実際の有限系での実現においては，無限の長さを有するべき座標変換媒質は図 4.3(a) に示すようにある有限の位置で切断されなければならない．この場合，図 4.3(a) の赤線部分において空間不連続性が生じることになる．図 4.3(a) は，座標変換後の現実空間を表す座標系の図であるが，これを座標変換が施される前の元の空間と等しい仮想空間図 4.3(b) で考えると，その空間不連続性がより明らかである．すなわち，座標変換領域外側の赤線の境界と座標変換領域内側



(a) (b)

図 4.3 有限の位置で切断された等積座標変換．(a) 現実空間．(b) 仮想空間．

の赤線の境界との間に，切断されたことにより生じる三角形の不連続領域が生じることになる．以下では，このように空間不連続性を有する境界を空間不連続境界と呼ぶことにする．現実空間において観測される空間不連続境界を通過する電磁波の屈折現象は，空間的に連続となっている通常の変換電磁気学の理論から導かれる屈折現象とは異なるものとなる．

4.2.2　空間不連続境界における屈折現象の光線追跡法による解析

空間不連続境界における屈折現象を光線追跡法 [95] に基づいて解析した．通常，変換電磁気学においては，座標変換前の空間における Maxwell 方程式の電磁波の解に座標変換を施すことによって，座標変換後の空間における電磁波の伝搬を計算する．一方，光線追跡法は，本論文で対象とする 2 次元 TM 波のような，伝搬が一成分で表されるスカラー波に対して有効な手法であり [95]，下記のような単純な 2 次方程式の解として計算可能な点が有利である．なお，光線追跡法に依らない通常の手法による空間不連続境界の解析方法は，L. Bergamin によって示された通りであるが [75]，当該理論はスカラー波という制限を設けていない点で光線追跡法と比べて煩雑であるので，本論文においては光線追跡法に基づいて解析することとした．

ここでは，具体的に等積座標変換の式 (2.20) において $p = -1$ である場合を考える．この場合，座標変換後の座標系における x 軸は元の座標系の x' 軸に対して 45° の角度で傾けられることになる．座標変換が施されていない領域及び座標変換が施されている領域の Hamilton 関数 H_{vac} と H_{iso} はそれぞれ

$$H_{\mathrm{vac}} = \frac{1}{2}\left[k_x^2 + k_y^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\right], \tag{4.1a}$$

$$H_{\mathrm{iso}} = \frac{1}{2}\left[k_x^2 + k_y^2 - 2k_x k_y - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\right], \tag{4.1b}$$

で与えられる．ここで，k_x と k_y はそれぞれ x 方向と y 方向の波数である．光線追跡法は，この Hamilton 関数から光線の経路を計算する手法である．式 (4.1) の Hamilton 関数に基づく Hamilton 方程式

$$\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{k}} \tag{4.2a}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{k}}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{x}} \tag{4.2b}$$

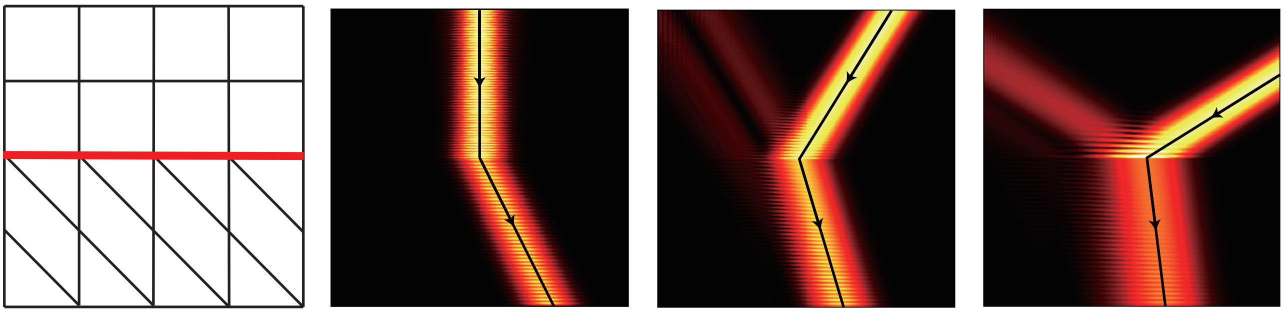


図 4.4 光線追跡法及び電磁波伝搬シミュレーション．(a) シミュレーション領域の座標系と空間不連続境界．(b) 0° 入射のシミュレーション結果．(c) 30° 入射のシミュレーション結果．(d) 60° 入射のシミュレーション結果．

を波数ベクトルの接線成分が連続であるという境界条件

$$(\boldsymbol{k}_1 - \boldsymbol{k}_2) \times \boldsymbol{n} = 0, \tag{4.3}$$

の下で解くと ($\boldsymbol{n}$ は単位法線ベクトルである)，入射角 θ で空間不連続境界に入射した電磁波の屈折角 φ_{RT} は，

$$\tan\varphi_{\mathrm{RT}} = \frac{2\sqrt{1+\cos^2\theta}}{\sin\theta + \sqrt{1+\cos^2\theta}}, \tag{4.4}$$

と計算される．この場合において，入射角 θ 及び屈折角 φ の定義は図 4.3(a) に示す通りである．

現実空間での屈折角 φ_{RT} に基づいて，仮想空間における出射角 φ'_{RT} を考える [図 4.3(b)]．式 (2.20) で表される座標変換の $p=-1$ の場合の Jacobi 行列 $\Lambda^i{}_{i'}$ は，

$$\Lambda^i{}_{i'} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \tag{4.5}$$

であるから，屈折角 φ_{RT} に対応する波数ベクトルのうちの一つ

$$\boldsymbol{k} = \begin{pmatrix} \sin\theta + \sqrt{1+\cos^2\theta} \\ -2\sqrt{1+\cos^2\theta} \end{pmatrix}, \tag{4.6}$$

を座標変換に従って仮想空間に引き戻すと，仮想空間における波数ベクトル $\boldsymbol{k}'$ は，

$$\boldsymbol{k}' = \left(\Lambda^i{}_{i'}\right)^{-1}\boldsymbol{k} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \sin\theta + \sqrt{1+\cos^2\theta} \\ -2\sqrt{1+\cos^2\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\theta + \sqrt{1+\cos^2\theta} \\ \sin\theta - \sqrt{1+\cos^2\theta} \end{pmatrix}, \tag{4.7}$$

となる．従って，仮想空間における出射角 φ'_{RT} は，

$$\tan\varphi'_{\mathrm{RT}} = \frac{-k'_y}{k'_x} = \frac{-\sin\theta + \sqrt{1+\cos^2\theta}}{\sin\theta + \sqrt{1+\cos^2\theta}}, \tag{4.8}$$

と求めることができる．

光線追跡法に基づいて計算した屈折角式 (4.4) の妥当性を確認するため，SPICE シミュレータを用いた等価回路モデルによる電磁波伝搬シミュレーションを行った．等価回路モデルの詳細については 2.2.2 節を参照されたい．シミュレーションにおいては，波長 λ_0 のガウシアンビームを空間不連続境界に照射し，単位セルの大きさは $\lambda_0/20$ とした．図 4.4(a) に示すように，シミュレーション領域の上半分を Descartes 座標系とし，シミュレーション領域の下半分を等積座標変換後の座標系とすることで，赤線で示されるシミュレーション領域の中央が空間不連続境界となっている．図 4.4(b) から (d) は，それぞれ 0°，30°，60° 入射の場合のシミュレーション結果を示している．各副図において，黒色の矢印付き実線は光線追跡法に基づいて計算された光線の経路を表しており，シミュレーションにより得られた電場分布に重ねて描かれている．これらの図によれば，光線追跡法により得られた光線の経路とシミュレーションにより得られた光線の経路は全ての入射角において互いによく一致している．以上の結果により，空間不連続境界における光線追跡法による解析の妥当性が示された．

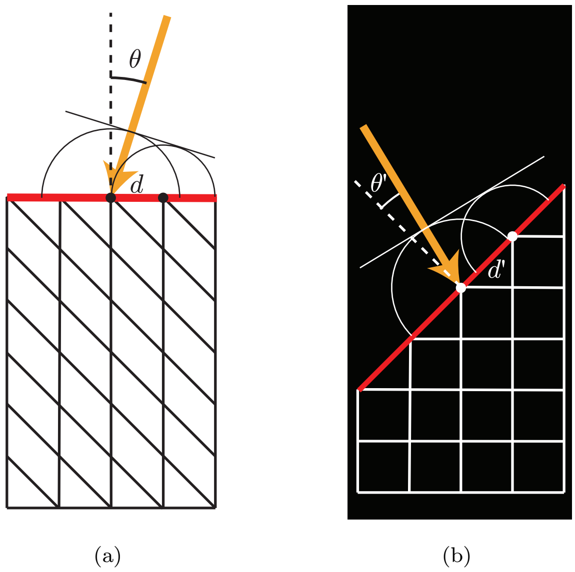


図 4.5 一般の入射角 θ を有する場合．(a) 現実空間．(b) 仮想空間．

4.2.3　幾何学的解釈

光線追跡法に基づく解析によって得られた空間不連続境界における屈折現象の幾何学的解釈を考えよう．まず，空間不連続境界における光線の経路の物理的な意味を明らかにするため，空間不連続境界に対して電磁波が垂直に入射する 0° 入射の場合を考える．式 (4.8) によれば，0° 入射の場合における仮想空間での出射角は

$$\varphi'_{\mathrm{RT}} = \mathrm{atan}\left(\frac{-\sin\theta + \sqrt{1+\cos^2\theta}}{\sin\theta + \sqrt{1+\cos^2\theta}}\right) = \mathrm{atan}(1) = \frac{\pi}{4}, \tag{4.9}$$

で，45° であることがわかる．この角度は，水平方向から 45° 傾いた斜面を有する仮想空間における空間不連続境界 [図 4.3(b) 参照] 上に等位相の点波源が配置されている場合において，Huygens の原理に基づいて算出される出射角と完全に一致する．図 4.3(a) の現実空間における空間不連続境界に対して電磁波が垂直入射した場合，Huygens の原理に基づけば，空間不連続境界上に等位相の点波源が配置されることに対応する．このことを図 4.3(b) の仮想空間中で考えれば，水平方向から 45° 傾いた斜面である空間不連続境界上にその等位相点波源が配置されることと等価であり，上記の出射角の議論が成立するということである．

上述の議論を一般化するため，一般の入射角 θ の電磁波が入射する場合を考える．この場合，現実空間において電磁波は空間不連続境界に斜めに入射するため，図 4.5(a) に示すように，Huygens の原理に基づく空間不連続境界上の点波源は経路差 $d\sin\theta$ に対応する位相差を有することになる．ここで注意しなければならないのは，現実空間において距離 d 離れて配置されていた 2 つの点波源は，図 4.5(b) に示すように，仮想空間においては座標変換に従って変更された新たな距離 d' 離れて配置されるということである．このように仮想空間においては点波源の距離が座標変換に従って変更されることとなるため，空間不連続境界に対する見かけの入射角 θ' も現実空間における入射角 θ と異なることとなる．この事実と Huygens の原理に基づいて計算すると，仮想空間における出射角 φ'_{GI} は，

$$\tan\varphi'_{\mathrm{GI}} = \frac{-\sin\theta + \sqrt{1+\cos^2\theta}}{\sin\theta + \sqrt{1+\cos^2\theta}}, \tag{4.10}$$

と求められ，これはまさに光線追跡法に基づいて計算された出射角 φ'_{RT} の式 (4.8) そのものである．換言すると，式 (4.10) の出射角を座標変換に従って変換すれば，現実空間における屈折角として，式 (4.4) が得られるということである．

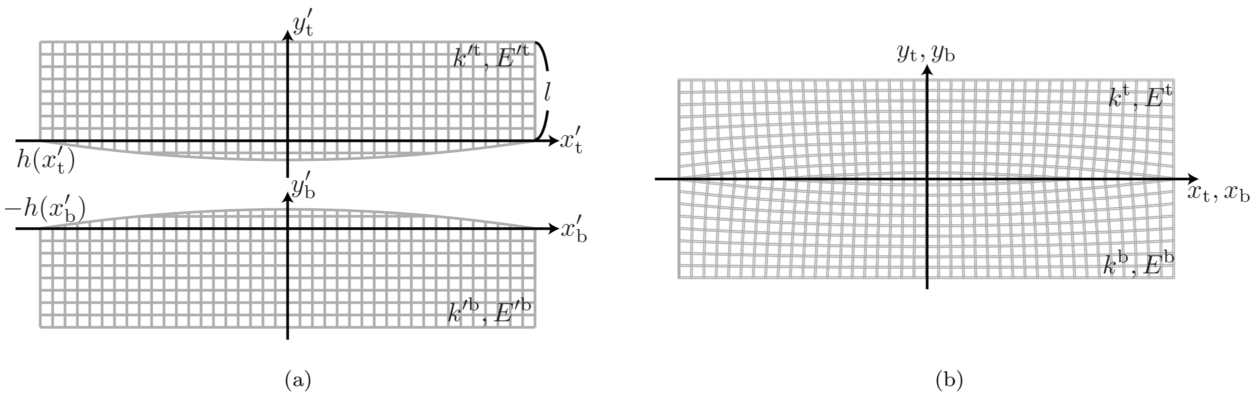


図 4.6 平板レンズのための空間不連続座標変換．(a) 座標変換前の真空の座標系．(b) x_{t}，x_{b} 軸上に空間不連続性を有する変換後の座標系．

以上の議論より，空間不連続境界における電磁波の屈折現象は，座標変換による計量の変換と Huygens の原理を組み合わせることにより幾何学的に解釈することが可能であることが示された．また，上記の議論は，線形近似が成り立つ範囲内で任意の座標変換に適用可能である．すなわち，仮想空間における空間不連続境界が直線状になっていない場合においても，その境界が十分に直線と近似できるほどの微視的な領域で見れば上記の議論が成立し，それぞれの微視的観察の結果得られた屈折角ないしは波数ベクトルを合成することにより，現実空間における電磁波の伝搬の予測が可能となる．

4.3 媒質内部に空間不連続性を有する座標変換による平板レンズ

ここでは，内部に空間不連続性を有する座標変換によって平板レンズを実現することを考える．変換電磁気学の理論に基づけば，座標変換と等価な媒質定数の実現により空間の形状を任意に変換することが可能なので，座標変換に基づき誘電体凸レンズを平板化する研究はこれまでにも報告されている [51,52]．しかしながら，これらの研究においては，誘電体レンズに座標変換を施すものであり，真空とのインピーダンス不整合により本質的に反射の影響を除去することができない．すなわち，屈折率 n の誘電体レンズに座標変換を施したときには，例えば垂直入射の場合に，

$$\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 \tag{4.11}$$

程度のインピーダンス不整合による反射が避けられない．

4.3.1 平板レンズのための空間不連続座標変換

本節の平板レンズの設計においては，図 4.6(a) に示すような床関数 $h(x'_{\mathrm{t}})$ を持つ真空の座標系を座標変換することとする．図 4.6(a) の上部の空間を平坦にするため，曲線 $y'_{\mathrm{t}} = h(x'_{\mathrm{t}})$ を，座標変換後の x_{t} 軸，$y_{\mathrm{t}} = 0$ に座標変換する．さらにこの空間と上下反転された座標系 $(x'_{\mathrm{b}}, y'_{\mathrm{b}})$ も同様に座標変換し，反転された床関数 $y'_{\mathrm{b}} = -h(x'_{\mathrm{b}})$ も $y_{\mathrm{b}} = 0$ へと座標変換する．これら 2 つの座標変換後の空間を図 4.6(b) に示すように $y_{\mathrm{t}} = y_{\mathrm{b}} = 0$ で接続することで，平板レンズを構成する．この場合において，変換後の座標系の x_{t}，x_{b} 軸，$y_{\mathrm{t}} = y_{\mathrm{b}} = 0$ では，

$$h(x') = y'_{\mathrm{t}}|_{y_{\mathrm{t}}=0} \neq y'_{\mathrm{b}}|_{y_{\mathrm{b}}=0} = -h(x'), \tag{4.12}$$

