OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	圧縮力を受ける鋼板及び補剛鋼板の極限強度に関する研究
Author(s)	北田, 俊行
Citation	大阪大学, 1980, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/885
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

圧縮力を受ける鋼板及び補剛鋼板の極限強度に関する研究

昭和 55 年 6 月

北 田 俊 行

記　　号

A_g　：　補剛板全体の断面積

A_S　：　有効補剛材の断面積

A_w　：　ビード断面積（㎟）

$\mathbb{A}$　：　剛性マトリックスをコレスキー分解した時の上三角マトリックス

$\mathbb{A}_L$　：　$\Delta d\mathbb{I}_{bL}$ と β を関係づけるマトリックス

$\mathbb{A}_\theta$　：　$\Delta\theta$ と $\Delta d\mathbb{I}_b$ を関係づけるマトリックス

$\mathbb{A}_\phi$　：　$\Delta\phi$ と $\Delta d\mathbb{I}_b$ を関係づけるマトリックス

a　：　周辺支持板の長さあるいは補剛板の横補剛材間隔

a_o　＝　B/α_o ： $\alpha_g=\alpha_o$ の時の α

a_1, a_2 ：板継ぎ溶接部の位置と載荷辺の距離

a'　：　補剛板の有効座屈長

B　：　補剛板の全幅あるいは自由突出圧縮フランジの全幅

$\mathbb{B}_r$　：　$d\mathbb{I}'$ と $d\mathbb{I}$ を関係づけるBoolianマトリックス

$\mathbb{B}_u$　：　$\Delta\mathfrak{C}$ と $\Delta d\mathbb{I}_S$ を関係づけるマトリックス

b　：　周辺支持圧縮板の幅あるいは補剛板の縦補剛材間隔

b_c, b_c'　：　補剛板の板パネルの残留圧縮応力度の分布幅（図－3.4.18）

b_e　：　周辺単純支持圧縮板の極限状態における有効幅

b_{t1}, b_{t2}　：　補剛板の板パネルの残留引張応力の分布幅（図－3.4.18）

b_{t1}', b_{t2}'　：　端パネルの残留引張応力の分布幅（図－7．8参照）

b_u　：　全構造系の剛性マトリックスのバンド幅の２分の１

b_w　＝　ＮＷＮ＋（剛棒の数）×２

C　：　ビード断面積と残留圧縮応力度を関係づける係数（$kg/㎟$）

$\mathbb{C}$　：　$d\mathbb{L}$ と $d\mathbb{I}_S$ を関係づけるマトリックス（式（2.3.107））

$\mathbb{C}_\theta$　：　たわみ角マトリックス（式（2.3.16））

c ： 補剛板を他の板要素に接合する際の隅角部における突出幅

$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ ： 板曲げ剛度

$\mathbb{D}$ ： 剛度マトリックス（式（2.2.39））

$\mathbb{D}_e$ ： 弾性の剛度マトリックス（式（2.2.14））

$\mathbb{D}_{ep}$ ： 弾塑性の剛度マトリックス（式（2.2.20））

$\mathbb{D}_p = \mathbb{D}_e - \mathbb{D}_{ep}$

$d\lambda$ ： 塑性ひずみ増分の大きさを表す非負値のスカラー量

$d(\ )$ ： ( )の微分

$d\mathbb{I}$ ： 有限要素の節点変位ベクトル

$d\mathbb{I}_b$ ： 有限要素の面外節点変位ベクトル

$d\mathbb{I}_{bL}$ ： 面積座標で表した面外節点変位ベクトル

$d\mathbb{I}_e$ ： 目違い位置に設けた共通節点における節点変位ベクトル

$d\mathbb{I}_g$ ： 全体座標系に関する有限要素の節点変位ベクトル

$d\mathbb{I}_r$ ： 節点 r の節点変位ベクトル（ r = i , j , k ）

$d\mathbb{I}_s$ ： 有限要素の面内節点変位ベクトル

$\hat{d\mathbb{I}}_s$ ： 有限要素内の任意点の面内変位ベクトル

$d\mathbb{I}_{sr}$ ： 節点 r の面内節点変位ベクトル（ r = i , j , k ）

E ： ヤング係数

$\mathbb{E}_e$ ： $\Delta d\mathbb{I}_g$ と $\Delta d\mathbb{I}_e$ を関係づけるマトリックス

$\mathbb{E}$ ： $\mathbb{E}_1 \sim \mathbb{E}_3$ から成るマトリックス

$\mathbb{E}_1 \sim \mathbb{E}_3$ ： 全体座標系（ X , Y , Z ）における基本ベクトル（行ベクトル）

e ： 板継ぎ溶接部目違い量

$\mathbb{e}$ ： $e_1 \sim e_3$ から成るマトリックス

e_c ： 平行目違いモード

e_l ： 回転目違いモード

e_{max} ： 1板パネル中の目違い量の絶対最大値

e_p ： 2次曲線目違いモード

e_p ： 3辺単純1辺自由板の支持側辺と集中圧縮力の作用線との距離

e_{pl} ： 補剛材の重心軸と板パネルの中央面の距離

e_g ： 圧縮柱の部材軸と圧縮力の作用線との距離

$e_1 \sim e_3$ ： 変形後の局所座標系（x，y，z）における基本ベクトル（行ベクトル）

$e_1^* \sim e_3^*$ ： 変形前の局所座橋系（x*，y*，z*）における基本ベクトル（行ベクトル）

e^* ： $e_1^* \sim e_3^*$ から成るマトリックス

F ： 降伏関数

F_s ： 縦補剛材1本の断面積

F_{xr} ： 節点rのx軸方向の節点力（r＝i，j，k）

F_{yl} ： 初期降伏荷重

F_{yr} ： 節点rのy軸方向の節点力（r＝i，j，k）

$\mathbb{F}$ ： 全構造系の節点外力ベクトル

$\tilde{\mathbb{F}}$ ： 全構造系の一般化節点外力ベクトル

$\bar{\mathbb{F}}$ ： 全構造系の真の節点力ベクトル

F_r ： 自由突出圧縮板の剛棒に設けたヒンジに作用する圧縮力

$\bar{\mathbb{F}}_r$ ： 全構造系における残留応力による等価節点力ベクトル

$\mathbb{F}_{ro}$ ： 初期状態において残留応力による不つり合い力を相殺するための仮想の外力ベクトル

$\tilde{\mathbb{F}}_{r,o}$ ： 全構造系における残留応力による不つり合い力を相殺するための仮想の一般化節点外力ベクトル

$\mathbb{F}_S$ ： 平面応力問題における全構造系の節点外力ベクトル

$\bar{\mathbb{F}}_u$ ： 全構造系における変形による応力ベクトルに等価な節点力ベクトル

$\mathbb{f}$ ： 有限要素の節点力ベクトル

$\tilde{\mathbb{f}}$ ： 要素の一般化節点力ベクトル

$\mathbb{f}_b$ ： 有限要素の面外節点力ベクトル

$\mathbb{f}_e$ ： 目違い位置に設けた共通節点における節点力ベクトル

$\mathbb{f}_g$ ： 全体座標系に関する有限要素の節点力ベクトル

$\mathbb{f}_r$ ： 節点 r の節点力ベクトル（ r = i , j , k ）

$\mathbb{f}_r$ ： 残留応力ベクトル $\mathbb{\sigma}_r$ による等価節点力ベクトル

$\mathbb{f}_s$ ： 有限要素の面内節点力ベクトル

$\mathbb{f}_u$ ： 変形による応力ベクトル $\mathbb{\sigma}_u$ に関する等価節点力ベクトル

G ： ゲージ長

G ： せん断弾性係数

$\mathbb{G}$ ： w と β を関係づけるマトリックス

H' = $1/E + 1/H_o'$

H_o' ： 引張試験による材料の応力・ひずみ曲線の勾配

$\mathbb{H}_k$ ： 要素k の $\Delta\tilde{\mathbb{u}}$ と $\Delta\mathbb{d}_g$ を関係づけるマトリックス

$\mathbb{H}_s$ ： 柱要素の Δw と $\Delta\mathbb{d}_b$ を関係づけるマトリックス

$\mathbb{H}_{wr}$ ： Δw と $\Delta\tilde{w}$ を関係づけるマトリックス

h_c, h_c' ： 補剛材の残留圧縮応力度の分布幅（図－3.4.18）

h_{cm} ： 補剛材先端の残留引張応力の分布幅（図－3.4.18）

h_s ： 自由突出圧縮板の突出幅（縦補剛材高さ，自由突出圧縮フランジ幅の1／2）

h_{tl} ： 補剛材の付け根の残留引張応力の分布幅（図－3.4.18）

I ： 補剛される板の表面に関する縦補剛材1本の断面2次モーメント

I_S ： 有効補剛材の断面2次モーメント

$\mathbb{K}$ ： 全構造系の接線剛性マトリックス

$K_{bs} = b_e/b = \overline{\sigma}_m/\sigma_Y$ ： 有効幅係数

$\mathbb{K}_e$ ： 全構造系の弾性の剛性マトリックス

k ： 座屈係数（周辺単純支持の圧縮板 ： $k = 4$，3辺単純支持1辺自由の無限圧縮板 ： $k = 0.425$）

$k = Aw/Q$（mm^3/J）

$k_{\overline{\sigma}}$ ： 示方書で定める圧縮補剛板の基準耐荷力を降伏点で無次元化した値

$k_{\overline{\sigma}*} = \overline{\sigma}^*_{gm}/\sigma^*_Y$

$\tilde{\mathbb{k}}$ ： 要素の一般化剛性マトリックス（式（2.5.36））

$\mathbb{k}_{bb}$ ： 板曲げに関する有限要素の剛性マトリックス

$\mathbb{k}_G$ ： 幾何学的剛性マトリックス

$\mathbb{k}_g$ ： 全体座標系に関する有限要素の接線剛性マトリックス

$\mathbb{k}_{sb}$ ： 面内と面外の連成挙動に関する有限要素の剛性マトリックス

$\mathbb{k}_{ss}$ ： 平面応力問題における有限要素の接線剛性マトリックス

L ： 自由突出圧縮板の長さあるいは腹板の垂直補剛材間隔

$L1$ ： 自由突出フランジの最大初期たわみ点と垂直補剛材位置との距離

$L_1 \sim L_3$ ： 面積座標

$\mathbb{L}$ ： 有限要素の座標変換マトリックス

$\mathbb{L}_J$ ： $\Delta d\mathbb{I}_{bL}$ と $\Delta d\mathbb{I}_b$ を関係づけるマトリックス

M ： X軸方向の要素分割数

M_r ： 自由突出圧縮板の剛棒に設けたヒンジに作用する外力モーメント

M_{ro} ： 残留応力による合モーメント

M_X ： X軸回りのモーメント

M_Y ： Y軸回りのモーメント

m ： ワイブル分布の形状を表す係数

m ： ガンマ分布の形状を表す係数

$m = \sigma_Y / \bar{\sigma}^{*}_{eq}$

N ： Y軸方向の要素分割数

$\mathbb{N}$ ： $\hat{d\Gamma}_S$ と $d\Gamma_S$ を関係づけるマトリックス

N_e ： 全要素数

N_{rr} ： 残留応力による軸方向合力

$N_S = n_S + 1$ ： 縦補剛材で区切られた板パネル数

n_S ： 縦補剛材本数

N_T ： 分割した層の数

NWN ： 仮定したたわみモードの個数

P_e ： 補剛板の端パネルの外側の有効幅部分が支持する圧縮力

P_{gm} ： 補剛板の極限荷重（式（7.10））

P_S ： 有効補剛材の極限圧縮力

$\mathbb{P}_L$ ： $\Delta\Phi_L$ とβを関係づけるマトリックス

p ： 超過確率

Q ： 入熱量（J／mm）

$R = \frac{b}{t}\sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}\cdot\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k}}$ ： 周辺支持圧縮板あるいは補剛板の板パネルの幅厚比パラメータ

$R_{eff} = \frac{b}{t}\sqrt{\frac{\bar{\sigma}_{sm}}{E}\cdot\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k}}$ ： 有効幅厚比パラメータ

r ： 有効補剛材の断面回転半径

$\mathbb{T}_L$ ： ϕ_L と$\Delta\phi$ を関係づけるマトリックス

t ： 周辺支持圧縮板あるいは補剛板の板パネルの板厚

t_k ： 板厚方向に層割りした場合の第 k 層の厚さ

t_{max} ： 変厚突き合せ継手部の厚い方の板厚

t_{min} ： 変厚突き合せ継手部の薄い方の板厚

t_s ： 自由突出圧縮板の板厚

t_o ： 道路橋示方書で定める最小板厚（ R = 0.5 の時の板厚 ）

t_o' ： 旧道路橋示方書で定める最小板厚（ R = 0.7 の時の板厚 ）

U ： 有限要素内の任意点の X 軸方向の変位

U_r ： 剛棒に設けたヒンジの X 軸方向変位

$\mathbb{U}$ ： 全構造系の節点変位ベクトル

$\overline{\mathbb{U}}$ ： 全体座標系で表した剛体変形を除去した変位ベクトル

$\tilde{\mathbb{U}}$ ： 全構造系の一般化変位ベクトル

$\mathbb{U}_s$ ： 平面応力問題における全構造系の節点変位ベクトル

u ： 有限要素内の任意点における x 軸方向の変位

u_r ： 節点 r の x 軸方向の変位（ r = i , j , k ）

$\overline{\mathrm{u}}$ ： 局所座標系で表した剛体変形を除去した変位ベクトル

$\tilde{\mathrm{u}}$ ： 有限要素の一般化節点変位ベクトル

v ： 有限要素内の任意点における y 軸方向の変位

v_r ： 節点 r の y 軸方向の変位（ r = i , j , k ）

W_c ： 周辺支持板の中央点あるいは突出板の自由縁中央点のたわみ

W_h , W_c , W_s ： ビード寸法

W_{mn} ： $\cos(m\pi/X) \cdot \sin(n\pi/Y)$ なるたわみモードの係数

$\overline{W}_{o,\overline{AC}}$, $\overline{W}_{o,\overline{BD}}$ ： 自由縁上の絶対最大初期たわみ

$W_{o(st)}$ ： 単純ねじりモードの初期たわみ

$\overline{W}_{o,EF}$ ： 自由突出フランジの腹板上の絶対最大初期たわみ

$\overline{W}_o$ ： 両自由縁を通じての絶対最大初期たわみ

W_{2^+1} , W_{2^-1} ： 圧縮軸方向に1波形，それに直角方向に半波形で、横補剛材位置では，たわみ角が0なるたわみモードの係数

w ： 有限要素内の任意点におけるZ軸方向の変位

$\mathcal{W}_r$ ： 節点rの面外変位ベクトル（ r＝i , j , k ）

$\tilde{\mathcal{W}}$ ： 一般化たわみベクトル

$\tilde{\mathcal{W}}_r$ ： 節点rの一般化面外変位ベクトル（ r＝i , j , k ）

(X , Y , Z) ： 全体座標系

X_r ： 全体座標系における節点rのX座標

(x , y , z) ： 変形後の要素の局所座標系

(x*, y*, z*) ： 変形前の要素の局所座標系

(x_r, y_r, z_r) ： 要素座標系における節点rの座標値（ r＝i , j , k ）

$x_{\alpha\beta} = x_\alpha - x_\beta$: $(\alpha,\beta = i,j,k;\alpha \neq \beta)$

Y_r ： 全体座標系における節点rのY座標（ r＝i , j , k ）

$y_{\alpha\beta} = y_\alpha - y_\beta$: $(\alpha,\beta = i,j,k;\alpha \neq \beta)$

Z_r ： 全体座標系における節点rのZ座標（ r＝i , j , k ）

α ＝ a/b ： 周辺支持板あるいは補剛板の板パネルの縦横比

＝ L/h_S ： 自由突出圧縮板の縦横比

α ＝ （降伏に至るひずみ増分）／（全ひずみ増分）（式（2.2.46））

$\boldsymbol{\alpha}$ ＝ $\{ \alpha_1 ; \alpha_2 ; \alpha_3 ; \alpha_4 ; \alpha_5 ; \alpha_6 \}$

α_α ： 自由突出圧縮フランジの初期たわみ規制量に関する係数

$\alpha_{b1} \sim \alpha_{b9}$ ： 面外変位関係の係数

α_g = a/B ： 補剛板の縦横比

α_w ： ワイブル分布の形状を表す係数

α_o ： 圧縮軸方向に半波形の座屈モードを有する補剛板において，座屈係数 k が最小となる時の縦横比

$\alpha_1 \sim \alpha_6$ ： 面内変位関数の係数

β ： $\alpha_{b1} \sim \alpha_{b9}$ からなる列ベクトル

$\gamma = \dfrac{EI}{BD}$ ： 縦補剛材と板パネルの曲げ剛比

γ ： ワイブル分布の位置を表す係数

γ_J ： 旧道路橋示方書（ 1973 ）で定める補剛材の必要最小剛比

γ_N ： 道路橋示方書（ 1980 ）で定める補剛材の必要最小剛比

γ_R ： 鋼鉄道橋設計標準で定める補剛材の必要最小剛比

$\gamma_s = h_{t2}/h_{t1}$

$\gamma_{ss} = h_{cm}/h_t$

$\gamma_t = b_{t_2}/b_{t1}$

$\gamma_{t'} = b_{t_2}'/b_{t_1}'$

γ_{xy} ： せん断ひずみ

γ_{xyo} ： 板の中央面におけるせん断ひずみ

γ^* ： 弾性線形座屈理論から求まる補剛材の必要最小剛比

$\Delta\overline{IF}_r$ ： 全構造系の不つり合い力ベクトル

$\Delta\widetilde{\overline{IF}}_r$ ： 全構造系の一般化不つり合い力ベクトル

$\Delta\mathcal{f}_b$ ： 初期応力 $\Delta\widetilde{\sigma}_p$ に等価な有限要素の節点力ベクトル（ 式（ 2.2.65 ）)

ΔIP ： $\Delta\mathcal{f}_r$ を全要素について集成したベクトル

$\Delta\mathcal{f}_{ur}$ ： 節点 r の面内節点力増分ベクトル（ r = i , j , k ）

$\Delta(\ )$ ： （ ） の増分量

δ ： 板継ぎ溶接部角変形量

$\delta = \frac{F_s}{Bt}$ ： 縦補剛材1本と板パネルの断面積比

δ_c ： 平行角変形モード

δ_ℓ ： 回転角変形モード

δ_{max} ： 1枚パネル中の角変形量の絶対最大値

δ_p ： 2次曲線角変形モード

δ_{pt} ： 周辺支持板あるいは補剛板の板パネルの初期たわみ

δ_{pG} ： 板パネルの長手方向に沿った初期たわみ

δ_s ： 補剛材位置における補剛板の初期たわみ（図－3・1.1（c）参照，補剛材側の初期たわみを正とする）

δ_{st} , δ_{stG} ： 縦補剛材の横倒れ初期たわみ

δ_t ： 補剛板パネルの初期たわみ

δ^* ： 平面応力問題の弾塑性解析において収束の判定条件に用いる微小な一定値

$\delta(\tilde{\ })$ ： （ ）の仮想量を表す

ε_x ： x 軸方向の垂直ひずみ

ε_y ： y 軸方向の垂直ひずみ

ε_Y ： 降伏ひずみ

$\bar{\varepsilon}$ ： 相当ひずみ

$\boldsymbol{\varepsilon}$ ： ひずみベクトル

$\boldsymbol{\varepsilon}_\ell$ ： 板の中央面における線形ひずみベクトル

$\boldsymbol{\varepsilon}_p$ ： 塑性ひずみベクトル

ε_{xo} ： 板の中央面における x 軸方向の垂直ひずみ

ε_{yo} ： 板の中央面における y 軸方向の垂直ひずみ

ε_o ： 板の中央面のひずみベクトル

ζ ： 各層の中央面を原点にし、z軸方向を正とする座標

η_s = h_{t1}/h_s （式(3.4.1)）

η_{ss} = h_{cm}/h_s

η_t = b_{t1}/b （式(3.4.9)）

η_t' = b_{t1}'/b （式(7.14)）

θ ： たわみ角ベクトル

θ_r ： 剛棒に設けたヒンジの回転量

θ_s ： 柱要素の節点のたわみ角

θ_X ： X軸回りのたわみ角

θ_Y ： Y軸回りのたわみ角

θ_x ： x軸回りのたわみ角

θ_y ： y軸回りのたわみ角

λ ： 圧縮軸方向の座屈半波長

λ ： ガンマ分布の形状を表す係数

λ_e = $\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}\cdot\frac{a}{r}}$ ： 有効補剛材の細長比パラメータ

$\mathfrak{A}$ ： 変形後の局所座標系と全体座標系の間の座標変換マトリックス

$\mathfrak{A}^*$ ： 変形前の局所座標系と全体座標系の間の座標変換マトリックス

μ = $k_{\bar{\sigma}}^*/k_{\bar{\sigma}}$

μ ： 統計データの平均値

σ ： 標準偏差

$\mathfrak{P}$ ： 応力度ベクトル

$\bar{\sigma}$ ： 周辺支持板あるいは自由突出板の平均圧縮応力度

σ_a ： 許容応力度

σ_B ： 極限引張強さ

σ_{cr} ： 弾性分岐座屈応力度

$\bar{\sigma}_{eq}$ ： 相当応力（式（ 2.2.16 ））

$\bar{\sigma}_{eq}^* = \{ \sigma_x^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2 \}^{\frac{1}{2}} < \sigma_Y$ ； （式(2.2.49)）

σ_f ： 圧縮板の非載荷辺における縁応力度

$\bar{\sigma}_g$ ： 補剛板の平均圧縮応力度

$\bar{\sigma}_{gm}$ ： 極限状態における補剛板の平均圧縮応力度

$\bar{\sigma}_{gm}^*$ ： 実験で得られた補剛板の極限圧縮応力度

$\bar{\sigma}_m$ ： 周辺支持板あるいは自由突出板の極限状態における平均圧縮応力度

σ_r ： 残留応力度

$\bar{\sigma}_{rc}$ ： 周辺支持板あるいは補剛板の板パネルの平均残留圧縮応力度

$\bar{\sigma}_{rc}^* = \bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y$

$\bar{\sigma}_{rc,s}$ ： 補剛材の平均残留圧縮応力度

$\sigma_{rc,r}$ ： 補剛材の最大残留圧縮応力度

σ_{rt} ： 補剛板の板パネルの残留引張応力度

σ_{rt}' ： 端パネルの残留引張応力度（図－ 7.8 参照）

$\sigma_{rt}^* = \sigma_{rt}/\sigma_Y$

$\sigma_{rt}'^* = \sigma_{rt}'/\sigma_Y$

$\sigma_{rt,s}$ ： 補剛材先端の残留応力度

$\bar{\sigma}_{rc}'$ ： 端パネルの平均残留圧縮応力度（図－ 7.8 参照）

$\bar{\sigma}_{rc}'^* = \bar{\sigma}_{rc}'/\sigma_Y$

$\bar{\sigma}_{rc,s}^* = \bar{\sigma}_{rc,s}/\sigma_Y$

$\sigma_{rt,s}^* = \sigma_{rt,s}/\sigma_Y$

$\bar{\sigma}_{sm}$ ： 有効補剛材の極限状態における平均圧縮応力度

σ_{VK} ： ＤＩＮ４１１４で定める基準耐荷力

σ_x ： ｘ軸方向の垂直応力度

σ_x' ： ｘ軸方向の偏差応力度

σ_Y ： 周辺支持板，自由突出圧縮板あるいは補剛板の板パネルの降伏点

σ_Y^* ： 補剛板の換算降伏点（式（ 6.4.2.））

σ_{YS} ： 補剛板の縦補剛材の降伏点

σ_y ： ｙ軸方向の垂直応力

σ_y' ： ｙ軸方向の偏差応力度

$\overline{\sigma_Y}^*$ ： 自由突出圧縮板の全塑性平均圧縮応力度

σ_1 ， σ_2 ： 主応力度

σ_{1l} ： 弾性線形解析による最大圧縮応力度

τ_{xy} ： せん断応力度

ν ： ポアソン比

ν_B ： 示方書で期待する安全率

ν_{min}^* ： 実安全率の最小値

ν^* ： 実安全率

$\phi_m(X)$ ： Ｘ軸方向に沿ったm／２波形のたわみモード

Φ ： 曲率ベクトル

Φ_L ： 面積座標で表した曲率ベクトル

$\varphi_n(Y)$ ： Ｙ軸方向に沿ったｎ／２波形のたわみモード

$(\ )_A$ ： ＡＡＳＨＴＯの値を示す

$(\ )_B$ ： ＢＳ１５３の値を表す

$(\ )_D$ ： ＤＡＳｔ Ｒｉ ０１２の値を表す

$(\ )_{\ddot{O}}$ ： ÖＮＯＲＭ Ｂ４６００／４の値を表す

$( )^{(e)}$: 弾性要素の剛性マトリックス（　）

$( )_I$: つり合い状態Mから I 回反復後のベクトル（　）あるいはマトリックス（　）

$( )_i$: （　）の節点 i に関する量を表す

$( )_J$: 旧道路橋示方書（ 1973 ）の値を表す

$( )_j$: （　）の節点 j に関する量を表す

$( )_k$: （　）の節点 k に関する量を表す

$( )_M$: つり合い状態Mにおけるベクトル（　）

$( )_N$: 道路橋示方書（ 1980 ）の値を示す

$( )_R$: 鋼鉄道橋設計標準の値を表す

$( )^{(t)}$: 塑性要素の剛性マトリックス（　）

$( )'$: 面内挙動に関するベクトルと面外挙動に関するベクトルを上，下に分離して配列したベクトル。なお，ベクトル（　）は，節点ごとに分離して配列したベクトル。

略語及び術語の説明

基準耐荷力　：　示方書で定める耐荷力のことを言う

旧道示　：　道路橋示方書（１９７３）[I-42)]

極限（圧縮）応力度　：　極限状態における平均圧縮応力度

（新）道示　：　道路橋示方書（１９８０）[I-191)]

初期不整　：　完成した構造物に生じている残留応力や初期たわみなどの不完全因子を総称して言う。

実安全率　：　弾塑性有限変位理論に基づく極限応力度に対する示方書で定める許容応力度の比。

縦補剛材　：　圧縮軸方向の補剛材

弾塑性有限変位理論　：　材料学的非線形性と幾何学的非線形性を考慮して圧縮板の極限応力度を求める理論のことを言う。

鉄道標準　：　鋼鉄道橋設計標準（１９７４）[I-43)]

偏心補剛板　：　板面の片側のみに補剛材を有する板

補剛板　：　補剛された板

面内自由　：　圧縮板の非載荷辺が面内拘束を全く受けない境界条件のことを言う。

面内平行横変位　：　圧縮板の非載荷辺が直線を保った状態で面内に平行移動する境界条件のことを言う。

横補剛材　：　圧縮軸直角方向の補剛材

ＡＡＳＨＴＯ　：　American Association of State Highway and Transportation Officials [I-182)]

ＢＳ　：　British Standard [I-165)]

ＤＡＳｔ Ｒｉｏ１２　：　Deutscher Ausschuss für Stahlbau,Richtlinie 012 [I-170)]

DIN : Deutshe Industrie Norm[I-17)]

IDWR : Interim Design and Workmanship Rules[I-163)]

ÖNORM : Österreichische Norm[I-179)]

図（３２２枚）・表（８３枚）・写真（７枚）一覧

図－２．２．１　節点変位と節点力（平面応力問題）..... 75

図－２．２．２　接線剛性法.....82

図－２．２．３　初期荷重法.....83

図－２．２．４　初期応力法.....83

図－２．２．５　平均剛性法 ($\mathbb{F}_s - \mathbb{U}_s$).....85

図－２．２．６　平均剛性法($\bar{\sigma}_{eq} - \bar{\varepsilon}$).....85

図－２．２．７　上田の方法 ($\mathbb{F}_s - \mathbb{U}_s$)　.....85

図－２．２．８　剛性マトリックスの取り扱い　.....86

図－２．２．９　ハイブリット法 ($\mathbb{F}_s - \mathbb{U}_s$).....87

図－２．２．１０　ハイブリッド法 ($\bar{\sigma}_{eq} - \bar{\varepsilon}$)　.....87

図－２．２．１１　解析例（穴明きアルミニューム板）.....91

図－２．２．１２　有限要素分割　.....92

図－２．２．１３　断面 X－X での応力分布.....92

図－２．２．１４　塑性領域の広がり状況.....93

図－２．２．１５　要素①の軸方向引張ひずみ ε_y と平均引張応力度 $\bar{\sigma}$ の関係.....93

図－２．２．１６　ひずみの反転の取り扱い.....97

図－２．３．１　有限要素による理想化.....99

図－２．３．２　層割り.....99

図－２．３．３　要素座標系，節点変位増分及び節点力増分.....100

図－２．３．４　(a)　荷重－変位曲線(1)..... 101

図－２．３．４　(b)　荷重－変位曲線(2).....101

図－２．３．５　(a)　剛体変位の除去(1).....102

図－２．３．５　(b)　剛体変位の除去(2).....102

図－２．３．６　ひずみ増分の取り方　.....103

図－２．３．７　収束しない反復計算.....109

図－２．３．８　残留応力の取り扱い　.....117

図－2.3.9　フローチャート……119
図－2.3.10　要素座標の定義……120
図－2.3.11　($\bar{X}$ $\bar{Y}$ $\bar{Z}$) 座標 (座標変換第1段階)……120
図－2.3.12　(x_1,y_1,z_1) 座標 (座標変換第2段階)……121
図－2.3.13　(x_2,y_2,z_2) 座標 (座標変換第3段階)……121
図－2.3.14　(x ,y ,z) 座標……122
図－2.3.15　面積座標……125
図－2.3.16　座標系の決定 (目違いの存在する板)……134
図－2.3.17　目違い位置における節点力増分及び節点変位増分……134
図－2.3.18　$\Delta U_\eta=\Delta$ なる強制変位を与える場合の連立方程式の処理……136
図－2.3.19　剛棒接続点の節点変位増分及び節点力増分……137
図－2.3.20　残留応力分布 (Bタイプ)……139
図－2.3.21　理想化された相当応力度・相当ひずみ曲線……140
図－2.3.22　メッシュ割り……140
図－2.3.23　平均応力度と最大たわみ ($\sqrt{\sigma_Y/E}$ .b/t=1.352)……141
図－2.3.24　平均応力度と最大たわみ ($\sqrt{\sigma_Y/E}$·b/t=2.57)……141
図－2.3.25　平均応力度と最大たわみ ($\sqrt{\sigma_Y/E}$·b/t=2.57,$\bar{\sigma}_{rc}$=0)……143
図－2.3.26　応力度分布 ($\sqrt{\sigma_Y/E}$ ·b/t=2.57,$\bar{\sigma}_{rc}$=0)……143
図－2.3.27　応力度分布 ($\sqrt{\sigma_Y/E}$· b/t=2.57,$\bar{\sigma}_{rc}=-\sigma_Y/3$)……143
図－2.3.28　応力度分布 ($\sqrt{\sigma_Y/E}$· b/t=1.352, $\bar{\sigma}_{rc}$=0,δ_{pt}/t=0.1)……144
図－2.3.29　応力度分布 ($\sqrt{\sigma_Y/E}$·b/t=1.352,$\bar{\sigma}_{rc}=-\sigma_Y/3$, δ_{pt}/t=0.1)……144
図－2.3.30　応力度分布 ($\sqrt{\sigma_Y/E}$·b/t=1.352,$\bar{\sigma}_{rc}$=0,δ_{pt}/t=0.5)……144
図－2.3.31　応力度分布 ($\sqrt{\sigma_Y/E}$·b/t=1.352,$\bar{\sigma}_{rc}=-\sigma_Y/3$,$\delta_{pt}$/t=0.5)……144
図－2.3.32　平均圧縮応力度と圧縮変位　($\sqrt{\sigma_Y/E}$·b/t=2.57)……145
図－2.3.33　平均圧縮応力度と圧縮変位　($\sqrt{\sigma_Y/E}$·b/t=1.352)……145
図－2.3.34　極限状態でのたわみ波形　($\sqrt{\sigma_Y/E}$·b/t=2.57)……145
図－2.3.35　板の表面の主応力度の流れ……145
図－2.3.36　塑性域の広がり ($\sqrt{\sigma_Y/E}$·b/t=2.57,$\bar{\sigma}_{rc}$=0)……145
図－2.3.37　解析解との比較……146
図－2.3.38　Crisfield, Moxham 及び Harding による解との比較……146

図－2.3.39 残留応力分布（Aタイプ）.....147
図－2.3.40 解析モデル.....148
図－2.3.41 残留応力分布.....148
図－2.3.42 初期たわみ波形.....149
図－2.3.43 Y軸方向の分割数Nと解の収束状況（M＝4）.....149
図－2.3.44 X軸方向の分割数Mと解の収束状況.....149
図－2.3.45 本解析結果とBradfieldの結果との比較.....150
図－2.4.1 柱要素の節点力増分及び節点変位増分.....151
図－2.4.2 節点の移動.....153
図－2.4.3 剛体変位の除去.....154
図－2.4.4 応力・ひずみ関係.....156
図－2.4.5 有限要素のサブ要素.....157
図－2.5.1 有限要素によるモデル化.....158
図－2.5.2 オフセット・ビーム.....159
図－2.5.3 周辺単純支持の圧縮板.....164
図－2.5.4 $\tilde{K}$ の記憶方法.....165
図－2.5.5 無次元平均圧縮応力度と中央たわみの関係.....166
図－2.5.6 補剛板の解析モデル.....168
図－2.5.7 メッシュ分割.....169
図－2.5.8 補剛板の初期たわみ.....170
図－2.5.9 F.E.Mと本法との比較.....171
図－2.5.10 NWNと精度の関係.....173
図－2.5.11 1回の反復計算に必要なCPUタイムと節点数の関係.....175
図－3.1.1 (a)補剛板パネルの一例.....187
図－3.1.1 (b)板パネルの初期たわみ.....187
図－3.1.1 (c)縦補剛材の初期たわみ.....187
図－3.1.1 (d)縦補剛材先端の横倒れ初期たわみ.....187
図－3.1.1 (e)横桁及び横補剛材 初期たわみ.....187

図－3.1.1　(f)補剛板パネルの初期たわみ 187
図－3.1.2　板継ぎ溶接部初期不整 188
図－3.1.3　自由突出圧縮フランジの初期たわみ 188
図－3.1.4　変厚編心継手の目違い量 190
図－3.2.1　測定位置 195
図－3.2.2　測定点（自由突出圧縮フランジ） 195
図－3.2.3　移動式ダイアルゲージを用いる方法 197
図－3.2.4　ミスデータの検証 197
図－3.2.5　幅厚比パラメータの頻度分布 198
図－3.2.6　縦横比の頻度分布 198
図－3.2.7　$|\overline{W}_{o,\overline{AC}}|/h_s$ と h_s/t_s の相関 198
図－3.2.8　初期たわみ波形の近似曲線及び実測値 199
図－3.2.9　$|\overline{W}_{01}/h_s|$ の頻度分布（自由縁上） 201
図－3.2.10　$|\overline{W}_{02}/h_s|$ の頻度分布（自由縁上） 201
図－3.2.11　$|\overline{W}_{03}/h_s|$ の頻度分布（自由縁上） 201
図－3.2.12　$|\overline{W}_{04}/h_s|$ の頻度分布（自由縁上） 201
図－3.2.13　$|\overline{W}_{05}/h_s|$ の頻度分布（自由縁上） 202
図－3.2.14　$|W_{o(st)}/h_s|$ の頻度分布 202
図－3.2.15　最大初期たわみ $|\overline{W}_{0,\overline{AC}}|/h_s$ の頻度分布（自由縁 $\overline{AC}$ 上） 203
図－3.2.16　最大初期たわみ $|\overline{W}_{o,\overline{EF}}|/h_s$ の頻度分布（腹板上 $\overline{EF}$） 203
図－3.2.17　最大初期たわみの存在する位置の頻度分布（自由縁上） 203
図－3.2.18　絶対最大初期たわみ $\overline{W}_o/h_s$ の頻度分布 203
図－3.3.1　板継ぎ溶接部初期不整の測定点 205
図－3.3.2　e，δ の定義 205
図－3.3.3　目違い測定治具 206
図－3.3.4　溶接角変形測定治具 206
図－3.3.5　板継ぎ部の種類 206

図－3.3.6　板厚比の頻度分布（自由突出フランジ）.....207
図－3.3.7　板厚比の頻度分布（圧縮補剛板の板パネル）.....207
図－3.3.8　板厚比の頻度分布（縦補剛材）.....207
図－3.3.9　目違いモード及び角変形モード.....207
図－3.3.10　統計処理した最大目違い量e_{max}及び最大角変形量 δ_{max} 208
図－3.3.11　e_{max}-t_{min}の相関（自由突出フランジ）.....208
図－3.3.12 δ_{max}/G -t_{min} の相関（自由突出フランジ）.....209
図－3.3.13 δ_{max}/G-e_{max}/t_{min} の相関（自由突出フランジ）.....209
図－3.3.14　e_{max}/t_{min} の頻度分布（自由突出フランジ）.....210
図－3.3.15　e_{max}/t_{min} の頻度分布（補剛板の板パネル）.....210
図－3.3.16　e_{max}/t_{min} の頻度分布（縦補剛材等厚継手）.....210
図－3.3.17　e_{max}/t_{min} の頻度分布（縦補剛材変厚偏心継手）.....210
図－3.3.18　δ_{max}/G の頻度分布（自由突出フランジ）.....211
図－3.3.19　δ_{max}/G の頻度分布（補剛板の板パネル）.....211
図－3.3.20　δ_{max}/G の頻度分布（縦補剛材等厚継手）.....212
図－3.3.21　δ_{max}/G の頻度分布（縦補剛材変厚偏心継手）.....212
図－3.4.1　供試体の断面形状.....213
図－3.4.2　MISA溶接法の概要.....216
図－3.4.3　残留応力測定要領（供試体Ⅲ－1）.....217
図－3.4.4　入熱量Qとビード断面積 Awの関係（供試体Ⅰ－SS41）.....219
図－3.4.5　入熱量Qとビード断面積 Awの関係（供試体Ⅱ－HT60）.....219
図－3.4.6　入熱量Qとビード断面積 Awの関係（供試体Ⅲ－HT80）.....220
図－3.4.7　供試体Ⅱ（HT60）の残留応力測定例.....220
図－3.4.8　供試体Ⅲ（HT80）の残留応力測定例.....221
図－3.4.9　供試体Ⅳの残留応力測定例.....221
図－3.4.10　補剛材内の残留応力分布の形状.....222
図－3.4.11　溶接定数Cと幅厚比b／tの関係.....222

