OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	On τ-tilting finiteness of several finite-dimensional algebras
Author(s)	王, 起
Citation	大阪大学, 2022, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/88159
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

Form 3

Abstract of Thesis

Name (Qi WANG)	
Title	On τ-tilting finiteness of several finite-dimensional algebras (いくつかの有限次元代数のタウ傾有限性について)

Abstract of Thesis

In this thesis, we discuss the τ-tilting finiteness for three classes of finite-dimensional algebras over an algebraically closed field.

First, we consider the class of two-point algebras. We completely determine the τ-tilting finiteness for minimal wild two-point algebras. Based on this complete classification, we are able to determine the τ-tilting finiteness for some tame two-point algebras.

Second, we consider the class of simply connected algebras. We show that a simply connected algebra is τ-tilting finite if and only if it is representation-finite. We also show that the τ-tilting finiteness of non-sincere algebras can be reduced to that of sincere algebras. Then, by combining these new results with some previous results of other scholars, we can get a complete list of τ-tilting finite sincere simply connected algebras. Moreover, we can determine the τ-tilting finiteness for several related algebras, such as tubular algebras, hypercritical algebras, and locally hereditary algebras.

Last, we consider the class of (classical) Schur algebras. Here, we do not consider the τ-tilting finiteness blockwise even though some block algebras of Schur algebras are discussed. We determine the τ-tilting finiteness of Schur algebras except for a few small cases. (These small cases are settled in another paper jointed with Toshitaka Aoki. Hence, we actually have a complete classification.) This is a fundamental effort toward the τ-tilting finiteness of q-Schur algebras, infinitesimal Schur algebras and so on.

様式 7

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名　（　王起（WANG, QI）　）		
	（職）	氏　名
論文審査担当者	主査　教授　有木　進 副査　教授　日比　孝之 副査　准教授　大島　芳樹	

論文審査の結果の要旨

有限次元代数の表現論は多くの分野に応用をもつ。例えば、多項式f(x)を与えたとき、f(A)=0をみたす正方行列Aを分類する問題は一変数多項式環をf(x)の生成するイデアルで割った有限次元代数の表現論に他ならない。この問題の答えはJordan標準形で与えられるが、これはAuslander-Reiten理論のもっとも簡単な例であり有限次元代数一般に対して、すなわち種々の関係式をみたす行列の集合に対して、その標準形を与える理論が得られている。ある代数を与えその性質を調べるとき、元の代数で考えると困難に直面するが、別の代数で考えると答えがわかることがある。このような仕組みとして森田同値や導来圏同値が代表的で、導来圏同値を与える方法として傾加群を用いるが、傾加群の生成方法として傾変異という手法が知られていた。Aをn個の既約加群をもつ代数とする。このとき、傾加群はn個の直既約加群の直和であり、傾変異はその直既約加群のひとつを別の直既約加群で置き換えることで新しい傾加群を得る手法である。しかし、傾変異には任意の直既約因子に対し傾変異が実行できるわけではないという欠点があった。これを解決したのが、2014年に足立、伊山およびReitenが導入したタウ傾理論である。タウ傾理論では傾加群の代わりにタウ傾加群を考える。タウ傾加群が有限個のとき特によい性質が成り立ち、加群圏の部分圏でよい性質をもつものの分類問題や自己同型環が1次元になる直既約加群の分類問題等々、多くの分類問題に対し威力を発揮する。

上記で述べた通り、タウ傾加群がいつ有限個かという問題は重要な問題であるが、どのような代数に対していつタウ傾加群が有限個になるかはほとんどわかっていなかった。王起君はこの問題に取り組み、単連結代数という関係式付き有限次元道代数のクラス及びSchur代数と呼ばれる正標数の一般線形群の表現論に現れる有限次元代数のクラスに対して完全な分類を与えた。単連結代数のタウ傾有限性の分類には、関係式付き有限次元道代数の表現論の分野において長年に渡り開発されてきた多くの結果が使われる。Schur代数のタウ有限性の分類には、有限次元代数の表現論だけではなく代数群の表現論において開発されてきた結果が使われる。例えば、Young加群に関する指標公式及び対称群の分解係数の理論を用いて必要となるSchur代数の基本代数の情報を求めている。その後は、有限次元代数の表現論の分野での研究になるが、タウ傾有限性を保つ商代数を得る方法が近年開発されており、これらの手法を用いてタウ傾有限性の判定が行われる。さらに、タウ傾加群が有限個の場合には台タウ傾加群も有限個であり、台傾加群がいくつ存在するのかも重要な問いであるが、台タウ傾加群の個数の決定も行っている。その計算には台タウ傾加群の台を固定したときの台タウ傾加群の個数に関する漸化式の導出も含まれ、いくつかの漸化式の導出はかなり非自明な考察を必要とする。以上から、本論文は博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。