であるので，仮想空間 (=変換前の座標空間) における座標系は不連続となっており，空間不連続性を有している．なお，上部座標変換 $(x'_{\mathrm{t}}, y'_{\mathrm{t}}) \to (x_{\mathrm{t}}, y_{\mathrm{t}})$ 及び下部座標変換 $(x'_{\mathrm{b}}, y'_{\mathrm{b}}) \to (x_{\mathrm{b}}, y_{\mathrm{b}})$ は，$x_{\mathrm{t,b}}$ 軸対称性より，座標変換を表す

関数を u，v とすれば，

$$x_{\mathrm{t}} = u(x'_{\mathrm{t}}, y'_{\mathrm{t}}), \quad y_{\mathrm{t}} = v(x'_{\mathrm{t}}, y'_{\mathrm{t}}), \tag{4.13a}$$

$$x_{\mathrm{b}} = u(x'_{\mathrm{b}}, -y'_{\mathrm{b}}), \quad y_{\mathrm{b}} = -v(x'_{\mathrm{b}}, -y'_{\mathrm{b}}), \tag{4.13b}$$

と表されることになる．

この設計においては，真空の座標系を座標変換することによって本節冒頭において述べたインピーダンス不整合の問題を解消し，本質的に反射のない設計が可能となる．このとき，レンズとしての動作をするためには，伝搬経路長の差を伴わなければならないが，位置に依存する経路差を生じるためには，図 4.6(a) のような空間が必要であり，その結果として空間不連続性が生じることとなる．また，同じ経路長を有するという意味では，図 4.6(a) の上部の空間及び下部の空間をそれぞれ上下反転する設計も考えられるが，その場合は，座標変換を施した空間とその外側の空間との境界に空間不連続性を有することになるため，インピーダンス不整合が生じ，上記利点が消失してしまう．一方，本節の構成においても，$y_{\mathrm{t}} = y_{\mathrm{b}} = 0$ の空間不連続境界におけるインピーダンス整合についても確認しなければならないが，これについては後述する．

電磁波が $y_{\mathrm{t}} = \infty$ の方向から平板レンズに垂直に入射する場合を考えると，座標変換前の空間中の床関数があるため，その電磁波は入射位置 x_{t} に依存して異なる経路長を辿ることとなる．この経路長の差を，電磁波が $y_{\mathrm{b}} = -f$ に集光されるように設計する．誘電体レンズの設計で用いられる Fermat の原理によれば，この集光条件を満たす床関数は，床の深さ $d = |h(0)|$ を用いて

$$h(x) = \frac{x^2}{4(f+d)} - d, \tag{4.14}$$

と求められる．しかし，$x_{\mathrm{t,b}}$ 軸上の空間不連続境界においては，4.2 節で議論したような波数ベクトルの回転現象が生じる．あるいは，電磁波の余分な位相回転が生じることになる (この余分な位相回転によって電磁波の伝搬方向が変わり波数ベクトルの回転現象が生じると解釈するわけである)．この余分な位相回転の効果を集光位置の補正項 Δf として設計式に取り込むことで，床関数 $h(x)$ は

$$h(x) = \frac{x^2}{4(f+\Delta f+d)} - d, \tag{4.15}$$

と修正することができる．以下では，この余分な位相回転の効果及び補正項 Δf について議論する．

4.3.2　床関数の再帰的設計

前述のように，上記の平板レンズにおいては，$y_{\mathrm{t}} = y_{\mathrm{b}} = 0$ が空間不連続境界となっている．以下では，変数を次のように定義する：x'，k' 及び E' などのプライム記号付きの変数は図 4.6(a) の座標変換前の空間における量を表し，x，k 及び E などのプライム記号が付いていない変数は図 4.6(b) の座標変換後の空間における量を表し，上付き又は下付きの t 又は b は上部空間又は下部空間の量をそれぞれ表す．

座標変換前の空間における規格化された波数ベクトル $(k_x'^{\mathrm{t}}, k_y'^{\mathrm{t}})^T = (0, -1)^T$ を有する電磁波が $y'_{\mathrm{t}} = \infty$ の方向から入射し $y'_{\mathrm{t}} = 0$ に到達したとき，座標変換後の空間の $y_{\mathrm{t}} = 0$ における対応する規格化された波数ベクトルは，座標変換を施すことで，

$$\begin{pmatrix} k_x^{\mathrm{t}} \\ k_y^{\mathrm{t}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x'} & \frac{\partial u}{\partial y'} \\ \frac{\partial v}{\partial x'} & \frac{\partial v}{\partial y'} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} k_x'^{\mathrm{t}} \\ k_y'^{\mathrm{t}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{u_{y'}}{u_{x'}v_{y'} - u_{y'}v_{x'}} \\ -\frac{u_{x'}}{u_{x'}v_{y'} - u_{y'}v_{x'}} \end{pmatrix}, \tag{4.16}$$

と計算される．ただし，

$$u_{x',y'} \equiv \left. \frac{\partial u}{\partial (x', y')} \right|_{y_{\mathrm{t}} = h(x'_{\mathrm{t}})}, \tag{4.17a}$$

$$v_{x',y'} \equiv \left. \frac{\partial v}{\partial (x', y')} \right|_{y_{\mathrm{t}} = h(x'_{\mathrm{t}})}, \tag{4.17b}$$

である．ちなみに，式 (4.13) に表される $x_{\mathrm{t,b}}$ 軸に関する対称性より，$y'_{\mathrm{t}} = h(x'_{\mathrm{t}})$ における u_i，v_i $(i = x', y')$ と $y'_{\mathrm{b}} = -h(x'_{\mathrm{b}})$ における u_i，v_i の大きさは互いに等しく，$u_{y'}$ 及び $v_{x'}$ の符号が異なる．座標変換後の空間における接線方向の波数ベクトルの連続性から，$y_{\mathrm{b}} = 0$ における波数ベクトルの x 成分は

$$k_x^{\mathrm{b}} = k_x^{\mathrm{t}} = \frac{u_{y'}}{u_{x'}v_{y'} - u_{y'}v_{x'}}, \tag{4.18}$$

である．さらに，座標変換媒質中の波数ベクトルは，Hamilton 方程式

$$g_{\mathrm{b}}^{ij} k_i^{\mathrm{b}} k_j^{\mathrm{b}} - \det\left(g_{\mathrm{b}}^{ij}\right) = 0, \tag{4.19}$$

の解である [95] から，$y_{\mathrm{b}} = 0$ における波数ベクトルの y 成分は

$$k_y^{\mathrm{b}} = \frac{u_{x'}}{u_{x'}v_{y'} - u_{y'}v_{x'}} - \frac{2v_{y'}}{v_{x'}^2 + v_{y'}^2}, \tag{4.20}$$

と求められる．求められた座標変換後の下部空間における波数ベクトルに座標変換を施すことによって，座標変換前の下部空間における対応する波数ベクトルは

$$\begin{pmatrix} k_x'^{\mathrm{b}} \\ k_y'^{\mathrm{b}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{x'} & -u_{y'} \\ -v_{x'} & v_{y'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_x^{\mathrm{b}} \\ k_y^{\mathrm{b}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2u_{y'}v_{y'}}{v_{x'}^2 + v_{y'}^2} \\ 1 - \frac{2v_{y'}^2}{v_{x'}^2 + v_{y'}^2} \end{pmatrix}, \tag{4.21}$$

と計算される．式の中辺にあるこの座標変換の Jacobi 行列は，前述の，$y'_{\mathrm{t}} = h(x'_{\mathrm{t}})$ における u_i，v_i と $y'_{\mathrm{b}} = -h(x'_{\mathrm{b}})$ における u_i，v_i の大きさは互いに等しく，$u_{y'}$ 及び $v_{x'}$ の符号が異なるという事実による．最後に，計算された波数ベクトルに基づいて，上部空間及び下部空間の電場の位相に係る部分を計算すると，

$$E'^{\mathrm{t}} \propto \exp\left[\mathrm{j}\left(k_x'^{\mathrm{t}} x'_{\mathrm{t}} + k_y'^{\mathrm{t}} y'_{\mathrm{t}}\right)\right] = \exp\left[\mathrm{j}k_0(-h(x'_{\mathrm{t}}))\right], \tag{4.22a}$$

$$E'^{\mathrm{b}} \propto \exp\left[\mathrm{j}\left(k_x'^{\mathrm{b}} x'_{\mathrm{b}} + k_y'^{\mathrm{b}} y'_{\mathrm{b}}\right)\right] = \exp\left(\mathrm{j}k_0\left\{-h(x'_{\mathrm{b}}) + \frac{2v_{y'}}{v_{x'}^2 + v_{y'}^2}\left[u_{y'}x'_{\mathrm{b}} + v_{y'}h(x'_{\mathrm{b}})\right]\right\}\right), \tag{4.22b}$$

であるから，下部空間の電場の式中，{} 内第二項が空間不連続境界における余分な位相回転量に対応することとなる．

計算された位相回転量は床関数 $h(x'_{\mathrm{t,b}})$ 及び座標変換 u，v に依存している．他方，余分な位相回転の効果を補正する補正項 $\varDelta f$ は (余分な位相回転の効果を補正するのであるから) 余分な位相回転量に依存することになる．従って，両者は互いに依存していることになる．このことから，内部に空間不連続境界を含む平板レンズの設計においては，補正項 $\varDelta f$ の再帰的な設計が必要である．図 4.7 に補正項 $\varDelta f$ の再帰的設計のアルゴリズムを示す．まず，集光距離 f を設定し，補正項 $\varDelta f$ を初期化する．この際，$\varDelta f$ はこのアルゴリズムにより修正されていくので，任意値で良い．次に，f 及び $\varDelta f$ の値により式 (4.15) の床関数が決定するので，その床関数に基づいて座標変換 u 及び v を決定する．座標変換が決定すると，余分な位相回転量も決定するので，当該補正項を含む座標変換により得られる集光位置 f_{SDB} を判定することができる．設計集光位置 f と判定集光位置 f_{SDB} との差の絶対値が基準値を下回っていない場合，電磁波は設計集光位置に集光されていないことになるので，補正項を $\varDelta f = \varDelta f + f - f_{\mathrm{SDB}}$ により更新し，設計集光位置 f と判定集光位置 f_{SDB} との差の絶対値が基準値を下回るまで繰り返す．このようにして最終的に設計集光位置に集光するための補正項が得られる．

4.3.3 電磁波伝搬シミュレーション

本節で検証する平板レンズを構成するための座標変換 u 及び v は，誘電体レンズの平板化の先行研究 [51, 52] と同様，擬等角座標変換を採用することとする．擬等角座標変換はラプラス方程式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y'^2} = 0, \tag{4.23a}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y'^2} = 0, \tag{4.23b}$$

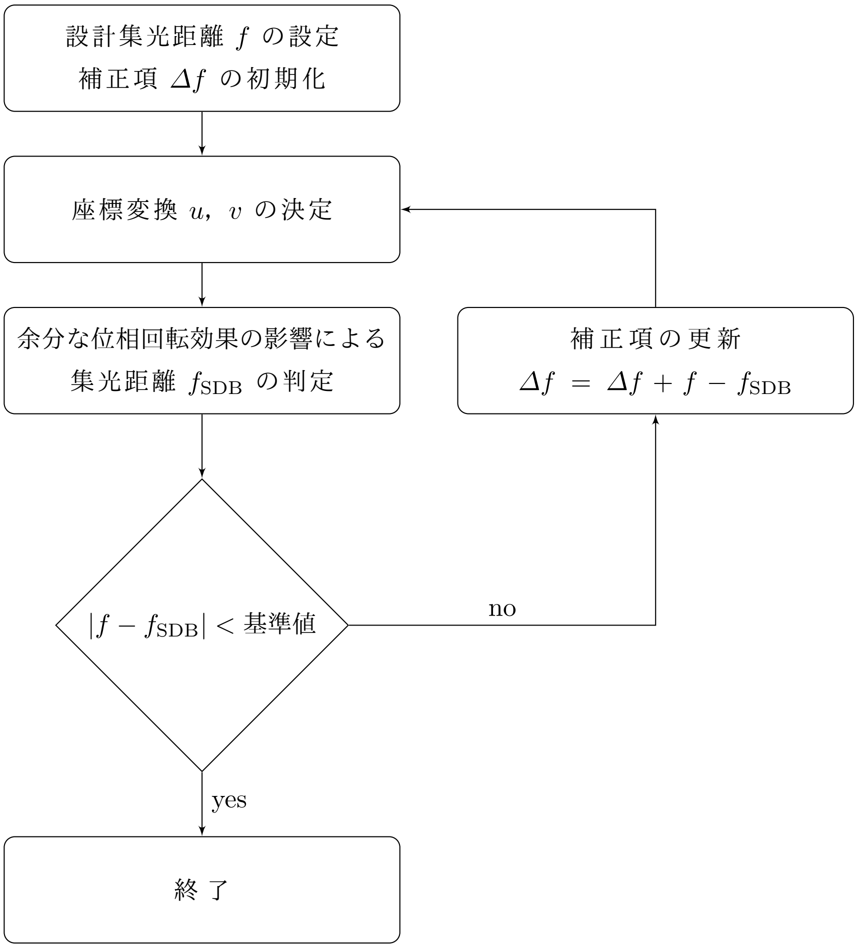


図 4.7 補正項 Δf の再帰的設計アルゴリズム．

の解として得られ，誘電率テンソルの非対角項 ε_{xy} が無視できるほど小さくなる [65]．結果として，伝搬に関与する媒質定数は，ε_{xx} 及び ε_{yy} 並びに μ_{zz} に減じられる．

ここでは，設計波長 λ に対して，レンズの集光距離を $f = 12\lambda$ とし，レンズの高さを $2l = 4\lambda$，レンズの幅を 10λ，すなわち，$h(x'_{\mathrm{t,b}} = \pm 5\lambda) = 0$ とする．再帰的設計のための補正項の初期値は $\Delta f = 0$ とし，収束判定の基準値を $\lambda/10$ とした．再帰的設計により得られた補正項及び床関数は，

$$\Delta f = 0.52\lambda, \tag{4.24a}$$

$$h(x') = \frac{x'^2}{4(12\lambda + 0.52\lambda + 0.35\lambda)} - 0.35\lambda, \tag{4.24b}$$

である．決定された床関数に基づく座標変換と等価な媒質定数を図 4.8 に示す．図中上段は誘電率テンソルの対角項の分布を，下段は面直方向の透磁率の分布を表している．冒頭で擬等角座標変換においては非対角項が無視できるほど小さい値を取ると述べたが，実際，領域全体の非対角項 ε_{xy} の平均値は 0.016 であり，対角項に比べて 50 分の 1 以下となっており，十分に小さいため無視した．図 4.8 の媒質定数分布からもわかるように，上部空間及び下部空間の媒質定数はその境界において一致しており，インピーダンス整合が取れていることがわかる．そのため，本設計においては，本質的に反射の影響を除去することが可能となる．なお，式 (4.13) の対称性を有する 2 つの座標変換の空間不連続境界において，式 (1.50) より得られる誘電率の対角項及び透磁率の面直成分が一致することは，両式より簡単に示すことが出来る．

内部に空間不連続境界を含む平板レンズの設計法の妥当性を確認するため，等価回路モデルに基づく電磁波伝搬シミュレーションを行った．等価回路モデルの詳細については 2.2.2 節を参照されたい．なお，非対角項を無視する本設計においては，常に $M = 0$ である．シミュレーションにおいては，等価回路モデルの単位セルの大きさを $\Delta d = \lambda/20$

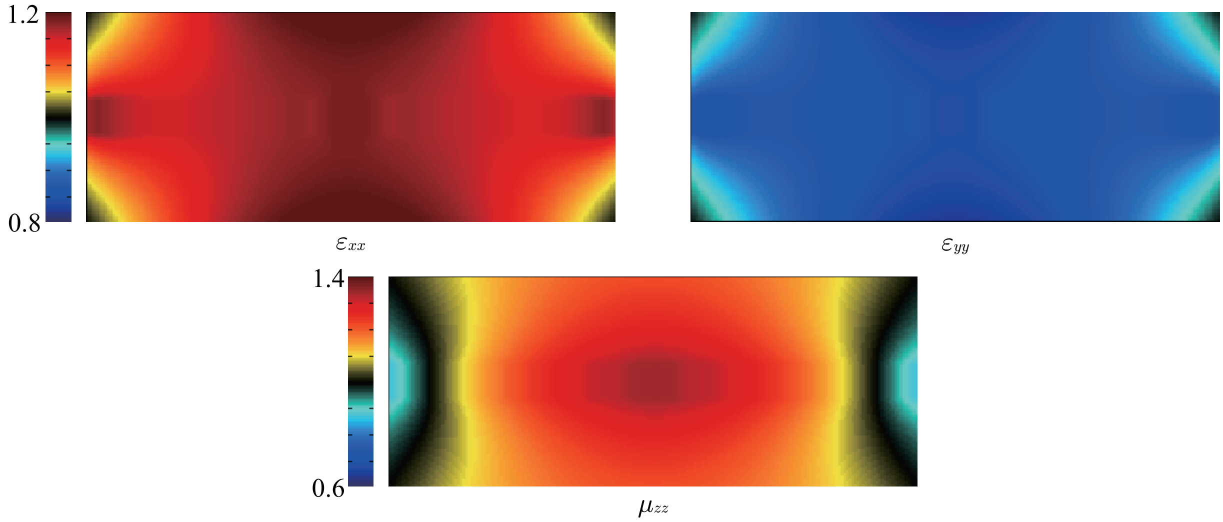


図 4.8 空間不連続平板レンズを実現する座標変換と等価な媒質定数分布図.