図－3.4.12 残留応力分布の形状及び大きさのモデル化 223
図－3.4.13 bc/b と b/t の関係 223
図－3.4.14 $\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y$ と b/t の関係 224
図－3.4.15 $\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y$ と σ_Y の関係 224
図－3.4.16 残留応力分布の形状及び大きさの比較（供試体Ⅱ－3とⅡ－3'）
.....226
図－3.4.17 初期たわみ測定結果（供試体Ⅳ－1）.....228
図－3.4.18 残留応力分布の形状の仮定.....229
図－4.2.1 モデル化（1）(面内自由).....239
図－4.2.2 モデル化（2）(面内平行横変位).....239
図－4.2.3 面内平行横変位の場合の境界条件 240
図－4.2.4 残留応力の分布形状 240
図－4.2.5 平均圧縮応力度と中央たわみの関係（R＝0.7） 241
図－4.2.6 平均圧縮応力度と中央たわみの関係（R＝1.3） 242
図－4.2.7 残留応力度と極限応力度の関係 (δ_{pt}=0.1t).....243
図－4.2.8 残留応力度と極限応力度の関係 (δ_{pt}=0.2t).....243
図－4.2.9 残留応力度と極限応力度の関係 (δ_{pt}=0.3t).....243
図－4.2.10 残留応力度と極限応力度の関係 (δ_{pt}=b/150).....244
図－4.2.11 平均圧縮応力度と中央たわみの関係（R＝0.7）.....244
図－4.2.12 平均圧縮応力度と中央たわみの関係（R＝1.3）.....245
図－4.2.13 縦横比と極限応力度の関係 245
図－4.2.14 初期たわみと極限応力度の関係.....246
図－4.2.15 平均圧縮応力度と中央たわみの関係（R＝0.7） 246
図－4.2.16 平均圧縮応力度と中央たわみの関係（R＝1.3） 247
図－4.2.17 面内境界条件と極限応力度の関係 247
（(a)，(b)：極限応力度曲線，縦横比を考慮した場合）
図－4.2.18 極限応力度曲線（近似曲線）.....248
図－4.2.19 極限応力度曲線と実験値との比較 250
図－4.3.1 平行目違いモード（周辺支持板） 251
図－4.3.2 解析モデル（周辺支持板） 252

図－4.3.3　たわみ波形（周辺単純支持板）.....253
図－4.3.4　たわみ波形（非載荷辺固定支持板）.....253
図－4.3.5　たわみ波形（周辺支持板，変厚偏心継手）.....253
図－4.3.6　縦横比と極限応力度の関係（周辺支持板）.....254
図－4.3.7　目違い量と極限応力度の関係（周辺支持板）.....254
図－4.3.8　板厚比と極限応力度の関係（周辺単純支持板）.....255
図－4.3.9　初期たわみモードと角変形モード.....257
（＊：R=0.7,α=0.5 の時の $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ の値）
図－5.2.1　載荷方法.....262
図－5.2.2　弾性線形解析による応力分布.....264
図－5.2.3　残留応力分布のパターン.....264
図－5.2.4　実測残留応力分布（補剛材）.....265
図－5.2.5　全断面塑性状態.....266
図－5.2.6　縦横比と極限応力度の関係（ケースⅠ）.....267
図－5.2.7　縦横比と極限応力度の関係（ケースⅡ）.....268
図－5.2.8　縦横比と極限応力度の関係（ケースⅢ）.....268
図－5.2.9　縦横比と極限応力度の関係（ケースⅣ）.....269
図－5.2.10　平均圧縮応力度と自由縁中央点のたわみ（ケースⅠ，Rs＝0.7）
図－5.2.11　平均圧縮応力度と自由縁中央点のたわみ（ケースⅡ，Rs＝0.7）
図－5.2.12　平均圧縮応力度と自由縁中央点のたわみ（ケースⅢ，Rs＝0.7）
図－5.2.13　平均圧縮応力度と自由縁中央点のたわみ（ケースⅣ，Rs＝0.7）
.....270
図－5.2.14　平均圧縮応力度と自由縁中央点のたわみ 及び平均軸方向ひずみ
（ケースⅤ，Rs=0.873）
.....271
図－5.2.15 R_s と $\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_Y^*$ の関係（ケースⅠ）.....271
図－5.2.16 R_s と $\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_Y^*$ の関係（ケースⅡ）.....272
図－5.2.17 R_s と $\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_Y^*$ の関係（ケースⅢ）.....272
図－5.2.18 R_s と $\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_Y^*$ の関係（ケースⅣ）.....273
図－5.2.19　残留応力度と極限応力度の関係.....273

図－5.2.20 初期たわみと極限応力度の関係 274
図－5.2.21 本解析値と種々の実験結果との比較（自由突出圧縮板）.....274
図－5.2.22 Chatterjee-Dowling の近似計算法と本法との比較.....276
図－5.3.1 モデル化（自由突出フランジ）.....276
図－5.3.2 初期たわみモードと極限応力度の関係 277
（＊：$\bar{W}_o/h_s=1/100, R_s=0.7, \alpha=2$ の時の $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ の値）
図－5.3.3 極限応力度の頻度分布（Rs＝0.7）.....280
図－5.3.4 極限応力度曲線（自由突出圧縮フランジ）.....281
図－5.4.1 目違いモード.....282
図－5.4.2 解析モデル（突出圧縮板要素の目違い解析）.....283
図－5.4.3 たわみ波形（自由突出圧縮フランジ）.....284
図－5.4.4 たわみ波形（一側辺固定・一側辺自由板）.....284
図－5.4.5 たわみ波形（一側辺単純・一側辺自由板，目違い位置 L／4）....284
図－5.4.6 たわみ波形（一側辺単純・一側辺自由板，$t_{max}/t_{min}=2.0$ ）....284
図－5.4.7 縦横比と極限応力度の関係（自由突出圧縮板）.....285
図－5.4.8 目違い量と極限応力度の関係（自由突出圧縮板）.....286
図－5.4.9 初期たわみモードと角変形モード 288
（＊：$R_s=0.7, \alpha=2$ の時の $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ の値）
図－6.1.1 対象とした補剛板 292
図－6.2.1 解析モデル（連続補剛板）.....293
図－6.2.2 考慮したたわみモード.....295
図－6.2.3 初期たわみ波形 296
図－6.2.4 残留応力分布 296
図－6.3.1 メッシュ分割と精度の関係（ R = 0.7, γ/γ_N= 1.0 ）.....299
図－6.3.2 メッシュ分割と精度の関係（ R = 0.7, γ/γ_N= 5 ）.....300
図－6.4.1 平均圧縮応力度とたわみの関係 301
図－6.4.2 平均圧縮応力度と軸方向垂直応力度の関係（ a 側）.....302
図－6.4.3 平均圧縮応力度と軸方向垂直応力度の関係（ a' 側）.....302
図－6.4.4 平均圧縮応力度と一般化たわみの関係（ R = 0.5, γ/γ_J= 1.0 ）...303
図－6.4.5 平均圧縮応力度と一般化たわみの関係（ R = 0.7, $\gamma/\gamma_J=\gamma/\gamma_N$= 1.0 ）
.....303

図－6.4.6　平均圧縮応力度と一般化たわみの関係（R = 0.7, γ/γ_J= γ/γ_N= 4.0）
図－6.4.7　平均圧縮応力度と一般化たわみの関係（R = 1.3, γ/γ_N= 1.0）
図－6.4.8　平均圧縮応力度と一般化たわみの関係（R = 1.3, γ/γ_N= 5.0）.....304
図－6.4.9　極限状態におけるたわみ波形（R = 0.7, γ/γ_N= 1.0）.....305
図－6.4.10　極限状態におけるたわみ波形（R = 0.7, γ/γ_N= 5.0）.....305
図－6.4.11　極限状態におけるたわみ波形（R = 1.3, γ/γ_N= 1.0）.....306
図－6.4.12　極限状態におけるたわみ波形（R = 1.3, γ/γ_N= 5.0）.....306
図－6.4.13　初期たわみをパラメータとした平均圧縮応力度――一般化たわみ曲線.....307
図－6.4.14　板パネルの局部初期たわみと極限応力度の関係 307
図－6.4.15　縦補剛材の初期たわみと極限応力度の関係 308
図－6.4.16　残留応力度をパラメータとした平均圧縮応力度――一般化たわみ曲線.....309
図－6.4.17　補剛材剛比をパラメータとした平均圧縮応力度 311
――一般化たわみ曲線（R＝0.7）
図－6.4.18　補剛材剛比をパラメータとした平均圧縮応力度 311
――一般化たわみ曲線（R＝1.3）
図－6.4.19　補剛材剛比と極限応力度の関係 312
（＊：$\gamma = \gamma_J$ あるいは $\gamma = \gamma_N$ の時の $\bar{\sigma}_{gm}$ に対する増加率）
図－6.4.20　ハイブリッド補剛板の平均圧縮応力度と一般化たわみの関係 ..313
図－6.5.1　極限応力度曲線（連続補剛板）.....313
図－7.1　解析モデル 319
図－7.2　有効幅の定義 322
図－7.3　K_{bs}-R_{eff} 曲線 323
図－7.4　有効補剛材の定義 323
図－7.5　有効補剛材内の残留応力の取り扱い 324
図－7.6　計算手順 327
図－7.7　各パネルごとの残留応力分布のパターン 327
図－7.8　端パネルの残留応力分布のパターン 327
図－7.9　単一補剛板の解析モデル 328
図－7.10　縦横比と精度の関係（単一補剛板パネル）.....329
図－7.11　連続補剛板の解析モデル 330

図－7.12　剛比と精度の関係（連続補剛板モデル）.....330
図－7.13本近似計算法と弾塑性有限変位解析法との比較（$\gamma = \gamma_J$ の補剛板）.....331
図－7.14本近似計算法と弾塑性有限変位解析法との比較（$\gamma = \gamma_N$ の補剛板）.....332
図－7.15　新道示で定める必要最小剛比を持つ補剛板の極限応力度曲線...333
（$\alpha = 1.0$）
図－7.16　新道示で定める必要最小剛比を持つ補剛板の極限応力度曲線...333
（$\alpha = 0.5$）
図－7.17　図式算定法の計算手順.....335
図－7.18　$\bar{\sigma}_{sm}$－λ_e曲線.....336
図－7.19　本　$\bar{\sigma}_{sm}/\sigma_Y$-$\lambda_e$ 曲線と他の耐荷力曲線との比較.....336
図－8.2.1　供試体の形状.....343
図－8.2.2　供試体の幅厚比.....343
図－8.2.3　残留応力分布の理想化.....345
図－8.2.4　供試体の製作.....346
図－8.2.5　補剛材の製作.....346
図－8.2.6　板パネルの残留応力分布（供試体 C－1）.....348
図－8.2.7　補剛材の残留応力分布（供試体 B－1）.....350
図－8.2.8　補剛材の残留応力分布（供試体 Eo－3）.....350
図－8.2.9　初期たわみ分布（供試体 A－1）.....352
図－8.2.10　横方向の初期たわみ分布.....352
図－8.2.11　べた押しの場合の載荷辺.....353
図－8.2.12　載荷辺単純支持機構.....353
図－8.2.13　載荷状況.....355
図－8.2.14　中央断面のたわみ波形（供試体 Ao－2）.....356
図－8.2.15　中央補剛材のたわみ波形（供試体 Ao－2）.....356
図－8.2.16　平均圧縮応力度とひずみの関係（供試体 Ao－2）.....357
図－8.2.17　中央断面のひずみ分布図（供試体 D－1）.....358
図－8.2.18　中央断面のひずみ分布図（供試体 Do－1）.....358
図－8.2.19　載荷辺べた押しの場合の有効座屈長 a'.....359

図－8.2.20 実験結果 ……359
図－8.2.21 補剛材剛比と極限応力度の関係 ……359
図－8.2.22 破壊後の残留変形（供試体 Ao－2 ）……361
図－8.2.23 破壊後の供試体の 局部座屈波形 ……361
図－8.3.1 本計算値と実験値及び弾塑性有限変位解析解との比較……363
図－8.3.2 極限応力度の下限値曲線（旧道示）……365
図－8.3.3 極限応力度の下限値曲線（新道示）……365
図－8.5.1 供試体の断面寸法 ……369
図－8.5.2 供試体端部の詳細 ……369
図－8.5.3 残留応力分布（板パネル）……370
図－8.5.4 残留応力分布（補剛材）……370
図－8.5.5 補剛材の初期たわみ ……371
図－8.5.6 載荷辺の概略図……372
図－8.5.7 たわみ波形 ……372
図－8.5.8 縦補剛材の初期のたわみ波形と破壊直前のたわみ波形 ……373
図－8.5.9 圧縮荷重と縦方向ひずみ ……373
図－8.5.10 供試体 L 2 D 1の寸法諸元と解析モデル ……374
図－8.5.11 計算値と実験値との比較（$\sigma_g'/\sigma_Y - \varepsilon_x/\varepsilon_Y$ ）……375
図－8.5.12 計算値と実験値との比較（$\bar{\sigma}_g/\sigma_Y - \varepsilon_x/\varepsilon_Y$）……376
図－9.2.1 旧道示及び鉄道標準との対比（圧縮板）……380
図－9.2.2 初期たわみと極限応力度の関係（圧縮板，R＝0.7 ）……381
図－9.2.3 残留応力度と極限応力度の関係（圧縮板，R＝0.7 ）……381
図－9.2.4 道示との対比 （圧縮板）……382
図－9.2.5 DAST Rio12との対比 （圧縮板）……383
図－9.2.6 DIN4114との対比（圧縮板）……384
図－9.2.7 ÖNORM B4600／4との対比（圧縮板）……386
図－9.2.8 BS153との対比（圧縮板）……387
図－9.2.9 IDWR(Part Ⅰ)との 対比（圧縮板）……387

図－9.2.10　IDWR(Part Ⅱ)との対比(圧縮板)……388
図－9.2.11　AASHTOとの対比(圧縮板)……389
図－9.2.12 (a)　ν^*－R曲線(圧縮板)……389
図－9.2.12 (b)　ν^*－R曲線(圧縮板)……390
図－9.3.1　各国示方書の基準耐荷力曲線と本極限応力度曲線との比較……393
(自由突出圧縮フランジ)
図－9.3.2　ν^*－R_s曲線(自由突出圧縮フランジ)……394
図－9.3.3　実安全率曲線(自由突出圧縮フランジ)……396
図－9.3.4　初期たわみ測定検査法……397
図－9.3.5　Rsと $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ の関係(自由突出板，ケース　)……398
図－9.3.6　Rsと $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ の関係(自由突出板，ケースⅣ)……399
図－9.4.1　補剛材の断面2次モーメントの計算(DASt Ri012, ÖNORM B4600/4)
……403
図－9.4.2　極限応力度及び許容応力度と幅厚比パラメータ……407
図－9.4.3　DASt Rio12及びÖNORM B4600/4の基準耐荷力と実験値
との比較　(圧縮補剛板)……411
図－9.4.4　AASHTOの基準耐荷力と実験値との比較……412
(AASHTOの座屈係数kを用いたプロット，圧縮補剛板)
図－9.4.5　旧道示及び鉄道標準の基準耐荷力の検討(圧縮補剛板)……414
図－9.4.6　道示の規準耐荷力の検討(圧縮補剛板)……414
図－9.4.7　DIN4114の規準耐荷力の検討(圧縮補剛板)……415
図－9.4.8　DASt Rio12の基準耐荷力の検討(圧縮補剛板)……415
図－9.4.9　ÖNORM B4600/4の基準耐荷力の検討(圧縮補剛板)……416
図－9.4.10　実安全率曲線(圧縮補剛板)……416
表－2.2.1　計算時間及びパンチカード枚数……94
表－2.2.2　各荷重段階における反復回数(Nc)，CPUタイム(T)，……94
塑性要素の数(Npe)
表－2.3.1　変位……111
表－2.3.2　分割数(N)と極限応力度($\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$)……141
表－2.3.3　分割数(N)と極限応力度($\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$)……141

表－2.3.4　収束性 ……142
表－2.3.5　反復回数（n）と極限応力度（$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$）……142
表－2.3.6　収束判定条件①と極限応力度（$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$）……142
表－2.3.7　層数（N_T）と極限応力度（$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$）……142
表－2.3.8　比較計算に用いた板の諸元 ……147
表－2.4.1　藤田・吉田・高沢の実験値及び理論値との比較 ……158
表－2.5.1　級数の項数と精度の関係 ……166
表－2.5.2　1回の反復計算に必要なCPUタイム ……167
（要素分割数N＝6，層数N_T＝8）
表－2.5.3　補剛板モデルの解析結果（$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$）……168
表－2.5.4　M－1モデルの寸法諸元 ……171
表－2.5.5　$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$（F.E.Mと混用法の比較）……171
表－2.5.6　$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$　（メッシュ分割と精度の関係）……172
表－2.5.7　極限状態でのたわみモードの係数の比ρ（$\rho = |W_{mn}/W_{11}|$）……173
表－2.5.8　剛性マトリックスを記憶するのに必要なワード数 ……174
（バンド状にしたもの）
表－2.5.9　1回の反復計算に必要なCPUタイム ……174
表－2.5.10　解析に必要なメッシュ分割及び級数の項数 ……174
（縦横比1，縦補剛材2本）
表－3.2.1　$|\bar{W}_{om}/h_s|$　の統計処理結果 ……200
表－3.2.2　$\bar{W}_0/h_s$　の統計処理結果 ……204
表－3.3.1　目違いモードの統計処理結果 ……207
表－3.3.2　角変形モードの統計処理結果 ……207
表－3.3.3　目違い量e_{max}/t_{min}の統計処理結果 ……211
表－3.3.4　角変形量δ_{max}/t_{min}の統計処理結果 ……212
表－3.4.1　供試体断面の諸元（記号は図－3.4.1参照）……214
表－3.4.2　使用した鋼材の機械的性質 ……215
表－3.4.3　溶接寸法と溶接法 ……217
表－3.4.4　補剛材の残留応力測定結果 ……225
表－3.4.5　初期たわみの測定値と各規準の許容値との関係 ……227

表－3.4.6　残留圧縮応力度及びその分布幅の推定結果……230
表－3.4.7　各残留応力度の提案値……231
表－4.2.1　残留応力分布と極限応力度……241
表－4.2.2　計算に用いた縦横比……245
表－4.3.1　目違い量と極限応力度の関係……256
表－4.3.2　角変形量と極限応力度の関係……257
表－5.2.1　$\bar{\sigma}^{*}_{Y}/\sigma_{Y}$（自由突出板）……267
表－5.2.2　$\alpha=3$ より $\alpha=1$ の場合の $\bar{\sigma}_{m}$ が小さくなる時の Rs の値……270
表－5.3.1　初期たわみ波形と極限応力度の関係……279
表－5.3.2　各初期たわみ量に対応する極限応力度と超過確率（Rs＝0.7）……280
表－5.3.3　極限応力度の頻度分布から求めた非超過確率（Rs＝0.7）……281
表－5.4.1　偏心自由突出板の板厚比と極限応力度の関係……286
表－5.4.2　目違い量と極限応力度（自由突出圧縮フランジ）……287
表－5.4.3　目違い量と極限応力度（縦補剛材）……287
表－5.4.4　角折れモードと極限応力度の関係（自由突出板）……288
表－6.2.1　解析モデルの諸元……297
表－6.3.1　メッシュ分割と精度の関係……299
表－6.4.1　残留応力度と極限応力度の関係（R＝0.7）……309
表－6.4.2　残留応力度と極限応力度の関係（R＝1.3）……309
表－7.1　種々の柱モデルアプローチの特長……318
表－7.2　解析モデルの諸元……328
表－7.3　縦横比と精度の関係（単一補剛板モデル）……329
表－7.4　本法と弾塑性有限変位解析法との比較（連続補剛板モデル）……331
表－7.5　本簡易計算法と本図式算定法との比較……337
表－8.2.1　供試体の諸元……344
表－8.2.2　供試体のビード寸法……345
表－8.2.3　引張試験結果……347

表－8.2.4　溶接条件 347
表－8.2.5　残留圧縮応力測定結果（板）.....349
表－8.2.6　ビート付近における最大残留引張応力度.....349
表－8.2.7　補剛材の残留応力度の代表値 350
表－8.2.8　供試体の初期たわみ.....352
表－8.2.9　供試体の座屈挙動 356
表－8.2.10　実験結果 360
表－8.3.1　本実験結果と各種近似計算法による結果との比較 363
表－8.3.2　福本・宇佐美・岡本の実験結果との比較.....364
表－8.3.3　実験値の記号 366
表－8.5.1　供試体の諸元と極限応力度 369
表－8.5.2　引張試験結果 370
表－8.5.3　残留応力分布決定に必要な諸量 371
表－8.5.4　実測初期たわみ 371
表－9.2.1　ÖNORM B4600／4の基準耐荷力 385
表－9.2.2　各国示方書の最小実安全率の比較（圧縮板）.....390
表－9.2.3　目違い量と極限応力度及び実安全率の関係 391
（板パネル等厚モデル）
表－9.3.1　最小実安全率 ν^*_{min}（自由突出圧縮フランジ）.....395
表－9.3.2　道示の基準耐荷力と本極限応力度との比較 399
（自由突出板，Rs＝0.7）
表－9.3.3　目違い量と極限応力度及び実安全率の関係 400
（自由突出フランジ等厚モデル）
表－9.3.4　目違い量と極限応力度及び実安全率の関係（縦補剛材）.....400
表－9.4.1　実験結果及び各国示方書の基準耐荷力と本実験値との比較.....408
（圧縮補剛板）
表－9.4.2　各国示方書の許容応力度の本実験値に対する実安全率 409
（圧縮補剛板）
表－9.4.3　最小実安全率（圧縮補剛板）.....417

写真－３．１　残留応力測定片の機械切断……218
写真－３．２　機械切断後の残留応力測定片……218
写真－８．１　初期たわみ測定ジグとそのキャリブレーション……351
写真－８．２　初期たわみ測定風景……351
写真－８．３　供試体の据え付け風景……353
写真－８．４　座屈実験の風景……354
写真－８．５　破壊後の供試体（供試体Bo-1）……354

目　　次

（ページ）

記　号 …… I

略語及び術語の説明 …… XV

図・表・写真一覧表 …… XVII

第1章　総　論 …… 1

1.1　本研究の意義 …… 1

1.2　圧縮鋼板及び圧縮補剛鋼板の極限強度に関する既往の研究 …… 5

1.2.1　圧縮柱の強度に関する既往の研究 …… 6

1.2.2　圧縮板の強度に関する既往の研究 …… 8

1.2.3　自由突出圧縮板の強度に関する既往の研究 …… 19

1.2.4　圧縮補剛板の強度に関する既往の研究 …… 26

1.3　圧縮鋼板及び圧縮補剛鋼板の強度設計の現状と問題点 …… 45

1.4　本研究の内容と目的 …… 56

参考文献 …… 62

第2章　弾塑性有限変位解析の基礎理論 …… 70

2.1　緒　言 …… 70

2.2　有限要素法による平面応力問題の弾塑性解析 …… 75

2.2.1　有限要素法による弾塑性解析の基礎式 …… 75

2.2.2　従来の解析法 …… 81

2.2.3　改良初期応力法 …… 86

2.2.4　ハイブリッド法 …… 87

2.2.5　剛性マトリックスの集成に関する改良 …… 89

2.2.6　数値解析結果とその考察 …… 90

2.3 有限要素法による弾塑性有限変位解析 …… 97
2.3.1 基礎理論 …… 97
2.3.2 各種マトリックスの誘導 …… 120
2.3.3 目違い量が存在する板の取り扱い …… 133
2.3.4 板周辺の境界条件の取り扱い …… 135
2.3.5 周辺単純支持板に関する数値解析結果と考察 …… 139
2.3.6 3辺単純支持1辺自由の圧縮板に関する数値解析結果とその考察 …… 148
2.4 初期不整を有する圧縮柱の弾塑性有限変位解析 …… 151
2.4.1 基礎理論 …… 151
2.4.2 数値解析結果とその考察 …… 157
2.5 Rayleigh - Ritz 法と有限要素法の混用理論 …… 158
2.5.1 基礎理論 …… 158
2.5.2 数値解析結果とその考察 …… 164
2.6 結 言 …… 175
2.6.1 有限要素法による平面応力問題の弾塑性解析に関する結言 …… 175
2.6.2 有限要素法による圧縮板の弾塑性有限変位解析に関する結言 … 176
2.6.3 圧縮柱の弾塑性有限変位解析に関する結言 …… 177
2.6.4 Rayleigh - Ritz 法と有限要素法の混用理論に関する結言 …… 177
参考文献 …… 178
第3章 鋼橋の板要素に含まれる初期不整に関する研究 …… 180
3.1 緒 言 …… 180
3.1.1 初期たわみに関する既往の研究及び各国示方書の初期たわみ規制について …… 181

3.1.2 残留応力に関する既往の研究 …… 192
3.2 自由突出圧縮フランジの初期たわみとその統計処理 …… 194
3.2.1 実測計画 …… 194
3.2.2 ミスデータの検証 …… 197
3.2.3 データの統計処理 …… 198
3.3 板継ぎ溶接部の目違い量及び角変形量の測定とその統計処理 …… 204
3.3.1 実測計画 …… 204
3.3.2 データの統計処理結果 …… 206
3.4 補剛板の溶接残留応力に関する実験的研究 …… 213
3.4.1 実験概要 …… 213
3.4.2 実験結果及び考察 …… 218
3.4.3 実補剛板における残留応力の決定法 …… 228
3.5 結 言 …… 232
参考文献 …… 234
第4章 初期不整を有する周辺支持の圧縮鋼板の極限強度特性について …… 237
4.1 緒 言 …… 237
4.2 初期たわみ及び残留応力を有する圧縮鋼板の極限強度特性 …… 238
4.2.1 解析モデル …… 238
4.2.2 パラメトリック解析 …… 240
4.2.3 圧縮板の設計資料としての極限応力度曲線 …… 248
4.2.4 本極限応力度曲線と種々の実験結果との比較 …… 249
4.3 板継ぎ溶接部を有する圧縮板の極限強度特性 …… 250
4.3.1 目違い量を有する圧縮板 …… 251
4.3.2 角変形量を有する圧縮板 …… 256

4.4 結　言 …… 258
参考文献 …… 260
第5章 初期不整を有する自由突出圧縮鋼板の極限強度特性について …… 261
5.1 緒　言 …… 261
5.2 初期たわみと残留応力を有する自由突出圧縮鋼板の極限強度特性 … 263
5.2.1 解析法 …… 263
5.2.2 解析結果 …… 267
5.2.3 各種実験結果との対比 …… 274
5.2.4 Chatterjee - Dowling の耐荷力算定式の検討 …… 275
5.3 実測初期たわみに基づく自由突出圧縮フランジの極限応力度の評価 276
5.3.1 解析法 …… 276
5.3.2 初期たわみモード及び初期たわみ波形と極限応力度の関係 … 277
5.3.3 極限応力度に関する確率論的研究 …… 280
5.4 板継ぎ溶接部を含む自由突出圧縮板の極限強度特性 …… 282
5.4.1 目違い量を有する自由突出圧縮板 …… 282
5.4.2 角変形量を有する自由突出圧縮板 …… 287
5.5 結　言 …… 289
参考文献 …… 291
第6章 初期不整を有する圧縮補剛鋼板の極限強度特性について …… 292
6.1 緒　言 …… 292
6.2 解析法 …… 293
6.3 解析モデルの諸元並びにメッシュ分割数 …… 296
6.4 解析結果 …… 300
6.5 極限応力度曲線 …… 312

6.6 結　言 …… 313
参考文献 …… 316
第7章 初期不整を有する圧縮補剛鋼板の極限強度の実用計算法 …… 317
7.1 緒　言 …… 317
7.2 解析理論 …… 320
7.3 本極限強度近似計算法の合理性と精度 …… 328
7.4 本近似計算法を用いた極限応力度曲線 …… 332
7.5 極限圧縮応力度の図式算定法 …… 334
7.6 結　言 …… 338
参考文献 …… 339
第8章 圧縮補剛板の極限強度に関する実験的研究 …… 340
8.1 緒　言 …… 340
8.2 実験概要 …… 342
8.2.1 供試体の設計及び製作 …… 342
8.2.2 予備実験とその考察 …… 347
8.2.3 座屈実験とその考察 …… 352
8.3 実験値による本実用計算法の検証 …… 362
8.4 本実験値による他の近似計算法の検証 …… 366
8.5 実験による本弾塑性有限変位解析法の検証（Rayleigh - Ritz 法と有限要素法の混用理論） …… 368
8.5.1 対象とした実験供試体の初期不整とその圧縮実験結果の概要 … 368
8.5.2 理論解析結果と実験結果の比較 …… 374
8.6 結　言 …… 376
参考文献 …… 377

第９章　圧縮鋼板及び圧縮補剛鋼板に関する各国示方書の設計規準に対する考察 …… 379
9.1　緒　言 …… 379
9.2　各国示方書における圧縮鋼板に関する設計規準の考察 …… 380
9.2.1　板継ぎ溶接部の存在しない周辺単純支持板 …… 380
9.2.2　板継ぎ溶接部を有する圧縮板 …… 391
9.3　各国示方書における自由突出圧縮板の設計規準に対する考察 …… 391
9.3.1　板継ぎ溶接部の存在しない自由突出圧縮フランジ …… 391
9.3.2　自由突出圧縮フランジの合理的設計法並びに初期たわみ測定検査法について …… 395
9.3.3　種々の圧縮力を受ける自由突出圧縮板 …… 397
9.3.4　板継ぎ溶接部に目違い量を有する自由突出圧縮板 …… 399
9.4　各国示方書における圧縮補剛板に関する設計規準に対する考察 … 400
9.4.1　各国示方書の設計規準 …… 400
9.4.2　本実験値に基づく各国示方書の設計規準に対する考察 …… 407
9.4.3　弾塑性有限変位解析結果に基づく各国示方書における設計規準に対する考察 …… 413
9.5　結　言 …… 418
参考文献 …… 421
第10章　結　論 …… 422
謝　辞 …… 430

第1章　総　論

1.1　本研究の意義

今日の鋼構造物の建設技術は，長大化，合理化を目標に，材料，製作法及び解析法という3つの分野において，改良あるいは開発に携わった無数の技術者及び研究者のたゆまない努力の貴重な賜物であると言える。
しかし又，建設技術の発展の歴史を振り返ってみると，大小様々な事故から得た尊い教訓が，技術発展の飛躍的な進歩の礎となった場合が多い。　特に，近代鋼橋構造物の分野におけるこの種の代表的な事故としては，以下の例を上げることが出来る。

まず，1879年のテイ橋（イギリス）の落橋事故を上げることが出来る。[1)] 全長500m近くもある大鉄橋の中央部が大嵐の風圧のため破壊し，折りしも橋上を走っていた列車諸共に水中に没し，乗客，乗務員合せて72名もの尊い命が奪われた。　以後，橋梁設計においては風圧荷重が考慮されるようになった。　しかし，風に対しては，まだその全ぼうを十分に把握することが出来ず，1940年のTacoma Narrows橋（アメリカ）の事故となった。主径間850mのこの吊橋は，秒速19m/sec程度の風でフラッター現象を呈し，Tacoma海峡に没した。[2)]　以後，長大な吊橋及び斜張橋の建設に当っては，風洞実験により，使用断面の風に対する安定性について検討されるようになった。

溶接組立て部材が橋梁に採用されるようになった1930年代ころから，引張溶接部の脆性破壊による事故が続発した。[3)4)]　代表的なものには，Zoo橋（1936年，ドイツ），Ruderdorf橋（1938年，ドイツ），Hasset橋（1938年，ベルギー），Herenthals-Oolen橋（1940年，ベ

ルギー），Kanlille橋（1940年，ベルギー），Duplessis橋（1949年，カナダ），King橋（1962年，オーストラリア）などを上げることが出来る。

特に最近の溶接構造物では，溶接技術及び構造法の進歩により，断面の薄肉合理化が可能となり，極端な軽量化が図られるようになってきた。このような橋梁設計の考え方に警告を与えるかのように，1969年から1971年にかけて長大鋼箱桁橋の架設時の落橋事故が続発した。[5)~8)] オーストリアのDanube河に架せられたNew Danube橋[9)]（1969年11月6日），イギリスのMilford Haven橋[10)]（1970年6月2日），オーストラリアのWest Gate橋[11)~13)]（1970年10月15日），西ドイツのKobleng橋（1971年11月10日）の事故[14)15)]である。Milford Haven橋では3人，West Gate橋では35人，Koblenz橋では13人の死者を出している。New Danube橋では，補剛された圧縮フランジの座屈が落橋の直接原因となった。圧縮フランジに作用する応力を正確に評価していなかったこと及び溶接による不可避の初期不整（残留応力及び初期たわみなど）が予想以上に存在していたことにより，実応力が"ÖNORM B4300/4 (1953)[16)]で定める基準座屈応力度（許容応力度×1.25）を上回ったためと思われる。この基準座屈応力度は，弾性線形座屈応力度に基づいており，低減係数という形で弾塑性の効果を近似的に評価していた上に，初期不整を考慮していなかったため実際の圧縮板の強度を正確に評価していなかった。一方，Milford Haven橋では，補剛材付きのダイヤフラムの座屈が落橋の引きがねとなった。ダイヤフラムに作用する応力が正確に評価し得なかったこと，従ってダイヤフラムの座屈応力度の設計値にかなりの危険側の誤差が含まれていたこと，更には，ダイヤフラムにかなりの初期たわみが存在していたことなどがダイヤフラムの座屈の原因として報告されている。West Gate橋では，112mという長い桁を縦割りに2分し，不安定な構造のまま架設するという無理な工法の採用と架設時の分割された2本の桁の接合法及

び設計計算の相違などが原因し，最終的には，補剛された圧縮フランジが座屈し落橋に至った。 Koblenz 橋では，補剛された圧縮フランジのボトムプレートの横断方向の突合せ接合部で局部座屈が最初に起こり次に箱桁全体が折れ曲がった。 この継手部では，自動現場溶接を行えるように，最初，縦補剛材が45.6cmの長さに渡って切断されており，ボトムプレートの溶接後，その部分の縦補剛材が添接されたが，添接された縦補剛材の下端部とボトムプレートは溶接されず，2.5cmの隙間が開いていた。従って，この部分のボトムプレートは，非常に幅厚比が大きく，かつ又，非常に縦横比（アスペクト比）が小さい無補剛の圧縮板になっていた。 この部分に対しては，線形座屈応力度に1.69の安全率を見込んで設計されていた。 当時のDIN 4114[7]では，座屈に対する安全率は1.35と規定されていた。 しかし，縦横比の非常に小さい板に線形座屈理論を適用したこと，及び，初期不整の存在などが原因して，安全率が1.0に低下したものと思われる。 更に，本橋については，オーストリア，イギリス及びオーストラリアの事故例にかんがみ，補剛された圧縮フランジの座屈に対する架設時の安全率も1.8に取られていた。 ちなみに，当時のDIN 4114の架設時の安全率は1.25であった。

圧縮板及び圧縮補剛板（補剛された圧縮板のことで補剛された圧縮フランジも含む）に関する上記4つの落橋事故は，現在の設計法に関して，以下に示すような問題点を技術者及び研究者に提起した。

①圧縮板に作用する応力計算は正確に行う必要がある。特に荷重が正確に作用し，安全率を低減する架設時には注意を要する。

②線形座屈理論は，リベット結合時代における構造物を対象にしたものであり，残留応力や初期たわみなどの初期不整の少ない圧縮板にはある程度は適用可能であるが，現在のような溶接構造物では，初期不整が顕著

に現われるため，線形座屈理論は，適用不可能になってきた。

③溶接構造物には，設計段階での予想以上の初期不整が存在することが多い。

④DIN 4114及びÖNORM B4300/4では，後座屈強度を過大に期待して安全率を大幅に低下させていた。初期不整の存在により，後座屈強度が期待出来ない場合が多い。

⑤初期不整が極限強度に及ぼす影響を弾塑性有限変位理論に基づき正確に評価する必要がある。

⑥圧縮板及び圧縮補剛板に関する各種設計規準を有限変位理論の立場から再検討を加える必要がある。

⑦実橋における初期不整を調査すると共に，その製作許容値についても再検討する必要がある。

上記4つの落橋事故の犠牲になった71名もの尊い命を無にしないためにも，今後，構造技術者及び研究者は2度とこの種の事故を起こしてはいけない。そのためには，精力的に研究・調査に取り組み，上記の問題点を早急に解決しなくてはいけない。本研究は，このような社会的要求が背景にあることを念頭におき着手されたものである。

1．2　圧縮鋼板及び圧縮補剛鋼板の極限強度に関する既往の研究

1845年，イギリスのLondon－Chester－Holyhead鉄道がConway河及びMenai海峡を横断する地点に，世界で最初の箱桁橋（conway橋及びBritannia橋）が建設された。[18] 建設にあたり，主任技師であったR．Stephesonは，W，Fairbairn（1789～1874）の助力を要請した。Fairbairnの行った模型実験では，圧縮側のフランジが引張り側のフランジより先に破壊した。この現象を解明するために，FairbairnはE．Hodgkinson（1789～1861）に協力を要請した。当時HodgkinsonとFairbairnは，Fairbairnの作った実験装置を用いて種々の共同研究を行っていた。Fairbairnは機械工上がりの技術者であり，Hodgkinsonは数学者であった。Hodgkinsonは，オイラーの理論式を検証するため，Fairbairnの実験装置を用いて，圧縮柱の実験を行っていた。細長くて，中空の円柱の座屈強度はオイラーの理論値とよく一致するという結論を得ていた。1841年には，この研究成果が認められ，英国王室から彼に対してメダルが授与されている。このHodgkinsonですら，板の座屈に関してはFairbairnの要請に答えることが出来なかった。そこで，Fairbairnは実験的にConway橋及びBritannia橋の断面設計を行わざるを得なかった。この実験では，腹板も座屈することが発見された。実験の結果，上フランジは多室断面にされ，腹板には，垂直補剛材が設けられた。これが補剛板の始まりである。Fairbairnも，Conway橋及びBritannia橋での成果が認められ，英国学士院からメダルを授与されている。その後，Hodgkinsonは，一連の実験的研究を行い圧縮板の強度は幅厚比に逆比例するという成果を得ているが，圧縮板の特性を理論的に明らかにすることは出来なかった。当時のイギリスでは，かなりの経済力があったために，実験的研究が進み，かえって理論の発展が遅れていた。当面している問題の答えが直接得られるので実務家には極めて有効であったが，当時の実験的研究は材料力学の一般原理の