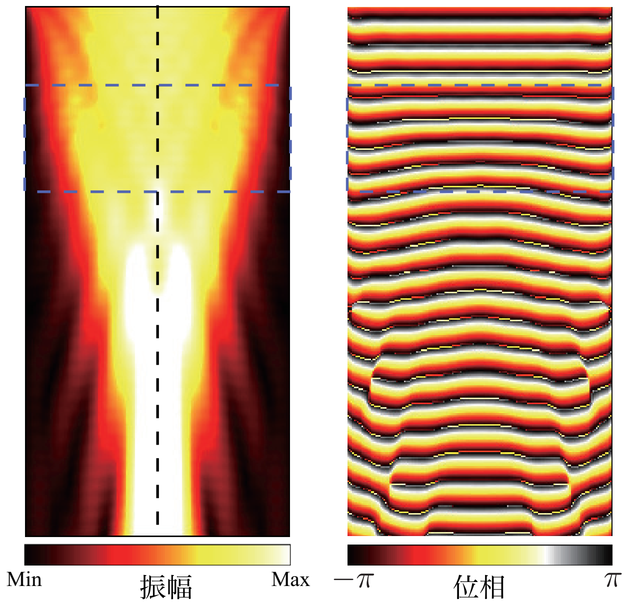


図 4.9 電磁波伝搬シミュレーションの結果.

とし，波長 λ のガウシアンビームを平板レンズ上方から垂直に入射した．シミュレーションの全領域は 200×400 セル $= 10\lambda \times 20\lambda$ であり，上端から 5λ 離れた位置に平板レンズを配置した．上端には内部抵抗 2.7×10^{-3} Ω を有する 200 個の電源を配置し，それ以外の境界は 2.7×10^{-3} Ω の抵抗で終端した．

図 4.9 に電磁波伝搬シミュレーションの結果を示す．図中左が振幅分布であり，右が位相分布である．平板レンズは青色の破線で囲まれた領域に配置されている．振幅分布を見ると，ビームはレンズの通過中から通過後にかけて徐々に細くなっていき，設計集光位置で集光されている様子が確認される．位相分布においても，レンズの通過中から次第に波面が湾曲していき，集光されていく様子がわかる．集光の様子を定量的に確認するため，振幅分布図中の黒色の破線上の強度分布をプロットしたものを図 4.10 に示す．図中 2λ から -2λ の灰色の領域はレンズが配置されている部分を示しており，-12λ の黒色の破線は設計集光距離を示す．図 4.10 によれば，レンズを通過したビームの強度は設計集光距離においてその最大値を取っている．なお，強度分布に見られるフリンジは離散化されたシミュレーションにおける各点からの波の重ね合わせによる干渉の影響であると考えられる．以上の結果より，内部に空間不連続境界を有する平板レンズの設計法の妥当性が定性的及び定量的に確認された．

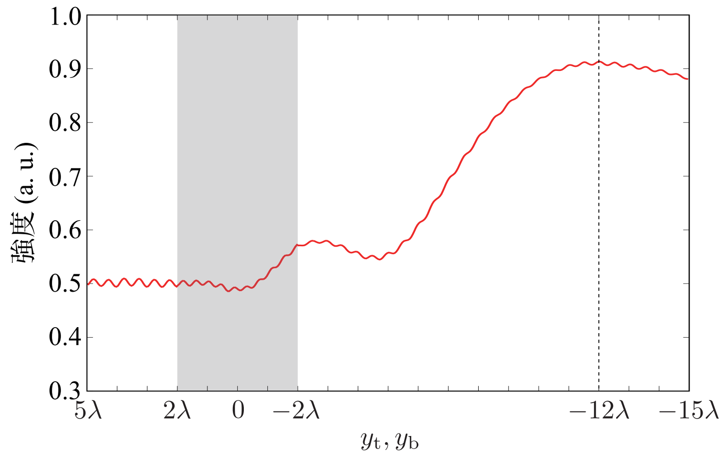


図 4.10 図 4.9 の振幅分布図中の黒色の破線上の強度分布．

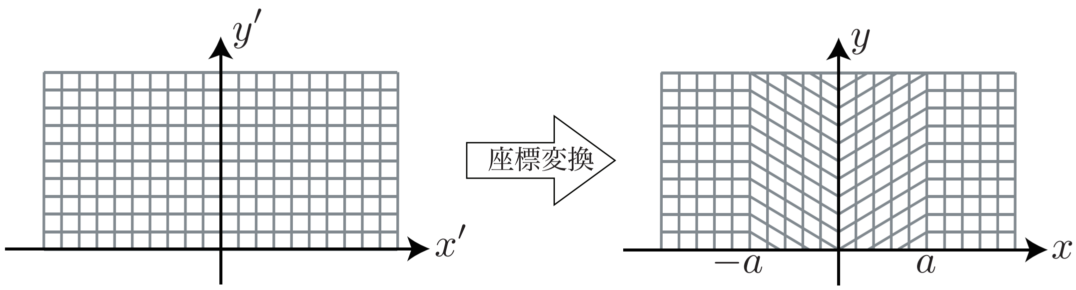


図 4.11 2 つの線対称な等積座標変換．

4.4　外部との境界に空間不連続性を有する座標変換によるデュアルイメージング媒質

本節では，外部との境界に空間不連続性を有する座標変換によってデュアルイメージング媒質を実現することを考える．ここで，デュアルイメージング媒質とは，ある入射角 θ_{inc} から電磁波を入射した場合にある像 (=イメージ) が得られ，対応する別の入射角 $-\theta_{\mathrm{inc}}$ から電磁波を入射した場合に別の像が得られる媒質を指すものとする．よく知られたデュアルイメージング媒質の例としては，レンチキュラーレンズが挙げられる．また，その応用例としては，角度情報付きのタグなどが考えられる．なお，上記デュアルイメージング動作をするためには，空間不連続性を有する境界が，媒質内部又は外部に必要となる．本節においては，外部に不連続性を有する場合の設計となっている．

4.4.1　デュアルイメージング媒質のための空間不連続座標変換

本節のデュアルイメージング媒質の設計においては，図 4.11 に示す 2 つの線対称な等積座標変換

$$x = x', \tag{4.25a}$$

$$y = \begin{cases} y' + px' & 0 \le x \le a, \\ y' - px' & -a \le x \le 0, \end{cases} \tag{4.25b}$$

を考える ($p > 0$)．以下では，これの座標変換と等価な媒質定数を有する座標変換媒質をそれぞれ $\pm p$-座標変換媒質と呼ぶこととする．また，一対の $\pm p$-座標変換媒質をバイフォールド座標変換媒質と呼ぶこととする図 4.11 においては，$-a \le x \le 0$ の領域に配置されるのが $-p$-座標変換媒質，$0 \le x \le a$ の領域に配置されるのが $+p$-座標変換媒質

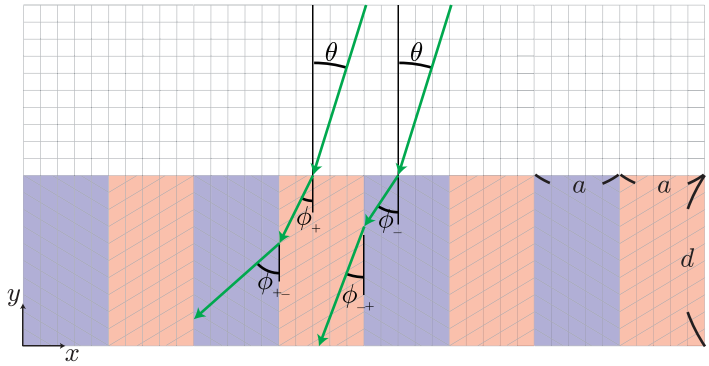


図 4.12 周期的に配置されたバイフォールド座標変換媒質.

であり，これら 2 つをまとめてバイフォールド座標変換媒質である．4.2 節で議論したように，有限の大きさを有する $\pm$　p-座標変換媒質は，その上部及び下部において座標変換が施されていない外部との境界に空間不連続性を有することとなる．なお，図 4.11 からもわかるように，$+p$-座標変換と $-p$-座標変換の境界は空間的に連続になっているため，バイフォールド座標変換媒質が空間不連続性を有するのは，外部との境界においてのみである．

さて，図 4.12 に示すように，高さ d のバイフォールド座標変換媒質が，間隔 $2a$ で周期的に配置されている状況を考えてみよう．図中の赤色で染められた部分が $+p$-座標変換媒質を表しており，青色で染められた部分が $-p$-座標変換媒質を表している．また，$y=0$ の下部境界は完全反射境界とする．この場合においても，バイフォールド座標変換媒質同士の境界は空間的に連続になっているため，周期配置されたバイフォールド座標変換媒質も，$y=d$ の外部との境界にのみ空間不連続性を有することになる．4.2 節での議論と同様に光線追跡法によれば，入射角 θ の電磁波が $\pm p$-座標変換媒質の上部境界に入射した場合の屈折角 $\phi_\pm$(角度の定義は図 4.12 参照) は，

$$\tan\phi_\pm = \frac{\sin\theta \pm p\sqrt{p^2+\cos^2\theta}}{(1+p^2)\sqrt{p^2+\cos^2\theta}}, \tag{4.26}$$

で与えられる (4.2 節では $p=-1$ としたこと，及び角度の定義が $\phi_\pm = \varphi - \pi/2$ と異なっていることに注意されたい)．さらに，$+p$-座標変換媒質と $-p$-座標変換媒質との境界では，座標変換に従った屈折が生じることとなり，その屈折角 $\phi_{\pm\mp}$ は，

$$\tan\phi_{\pm\mp} = \frac{\sin\theta \pm p\sqrt{p^2+\cos^2\theta}}{(1-p^2)\sqrt{p^2+\cos^2\theta} \mp 2p\sin\theta}, \tag{4.27}$$

で与えられる．

4.4.2　デュアルイメージング

上記の屈折角に基づいて，周期配置されたバイフォールド座標変換媒質がデュアルイメージング媒質として動作するための条件を考える．具体的には，図 4.13 に示すように，入射角 $\theta=\pm\theta_{\mathrm{inc}}$ で入射した電磁波がそれぞれ $\pm p$-座標変換媒質中で底面に到達する条件を考える．電磁波が $+\theta_{\mathrm{inc}}$ の入射角をもって入射した場合 (図 4.13 の緑色の矢印群)，入射電磁波は $+p$-座標変換媒質中においてのみ底面に到達し，それ故底面において反射された波は赤色底面の像を示すことになる．一方，電磁波が $-\theta_{\mathrm{inc}}$ の入射角をもって入射した場合 (図 4.13 の橙色の矢印群)，入射電磁波は $-p$-座標変換媒質中においてのみ底面に到達し，それ故底面において反射された波は青色底面の像を示すことになる．このようにして，周期配置されたバイフォールド座標変換媒質はデュアルイメージング媒質として動作することとなる．

まず，入射角 $+\theta_{\mathrm{inc}}$ を有する図 4.13 の緑色の矢印群が赤色底面に到達するための条件を考える．図 4.13 の幾何学的構成によると，$+p$-座標変換媒質の上部境界に入射した電磁波は，左隣の青色領域で底面に到達することなくさら

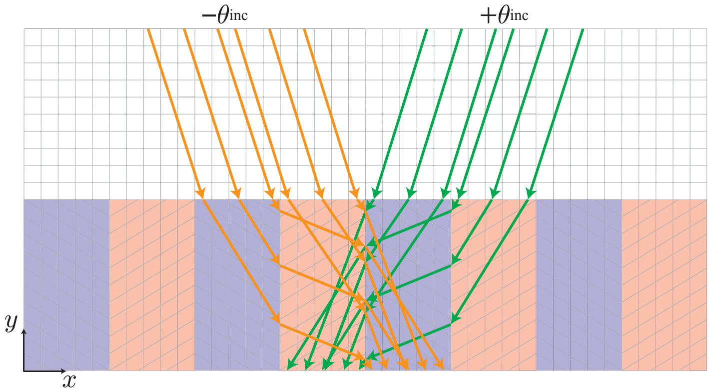


図 4.13 デュアルイメージング動作条件．

にその隣の $+p$-座標変換媒質中で下部境界に到達すれば良い．$+p$-座標変換媒質の上部境界の任意の位置に入射した電磁波がこの条件を満たすためには，電磁波が y 軸負方向に d 進行する間に，x 軸方向にはちょうど周期分の $-2a$ シフトしていなければならない．従って，p，a 及び d が満たすべき条件は，

$$\frac{1}{\tan\phi_{+}} + \frac{1}{\tan\phi_{+-}} = \frac{d}{a}, \tag{4.28}$$

となる．同様に図 4.13 の幾何学的構成によると，$-p$-座標変換媒質の上部境界に入射した電磁波は，自身の領域中で底面に到達することなく左隣の赤色領域で底面に到達すれば良い．$-p$-座標変換媒質の上部境界の任意の位置に入射した電磁波がこの条件を満たすためには，電磁波が青色領域中で x 軸負方向に最大で a 進行する間に y 軸負方向に d 進行することなく，赤色領域中で x 軸負方向に最大で a 進行する間に y 軸負方向に d 進行すれば良い．従って，p，a 及び d が満たすべき条件は，

$$\frac{1}{\tan\phi_{-}} < \frac{d}{a} < \frac{1}{\tan\phi_{-+}}, \tag{4.29}$$

となる．

続いて，入射角 $-\theta_{\rm inc}$ を有する図 4.13 の橙色の矢印群が青色底面に到達するための条件を考える．図 4.13 の系の空間反転対称性を考慮すれば，入射角 $+\theta_{\rm inc}$ を有する電磁波のための条件が同時に入射角 $-\theta_{\rm inc}$ を有する電磁波のための条件を満たしていることは明らかである．従って，式 (4.26) から (4.29) が，周期配置されたバイフォールド座標変換媒質のデュアルイメージング動作のための条件となっている．なお，式 (4.26) から (4.29) は任意の入射角 $\theta_{\rm inc}$ について成り立つ式であるため，ある設計入射角 $\theta_{\rm inc}$ に対して動作するデュアルイメージング媒質は，等積座標変換の傾き p 及び $\pm p$-座標変換媒質のアスペクト比 d/a により設計されることとなる．

4.4.3　デュアルイメージング媒質の設計

デュアルイメージング動作を実証するため，入射角 $\theta_{\rm inc} = 30^\circ$ を設計入射角としてデュアルイメージング媒質を設計した．条件式 (4.26) から (4.29) に $\theta_{\rm inc} = 30^\circ$ を代入すると，等積座標変換の傾き p 及び $\pm p$-座標変換媒質のアスペクト比 d/a が満たすべき条件は，

$$0.14 \lesssim p \lesssim 0.16, 1.69 \lesssim p, \tag{4.30a}$$

$$2.61 \gtrsim \frac{d}{a} \gtrsim 2.50, 0.58 \gtrsim \frac{d}{a}, \tag{4.30b}$$

となる．なお，式 (4.30) の p 及び d/a の数値はそれぞれ対応している．例えば，$p = 0.14$ のとき $d/a = 2.61$ である．本設計においては，作製の都合を考慮して，d/a として比較的キリの良い値である 2.5 を採用した．これにより，p の値は $d/a = 2.5$ に対応する 0.16 となる．無論，設計において他の p 及び d/a の組み合わせを採用することは可

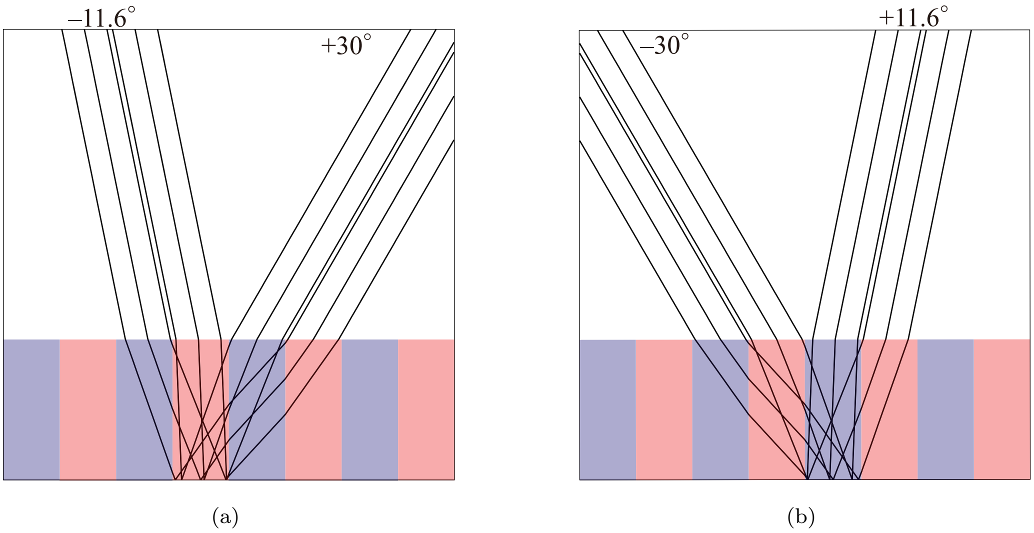


図 4.14 光線追跡法による計算結果．(a) 30° 入射．(b) −30° 入射．

能である．例えば，より大きい d/a(2.6 など) を選べば，同じ a に対してはより分厚い媒質の実現が必要となり，逆により小さい d/a(0.5 など) を選べば，より大きな p の値が必要となり，それに伴って実現すべき異方性がより大きなものとなる．

設計値の妥当性を確認するため，デュアルイメージング動作を光線追跡法により検証した．図 4.14 に $\theta_{\mathrm{inc}} = 30^\circ$ の場合のデュアルイメージング動作の光線追跡法による解析結果を示す．図 4.14(a) 及び (b) はそれぞれ $\pm 30^\circ$ 入射の結果を表している．各副図において，赤色及び青色の領域はそれぞれ $\pm p$-座標変換媒質を示しており，黒色の実線が光線追跡法による解析によって得られた光線の軌跡である．$+30^\circ$ 入射の結果である図 4.14(a) を見ると，設計された通り，全ての入射光線は $+p$-座標変換媒質中においてのみ底面に到達していることがわかる．また，底面で反射された光線は，-11.6° の方向に反射されていることがわかる．逆に，-30° 入射の結果である図 4.14(b) を見ると，全ての入射光線は $-p$-座標変換媒質中においてのみ底面に到達し，$+11.6^\circ$ の方向に反射されていることがわかる．従って，それぞれの入射角 $\pm 30^\circ$ から入射された電磁波によって，$\mp 11.6^\circ$ の方向にそれぞれ赤色及び青色底面の像が見えることとなる．

4.4.4　電磁波伝搬シミュレーション

デュアルイメージング動作を数値的に検証するため，等価回路モデルによる電磁波伝搬シミュレーションを行った．等価回路モデルの詳細については 2.2.2 節を参照されたい．シミュレーションにおいては，入射する電磁波の周波数を 35 GHz とした．上記入射角 $\theta_{\mathrm{inc}} = 35^\circ$ の設計を基に，バイフォールド座標変換媒質の周期は $2a = 40\,\mathrm{mm}(= 4.66\lambda_{35\,\mathrm{GHz}})$ とし，高さは $d = 2.5a = 50\,\mathrm{mm}(= 5.83\lambda_{35\,\mathrm{GHz}})$ とした．なお，$\lambda_{35\,\mathrm{GHz}}$ は，周波数 35 GHz の電磁波の真空中における波長である．

図 4.15 に電磁波伝搬シミュレーションの概略図を示す．シミュレーションの全領域は 600×600 セルであり，単位セルの大きさは $\Delta d = 0.12\lambda_{35\,\mathrm{GHz}}$ とした．10 個のバイフォールド座標変換媒質がデュアルイメージング媒質としてシミュレーション領域の底部に配置されている．$+p$-座標変換媒質は赤色の領域に配置されており，$-p$-座標変換媒質は青色の領域に配置されている．それ以外の無色の領域には真空の等価回路モデルが配置されている．最下端のノードの内デュアルイメージング媒質の下にあるものは完全反射を実現するため開放端とした．最下端のそれ以外のノードは真空の等価回路モデルのインピーダンスと等しい抵抗値 $2.7 \times 10^{-3}\ \Omega$ を有する抵抗で終端した．最上端並びに最左列及び最右列には内部抵抗 $2.7 \times 10^{-3}\ \Omega$ を有する 1800 個の電源を接続した．各々の電源の振幅及び位相は，入射角 $\pm 30^\circ$ のビームウェスト $20\lambda_{35\,\mathrm{GHz}}$ のガウシアンビームを生成するように設定した．

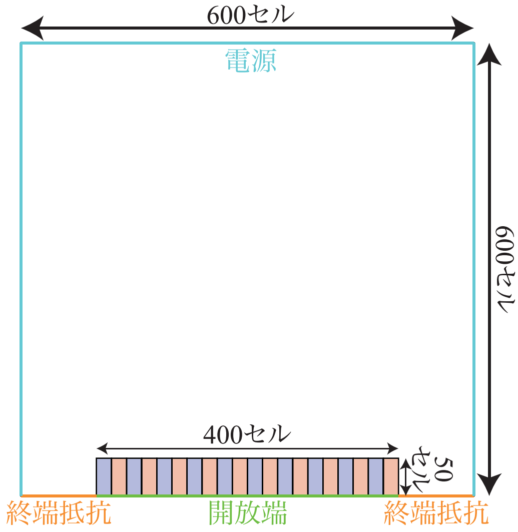
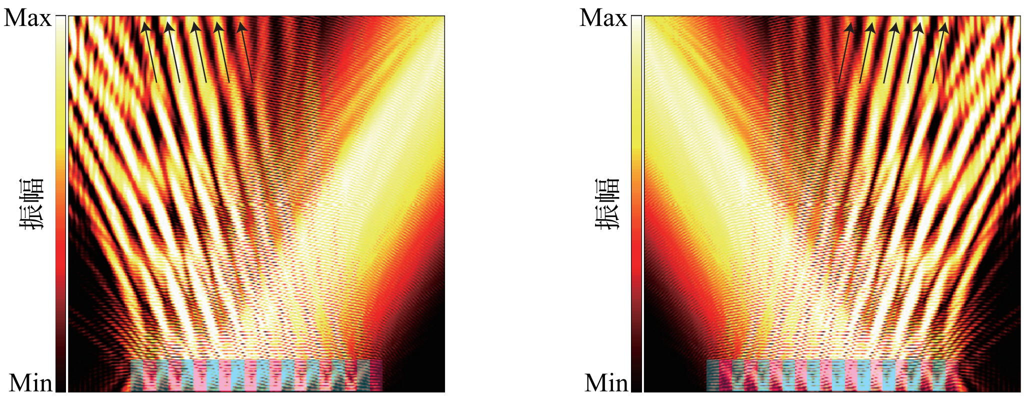


図 4.15 シミュレーションの概略図.



(a)　(b)

図 4.16 シミュレーションにより得られた振幅分布．(a) +30° 入射．(b) −30° 入射.

図 4.16(a) に +30° 入射の場合のシミュレーションにより得られた振幅分布を示す．図 4.16(a) によると，入射ビームは赤色で示された $+p$-座標変換媒質中においてのみ底面に到達して反射されていることがわかる．さらに，反射されたビームは −11° 方向に伝搬しており，これは図中の黒色の矢印で示された光線追跡法に基づく反射方向 −11.6° によく一致している．振幅分布図の左上の辺りに注目すると，反射されたビームが異なる角度を向いているように見受けられるが，これはデュアルイメージング媒質の上部表面で鏡面反射された反射ビームとの重ね合わせが原因であり，十分遠方においては分離可能である．一方で，−30° 入射の場合のシミュレーション結果である図 4.16(b) を参照すると，入射ビームは $-p$-座標変換媒質中においてのみ底面に到達し，+11° 方向に反射されており，これは言うまでもなく +30° 入射の場合の図 4.16(a) と対称的な結果となっている．以上の結果より，提案したデュアルイメージング媒質によるデュアルイメージング動作が数値的に確認された．

4.4.5　酸化チタン微粒子混合樹脂を用いたデュアルイメージング媒質の作製

2.3 節で述べたように，等積座標変換と等価な座標変換媒質は一様な一軸異方性誘電媒質によって実現可能である．具体的には，式 (2.22) の異方性を有する異方性誘電媒質を式 (2.23) の回転角分回転させることによって得られる．式 (2.22) の異方性を実現する方法としては，2.3 節で行ったような，金属メタルパッチを有する異方性メタシートによ

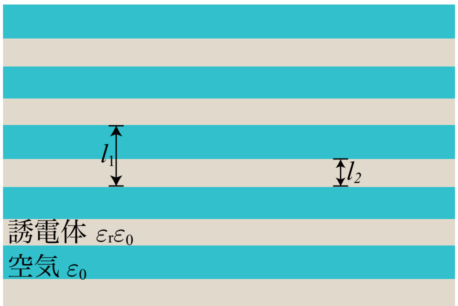


図 4.17 誘電体層状構造.

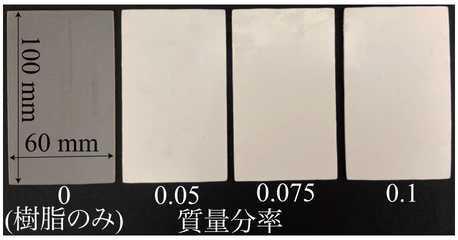


図 4.18 異なる質量分率を有する 4 つの平板.

る方法も考えられるが，図 4.17 に示すような 比誘電率 ε_r の誘電体と空気の層状構造による方法が最も単純であると考えられる．このような層状構造の周期が l_1，誘電体層の長さが l_2 である場合において，層状構造の周期が電磁波の波長よりも十分に小さいときは，誘電体層の充填率を $\alpha = l_2/l_1$ とすれば，この層状構造の垂直方向の実効誘電率 $\varepsilon_\perp$ 及び平行方向の実効誘電率 $\varepsilon_\parallel$ は，

$$\varepsilon_\perp = \varepsilon_0 \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r(1-\alpha)+\alpha}, \tag{4.31a}$$

$$\varepsilon_\parallel = \varepsilon_0[\varepsilon_r\alpha + (1-\alpha)], \tag{4.31b}$$

と計算することができる．これらが一致するのは $\alpha = 0$，すなわち全てが空気の場合か，$\alpha = 1$，すなわち全てが誘電体の場合のいずれかであり，層状構造となっている限りは必ず異方性を有することになるので，容易に異方性を発現することができる．本節のデュアルイメージング媒質の作製においては，この誘電体層状構造を採用することとした．

本節においては，誘電体層状構造を 3D プリンタによって作製することとする．誘電率の分布を有する等方性の座標変換媒質の実現に際し，様々な 3D プリント技術が用いられている [96–100]．しかし，これらの技術が異方性の座標変換媒質に適用されていないのは，3D プリント技術に用いられる樹脂の誘電率の大きさが限られているため，実現可能な異方性の大きさが制限され，座標変換媒質の実現に必要な異方性が実現できないことによる．一方，材料科学の分野においては，3D プリント技術に用いられる樹脂に高い誘電率を持つ材料を混合することによって，樹脂の実効的な誘電率を増加させることに成功した報告がなされている [101–104]．本研究においては，参考文献 [104] に記載されている，樹脂に酸化チタン (TiO_2) 微粒子を混合することにより実効的な誘電率を上げる方法を用いて，3D プリント技術を用いた初めての異方性座標変換媒質の実現をした．

酸化チタン微粒子混合樹脂の実効誘電率を調べるため，3D プリンタ Photon-S　(ANYCUBIC) を用いて，異なる質量分率 (TiO_2/樹脂)0，0.05，0.075，0.1 を有する 4 つの平板を作製した (図 4.18)．全ての平板のサイズは $60\,\mathrm{mm} \times 100\,\mathrm{mm} \times 2\,\mathrm{mm}$ である．まず，平均直径 150 nm の酸化チタン微粒子 (ナカライテスク株式会社) を紫外線硬化性樹脂，Translucent UV Resin (Clear) (ANYCUBIC) に混合した後，室温で 6 時間，1200rpm の回転スピードで磁気攪拌した．最後に，プリント層厚さ $50\,\mu\mathrm{m}$ 及び各プリント層の露光時間 150 秒の条件下で，4 つの平板を 3D プリンタにより作製した．図 4.18 の 4 つの平板の質量分率は左から 0 (酸化チタン微粒子が混合されていない純粋な樹脂)，0.05，0.075 ，0.1 であり，酸化チタン微粒子が混合されていない純粋な樹脂は透明であるのに対し，酸化チタン微粒子混合樹脂については，酸化チタン微粒子によって白色を帯びている．