発展にはあまり役立たなかった。

以下，圧縮板及び圧縮補剛板の強度に関する研究が今日までどのように発展してきたかについて述べるが，圧縮板の歴史は，圧縮柱の歴史と切り離して考えることは出来ないので，まず圧縮柱に関して簡単に述べることにする。

1．2．1　圧縮柱の強度に関する既往の研究

圧縮柱の研究としては，まず第1に，1752年のLeonard Eulerの柱の座屈公式に関する研究を上げることが出来る。Eulerは座屈荷重P_{cr}を次式で与えた。[18)]

$$P_{cr} = C\pi^2/(4l^2) \qquad \cdots\cdots (1.1)$$

ここに，Cは，J. Bernoulliが梁のたわみ曲線に関する研究で用いた定数であり，矩形断面梁に対しては，

$$C = \frac{1}{3}E \cdot b \cdot h^3 \qquad \cdots\cdots (1.2)$$

となる。Bernoulliは，梁の中立軸は梁断面の最下縁にあると仮定していたためCは式(1.2)のような値となった。しかし，Eulerの解いた式(1.1)は正しく，式(1.2)を式(1.1)に代入すると，我々のよく知っている次式が導ける。

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(l/r^2)} \qquad \cdots\cdots (1.3)$$

ここに，σ_{cr}は座屈応力度，lは座屈長，rは断面回転半径である。

このEulerの理論式を最初に実験で検証したのは，既に述べたように，Hodgkinsonであった。

次に書き留めておくべき価値のある研究としては，1889年のEngesserの研究がある。[19)]彼の研究は，式(1.3)に示す弾性域における座屈公式を非弾性域へと拡張したという点で大いに価値のあるものと思われる。その座屈公式は次のようである。

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E_t}{(l/r)^2} \qquad \cdots\cdots (1.4)$$

ここで，E_tは応力－ひずみ曲線のσ_{cr}での勾配（$d\sigma/d\varepsilon$）である。これが接線係数理論（tangent modulus theory）と呼ばれるものである。

ところが，1889年，Considère[20]が32本の柱の座屈実験結果より，材料の比例限界を越えた領域での座屈荷重の算定には，式(1.3)のEに代わりEとE_tの中間の値Eeffなる有効係数を用いるべきであることを示唆している。このこともあり，又，1895年には，接線係数理論の誤りがJasinskyによって指摘され，Engesson自身が，塑性域における座屈では除荷が起こりその除荷は弾性的であるとして自己の理論に修正を加え等価係数理論（reduced modulus theory，double modulus theory）を発表している。[21] この理論における座屈応力度は次のようになる。

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E_R}{(l/r)^2} \qquad \cdots\cdots (1.5)$$

ここで，Engesserは，この等価係数E_Rは，E，E_t及び柱の断面形状の関数であるとしている。1910年，T. von Kármán[22]が長方形断面とH形断面の場合について具体的にこのE_Rを提示している。長方形断面に対しては

$$E_R = \frac{4 \cdot E \cdot E_t}{(\sqrt{E} + \sqrt{E_t})^2} \qquad \cdots\cdots (1.6)$$

又，Southwell[23]もEngesser，Kármánとは独立に等価係数理論を発表している。

しかし，式(1.5)よりは式(1.4)の方が実験値とよく一致するという皮肉な結果となり，E_tを用いるべきなのか，E_Rを用いるべきなのかという議論が実に57年間も続くことになる。すなわち，1889年にEngesserが式(1.4)に示す接線係数理論を発表してから，1947年のShanleyの論文[24]で終止符が打たれるまでの57年間である。このような当時の研究の速度に比較して，今日の研究の進歩には目を見張るものがある。

このSchanleyの結論は以下に示す通りである。

①接線係数荷重(P_T)は，完全な直柱が真っすぐのままで存在し得る上限の荷重である。

②完全な直柱の最高荷重(P_{max})は，P_Tと等価係数荷重(P_R)の中間にある。

③$P_T < P < P_{max}$の範囲では，常にひずみの反転(strain reversal)が生じている。

更に，1950年ころからは，塑性域の柱の座屈では，残留応力や初期たわみなどの初期不整が極限強度に及ぼす影響が大きいことが認識され出した。初期たわみの影響について取り扱ったものとしては，1950年のPearson[25]の研究があり，残留応力の影響について取り扱った研究には，1951年のOsgood[26]の研究がある。

そして今日では，圧縮柱の耐荷力は，初期不整や荷重の偏心などを考慮して解析を行うのが常識となっている。

1 2 2 圧縮板の強度に関する既往の研究

さて，以上の柱の場合に対比して，圧縮板，特に，周辺支持板の強度に関する既往の研究について述べる。

既に述べたように，薄肉圧縮鋼板は座屈するということが，Britannia橋及びConway橋建設に際して，FairbairnとHodgkinsonによって発見された。しかし，彼らは，実験的な立場からのみ取り扱っていて，板の座屈に関する一般理論を導くことをしなかった。

板の座屈問題を初めて理論的に取り扱ったのは，Bryan[27](1891年)であった。彼は，一方向の等分布圧縮応力を受ける周辺単純支持板の座屈問題をエネルギー法により解析した。彼は板の座屈波形に次式の関数を用いた。

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} \qquad \cdots(1.7)$$

$a = b$ で $m = n = 1$ の時，座屈応力度は最小になり，その時の限界座屈応力度 σ_{cr} は以下のようになる。

$$\sigma_{cr} = k \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2, \quad (k = 4) \qquad \cdots(1.8)$$

ここに，b は板幅，t は板厚である。

板の座屈に関する基礎微分方程式を最初に導いたのは Saint-Vanant であった。[28] 一方向の圧縮応力 σ_x を受ける場合には，その微分方程式は以下のようになる。

$$D \cdot \left\{ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right\} + \sigma_x \cdot t \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \qquad \cdots(1.9)$$

Timoshenko[29] は，座屈変形を次式のように仮定し，圧縮軸に平行な2辺の境界条件を種々変化させた場合の座屈強度について取り扱った。

$$w = f(y) \cdot \sin(m\pi x / a) \qquad \cdots(1.10)$$

次に，弾性域における柱の安定問題を塑性域にまで拡張した Engesser の研究に対応するものとして，1924年の Bleich[30][31] の研究がある。彼は，圧縮軸方向に関しては Engesser と同様，E の代わりに E_t ($= \tau E$) を用い，圧縮軸と直角方向に関しては，塑性域でも E を用いるという異方性の仮定により，式(1.9)に代わるものとして，次式を導いている。

$$D \left\{ \tau \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\sqrt{\tau} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right\} + \sigma_x \cdot t \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \qquad \cdots(1.11)$$

式(1.11)を用いた場合の座屈応力度は次式で与えられ，$\sqrt{\tau}$ 公式としてよく知られている。

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 \cdot \sqrt{\tau} \cdot E}{12(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \qquad \cdots(1.12)$$

Timoshenko[28] (1913) も同様な考え方に従って比例限界を越えた板の座屈について取り扱っている。彼は，E_t の代わりに等価弾性係数 E_R を用いて直交異方性板として取り扱っている。従って座屈応力度は

$$\sigma_{cr} = k \cdot \frac{\pi^2 \cdot \sqrt{\alpha} \cdot E}{12(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad \cdots\cdots (1.13)$$

ここに，$\alpha = E_R / E$ $\cdots\cdots (1.14)$

Timoshenkoの考え方は，柱の場合の等価係数理論（式(1.5)）を拡張したものである。等価係数理論的な方法としては，更に，1928年のChwalla[32]及び1932年のRos－Eichinger[33]の研究がある。彼らは，塑性域においても材料の等方性は崩さず，圧縮軸方向及びそれに直角方向共に同じ材料係数を用いて次式を導いている。

$$D \cdot \eta(\sigma_{cr}) \cdot \left\{ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right\} + \sigma_x \cdot t \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \cdots (1.15)$$

ここで，Chwallaは，$\eta(\sigma_{cr})$にE_R/Eを用い，Ros－Eichingerは，$\eta(\sigma_{cr})$に次式を用いている。

$$\eta(\sigma_{cr}) = \frac{4 \cdot Et/E}{(1+\sqrt{Et/E})^2} \quad \cdots\cdots (1.16)$$

$\eta(\sigma_{cr}) \cdot E$と，Kármánが導いた長方形断面の柱の場合の式(1.6)とは一致している。式(1.15)を用いた場合の座屈応力度は以下のようになる。

$$\sigma_{cr} = \eta(\sigma_{cr}) \cdot k \cdot \frac{E \cdot \pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad \cdots\cdots (1.17)$$

一方，1925年ごろから多次元応力状態に関する塑性理論の研究が盛んになり，その成果が塑性域の板の座屈解析にも取り入れられるようになった。この塑性理論にはHencky－Nadaiに代表される塑性変形理論とPrandtl-Reussに代表される塑性流れ理論がある。従って，板の塑性域での座屈理論にも2つの立場があった。塑性変形理論の立場にある研究としては，1947年のIlyushin[34]の研究がある。彼は，塑性域にある板が座屈する瞬間には，ひずみの反転を起こすという等価係数法的な考え方を用いていた。もう一方の立場である塑性流れ理論を用いる座屈理論としては，Handelman－Pragerの研究[35]（1947）がある。この研究でも等価係数法的な考え方でひずみの反転を認

めている。ところが，これらの研究は，1947年のSchanleyの研究の影響を受け，板は座屈する瞬間にはじめの反転を起こさないとする接線係数法的な研究に取って代わった。かくして，Handelman－Pragerの理論はPearson[36](1950)により接線係数法に修正され，Ilyushinの研究はStowell[37](1948)により同様に修正された。

Pearsonの座屈の基礎微分方程式は

$$D_{11}\cdot\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2D_{12}\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}+\sigma_x\cdot t\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0 \qquad \cdots(1.18)$$

ここに，

$$D_{11}=D\cdot\frac{(\lambda+3)(1-\nu^2)}{(5-4\nu)\lambda-(1-2\nu)^2}$$

$$D_{22}=D\cdot\frac{4\lambda(1-\nu^2)}{(5-4\nu)\lambda-(1-2\nu)^2}$$

$$D_{12}=D(1-\nu^2)\cdot\left[\frac{2(\lambda-1+2\nu)}{(5-4\nu)\lambda-(1-2\nu)^2}+\frac{1}{1+\nu}\right]$$

$$\lambda=E/E_t \qquad \cdots(1.19\sim1.22)$$

式(1.18)を用い，$\nu=0.5$ とした時の座屈応力度は

$$\sigma_{cr}=\left\{\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}\right\}\cdot k\cdot\frac{\pi^2E}{9}\cdot\left(\frac{t}{b}\right)^2 \qquad \cdots(1.23)$$

一方，Stowellの基礎微分方程式($\nu=0.5$)は以下のようになる。

$$D_s\cdot\left\{\left(1-\frac{3}{4}K\right)\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right\}+\sigma_x\cdot t\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0 \qquad \cdots(1.24)$$

ここに，

$$D_s=\frac{E_s}{E}\cdot D\ ,\qquad K=1-\frac{E_t}{E_s} \qquad \cdots(1.25,1.26)$$

E_sは割線弾性係数(secant modulus)である。式(1.24)を用いた時の座屈応力度は

$$\sigma_{cr}=\left\{\frac{E_s}{E}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{E_t}{E}}\right)\right\}\cdot k\,\frac{\pi^2E}{9}\cdot\left(\frac{t}{b}\right)^2 \qquad \cdots(1.27)$$

Bijlaard[38] (1949)も塑性変形理論に基づく独自の研究を行い，一般的なポアソン比νに対して，Stowellと同様の基礎微分方程式を導いている。一軸圧縮状態の場合のBijlaardの基礎微分方程式は以下のようになる。

$$E\cdot\frac{t^3}{12}\cdot\left\{A\cdot\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2(B+2F)\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+C\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right\}+\sigma_x t\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0 \quad \cdots(1.28)$$

ここに，

$$A=\phi_1/\phi_4,\quad B=\phi_2/\phi_4,\quad C=\phi_3/\phi_4$$

$$F=1/\{-1+2\nu+3(E/E_s)\} \quad \cdots(1.29)\sim(1.36)$$

$$\phi_1=1+3\cdot Et/E_s,\quad \phi_2=2-2(1-2\nu)\cdot Et/E$$

$$\phi_3=4,\quad \phi_4=2-4\nu+3(E/E_s)-(1-2\nu)^2\cdot(Et/E)$$

ところが，塑性理論としては不完全と考えられている塑性変形理論に基づくStowell，Bijlaardの解析結果の方が塑性流れ理論を基礎としているPearsonの解析結果よりも実験結果とより良く一致するという皮肉な結果に終っている。この矛盾は，上述のような線形座屈理論では取り扱うことの出来ない板の不可避の初期たわみに起因するものであることが，その後明らかにされた。又，柱の座屈の場合と異なり板の場合には，塑性域のみならず弾性域においても溶接などによる残留応力が座屈強度に及ぼす影響が大であることも明らかにされた。

まず，圧縮板に関して，残留応力の座屈強度に及ぼす影響を明らかにした研究としては，吉識・藤田，川井[39] (1960)の弾性域に関するもの，上田・Tall[40] (1967)の弾性・弾塑性・塑性座屈に関する研究がある。上田，Tallは，Pearsonの塑性流れ理論とStowellの塑性変形理論のそれぞれの場合に基づいて，残留応力を有する圧縮板の座屈解析をRitz法を用いて行っている。

西野・Tall[41]もBijlaardの塑性変形理論に基づいた塑性域における座屈解析を差分法により行い，種々の残留応力を有する圧縮板の座屈応力度曲線を提示している。この研究の成果が現行の道路橋示方書[42][91] (以下道示と略す)及び鋼鉄道橋設計標準[43] (以下，鉄道標準と略す)の圧縮板の幅厚比規準の決

定の基礎資料となっている。 すなわち，次式に示す幅厚比パラメータRが0.7より小なる領域では，残留応力による圧縮耐荷力の低下はほとんどないという結論により，上記示方書では，鋼板の幅厚比が $R \leqq 0.7$ を満足する場合の基準耐荷力を降伏点 σ_Y に取っている。

$$R = \frac{b}{t} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E} \cdot \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 \cdot k}} \quad \cdots (1.37)$$

ここに，σ_Y は材料の降伏応力度，k は座屈係数である。 周辺単純支持板では $k=4$ となる。

又，塑性流れ理論が実験値とあまり一致しないのはどういう訳であるかを解明するため，山本(1955)[44][45]は，サンドイッチ板の簡単な解析モデルを用い，E/E_t が大なる時は極わずかの初期たわみの存在により座屈応力度が急激に低下することを明らかにした。 すなわち，初期たわみのある場合には板の凹面側では圧縮荷重と直角方向にも曲げによる圧縮応力が発生し，それが板の降伏を早めるため柱の場合以上に初期たわみの存在が重大になることを明らかにした。 鋼材のような場合には E/E_t が大であるので初期たわみを考慮する必要性が特に認識されなければならない。

一方，比較的幅厚比が大きく，降伏点よりかなり小さい応力度で弾性座屈を起こす板では，板が座屈してからも，支持側辺付近の板部分が有効に働き，中央部でポケット状に低下した応力分布となる。 これを応力の再分配現象と言う。 そして，支持側辺部の最大圧縮応力度が降伏点に達する程度まで，板は圧縮力に耐えることが出来る。 この座屈後の板の耐荷能力のことを後座屈強度（postbucking Strength）と言う。 この現象を実験で最初に確認したのは Schumann-Back[46](1930)であった。 座屈後の板では，有効幅の概念を導入するのに最適なポケット状の応力分布を呈するため，後座屈強度を有効幅で評価しようとする試みが古くからなされていた。 最初に有効幅の概念を用いたのは von kármán-Sechler-Donnell[47](1932)であった。

座屈後の板では板厚に比してたわみが大きくなるため，微小変形の板曲げ理論は役に立たず，有限変位理論に基づいた板曲げ理論を用いる必要が生じた。有限たわみを生じるこの種の板の基礎微分方程式を最初に誘導したのは von Kármán[48] であり，周知の通り，それは，次式で与えられる。

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2\dfrac{\partial^4 F}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + \dfrac{\partial^4 F}{\partial y^4} = E\left\{\left(\dfrac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2 - \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}\cdot\dfrac{\partial w^2}{\partial y^2}\right\} & \cdots(1.38) \\ \dfrac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\dfrac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \dfrac{\partial w}{\partial y^4} = \dfrac{P}{D} + \dfrac{t}{D}\left\{\dfrac{\partial^2 F}{\partial y^2}\cdot\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2}\cdot\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2\dfrac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}\cdot\dfrac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right\} & \cdots(1.39) \end{cases}$$

ここに，F は Airy の応力関数，P は分布横荷重である。

更に，板に初期たわみが存在する場合の基礎微分方程式は Marguerre[49] によって導びかれ，以下のように表される。

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = E\left[\left\{\left(\frac{\partial(w+w_0)}{\partial x \partial y}\right)^2 + \frac{\partial^2(w+w_0)}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2(w+w_0)}{\partial y^2}\right\} - \left\{\left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}\right)^2 - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}\right\}\right]$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{P}{D} + \frac{t}{D}\cdot\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\cdot\frac{\partial^2(w+w_0)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2(w+w_0)}{\partial y^2} - 2\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}\cdot\frac{\partial^2(w+w_0)}{\partial x \partial y}\right\} \quad \cdots\cdots(1.40).(1.41)$$

ここに，w_0 は初期たわみである。

いわゆる古典的な板の有限たわみ問題とは，上記の連立偏微分方程式を何らかの方法で解析的に解くことであった。代表的なものとして Levy[50][51] (1942)，Koiter[52] (1943)，Hu-Lundquist-Batdorf[53] (1946)，Coan[54] (1951)，八巻[55] (1959~1960)，Abdel-Sayed[56] (1967) などの研究が上げられる。

しかし，von Kármán 及び Marguerre の微分方程式を解析的に解くことは非常に困難であることから，エネルギー法を用いてこの問題を近似的に解くことを試みた研究が数多く上げられる。代表的なものとして Timoshenko(1936)[28]，Marguerre[57][58] (1936) 及び Cox[59] (1933) などの研究を上げることが出来る。

エネルギー法の一例として，Timoshenko の解析を例を上げると，彼は，境

界条件を満足する板の座屈後のたわみ w，及び面内変位 u，v の近似式として

$$w = f \cdot \sin(\pi x/a) \cdot \cos(\pi y/b) \quad \cdots\cdots(1.42)$$

$$\begin{cases} u = C_1 \cdot \cos(\pi x/b) \cdot \cos(\pi y/b) & \cdots(1.43) \\ v = C_2 \cdot \sin(\pi x/b) \cdot \cos(\pi y/b) - ey & \cdots(1.44) \end{cases}$$

を用いることにより，Ritzの方法により未知量 f，C_1，C_2 を決定している。

von kármán の微分方程式の厳密解を最初に求めたのは Levy[50][51] であった。

Levy は，たわみ関数及び横荷重Pを2重フーリエ級数

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} w_{m,n} \sin(m\pi x/a) \cdot \cos(n\pi y/b) \quad \cdots\cdots(1.45)$$

$$p = \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} p_{r,s} \cdot \sin(r\pi x/a) \cdot \cos(s\pi y/b) \quad \cdots(1.46)$$

に展開し，式(1.45)(1.46)を式(1.38)に代入し，応力関数Fの級数解を求め，このF及び式(1.45)と式(1.46)を式(1.39)に代入し，$w_{r,s}$ に関する3次の無限連立方程式を得ている。この連立方程式が何らかの方法で解ければ厳密な解が得られる訳であるが，Levy は，数値計算においては式(1.45)の始めの数項を取り残りをゼロにおいても十分満足し得る精度の解が得られることを示している。

圧縮板の側辺の面内境界条件によって座屈後の板の挙動はかなり異なる。

Levy は，両側辺が直線を保ったまま面内に変位する場合の解を求めた。

これに対して Coan[54] は，両側辺が面内に自由に変位出来る場合の解を求めている。八巻[35]は，Levy や Coan の解法を更に拡張し，非載荷辺の面内境界条件に関しては上記の2種類とし，更に周辺の面外境界条件に関しては，周辺単純支持，載荷辺単純・側辺固定支持，載荷辺固定・側辺単純支持及び周辺固定の4種類を組合せて合計8ケースについて取り扱った。

Levy，Coan 及び八巻の解は，種々の解析法の検証のために現在でも，世界

各国の研究者によって用いられている。

以上のような解析的な方法ではなく実験結果を基にして圧縮板の極限強度あるいは極限状態における有効幅を近似的に求める方法もいろいろと考案された。まず，von Karman[47] (1932)は，Schman-Backの実験を基にして，以下に述べるような方法で有効幅を求め，圧縮板の極限強度を求める半経験式を発表した。すなわち，破壊時においては，板幅bのうち幅beのみが有効に働くとし，幅beなる仮想板の座屈応力度が降伏点に達した時に板は破壊すると仮定した。そして有効幅beを次式で与えた。

$$be = b\sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y}} \qquad \cdots\cdots(1.47)$$

$\nu = 0.3$とすると極限平均応力度$\bar{\sigma}_m$(以下，極限応力度と言う)は以下のようになる。

$$\bar{\sigma}_m = \frac{be}{b}\cdot\sigma_Y = 1.90\frac{t}{b}\cdot\sqrt{E\sigma_Y} \qquad \cdots\cdots(1.48)$$

この仮説を検討するためにSechlerは一連の実験を行い，係数1.90は常に一定ではなく$\frac{t}{b}\sqrt{E\sigma_Y}$と共に変化することを示した。

Winter[60] (1948)も実験結果に基づき，任意の荷重状態下における有効幅式として次式を提案した。

$$be = 1.90\left(1-0.475\frac{t}{b}\sqrt{\frac{E}{\sigma_{max}}}\right)t\sqrt{\frac{E}{\sigma_{max}}} \qquad \cdots\cdots(1.49)$$

ここに，σ_{max}は非載荷辺における軸方向圧縮応力度である。式(1.49)において，$\sigma_{max} = \sigma_Y$とした場合の有効幅公式がAISI (American Iron and Steel Institute)において，軽量形鋼の規準に採用されている。ただし，同示方書では，0.475を0.415に修正している。

Dwight-Moxham[61] (1969)は，極限状態における有効幅として次式を提案している。

$$be = 1.65\ bt\sqrt{E/\sigma_Y} \qquad \cdots(1.50)$$

ちなみに，アメリカのＡＩＳＣ（American Institute of Steel Construction）においては，式(1.50)の係数1.65を1.69とした有効幅公式が用いられている。

又，橋梁分野では，イギリスのBS153[62]の圧縮板規準に有効幅の概念が用いられている。

以上の多くの研究の結果，圧縮板の極限強度に関して，以下に示すような個々の事項についてはある程度明らかにされてきた。

①初期不整のない理想圧縮板の弾塑性座屈挙動。

②圧縮板の座屈強度に及ぼす残留応力の影響。

③圧縮板の座屈後の弾性有限変位挙動。

④圧縮板の座屈後の弾性有限変位挙動に及ぼす初期たわみの影響。

しかし，実際の圧縮板は，上記4つ要因が連成した挙動を呈する。そして以上の研究だけでは，これらの要因が圧縮板の極限強度に及ぼす総合的な影響がどのように現われるかについては不明確性が残されたままである。特に，極限状態付近の圧縮板では弾塑性有限変位の非線形性の強い力学的挙動が現われると考えられるので，これらの要因の総合的影響が特に重要であると考える。

この総合的影響を明らかにするためには，圧縮板を弾塑性有限変位理論で解析することが不可欠である。しかし，従来通りの手計算ではこの解析は不可能で，どうしてもコンピューターの出現を待たなくてはならなかった。コンピューターがかなり実用化してきた1965年ころから，この種の解析が次第に行われるようになった。しかし，コンピューターが高速化，大型化していなかった1960年代には，まだ十分な成果が上がらなかった。ところが，1.1節で述べた4橋の鋼箱桁橋の落橋事故の後，初期不整を有する圧縮板の強度特性を早急に明らかにしなくてはいけないという社会的要求と高速・大型コンピューターの出現がこの方面の研究に拍車をかけた。それで

1970年頃から，実質的な研究成果が出始めた。

まず，岡村，吉田[63] (1972) の研究を上げることが出来る。彼らは，面外の曲げモーメントと面内力が作用した場合について板内の塑性化した点（板厚方向への塑性の広がりは無視）での降伏曲面を近似式で仮定し，薄板の弾塑性有限変位挙動を支配するところの，たわみwと応力関数Fに関する非線形2元連立偏微分方程式を誘導している。そして，イ）たわみw，ロ）応力関数F，ハ）板内に設けられた格子点における有限変位と塑性変形に伴う非線形物理量及び，ニ）板の周辺での境界条件を満足させるために設けられた周辺上の選点における不静定拘束力を2重3角級数で表し，上述の非線形偏微分方程式の連続関数解を得ている。計算に当たっては，最初から非線形に関する未知量が存在するため，初期荷重法的な反復法を用いている。この論文では，初期たわみを有する種々の圧縮板について解析を行っているが，残留応力については触れていない。

更に，初期たわみを有する圧縮板の弾塑性有限変位解析を行った研究としては，大坪[64] (1971)，Needleman－Tvergaard[65] (1976)，の研究がある。大坪は，板の面内挙動に対しては有限要素法を用い，面外挙動に対してはたわみ波形の単調性を利用して，それを数項の3角級数に展開することにより自由度の節減を図っている。

著者も，第6章の圧縮補剛板の解析では，大坪の方法と類似した方法を独自に開発し，自由度の大幅な節減を行っている。[193] 本法と大坪の方法の相異点，及び得失については第2章の緒言で述べることにする。

Needleman－Tvergaard も大坪と同様の方法を用いている。弾塑性解析の取り扱い方については，大坪は初期ひずみ法，Needleman－Tvergaardは接線剛性法をそれぞれ用いている。両者とも板厚方向への弾塑性の広がりを考慮している。なお，初期ひずみ法及び接線剛性法等の弾塑性の各種解析法について

は2.2節で詳しく述べることにする。

それに対して，上田，安川，矢尾，池上，大南[66](1975)，Crisfield[67](1975)，Frieze[68]，Harding[69](1977)らは，初期たわみと残留応力を有する板の弾塑性有限変位解析を行っている。上田らとCrisfieldは有限要素法を用い，FriezeとHardingは反復差分法(dynamic relaxation)を用いている。上田ら及びHardingは，板厚方向にも層割りを行い，板厚方向への塑性域の広がりを考慮しているが，Crisfieldは，降伏曲面に次式を用いることにより近似的に板厚方向への塑性の広がりを考慮している。

$$F = \frac{\overline{N}}{t^2\sigma_Y^2} + \frac{4|\overline{MN}|}{\sqrt{3}\alpha\cdot t^3\sigma_Y^2} + \frac{16\overline{M}}{\alpha^2 t^4\sigma_Y^2} = 1 \qquad \cdots(1.51)$$

ここに，

$$\left.\begin{aligned}\overline{N} &= N_x^2 + N_y^2 - N_x\cdot N_y + 3N_{xy}^2\\ \overline{M} &= M_x^2 + M_y^2 - M_x\cdot M_y + 3M_{xy}^2\\ \overline{MN} &= M_x\cdot N_x + M_y\cdot N_y - \frac{1}{2}M_x\cdot N_y - \frac{1}{2}M_y\cdot N_x + 3M_{xy}\cdot N_{xy}\end{aligned}\right\} \cdots(1.52)\sim(1.54)$$

更に，αは，仮想のひずみ硬化を表現するためのパラメータであり，α=1にすると，Ilyushinの降伏曲面に一致する。Friezeは，このIlyushinの降伏曲面を用いた。著者[194]も，上記の要因の総合的影響を調べるため，これらの研究とは独立に，残留応力と初期たわみを有する圧縮板の弾塑性有限変位解析を行ってきた。その詳細については，本論で述べることにする。

1.2.3 自由突出圧縮板の強度に関する既往の研究

第5章で取り扱うような3辺単純支持1辺自由の圧縮板(以下，自由突出圧縮板と言う)の強度に関する既往の研究について述べる。本研究では，支持側辺あるいは自由縁に板要素あるいは補強リブが接合されているような自由突出圧縮板については取り扱っていない。従って，この種の既往の研究についてはここでは触れないことにする。

自由突出板の強度を理論的に取り扱うには2つのアプローチがある。1つ

は，突出圧縮板を1側辺のたわみを拘束した矩形断面の圧縮柱と考え，柱のねじり座屈問題として近似的に取り扱う方法である。　この方法では，柱理論の基本仮定に従い横断面形状は不変で，断面は回転のみを生じるという仮定が導入される。　更に，断面全体としてのつり合い条件のみしか考えないため，自由縁では力学的な境界条件が満足されず，支持側辺では常にモーメントがゼロとなり，単純支持の境界条件の場合しか取り扱うことが出来ないなどの欠点がある。

他の1つは，自由突出板を等方性圧縮板として取り扱う方法で，横断面形状の変化や種々の境界条件を実際的に考慮することが出来る。

まず，前者の方法の歴史的な背景について述べることにする。　十字型断面のようなねじり抵抗の小さい薄肉開断面柱を圧縮柱として使用すると，オイラーの曲げ座屈応力度よりも小さい応力度でねじれ変形を生じて座屈することがある。　この現象をねじり座屈として最初に定式化したのは Wagner[70] (1904) であった。　彼は2軸対称断面材でねじり中心とせん断中心が一致する純ねじり座屈について取り扱ったが，一般断面では，曲げとねじりが連成したいわゆる曲げねじり座屈（はりの場合には横倒れ座屈）を生じることになる。

ねじり座屈に関する Wagner の基礎微分方程式は次式で与えられる。

$$E C_w \cdot \frac{d^3\phi}{dx^3} - (GJ - \sigma_{cr} I_p)\frac{d\phi}{dx} = 0 \qquad \cdots\cdots(1.55)$$

ここに，J は St. Venant のねじり定数，I_p はせん断中心回りの断面極2次モーメント，C_w は曲げねじり定数，ϕ は断面回転角（ねじれ角）である。

式 (1.55) より，座屈長 L の圧縮柱のねじり座屈応力度 σ_{cr} は以下のように与えられる。

$$\sigma_{cr} = \frac{1}{I_p}\left(G \cdot J + \frac{\pi^2}{L^2} \cdot E C_w\right) \qquad \cdots\cdots(1.56)$$

本論文で取り扱うような突出長 h_s，板厚 t_s なる矩形断面の自由突出圧縮板の場合には，σ_{cr} は式(1.56)より，一般に次式で与えられる。

$$\sigma_{cr} = k \cdot \sigma_e \qquad \cdots\cdots (1.57)$$

ここに，k は座屈係数で，σ_e は単位幅，厚さ t_s，座屈長 h_s の帯板の座屈応力度であり，それぞれ次式で与えられる。

$$k = 6(1-\nu)/\pi^2 + (1-\nu^2)\, h_s^2/L^2 \qquad \cdots\cdots (1.58)$$

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 \cdot E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_s}{h_s}\right)^2 \qquad \cdots\cdots (1.59)$$

1.2.2で述べたように，塑性域での座屈には，塑性流れ理論と塑性変形理論の2つがあり，どちらが正しいのかという議論が1890年ごろから1950年ごろまでなされ，最終的には初期たわみを考えた塑性流れ理論が合理的であるということになった。自由突出圧縮板の座屈においては，これらの2つの理論の差が最も顕著に現われた。というのは，流れ理論に従うと，塑性域で圧縮柱がねじり座屈を起こす瞬間のせん断力増分 $d\tau$ とせん断ひずみ増分 $d\gamma$ の関係は弾性域と同じく次式で与えられる。[35)]

$$d\tau = G \cdot d\gamma \qquad \cdots\cdots (1.60)$$

ここに G はせん断弾性係数であり，せん断に関しては，独立に，弾性的取り扱いになるという矛盾が現われる。ところが，塑性変形理論に従うと，式(1.56)の G が割線弾性係数 G_s になる。その結果ねじり座屈応力度の理論値は，塑性流れ理論を用いた場合よりは，実験結果とよい相関を示す結果となった。

一方，流れ理論による結果が実験値とあまり一致しない理由として，Onat－Drucker[71)] (1953)は不可避の初期たわみの存在を上げている。初期たわみの存在により，式(1.60)が次式に変ることを示し，自由突出圧縮板の強度はわずかな初期たわみに対しても敏感に影響されることを明らかにした。

$$d\tau = G\left[\frac{E_t}{E} + \left(1-\frac{E_t}{E}\right)\cdot \frac{\tau}{G\gamma}\Big/\left\{1+3\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)^2\right\}\right] d\gamma \qquad \cdots\cdots(1.61)$$

ここにEtは接線弾性係数である。

福本・伊藤[72]は，残留応力を有する自由突出圧縮フランジのねじり座屈について取り扱った。この研究では，フランジプレートが，腹板との接合線に沿って弾性回転支持された帯板にモデル化されている。塑性域の座屈理論には，流れ理論及び変形理論の両方を用い，両者の比較を行っている。残留応力を有する圧縮柱の弾性域でのねじり座屈に関して，この研究で導びかれた基礎微分方程式は以下に示す通りである。

$$EC_w\cdot\frac{d^4\phi}{dx^4} - \left[GJ - \int(\sigma_r+\sigma_{cr})(y^2+z^2)\,dy\,dz\right]\frac{d^2\phi}{dx^2} + K\phi\cdot\phi = 0 \qquad \cdots(1.62)$$

ここに，σ_rは残留応力度であり，$K\phi$は回転バネ定数である。

彼らは，この解析で，フランジプレートに対する腹板の回転バネ剛性は，ほとんど無視出来るという結論を得ている。

Stowell[73] (1951)は，ねじり座屈を起こす圧縮柱の後座屈強度を弾塑性有限変位理論の立場から取り扱った。材料の塑性化に関しては変形理論を用いている。この研究で導びかれた基礎微分方程式は以下に示す通りである。

$$EC_w\cdot\frac{d^4\phi}{dx^4} - \left(G_J - \sigma_{cr}I_P - \sigma_Y I_{Pr}\right)\frac{d\phi}{dx} - \frac{5}{12}Eh_s^2 I_P\left(\frac{d\phi}{dx}\right) = 0 \qquad \cdots(1.63)$$

ここで，$\sigma_Y\cdot I_{Pr}$は残留応力に関する項であり，非線形項を含んでいる。そして楕円関数を用いて方程式(1.63)の解析解を得ている。Stowellは初期たわみについては取り扱っていなかったが，非コンピューター時代に弾塑性有限変位解析を行った彼の努力には称賛されるべきものがある。

落橋事故後の大型・高速コンピューター時代に入ってから，Rogers[73] (1976)は塑性流れ理論を適用してStowellの有限変位理論を拡張すると共に，初期たわみの影響についても考慮している。Rogersの基礎微分方程式では，

方程式(1.63)に，初期たわみの項 $A(d\phi_0/dx)$ が追加されている。
Chatterjee-Dowling[75] (1977)は，初期たわみのある自由突出圧縮板のねじり変形に関する弾性解を求め，ある点の局部降伏を耐荷力の基準とするPerry-Robertsonの考え方を用い，近似的な耐荷力算定式を導びいている。

次に自由突出圧縮板を板として厳密に取り扱うもう一つのアプローチについて過去の研究成果を述べる。一様圧縮応力を受ける3辺単純支持1辺自由板の弾性分岐座屈応力度を最初に求めたのはTimoshenko[29] (1910)であった。座屈波形を式(1.10)で仮定し，解析近似的に座屈応力度を求めている。
長い板に対してTimoshenkoが導いた座屈係数kは，$\nu = 0.25$ の場合，次式で与えられる。

$$k = 0.456 + h_s^2/L^2 \qquad \cdots\cdots(1.64)$$

今，式(1.58)で，ポアソン比 $\nu = 0.25$ とおくと，$k = 0.456 + 0.94 h_s^2/L^2$ となりTimoshenkoの解とほぼ一致する。すなわち，弾性線形座屈応力度は，棒のねじり座屈として解析しても，板の座屈として解析しても大差はないものと思われる。
Ban[76] (1935)は，座屈波形を次式で仮定し，面内曲げ応力と圧縮応力を受ける3辺単純支持1辺自由板の弾性座屈解析を行った。

$$w = C\{y + \beta \cdot y \cdot \sin(\pi y/hs)\} \sin(\lambda x) \qquad \cdots\cdots(1.65)$$

そして，先端部及び支持側辺にそれぞれ最大圧縮応力度を有する3角形分布の圧縮応力を受ける十分長い板に対しては，それぞれの座屈係数kとして0.567及び1.71なる値を示した。この値は，DIN4114[17] (1953)及びÖNORM[16] (1953)，[179] (1972)に採用されている。
残留応力を有する3辺単純支持1辺自由板の塑性及び弾塑性域での分岐座屈については，塑性変形理論を用い，上田[77],[78] (1967)が最初にエネルギー法を用いて解析を行っている。

その後，西野・Tall[41] (1969) も上田と同様な解析を差分法を用いて行い，一様圧縮応力を受ける場合について，残留応力の分布形及びその大きさをパラメータにして多くの座屈曲線を提示した。この解析結果では，次式で与える幅厚比パラメータ R_s が 0.7 以下の自由突出板では，周辺単純支持の圧縮板の場合と同様，残留応力は線形座屈応力度に全く影響しないことを示している。

$$R_s = \frac{h_s}{t_s}\cdot\sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}}\cdot\sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k}}\quad;(k=0.425) \qquad \cdots\cdots(1.66)$$