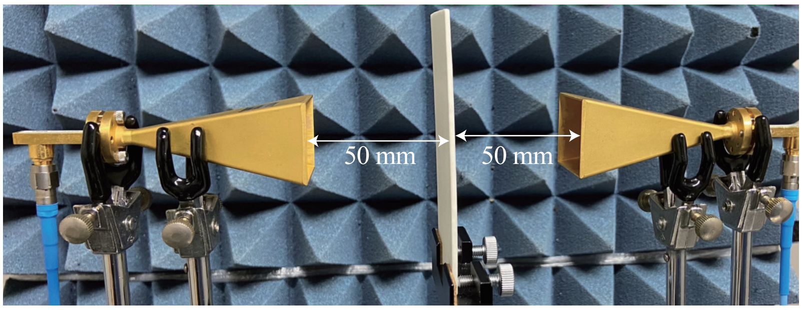
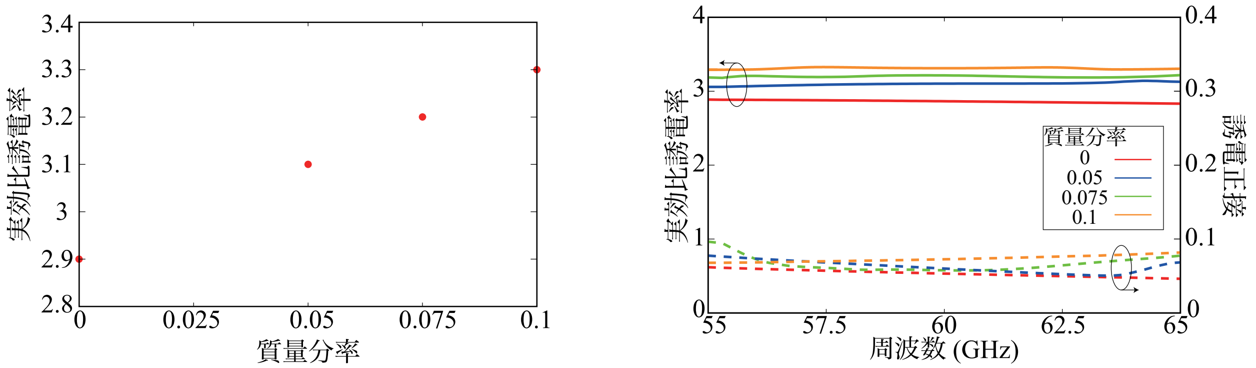


図 4.19 誘電率測定の実験系．



(a)　　(b)

図 4.20 実効比誘電率測定結果．(a) 60 GHz における実効比誘電率の質量分率依存性．(b)　実効比誘電率の周波数依存性．

4 つの平板の実効誘電率は TRL 校正を用いた自由空間法により測定した．使用した 3D プリンタの最大造形可能サイズを考慮して，測定周波数は 60 GHz とした．図 4.19 に誘電率測定の実験系を示す．3D プリンタにより作製された平板サンプルは 2 つのホーンアンテナの中心に位置する．それぞれのホーンアンテナは平板サンプルの表面から 50 mm ($= 10\lambda_{60\,\mathrm{GHz}}$) 離した．なお，$\lambda_{60\,\mathrm{GHz}}$ は 60 GHz の電磁波の真空中における波長である．図 4.20(a) は，60 GHz で測定された実効比誘電率を質量分率に対してプロットしたものである．図 4.20(a) より，酸化チタン微粒子混合樹脂の誘電率は，測定された範囲内においては質量分率に対してほとんど線形に増加していくことがわかる．これは体積分率が十分に小さい場合の Maxwell-Garnet の理論 [105] を反映している．Maxwell-Garnet 理論とは，背景媒質 (この場合は樹脂に相当) に微粒子 (この場合は酸化チタン微粒子に相当) を混合した場合の実効的な誘電率を与える理論であり，背景媒質の比誘電率を ε_1，微粒子の比誘電率を ε_2，混合される微粒子の体積分率を f とすると，球形の微粒子が混合したときの実効比誘電率 $\varepsilon_{\mathrm{eff}}$ は，

$$\varepsilon_{\mathrm{eff}} = \varepsilon_1 + \frac{f\varepsilon_1(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\varepsilon_1 + \frac{1-f}{3}(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}, \tag{4.32}$$

と表される．体積分率 f が 1 より十分に小さく 1 次近似が成り立つ範囲では，実効比誘電率は体積分率に対して線形に増加することになるが，体積分率と質量分率は比例関係にあること，並びに，本測定結果の範囲内で最大の体積分率は酸化チタンの密度 $4.23\,\mathrm{g/cm^3}$ 及び測定した樹脂の密度 $1.22\,\mathrm{g/cm^3}$ から $0.1 \times 1.22/4.23 = 0.029$ と計算され 1 より十分に小さいことから，実効比誘電率が質量分率に線形に増加する結果が得られたわけである．図 4.20(b) には，測定された実効比誘電率及び誘電正接の周波数依存性を示す．この結果より，比誘電率は測定周波数領域においてほぼ一定であること及び誘電正接が 0.1 を下回っていることがわかる．ここで用いられた酸化チタン微粒子の共振周波

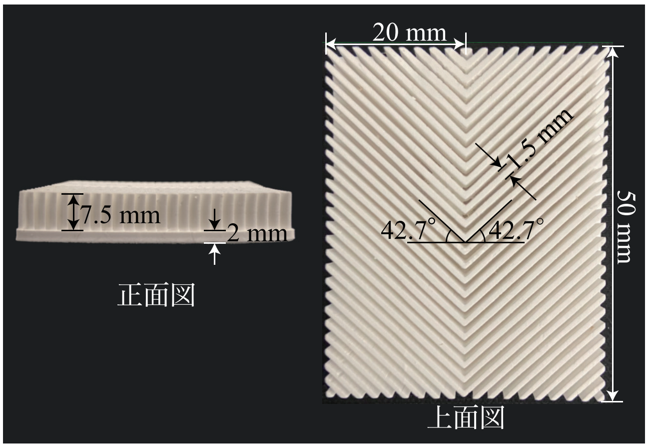


図 4.21 3D プリンタにより作製したバイフォールド座標変換媒質.

数は測定周波数領域よりもかなり高く，測定周波数領域以下の周波数領域においても実効比誘電率は一定であるとみなすことが出来るため，以下では，酸化チタン混合樹脂の実効誘電率として 60 GHz の測定結果により得られた値を用いることとする.

バイフォールド座標変換媒質を図 4.17 の誘電体層状構造で作製するため，与えられた等積座標変換の傾き p に対して，用いる酸化チタン微粒子混合樹脂の誘電率及び充填率 α を決定する必要がある．異方性 $\varepsilon_{\parallel}/\varepsilon_{\perp}$ が $\alpha = 0.5$ のときに最大値を取ることを考慮して，$p = 0.16$ のときの式 (2.22) から $\varepsilon_{\parallel}/\varepsilon_{\perp} > \varepsilon_{+}/\varepsilon_{-}$ を解くと，式 (4.31) 中の比誘電率は $\varepsilon_{\mathrm{r}} > 3.19$ を満たさなければならない．従って，バイフォールド座標変換媒質の作製に当たっては，質量分率 0.075，実効比誘電率 3.2 の酸化チタン微粒子混合樹脂を用いることとした．次に，充填率 α は $\varepsilon_{\parallel}/\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_{+}/\varepsilon_{-}$ を解くことで，$\alpha = 0.46$ と計算される．最後に，$\pm p$-座標変換媒質を実現するための回転角は式 (2.23) よりそれぞれ $\pm 42.7°$ と計算される.

図 4.21 に上記設計に基づいて 3D プリンタにより作製したバイフォールド座標変換媒質を示す．左半分が $-p$-座標変換媒質となっており，右半分が $+p$-座標変換媒質となっている．厚さ 7.5 mm の誘電体層状構造が厚さ 2 mm の基礎板によって支えられている．3D プリンタの分解能及び動作ターゲット周波数 30〜40 GHz の波長の長さを考慮して，誘電体層状構造の周期 l_1(図 4.17 参照) を 1.5 mm とした．最も短い 40 GHz の電磁波の波長 $\lambda_{40\,\mathrm{GHz}}$ に対して，$l_1 = \lambda_{40\,\mathrm{GHz}}/5$ である．3D プリントにおいて，基礎板及び誘電体層状構造の露光時間はそれぞれ 150 秒及び 7 秒とした.

4.4.6 動作検証実験

作製したデュアルイメージング媒質の動作を検証するため，1 次元近傍界測定を行った．図 4.22 に動作検証実験のための実験系の写真を示す．4 つのバイフォールド座標変換媒質から構成されたデュアルイメージング媒質を，高さ 200 mm の発泡スチロールの上に配置した．入射波は Ka 帯標準ホーンアンテナをデュアルイメージング媒質の上部中央から 600 mm 離して配置することで生成し，ホーンアンテナの位置を変更することで，$\pm 30°$ の入射角を実現した．図 4.22 に赤色の実線で示す，デュアルイメージング媒質から 1 mm 後ろの線上の複素電場分布をベクトルネットワークアナライザで測定した．自動ステージによって位置制御されるダイポールアンテナプローブにより，x 軸方向の電場を測定した．総測定距離は 120 mm で，1 mm 間隔で測定した.

図 4.23 に 35 GHz におけるエネルギー透過率 $|E_{\mathrm{trans}}/E_{\mathrm{inc}}|^2$ を示す．ただし，E_{trans} は測定された透過電場であり，E_{inc} はデュアルイメージング媒質を配置しない同一の系により測定された入射電場である．図 4.23 において，赤色の実線は $+30°$ 入射の結果を表しており，青色の実線は $-30°$ 入射の結果を表している．なお，各色の破線は後述の対応するシミュレーション結果を表している．図 4.23 に示されているように，$+30°$ 入射の場合のエネルギー透過率は $+p$-座標変換媒質の背後にのみピークを有しており，$-30°$ 入射の場合のエネルギー透過率は $-p$-座標変換媒質

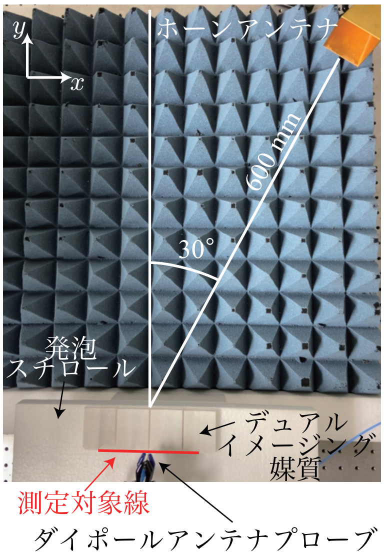


図 4.22 動作検証実験系の写真.

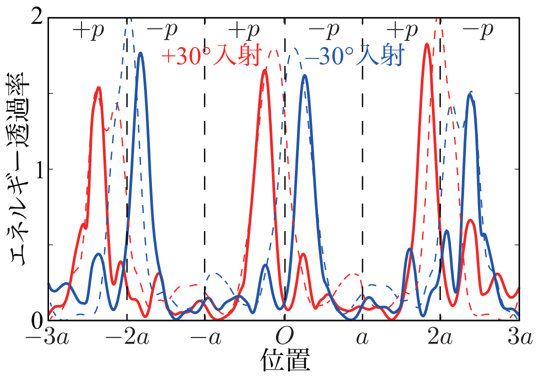


図 4.23 測定及び対応するシミュレーションにより得られたエネルギー透過率.

の背後にのみピークを有している．エネルギー透過率のピーク値は，酸化チタン微粒子混合樹脂の 0.1 という比較的大きな誘電正接の値にもかかわらず，デュアルイメージング媒質がない場合と比べて約 1.8 倍となっている．

図 4.22 と同様の構成で，4.4.4 節と同様の電磁波伝搬シミュレーションを行った．すなわち，4.4.4 節のシミュレーションにおいて，入射電磁波を実験と等距離になるように配置し，バイフォールド座標変換媒質の数を実験と揃えたうえで，バイフォールド座標変換媒質の下部境界を終端境界とした電磁波伝搬シミュレーションを行った．図 4.24 に実験と対応するシミュレーションにより得られた振幅分布を示す．図 4.24(a) の $+30^\circ$ 入射の場合において入射ビームは赤色で示された $+p$-座標変換媒質中においてのみ底面に到達しているが，図 4.24(b) の -30° 入射の場合においては入射ビームは青色で示された $-p$-座標変換媒質中においてのみ底面に到達している．$\pm 30^\circ$ 入射の場合のデュアルイメージング媒質の 0.5 mm 後ろのエネルギー透過率は，それぞれ赤色及び青色の破線で図 4.23 に重ねてプロットしてある．実験により得られたエネルギー透過率とシミュレーションにより得られたエネルギー透過率とは，定性的に互いによく一致しており，デュアルイメージング媒質による選択的底面到達動作 (デュアルイメージング動作の前段階の動作を言い，反射板によって所望方向に反射されたビームにより異なる像を示すことで初めてデュアルイメージング動作と呼ぶこととする．) を示している．実験結果とシミュレーション結果の定量的な差異は，実験において配置されている 4 つのバイフォールド座標変換媒質の直線からの配置ずれに起因すると考えられ，描画領域のより大きな 3D プリンタなどを用いた結合された状態での作製により改善可能であると考えられる．

さらに，選択的底面到達動作の周波数依存性を調べた．図 4.25 に周波数 30 GHz から 40, GHz のエネルギー透過

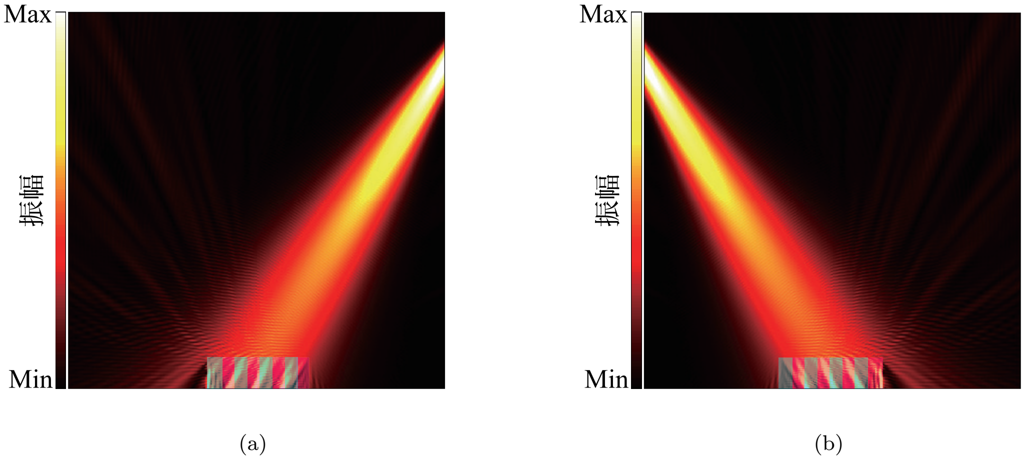


図 4.24 実験と対応するシミュレーションにより得られた振幅分布．(a) +30° 入射．(b) −30° 入射．

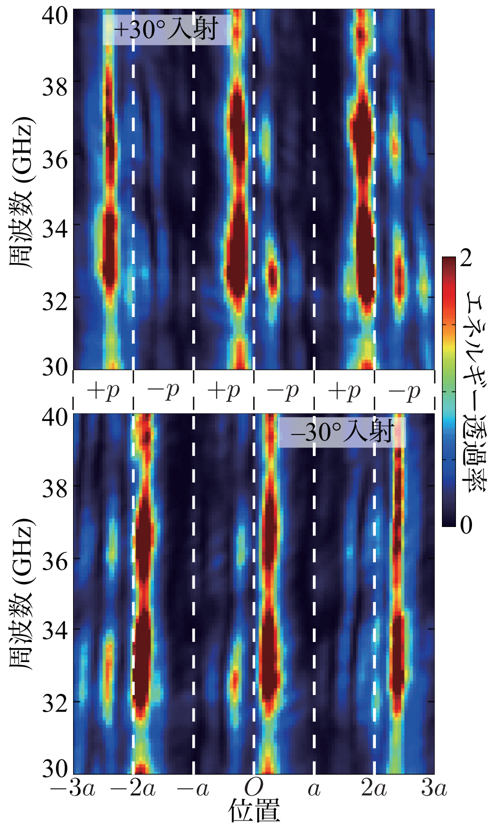


図 4.25 エネルギー透過率の周波数依存性．

率を示す．エネルギー透過率が位置と周波数に対してカラーマップで示されており，上段のカラーマップは +30° 入射の結果を，下段のカラーマップは −30° 入射の結果を示している．図 4.25 より，+30° 入射の場合のエネルギー透過率は全測定周波数領域において $+p$-座標変換媒質の背後に主要なピークを有しており，−30° 入射の場合のエネルギー透過率は全測定周波数領域において $-p$-座標変換媒質の背後に主要なピークを有していることがわかる．一方で，本来的には現れるべきでない領域に多少のピークが見られるが，これは入射ホーンアンテナの放射特性による入射波数ベクトルのずれや上述のバイフォールド座標変換の配置ずれに起因するものであると考えられる．以上の結果より，30 GHz から 40 GHz の広帯域に及ぶ選択的底面到達動作が確認された．

4.5 本章のまとめ

本章では，空間不連続境界について議論をし，空間不連続境界の利用可能性として，媒質内部に空間不連続性を有する座標変換による平板レンズと外部との境界に空間不連続性を有する座標変換によるデュアルイメージング媒質を提案した．

4.2 節では，空間不連続境界を通過する電磁波の屈折現象に幾何学的な解釈が付与できることを示した．まず，光線追跡法に基づいて空間不連続境界における屈折を解析し，電磁波伝搬シミュレーションによりその解析の妥当性を確認した．その後，空間不連続境界における電磁波の屈折現象は，座標変換による軽量の変換と Huygens の原理を組み合わせることにより幾何学的に解釈することが可能であることを示した．

4.3 節では，空間不連続境界における電磁波の屈折現象の新たな利用可能性として，媒質内部に空間不連続性を有する座標変換による平板レンズを提案した．まず，平板レンズを実現するための座標変換を定義し，電磁波の集光を実現するための床関数の形状には，空間不連続境界における余分な位相回転の効果を補正する必要があることを述べた．次に，余分な位相回転及び座標変換が相互に依存することを示し，その補正項の再帰的な設計方法を示した．そして，具体的に幅 10λ，高さ 4λ で 12λ の集光距離を有する平板レンズを設計し，電磁波伝搬シミュレーションによってその動作を確認し，提案した平板レンズの設計法の妥当性を示した．

4.4 節では，空間不連続境界における電磁波の屈折現象の別の利用可能性として，外部との境界に空間不連続性を有する座標変換によるデュアルイメージング媒質を提案した．まず，傾き $\pm p$ の等積座標変換を軸対象に配置するバイフォールド座標変換媒質を導入し，バイフォールド座標変換媒質と外部との境界で生じる空間不連続境界における屈折及びバイフォールド座標変換媒質内部，すなわち $+p$-座標変換媒質と $-p$-座標変換媒質との境界における座標変換に従う屈折を議論した．次に，上記 2 種類の屈折現象を用いたデュアルイメージング動作のための条件を導出し，入射角を $\theta_{\mathrm{inc}} = 30^\circ$ とした場合の条件を満たす $p = 0.16$，$\pm p$-座標変換媒質のアスペクト比 $d/a = 2.5$ のデュアルイメージング媒質について，電磁波伝搬シミュレーションによりその動作を数値的に確認した．最後に，酸化チタン混合樹脂を用いてデュアルイメージング媒質を作製し，動作検証実験を行った．動作検証実験の結果，作製されたデュアルイメージング媒質による 30 GHz から 40 GHz に及ぶ広帯域の選択的底面到達動作が確認された．

以上の結果より，座標変換媒質による電磁波伝播制御において，空間不連続境界による不連続位相制御を用いる概念が実証された．本章で提案した平板レンズないしデュアルイメージング媒質は，空間不連続性を有する座標変換媒質の利用可能性を示す例の一部に過ぎない．4.2 節で示した空間不連続境界通過後の屈折角に幾何学的な解釈を与える手法や 4.3 節で示した空間不連続境界前後の余分な位相回転を与える手法は，座標変換自体による電磁波の伝搬制御のみならず，その境界における位相の制御をも可能とするものである．その意味で，本章全体を通して示された空間不連続座標変換媒質に関する議論は，座標変換媒質の新たな領域を開拓したと言える．

第 5 章

総括

最後に本研究のまとめと将来展望について述べる．

5.1　本研究のまとめ

本研究では，変換電磁気学の理論を具現化する座標変換媒質について，従来実現されていなかった座標変換媒質の実現方法を提案及び実証し，座標変換媒質の新領域を開拓した．表 5.1 に，本研究により新たに実現された座標変換媒質を書き加えた表を示す．

第 2 章では，従来広く実現されている通常の変換電磁気学に基づく座標変換媒質について，その実現をより容易たらしめる，透磁率の空間分布を一定化ないしは単位値化する手法を提案及び実証した．座標変換自体を座標変換媒質の設計自由度とすることで，透磁率の空間分布を一定化ないしは単位値化する座標変換を導出した．透過型及び反射型の座標変換媒質についてそれぞれ座標変換を導出し，電磁波伝搬シミュレーションによってその動作を検証した．さらに，反射型の座標変換媒質においては，異方性メタシートによって座標変換媒質を作製し，真空値化された透磁率空間分布の副次的な効果としての 16 GHz から 22 GHz に及ぶ広帯域動作を実証した．これらの提案及び実証によって，座標変換媒質が実現される周波数領域の更なる拡大が期待される．

表 5.1 本研究の成果を含めた座標変換媒質実現対応表

<table>
<tr><td rowspan="6">変換電磁気学</td><td rowspan="5">空間連続</td><td rowspan="4">単一形態</td><td rowspan="2">透過型</td><td>分布透磁率</td><td>○</td></tr>
<tr><td>一定透磁率</td><td>× → ○ (第 2 章)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">反射型</td><td>一定透磁率</td><td>○</td></tr>
<tr><td>真空の透磁率</td><td>△ → ○ (第 2 章)</td></tr>
<tr><td>多形態</td><td colspan="3">× → ○ (第 3 章)</td></tr>
<tr><td>空間不連続</td><td colspan="4">× → ○ (第 4 章)</td></tr>
</table>

第 3 章では，単一の周波数あるいは 2 つの周波数において単一の座標変換のみが実現されていた座標変換媒質について，複数の周波数において複数の座標変換を実現する多形態座標変換媒質の構成方法について提案し，数値的に実証した．フルテンソルの異方性媒質定数テンソルを有する座標変換媒質の等価回路モデルにおいて，複数の座標変換に応じた媒質定数の様々な大小関係を実現する分散性構成回路を用いることで，多形態座標変換媒質の構成方法を構築した．この多形態座標変換媒質の構成方法により，従来単一周波数あるいは単一形態にとどまっていた座標変換媒質の機能を周波数ごとに変更することが可能であり，座標変換媒質の産業上の更なる利用の拡大が期待される．

第 4 章では，空間不連続座標変換媒質の構成方法を提案し，実証した．空間不連続境界における電磁波の屈折現象に幾何学的な解釈を付与することにより，座標変換自体による電磁波の伝搬制御のみならず，その境界における位相の制御を伴う電磁波制御の可能性を指摘した．そして，実際に空間不連続境界における電磁波の屈折現象を利用した空間不連続座標変換媒質の例として，媒質の内部に空間不連続性を有する座標変換による平板レンズ及び外部との境界に空間不連続性を有する座標変換によるデュアルイメージング媒質を提案，実証した．

5.2　将来展望

本研究では，従来の研究において実現されていなかった新たな種々の座標変換媒質を提案し，実証したが，それでもなお，理論のみで実装に至っていない座標変換媒質は多分に存在する．また，本論文で提案した座標変換媒質についても，2.2 節の一定透磁率を有する透過型座標変換媒質や 3 章の多形態座標変換媒質，4.3 節の平板レンズなどは，シミュレーションによる実証にとどまっており，実際の物として実現されていない．依然未開の座標変換媒質が実現されれば，さらに高度な電磁波伝搬制御が可能となり，座標変換媒質に係る学術的な展開という側面もさることながら，高度な電磁波伝搬制御の産業的な応用という側面も併せ持つ．そこで，本研究の将来展望として，今後の研究の方向性を以下にまとめる．まず，本論文のうち実現されていない座標変換媒質の具現化に向けた課題及びその展望を述べた後，より一般の展望として，本論文では取り扱わなかった座標変換媒質の 3 次元化及び双異方性座標変換媒質の実現について詳説する．

5.2.1　本論文で提案した座標変換媒質の具現化

上述のように，2.2 節の一定透磁率を有する透過型座標変換媒質や 3 章の多形態座標変換媒質，4.3 節の平板レンズなどは，シミュレーションによる実証にとどまっており，実際の物として実現されていない．これらの座標変換媒質の実現の際には，座標変換と等価な媒質定数テンソルの異方性をどのようううに実現するかが課題となる．

例えば，4.4 節で実現したように，誘電体層状構造を利用する方法などが考えられる．この場合，用いる誘電体の誘電率によって実現可能な最大の異方性が制限されるため，大きな異方性を出すためには大きな誘電率が必要であり，自然の媒質のみでは実現できない可能性がある．その際，4.4 節のように，混合粒子を利用して実効的な誘電率を上げる方法などが考えられる．

さらに大きな誘電率や異方性が必要な場合には，2.3 節のように金属パッチ構造などを用いる方法が考えられる．この場合，誘電率を大きくするために金属パッチ構造の共振を利用する構成を取っているため，狭帯域動作となってしまうデメリットが生じる可能性があり，また，光波帯などの領域においては，金属のプラズモニック応答を考慮しなければならない．金属メタマテリアルを用いた座標変換媒質の実現の際には，所期の誘電率異方性を確保しつつも，如何に動作帯域を確保するかが問題となる．

3 章の多形態座標変換媒質のように，実現すべき媒質定数が回路素子で表されている場合，集中定数回路と等価な分布定数回路で実現する方法 [84] などが考えられる．その他にも，集中定数の回路素子をメタマテリアル構造として実効的に実現する方法は数多く知られており，それらの組み合わせによって実現する方法も考えられる．いずれの場合においても，その多くは金属を用いたものであるため，前述のように，光波帯などの領域においては，金属のプラズモニック応答を考慮しなければならない．あるいは，分布定数回路で実現する方法については，誘電体導波路構造などを代替的に用いる方法が考えられる．

5.2.2 座標変換媒質の 3 次元化

座標変換媒質の 3 次元化には，3 つの方針が考えられる．1 つは 3 次元異方性を実現するメタマテリアル技術の創出で，もう 1 つは一般化変換電磁気学の利用，そして超対称電磁気学理論の利用である．

本論文中において，等積座標変換と等価な座標変換媒質は 1 軸の異方性誘電体を適当に回転させることで実現可能であることを述べた．このことは本来等積座標変換に限定されるものではない．というのも，任意の座標系における計量テンソルは対称テンソルとなっているため，計量テンソルによって記述される誘電率及び透磁率テンソルもまた対称テンソルであり，適当な 3 次元の回転によって対角化が可能であるからである．逆に言えば，2 軸の異方性を有する誘電率及び透磁率テンソルを同時に実現するメタマテリアルができれば，当該メタマテリアルを適当に回転することによって座標変換媒質が実現可能である．従って，3 次元の座標変換媒質を実現するための目標は，2 軸の異方性を有する誘電率及び透磁率テンソルを同時に実現するメタマテリアルを作製することになるわけだが，現状そのようなメタマテリアルを実装した例は存在しないので，そのようなメタマテリアルを実装する技術を創出することが座標変換媒質の 3 次元化の 1 つの方針となる．

続いて，一般化変換電磁気学に基づく座標変換媒質の 3 次元化について説明する．一般化変換電磁気学に基づく座標変換媒質の 3 次元化については，座標変換自体を設計の自由度として実現可能な媒質定数を得る方針が考えられる．第 2 章では，一定透磁率又は真空の透磁率を得る方法として，具体的な座標変換の式を決めずに座標変換と等価な媒質定数の式 (1.50) から出発して，一定透磁率又は真空の透磁率を与える座標変換を導出した．通常の変換電磁気学においては，座標変換の自由度が 1 つしかないため，上述のような透磁率分布を実現する座標変換の種類には限りがあり，3 次元化のための方針としてはあまり現実的ではない．しかるに一方，一般化変換電磁気学においては 1.2.1 節で述べたように，2 つの座標変換の自由度を有するため，その適当な組み合わせによって，3 次元座標変換媒質においても上述のような透磁率分布を実現する座標変換を採用できる可能性がある．

最後に，超対称電磁気学理論の利用について説明する．超対称電磁気学理論とは，量子力学分野における超対称理論 [106–108] を電磁気学の分野に応用したもので [109–112]，電磁気学における Helmholtz 方程式を量子力学における Hamilton 方程式に対応させ，適用したものである．超対称量子力学においては，絡合子を介した絡合関係式を満たす 2 つの異なる Hamilton 関数を有する系が等スペクトルになり [113]，超対称電磁気学においては，当該関係式を満たす異なる Helmholtz 方程式をを有する 2 つの系による散乱特性が等しくなる．言い換えると，超対称電磁気学においては，異なる媒質定数分布を有する 2 つの系の Helmholtz 方程式が上記絡合関係式を満たせば，その 2 つの系による散乱特性が一致するということである．第 2 章から第 4 章で見たように，座標変換媒質による電磁波伝搬制御は，座標変換媒質内部における座標変換に従った電磁波の伝搬の結果として得られる座標変換外部の電磁場分布を享受することが，ほとんどの場合においてその目的である．すなわち，座標変換と等価な媒質定数を有さない媒質であっても，上記絡合関係式を満たす別の媒質によって，その結果である媒質外部の電場分布を得られれば，電磁波伝搬制御の目的が達成できたと言える．従って，現状のメタマテリアル技術で実現することが難しい座標変換と等価な媒質定数分布を，超対称電磁気学理論に基づいて既存のメタマテリアル技術で実現可能な媒質定数分布に変換することが，座標変換媒質の 3 次元化の別の 1 つの方針となる．例えば，先行研究 [112] においては，高コントラストな誘電率分布を低コントラストな誘電率分布に変換したり，部分的に金属を含む構造による電磁場分布を誘電体のみからなる構造によって実現することに成功している．

5.2.3 双異方性座標変換媒質の実現

1.2.2 節においては考慮しなかったが，変換電磁気学において時間次元を含む座標変換あるいは対称接続でない接続を考慮すると，電気磁気効果の項が発現することになる．その場合，座標変換と等価な媒質定数式 (1.50) には新たに電気磁気効果の項 ξ 及び ζ のテンソルが現れ，実現すべき媒質定数は式 (1.4) の形を取ることとなる．電気磁気効果の実現としては，ある特定方向に電気磁気効果を発現する一様なメタマテリアル [114–117] や，さらにそれを一軸方向に非一様に分布させたメタマテリアル [118] などが提案されている．これらのメタマテリアルを 2 次元ないしは

3 次元的に組み合わせることにより 3 次元方向に電気磁気効果を発現させ，さらに 2 次元ないしは 3 次元方向に非一様に分布させることで，式 (1.4) の媒質定数フルテンソルを有する座標変換媒質の実現可能性がある．なお，この実現は，座標変換媒質の 3 次元化の部分で述べたメタマテリアル技術の創出と深い関連性を有する．

謝辞

本研究を遂行するにあたり，博士前期・後期課程における指導教員として多大なるご指導ご鞭撻を頂きました，大阪大学大学院基礎工学研究科の真田篤志教授に，心より感謝いたします．真田先生の研究者及び教育者としてあるべき姿勢には，大変感銘を受けました．また，本質を突く的確な助言には幾度となく助けられました．

本研究を実施するにあたり多くのご指導と貴重なご意見を頂きました，大阪大学大学院基礎工学研究科の中田陽介准教授に心より感謝いたします．研究に関することのみならず，日常生活においても大変有意義な時間を過ごさせていただきました．

本論文の審査と作成にあたり有益で貴重なご意見をいただきました，京都大学の北野正雄名誉教授，大阪大学大学院基礎工学研究科の永妻忠夫教授，向山敬教授に深く感謝いたします．

折に触れ適切なご助言をいただきました，大阪大学大学院基礎工学研究科の村田博司准教授 (現三重大学教授)，塩見英久助教 (現大阪大学准教授) に感謝いたします．

研究生活を共にし，様々な議論やご支援，ご協力を頂きました，加藤悠人氏，石井勝大氏，榊原成信氏，中林祥基氏，林勇太氏，松川悠輝氏，盛田昴氏，飯田倖平氏，榎本孝太氏，上林大悟氏，佐々木博礼氏，塩田拓哉氏，繁田雄大氏，西澤崇哉氏，奥村悠希氏，北川敬太氏，河野竹伸氏，高野幹太氏，岩田瑞穂氏，大森康平氏，勝田充輝氏，鴻池健人氏，前川勇気氏，松永拓磨氏，安東壱成氏，石原卓氏，小鉢美月氏，土方望会氏，松平淳哉氏，石井佑奈氏，猪熊瑛氏，神原烈久氏，金大輝氏，森一樹氏，米村一真氏に，感謝いたします．また，同じ学会に所属する博士課程学生同士として，度々意見の交換や有益な議論をさせていただきました，京都大学生存圏研究所望月諒氏に，感謝いたします．

最後に，9 年間にわたる大学生活を支えていただきました，家族並びに友人に心より感謝いたします．

参考文献

[1] I. E. Dzyaloshinskiĭ, On the magneto-electrical effect in antiferromagnets, J. Exp. Theor. Phys. **10**, 628 (1959).