この結論が現行の道示[42)191)]に採用され，自由突出板の幅厚比規準が定められた。Klöppel－Bilstein－Unger[79] (1973) は，弾性有限変位理論の立場から，3辺単純支持1辺自由板の座屈後の挙動及び有効幅に関する研究を行っている。載荷条件としては，一様相対圧縮変位を受ける場合，一様相対圧縮応力及び既に述べた3角形分布の圧縮応力を受ける場合の4ケースについて取り扱っている。この研究では，たわみ波形に次式を用い，有限変位の連立偏微分方程式 (1.40), (1.41) を，Levy の方法を用いて，近似的に解析し，たわみ f_1 に関する3次式を導いている。

$$w = (f_1 - w_0)\,y/h_s\cdot\cos(\pi x/L) \qquad \cdots\cdots(1.67)$$

ここに，w_0 は自由縁中央での初期たわみである。更に，この研究では，Skaloud の仮定[80)]に従い，平均膜応力度が降伏点に達した時点をもって，直観的に耐荷力を定義している。しかし，この定義の力学的意味は極めて不明りょうであると考える。

Rhodes－Harvey[81)82)]－Fox[83)] (1971～1975) も，Klöppel らと同様に，弾性有限変位解析を行っている。この研究では，次式を用いて圧縮軸直角方向のたわみ波形を厳密に取り扱っている。

$$w = \left(\sum_{n=1}^{N} A_n\cdot Y_n\right)\cdot\sin(m\pi x/L) \qquad \cdots\cdots(1.68)$$

ここにYnは，境界条件を満足するその多項式で与えている。
この研究でも，第5章で取り扱う方法と同様，圧縮辺に剛棒を取り付け，(i)一様相対圧縮変位を与えた場合[81]，(ii)圧縮変位と面内曲げ変位を与えた場合[82]，更に，(iii)初期たわみが存在する場合について解析を行っている。その際，Klöppelらと同様，耐荷力の基準に，Sbaloudの仮定を用いて近似的に扱っている。この研究では，自由突出圧縮板のみでなく，周辺支持の圧縮板についても同様な解析を行っている。
Bradfield[84] (1977)は，初期たわみを有する自由突出圧縮板の弾塑性有限変位解析を差分法を用いて行っている。材料の塑性化については流れ理論を用いているが，板厚方向への塑性域の広がりについては，Crisfield[67]によって改良されたIlyushinの降伏曲面(式(1.51))を適用して，近似的に取り扱っている。

又，塑性解析法においては，周知のように，断面が完全に塑性ヒンジによる崩壊機構を形成するまで，どの部分も塑性化及び局部座屈を起こさないことを前提としている。このような観点から，ひずみ硬化材料からなる自由突出板の座屈問題について取り扱った研究には，Haaijer[85] (1957)，Lay[86] (1965)加藤[87] (1965)，田中・高梨[88] (1965)，福地[89] (1976)らの研究がある。

以上の研究の結果，1.2.2の圧縮板の節で述べたような，個々の要因が自由突出板の強度に及ぼす影響についてはある程度明らかにされてきた。しかし，これらの総合的な影響が自由突出板の極限強度にどのように現われるかについて明確にするためには，残留応力と初期たわみを同時に有する自由突出板を弾塑性有限変位理論に基づいて解析することが必要である。落橋事故後，本研究では，この点に着目し，精力的な研究を行ってきている[195]。その内容の詳細については，第5章で述べる。

1．2．4　圧縮補剛板の強度に関する既往の研究

初期たわみや残留応力などの初期不整を有する補剛板に面内圧縮力が作用すると，最終的に補剛板は弾塑性有限変位の挙動を呈し，極限状態に達するという力学的挙動の本質は，無補剛の圧縮板と何ら変わるところはない。ただ補剛板の場合には，その構造が複雑であるために，解析系の自由度が増大する。　従って，圧縮補剛板の歴史を振り返ってみると，その時代における計算機でも解析が可能となるレベルまでいかに問題を簡単化するかという点に努力が払われて来たように思われる。

現在までのところ，補剛板の解析に用いられた解析モデルには以下の３つがあると考えられる。

①離散化モデル　（discretely-stiffened-plate approach）

②直交異方性板モデル　（orthotropic-plate approach）

③柱モデル　（strut approach）

離散化モデルは，補剛板の板パネルを板（plate）とし，補剛材を柱あるいは板にモデル化する最も実際的なモデル化である。　直交異方性板モデルは，補剛材を補剛板全体に平均化し，離散的な補剛板を等厚の直交異方性板に置換するモデルである。　このモデル化においては，補剛材間の板パネルの局部変形挙動を評価出来ないという欠点がある。　柱モデルは，補剛板を補剛材間の板パネルの有効幅部分と補剛材からなる有効補剛材（柱）に置換したモデルである。　このモデルでは，補剛板全体の両非載荷辺における支持条件を厳密に評価出来ないという欠点がある。

更に，圧縮補剛板の代表的解析手法としては，以下の５つを上げることが出来る。

①弾性線形座屈理論　（分岐問題）

②弾塑性線形座屈理論　（分岐問題）

③弾性有限変位理論

④弾塑性有限変位理論

⑤塑性崩壊機構を考える塑性解析理論

以上のことを踏えて，圧縮補剛板の強度に関する既往の研究について述べる。さて，上述の鋼箱桁橋の落橋事故以前には，分岐問題における限界座屈応力度を圧縮板の基準耐荷力と定義するのが慣例のようになっていた。その理由は次の通りである。

①有限変位解析の困難性。

②極限強度に及ぼす初期不整の影響を軽視するという誤った設計思想，

③平板の座屈後の余剰耐荷力に対する過大な期待。

このような立場にある古典的な研究としては，まず，圧縮補剛板の弾性座屈問題を初めてエネルギー法を用いて解析した Timoshenko[90) 28)]（1921）の研究を上げることが出来る。Timoshenkoは，縦補剛材 n_s 本を有する周辺単純支持の圧縮板の座屈係数 k 及び全体座屈防止のための最小必要剛比 γ^* を求めている。ここで

$$\gamma^* = \frac{EI^*}{BD} \qquad \cdots\cdots (1.69)$$

で，I^* は，補剛材と板の接合面回りの補剛材の断面2次モーメント I の必要最小値であり，B は，補剛板幅である。$I > I^*$ では，補剛材間の板パネルの局部座屈が起こり，$I < I^*$ では補剛板全体の座屈が起こる。Timoshenkoはこの γ^* として次式を与えている。

$\alpha \leq \alpha_0 = \sqrt{2(n_s+1)^2\{1+(n_s+1)\delta\}-1}$ の時

$$\gamma^* = \frac{1}{n_s+1}\left[4(n_s+1)^2\{1+(n_s+1)\delta\}\alpha^2-(1+\alpha^2)^2\right] \qquad \cdots\cdots (1.70)$$

$\alpha \geq \alpha_0$ の時

$$\gamma^* = 4(n_s+1)\{1+(n_s+1)\delta\}\{n_s(n_s+2)+(n_s+1)^3\cdot\delta\} \qquad \cdots\cdots (1.71)$$

ここに，δは，縦補剛材1本の断面積F_sと板パネルの断面積との比で

$$\delta = \frac{F_s}{Bt} \qquad \cdots\cdots (1.72)$$

又，座屈係数kは，

$\gamma \leq \gamma^*$の時，

$$k = \frac{(1+\alpha^2)^2 + (n_s+1)\cdot\gamma}{\alpha^2\{1+(n_s+1)\cdot\delta\}} \qquad \cdots\cdots (1.73)$$

$\gamma \geq \gamma^*$の時，

$$k = 4(n_s+1)^2 \qquad \cdots\cdots (1.74)$$

ただし，限界座屈応力度式(1.8)のbには，補剛板全幅Bを用いる。

式(1.73)において$n_s=1$とおけば，DIN4114[17]のk値を与える式と一致する。

補剛板の座屈問題を厳密に取り扱うためには，補剛板がたわむことによって生じる補剛材位置での板のせん断力と曲げモーメントが補剛材の横荷重とねじりモーメントにそれぞれつり合うという条件から導びかれた基礎微分方程式を直接解析することが必要である。Barbré[91](1936)，Fröhlich[92](1937)等は，補剛材のねじり剛性を無視してはいるが，このような立場からの解析を行っている。

その後，弾性線形座屈理論の立場から，補剛板の座屈問題を取り扱った研究としては，Kromm[93](1944)，Chwalla[94](1944)，Torre[95](1944)，Seide-Stein[96](1949)，Klöppel-Scheer[97](1956~1960)，Giencke[98](1964)，Klöppel-Möller[99][100](1965)などの研究が上げられる。この中で，Giencke は，直交異方性板理論によって，縦横に補剛された板の座屈応力度及び縦補剛材の必要最小剛比γ^*を導いている。縦補剛材のみによって補剛された板に対しては，

$$\gamma^* = \left(\frac{\alpha}{m}\right)^2 \cdot \left[4\{1+(n_s+1)\delta\}(n_s+1) - \frac{1}{n_s+1}\left(\frac{m}{\alpha}+\frac{\alpha}{m}\right)^2\right] \qquad \cdots (1.75)$$

ここに，mは，長手方向の座屈半波形の数である。又，$\gamma < \gamma^*$の時の座

座屈数kを次式で与えている。

$$k = \frac{1}{1+(n_s+1)\delta}\left[\left(\frac{m}{\alpha}+\frac{\alpha}{m}\right)^2+\left(\frac{m}{\alpha}\right)^2(n_s+1)\gamma\right] \quad \cdots(1.76)$$

式(1.76)において$m=1$とおくと，Timoshenkoの導いた式(1.73)が得られる。　又，kの最小値は次式で与えられる。

$$k_{min} = 2\cdot\frac{1+\sqrt{1+(n_s+1)\delta}}{1+(n_s+1)\delta} \quad \cdots(1.77)$$

k_{min}に対応するγ^*は次式で与えられる。

$$\gamma^* = \frac{1}{n_s+1}\left[\left\{2(1+(n_s+1)\delta)(n_s+1)^2-1\right\}^2-1\right] \quad \cdots(1.78)$$

又，$m=1$で，kがk_{min}になる時の縦横比αをα_0とすると，

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{1+(n_s+1)\gamma} \quad \cdots(1.79)$$

以上のGienckeの研究成果が，現行の道示の補剛板規準の基本となっている。又，ChwallaおよびKrommの研究成果は，DIN4114[17]の補剛板規準の一部の基本となっている。

一般によく用いられる補剛板は板の片側のみに補剛される偏心補剛板の場合が多い。　しかし，補剛板の解析においては，補剛材の部材軸と板の中央面が同一平面上にある対称両面補剛板を解析モデルに用いた研究が多い。　このような解析モデルにおいては，板の中央面の面内変位u，vとたわみwが連成しないため，その解析は比較的容易である。　しかし，一般によく用いられる偏心補剛板の場合には，補剛材の部材軸と板パネルの中央面が一致しないために，u，vとwが連成する。　従って，この種の補剛板の座屈問題を厳密に取り扱うのは容易でない。　Pflüger[101]は，直交異方性板理論の立場からこの問題を取り上げ，u，v，wが連成した連立基礎微分方程式を誘導している。　吉村・大村[102]は，Trenks[103]が横荷重を受ける直交異方性板に対して行ったのと同じ操作を行いwに関する8次の偏微分方程式を誘導

し，Galerkin 法により解を得ている。 又，吉田[104]は，有限帯板法を用いて離散化モデル化した補剛板に対して，u，v とwの連成を考慮した弾性線形座屈解析を行っている。 しかし，いずれにしても，u，v とwの連成を考慮することは極めて繁雑であるため，以下のような仮定の基に，偏心補剛板における補剛材の断面2次モーメントIを計算し，このIをもつ補剛材の部材軸を板パネルの中央面に一致させるという近似解法が一般によく用いられている。 Timoshenko[90]は，既に述べたように，Iを補剛材側の板パネルの表面回りで計算することを提案している。 Chwalla[105]及び Bornscheuer[106]は，板パネルの有効幅部分（be × t）と補剛材から成る柱の断面2次モーメント I_s を用いることを提案している。 有効幅として，近似的に Chwall は

$$be = 30\,t \qquad \cdots\cdots (1.80)$$

一方，Bornscheuer は

$$be = \frac{F_s\left(e_{pl}-\frac{t}{2}\right)^2}{t^2\left(e_{pl}-t/4\right)} \qquad \cdots\cdots (1.81)$$

としている。 ここに，e_{pl} は補剛材の部材軸と板の中央面の距離である。
しかし，弾塑性線形座屈解析において，特に残留応力が存在する場合などは，補剛材の曲げ剛性の評価が極めて重大であるため，偏心補剛板に関する以上の近似解析法は，そのままの形では適用し難いように思われる。

一方，弾塑性線形座屈理論として取り扱った研究としては，まず，楠田[107]（1959），Sujata[108]（1961），Haris－Pifko[109]（1969）の研究を上げることが出来る。 楠田は，Haaijar の塑性流れ理論を用い，ひずみ硬化域での補剛板の座屈解析を積分方程式を用いて行っている。 Sujata は Bijlaard の塑性変形理論の立場からエネルギー法を用いた解析を行っている。
Haris－Pifko は有限要素法を用い，Stowell－Olyshin の塑性変形理論の立場から解析を行っている。
我が国においては，弾塑性座屈理論の立場から残留応力が補剛板の座屈強度

に及ぼす影響を明らかにすることを目的とした研究がかなり盛んに行われている。宇佐美[110]，宇佐美・福本[111]，長谷川・太田・西野[112]，長谷川・長浜・西野[113]，小松・牛尾[114]はBijlaardの塑性変形理論に基づき，前田・日笠[115]はStowelの塑性変形理論に基づきそれぞれ固有値問題としての弾塑性座屈解析を行っている。解析手法としては，長谷川・長浜・西野は差分法，宇佐美，宇佐美・福本，長谷川太田・西野，小松・牛尾は有限帯板法を用い，前田・日笠は微分方程式を直接解いている。又，小松・牛尾の研究では，既に述べた吉田[104]の研究を弾塑性座屈問題に拡張し，面内変位u，ひとたわみwの連成を考慮し，補剛材の偏心効果を忠実に評価している。又，板パネル，補剛材の局部変形と補剛板全体の変形の連成座屈を取り扱うことが出来る。しかし，その他の研究では，Timoshenko[90]の仮定に従い，補剛材の断面2次モーメントを板パネルの表面回りで評価することにより近似的に取り扱っている。更に，これらの研究では，特に，補剛材内の残留応力がその曲げ剛性に及ぼす不利な影響を考慮するために，宇佐美・福本，前田・日笠は，直接その分布形をある形で仮定し，長谷川・西野らは，残留応力を有する補剛材の面内剛性を短柱試験的に平均化することにより定式化を行っている。特に小松・牛尾の研究においては，実測に基づいて最も実際的な残留応力の分布形[196]を用いている。

又，三上・米沢は[117]，Bleichの式を直交異方性板理論に適用し，補剛板の弾塑性線形座屈解析を行っている。更に，この研究では，弾塑性座屈応力度を弾性座屈応力度から近似的に計算出来る簡略式を提案している。しかし実際の補剛板への式の適用性に疑問が残っている。

なお，落橋事故後の諸外国においては，現在線形座屈理論に基づく補剛板の研究がほとんど影を潜めたということは注目に値する。

一方，柱モデルを用いて補剛板の耐荷力を推定するという近似的な解析法もかなり古くから用いられてきた。最初にこの方法を用いたのは，Gall[118]

(1930)である。彼は，Suhuman-Bachの実験結果に基づき，補剛板の強度は，補剛材の強度と板パネルの強度の和として近似的に計算出来ることを見出した。その後，Lundquist[119]は，補剛材間の板パネルに対して有効幅の考えを導入し，板パネルの有効幅部分と補剛材からなる柱の座屈強度を求めることにより、より正確な補剛板の耐荷力が得られることを示した。
この考え方は，その後，我が国の造船分野で非常に発展し，落橋事故後は，筆者，及び諸外国，特にイギリスにおける多くの研究者によってこの方法が採用されることになる。
柱モデルを用いた我が国の研究としては，吉識[120](1953)，吉識・秋田・長沢[121](1958)，吉識・藤田[122](1958)，川井・江川[123](1962)などの研究を上げることが出来る。吉識[120]は，有効幅beをいかなる場合にも一定値すなわち補剛材間隔bの½と仮定している。そして，有効補剛材の極限強度の計算には準実験公式を用いている。吉識・秋田・長沢らは，座屈後の板パネルの軸方向垂直応力の板厚方向の平均値（以下膜応力度と言う）の分布状況を3次曲線と余弦関数の組合せで近似し有効幅beを定めている。有効補剛材の強度については，以下に示すPerry-Robertson公式により計算している。

$$\frac{\bar{\sigma}_{sm}}{\sigma_Y} = \frac{1}{2}\left[1+(1+\eta)\frac{\sigma_e'}{\sigma_Y}\right] - \sqrt{\frac{1}{4}\left((1+\eta)\frac{\sigma_e'}{\sigma_Y}+1\right)-\frac{\sigma_e'}{\sigma_Y}} \qquad \cdots(1.82)$$

ここで，$\bar{\sigma}_{sm}$は，有効補剛材の極限平均圧縮応力度，σ_e'は，有効補剛材の弾性座屈応力度であり，ηは

$$\eta = \frac{\delta_0}{S} \qquad \cdots(1.83)$$

δ_0は，初期たわみで，Sは有効補剛材の核半径である。
吉識・藤田は，有効補剛材の解析においては，そのねじり剛性をも考慮している。そしてSchanleyの接線係数E_tとBleichの接線せん断弾性係数G_t($=E_t/2(1+\nu)$)を用いた弾塑性曲げねじり座屈強度を算定している。

川井・江川は，アメリカの航空機会社で汎用されていた有限幅公式（$be=\phi(t)\cdot\sqrt{E/\sigma_f}$）を用いている。ここに$\phi(t)$は板厚もの関数であり，$\sigma_f$は板パネルの非載荷辺での膜応力度を表す。補剛板の非載荷辺においては$\sigma_f=\sigma_f'$，補剛材で支持された板パネルの接合線上では，$\sigma_f=\sigma_e''$としている。ここに，σ_e''は補剛材を単独の圧縮柱とした場合の座屈応力度である。ただし，この単独補剛材は横方向及びねじりに対する板パネルの抵抗により弾性的に拘束された柱と考えている。

落橋事故後，イギリスを中心とした諸外国においてもこれと同様な考え方に立脚して圧縮補剛板の極限強度を計算した研究がかなりタい。柱モデルを用いた以上の研究においては，補剛板に作用する面内圧縮応力度に関係なく板パネルの有効幅は常に一定と仮定されている。

これに対して，Crisfield[67]（1975）は，圧縮を受ける板パネルの面内剛性を平均圧縮応力度－平均圧縮ひずみ曲線を用いて評価し，板パネルを全幅有効として取り出した有効補剛材の弾塑性有限変位解析を行うことによりその極限応力度を算出している。その際，平均圧縮応力度－平均圧縮ひずみ曲線を求めるために，補剛材間の板パネルを周辺単純支持の面内圧縮板と見なし，有限要素法による弾塑性有限変位解析を行っている。それによると板パネルの平均圧縮応力度$\bar{\sigma}$と平均圧縮ひずみ$\bar{\varepsilon}$の関係が次式で表されたとする。

$$\bar{\sigma}=f(\bar{\varepsilon}) \qquad \cdots(1.84)$$

板パネルの全幅bを有効とした有効補剛材の板パネルと補剛材の接合線での応力度をσ_fとすると，

$$be\cdot\sigma_f=b\cdot\bar{\sigma} \qquad \cdots(1.85)$$

$$\therefore\quad be=\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_f}b \qquad \cdots(1.86)$$

従って，Crisfieldの方法は，圧縮荷重の増加と共に有効幅beを減少させ

ていく比較的厳密な柱モデルを用いた計算法であると言える。しかし，この方法は，計算が繁雑になり，実用性に欠けるという欠点がある。

以下，有効幅を一定とする解析法のことを，"一定の有効幅を用いる柱モデルアプローチ"と言い，Crisfieldのような方法を"有効幅を変化させる柱モデルアプローチ"と言う。

更に，Carlsen - Soreide - Nordsve[124] (1977)は，全幅有効として取り出した板パネル付きの柱モデルを用いているが，板パネルは板(plate)要素，そして補剛材は柱要素，から成る有限要素の集合体と考え，柱モデル全体を有限要素法により解析を行っている。板パネルは板厚方向に，補剛材は高さ方向に層割りを行い，それぞれの方向への塑性域の広がりを考慮した厳密な弾塑性有限変位解析を行っている。

最近の柱モデルを用いた研究を，以上の3つのグループに分けて列挙すると以下のようになる。

まず，"一定の有効幅を用いる柱モデルアプローチ"を用いた研究としては，Murray[125] (1975)，Horne - Narayanan[126] (1975)，Chatterjee - Dowling[75] (1977)，Faltus - Skaloud[127] (1977)などを上げることが出来る。

Murrayは，準理論的な方法により，入手可能な実験値の下限値にうまく適合するような板パネルの極限応力度($\bar{\sigma}_m$)曲線を幅厚比パラメータRの関数として図示している。そして板パネルの有効幅beを次式で与えている。

$$be = \frac{\bar{\sigma}_m}{\sigma_Y} \cdot b \qquad \cdots(1.87)$$

更に，有効補剛材の強度計算はPerry - Robertson公式に従っている。

Horne - Narayananは，初期たわみを有する圧縮板のたわみ波形を次式で仮定し，近似的な弾性有限変位解析をエネルギー法を用いて行い，非載荷辺が降伏点に達した時の有効幅を用いている。

$$w = \bar{w} \sin(\pi x/a) \cdot \sin(\pi y/b) \qquad \cdots(1.88)$$

ここに，λは座屈半波長。有効補剛材の強度計算は，Horne - Narayanan と同様，Perry - Robertson 公式に従っている。

Chatterjee - Dowling も Horne - Narayanan と同様な方法を用い，非載荷辺での最大相当応力度（equivalent stress）が降伏点に達した時の有効幅を用いている。この時の有効幅を be，平均圧縮応力度を $\bar{\sigma}_m$ とする。そして，有効幅 be を持つ有効補剛材の弾性解析を行い，板パネル位置での応力度を σ_p，補剛材先端の応力度を σ_0 とし，以下のいずれかが満足された時点を，有効補剛材の極限応力度としている。

$$\sigma_p = \frac{1}{K_{bs}} \cdot \frac{\bar{\sigma}_m}{\sigma_Y} \left\{ \sqrt{\sigma_Y^2 - 3\tau^2 - \frac{3}{4}\sigma_2^2} + \frac{\sigma_2}{2} \right\} \quad \cdots (1.89)$$

$$\sigma_0 = \sigma_Y \quad \cdots (1.90)$$

ここで

$$K_{bs} = \frac{be}{b} = \frac{\bar{\sigma}_m}{\sigma_Y} \quad \cdots (1.91)$$

式 (1.89) において，σ_2, τ は，それぞれ板パネルに作用する横方向の垂直応力度及びせん断応力度であり，$\sigma_2 = \tau = 0$ とすると，$\sigma_p = \sigma_Y$ となる。すなわち，$\sigma_2 = \tau = 0$ の時は，Perry - Robertson 公式と一致する。

Faltus - Skaloud は，以下に示す Faulkner の有効幅公式を用いている。

$$\frac{be}{b} = 2\left(1 - 0.5\frac{t}{b}\sqrt{\frac{E}{\sigma_{max}}}\right) t\sqrt{\frac{E}{\sigma_{max}}} \quad \cdots (1.92)$$

そして，補剛板全体の強度を，有効補剛材の強度と，非載荷辺に隣接する板パネルの有効幅部分の強度の和として表している。

次に，"有効幅を変化させる柱モデルアプローチ"を用いた研究としては，Crisfield 以外に，Smith[128] (1975)，Horne - Narayanan[129] (1976)，Little[130] (1976) Moolani - Dowling[131] (1977) などの研究がある。

Smith は，板パネル部分の平均圧縮応力度 - 平均ひずみ曲線については，Moxham[132] の弾塑性有限変位理論による解析結果を用いている。又，柱モデ

ルについても，弾塑性増分解析法により，その極限応力度を求めている。
Horne-Narayanan は，既に述べた一定の有効幅を用いる柱モデルアプローチの場合と同様の方法で次式を導き，平均圧縮応力度 $\bar{\sigma}$ と平均ひずみ ε_x の関係を求めている。

$$K_{bs}\cdot\frac{\varepsilon_x}{\sigma_{cr}/E}=\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{cr}}=\frac{m-1}{m}\left\{1+2mC(m+1)\right\} \quad \cdots\cdots(1.93)$$

$$K_{bs}=\frac{1+2mC\cdot(1+m)}{1+4mC\cdot(1+m)} \quad \cdots\cdots(1.94)$$

ここに，σ_{cr} は板パネルの限界座屈応力度で，Cは初期たわみ w_0 に関する項であり，

$$C=\frac{3(1-\nu)^2}{16}\left(\frac{w_0}{t}\right)^2 \quad \cdots\cdots(1.95)$$

更に，$m=w/w_0$ $\cdots\cdots(1.96)$

そして，有効補剛材の弾性有限変位解析を差分法により行い，板パネル位置及び補剛材先端での有効補剛材の応力度 σ_p 及び σ_0 が以下のいずれかを満足した時を有効補剛材の極限状態と定義している。

$$\sigma_p=K_{bs}\cdot\sigma_Y \quad \cdots\cdots(1.97)$$

$$\sigma_0=\sigma_Y \quad \cdots\cdots(1.98)$$

Littleは，残留応力及び初期たわみを有する圧縮板に関するMoxham[132]の弾塑性有限変位解析に基づいた平均応力－ひずみ曲線を用いている。
そして，柱モデルに関して，b/t をパラメーターに，M－φ－P 曲線を作成し，偏心圧縮柱の荷重－たわみ曲線を追跡して，有効補剛材の極限応力度を求めている。 ここに，Mは曲げモーメント，φは曲率，Pは軸方向圧縮力である。
Moolani－Dowlingは，板パネルの平均応力－ひずみ曲線には Friege[68]の弾塑性有限変位解析の結果を用いている。 有効補剛材の解析は，Littleと同様，M－φ－P 曲線を用いている。

一般に，圧縮補剛板の解析では，曲げに対して十分に剛な横桁あるいは横補剛材ではさまれた1補剛板パネルを対象とするが，Little 及び Moolani-Dowling[197]の研究では，本研究と同様，数パネルを対象として，連続柱モデルの解析についても行っている。

以上の柱モデルを用いた解析では，補剛材は横倒れ座屈を起こさない程度にストッキーであると仮定されていた。これに対して，Fox-Walker[133]，Fox-Walker-Rhodes[134]の研究では，板パネルは局部座屈を起こさず，補剛材のみが横倒れ座屈を起こし得ると仮定した柱モデルを用いている。そして，補剛板の全体座屈と補剛材の横倒れ座屈の連成挙動について取り扱っている。これらの研究における柱モデルにおいては板パネルと補剛材は剛接されており，板パネル部分は回転変形を生じないと仮定されている。Fox-Walkerは，補剛材の局部座屈に比して全体座屈強度が非常に大きい補剛板を対象とし，補剛材先端の縁応力度が降伏点に達した時点を有効補剛材の極限状態と定義している。Fox-Walker-Rhodesは，補剛材の横倒れ座屈が先行するが，最終的には，全体的な弾性座屈で崩壊するような補剛板について取り扱っている。

以上の柱モデルを用いた種々の研究の特徴を整理した一覧表が大阪大学の小松教授[135]によって作成されているので参考にされたい。

一方，初期たわみが圧縮補剛板の挙動に及ぼす影響を調べるために，補剛板を直交異方性板にモデル化し，それを弾性有限変位問題として取り扱ったものには，Falconer-Chapman[136]（1953），Massonnet-Maquoi[137),138),139]（1971，1973，1974），Ojubek[140]（1977），Steinhardt-Valtinat-Rubin[141]（1977）などの研究がある。

Falconer-Chapmanは，たわみ波形に2重3角級数の1項のみを用いてエネルギー法による弾性解析を行った。しかし，この弾性解析では，補剛板の極

限応力度を決定することは出来ない。この点については，Skaloud が以下のような極限応力度決定法を提案した。すなわち，非載荷辺に沿った軸方向弾性膜応力度 σ_x の平均値 $\bar{\sigma}_x$ ($=\int_0^L \sigma_x dx/L$) が材料の降伏点に達した時の補剛板の平均圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{gm}$ をこの補剛板の極限応力度と定義する方法であり，これは Skaloud の仮定としてよく知られている。上記の直交異方性板理論では，板パネルの局部座屈及び補剛材の偏心効果を考慮することが出来ないなどの欠点が存在する。

これに対して，Massonnet - Maquoi は，補剛材の偏心を忠実に考慮した Pfaffinger の微小変位の微分方程式を拡張し，有限変位の非線形連立偏微分方程式を誘導している。たわみ波形に2重3角級数の1項のみを採用し，面内の適合条件に関する微分方程式から応力関数を求め，たわみについては Galerkin 法を適用し解析解を得ている。この研究では，Skaloud の仮定に準じて極限応力度を定めているが，材料の降伏点が $\rho_t' \cdot \sigma_Y$ であると仮想し Skaloud の仮定に修正を加えている。数体の箱桁模型の実験結果に基づいてこの補正係数 ρ_t' を定めている。更に，補剛材間の板パネルの局部座屈については有効幅の概念を導入することにより直交異方性板理論の欠点を補っている。局部座屈に対する補正係数 ρ' として次式を示している。

$$\rho' = \frac{be/b + Fs/bt}{1 + Fs/bt} \qquad \cdots\cdots (1.99)$$

有効幅 be には，Faulkner の公式を採用している。すると圧縮補剛板の極限応力度 $\bar{\sigma}_{gm}$ は次式で与えられる。

$$\bar{\sigma}_{gm} = \rho_t \cdot \rho' \cdot \rho_t' \sigma_Y \qquad \cdots (1.100)$$

ここに，ρ_t は，非載荷辺における軸方向応力度の平均値 $\bar{\sigma}_x$ と平均圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{gm}$ を関係づける係数である。

Djubek は，Massonnet - Maquoi と同様な方法を用いているが，非線形連

立偏微分方程式の無限級数解を得ている。

Steinhart - Veltinat - Rubin も同様な解析を行っているが，この研究においては，補剛板が補剛材の存在する側にたわんだ場合には，Skuloudの仮定，補剛板が板パネル側にたわんだ場合には，補剛材先端の塑性化を基準にして，補剛板の極限応力度を決定している。又，補剛材間の板パネルの局部座屈については，Winterの有効幅公式を用いている。

次に，以下のような立場から補剛板の挙動を忠実に評価することを目的とした研究について述べる。

①補剛板を直交異方性板として理想化せず，補剛材間の板パネルの局部変形挙動及び応力の不均一性を明白にするため，補剛材と板パネルから成る離散化モデルを用いる。

②線形座屈理論に基づく固有値問題としては取り扱わないで，補剛板の荷重変位曲線及び応力の変動状況を有限変位理論の立場から追跡する。

圧縮補剛板の弾性もしくは弾塑性解析を上記の立場から実施する上で，研究者が直面する問題は，"多自由度の非線形挙動をいかに処理するか"ということである。圧縮板の弾塑性有限変位解析については，2.3節で述べる本有限要素法[147]及び既に1.2.2節で述べた他の方法がある。等方性圧縮板の極限応力度を取り扱うような比較的簡単なモデルを対象とする場合には，これらの解析法を適用すれば十分であると考える。しかし，補剛板などのような複雑な薄肉構造物の極限強度の解析に対しては，実用的及び経済的見地から，2.5節で示す本法のようなより効率の良い解析法の出現が望まれている。このような考えから補剛板の弾性解析を行った研究としては，Skaloud[142] (1970)，Bilstein[143] (1974) など，弾塑性解析を行った研究としては，本法以外に，岡村・吉田[144] (1974)，Djahani - Dowling[145] (1977)，小田・渡辺[146] (1975)，上田・矢尾・菊本[147] (1976)，Schmidt - Damrath - Pahl[148] (1977)，Soreide - Bergan - Moan[149] (1977)，Fujita - Yoshida - Takazawa[150] (1977)，

上田・松石・森・村川[151] (1976), Tvergaard - Needleman (1975), Crisfield[153] (1978) などの研究を上げることが出来る。

まず, Skaloud[142] は, 縦補剛材が1本あるいは2本の補剛板の解析をエネルギー法を用いて行っている。 補剛板の極限強度の算定は, 既述の仮定に従っている。 そして, 初期たわみ, 補剛材剛比 γ をパラメーターにして, 種々の耐荷力曲線 ($\bar{\sigma}_{gm}$ - b/t 曲線) を図示している。 例えば, 初期たわみ $w_0 = t$, 幅厚比 $B/t = 100$ ($b/t = 50$) で, γ が線形座屈理論による必要最小剛比 γ^* である1本の縦補剛材を有する補剛板の極限強度 $\bar{\sigma}_{gm}$ は, 初期たわみのない理想圧縮板の場合の極限応力度 ($\bar{\sigma}_{gm} \fallingdotseq \sigma_Y$) に比し, 22.6% の強度低下が認められる。 初期たわみが極限応力度に及ぼす影響が極めて大きいことを示している。 すなわち, 初期たわみの存在する板では, 必要最小剛比を増大させる必要があることを示唆している。

しかし, Skaloud の仮定は必ずしも正しいとは言えないので, 上述の結果は定性的な議論に過ぎない。

Bilstein[143] は, 等方性板の有限変位に関する非線形2元連立偏微分方程式 (1.40), (1.41) を取り扱った。 適合条件式 (1.40) については圧縮軸方向のたわみ波形を sin の1波形で仮定し, Galerkin 法を適用して, 偏微分方程式を常微分方程式に置換している。 更に, 横方向に関しては, 補剛材等の存在による非連続性のため, 改良された還元法を用いて対処している。 又, 補剛材先端での縦方向応力度あるいは板パネルの縦方向膜応力度のいづれかが降伏点に達した時を近似的な補剛板の極限状態と定義している。 しかし, これは真の意味ではあくまで弾性解析の範囲内にとどまっており極限状態とは言い難い。 又, 初期たわみは考慮しているが, 残留応力については何の取り扱いもなされていない。 更に, この方法では, 補剛板全体のたわみ波形と補剛材間の板パネルの局部的なたわみ波形が連成して極限状態に至るような

実際的な補剛板の解析が出来ないという欠点がある。

岡村・吉田[144]は，圧縮板の節で述べたと同様の方法により圧縮補剛板の解析を行っている。板パネルと同様，補剛材についても，その深さ方向への塑性域の広がりは考慮せず，以下のような直観的な降伏曲面を仮定している。

$$f_r = \left|\frac{M_{xr}}{M_{ry0}}\right| + \left(\frac{N_{xr}}{N_{ry0}}\right)^2 = 1 \qquad \cdots\cdots(1.101)$$

ここで，M_{xr}，N_{xr}はそれぞれ補剛材に作用する曲げモーメント及び軸力であり，$M_{ry0} = \sigma_r \cdot h_s^2 \cdot t_s/4$，$N_{ry0} = \sigma_r \cdot h_s \cdot t_s$ である。

この研究でも，初期たわみを有する種々の圧縮板について解析を行っているが，補剛板の残留応力については触れていない。

Djahani - Dowling[145]は，差分法を用いて解析を行った。非線形計算には，初期荷重法を用いている。弾性範囲内の結果をBilsteinの結果と比較し，良好な一致を見ている。この研究でも残留応力についてはまだ取り扱っていない。

山田・渡辺[146]，上田・矢尾・菊本[147]，Schmidt - Dahmrath - Pahl[148]，Soreide - Bergam - Moan[149]，Fujita - Yoshida - Takazawa[150]らは有限要素法を用いて補剛板の弾塑性有限変位解析を行っている。これらの研究は本文の研究とほぼ同時期あるいは以後になされたものである。このうち，山田・渡辺[146]は，材料学的非線形性を一般的な形で取り扱えば解析が繁雑になるという理由から，板パネル部分は弾性挙動のみを呈し，補剛材のみが弾塑性挙動を呈するものと仮定し，準弾塑性的な解析を行っている。非線形計算には摂動法を用いている。上田・矢尾・菊本[147]らは，材料学的非線形性については塑性流れ理論を用い板厚方向及び補剛材の深さ方向への塑性の広がりを考慮した厳密な取り扱いを行っている。非線形計算には増分法を用いている。

この研究においては，残留応力と初期たわみの両初期不整の効果についても取り扱っている。

Schmidt - Damrath - Pahl[148]は，直方体の8つの格点に節点を受けた板パネル有限要素（PL-element）と補剛材有限要素（WF-element）を開発し，補剛板周辺での板厚方向の支持位置及び補剛材のねじり剛性などを考慮している。平面応力問題に関する通常の有限要素を補剛材部に用いると，補剛材の面内曲げ剛性を過大評価することになるため，WF-elementでは，この点を改良した特別な操作がなされている。非線形解析には，Newton-Raphson法と増分法を併用した混合法を用いている。その際の不つり合い力の計算には，変形前の要素を変形後の要素上に重ね剛体変形を除去するという方法を採用している。この方法は，Murray-Wilsonによって開発された方法である。更に，弾塑性理論には，von-Misesの降伏条件とPrandtl-Reussの塑性流れ則を用いている。弾塑性の判定は，有限要素内に設けられた3次元格子点で行っている。又，弾塑性解析には初期応力法を採用している。この研究でも，初期たわみのみを有する補剛板しか取り扱っていない。

Soreide - Bergan - Moan[149]は，補剛板の強度特性よりは，有限要素法を用いた場合の種々の解析法の得失について主に述べている。この研究においても残留応力を有する補剛板については触れていない。

藤田・吉田・高沢[150]は，増分法を用いて解析を行っている。弾塑性理論には，von・Misesの降伏条件とPrandtl-Reussの塑性流れ則を用い，板厚方向及び補剛材の深さ方向への塑性の広がりは，それぞれの要素を層割りすることにより考慮している。