[2] D. N. Astrov, The magnetoelectric effect in antiferromagnetics, J. Exp. Theor. Phys. **11**, 708 (1960).

[3] G. T. Rado and V. J. Folen, Observation of the magnetically induced magnetoelectric effect and evidence for antiferromagnetic domains, Phys. Rev. Lett. **7**, 310 (1961).

[4] J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs, Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures, Phys. Rev. Lett. **76**, 4773 (1996).

[5] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, Low frequency plasmons in thin-wire structures, J. Phys. Condens. Matter **10**, 4785 (1998).

[6] J. Pendry, A. Holden, D. Robbins, and W. Stewart, Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena, IEEE Trans. Microw. Theory Techn. **47**, 2075 (1999).

[7] V. G. Veselago, THE ELECTRODYNAMICS OF SUBSTANCES WITH SIMULTANEOUSLY NEGATIVE VALUES OF ϵ AND μ, Soviet Physics Uspekhi **10**, 509 (1968).

[8] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity, Phys. Rev. Lett. **84**, 4184 (2000).

[9] R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, Experimental verification of a negative index of refraction, Science **292**, 77 (2001).

[10] R. W. Ziolkowski, Propagation in and scattering from a matched metamaterial having a zero index of refraction, Phys. Rev. E **70**, 046608 (2004).

[11] R. Liu, Q. Cheng, T. Hand, J. J. Mock, T. J. Cui, S. A. Cummer, and D. R. Smith, Experimental demonstration of electromagnetic tunneling through an epsilon-near-zero metamaterial at microwave frequencies, Phys. Rev. Lett. **100**, 023903 (2008).

[12] B. Edwards, A. Alù, M. G. Silveirinha, and N. Engheta, Reflectionless sharp bends and corners in waveguides using epsilon-near-zero effects, J. Appl. Phys. **105**, 044905 (2009).

[13] Y. Takano and A. Sanada, Demonstration of scattering suppression by a near-zero-index metamaterial composed of dielectric spheres, IEEE Trans. Microw. Theory Techn. **66**, 3921 (2018).

[14] J. B. Pendry, D. Schurig, and D. R. Smith, Controlling electromagnetic fields, Science **312**, 1780 (2006).

[15] L. S. Dolin, To the possibility of comparison of three-dimensional electromagnetic systems with nonuniform anisotropic filling, Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Radiofiz. **4**, 964 (1961).

[16] M. Lax and D. F. Nelson, Maxwell equations in material form, Phys. Rev. B **13**, 1777 (1976).

[17] W. C. Chew and W. H. Weedon, A 3D perfectly matched medium from modified maxwell's equations with stretched coordinates, Microw. Opt. Techn. Lett. **7**, 599 (1994).

[18] A. J. Ward and J. B. Pendry, Refraction and geometry in maxwell's equations, J. Mod. Opt. **43**, 773 (1996).

[19] V. M. Shalaev, Transforming light, *Science*, **322**, 384 (2008).

[20] S. A. Cummer, B.-I. Popa, D. Schurig, D. R. Smith, and J. Pendry, Full-wave simulations of electromag-

netic cloaking structures, Phys. Rev. E **74**, 036621 (2006).
[21] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr, and D. R. Smith, Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies, Science **314**, 977 (2006a).
[22] W. Cai, U. K. Chettiar, A. V. Kildishev, and V. M. Shalaev, Optical cloaking with metamaterials, Nature Photonics **1**, 224 (2007).
[23] B. Kanté, D. Germain, and A. de Lustrac, Experimental demonstration of a nonmagnetic metamaterial cloak at microwave frequencies, Phys. Rev. B **80**, 201104 (2009).
[24] Y. Luo, J. Zhang, H. Chen, L. Ran, B. Wu, and J. A. Kong, A rigorous analysis of plane-transformed invisibility cloaks, IEEE Trans. Antenn. Propag. **57**, 3926 (2009).
[25] B. Zhang, Y. Luo, X. Liu, and G. Barbastathis, Macroscopic invisibility cloak for visible light, Phys. Rev. Lett. **106**, 033901 (2011a).
[26] X. Chen, Y. Luo, J. Zhang, K. Jiang, J. B. Pendry, and S. Zhang, Macroscopic invisibility cloaking of visible light, Nature Commun. **2**, 176 (2011).
[27] J. Zhang, L. Liu, Y. Luo, S. Zhang, and N. A. Mortensen, Homogeneous optical cloak constructed with uniform layered structures, Opt. Express **19**, 8625 (2011b).
[28] N. Landy and D. R. Smith, A full-parameter unidirectional metamaterial cloak for microwaves, Nature Mater. **12**, 25 (2013).
[29] T. Ergin, N. Stenger, P. Brenner, J. B. Pendry, and M. Wegener, Three-dimensional invisibility cloak at optical wavelengths, Science **328**, 337 (2010).
[30] N. I. Landy, N. Kundtz, and D. R. Smith, Designing three-dimensional transformation optical media using quasiconformal coordinate transformations, Phys. Rev. Lett. **105**, 193902 (2010).
[31] H. F. Ma and T. J. Cui, Three-dimensional broadband ground-plane cloak made of metamaterials, Nature Commun. **1** (2010).
[32] J. Fischer, T. Ergin, and M. Wegener, Three-dimensional polarization-independent visible-frequency carpet invisibility cloak, Opt. Lett. **36**, 2059 (2011).
[33] M. H. Fakheri, A. Abdolali, S. Hashemi, and B. Noorbakhsh, Three-dimensional ultra-wideband carpet cloak using multi-layer dielectrics, Microw. Opt. Techn. Lett. **59**, 1284 (2017).
[34] D. G. Silva, P. A. Teixeira, L. H. Gabrielli, M. A. F. C. Junqueira, and D. H. Spadoti, Full three-dimensional isotropic carpet cloak designed by quasi-conformal transformation optics, Opt. Express **25**, 23517 (2017).
[35] B. Orazbayev, M. Beruete, A. Martínez, and C. García-Meca, Diffusive-light invisibility cloak for transient illumination, Phys. Rev. A **94**, 063850 (2016).
[36] S. Xu, H. Xu, H. Gao, Y. Jiang, F. Yu, J. D. Joannopoulos, M. Soljačić, H. Chen, H. Sun, and B. Zhang, Broadband surface-wave transformation cloak, Proc. Nat. Acad. Sci. **112**, 7635 (2015).
[37] W. X. Jiang, C.-W. Qiu, T. Han, S. Zhang, and T. J. Cui, Creation of ghost illusions using wave dynamics in metamaterials, Adv. Funct. Mater. **23**, 4028 (2013).
[38] W. X. Jiang, H. F. Ma, Q. Cheng, and T. J. Cui, Illusion media: Generating virtual objects using realizable metamaterials, Appl. Phys. Lett. **96**, 121910 (2010a).
[39] W. X. Jiang, H. F. Ma, Q. Cheng, and T. J. Cui, Virtual conversion from metal object to dielectric object using metamaterials, Opt. Express **18**, 11276 (2010b).
[40] W. X. Jiang and T. J. Cui, Radar illusion via metamaterials, Phys. Rev. E **83**, 026601 (2011).
[41] H.-X. Xu, G.-M. Wang, K. Ma, and T. J. Cui, Superscatterer illusions without using complementary media, Adv. Opt. Mater. **2**, 572 (2014).
[42] M. Rahm, D. Schurig, D. A. Roberts, S. A. Cummer, D. R. Smith, and J. B. Pendry, Design of electro-

magnetic cloaks and concentrators using form-invariant coordinate transformations of maxwell's equations, Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications **6**, 87 (2008).

[43] W. Wang, L. Lin, J. Ma, C. Wang, J. Cui, C. Du, and X. Luo, Electromagnetic concentrators with reduced material parameters based on coordinate transformation, Opt. Express **16**, 11431 (2008).

[44] W. Li, J. Guan, and W. Wang, Homogeneous-materials-constructed electromagnetic field concentrators with adjustable concentrating ratio, **44**, 125401 (2011a).

[45] H. Chen and C. T. Chan, Transformation media that rotate electromagnetic fields, Applied Physics Letters **90**, 241105 (2007).

[46] Y. Luo, H. Chen, J. Zhang, L. Ran, and J. A. Kong, Design and analytical full-wave validation of the invisibility cloaks, concentrators, and field rotators created with a general class of transformations, Phys. Rev. B **77**, 125127 (2008).

[47] H. Chen, B. Hou, S. Chen, X. Ao, W. Wen, and C. T. Chan, Design and experimental realization of a broadband transformation media field rotator at microwave frequencies, Phys. Rev. Lett. **102**, 183903 (2009).

[48] J. J. Zhang, Y. Luo, S. Xi, H. Chen, L.-X. Ran, and J. Kong, Directive emission obtained by coordinate transformation, Prog. Electromagn. Res. **81**, 437 (2008).

[49] W. X. Jiang, T. J. Cui, H. F. Ma, X. Y. Zhou, and Q. Cheng, Cylindrical-to-plane-wave conversion via embedded optical transformation, Applied Physics Letters **92**, 261903 (2008).

[50] P.-H. Tichit, S. N. Burokur, and A. de Lustrac, Ultradirective antenna via transformation optics, Journal of Applied Physics **105**, 104912 (2009).

[51] D.-H. Kwon and D. H. Werner, Flat focusing lens designs having minimized reflection based on coordinate transformation techniques, Opt. Express **17**, 7807 (2009).

[52] D. A. Roberts, N. Kundtz, and D. R. Smith, Optical lens compression via transformation optics, Opt. Express **17**, 16535 (2009).

[53] S. Xiong, Y. Feng, T. Jiang, and J. Zhao, Designing retrodirective reflector on a planar surface by transformation optics, AIP Advances **3**, 012113 (2013).

[54] I. Gallina, G. Castaldi, and V. Galdi, Transformation media for thin planar retrodirective reflectors, IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters **7**, 603 (2008).

[55] H. Chen, R.-X. Miao, and M. Li, Transformation optics that mimics the system outside a schwarzschild black hole, Opt. Express **18**, 15183 (2010).

[56] C. Sheng, H. Liu, Y. Wang, S. N. Zhu, and D. A. Genov, Trapping light by mimicking gravitational lensing, Nature Photonics **7**, 902 (2013).

[57] I. I. Smolyaninov and Y.-J. Hung, Modeling of time with metamaterials, J. Opt. Soc. Am. B **28**, 1591 (2011).

[58] I. Fernández-Núñez and O. Bulashenko, Wave propagation in metamaterials mimicking the topology of a cosmic string, J. Opt. **20**, 045603 (2018).

[59] U. Leonhardt, Optical conformal mapping, Science **312**, 1777 (2006).

[60] V. N. Smolyaninova, I. I. Smolyaninov, A. V. Kildishev, and V. M. Shalaev, Maxwell fish-eye and eaton lenses emulated by microdroplets, Opt. Lett. **35**, 3396 (2010).

[61] T. Zentgraf, Y. Liu, M. H. Mikkelsen, J. Valentine, and X. Zhang, Plasmonic luneburg and eaton lenses, Nature Nanotechnology **6**, 151 (2011).

[62] A. Aubry, D. Y. Lei, A. I. Fernández-Domínguez, Y. Sonnefraud, S. A. Maier, and J. B. Pendry, Plasmonic light-harvesting devices over the whole visible spectrum, Nano Letters **10**, 2574 (2010).

[63] A. I. Fernández-Domínguez, S. A. Maier, and J. B. Pendry, Collection and concentration of light by

touching spheres: A transformation optics approach, Phys. Rev. Lett. **105**, 266807 (2010).

[64] Y. Luo, J. B. Pendry, and A. Aubry, Surface plasmons and singularities, Nano Letters **10**, 4186 (2010).

[65] J. Li and J. B. Pendry, Hiding under the carpet: A new strategy for cloaking, Phys. Rev. Lett. **101**, 203901 (2008).

[66] R. Liu, C. Ji, J. J. Mock, J. Y. Chin, T. J. Cui, and D. R. Smith, Broadband ground-plane cloak, Science **323**, 366 (2009a).

[67] J. Valentine, J. Li, T. Zentgraf, G. Bartal, and X. Zhang, An optical cloak made of dielectrics, Nature Materials **8**, 568 (2009).

[68] L. H. Gabrielli, J. Cardenas, C. B. Poitras, and M. Lipson, Silicon nanostructure cloak operating at optical frequencies, Nature Photonics **3**, 461 (2009).

[69] J. H. Lee, J. Blair, V. A. Tamma, Q. Wu, S. J. Rhee, C. J. Summers, and W. Park, Direct visualization of optical frequency invisibility cloak based on silicon nanorod array, Opt. Express **17**, 12922 (2009).

[70] H. F. Ma, W. X. Jiang, X. M. Yang, X. Y. Zhou, and T. J. Cui, Compact-sized and broadband carpet cloak and free-space cloak, Opt. Express **17**, 19947 (2009).

[71] Z. Chang, X. Zhou, J. Hu, and G. Hu, Design method for quasi-isotropic transformation materials based on inverse laplace's equation with sliding boundaries, Opt. Express **18**, 6089 (2010).

[72] M. Gharghi, C. Gladden, T. Zentgraf, Y. Liu, X. Yin, J. Valentine, and X. Zhang, A carpet cloak for visible light, Nano Lett. **11**, 2825 (2011).

[73] M. A. F. C. Junqueira, L. H. Gabrielli, and D. H. Spadoti, Reflectionless quasiconformal carpet cloak via parameterization strategy, J. Opt. Soc. Am. B **32**, 2488 (2015).

[74] L. Bergamin, Generalized transformation optics from triple spacetime metamaterials, Phys. Rev. A **78**, 043825 (2008).

[75] L. Bergamin, Electromagnetic fields and boundary conditions at the interface of generalized transformation media, Phys. Rev. A **80**, 063835 (2009).