補剛材本数の多い補剛板の解析や，圧縮補剛板の極限強度特性を明らかにするために必要なパラメトリック解析を行う場合には，通常の有限要素法よりも計算効率が良く，又，精度も良い数値計算法の開発が望まれる。Y.K. Cheungが考案した有限帯板法はこの種の問題点を解決するための解析手法でもある。

上田・松石・森・村川[151]は，この帯板要素法を用いて，曲げを受ける桁の横倒れに関する弾塑性有限変位解析を行っている。

同様な見地から大坪も圧縮板の弾塑性有限変位解析を行っている。この方法では，既に述べたように，板の面内挙動に対しては有限要素法を用い，面外挙動に関しては，たわみ波形の単調性を利用して，それを数項の3角級数に展開することにより自由度の節減を図っている。Tvergaard-Needleman[152]は大坪の手法を圧縮補剛板の弾塑性有限変位解析に応用している。この研究においても，残留応力については何ら取り扱っていない。なお，この研究において，面内及び面外変位とも級数で仮定した場合，すなわち，完全なRayleigh-Ritz法を用いた場合と，面内挙動に対しては有限要素法を用いるRayleigh-Ritz法との混用法を用いた場合の両者を比較して以下のような結論を得ている。彼らが行った解析モデルでは，完全なRayleigh-Ritz法の場合，混用法と同じ精度の結果を得るためには，27項の面内変位モードが必要となり，その計算時間が混用法の場合の2倍必要になったと報告している。そして，一般的に，面外変位に比べて面内変位に関しては，適切な変位モードを推定することが非常に難かしく，このことが混用法を非常に有力な解析手法にしていると述べている。

Crisfield[153]も同様な見地から，圧縮補剛板の弾塑性有限変位解析を行っている。彼は，有限要素内の変位を，通常の有限要素法で用いる局部的な変位関数と構造物全体から決まる全体的な変位関数の和として与えている。そして，通常の有限要素法，大坪の手法及びCrisfieldの手法のいずれでも解析が可能なプログラムを作成している。経済的な面から考えると，一つの構造物の中でも，領域分けして，大坪の手法とCrisfiedの手法を使い分ける方法がよいとしている。

本研究でも，補剛板の解析においては，Rayleigh-Ritz法と有限要素法の混用法[173]を独自に開発し，残留応力と初期たわみを同時に有する圧縮補剛板の解

析を可能にしている。 本法と大坪，Tvergaard-Needleman，及びCrisfieldの手法との相異点及び特長については，第2章の緒言で詳しく述べることにする。

又，塑性崩壊機構を考える塑性解析の仮定に従い極限状態，通過後の除荷曲線について考察した研究として，Murray[154][155]，Walker-Murray[156]，Scherbourne-Liaw-Marsh[157]などの研究を上げることが出来る。 構造物を構成している一要素としての補剛板の破壊が全体の強度に及ぼす影響について考察するような複雑な問題においては，このような大胆な取り扱いもやむを得ないというのが今日の実状である。

以上の圧縮補剛板の過去及び現在の種々の研究を調査した上で，本研究では以下の点に特に留意した。

①補剛板の設計という立場から，簡単に，しかも，かなりの精度で極限応力度が求まる近似計算法の開発に努める。

②近似計算法を検証するための実験を実施し，又，厳密解析法の開発に努める。

③実際の補剛板では，残留応力や初期たわみなどの不可避の初期不整が統計量として存在しており，又，その境界条件もかなり複雑である。 このような実補剛板を実験で厳密に再現することは不可能に近い。
従って有限個の実験値を必ずしも絶対視することは出来ない。

④こういった意味から，実補剛板を正確に再現し，その極限応力度を正確に推定出来る厳密解析法が特に必要となる。 更に，そのためには，離散化モデルを用いた圧縮補剛板の弾塑性有限変位解析法を確立することが不可決である。

1．3　圧縮鋼板及び圧縮補剛鋼板の強度設計の現状と問題点

落橋事故後，我が国及び欧米各国においては，圧縮板及び圧縮補剛板に関する現行の各種示方書の再検討がなされた。そして，最近は，これらの示方書の本格的なあるいは暫定的な改訂が行われている。

まず，イギリス[158]では，Milford Haven 橋と West Gate 橋の落橋事故の後，環境庁は，直ちに，Bristol 大学の Merrison 教授を委員長とする「鋼箱桁橋の設計と架設に関する調査委員会」，いわゆる Merrison 委員会を発足した。この委員会の目的は，①落橋事故の調査，②大型箱桁橋の設計方法及び架設方法の検討，③箱桁橋の建設に関して今後なすべき研究方針を定めることなどであった。この委員会の中には設計に関する小委員会（Flint, Horne 担当）と架設方法を検討する小委員会（Horper, Scruby が担当）が設けられた。

そのころ，イギリスでは，ＢＳＩ（British Standard Institution）の B116 委員会がＢＳＢＣ（British Standard Bridge Code）の改訂作業を行っていた。特に，B116/3 の鋼橋担当班が，Imperial College に委託して，鋼箱桁模型の破壊実験を行っていた。この研究計画が Merrison 委員会に引き継がれ，同委員会の研究調査計画の一環として進められるようになった。落橋事故の関係上，同委員会の結論は出来る限り早急に出されることが要求された。そこで，同委員会では，イギリスの多くの研究機関に協力を要請した。この協力機関と代表的な研究者を示すと以下の通りである。

① Imperial College ……… Dowling, Chatterjee, Frieze, Moolani
② Cardiff 大学 …… Rockey, Evans, Porter
③ Cambridge 大学 …… Dwight, Little
④ CONSTRADO（Construction Steel Research and Development Organisation） ----- Dorman
⑤ 環境庁の ＴＲＲＬ（Transport and Road Research Laboratory）

⑥ British Steel Corporation ···· Dibley

又，各研究機関で行われる実験の統一的計画及び考察を行うために，TRRLの援助の基に，Rockeyを委員長とする委員会が設けられ，標準的な模型実験法について検討された。[159] そして，引張試験，初期たわみの測定，残留応力の測定などに対して標準的な方法が定められた。ただし，模型の縮尺率については，結論に至っていないようである。

Milford Haven 橋の落橋事故以後，Avonmouth 橋を始め，多くの箱桁橋の架設，製作及び設計等がストップしていた。こういった現状にかんがみ，Merrison 委員会は，1971年6月に第1回の中間報告書を提出した。[160] その付録A[161]には，鋼箱桁橋の暫定的な設計評価基準AR（Interim Design Appraisal Rules）が示された。このARは，その後，何回も改訂及び修正がなされた。又，1972年1月と4月にはARに関する説明会も非公式に行われた。[162] そして，Merrison 委員会は，1973年2月に，最終報告書（IDWR）[163]を環境庁に提出した。最終報告書提出に先だって，ICE（The Institution of Civil Engineers），ISE（The Institution of Structural Engineers）及びIHE（The Institution of Highway Engineers）の共催で鋼箱桁橋に関する国際会議[164]が行われた。その席で，IDWRの草案の抜粋が配布され，討議された。

IDWRに対するイギリスの橋梁設計者及び製作者の批判はかなり厳しかったようである。その内容は次のようなものであった。

①設計法が極めて複雑である。

②設計及び製作時に残留応力に対する配慮が必要になった。

③初期たわみに対する測定検査法が極めて繁雑である。

④基準耐荷力が極めて安全側で不経済な値を与える。

このような批判を受けているIDWRをBSBCに取り入れるかどうかを検

討するために，B116/6委員会が設けられた。 その結果，製作基準については再検討されることになったが，設計法についてはＩＤＷＲがほぼ認められた。

Ｂ116委員会では，ＢＳＢＣの改訂作業の結果，支間がそれほど大きくない鋼橋(最大支間100m以下)を対象とした設計示方書ＢＳ153の改訂版[165]が1972年に出された。改訂されたＢＳ153の圧縮板の規準では有効幅の概念が導入されている。 更に，この委員会では，鋼橋，コンクリート橋及び合成橋梁を一つにした橋梁設計示方書ＢＳ５４００を近々発行することを計画している。 このＢＳ５４００の中で，荷重規準とコンクリート橋の設計・製作基準については既に１９７８年６月30日付で発行されており，合成構造については，既に原案が作成されている。

そして，1980年3月25～27日，ＩＣＥ，英国運輸省(The Department of Transport)，ＢＣＳＡ(The British Constructions Steelwork Association)及びＣＯＮＳＴＲＡＤＯの共催で，ＢＳ５４００の鋼橋と合成構造の設計・製作基準の説明会が，Cardiff大学で行われた。しかし，この説明会においても，鋼橋の設計規準については，まだ若干の問題点があるので，原案は提示されたが，正式な印刷物としての公表はなされなかった。

又，ＩＤＷＲの作成に関与したDowling[166]は，この設計基準の基礎となった研究の中から浮び上がってきた種々の重要な問題点や今後の問題について貴重な示唆を与えている。 彼が示した圧縮板に関する今後の問題点を抜き出すと以下に示す通りである。

①実橋に含まれる残留応力及び初期たわみのデータを多数収集する必要がある。

②この種の初期不整が強度に及ぼす影響を実験的及び理論的に明らかにする必要がある。

③以上の結果に基づいて，製作基準を定める必要がある。

④圧縮補剛板の強度に影響を与える開断面縦補剛材の局部座屈に関する研究が必要である。

⑤圧縮補剛板の強度に及ぼすせん断力の影響を明確にする必要がある。

⑥フランジとウェブの連成効果などである。

一方，西ドイツでも，Koblenz 橋の事故の後，板の座屈に関するDIN4114[17]の規準を改正するために，ドイツ鋼構造研究委員会（Deutscher Ausschuß für Stahlbau）の中に安定問題小委員会（Unterausschup „Stabilität"）が設けられ，更にこの小委員会の中に，板部門のワーキングループ（Arbeitsgruppe „Platten"）が設けられた。[167] そして，1973年に暫定規準[168]とその解説[169]が出されている。この暫定規準では，板の座屈に対する安全率が1.35から1.71に高められている。更に，DIN4114の本格的な改正作業に必要なデータを入手するために大規模な実験計画が立てられた。この計画には，以下の大学が参加した。

① Bochum 工科大学　（RoiK 教授）
② Braunschweig 工科大学（Barbre 教授）
③ Darmstadt 工科大学（Jungbluth 教授）
④ Hannover 工科大学（Scheer 教授）
⑤ Karlsruhe 工科大学（Steinhart 教授）

又，この計画は以下の6つの部門に分けて行われた。

①補剛材のない板及び箱桁（Jungbluth と Scheer）
②補剛された板パネル（Barbre と RoiK）
③補剛板　（Steinhardf）
④補剛材を有する箱桁（Steinhardt）
⑤部分荷重の作用　（RoiK，Scheer）

⑥製作（Scheer）

この委員会の結論がDAST-Richtlinie 012[170]として発表された。この指針は、近々、このままの形でDIN 4114の改訂版に取り入れられることになっている。

又、ヨーロッパ全体の委員会として1973年にECCS（European Convention of Constractional Steelwork）のCommission Ⅷ（不安定部門）の内部に"Task Group Ⅷ-3"が組織された。その委員は以下に示す通りである。

① C. Massonnet（ベルギー，議長）
② R. Maquoi（ベルギー，幹事）
③ P. Dowling，K. Rockey，S. Chalterjee（イギリス）
④ O. Steinhardt，K. Nölke，G. Valtinat（西ドイツ）
⑤ A. Bergfelt（スウェーデン）
⑥ P. Dubas（スイス）
⑦ M. Skaloud（チェコスロバキヤ，外来委員）

このTask Group Ⅷ-3の目的は，ヨーロッパ設計基準（European design rules）を作るために，板の座屈に関する情報を収集したり、この分野における研究を促進することにあった。作業は以下の6つに分けて進められた。

①板要素の最小板厚
②プレートガーターの慣用設計法（conventional design）
③プレートガーターの極限強度設計（ultimate Strength design）
④箱桁の慣用設計及び極限強度設計
⑤補剛材のないプレートガーターの設計
⑥薄肉部材の連成座屈

特に，④に力が注がれた。線形座屈理論に基づく慣用設計法を廃止し，極限強度に基づいた設計法を実現させる必要があることが同委員会において確

認されている。

そして，1976年7月にDesign manual[171]が出された。このマニアルには，落橋事故後にヨーロッパやイギリスで開発された圧縮補剛板に関する以下の設計法が示されているが，ECCSで，どの方法を採用するかについてはまだ結論に至っていないようである。

① Zürich Method (Dubas)

② Merrison Rules (IDWR)

③ Liege Method (Massonnet-Maguoc)

④ Cambridge Method (Dwight-Little)[172]

⑤ Karlsruhe Method (Steinhardt)

⑥ Monash Method (Murray)

⑦ Manchester Method (Horne - Narayanan)

⑧ Imperial College Method (Chatterjee - Dowling)

ここで，Zürich Meth.においては，線形座屈応力度σ_{cr}から，近似的に補剛板の極限応力度$\bar{\sigma}_{gm}$を推定する以下の近似的な方法が用いられている。すなわち，補剛材の仮想の曲げ剛比γを次式で与え，γなる曲げ剛比の補剛材を有する補剛板の線形座屈応力度が近似的に$\bar{\sigma}_{gm}$であるとしている。

$$\bar{\gamma} = \frac{\gamma}{m} \qquad \cdots (1.102)$$

ここに，γは通常の曲げ剛比，mは，開断面補剛材では4としている。

又，Merrison Rulesは，既に述べた，Dowlingなどのイギリスの研究成果を集約したものであり，すべて極限強度解析に論拠を置いた新しいタイプの示方書であると言える。

以上の①～⑧の設計方法の得失については，このmanual及びMassonnet[173]の論文に一覧表が示されているので参考にされたい。

更に，ESSCでは，1969年から1977年にかけて，東京[174]，Liege[171),175),176]

Washington[177], Budapest[178]で不安定性に関するトラベリング・コロキュイウム（travelling colloquium）を行い，この分野の研究の促進を世界各国に呼びかけている。

同じく，New Danube橋の落橋事故があったオーストリアにおいては，1972年に，座屈に関する規準 ÖNORM B4300（Teil4）が改訂されて，ÖNORM B4600（Teil4）[179]となった。ÖNORM B4600/4では，板の座屈に対する安全率が1.25から1.6（架設時1.4）に高められた。オーストリアでは，1976年8月にも，チェーン吊橋であるReichs橋（1937年に架設）の落橋事故が起こっている。

一方，アメリカでも，1971年11月に，鋼箱桁橋と合成箱桁橋の極限強度に関する研究成果を取り入れ，この分野における研究の調整，能率化を行うために，ASCEとAASHTOが中心になり箱桁の極限強度に関する小委員会（The subcommittee of box girders）が組織された[180]。又，1974年には，ASCEのStructural DivisionのCommittee of Metalsが中心になって，鋼橋に関する専門会議がSt. Louisで行われた。アメリカでは，Allen[181]が，以下のRankine型の経験式を用いて，圧縮補剛板の極限強度を求める方法を提案している。

$$\left(\frac{1}{\bar{\sigma}_{gm}}\right)^n = \left(\frac{1}{\sigma_Y}\right)^n + \left(\frac{1}{a\sigma_{cr}}\right)^n + \left(\frac{1}{c\sigma_{cr}}\right)^n \qquad \cdots\cdots(1.103)$$

ここで，$\bar{\sigma}_{gm}$は補剛板の極限応力度，

$a\sigma_{cr}$は全体座屈応力度，

$c\sigma_{rc}$は局部座屈応力度である。

現在のところ，AASHTO[182]の大幅な改訂は考えられていないようである。

我が国においては，圧縮板及び圧縮補剛板の設計法について再検討を加えるための特別な委員会は設けられなかった。しかし，1973年の旧道路橋示方書[42]（以下，旧道示と言う）及び

鋼鉄道橋設計標準[43]に対する種々の示唆が長谷川・太田・西野[112]，福本・宇佐美・山口[183]，長谷川・長浜・西野[113]などによってなされた。そして，これらの研究成果が本州四国連絡橋上部構造の補剛板の設計要領(案)[184]の基礎となっている。更に，1975年9月には，長谷川・太田・西野[112]の研究成果により，鋼鉄道橋設計標準の一部が改訂されている[185]。すなわち，補剛材の必要最小剛比γ_Rが当時の必要値の5倍に高められた。この方法は，スイスのDubas[186]の考え方と類似している。Dubasは補剛材付きの圧縮フランジを持つH型断面の桁の純曲げ試験を行い，補剛材位置で節となるような局部座屈が起こるためには，当時のDIN4114で定められている必要最小剛比の4ないし5倍の剛比を有する補剛材が必要であるという結論に至っている。

しかし，以上の日本の研究は，初期不整，特に初期たわみの影響を十分に考慮できない弾塑性線形座屈理論に基づいていたため，これらの解析結果は，建設省土木研究所橋梁研究室[187][188]が独自に進めていた大型模型を用いた実験結果とあまり良好な相関を示さなかった。そこで，建設省橋梁研究室では，有限個の実験結果のみから圧縮補剛板の基準耐荷力曲線を定め，その曲線を基に1980年2月発行の現行の道路橋示方書[191]の原案[189]が作成された。この原案については，1979年3月にその説明会も終り，1980年4月1日からは，この新しい道路橋示方書(以下，道示あるいは新道示と言う)を用いて実際の設計が行われている。本州四国連絡橋についても，上記の設計要領(案)[184]は無視され，この新道示が実際の設計に用いられている。

しかし，この新道示の基準となっている基準耐荷力曲線は有限の模型供試体の実験結果のみから決められたものであり，以下のような理由から，この基準耐荷力曲線は必ずしも実際の補剛板の極限応力度の下限値を与えるものであるとは考えられない。

①実験用の模型では，実際の補剛板の複雑な境界条件及び応力状態を正確に再現することは出来ない。

②残留応力や初期たわみ等の初期不整の性状は，どんなに大型模型を用いても，模型と実橋では異なる。

③圧縮補剛板の極限強度に影響を与えると思われる代表的なパラメータとして以下のものを上げることが出来る。

- 幅厚比パラメータ $R=\sqrt{\sigma_Y/\sigma_{cr}}$
- 幅厚比　b/t
- 板パネルの降伏点，　σ_Y
- 縦補剛材の降伏点，　σ_{Ys}
- 縦横比 α $(=B/a)$
- 縦補剛材本数　n_s
- 縦補剛材の形状
- 縦補剛材剛比　γ
- 縦補剛材と板パネルの断面積比　δ
- 横補剛材の剛度　I_a
- 作用応力状態
- 支持条件
- 残留応力
- 初期たわみなど

以上のパラメータをそれぞれ変化させた実験を行うことは経済的にも時間的にも不可能に近い。

④建設省の実験においては，以上のパラメータのうち，幅厚比パラメータ，補剛材本数及び補剛材剛比のみをごく限られた範囲内でしか変化させていない。

このように，複雑な補剛板の耐荷力を明らかにするためには，実験と実際を結びつける理論がどうしても必要となる。　理論の検証を実験で行い，実際，

の場合には，実存する種々のパラメータを考慮した上で，理論的な立場から考察を加えるべきであると思われる。

又，鋼橋の構成要素である圧縮板及び圧縮補剛板の極限強度特性を弾塑性有限変位理論の立場から明確にし，より合理的な設計法を確立するためには，これらの構造部分に含まれる残留応力や初期たわみなどの初期不整の性状を明らかにすることも不可欠である。日本鋼構造協会関西地区委員会（小西一郎委員長）においては，系統的な調査研究課題として「鋼構造物の欠陥評価と安全性」が取り上げられている。その調査研究の一環として「鋼橋の形状初期不整と耐荷力との関連性」が昭和５２年度及び５３年度の具体的テーマに取り上げられた。この調査研究の実施に当り，関西地区委員会の中にＩＤＭ委員会（The Committee of Initial Deformation Measurement, 1981 小松定夫委員長）が設置された。このＩＤＭ委員会は関西の国公立の３大学（大阪大学，京都大学，大阪市立大学），大阪市役所，阪神高速道路公団，大手スチールメーカー４社及び，橋梁製作会社２０社の代表者で構成された。ＩＤＭ委員会の中には，実際に初期たわみの測定を担当する測定班（主査，小松定夫教授）と測定されたデータの収集・整理を担当するデータ処理班（主査，京都大学渡辺英一助教授）が設置された。測定班は橋梁製作会社，データ処理班は上記の大学，官庁，公団及びスチールメーカーの代表者でそれぞれ構成された。筆者もＩＤＭ委員及びデータ処理委員としてＩＤＭ活動に参加した。ＩＤＭ委員会で対象とした橋梁形式は以下の３つである。

①プレートガーダー橋

②箱桁橋

③合成桁橋

又，対象とした測定部分は，不安定崩壊現象が問題となる以下に示す構造部分である。

①圧縮補剛板 …… (大阪大学)
②自由突出圧縮フランジの面外たわみ …… (大阪市立大学)
③腹板 …… (京都大学)
④支点上ダイヤフラム …… (大阪大学)
⑤板継ぎ溶接部の角変形量及び目違い量 …… (大阪市立大学)
⑥合成I桁橋の合成前の横倒れ …… (大阪大学)

上の( )内に示した大学において，それぞれの構造部分の初期たわみデータの統計処理並びに耐荷力評価を行った。筆者も，②と⑤の構造部分を担当することになった。

IDM委員会の目的は，以下に示す通りである。

①実橋の上記構造部分の初期たわみを仮組時に実測し，初期たわみの大きさ及びその分布形状を統計的に明らかにする。

②初期たわみと耐荷力の関係を明らかにする。

③上記構造部分の初期たわみの測定検査法について考察を加える。

以上，落橋事故後の各国における圧縮鋼板及び圧縮補剛鋼板の強度設計に関する動向について述べた。現在のところ，各国の示方書においては，線形座屈理論に基づいていた旧設計法が，少しづつではあるが，弾性あるいは弾塑性の有限変位理論に基づく新しい設計法へと変遷しつつある。

又，極限強度解析に基づく種々の補剛板の設計法は，以下の2つに大きく分けることが出来る。

①1つはイギリスやオーストラリアで用いられている方法(British-Australian approach)である。これらの国では，厚いフランジプレート，剛な補剛材及び密に配置された横桁を有する箱桁がよく用いられる。このような圧縮フランジの座屈波形はシリンドリカルになり，その耐荷力は，板パネルの有効幅部分と補剛材からなる柱の圧縮強度と類似する。従っ

て，主として柱モデルアプローチが採用されている。

②他は，ヨーロッパで用いられている方法（continental approach）である。ヨーロッパでは比較的薄いフランジプレートと，密に配置された補剛材を有する箱桁が好まれている。従って，補剛板全体としての後座屈強度も無視出来なくなり，直交異方性板モデルを用いた弾性有限たわみ理論が主に採用されている。

すなわち，それぞれの国においては，自国の構造物に一番最適であると思われる解析モデル及び解析方法が採用され発展を遂げている。

従って，諸外国の方法をそのままの形で我が国に持ち込むことは，必ずしも賢明であるとは言えない。又，我が国においても，他分野すなわち造船部門や航空部門の研究成果を何の検証もなしに土木構造物に適用することは避けるべきである。

土木の分野では，圧縮鋼板及び圧縮補剛鋼板は鋼橋構造物に多用されている。鋼橋構造物に用いられる圧縮板及び圧縮補剛板の極限強度特性を明らかにし，その合理的設計法を確立するためには，我が国の鋼橋技術に密着した調査・研究を推進することが必要である。

1．4　本研究の内容と目的

本研究においては，主に，鋼橋構造物に用いられる以下の圧縮板及び圧縮補剛板を対象とする。

（1）周辺支持の圧縮板パネル

①トラス橋の圧縮部材などに用いられる箱型断面柱の無補剛の構成パネル。

②トラス橋の圧縮部材，吊橋，斜張橋のタワー及び鋼製橋脚などに用いられる補剛板で構成された箱型断面柱の補剛材間の板パネル。

③箱桁橋の補剛された圧縮フランジの補剛材間の板パネル。

（２）自由突出圧縮板パネル

①軸方向圧縮強制変位を受ける３辺単純支持１辺自由板

②軸圧縮と曲げ応力を受ける３辺単純支持１辺自由板

（３）圧縮補剛板

①箱型断面柱の補剛された構成板パネル

②補剛された圧縮フランジ。

そして，本研究では，これらの板パネル及び補剛板パネルに一方向の一様相対圧縮変位が作用した場合のそれぞれの極限強度特性並びに設計法について取り扱う。　ただし，2)－②の自由突出圧縮板においては，圧縮と曲げの組合せ応力が作用する場合についても取り扱っている。

更に，本論文で取り扱う圧縮板及び圧縮補剛板で構成される圧縮部材は全体座屈を起こさない程度に細長比が小さいものとする。

従って，構成パネルの局部的不安定崩壊現象と全体的な不安定崩壊現象は連成しないものとする。

更に，安全側の見地より，着目している１構成パネルは，隣接パネルの接合線に沿って単純支持されていると仮定し，隣接パネルとの連成効果はないものとする。　箱桁の圧縮フランジにおいても同様な見地から，腹板パネルとの連成効果は無視出来ると仮定した。

又，本研究では，1.2節及び1.3節で述べた歴史的背景及び現況を十分に認識し，初期たわみ及び残留応力が圧縮強度に及ぼす影響を正確に評価出来る弾塑性有限変位理論の立場から全面的に研究を進めることにした。

本研究の大きな目的をまとめると以下のようになる。

（１）弾塑性有限変位理論に基づいた圧縮板及び圧縮補剛板の極限強度解析法を確立すること。

（２）我が国の鋼橋の板要素に含まれる残留応力及び初期たわみの性状を明らかにする。

（3）上記の境界条件及び荷重条件にある圧縮板及び圧縮補剛板の極限強度特性を明らかにすること。

（4）同じく，この種の圧縮板及び圧縮補剛板の現行の設計法に対して検討を加え，その合理化を推進するための基礎資料を提供する。

以下，本論文の内容を各章ごとに簡単に述べる。

まず，第2章では，本研究で用いる弾塑性有限変位理論に基づいた解析法について詳述している。 2．2節では，Misesの降伏条件と塑性流れ則に従う鋼板の弾塑性解析の効率化を図るために著者の開発したハイブリッド法の説明を行っている。 又，非線形解析のための各種反復計算法の得失についても考察を行っている。 2．3節では初期たわみ，残留応力及び板継ぎ溶接部目違い量などの初期不整を有する圧縮板の極限強度を正確に計算出来る解析手法，すなわち，有限要素法を用いた弾塑性有限変位解析法について述べている。 対象とする鋼板は，Misesの降伏条件とPrandtl-Reussの流れ則に従うとしている。 板厚方向にも層割りを行い厚さ方向への塑性域の広がりを忠実に評価している。 非線形挙動のうち，幾何学的非線形性については，Murray-Wilson[190]の移動座標法を初期たわみの存在する板に対しても適用出来るように拡張している。 この移動座標法を用いることによって，材料学的非線形性と幾何学的非線形性の連成を避けることが出来る。 材料学的非線形性については，上記ハイブリッド法を用い計算の効率化を図っている。 全体的な非線形解析においては，増分法と反復法を併用した混合法を採用している。 2．4節においては有効補剛材（柱モデル）の極限強度を求めることを目的とした，圧縮柱の弾塑性有限変位解析法について述べている。

2．5節においては，面内圧縮力を受ける補剛板の極限強度を算定するための弾塑性有限変位解析法について論じている。 そこでは，補剛板を直交異方性板として理想化するのではなく，補剛材と板パネルから成る薄板と柱の

集成モデルとして厳密に取り扱っている。板パネルと同様，補剛材の高さ方向にも層割りを行い，高さ方向への塑性域の広がりを忠実に評価している。又，補剛材としては，比較的突出幅厚比の小さい矩形断面リブを対象としているため，そのねじり剛性は無視出来るものと考えた。補剛板の解析においては，面内挙動に対しては従来通りの有限要素法に従い，面外挙動に対してはたわみ波形の単調性を利用してそれを数項のたわみモードでもって表現するというRayleigh－Ritz法と有限要素法の混用法を開発し，自由度の大幅な節減を行っている。

第3章においては，第4章以下の圧縮板及び圧縮補剛板の極限強度特性の考察に必要な初期不整について取り扱っている。3・2節では我が国の実橋の自由突出圧縮フランジの初期たわみの実測結果について述べている。3・3節では，実橋の自由突出圧縮フランジ，圧縮補剛フランジの縦補剛材及び板パネルの板継ぎ溶接部の初期不整（目違い量及び面変形量）の実測結果について述べている。3・2節及び3・3節共，実測した初期たわみのばらつきの分布形をワイブル分布及びガンマ分布にあてはめ統計処理を行っている。3・4節では，一部に実物大模型を含む補剛板模型を用いた残留応力の測定結果について述べている。そして，実橋の補剛板の残留応力分布の推定公式を提案している。

第4章では，周辺支持の一方向圧縮板の極限強度特性について取り扱っている。4・2節では，初期たわみと残留応力を同時に有する周辺単純支持の圧縮板について取り扱っている。無次元極限平均圧縮応力度$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$と幅厚比パラメータRの関係を表す極限応力度曲線を，残留応力，初期たわみ，側辺の面内境界条件及び縦横比をパラメータにして図示している。更に，本極限応力度曲線と各種実験結果との比較を行うと共に，実験値の下限値によく適合する理論極限応力度の推定公式を提示している。4・3節では，板

継ぎ溶接部を有する周辺単純支持板及び載荷辺単純支持・側辺固定支持板の極限強度特性について述べている。ここでは，3章で実測した目違い量及び面変形量を用いて，これら両初期不整と耐荷力との関連性について考察を加えている。

第5章においては，自由突出圧縮板の極限強度特性について取り扱っている。5·2節においては，載荷辺に剛棒を取り付けた3辺単純支持1辺自由板に，一様相対圧縮変位を与えた場合並びに載荷辺上の種々の点に剛棒を介して集中圧縮力を作用させ各種圧縮変位と面内曲げ変位を同時に与えた場合の極限強度特性について取り扱っている。そして，残留応力分布及び載荷条件をパラメータにして，種々の極限応力度曲線（$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y - R_s$）を図示している。
更に，一様相対圧縮変位を受ける自由突出板に関しては，種々の実験値と本解析結果を比較することにより本法の妥当性を立証している。5·3節においては3章で実測した実橋の初期たわみの統計処理結果を用いて，自由突出フランジの初期たわみと耐荷力との関連性について考察を加えている。
5·4節では，同じく，3章で実測した板継ぎ溶接部初期不整の統計処理結果を用いて，同初期不整量と耐荷力との関連性について述べている。

第6章では，残留応力と初期たわみを同時に有する圧縮補剛板の極限強度特性について取り扱っている。突出幅厚比 h_s/t_s が小さく横倒れ座屈を起こさないで，ねじり剛性が無視出来る程度に小さい矩形断面の縦補剛材を有する補剛板について取り扱う。更に，解析においては，曲げに対して十分剛な横補剛材（あるいは横桁）を有し，圧縮軸方向に無限に広がっていると仮定した連続補剛板モデルを採用した。そして，縦補剛材の剛比と極限応力度の関係，初期不整と極限応力度の関係について考察を加えている。
又，設計の便に供するため，種々の示方書に従って設計した補剛板の極限応力度を幅厚比パラメータ R の関数として図示している。

第7章では，圧縮補剛板の極限強度の実用計算法について取り扱っている。"一定の有効幅を用いる柱モデルアプローチ"を用いた一実用計算法の提案がなされている。通常の柱モデルアプローチと異なり，補剛板の両側辺の支持条件が考慮出来るように特別な配慮がなされている。又，卓上計算機を用いた手計算でも簡単に圧縮補剛板の極限強度が算定出来るように，補剛材間の板パネルの有効幅曲線と有効補剛材（板パネルの有効幅部分と補剛材から成る柱）の極限応力度曲線を図示している。

第8章においては，本研究で開発した(i)離散化モデルを用いた補剛板の弾塑性有限変位解析法，及び，(ii)柱モデルを用いた実用計算法の検証を行うことを目的として行った実験概要及び実験結果について述べている。この実験においては，周辺単純支持の条件で補剛板の圧縮破壊実験が行える実験装置を開発している。そして，実験結果と本理論解析結果を比較することによって，本研究で開発した上記解析法並びに実用計算法の妥当性を示している。

第9章においては，前章までに得られた研究成果に基づき，各国示方書の圧縮鋼板及び圧縮補剛鋼板の設計規準について種々の考察を加えている。9·2節では，周辺支持の圧縮板に関する各国示方書の設計規準について検討を加えている。まず，4·2節で提案する本極限応力度曲線と各国示方書(旧道示，新道示，，鉄道標準，DIN4114，DASもRic012，ÖNORM B4500/4 BS153，IDWR，AASHTO)の圧縮板に対する基準耐荷力曲線及び許容応力度曲線との比較を行い，各示方書の設計規準の安全性について検討を加えている。更に，板継ぎ溶接部の目違い量に関する道示の許容限界値に対しても，4·3節の結論を基に考察を加えている。

9·3節においては，自由突出板に関する各国示方書の設計規準について取り扱っている。まず，5.2節で提案する本極限応力度曲線と各国示方書の自

自由突出圧縮フランジに対する基準耐荷力曲線及び許容応力度曲線とを比較して，各示方書の設計規準の安全性について検討を加えている。次に，自由突出圧縮フランジの初期たわみの測定検査法について言及している。又，圧縮変位と面内曲げ変位を受ける自由突出圧縮板に対する道示規準に対しても2.3の考察を行っている。更に，自由突出圧縮板の板継ぎ溶接部目違い量に対する道示の許容限界値に対して検討を加えている。9.4節においては，8章で得られた実験結果及び6章で得られた弾塑性有限変位理論に基づく解析結果を用いて圧縮補剛板に関する各国示方書の設計規準の安全性について検討を加えている。

第10章においては，本研究で得られた代表的な結論をまとめて示している。

参考文献（第1章）

1) 平井敦編集：田中豊博士追想録、東京大学工学部土木工学科橋梁研究室、昭和42年8月、（田中豊：橋のエピソード、東京帝大新聞、昭和9年11月），P.345～347.
2) 川田忠樹：だれがタコマを墜としたか，建設図書，昭和50年8月.
3) 渡辺正紀・佐藤邦彦：溶接力学とその応用，朝倉書店，昭和48年2月，（15.1.1 溶接橋の脆性破壊事例），P.540
4) 小西一郎編：鋼橋基礎編Ⅰ，丸善（株），昭和52年7月，（6.4.7 溶接橋梁の破壊事故例），P.268～269.
5) 前田幸雄：海外における最近の落橋事故について，生産と技術，25巻，3号，P.16～35.
6) 近年の鋼橋の事故と問題点，JSSC日本鋼構造協会誌，Vol.9，№86，1973，P.50～54.
7) 前田幸雄：架設中の安全性，JSSC日本鋼構造協会誌，Vol.10，№98，1974年2月，P.21～26.
8) 菊地洋一：鋼橋の架設，橋梁と基礎，1974年8月，P.1～8.
9) New Danube Bridge Sag,Buckles,Engineering News Record,November 13,1969.
10) Loading in Collapse Range,The Consulting Engineering,October 1970.
11) Australian Box Girder Span and Pier Collapse,Engineering News Record,October 22,1970.
12) 田原保二：Yarra河West Gate Bridge落橋事故の現場をたずねて，道路，1972年3月
13) 調査報告書抄訳グループ：West Gate Bridge落橋事故調査報告書（その1）～（その4），道路，1972年4，6.8.9月.
14) 伊藤鉱一・成岡昌夫・：Koblezの落橋事故に関するイギリスの新聞記事の2.3から，橋梁と基礎，1972年6月
15) 成岡昌夫・伊藤鉱一訳：Wulf Hinrich Bisse "Zur Ursache des Stahlbrücken－Absturzes Koblenz－Hochheim, Der Tiefban, H.I, 1973"（Koblenz－Hochheimライン橋（鋼箱げた橋）の落橋事故の原因），橋梁と基礎，1975年2月.
16) ÖNORM B4300/4 (Österreichische Vorschrift),Berechnung und Ausführung der Tragwerke-Stahlbau,knickung,Beulung,1953.

17) DIN4114 Blatt 1:Stahlbau,Stabilitätsfälle (Knickung,Kippung,Beulung),Berechnungsgrundlagen,Vorshriften,Juli 1952,Blatt 2 : Richtlinien,Februar 1953.
18) Timoshenko,S.P. : History of Strength of Materials,McGRAW-HILL,1953.
城上武雄監訳、川口昌宏訳，テイモシエンコ著，材料力学史，鹿島研究所出版会，昭和４３年１月。
19) Engesser,F. : Zeitschrift für Architectur und Ingenieurwesen,1889,P.455.
20) Considère,A. : Resistance des pièces comprimèes,Congrès,International des procèdès de construction,Vol.3, Paris,1891,P.371.
21) Engesser,F : Schweizerische Bauzeitung,Vol.26,1895,P.24.
22) V.Kárman,T. : Die Knickfestigbeit gerade Stäbe,Physikalische Zeitschrift,Vol.9,1908,P.135.
23) Southwell,R.V. : The strength of struts,Engineering,Vol.94,1912,P.249.
24) Schanley,F.R. : Inelastic Column Theory,J.Aero.Sci.,Vol.14,NO.5,May,1947.
25) Pearson,C.E. : Bifurcation and Plastic Buckling of Plates and Column,J.Aero.Sci.,July,1950.
26) Osgood,W.R. : The effect of residual stress on column strength,Pro. of First Nat.Congress Applied Mech., June,1951.
27) Bryan,G.H. : On the stability of a plane plate under thrust in its own plane with application to the "Buckling of the Side of a ship",Proc.London Math.Soc.,Vol.22,1891,P.54~67.
28) Timoshenko,S.P. and J.M.Gere : Theory of elastic stability,Second edition,McGRAW-HILL,KOGAKUSHA Co.LTD., 1961.　仲威　雄・洋川磐一・久田俊彦共訳：チモシエンコ著，挫屈理論，コロナ社，昭和４４年１２月。
29) Timoshenko,S.P. : Einige Stabilitätsprobleme der Elastizitätstheorie,Zeitshrift für Mathematik und Physik, 1910,P.337.
30) Bleich,F. : THeorie und Berechnung der eisernen Brücken,Julius Springer,Berlin,1924.
31) Bleich,F. : Buckling strength of metal structures,McGRAW-HILL,1952.
32) Chwalla,E. : Reports 2nd Intern. Cong. Bridge and Structural Eng.,Vienna, 1928, p.322.
33) Rŏs, M. and A.Eichinger, Reports Intern. Cong. Bridge and Structural Eng.,Paris,1932,p.144.
34) Ilyushin,A.A. : The elasto-plastic stability of plate,NACA,TM,No.1188,1947.
35) Handelman,G.H. and W.Prager : Plastic buckling of a rectangular plate under edge thrust,NACA,R.946,1947.
36) Pearson,C.E. : Bifurcation criterion and plastic buckling of plates and columns,J.of the Aero.Sci., July,1950.
37) Stowell,E.Z. : A unified theory of plastic buckling of columns and plates,NACA,TN.No.1556,1948.
38) Bijlaard,P.P. : Theory and test on the plastic stability of plates and shells,J.of the Aero.Sci.,Sep.1949.
39) 吉識雅夫・藤田　譲・川井忠彦：残留応力が板の挫屈強度に及ぼす影響，造船協会論文集，第１７０号，昭和３５年５月，Ｐ.１８７～１９４。
40) Ueda,Y. and L.Tall : Inelastic buckling of plates with residual stresses, Publications,IABSE,Zürich,1967, p.211~254.
41) Nishino F. and L.Tall : Residual stress and local buckling strength of steel columns,Trans.JSCE,No.172,1969.
42) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，昭和４８年２月。
43) 土木学会：鋼鉄道橋設計標準解説，１９７４年。
44) 山本善之：初期たわみを有する柱と板の塑性変形を伴う挫屈，造船協会論文集，第９７号，昭和３０年８月。
45) Yamamoto,Y. : A general theory of plastic buckling of plates, 造船協会論文集，第９６号，昭和３０年２月.
46) Schuman,L. and G.Back : Strength of rectangular flat plates under edge compression,NACA,TR.No.356,1930.
47) von Kármán,Th.,E.E.schechler and L.H.Donnel : The strength of thin plate in compression,Trans.ASCE,54,1932, p.53~56.
48) von Kármán,Th.,Encyclopädie der Mathematischen Wissenschaften,Vol.Ⅳ-4,1910,p349.
49) Marguerre,K. : Zur Theorie der gekrümmte Platte grosser Formänderung, Pro.of 5th Int. Congress for Applied Mechanics,1938.
50) Levy,S. : Bending of rectangular plates with large deflection,NACA,No.737,1942.
51) Levy,S.,K.L.Fienup and R.M.Woolley: Analysis of square shear web above buckling load,NACA,No.962,1945.
52) Koiter,W.T. : The effective width of infinitely long,flat rectangular plates under various conditions of edge restraint,Rep.S.287,National Luchtvaartlaboratorium,Amsterdom,Dec.1943.
53) Hu,P.C.,E.E.Lundguist and S.B.Batdort : effect of small deviations from flatness on effective width and buckling of plates in compression,NACA,TN., No.1124,1946.
54) Coan,J.M.: Large deflection theory for plates with small initial curvature loaded in edge compression,J. of Applied Mechanics,1951.

55) Yamaki,N. : Postbuckling behavior of rectangular plates with initial curvature loaded in edge compression, J. of Applied Mechanics,September 1959,-(continued) June 1960.
56) Abdel-Sayed,G. : Effective width of thin plates in compression,ASCE,St.10,1969,P.2183∿2203.
57) Marguerre,K. und E.Trefftz : Über die Tragfähigkeit eines Längsbelasteten Plattenstreitens nach Überschreiten der Beullast,Z.f.a.M.M.,1973.
58) Marguerre,K. : Apparent width of plates in compression,NACA,TM.833,1937.
59) Cox,H.L. : The buckling of thin plates in compression,R. &.M.,No.1554, British A.R.C.,1933.
60) Winter,G. : Performance of thin steel compression flanges,Publication IABSE,Liége,1948,P.137.
61) Dwight,J.B. and K.E.Moxham : Welded steel plates in compression,The Structural Engineer,Vol.47,February 1969 ,P.49∿66.
62) BS153,Steel Girder Bridges,BSI,London,Oct.,1972.
63) 岡村宏一・吉田公憲：圧縮を受ける長方形鋼板の終局強度，土木学会論文報告集，第206号,1972年10月，P。1～11。
64) 大坪英臣：平板の弾塑性大たわみ問題の一解法，日本造船学会論文集，第130号，昭和46年11月，P.173～182。
65) Needleman,A. and V.Tvergaard : An analysis of the imperfection sensitivity of square elastic-plastic Plate under axial compression,Int.J.Solids Structures,1976,P.185∿201.
66) 上田幸雄・安川 度・矢尾哲也・池上 博・大南亮一：圧縮を受ける長方形板の最終強度に関する研究（第1報），日本造船学会論文集，第137号，1976，P.315～326，-（第2報），第140号，1976年11月，P.217～222。
67) Crisfield,M.A. : Full-range analysis of steal plates and stiffened plating under uniaxial compression,Proc. Instn Civ. Engrs.,Part2,Dec.1995,P.595∿624.
68) Frieze,P.A. : Ultimate load behaviour of steel box girders and their components,Ph.D. Thesis,University of London,October 1975.
69) Harding,J.E.,R.F.Hobbs and B.G.Neal : The elasto-plastic analysis of imperfect square plates under in-plane loading,Proc.Instn.Civ.Engrs.,Part2,63,Mar.1977,P.137∿158.
70) Wagner,M. : Torsion and buckling of open section,NACA,TM.,No.807,1936.
71) Onat,E.T. and D.C.Drucker : Inelastic instability and incremental theories of plasticity,J. of the Aero.Sci. ,March 1953,P.181∿186.
72) 福本唹士・伊藤義則：フランジの局部座屈強度とフランジの幅厚比制限，土木学会論文集，第160号，昭和43年12月，P.27～38。
73) Stowell,E.Z. : Compressive strength of flanges,NACA,TR.No.1029,1951.
74) Rogers,N.A. : Theoretical prediction of the behaviour of plan flat outstands in compression,Rept. of Engineering,Univ. of Cambridge,report CUED/C-Struct/TR.51,1976.
75) Chatterjee,S. and P.J.Dowling : Design of box girder compression flanges,Steel Plated Structures,edited by Dowling,Harding and Frieze,Crosby Lockwood Staples,London,1977,P.196∿228.
76) Ban,S. : Knickung der rechteckigen Platte bei veränderlicher Randbelastung Abhandlung der Intern,Vereinigung für Brückenbau und Hochbau,Bd.3,Zürich,Leemann,1935.
77) 上田幸雄・安川度・植西正裕・川上肇：I型鋼の圧縮局部座屈について，関西造船協会誌，第119号，昭和40年12月，P.33～40.
78) 上田幸雄：局部座屈，JSSC, Vol 3，№16，1967，P・27～33
79) Klöppel,K.,W.Bilstein and B.Unger : Eine näherungsweise Untersuchung der überkritischen Tragverhaltens von dreiseitig momentenfrei gelagerten,am freien Rand unversteiften Platten einschliesslich Vorverformung,Der Stahlbau,42.Jahrgang,Heft 10,1973,S.289∿298.
80) Skaloud,M. : Post-buckling behaviour of stiffened webs,Academia Nakladatelstoi Ceskoslovenske Akademie VED. ,Praue,1970.
81) Rhodes,J. and J.M.Harvey : Plate in uniaxial compression with various support conditions at the unloaded boundaries,Int.J.Mech.Sci.,Vol.13,1971,P.787∿802.
82) Rhodes,J. and J.M.Harvey : Effects of eccentricity of load on compression on the buckling and post-buckling behaviour,Int.J.Mech.Sci.,Vol.13,1971,P.867∿870.
83) Rhodes,J.,J.M.Harvey and W.C.Fox : The load-carrying capacity of initially imperfect eccentrically loaded plates,Int.J.Mech.Sci.,Vol.17,1975.P.161∿175.

84) Bradfield,C.D. : Collapse of rectangular outstand in compression,Stability of Steel Structures,preliminary report,Liège 13-15,April 1977,P.315∿320.
85) Haaijer,G. : Plate buckling in the strain-hardening range,ASCE,EM.2,April 1957,P.1212-1∿1212-47.
86) Lay,M.G. : Flange local buckling in wide-flange shapes,ASCE,St6,December 1965,P.95∿116.
87) 加藤　勉：面内圧縮を受ける板の塑性破壊について，日本建築学会論文報告集，第107号，昭和40年1月 P.37～42。
88) 田中　尚・高梨晃一：プラスチックヒンジにおけるウエブ幅，フランジ幅の制限に関する研究（3），日本建築学会論文報告集，昭和40年1月，P.31～36。
89) 福地保長：フランジ局部座屈の実験，カラム，№59，昭和51年1月，P.5～8。
90) Timoshenko,S. : Über die Stabilität versteifter Platten,Eisenbau,12,1921,P.147∿163.
91) Brandrè,R. : Beulspannungen in Rechteckplatten mit Längssteifen bei gleichmässiger Druckbeanspruchung,Der Bauingerieur,Vol.17,1936,P.268∿273.
92) Fröhlich,H. : Stabilität der gleichmässig gedrückter Rechteckplatte mit Steifenkreuz,Der Bauingenieur,Vol.18,1937,P.673∿682.
93) Kromm,A. : Zur Frage der Mindeststeifigkeiten von Platenaussteifungen,Der Stahlbau,17 Jahrgang,Heft 18/20, September 1944.
94) Chwalla,E. : Über die Biegebeulung der längsversteiften Platte und das Problem der Mindesteifigkeit,Der Stahlbau,17 Jahrgang,Heft 18/20,September 1944.
95) Torre,K. : Vorschlag über die plactische Beulberechnung versteifter Rechteckplatten,Der Stahlbau,Heft 10/11, Mai 1944.
96) Seide,P. und M.Stein : Compressiv buckling of simply supported plates with longitudinal stiffeners,NACA,TN. No.1825,1949.
97) Klöppel,K. und J.Scheer : Beulwerte ausgesteiften Rechteckplatten,Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn,Berlin, 1960.
98) Giencke,E. : Über die Berechnung regelmässiger Konstructionen als Kontinuum,Der Stahlbau,2/1964.
99) Klöppel,K. und K.H.Möller : Ein Beitrag zur Erhöhung der Beulwerte längsausgesteifter Rechteckplatten durch eine entsprechende Verteilung der Steifen,Der Stahlbau,10/1965.
100) Klöppel,K. und K.H.Möller : Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten,II.Band,Verlag von Willhelm Ernst & Sohn ,Berlin München,1968.
101) Pflüger,A. : Zum Beulproblem der anisotropen Rechteckplatte,Ingenieur-Archiv,16 Band,1947,P.111∿120.
102) 吉浪康行・大村　裕：偏心補剛板の座屈について，土木学会第31回年講概要集，I-135，昭和51年10月，P.227～228。
103) Trenks,K. : Beitrag zur Berechnung orthogonal anisotroper Rechteckplatten,Der Bauingenieur,29,Heft 10,1954, P.372∿377.
104) 吉田宏一郎：帯板要素による平板構造の座屈解析，日本造船学会論文集，第135号，昭和46年，P.161～171。
105) Chwalla,E. : Theorie der einseitig angeordeneten Stegblechsteife ,Der Bauingenieur,Vol.10,1937.
106) Bornscheuer,F.W. : Beitrag zur Berechnung ebener gleichmässig gedrückter Rechteckplatten,versteift durch eine Längssteife,Dissertation,Darmstadt,1944.
107) 楠田忠雄：圧縮力を受ける補強板の塑性座屈について，造船協会論文集，第1報，第105号，昭和34年，P.137～146，第2報，第106号，昭和34年，P.171～179。
108) Sujata,H.L. : Plastic buckling of longitudinally stiffened plates,Journal of the Aerospace Science,November 1961,P.864∿871.
109) Haris,H.G. and A.B.Pifko : Elastic-Plastic buckling of stiffened rect.plates,Proc.Sympo. on Application of F.E.M. in Civ. Eng.,Nov.13∿14,1969,Vanderbitt Univ.,P.207∿253.
110) 宇佐美勉：補剛材つき板の弾性ならびに非弾性圧縮座屈強度，土木学会論文報告集，第228号，1974年8月。
111) 宇佐美勉・福本唀士：圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛材つき板の座屈強度と設計，土木学会論文報告集，第247号，1976年3月，P.35～49。
112) 長谷川彰夫・太田孝二・西野文夫：補剛された板要素の座屈強度に関する2・3の考察，土木学会論文報告集，第232号，1974年。

113) 長谷川彰夫・長浜正孝・西野文夫：圧縮を受ける補剛された板の座屈強度，土木学会論文報告集，第236号，1975年4月。

114) 小松定夫・牛尾正之：圧縮補剛板の弾塑性座屈強度と合理的設計法について，土木学会論文報告集，第278号，1978年10月，P.39～52。

115) Maeda,Y. and T.Hikasa : Analysis of buckling at stiffened plates with residual stresses,T.R. of the Osaka Univ.,Vol.26,No.1303,1976,P.299∿309.

116) Johnston,B.G. : Structural research council,Guide to stability design criteria for metal structures,3rd Ed., John Wily & Sons,1976,P.559∿569.

117) 三上市蔵・堂垣正博・渡辺重雄・米沢　博：補剛板の非弾性圧縮座屈，土木学会関西支部昭和50年度年講概要集，I-40，昭和50年5月，

118) Gall,H.W. : Compressive strength of stiffened sheet panels,Thesis,1930,reported by J.S.Newell,The strength of aluminum alloy sheets,Airway Age,1930.

119) Lundguist,E.E. : Comparison of three methods for calculating the compressive strength of flat and slightly curved Sheets and Stiffener combination,NACA TN.455.

120) 吉識雅夫：圧縮を受ける船体構造部分の挫屈強度の研究，造船協会会報，第75号，1953年11月。

121) 吉識雅夫・秋田好雄・長沢　準：高張力鋼材を用いた薄肉構造の挫屈および圧縮強度について，造船協会論文集，第104号，1958年11月。

122) 吉識雅夫・藤田　譲：圧縮力を受ける補剛板の最高荷重について，造船協会論文集，第104号，1958年11月。

123) 川井忠彦・江川幸一：補剛板の圧縮強度に関する一解析，航空技術研究所報告，TR-32，1962年11月。

124) Carlsen,C.A.,T.H.Soreide and N.T.Nordsve : Ultimate load analysis of the compression flange of a box girders,ECCS-IABSE : Liege colloquium on stability of steel structures (13∿15 April 1977),Preliminary Report,P.257∿264.

125) Murray,N.W. : Analysis and design of stiffened plates for collapse load,The Structural Engineer,Vol.53,No.3 ,March 1975,P.153∿158.

126) Horne,M.R. and R.Narayanan : An approximate method for the design of stiffened steel compression panels, Proc. Instn. Civ. Engrs.,Part2,Sept.,1975.
及びこの文献に対する Discussion が Proc. Instn. Civ. Engrs.,Part2, June 1976，P.453～474に掲載されている。

127) Faltus,F. and M.Skaloud : Accidents on steel bridges and lessons to be drawn out of them,Inzenyrske stavby, No.2,Prague,1973.

128) Smith,C.S. : Paper,Spring Meeting,RINA,London 1975.

129) Horne,M.R. and R.Narayanan : Strength of axially loaded stiffened panels,Publicalion of IABSE,Vol.36-I, 1976,P.125∿157.

130) Little,G.H. : Stiffened steel compression panels—theoretical failure analysis,The Structural Engineer, No.12,Vol.54,December 1976,P.489∿500.

131) Moolani,F.M. and P.J.Dowling : Ultimate load behaviour of stiffened plates in compression,Steel Plated Structures,edited by Dowling,Harding and Frieze,Crosby Lockwood Staples,London,1977,P.51∿88.

132) Moxham,K.E. : Compression in welded web plates,Ph.D.thesis Cambridge Univ. 1970.

133) Fox,W.C. and A.C.Walker : The inelastic ultimate load of stiffened plate with stiffener failure,ECCS-IABSE : Liege colloquium on Stability of steel structures (13∿15 April 1977),Preliminary Report,P.267∿272.

134) Fox,W.C.,A.C.Walker and J.Rhodes : Buckling of locally imperfect stiffeners in plates,ASCE,EM5,October 1977 ,P.895∿991.

135) 小松定夫：圧縮を受ける補剛板，土木学会関西支部昭和54年講習会テキスト「鋼構造の補剛設計法の理論と実際」，II-3，昭和54年9月，P.101～132。

136) Falconer,B.H. and J.C.Chapman : Compressive buckling of stiffened plates,The Engineer,No.1,June 5,1953, P.789∿791,No.2,June 12,1953,P.822∿825.

137) Maquoi,R. et Ch. Massonnet : Théorie non-linéaire de la résistance postcritique des grands poutres en caisson radies,Mémoires de IAIPC,Vol.31-II,1971,P.91∿139.

138) Massonnet,Ch. and R.Moquoi : New theory and tests on the ultimate strength of stiffened box girders,In.Conf. on Steel Box Girder Bridges,1973,P.27∿39.

139) Maquoi,R. : Design of large stiffened box girders ，マソネ教授東京セミナーテキスト，昭和49年3月22日～27日，P.312～368。

140) Djubek,J. : Orthotropic rectangular webs in compression,Staveb. Cas.,10,Bratislava,1975,P.782∿792.

141) Steinhart,O.,G.Valtinat and H.Rubin : Limit state design rules for box girders,Steel Plated Structures,an international symposium,edited by Dowling,Harding and Frieze,Crosby Lockwood Staples,London,1977,P.229∿247.

142) Skalaud,M. : Post-buckled behaviour of stiffened webs,Academia Nakladatelstoi Ceskoslovenske Akademie VED, Prague 1970.

143) Bilstein,W. : Beitrag zur Berechnung vorverformter,mit diskreten Längssteifen ausgesteifter,ausschliesslich in Längsrichtung belaster Rechteckplatten nach der nichtlinearen Beultheorie,Der Stahlbau,7/1974,s.193∿201, Fortsetzung,9/1974,s.276∿282.

144) 岡村宏一・吉田公憲：圧縮を受けるリブ付鋼板の弾塑性座屈，昭和49年土木学会関西支部年講概要集，I-64，1974年5月。

145) Djahami,P. and P.J.Dowling : Inelastic analysis of discretely stiffened plates,CESLTC Rep. BG.45,Imperial College,London,1977.

146) Yamada,Y. and E.Watanabe : On the behaviour and ultimate strength of longitudinally stiffened flanges of steel box girders,Proc. of JSCE,No.252,Aug. 1978,P.127∿142.

147) 上田幸雄・矢尾哲也・菊本仁司：補剛材の最小剛比について，日本造船学会論文集，第140号，昭和51年11月，P.199～204。

148) B.Schmidt,R.Damratn and P.J.Pahl : A geometrically and physically nonlinear finite element method for the analysis of stiffened rectangular panels,Formulations and computational algorithms in finite element analysis ,edited by K.J.Bathe et al,MIT,Massachusetts,1977,P.294∿320.

149) T.H.Soreide,P.J.Bergan and T.Moan : Ultimate collapse behaviour of stiffened plates using alternative finite element formulations,Steel Plated Structures,edited by Dowling,Harding and Frieze,Crosby Lockwood Staples, London,1977,P.618∿637.

150) Fujita,Y.,K.Yoshida and M.Takazawa : On the strength of stiffened plates structures,2nd Int. Colloquium on Stability of Steel Structures,ECCS,Washington,1977.

151) 上田幸雄・松石正克・森　信義・村川呉一：曲げを受ける横桁の最終強度に関する研究，日本造船学会論文集，第139号，1976年，P.111～121，(第2報)，第143号，昭和53年5月，P.308～315，(第3報)，第145号，昭和54年5月，P.187～196。

152) Tvergaard,V. and A.Needleman : Buckling of eccentrically stiffened elasto-plastic panels on two simple supports or multiply supported,Int. J. Solids & Structures,11,1975,P.647∿663.

153) Crisfield,M.A. : A combined Rayleigh-Ritz / Finite element method for the nonlinear analysis of stiffened plated structures,Computer & Structures,Vol.8,1978,P.678∿689.

154) Murray,N.W. : Buckling of stiffened panels loaded axially and in bending,The Structural Engineer,1973.

155) Murray,N.W. : The behaviour of the stiffened steel plates,IABSE,1973.

156) Walker,A.C. and N.W.Murray : A plastic collapse mechanism for compressed plates,Publications of IABSE, Vol.35-I,1975,P.217∿236.

157) Sherbourne,A.N.,C.Y.Liaw and C.Marsh : Stiffened plates in uniaxial compression,Publications of IABSE, Vol.31-I,1971,P.145∿177.

158) 関西道路研究会，道路橋調査委員会，耐荷力小委員会：鋼箱桁橋の設計に関する調査研究，橋梁，1978年3月，研究レポート№1，P.2～5。

159) Recommended standard practices for structural testing of steel models,TRRL,Department of the Environment, Department of Transport,Supplementary Report 254,Growthorne,Berkshire,1977.

160) Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridges,Interim Report, Department of the Environment,Her Majesty's Stationary Office,London,England,1971.
（本文と付録Bの訳が「道路」1972年8月号，P.88～95に掲載されている）

161) Criteria for the Assessment of Steel Box Girder Bridges with Particular Reference to the Bridges at Milford Harven and Avomouth Appendix A—Interim Design Appraisal Rules,Department of the Environment,Her Majesty's Stationary Office,London,England,Sept.1971.
（訳文が「橋梁と基礎」1973年7月号～1974年5月号に連載されている）

162) Report of Informal Meeting on Steel Box Girder Bgidges,April 1972,ICE,1973.

163) Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bgidges,Report of the Committee, Appendix I : Interim Design and Workmanship Rules,PartsI∿IV,Her Majesty's Stationary Office,London,England, 1973.

164) Steel box girder bridges,Proceeding of the International Conference organized by the Institution of Civil Engineers in London,13-14 February,1973,ICE.
165) BS153,Steel Girder Bridges,BSI,London,Oct.,1972.
166) Dowling,P.J. : Strength of steel box-girder bridges,ASCE,St.9,1975.1929∿1946.
167) Massonnet,Ch. and R.J.Maquoi : Design of steel plate and box-girder bridges,ASCE,St 11,November 1975, P.2477∿2482.
168) DIN4114,Stahlbau,Stabilitätsfälle (Knickung,Kippung,Beulung),RdErl.d. Innenministers v.30.5,1973,Der Stahlbau,2/1974.
169) Eggert,H. : Erläuterung zum Ergänzungserlass zu DIN4114,Mitteilungen Institut für Bautechnik,5/1974.
170) Deutscher Ausschuss für Stahlbau,Beulsicherheitsnachweise für Platten,Richtlinie 012,(DAST Riol2).
171) ECCS : Manual on the stability of steel structures,Introductory Report,2nd Int. Colloquium on Stability, IABSE,Liège,April 1977.
172) Dwight,J.B. and G.H.Little : Stiffened steel compression flanges——a simpler approach,The Structural Engineer,December 1976,No.12,Vol.54,P.502∿509.
173) Massonnet,Ch. and R.Maquoi : Recent progress in the field of structural stability of steel structures,IABSE Periodical 2/1978,May 1978.
174) ECCS-IABSE-U.S.SSRC-Column Res. Council of Japan : 2nd Int. Colloquium on Stability,Tokyo Session ,September 9,1976,edited by B.Kato,The University of Tokyo,Tokyo,Japan,1977.
175) ECC-IABSE : Liège Colloquium on Stability of Steel Structures(13-15 April 1977),Preliminary Report (published in February 1977),edited by Massonnet,Institut du Génie Civil,6,Quai Banning,Liege.
176) ECCS-IABSE : Liège Colloquium on Stability of Steel Structures (13-15 April 1977),Final Report (published in October 1977),edited by Massonnet,Institute du Génie Civil,6,Quai Banning,Liége.
177) SSRC,Int. Colloquium on Stability of Structures under Static and Dynamic Loads,Proceeding published by ASCE, Washington 1977.
178) Regional Colloquium on Stability of Steel Structures,Hungary,Budapest-Balatonfüred,19-21 October 1977, Proceeding edited by Halasz and Ivanyi,Technical University of Budapest,Budapest.
179) ÖNORM B4600/4,Stahlbau,Stabilitätsnachweis,Grundfälle,1. Dez.1972.
180) Subcommittee on Ultimate Strength of Box Girders of the ASCE-AASHTO Task Committee on Flexural Members of the Committee on Metal : steel box girder bridges——Ultimate strength considerations,ASCE,ST12,1974,P.2433 ∿2448.
181) 文献 124)に対する Discussion (Proc.Instn.Civ.Engrs., Part2, June 1976, P.453~474) の中あるいは, Discussion (ASCE, st8, August 1975, P.1719 ~ 1721) の中。
182) AASHTO : Standard specifications for highway bridges,20th edition,1977,published by the Association General Offices,Washington D.C. Interim Specifications Bridges,1978,published by AASHTO.
183) 福本唀士・宇佐美勉・山口康一：リブつき圧縮板の基本耐荷強度について，土木学会第 30 回年講概要集，1975 年 10 月。
184) 本州四国連絡橋公団：本州四国連絡橋上部構造設計基準（1976） 同解説（案），昭和 51 年 3 月。
185) 国鉄構造物設計事務所・鋼橋設計内規 8 － 1 A ：板要素の幅厚比と補剛材，昭和 50 年 9 月 25 日 制定。
186) Dubas,P. : Essai sur le compartement postcritique de pontres en caisson raidies,Pablication préliminaire, Colloque AIPC,londres,25 et 26 mars 1971.
187) 藤原稔・原道彦・雨宮栄一郎：補剛された板の圧縮耐荷力に関する実験的研究，土木学会第 30 回年講概要集，1975 年 10 月。
188) 金井道夫・大塚一喜：補剛板の設計法，土木技術資料，19－10，1977，P.14 ～ 19。
189) 日本道路協会：道路橋示方書（Ⅰ共通編・Ⅱ鋼橋編）・同解説改訂の概要について，道路橋に関する地区講習会講義要旨，昭和 53 年度，P.60 ～ 90 。
190) Murray,D.W. and E.L.Wilson : Finite-element postbuckling analysis of thin elastic plates,AIAA J.,Vol.7, No.10,Oct.1969.
191) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説（Ⅰ共通編・Ⅱ鋼橋編）：昭和 55 年 2 月。
192) 小松定夫・北田俊行・岡田純一：初期不整を有する補剛された圧縮板の極限強度について，日本鋼構造協会第 11 回大会研究集会マトリックス解析法研究発表論文集，1977 年 6 月，P.175 ～ 180。

193) 小松定夫・北田俊行：補剛された圧縮板の弾塑性有限変位挙動の一解析手法，土木学会論文報告集，第296号，1980年4月，P.1～12。

194) 小松定夫・北田俊行・宮崎清司：残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析，土木学会論文報告集，第244号，1975年12月，P.1～14。

195) 小松定夫・北田俊行：初期不整を含む自由突出圧縮鋼板の極限強度特性について，土木学会論文報告集（投稿中）

196) 小松定夫・牛尾正之・北田俊行：補剛板の溶接残留応力および初期たわみに関する実験的研究，土木学会論文報告集，第265号，1977年9月，P.25～35。

197) 小松定夫・北田俊行：初期不整を持つ補剛された圧縮板の極限強度の実用計算法，土木学会論文報告集，第302号，1980年10月。

198) 小松定夫編：鋼橋部材の形状初期不整と耐荷力の統計学的研究，5.2自由突出フランジ及び板継ぎ部，JSSC日本鋼構造協会誌，Vol.16，№170，1980年4月，（分担執筆）

第2章　弾塑性有限変位解析の基礎理論

2.1　緒言

最近では，有限要素法の開発と大型計算機の発達とがあいまって有限変位問題，弾塑性問題のような構造工学における各種の非線形問題の解析が可能となって来た。その結果，有限要素法による非線形解析に関する研究がタ数発表されている。幾何学的非線形問題については，1960年に Turner-Dill-Martin-Melosh[1] が，初めて面外荷重を受ける板の有限変位問題を三角形の有限要素を用いて解析した。それ以来，今日まで，非常にタくの研究者が，この問題を取り扱っている。その代表的なものとして，1968年川井・吉村[2]は，長方形要素を用い，高次項まで考慮した変位成分から出発して基礎式を誘導し，面外荷重を受ける板の有限変位挙動を反復法を適用して解析している。同年，Mallet-Marcal[3]は，梁要素に関して一般的な定式化を行い系統的な解析方法を示した。すなわち，ある荷重段階{P}における非線形弾性基礎方程式

$$\left([K]+\frac{1}{2}\cdot[N_1]+\frac{1}{3}[N_2]\right)\cdot\{q\}=\{P\} \qquad \cdots(2.1)$$

並びに，荷重増分{ΔP}に対する弾性基礎方程式

$$\left([K]+[N_1]+[N_2]\right)\cdot\{\Delta q\}=\{\Delta P\} \qquad \cdots(2.2)$$

を誘導している。更に同年，Schmit-Bogner-Fox[4]は，長方形要素及び円筒曲面板要素を採用し，ポテンシャルエネルギーの最小条件を用いてつり合い状態を求めることにより，面内及び面外荷重を受ける板の解析を行っている。1968年，Murray-Wilson[5]は，要素座標系を平行移動，回転させるという巧妙な手法で，初期たわみを含まない平板が面内荷重を受ける場合について解析し，後座屈挙動について論じている。その際，撓みとして微小

な面外荷重を作用させている。 更に，1971年，Yang[6]は，長方形要素を用いて変位の2次の項までを考慮した接線剛性マトリックスを誘導し，荷重増分の取り方に改良を加えた増分法により，主に面外荷重を受ける板の有限変位解析を行っている。 同年，Gallagher-Lieh-Man[7]は，四角形の殻要素を用いて，面内荷重を受ける曲面板を摂動法により解析し，その後座屈挙動について論じている。 更に最近では，1973年にColville-Becker-Furlong[8]が変位の3次の項までを考慮した基礎式を誘導し，増分法と反復法を混用して，面内及び面外荷重を受ける板の挙動を解析している。 ここでは，要素内に副節点を有する高精度の三角形要素を用いている。 同年，Bergan-Clough[9]も同様の解析法に従い，同じく要素内に副節点を有する高精度の四角形要素を用いて板の後座屈挙動の解析を行っている。

一方，弾塑性解析の分野においても，1959年にMendelson-Manson[10]によって提案された"Thermal Strain Approach"の概念に基づき，ひずみ硬化材料の場合についての弾塑性平面応力問題を有限要素法により解析した1962年のGallagher[11]の研究がまず上げられる。 次いで1965年，Misesの降伏条件に基づいて同様な解法を提示したArgyris[12]の研究がある。 これは，初期ひずみ法（Initial Strain Method）と呼ばれているものである。 しかし，これらの手法は，ひずみ硬化のないいわゆる完全弾塑性材料には適用出来ないという欠点がある。 1966年，Pope[13]は，接線剛性法（Tangent Modulus Method）を用い，数値計算に際しては非常に微小な荷重増分を採用している。 更に，1967年にMarcal-King[14]は"Mean Partial Stiffness"の概念により"Partial Stiffness Method"を提案した。 又，Zienkiewicz Valliappan-King[15]は，非線形問題の解析に用いる修正ニュートン・ラプソン法の概念を用いた初期応力法（Initial Stress Method）を提唱した。 その後，この初期応力法について，Argyis-Scharpf[17]は勾配行列（Gradient Matrix）を用いる方法を，Zienkiewicz-Nayak[16]は，α-一定剛性法（「ALPHA」-Constant Stiffness

Method) を用いて収束を早める方法を考案している。 又，接線剛性法について山田[17][18]が種々有用な改良を行っている。 塑性流れ理論において，増分応力ベクトルと増分ひずみベクトルを関係づける剛度マトリックス[D]epについては，Marcal-king[14]，Tocher[19]，Zienkiewicz[15]，山田ら[17][18]はMisesの降伏条件を用い，Annand-Lee-Rossow[20]はTrescaの降伏条件を用い，それぞれ誘導している。 以上の研究は，降伏曲面とひずみ硬化曲面がaffineになるassociated flow ruleについて取り扱ったものであるが，Nayak-Zienkiewicz[21]は，non-associated flow ruleや，ひずみ軟化(Strain softening)などについても取り扱っている。

以上は，幾何学的非線形性と材料学的非線形性をそれぞれ別個に取り扱ったものである。 1960年代の後半からは，両非線形性を同時に考慮した解析法の研究がそろそろ行われるようになった。 1969年，Murray-Wilson[22]が既発表の弾性有限変位理論を弾塑性域にまで拡張し，平板の曲げ解析を行っているが，そこでは塑性変形理論が用いられていた。 面内圧縮力を受ける板の弾塑性有限変位解析を塑性流れ理論の立場から定式化を行った研究としては，大坪，上田・山川・藤原[I-64)注-1)]，上田・山川・福田[23]，Crisfield[I-67)]，Needleman-Tvergaard[I-65)]などが上げられる。 ここで，上田らは，荷重増分法に基づいて，熱ひずみの影響をも考慮した構造物の熱弾塑性有限変位挙動の基礎式を誘導した。 そして，この基礎式を構成する個々の剛性マトリックスの性質を明らかにし，初期たわみを有する平板に面内圧縮力が作用した場合の極限強度解析を行っている。

大坪，Crisfield，Needleman－Tvergaard については既に1.2節で述べた通りである。

さて，本章では，初期不整を有する圧縮板及び圧縮補剛板の弾塑性有限たわみ解析の基礎理論について述べるが，その際，本研究で用いる鋼材はすべて以下の条件を満足するものとする。

注-1) I-64)とは，第1章の参考文献64)を意味する。以下，これと同様の法則に準じる。

① Von Misesの降伏条件に従う。

②等質等方性である。

③塑性流れ理論(Prandtl－Reussの法則)に従う。

そして，2·2節では，まず，本文において，著者の開発した"改良初期応力法"及び"ハイブリッド法"と名付ける新しい解析手法について述べることにする。そして，これらの解析手法と一般によく用いられている接線剛性法及び初期応力法との比較検討を行うため，穴明き板の平面応力問題を解析例に用い，計算時間及び精度等について種々の考察を行っている。

2·3節では，残留応力，初期たわみ及び板継ぎ溶接部初期不整を有する圧縮板の弾塑性有限変位挙動を有限要素法を用いて定式化している。そして，周辺単純支持の一方向圧縮板を数値解析例に取り上げ，本有限要素解析法を用いる際の数値計算上の諸問題について考察を加えている。

2·4節では，第7章で定義する有効補剛材の圧縮強度を求めるために必要な，圧縮柱の有限変位解析法の基礎理論について述べている。そして本解析結果と藤田・吉田・高沢[25]の実験及び解析結果と比較し本法の妥当性を示している。

2·5節では，面内圧縮力を受ける補剛板の極限強度を算定するための弾塑性有限変位解析法について論じている。補剛材としては，比較的突出幅厚比の小さい矩形断面リブを対象としているため，そのねじり剛性は無視出来るものと考えた。補剛板の解析において，面内挙動に関しては，従来通りの有限要素法を適用し，面外挙動に対しては，たわみ波形の準調性を利用して，それを数項のたわみモードで表現するというRayleigh-Ritz法と有限要素法の混用理論を開発し，自由度の大幅な節減を行っている。既に1.2節で述べたように，大坪[I-64]及びCrisfield[I-153]も本法と類似した混用理論を開発している。しかし，本法では，有限要素の各節点でのたわみの分布は，あるモードで仮

定するが，各要素内のたわみは従来の有限要素法と同様，多項式で与えている点が大坪及びCrisfieldの方法と異なる。 すなわち，大坪及びCrisfieldの方法においては，有限要素内のすべての点のたわみを三角級数で表現しているのに対して，本法では，全補剛板についてたわみを三角級数で表現し，その上に要素の節点のたわみを重ね合せるような形で仮定し，要素内のたわみについては，別途に局所座標の3次関数で表現している。 そのため，本法では次のような特長がある。

①従来の有限要素法のみのプログラムに若干の修正を加えることにより，大幅な自由度の節減が可能となる。

②従って，解析の対象にする圧縮板の境界条件が異なり，仮定するたわみモードが変化しても，若干のプログラムの修正で対処することが出来る。

③有限要素内では従来通りの多項式の変位関数を用いているため，既に誘導された面内応力問題及び板曲げ問題の剛性マトリックスをそのまま用いることが出来る。

④数値計算においては，モード化したたわみ及びたわみ角の節点での値のみしか必要とせず，Sin，cosを含む複雑な関数の数値積分は不要となり，計算効率が向上する。

なお，2.5節では簡単のため，載荷辺の板パネル中央面に一方向の一様相対圧縮変位を作用させた場合の補剛板の解析について述べることにするが，任意の位置に載荷した場合についても取り扱うことが出来る。

又，本法の適用範囲については，以下のように考えられる。

（1）本法においては，Rayleigh－Ritz法及びGalerkin法と同様，境界条件及び荷重条件があまり複雑であれば，困難性が増すので，これらの条件によって適用範囲に制限を受けている。 しかし，本論文で取り扱うような面内圧縮力を受ける周辺単純支持の長方形補剛板については容易に本法を

適用し得るものである。

（２）次に，二重三角級数による変位場の表現に関しては，次のように考えられる。 本法では，周辺単純支持の補剛板のたわみを二重三角級数に展開しているが，これは従来の弾性分岐座屈理論による変位の級数解(厳密解)に他ならない。 従って，応力状態のいかんにかかわらず弾塑性座屈の厳密解に収束するものと考えられる。 なお，応力状態によっては，複雑なたわみ波形になると考えられる。 このような場合，通常の有限要素法のみを用いるとメッシュ分割を細かくする必要があり，自由度が増大する。ところが，本法を用いると，級数の項数は若干増大するが，大幅な自由度の節減が期待出来る。