[76] G. Castaldi, V. Galdi, A. Alù, and N. Engheta, Nonlocal transformation optics, Phys. Rev. Lett. **108**, 063902 (2012).

[77] M. Moccia, G. Castaldi, V. Galdi, A. Alù, and N. Engheta, Dispersion engineering via nonlocal transformation optics, Optica **3**, 179 (2016).

[78] J. Luo, Y. Yang, Z. Yao, W. Lu, B. Hou, Z. H. Hang, C. T. Chan, and Y. Lai, Ultratransparent media and transformation optics with shifted spatial dispersions, Phys. Rev. Lett. **117**, 223901 (2016).

[79] F. L. Teixeira, Differential form approach to the analysis of electromagnetic cloaking and masking, Microwave and Optical Technology Letters **49**, 2051 (2007).

[80] M. Nakahara, *Geometry, topology and physics* (CRC press, 2003).

[81] S. A. R. Horsley, Transformation optics, isotropic chiral media and non-riemannian geometry, New Journal of Physics **13**, 053053 (2011).

[82] H. Zhang, H. Xin, and R. W. Ziolkowski, in *2009 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium* (2009) pp. 1–4.

[83] J. Shao, H. Zhang, Y. Lin, and X. Hao, Dual-frequency electromagnetic cloaks enabled by lc-based metamaterial circuits, Prog. Electromagn. Res. **119**, 225 (2011).

[84] T. Nagayama and A. Sanada, Planar distributed full-tensor anisotropic metamaterials for transformation electromagnetics, IEEE Trans. Microw. Theory Techn. **63**, 3851 (2015).

[85] X. Chen, T. M. Grzegorczyk, B.-I. Wu, J. Pacheco, and J. A. Kong, Robust method to retrieve the constitutive effective parameters of metamaterials, Phys. Rev. E **70**, 016608 (2004).

[86] D. R. Smith, D. C. Vier, T. Koschny, and C. M. Soukoulis, Electromagnetic parameter retrieval from

inhomogeneous metamaterials, Phys. Rev. E **71**, 036617 (2005).

[87] X. Liu, C. Li, K. Yao, X. Meng, W. Feng, B. Wu, and F. Li, Experimental verification of broadband invisibility using a cloak based on inductor-capacitor networks, Appl. Phys. Lett. **95**, 191107 (2009b).

[88] C. Li, X. Meng, X. Liu, F. Li, G. Fang, H. Chen, and C. T. Chan, Experimental realization of a circuit-based broadband illusion-optics analogue, Phys. Rev. Lett. **105**, 233906 (2010).

[89] C. Li, X. Liu, G. Liu, F. Li, and G. Fang, Experimental demonstration of illusion optics with "external cloaking" effects, Appl. Phys. Lett. **99**, 084104 (2011b).

[90] M. Liu, Z. Lei Mei, X. Ma, and T. J. Cui, dc illusion and its experimental verification, Appl. Phys. Lett. **101**, 051905 (2012).

[91] R. M. Foster, A reactance theorem, Bell System Technical Journal **3**, 259 (1924).

[92] O. J. Zobel, Theory and design of uniform and composite electric wave-filters, The Bell System Technical Journal **2**, 1 (1923).

[93] F. Goos and H. Hänchen, Ein neuer und fundamentaler versuch zur totalreflexion, Annalen der Physik **436**, 333 (1947).

[94] L. Lambrechts, V. Ginis, J. Danckaert, and P. Tassin, Transformation optics for surface phenomena: Engineering the goos-hänchen effect, Phys. Rev. B **95**, 035427 (2017).

[95] D. Schurig, J. B. Pendry, and D. R. Smith, Calculation of material properties and ray tracing in transformation media, Opt. Express **14**, 9794 (2006b).

[96] M. Yin, X. Y. Tian, L. L. Wu, and D. C. Li, A broadband and omnidirectional electromagnetic wave concentrator with gradient woodpile structure, Opt. Express **21**, 19082 (2013).

[97] M. Yin, X. Yong Tian, L. Ling Wu, and D. Chen Li, All-dielectric three-dimensional broadband eaton lens with large refractive index range, Appl. Phys. Lett. **104**, 094101 (2014).

[98] J. YI, S. N. Burokur, G.-P. Piau, and A. de Lustrac, Coherent beam control with an all-dielectric transformation optics based lens, Sci. Rep. **6**, 18819 (2016).

[99] J. Yi, S. N. Burokur, G.-P. Piau, and A. de Lustrac, 3d printed broadband transformation optics based all-dielectric microwave lenses, J. Opt. **18**, 044010 (2016).

[100] Y. h. Lou, Y. X. Zhu, G. F. Fan, W. Lei, W. Z. Lu, and X. C. Wang, Design of ku-band flat luneburg lens using ceramic 3-d printing, IEEE Antennas Wireless Propag. Lett. **20**, 234 (2020).

[101] F. Castles, D. Isakov, A. Lui, Q. Lei, C. E. J. Dancer, Y. Wang, J. M. Janurudin, S. C. Speller, C. R. M. Grovenor, and P. S. Grant, Microwave dielectric characterisation of 3d-printed batio3/abs polymer composites, Sci. Rep. **6**, 22714 (2016).

[102] Y. Wu, D. Isakov, and P. S. Grant, Fabrication of composite filaments with high dielectric permittivity for fused deposition 3d printing., Materials (Basel) **10**, 1218 (2017).

[103] Y. Zhang, H. Li, X. Yang, T. Zhang, K. Zhu, W. Si, Z. Liu, and H. Sun, Additive manufacturing of carbon nanotube-photopolymer composite radar absorbing materials, Polym. Compos. **39**, E671 (2018).

[104] A. Malas, D. Isakov, K. Couling, and G. J. Gibbons, Fabrication of high permittivity resin composite for vat photopolymerization 3d printing: Morphology, thermal, dynamic mechanical and dielectric properties, Materials **12**, 3818 (2019).

[105] J. C. M. Garnett, Colours in metal glasses and in metallic films, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, **203**, 385 (1904).

[106] A. Neveu and J. Schwarz, Factorizable dual model of pions, Nuclear Physics B **31**, 86 (1971).

[107] E. Witten, Dynamical breaking of supersymmetry, Nuclear Physics B **188**, 513 (1981).

[108] A. Khare and U. Sukhatme, Phase-equivalent potentials obtained from supersymmetry, Journal of Physics

A: Mathematical and General **22**, 2847 (1989).

[109] S. M. Chumakov and K. B. Wolf, Supersymmetry in helmholtz optics, Physics Letters A **193**, 51 (1994).

[110] A. Szameit, F. Dreisow, M. Heinrich, S. Nolte, and A. A. Sukhorukov, Realization of reflectionless potentials in photonic lattices, Phys. Rev. Lett. **106**, 193903 (2011).

[111] M.-A. Miri, M. Heinrich, R. El-Ganainy, and D. N. Christodoulides, Supersymmetric optical structures, Phys. Rev. Lett. **110**, 233902 (2013).

[112] M.-A. Miri, M. Heinrich, and D. N. Christodoulides, Susy-inspired one-dimensional transformation optics, Optica **1**, 89 (2014).

[113] Y. Yamada, Supersymmetric Construction of Three-Dimensional Isospectral Systems, Progress of Theoretical Physics **118**, 545 (2007).

[114] N. Kanda, K. Konishi, and M. Kuwata-Gonokami, Terahertz wave polarization rotation with double layered metal grating of complimentary chiral patterns, Opt. Express **15**, 11117 (2007).

[115] S. Tomita, K. Sawada, A. Porokhnyuk, and T. Ueda, Direct observation of magnetochiral effects through a single metamolecule in microwave regions, Phys. Rev. Lett. **113**, 235501 (2014).

[116] T. Kan, A. Isozaki, N. Kanda, N. Nemoto, K. Konishi, H. Takahashi, M. Kuwata-Gonokami, K. Matsumoto, and I. Shimoyama, Enantiomeric switching of chiral metamaterial for terahertz polarization modulation employing vertically deformable mems spirals, Nature Communications **6**, 8422 (2015).

[117] F. R. Prudêncio and M. G. Silveirinha, Optical isolation of circularly polarized light with a spontaneous magnetoelectric effect, Phys. Rev. A **93**, 043846 (2016).

[118] S. Tomita, K. Sawada, S. Nagai, A. Sanada, N. Hisamoto, and T. Ueda, Microwave analog of stern-gerlach effects using nonuniform chiral metamaterials, Phys. Rev. B **96**, 165425 (2017).

業績一覧

博士論文関連業績

学術雑誌 (主著 4 件)

[1] **Y. Takano** and A. Sanada, "General dual-band coordinate transformation media with full-tensor anisotropic dispersion controls," Phys. Rev. B **104**, 165115 (2021).

[2] **Y. Takano** and A. Sanada, "Dual Imaging Metamaterial Composed of Periodic Bi-Fold Transformation Media Made of 3D Printed TiO_2 Nanoparticles Mixed Resin," IEEE Trans. Microw. Theory Techn. **69**, 3616 (2021).

[3] **Y. Takano** and A. Sanada, "Broadband corner cloak using a uniaxial transformation medium of stacked artificial dielectric sheets," EPJ Appl. Metamat. **7**, 4 (2020).

[4] **Y. Takano**, and A. Sanada, "Demonstration of Scattering Suppression by a Near-Zero-Index Metamaterial Composed of Dielectric Spheres," IEEE Trans. Microw. Theory Techn. **66**, 3921 (2018).

国際会議発表 (主著 7 件，うち口頭 5 件，ポスター 2 件，共著 1 件)

[1] **Y. Takano** and A. Sanada, "Novel Design of an Anisotropic Dielectric Lens with Spatially Discontinuous Boundary Based on Quasi-Conformal Transformation Electromagnetics," in *Proceedings of the 2020 IEEE Asia-Pacific Microwave Conference*, Hong Kong, Hong Kong, 2020, p. 1048.

[2] **Y. Takano** and A. Sanada, "Double Imaging by a Periodic Bi-Fold Transformation Medium," in *Proceedings of the 14th International Congress on Artificial Materials for Novel Wave Phenomena*, New York, USA, 2020, p. 303.

[3] **Y. Takano** and A. Sanada, "Dual-Band Coordinate Transformation by Anisotropic Media with Negative and Positive Eigenvalues," in *Proceedings of the 2020 IEEE International Symposium on Radio-Frequency Integration Technology*, Hiroshima, Japan, 2020, p. 55.

[4] **Y. Takano** and A. Sanada, "Geometrical Interpretation of Anomalous Refractions at Spatially Discontinuous Boundaries in Transformation Electromagnetics," in *Proceedings of the 2019 IEEE Asia-Pacific Microwave Conference*, Singapore, 2019, p. 1578.

[5] **Y. Takano**, T. Nagayama, and A. Sanada, "Constant Permeability Design of Cylindrical Invisibility Cloaks with Hyperbolic Coordinate Transformation Based on Transformation Electromagnetics," in *Proceedings of the 2018 Asia Pacific Microwave Conference*, Kyoto, Japan, 2018, p. 192.

[6] **Y. Takano** and A. Sanada, "Infinite-Area Isovolumetric Transformation for Electromagnetic Invisibility Cloaks Based on Transformation Electromagnetics," in *Proceedings of the 2018 48th European Microwave Conference*, Madrid, Spain, 2018, p. 679.

[7] **Y. Takano** and A. Sanada, "Polarization Independent Isotropic Near-Zero-Index Metamaterials Composed of Dielectric Spheres for 3-D Invisibility Cloaks" in *Proceedings of the 2017 IEEE Asia Pacific Microwave*

Conference, Kuala Lumpur, Malaysia, 2017, p. 345.

[8] K. Konishi, H. Yasukochi, K. Soeda, **Y. Takano**, H. Niwa, J. Yumoto and M. Kuwata-Gonokami, “Thick THz metamaterials fabricated by 3D printer for THz high-pass filter application,” in *Proceedings of the 2017 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe & European Quantum Electronics Conference*, Munich, Germany, 2017, p. 1.

国内学会発表 (主著 7 件，うち招待講演 1 件，共著 1 件)

[1] 高野 佑磨, 真田 篤志, “空間不連続境界を用いた異方性誘電体レンズの設計法について,” 電子情報通信学会 2020 年ソサイエティ大会, C-2-35, 徳島, 2020.

[2] 高野 佑磨, 真田 篤志, “周期配列誘電体球準零屈折率メタマテリアルによる散乱抑制,” マイクロ波研究会 2020 年 1 月研究会, 東京, 2020. (招待講演)

[3] 高野 佑磨, 真田 篤志, “空間不連続境界を用いた平板レンチキュラーレンズについて,” 電子情報通信学会 2019 年ソサイエティ大会, C-2-63, 大阪, 2019.

[4] 高野 佑磨, 真田 篤志, “平行積層型透明マント媒質のための座標変換,” 電子情報通信学会 2019 年総合大会, C-2-41, 東京, 2019.

[5] 高野 佑磨, 真田 篤志, “変換電磁気学における空間不連続境界の幾何学的解釈,” 電子情報通信学会 2018 年ソサイエティ大会, C-2-54, 石川, 2018.

[6] 高野 佑磨, 真田 篤志, “等積座標変換によるレトロディレクティブ反射板の反射特性,” 電子情報通信学会 2018 年総合大会, C-2-30, 東京, 2018.

[7] 高野 佑磨, 真田 篤志, “誘電体透明マント媒質のための等積座標変換,” 電子情報通信学会 2017 年ソサイエティ大会, C-2-32, 東京, 2017.

[8] 小西 邦昭, 安河内 裕之, 添田 建太郎, 高野 佑磨, 丹羽 宏彰, 湯本 潤司, 五神 真, “3D プリンターで作製したメタマテリアルのテラヘルツハイパスフィルター応用,” 第 78 回 応用物理学会春季学術講演会, 8a-A405-11, 福岡, 2017.

受賞

[1] RFIT2020 Student Award, RFIT 2020 Award Committee, 2020 年 9 月.

[2] IEEE MTT-S Kansai Chapter Best Young Presentation Award, IEEE MTT-S Kansai Chapter, 2019 年 12 月.

[3] 2019 IEEE MTT-S Japan Young Engineer Award, IEEE MTT-S Japan, Kansai, and Nagoya Chapters, 2019 年 11 月.

[4] IEEE MTT-S Kansai Chapter Best Young Presentation Award, IEEE MTT-S Kansai Chapter, 2018 年 12 月.

[5] APMC 2018 Student Prize, APMC 2018 Award Committee, 2018 年 11 月.

[6] IEEE MTT-S Kansai Chapter Best Young Presentation Award, IEEE MTT-S Kansai Chapter, 2017 年 12 月.

その他の業績

学術雑誌 (主著相当 1 件)

[1] R. Akiyama, **Y. Takano**, Y. Endo, S. Ichinokura, R. Nakanishi, K. Nomura, and S. Hasegawa, "Berry phase shift from 2π to π in bilayer graphene by Li-intercalation and sequential desorption," Appl. Phys. Lett. **110**, 233106 (2017). ("R. Akiyama and **Y. Takano** are equally contributed.")

国際会議発表 (共著 1 件)

[1] R. Mochizuki, **Y. Takano**, N. Shinohara and A. Sanada, "Novel Length Independent Beltrami Resonators Using Corrugated Reflectors," in *Proceedings of the 2018 Asia Pacific Microwave Conference*, Kyoto, Japan, 2018, p. 1345.

国内学会発表 (共著 1 件)

[1] 増渕 覚, 柏木 麗奈, 井上 尚子, 高野 佑磨, 森川 生, 渡邊 賢司, 谷口 尚, 町田 友樹, "Twisted 二層グラフェンにおける整数量子ホール効果," 日本物理学会 2015 年秋季大会, 18aAE-4, 大阪, 2015.