以下，本論文で用いる解析法の理論を述べ，その精度，計算時間，計算に必要な記憶容量について考察を加える。

２．２ 有限要素法による平面応力問題の弾塑性解析

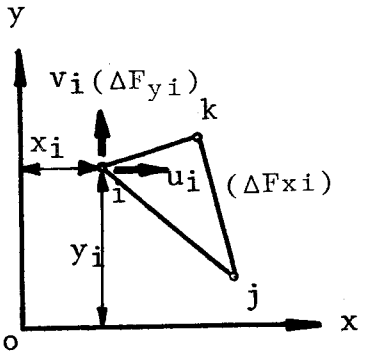
ここでは，平面応力問題を扱うので，一定ひずみの三角形要素について，基礎理論を展開するが解析手法については一般性を欠くものではない。

２．２．１ 有限要素法による弾塑性解析の基礎式

（１）変位関数

今，有限要素内の任意点における変位増分 Δu, Δv を列ベクトル $\Delta\hat{d}s(x,y)$ で表す。図－2.2.1に示す要素の節点変位増分を列ベクトル Δds で表わす時，マトリックス N を用いて，

$$\Delta\hat{d}s = \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{Bmatrix} = N \cdot \Delta ds \qquad \cdots(2.2.1)$$



図－２．２．１ 節点変位と節点力
（平面応力問題）

$$\Delta ds = \{ ds_i \; ; \; ds_j \; ; \; ds_k \} \qquad \text{---} \; (2.2.2)$$

$$\Delta ds_r = \{ \Delta u_r \; ; \; \Delta v_r \} \; , \; (r = i, j, k) \qquad \text{---} \; (2.2.3)$$

変位関数として次のものを用いる。

$$\left.\begin{aligned} \Delta u &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\ \Delta v &= \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \end{aligned}\right\} \qquad \text{---} \; (2.2.4)$$

すると，Nは次式で与えられる。

$$N = [\, I \cdot N_i \quad I \cdot N_j \quad I \cdot N_k \,] \qquad \text{---} \; (2.2.5)$$

ここに，Iは，2 x 2の単位マトリックスであり，

$$N_r = \frac{a_r + b_r \cdot x + c_r \cdot y}{2A} \qquad \text{---} \; (2.2.6)$$

更に，Aは三角形要素の面積で，

$$\left.\begin{aligned} a_i &= x_j \cdot y_k - x_k \cdot y_j \\ b_i &= y_j - y_k \\ c_i &= x_k - x_j \end{aligned}\right\} \qquad \text{----} \; (2.2.7)$$

ここで，(x_r, y_r)は節点rの座標を表す。 (a_j, b_j, c_j)，(a_k, b_k, c_k)については，式(2.2.7)の添字をi，j，Kの順に機械的に振り替えることによって求めることが出来る。

（2）ひずみ増分

要素内における任意点のひずみ増分ベクトル$\Delta \varepsilon$は変位増分によって次のように与えられる。

$$\Delta \varepsilon = \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x \\ \Delta \varepsilon_y \\ \Delta \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial \Delta u / \partial x \\ \partial \Delta v / \partial y \\ \partial \Delta u / \partial y + \partial \Delta v / \partial x \end{Bmatrix} \qquad \text{---} \; (2.2.8)$$

式(2.2.1)を式(2.2.8)に代入すると，

$$\Delta \varepsilon = Bu \cdot \Delta ds \qquad \text{----} \; (2.2.9)$$

$$Bu = \begin{bmatrix} y_{kj} & 0 & y_{ik} & 0 & y_{ji} & 0 \\ 0 & x_{jk} & 0 & x_{ki} & 0 & x_{ij} \\ x_{jk} & y_{kj} & x_{ki} & y_{ik} & x_{ij} & y_{ji} \end{bmatrix} \qquad \text{----(2.2.10)}$$

$$\left.\begin{aligned} y_{\alpha\beta} &= y_\alpha - y_\beta \\ x_{\alpha\beta} &= x_\alpha - x_\beta \end{aligned}\right\} \quad (\alpha, \beta = i, j, k, \ \alpha \neq \beta) \text{--(2.2.11)}$$

（3）弾性要素の増分応力・増分ひずみ関係

材料は等方性であるとすると，平面応力問題における一般化されたHooKeの法則により，

$$\left.\begin{aligned} \Delta\varepsilon_x &= \frac{\Delta\sigma_x}{E} - \nu\frac{\Delta\sigma_y}{E} \\ \Delta\varepsilon_y &= -\nu\frac{\Delta\sigma_x}{E} + \frac{\Delta\sigma_y}{E} \\ \Delta\gamma_{xy} &= 2(1+\nu)\cdot\frac{\Delta\tau_{xy}}{E} \end{aligned}\right\} \qquad \text{----(2.2.12)}$$

ここに，νはポアソン比で，Eはヤング係数である。

式(2.2.12)をマトリックス表示すると，

$$\Delta\sigma = D_e \cdot \Delta\varepsilon \qquad \text{----(2.2.13)}$$

ここで，D_eは，平面応力状態における弾性の剛度マトリックスで

$$D_e = \frac{E}{1-\nu^2}\cdot\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \qquad \text{----(2.2.14)}$$

更に，$\Delta\sigma = \{\Delta\sigma_x ; \Delta\sigma_y ; \Delta\tau_{xy}\}$は平面応力増分ベクトルである。

（4）降伏条件式

材料がVon Misesの降伏条件式に従うと仮定すると，その条件式は，次式で表すことが出来る。

$$F(\sigma) = \bar{\sigma}_{eq} = \sigma_Y \qquad \text{----(2.2.15)}$$

ここに，$\sigma = \{\sigma_x ; \sigma_y ; \tau_{xy}\}$ は，平面応力ベクトルであり，$\bar{\sigma}_{eq}$ は，相当応力度であり次式で与えられる。

$$\bar{\sigma}_{eq} = \left(\sigma_x^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{----(2.2.16)}$$

更に，σ_Y は，引張試験によって得られる降伏点である。

（5）塑性化要素の応力・ひずみ方程式

一般に，ひずみ増分ベクトル $d\varepsilon$ は，弾性ひずみ増分ベクトル $d\varepsilon_e$ と塑性ひずみ増分ベクトル $d\varepsilon_p$ の和として表現することが出来る。すなわち，

$$d\varepsilon = d\varepsilon_e + d\varepsilon_p \qquad \text{----(2.2.17)}$$

Prandtl-Reussの仮定に従うと，塑性ひずみ増分ベクトル $d\varepsilon_p$ は次式で与えられる。

$$d\varepsilon_p = d\lambda \cdot \partial F / \partial \sigma \qquad (2.2.18)$$

ここに，$d\lambda$ は非負値のスカラー量である。

式(2.2.15)，(2.2.17) 及び (2.2.18) に従い，更に降伏曲線とひずみ硬化曲線がAffine である Associated flow rule に従う等方性材料の応力増分ベクトル $d\sigma$ とひずみ増分ベクトル $d\varepsilon$ の関係は，文献15)，26) あるいは 27) より，次式で与えられる。

$$d\sigma = D_{ep} \cdot d\varepsilon \qquad \text{----(2.2.19)}$$

ここに，D_{ep} は有限要素の弾塑性剛度マトリックスであり，次式で求められる。

$$D_{ep} = D_e - \frac{D_e \cdot \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\} \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^T \cdot D_e}{H' + \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^T \cdot D_e \cdot \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}} \qquad \text{----(2.2.20)}$$

ここに，H' は引張試験による材料の応力・ひずみ曲線の勾配 $H_0'(=d\sigma/d\varepsilon)$ とヤング係数 E の関数であり，次式で与えられる。

$$H' = \frac{1}{E} + \frac{1}{H_0'} \qquad \text{----(2.2.21)}$$

更に，式(2.2.18)の $d\lambda$ は次式の通りとなる。

$$d\lambda = \frac{\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^T \cdot \mathbb{D}e \cdot d\varepsilon}{H' + \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^T \cdot \mathbb{D}e \cdot \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}} \qquad \text{----(2.2.22)}$$

式(2.2.20)の $\mathbb{D}ep$ を平面応力状態に対して具体的に計算してみる。まず,

$$\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\} = \frac{3}{2\bar{\sigma}_{eq}} \cdot \{\sigma_x' ; \sigma_y' ; 2\tau_{xy}\} = \frac{3}{2\bar{\sigma}_{eq}} \cdot \sigma' \qquad \text{----(2.2.23)}$$

ここで,記号「'」は偏差応力(deviatoric stress)を表す。

式(2.2.14)を用いると,

$$\mathbb{D}e \cdot \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\} = \frac{3}{2 \cdot \bar{\sigma}_{eq}} \cdot \{S_x ; S_y ; S_{xy}\} \qquad \text{----(2.2.24)}$$

ただし,

$$\left.\begin{aligned} S_x &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\sigma_x' + \nu \sigma_y') \\ S_y &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\sigma_y' + \nu \sigma_x') \\ S_{xy} &= 2 \cdot G \cdot \tau_{xy} \end{aligned}\right\} \qquad \text{----(2.2.25)}$$

更に,

$$\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^T \cdot \mathbb{D}e \cdot \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\} = \frac{9}{4\bar{\sigma}_{eq}} \cdot \{S_x \cdot \sigma_x' + S_y \cdot \sigma_y' + 2S_{xy} \cdot \tau_{xy}\} \cdots (2.2.26)$$

$$\left[H' + \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^T \cdot \mathbb{D}e \cdot \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}\right] = \frac{9}{4\bar{\sigma}_{eq}} \cdot S \qquad \text{----(2.2.27)}$$

ここに,

$$S = \frac{4}{9}\bar{\sigma}_{eq}^2 \cdot H' + S_x \cdot \sigma_x' + S_y \cdot \sigma_y' + 2S_{xy} \cdot \tau_{xy} \qquad \text{----(2.2.28)}$$

又,

$$\mathbb{D}e \cdot \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\} \cdot \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^T \cdot \mathbb{D}e = \frac{9}{4\bar{\sigma}_{eq}^2} \cdot \mathbb{S} \qquad \text{----(2.2.29)}$$

ここに,

$$\mathbb{S} = \begin{bmatrix} S_x^2 & S_x \cdot S_y & S_x \cdot S_{xy} \\ S_x \cdot S_y & S_y^2 & S_y \cdot S_{xy} \\ S_x \cdot S_{xy} & S_y \cdot S_{xy} & S_{xy}^2 \end{bmatrix} \qquad \text{----(2.2.30)}$$

式(2.2.27), (2.2.29)を式(2.2.20)に代入すると,

$$\mathbb{D}ep = \mathbb{D}e - \mathbb{D}p \qquad \text{----(2.2.31)}$$

ここに,

$$\mathbb{D}p = \frac{1}{S} \cdot \mathbb{S} \qquad \text{----(2.2.32)}$$

以上によって,平面応力問題について弾塑性剛度マトリックス$\mathbb{D}ep$が得られた。

(6)ひずみの反転(strain reversal)の判定

式(2.2.18)の$d\lambda$は,塑性域では負でないスカラー量でなくてはいけない。従って,この$d\lambda$をひずみの反転の判定に用いることが出来る。$d\lambda$は式(2.2.22)によって与えられるから,式(2.2.24),(2.2.27)を代入すると,

$$d\lambda = \frac{2\bar{\sigma}eg}{3} \cdot \frac{Sx \cdot d\varepsilon x + Sy \cdot d\varepsilon y + Sxy \cdot d\gamma xy}{S} \qquad \text{----(2.2.33)}$$

塑性変形が持続する要素では$d\lambda > 0$であるから,式(2.2.33)の右辺は正値でなければならない。もし,$d\lambda < 0$であれば,応力増分ベクトルはひずみ硬化曲線の内方(弾性領域)に向いており除荷の状態となる。又,$d\lambda = 0$の場合には応力転位(neutral loading)の状態に他ならない。

(7)節点変位増分ベクトルと節点力増分ベクトルの関係

有限要素の境界辺に作用する応力増分と静的に等価な節点力増分を次のようにベクトル表示する。

$$\Delta \mathbf{f}s = \{\Delta \mathbf{f}ui \; ; \; \Delta \mathbf{f}uj \; ; \; \Delta \mathbf{f}uk\} \qquad \text{----(2.2.24)}$$

ここで

$$\Delta \mathbf{f}ur = \{\Delta Fxr \; ; \; \Delta Fyr\}, \quad (r = i, j, k) \qquad \text{----(2.2.25)}$$

ΔFxr, ΔFyrは,それぞれ,図-2.2.1に示すように,節点rに働く,x方向及びy方向の節点力増分成分である。

有限要素の節点に任意の仮想変位$\delta\tilde{d}s$を与えると,この仮想変位による仮想

ひずみ $\delta\tilde{\varepsilon}$ は，式(2.2.9)より直ちに，

$$\delta\tilde{\varepsilon} = \mathbb{B}u \cdot \delta\tilde{d}s \qquad \text{----(2.2.36)}$$

仮想変位の原理より，

$$\delta\tilde{d}s^T \cdot (f_s + \Delta f_s) = \int_V \cdot \delta\tilde{\varepsilon}^T \cdot (\sigma + \Delta\sigma)\, dV \qquad \text{----(2.2.37)}$$

ここに，f_s は節点力ベクトルである。

又，(2.2.9)，(2.2.13)及び(2.2.19)より

$$\Delta\sigma = \mathbb{D} \cdot \mathbb{B}u \cdot \Delta ds \qquad \text{----(2.2.38)}$$

ここに

$$\mathbb{D} = \left\{ \begin{array}{ll} \mathbb{D}e & ;(\text{弾性要素}) \\ \mathbb{D}ep & ;(\text{塑性要素}) \end{array} \right\} \qquad \text{----(2.2.39)}$$

式(2.2.37)に式(2.2.36)と(2.2.38)を代入，任意の $\delta\tilde{d}s$ に対して常に式(2.2.37)が成立するという条件から次式を得る。

$$f_s + \Delta f_s = k_{ss} \cdot \Delta ds + t\int_A \mathbb{B}u^T \cdot \sigma\, dA \qquad \text{----(2.2.40)}$$

ここに，

$$k_{ss} = t\int_A \mathbb{B}u^T \cdot \mathbb{D} \cdot \mathbb{B}u\, dA \qquad \text{----(2.2.41)}$$

変位増分ベクトル Δds が生じる以前においては，今考えている要素がつり合い状態にあるとすると，式(2.2.40)において，Δds 及び Δf_s を0と置き，次式が成立する。

$$f_s = t\int_A \mathbb{B}u^T \cdot \sigma\, dA \qquad \text{----(2.2.42)}$$

式(2.2.42)を式(2.2.40)に代入すると，以下の関係式が成立する。

$$\Delta f_s = k_{ss} \cdot \Delta ds \qquad \text{----(2.2.43)}$$

2.2.2 従来の解析法

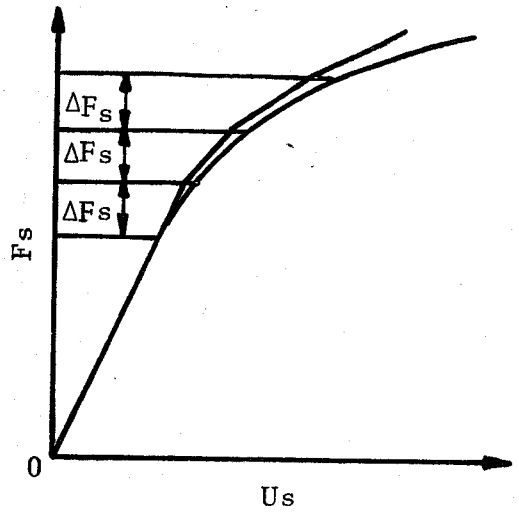
以下，一般によく用いられている従来の解析法について簡単に述べることにする。

（１）接線剛性法

塑性要素と弾性要素が混在する全要素に関して式(2.2.43)を集成すると次式を得る。

$$\Delta F_S = K \cdot \Delta U_S \quad \cdots\cdots (2.2.44)$$

ここに K は全構造系の接線剛性マトリックスである。



図－２．２．２　接線剛性法

外力増分ベクトル ΔF_S を小さくして増分法で解く方法が接線剛性法である。この接線剛性法では，応力・ひずみ曲線の降伏点での折れ曲がりをうまく追跡することが出来ず，その解析結果は，図－2.2.2のようになり，誤差が累積し，精度が悪くなる。ところが，有限要素が１つづつ塑性化するように，$\Delta F_S'$ を決定すると，各荷重増分区間では，全体の剛性マトリックスはほとんど変化しないと考えられるので線形問題として取り扱うことが出来る。従って，有限要素の分割を十分細かくすれば，精度の良い解が得られる。その際，計算時間がかなり必要になることは避けられない。

この $\Delta F_S'$ の決め方は，以下に示す通りである。[7][18][26][27] 今，ある一定の外力増分ベクトル ΔF_S を与え，式(2.2.44)の解析を行う。そして，$\alpha \cdot \Delta F_S$ の外力増分のところで，次の一要素が新しく塑性化するとする。着目要素の増分前の弾性応力を $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ とし，ΔF_S に対する増分応力を $(\Delta\sigma_x, \Delta\sigma_y, \Delta\tau_{xy})$ とすると，α は，次式を満足する。

$$(\sigma_x + \alpha\cdot\Delta\sigma_x)^2 - (\sigma_x + \alpha\cdot\Delta\sigma_x)\cdot(\sigma_y + \alpha\cdot\Delta\sigma_y) + (\sigma_y + \alpha\cdot\Delta\sigma_y)^2 + 3\cdot(\tau_{xy} + \alpha\cdot\Delta\tau_{xy})^2 = \sigma_Y^2 \quad \cdots\cdots (2.2.45)$$

上式より，

$$\alpha = \frac{B + \sqrt{B^2 + 4\cdot C\cdot(\sigma_Y^2 - \bar{\sigma}_{eq}^{*2})}}{2C} \quad \cdots\cdots (2.2.46)$$

ここで，

$$B = -2\cdot\sigma_x\cdot\Delta\sigma_x + \sigma_y\cdot\Delta\sigma_x + \sigma_x\cdot\Delta\sigma_y - 2\sigma_y\cdot\Delta\sigma_y - 6\tau_{xy}\cdot\Delta\tau_{xy}$$

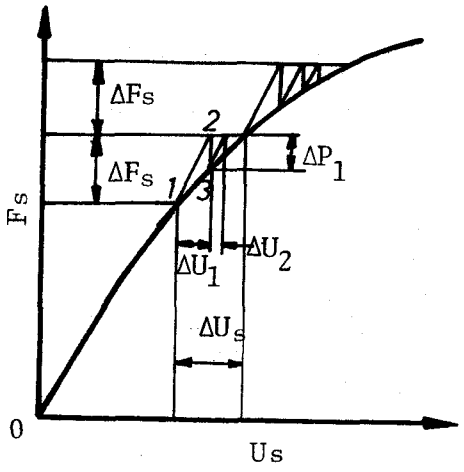
$$C = \Delta\sigma_x^2 - \Delta\sigma_x\cdot\Delta\sigma_y + \Delta\sigma_y^2 + 3\cdot\Delta\tau_{xy}^2$$

$$\bar{\sigma}_{eq}^{*} = \{\sigma_x^2 - \sigma_x\cdot\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2\}^{\frac{1}{2}} < \bar{\sigma}_{eq} = \sigma_Y \quad \cdots\cdots(2.2.47\sim49)$$

$\bar{\sigma}_{eq}^{*}$は式(2.2.16)の相当応力$\bar{\sigma}_{eq}$とは異なる量であり，常に$\bar{\sigma}_{eq}$より小さい値を取る。

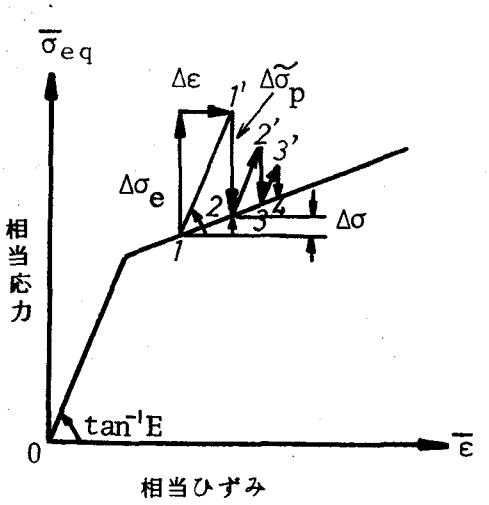
(2)初期応力法(initial stress method，I.S.M)

弾塑性解析においては，塑性要素の個数が増すにつれてKが変化するため，接線剛性法を用いると，各荷重段階ごとに式(2.2.44)の連立方程式を解くことが必要となる。最近のように極めて高速演算が可能なコンピュータが存在しなかった時代には，毎回この連立方程式を解くことは大変な作業であった。そこで，全要素が弾性の場合の剛性マトリックスK_eをKの代りに用い，図-2.2.3に示すように，常に一定の剛性マトリックスで解析を行えるようにしたのがこの方法である。



図－2.2.3　初期荷重法

初期応力法では，応力・ひずみ曲線上を図-2.2.4に示すような反復を繰り返して収束が達成される。弾性計算による応力増分ベクトルを$\Delta\sigma_e$，弾性計算から求まるひずみ増分ベクトル$\Delta\varepsilon$に対応する弾塑性を考慮した真の応力増分ベクトルを$\Delta\sigma$



図－2.2.4　初期応力法

とすると，

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma_e - \Delta\tilde{\sigma}_p \qquad \cdots\cdots(2.2.50)$$

ここで，$\Delta\tilde{\sigma}_p$が初期応力ベクトルと呼ばれるものである。

式(2.2.43)，(2.2.41)(2.2.38)及び式(2.2.50)を用いて以下の関係式が導びける。

$$\Delta f_s = k_{ss}^{(e)} \cdot \Delta d_s - \Delta f_b \qquad \cdots\cdots(2.2.51)$$

ここに，

$$k_{ss}^{(e)} = t \int_A B_u^T \cdot D_e \cdot B_u \, dA \qquad \cdots\cdots(2.2.52)$$

$$\Delta f_b = t \int_A B_u^T \cdot \Delta \tilde{\sigma}_p \, dA \qquad \cdots\cdots(2.2.53)$$

式(2.2.51)を全要素について集成すると

$$\Delta F_s = K_e \cdot \Delta U_s - \Delta P \qquad \cdots\cdots(2.2.54)$$

式(2.2.54)をΔU_sについて解くと

$$\Delta U_s = K_e^{-1} \cdot (\Delta F_s + \Delta P) \qquad \cdots\cdots(2.2.55)$$

ΔPは未知ベクトルであるため，各荷重段階でこのΔPが一定値になるまで反復計算を行うことになる。数学的には，この方法は，修正ニュートン・ラフソン法であると言える。

この方法においては，常にK_e^{-1}が一定であるという利点がある。

初期応力法に類似した方法に初期ひずみ法(initial strain method)があるが，この方法では，本研究で取り扱うような完全弾塑性体の解析が出来ないという欠点があるため，ここでは取り扱わないことにする。

(3)平均剛性法(partial stiffness method, P.S.M)

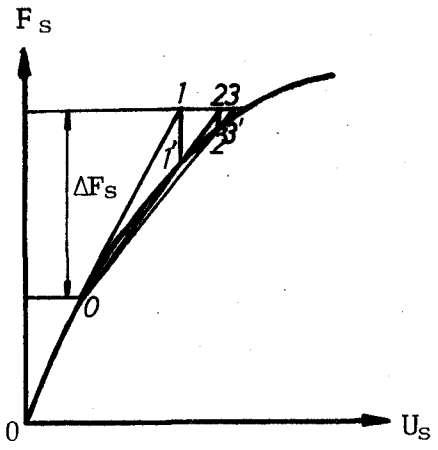
接線剛性法において問題となる誤差は，荷重増分中に，塑性化する要素が存在することに起因している。このような遷移領域にある要素の剛度マトリックスとして，次式に示すような弾性のもの(D_e)と弾塑性のもの(D_{ep})の加重平均的なもの($\overline{D}_{ep}$)を用い，1荷重増分区間に対しても反復法を適

困するのが平均剛性法である。

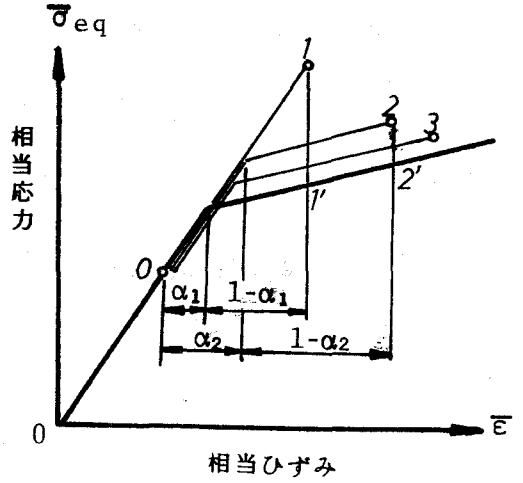
$$\tilde{D}_{ep} = \alpha \cdot D_e + (1-\alpha) D_{ep} \qquad \text{-----(2.2.56)}$$

このαは，式(2.2.46)のαと同じものである。

この方法の反復計算の状況を図-2.2.5と図-2.2.6に示す。



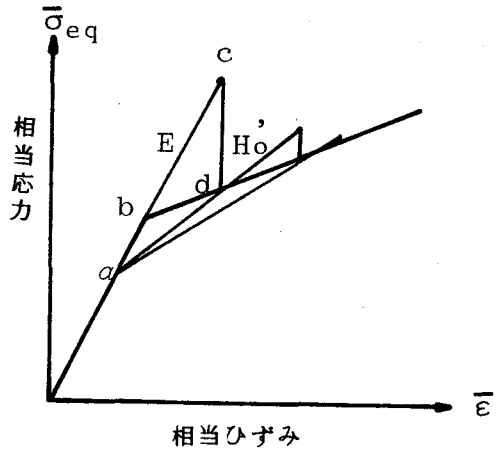
図－2.2.5　平均剛性法 ($F_s - U_s$)



図－2.2.6　平均剛性法($\bar{\sigma}_{eq} - \bar{\varepsilon}$)

式(2.2.56)の中のαは，遷移領域にある全要素によって異なると共に反復計算ごとにこれらの値は変化する。これらのαが一定値に収束するまで反復が行われることになる。

似たような考え方として，上田は[28]，遷移領域にある要素の剛度マトリックスを以下のように決める方法を提案している。－収束の状況を図-2.2.7に示す。　遷移状態にある要素では，疑似的にひずみ硬化が生じると仮定し，式(2.2.22)のH'が一定値になるまで反復計算が行われる。

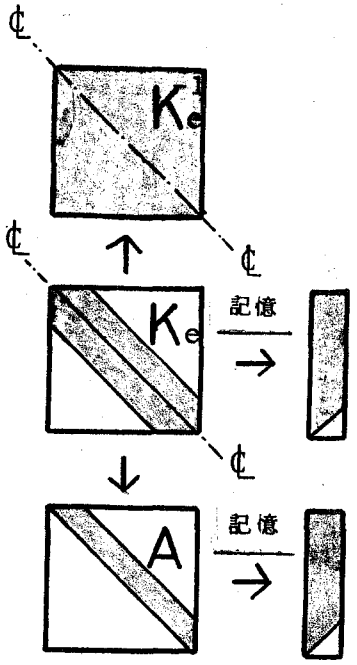


図－2.2.7　上田の方法 ($F_s - U_s$)

2．2．3　改良初期応力法（I.I.S.M.）

構造解析のプログラムにおいて必要な多次元連立方程式の解法にはいろいろあるが，剛性マトリックスは一般に対称正値であるから，コレスキー法と呼ばれる分解法が特に有効である。この方法を初期応力法に適用すると記憶容量と計算時間がかなり節約出来る。

通常の初期応力法では，式(2.2.55)を用いて，変位増分ベクトルを求める。この時，剛性マトリックス $\mathbb{K}e$ の逆行列 $\mathbb{K}e^{-1}$ を記憶しておく必要がある。ところが，この方法には，以下の2つの欠点がある。



図－2.2.8　剛性マトリックスの取り扱い

①図-2.2.8に示すように，$\mathbb{K}e$ がバンドマトリックスでも $\mathbb{K}e^{-1}$ はバンド状にならないため，$\mathbb{K}e^{-1}$ のすべての成分を記憶する必要があり，記憶容量の無駄が大きい。

②$\mathbb{K}e^{-1}$ がバンド状にならないため，式（2.2.55）の計算の時に，掛け算の回数が多くなり計算時間が長くなる。

次に示すような方法を用いることにより以上の欠点を取り除くことが出来る。$\mathbb{K}e$ は一般に正則な対称マトリックスであるので，互に転置の関係にある下三角マトリックス $\mathbb{A}^T$ と上三角マトリックス $\mathbb{A}$ の積に分解出来る。すなわち，

$$\mathbb{K}e = \mathbb{A}^T \cdot \mathbb{A} \qquad \text{-----(2.2.57)}$$

式(2.2.57)を式(2.2.54)に代入すると

$$\mathbb{A}^T \cdot \mathbb{A} \cdot \Delta \mathbb{U}s = (\Delta \mathbb{F}s + \Delta \mathbb{P}) \qquad \text{-----(2.2.58)}$$

ここで

$$\mathbb{A} \cdot \Delta \mathbb{U}s = \mathbb{X} \qquad \text{-----(2.2.59)}$$

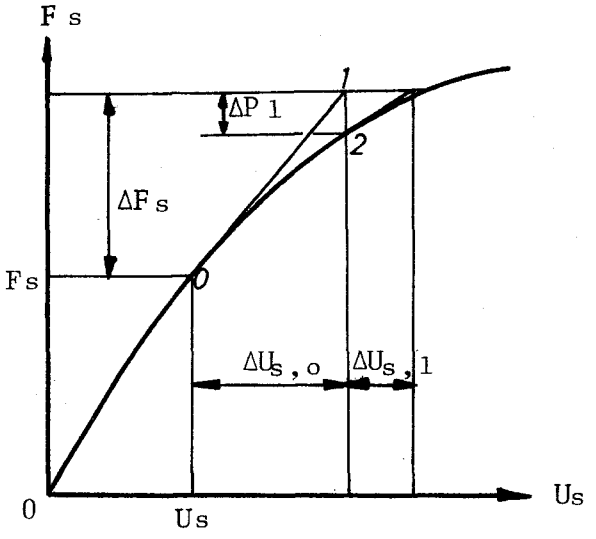
と置くと，式(2.2.58)は

$$A^T \cdot X = (\Delta F_s + \Delta P) \qquad \cdots\cdots (2.2.60)$$

すると，未知ベクトルΔU_sは，式(2.2.60)及び式(2.2.59)を用いて簡単に求めることが出来る。しかも，図-2.2.8に示すように，Aマトリックスはバンド状であるため，K^eを記憶せずに，Aのみを記憶しておけば，①，②の欠点は改良される。

2.2.4 ハイブリッド法 (H.M.)

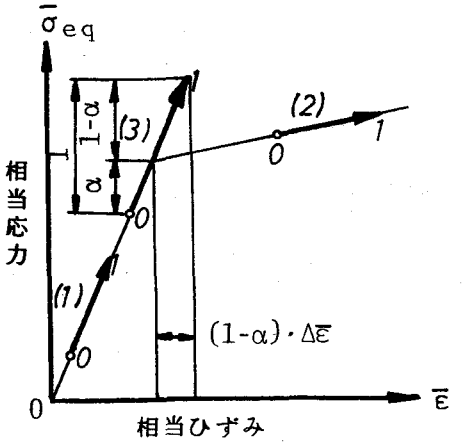
今，全構造系の変形が図-2.2.9の状態0にあるとする。式(2.2.44)を用いて，状態0から1に至る解析を行うと，この増分区間中に新らたに塑性化する遷移要素が存在するため，全構造系の剛性を過大評価することになる。これを，初期荷重を用いて調整する訳である。



図－2.2.9 ハイブリット法 $(F_s - U_s)$

応力変化に着目すれば，各要素は，図-2.2.10に示すように，(1)弾性要素，(2)塑性要素，(3)遷移要素の3つに分れる。それぞれの要素について，節点力増分ベクトルΔf_sと節点変位増分ベクトルΔd_sは以下の関係にある。

(1)弾性要素



図－2.2.10 ハイブリッド法 $(\bar{\sigma}_{eq} - \bar{\varepsilon})$

$$\Delta f_S = k_{ss}^{(e)} \cdot \Delta d_S \qquad \text{-----(2.2.61)}$$

(2)塑性要素

$$\Delta f_S = k_{ss}^{(t)} \cdot \Delta d_S \qquad \text{-----(2.2.62)}$$

ここに,

$$k_{ss}^{(t)} = t \int_A B_u^T \cdot D_{ep} \cdot B_u \, dA \qquad \text{-----(2.2.63)}$$

(3)遷移要素

$$\Delta f_S = k_{ss}^{(e)} \cdot \Delta d_S - \Delta f_b \qquad \text{-----(2.2.64)}$$

ここに,

$$\Delta f_b = (1-\alpha) \cdot \{ k_{ss}^{(e)} - k_{ss}^{(t)} \} \cdot \Delta d_S \qquad \text{-----(2.2.65)}$$

αは式(2.2.46)のαと同じものである。 式(2.2.52), (2.2.63), (2.2.31) (2.2.65)より,

$$\Delta f_b = k_h \cdot \Delta d_S \qquad \text{-----(2.2.66)}$$

ここに

$$k_h = (1-\alpha) \cdot B_u^T \cdot D_p \cdot B_u \cdot t \cdot A \qquad \text{-----(2.2.67)}$$

ここで, D_pは,式(2.2.31)より, この要素が降伏する際の応力状態によって決定する。

弾性要素では式(2.2.61), 塑性要素では式(2.2.62), 遷移要素では式(2.2.64)を全要素について集成すると,

$$\Delta F_S = K \cdot \Delta U_S - \Delta P \qquad \text{------(2.2.68)}$$

ΔPは, 各遷移要素によって異なる未知数αを含んでいるため, 以下のような反復計算によって式(2.2.68)を解く。

① $\Delta P = 0$と置くと, 式(2.2.68)は

$$\Delta U_{S,0} = K_0^{-1} \cdot \Delta F_S \qquad \text{-----(2.2.69)}$$

となり$\Delta U_{S,0}$が求まる。 この$\Delta U_{S,0}$を用いて各遷移要素におけるαを求め, 式(2.2.66)のΔf_bを集成してΔP_1を計算する。 すると, 図2・2・9に

おける状態2が定まる。 この増分過程中に塑性化した要素は，塑性要素として次の反復計算のための接線剛性マトリックス $[K_1]$ を得る。

②前段階で得た ΔP_1 を用いて以下の計算を行う。

$$\Delta U_{s,1} = K_1^{-1} \cdot \Delta P_1 \qquad \text{-----(2.2.70)}$$

③ $\Delta P = 0$ となるまで反復計算②を繰り返す。

④次の荷重増分を与える。

ひずみの反転を生じる要素の取り扱いは以下のように行った。 あるつり合い状態からi回反復後の全変位増分ベクトルを $\Delta \overline{U}_{s,i}$ とすると

$$\Delta \overline{U}_{s,i} = \Delta U_{s,0} + \Delta U_{s,1} + \cdots\cdots + \Delta U_{s,i} \qquad \text{----(2.2.71)}$$

この $\Delta \overline{U}_{s,i}$ に対するひずみ増分に対して，式(2.2.33)を用いてひずみの反転を判定した。 このように，ΔF_s に対する全ひずみ増分でひずみの反転を判定したのは，反復計算過程における見掛け上の除荷現象を除外するためである。 この点については，数値計算例のところで詳しく述べることにする。

本法は，2.2.2節で述べた接線剛性法と初期応力法の考え方を併用したものであると考えられる。 従って，本法をハイブリッド法と名付けることにする。 数学的には，本法は，完全なニュートン・ラプソン法であると言える。

2.2.5 剛性マトリックスの集成に関する改良

式(2.2.70)で示す反復計算におけるi回目及びi+1回目の接線剛性マトリックスをそれぞれ $[K_i]$ 及び $[K_{i+1}]$ とする。 塑性領域が局部的にしか生じていない場合には，$[K_i]$ と $[K_{i+1}]$ は，ほんのわずかしか違わない。 すなわち，

$$[K_{i+1}] = [K_i] + \Delta [K_i] \qquad \text{-----(2.2.72)}$$

今、塑性化要素の接線剛性マトリックス $\mathbb{k}_{ss}^{(t)}$ と全体の剛性マトリックスを関係づけるマトリックス (Boolian Matrix) $\mathbb{a}$ を導入すると,

$$\Delta \mathbb{K}_i = \sum_{k=1}^{Ne} \mathbb{a} \cdot \Delta \mathbb{k}_{ss,i}^{(t)} \qquad \cdots\cdots (2.2.73)$$

ここに,

$$\Delta \mathbb{k}_{ss,i}^{(t)} = \mathbb{k}_{ss,i+1}^{(t)} - \mathbb{k}_{ss,i}^{(t)} \qquad \cdots\cdots (2.2.74)$$

k は要素番号, Ne は全要素数を表す。 式(2.2.74)に式(2.2.63)(2.2.31)を適用すると,

$$\Delta \mathbb{k}_{ss,i}^{(t)} = \int_A \mathbb{B}u^T \cdot \Delta \mathbb{D}_{p,i} \cdot \mathbb{B}u \cdot t \cdot dA \qquad \cdots\cdots (2.2.75)$$

ここで,

$$\Delta \mathbb{D}_{p,i} = \mathbb{D}_{p,i} - \mathbb{D}_{p,i+1} \qquad \cdots\cdots (2.2.76)$$

すなわち, 塑性要素についてのみ, $\Delta \mathbb{D}_{p,i}$ なる剛度マトリックスを持つ要素として剛性マトリックス $\Delta \mathbb{k}_{ss,i}^{(t)}$ を求め, それを現時点における全体の剛性マトリックス $\mathbb{K}_i$ に集成すれば, 次の反復計算における全体の剛性マトリックス $\mathbb{K}_{i+1}$ が得られる。

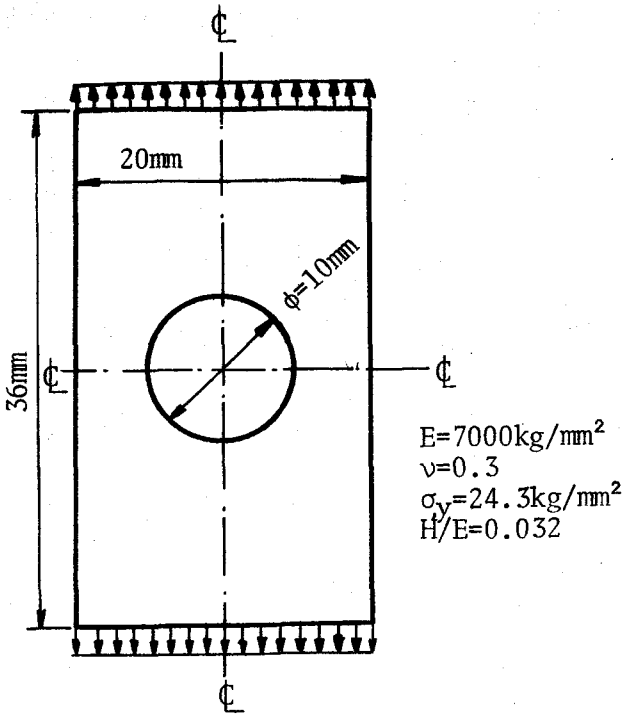
なお, 1反復計算の過程で塑性化する遷移要素については, 次の反復計算からは, 塑性要素として取り扱うため, 要素の接線剛性マトリックスは $\mathbb{k}_{ss,i}^{(e)}$ から $\mathbb{k}_{ss,i+1}^{(t)}$ に変化する。 従って, 式(2.2.76)において $\mathbb{D}_{p,i} = \mathbb{0}$ とすれば, 遷移要素も塑性要素と同様に取り扱うことが出来る。

2.2.6 数値解析結果とその考察,

(1) 数値計算例

先に提案した改良初期応力法及びハイブリッド法と他の解析手法との比較検討を行うため種々の文献にも取り上げられている図-2.2.11に示すような有孔帯板 (perforated plate) の一様引張問題を計算例とする。 又, 他の解析手法としては一般によく用いられている接線剛性法 (一つづつ要素,

を塑性化していく方法）と初期応力法を取り上げた。平均剛性法（Partial Stiffness Method）については各荷重増分間では図-2.2.5に示すように割線剛性マトリックス$[K_s]$を用いることになり，そのつど剛性マトリックスを作り直さなくてはいけないという点ではハイブリッド法と変らない。それならば割線係数で収束させるより，ハイブリッド法のように接線係数で収束させた方が収束が早いのは明らかである。そこで平均剛性法については比較計算を行わなかった。又，初期応力法の中には，Argyris - Scharpf[12]の開発したGradient Matrixを用いる手法やZienkiewicz - Nayak[16]の一定剛性法を用いて収束を早める手法が考案されているが，実際に技術者がプログラムを組むにはあまりにも繁雑になり実用的でないと思われるので本研究ではこれらの手法は比較の対象としなかった。



図－2.2.11 解析例（穴明きアルミニューム板）

初期応力法については前荷重段階において完全に収束していないために生じる不つり合力ΔP_{Last}を次の荷重増分ΔF_sに持ち込まない普通の増分法とこのΔP_{Last}を次の荷重増分ΔF_sにもちこむ修正増分法の両者について比較計算行った。又，各荷重段階における収束の判定は全塑性要素について

$$m = \frac{\sigma_Y}{\bar{\sigma}_{eff}^*} \qquad \text{-----(2.2.77)}$$

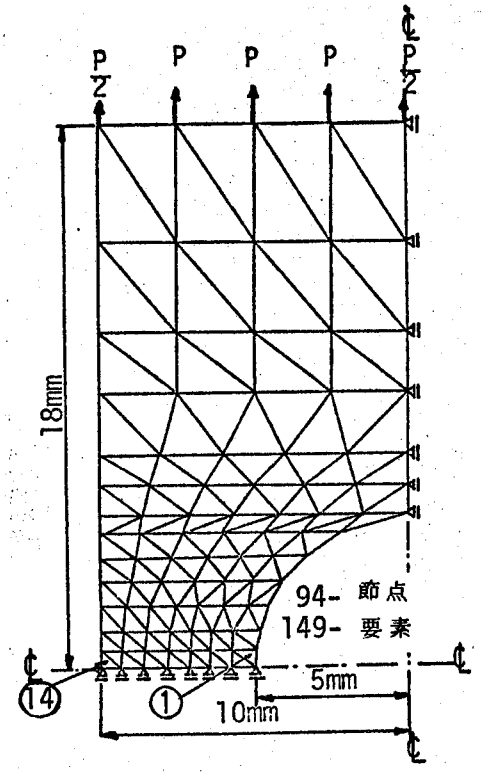
を計算し，その最大値が次式

$$m_{max} \leq \delta^* \text{（一定値）} \qquad \text{·····(2.2.78)}$$

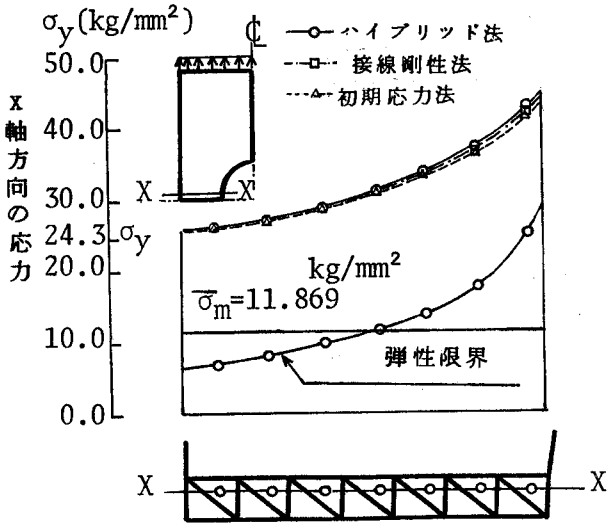
を満足するようにした。 ここに，$\bar{\sigma}_{eq}^{*}$は式(2.2.49)で示した値であり，相当応力$\bar{\sigma}_{eq}$とは異なる量である。 ハイブリッド法においては，ΔP_{last}が完全に0になるまで反復計算を行った。

接線剛性法，改良初期応力法及びハイブリッド法においては連立方程式の解法にコレスキー法を用いた。 その際，全体剛性マトリックスの対称性を利用してその半分をバンド状にして記憶させた。 初期応力法においては剛性マトリックスの逆行列を求めるのに一般的によく用いられている消去法を用いた。

対象構造物が二軸対称であるため，その1/4を94節点，149要素に分割して解析を行った。 要素の分割の様子を図-2.2.12に示す。 円孔付近に応力集中のあることはよく知られているが， この応力集中の様子を図-2.2.13に示す。 この図より，弾性範囲では応力集中は顕著であるが塑性化してくるとその応力集中度が低くなることがわかる。 応力集中により有孔帯板は円孔付近から塑性化し始め，応力の増加と共にその塑性域は帯板の側辺へ

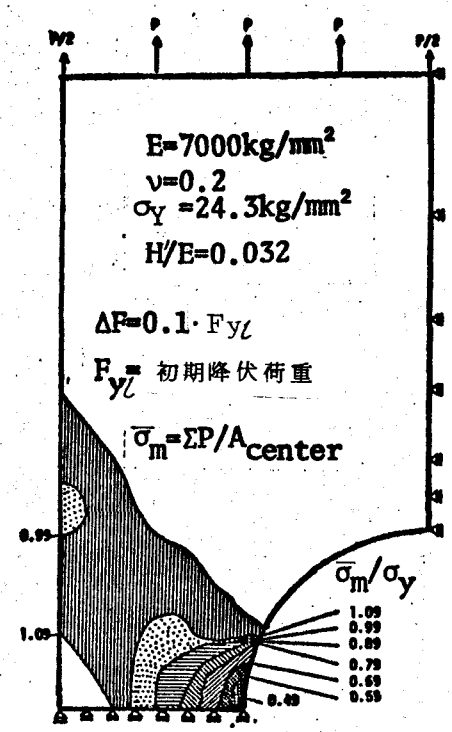


図－2.2.12 有限要素分割

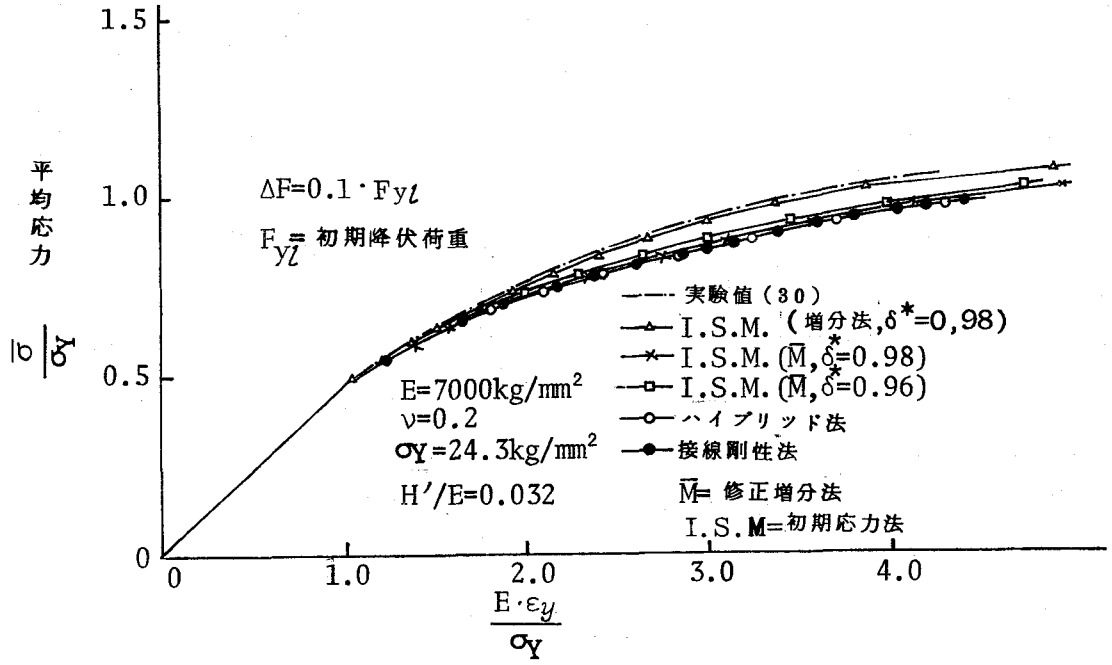


図－2.2.13 断面X－Xでの応力分布

と広がって行く。この広がりは比較計算に用いたすべての解析法でほとんど差が認められず図-2.2.14のようになった。有限要素法を用いた解析結果がZienkiewicz[15], Marcal[29]によって，又，光弾性を利用した実験結果が山田[18]によって示されているがそれらと図-2.2.14の結果はよく類似していた。図-2.2.15に，円孔付近の最初に降伏した要素①の軸方向引張ひずみ ε_y と平均引張応力度 $\bar{\sigma}$ の関係を表す曲線を示し，Theocaris-Marketos[30]による実験結果との比較を行っているが相互によく似た曲線を示しており各数値解の信頼性がわかる。今回の解析では，図-



図－2.2.14 塑性領域の広がり状況



図－2.2.15 要素①の軸方向引張ひずみ ε_y と平均引張応力度 $\bar{\sigma}$ の関係

2.2.12に示す要素⑭が塑性化するまで計算を実行した。その時の各解析法による計算時間，反復回数，塑性要素の広がりなどを表-2.2.1・表-2.2.2に示す。

表－2.2.1　計算時間及びパンチカード枚数

	接線剛性法		初期応力法	改良初期応力法		ハイブリッド法	
		ASSEMBLE	δ=0.96	δ=0.96	δ=0.98		ASSEMBLE
CPU タイム	5'53''	4'36''	5'28''	3'59''	5'05''	2'32''	1'58''
カード枚数	854	958	985	1085		1073	1166

(ASSEMBLE)は剛性マトリックスの集成に2.2.5節の改良法を適用したことを意味する。

'' 秒　，分

なお，これらの表の中の記号"ASSEMBLE"は，剛性マトリックスの集成に2.2.5節で示した改良法を適用したことを意味している。

（2）ハイブリッド法と他の解析手法との比較

比較計算を行った4つの解析法の精度，計算時間などに関して有孔帯板についての計算結果を基にして比較考察を行う。

a，精度について

各要素を一つづつ塑性化していく接線剛性法（T.S.M）による解が一番精度が良いと

表－2.2.2　各荷重段階における反復回数（Nc）CPUタイム（T），塑性要素の数（Npe）

荷重段階	ハイブリッド法 ASSEMBLE			改良初期応力法 δ=0.96修正増分法			初期応力法
	N_c	T	N_{pe}	N_c	T	N_{pe}	T
1	1	22"	1	1	20"	1	87"
2	1	24"	1	3	22"	2	90"
3	2	28"	2	3	25"	2	93"
4	1	30"	2	3	27"	2	96"
5	2	35"	6	3	30"	7	98"
6	2	39"	7	4	33"	7	103"
7	2	43"	10	4	36"	10	105"
8	2	48"	12	5	40"	13	110"
9	3	55"	19	5	44"	16	114"
10	2	59"	21	6	49"	21	120"
11	3	66"	30	7	55"	29	126"
12	4	76"	51	10	64"	42	135"
13	4	87"	71	22	83"	68	157"
14	3	95"	85	33	113"	83	190"
15	2	101"	91	34	145"	91	225"
16	3	110"	99	34	177"	96	260"
17	2	117"	105	32	208"	103	294"
18	/	/ /	/	31	237"	104	327"
計	39	1'58"		240	3'59"		5'28"

初期応力法におけるNcとTはそれぞれ改良初期応力法のそれらと同じである。

'' 秒　　，分

考えられる。 図－2.2.15 でわかるように，ハイブリッド法による解は完全にこの解と一致している。 つまりハイブリッド法(H.M)による解は接線剛性法（T.S.M）による解と同程度の精度を有することが確かめられた。
又，初期応力法（I.S.M）の場合，式(2.2.78)に示すδ^*の値を1に近づけて行くと計算時間は長くなるがその解は接線剛性法（T.S.M）のものに収束して行く。 又，初期応力法（I.S.M）の場合，解析手法に修正増分法を用いると普通の増分法に比較してかなり精度がよくなることが図－2.2.15 よりわかる。 これと同様な結果が川本・宮地[31]によっても示されている。

又，有限要素法による解は一般にメッシュの数を適切に増せば精度が上がるが，通常の初期応力法（I.S.M）では剛性マトリックス K_e の逆行列 K_e^{-1} をすべてコアメモリーに記憶する必要があるため今回の解析に用いたコンピュータではメッシュ数をこれ以上増すことは出来ない。 それに対し接線剛性法（T.S.M），ハイブリッド法（H-M）ではバンドマトリックスを用いるためメッシュを更に増すことが可能であり精度を上げることが出来る。しかし，初期応力法においても改良初期応力法（I.I.S.M）を採用するならバンドマトリックスが採用出来，記憶容量の節減が期待出来る。

b，計算時間について

表－2.2.1 から，計算時間はハイブリッド法(H.M)が非常に早く次いで改良初期応力法（I.I.S.M，$\delta^*=0.96$），接線剛性法(T.S.M.,ASSEMBLE)，初期応力法(I.S.M，$\delta^*=0.96$)によるものとなっている。 剛性マトリックスの集成に関する 2.2.5 節の改良を行うことによって，接線剛性法（T.S.M）では77秒，ハイブリッド法(H.M) では 34秒 計算時間が短くなっている。この方法は全く簡単なプログラムの改良で出来るものであるから推奨したい。
初期応力法（I.S.M）についてはその所用時間がかなり必要になった。 その理由としては表－2.2.2 から明らかなように，① K_e の逆行列 K_e^{-1} の計

算に多大の時間を要したこと（本解析例の場合は87秒，表－2.2.2）及び②塑性領域が広がり，剛性が著しく低下した付近で非常に反復回数が増大したことに起因している。更に，改良初期応力法（I.I.S.M）の場合，上で述べた①の原因は取り除けたが②の原因によって計算時間の大幅な短縮が期待出来なかった。つまり初期応力法（I.S.M）及び改良初期応力法（I.I.S.M）は，最終荷重を追跡しなければならない問題には不適当であると思われる。ところがハイブリッド法(H.M)の場合，最終荷重付近でも反復回数はほとんど変化しないため計算時間が短かくなったものと思われる。以上のことから，塑性要素が少ない間は改良初期応力法（I.I.S.M）多くなってくるとハイブリッド法(H.M)を用いると更に計算時間の短縮が期待出来る。しかし，その切り変え点をどこに取るかという問題，そのプログラミングの繁雑さを考えるとハイブリッド法(H.M)で十分であると思われる。

なお，これらの計算には，大阪大学大型計算機センターNEAC-SERIES 2200 MODEL N-700を使用した。

c，プログラムの繁雑さ

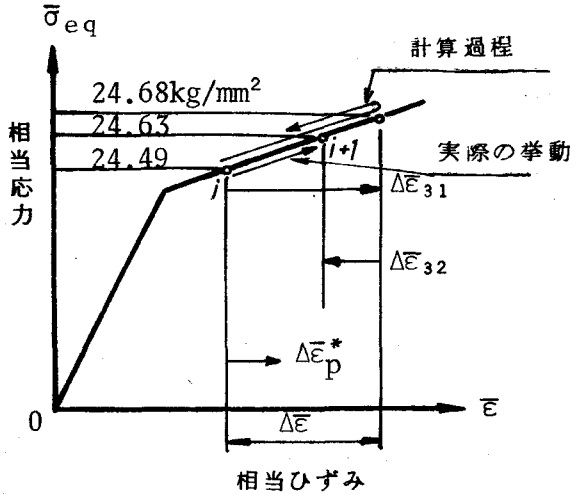
表－2.2.1にプログラムに必要としたカード枚数を示した。この表より4者のカード枚数はあまり変らないことがわかる。つまり，プログラムの繁雑さの面から見てもこれら4者にはあまり差がないことがわかる。

d，ひずみの反転の取り扱いに関する問題点，

ハイブリッド法と初期応力法の両者について言えることであるが，所定の荷重に対する解を求めるのに初期荷重なる仮想の外力を作用させるため，計算上は比例負荷（proportional Loading）ではなくなり，実際には起こり得ない計算上のひずみの反転が生じることがある。

この状況を表す代表例を有孔板の計算例について図-2.2.16に示す。ハイブリッド法を用いた解析において，3回目の荷重増分の時の1回目の反復

計算で要素①の相当応力 $\bar{\sigma}_{eq}$ は 24.68 kg/mm² であったものが2回目の反復では 24.63 kg/mm² となり見かけ上のひずみの反転が生じている。これは計算上生じたもので実際の現象では起らないと考えられる。従って，この種の要素はあくまで塑性要素として解析を進めた。すなわち真のひずみの反転は，既に述べたように，ある荷重増分 ΔF_s に対する全相当塑性ひずみ増分 $\Delta\bar{\varepsilon}_p^*$（図－2.2.16 の $\overline{i,i+1}$ に対応する塑性ひずみ増分）で判定するようにした。



図－2.2.16 ひずみの反転の取り扱い

2．3 有限要素法による弾塑性有限変位解析

2．3．1 基礎理論

本節では，面内圧縮応力を受ける平板が座屈して極限状態に至るまでの後座屈挙動を明確にすることを目的とするため，幾何学的な非線形性と材料学的な非線形性が同時に現われるような場合について取り扱う。材料学的非線形性を伴う弾塑性挙動に関連して，材料は，(1) von Mises の降伏条件に従い，(2) 等方性で，(3) 完全弾塑性体であり，(4) 塑性流れ理論（Prandtl－Reuss の式）に従うものと仮定する。材料の応力増分とひずみ増分を関係づける剛度マトリックスには，式(2.2.20)に示した Zienkiewicz[16]，山田ら[18)26)27)]が誘導したものを採用した。更に，弾塑性の計算法には，2.2節で示したハイブリッド法を用いた。又，Murray－Wilson[51]の移動座標法を初期にわみを有する平板にも適用出来るように拡張して，幾何学的非線形性を取り扱うこと

にした。これにより，両非線形性を同時に解析に含めることが出来た。

（１）解析法

本論文においては，以下に示す仮定に基づき解析を行った。

①変形前，板の中央面に垂直であった任意の横断面は，変形後も変形した中央面に垂直である。（Kirchhoffの仮定）

②初期たわみのみを有する板を，平面の三角形要素の集合体（折板構造）で近似する。（図-2.3.1及び図-2.3.22）。

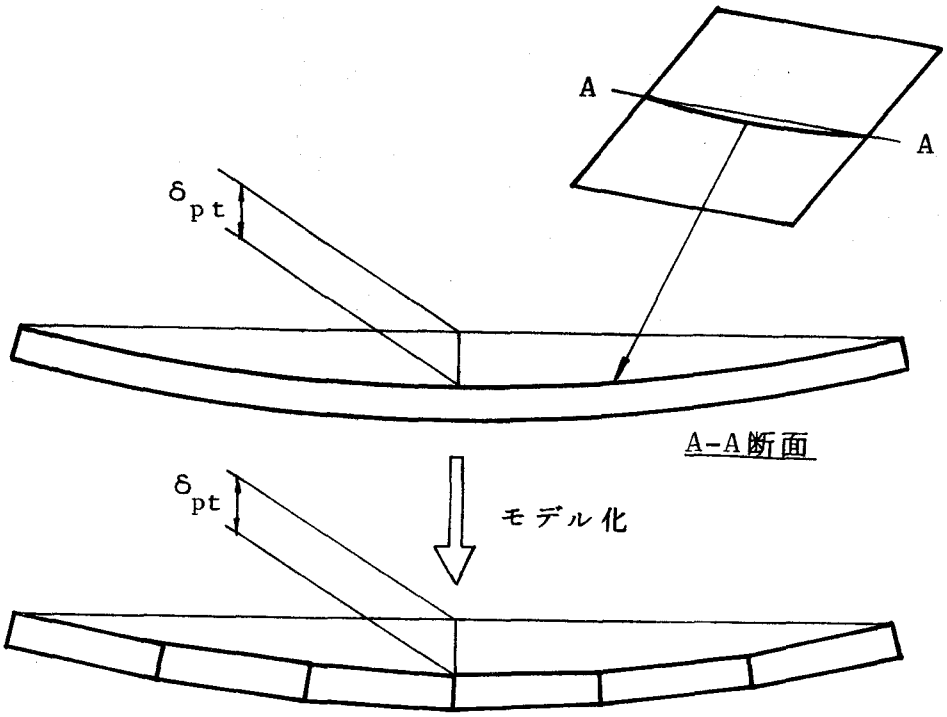
そして，この平面三角形有限要素の集合体としての構造モデルを無応力状態と考える。

その際，初期たわみによって生じる曲げ応力度はないものと仮定した。

更に，本解析法においては，反復計算の過程で次の変形状態を推定する際，現時点での変形状態を折板構造（後述する式（2.3.31）の$\ell_\theta = 0$という仮定）で近似しているため，板の初期たわみが極めて小さい場合（$\delta_{pt} \leq 0.005t$），座屈荷重付近で全構造系の接線剛性マトリックス$[K_T]$が擬特異性を示し，解が得られなくなる。[38] 同様なことが，上田・山川・福田[24]によっても示されている。しかし，本研究で取り扱う程度の大きさの初期たわみ（$0.01t \leq \delta_{pt} \leq 0.5t$）を有する板では，このような問題は生じなかった。

又，本研究で取り扱う程度の初期たわみ（$\delta_{pt} < 0.5t$）を有する板においては，折板構造にモデル化したことによる誤差は，メッシュ分割を適切に細かくすれば，ほとんど問題にならないと考える。

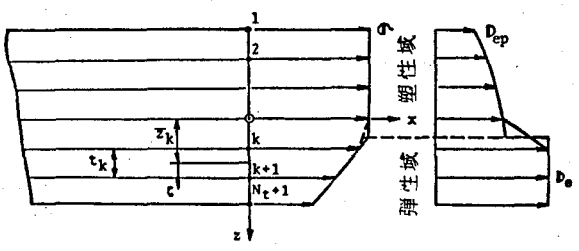
③残留応力及び初期たわみを同時に有する板の場合には，②の状態に所定の残留応力を導入する。その際，図-2.3.8に示すように仮想外力を節点に加えることによって初期たわみに変化を与えないようにしながら有限要素分割に基因する折板構造の節点に生ずる不つり合い力を消去する。



図－２.３.１　有限要素による理想化

この状態を初期状態として面内圧縮荷重を載荷する。（仮想外力法）

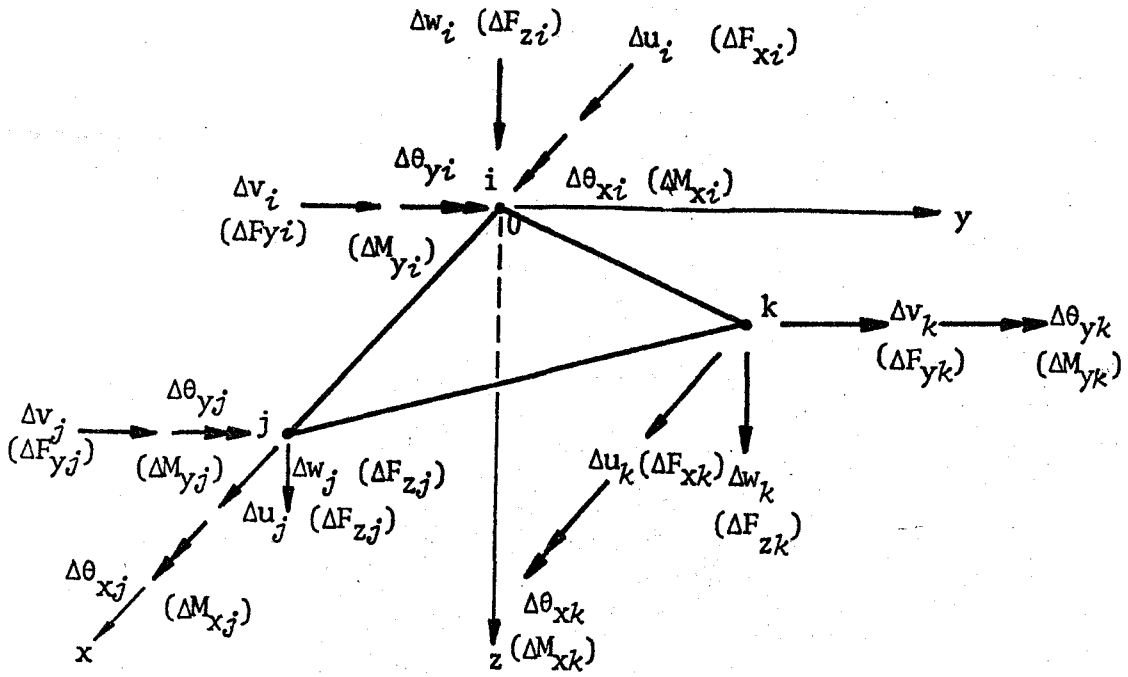
④板厚方向への塑性化の広がりを考慮出来るように図2.3.2に示すように板厚方向に層割りし，各層内では応力分布及び剛度マトリックス $[D_I]$ (式(2.3.19))は直線分布であると仮定する。



図－２.３.２　層割り

⑤一つの要素内では板面方面の残留応力分布は一定であるとし，板厚方向の残留応力の変化は各層で直線変化するものとする。

さて，各有限要素の局所座標系(x, y, z)を図－2.3.3に示すように設ける。そして，三角形要素 i j k の頂点 i を通り板の中央面に直角下向



図－2.3.3　要素座標系，節点変位増分及び節点力増分

さに z 軸を取り，z 軸と板の中央面との交点を原点，0 とする。この原点，0 を通り，$\overline{ij}$ に沿って x 軸を取り，x－z 平面に垂直に y 軸を取るものとする。（左手座標系）。

さて，図－2.3.3 に示すように局所座標系で表した節点変位増分ベクトル及び節点力増分ベクトルをそれぞれ Δd，Δf と置く。これらのベクトルは，それぞれ x-y 平面の面内成分と面外成分からなる。面内変位増分ベクトル及びそれに対応する節点力増分ベクトルを，それぞれ Δd_{sI}，Δf_{sI}，面外変位増分ベクトル及びそれに対応する節点力増分ベクトルを，それぞれ Δd_{bI}．Δf_{bI} とする。すると，変形状態 I における節点力増分ベクトル $\Delta f_I'$ と，節点変位増分ベクトル $\Delta d_I'$ は，

$$\Delta f_I' = \begin{Bmatrix} \Delta f_{sI} \\ \Delta f_{bI} \end{Bmatrix} \qquad \text{-----(2.3.1)}$$

$$\Delta d_I' = \begin{Bmatrix} \Delta d_{sI} \\ \Delta d_{bI} \end{Bmatrix} \qquad \text{-----(2.3.2)}$$

$$\Delta f_{sI} = \{\Delta F_{xi}; \Delta F_{yi}; \Delta F_{xj}; \Delta F_{yj}; \Delta F_{xk}; \Delta F_{yk}\}_I \quad \text{-----(2.3.3)}$$

$$\Delta d_{sI} = \{\Delta u_i; \Delta v_i; \Delta u_j; \Delta v_j; \Delta u_k; \Delta v_k\}_I \quad \text{-----(2.3.4)}$$

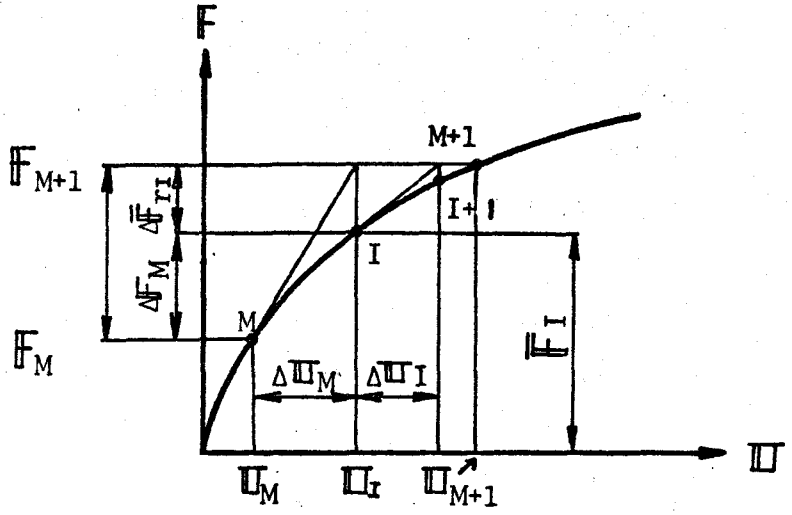
$$\Delta f_{bI} = \{\Delta F_{zi}; \Delta M_{xi}; \Delta M_{yi}; \Delta F_{zj}; \Delta M_{xj}; \Delta M_{yj}; \Delta F_{zk}; \Delta M_{xk}; \Delta M_{yk}\}_I \quad \text{-----(2.3.5)}$$

$$\Delta d_{bI} = \{\Delta w_i; \Delta\theta_{xi}; \Delta\theta_{yi}; \Delta w_j; \Delta\theta_{xj}; \Delta\theta_{yj}; \Delta w_k; \Delta\theta_{xk}; \Delta\theta_{yk}\}_I \quad \text{-----(2.3.6)}$$

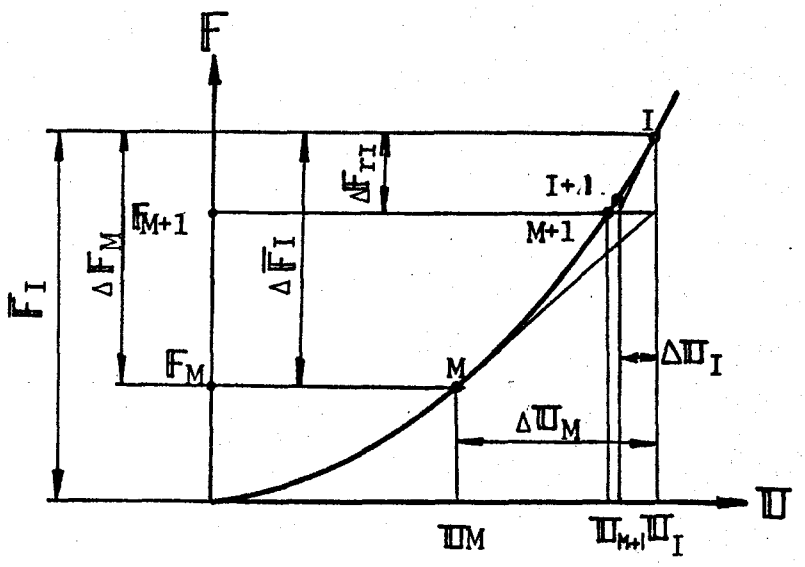
今，M番目の平衡状態（つまり，図－2.3.4に示すM番目の荷重段階）から Newton Raphson による反復法を用いて次の平衡状態（M+1）を求めるに当り，状態Mにおける I 回反復後の変形状態 I から変形状態（I+1）を推定する時には，以下の線形式を用いる。（式－2.3.50を参照）。

$$\Delta \bar{F}_{rI} = K_I \cdot \Delta U_I \quad \text{-----(2.3.7)}$$

変形状態 I において，式（2.3.7）によって計算した変位増分ベクトル ΔU_I を基に，変形状態（I+1）における つり合いを考えると，式(2.3.7)において考慮しなかった非線形項が不つり合い力

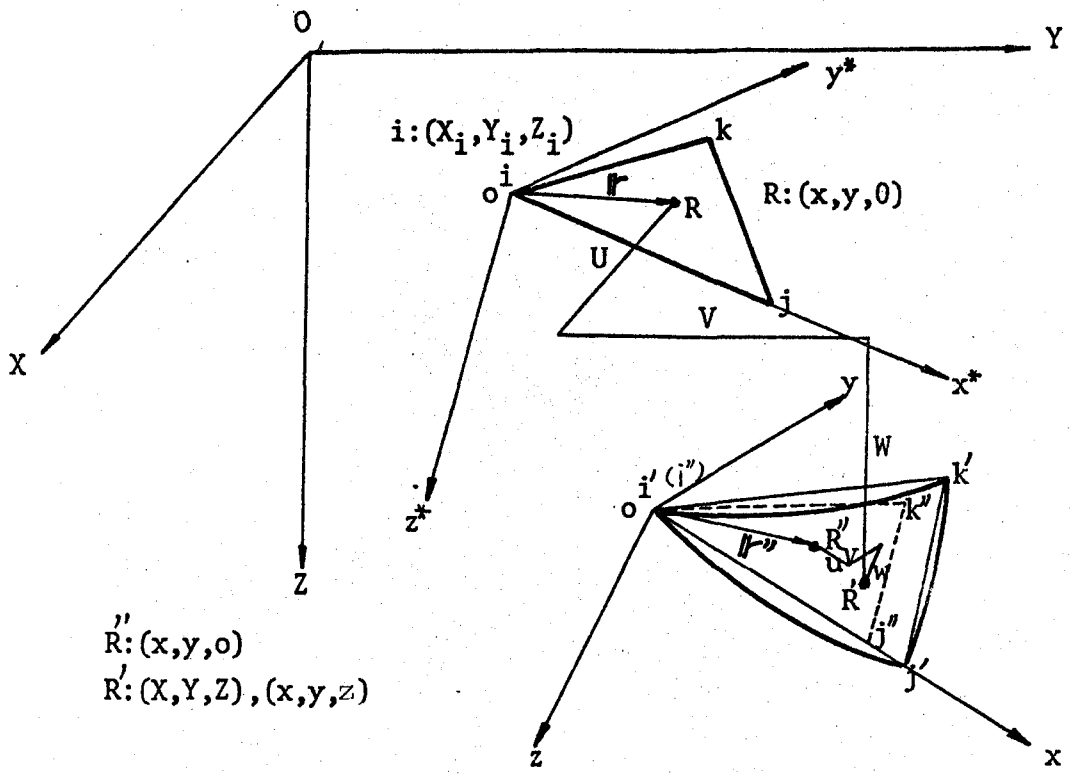


図－2.3.4 (a) 荷重－変位曲線(1)



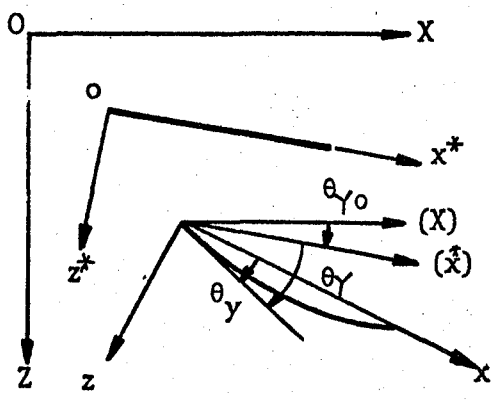
図－2.3.4 (b) 荷重－変位曲線(2)

として生じてくる。 この不つり合い力は，高次の非線形項を考慮した関係式[9]を誘導しておき，その式に先ほど算定した変位を代入することにより厳密に求めることも出来る。 しかし，この厳密な関係式の誘導は非常に繁雑である。 特に，有限変位と弾塑性の非線形性が共存してくると，その繁雑さは加速度的に増大する。 そこで本理論においては，以下に示すような移動



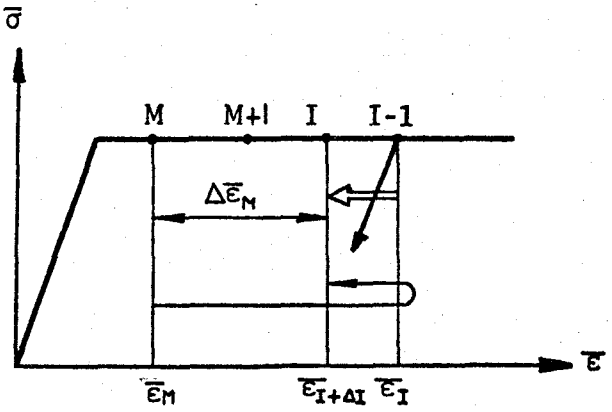
図－2.3.5 (a) 剛体変位の除去(1)

座標法を適用して，不つり合い力を算定した。 すなわち，まず，図-2.3.5(a)に示すように変形前に理想化された初期平面三角形要素の節点i,j,kを大きくたわんだ板の変形後の三角形要素の節点i',j',k'の上にi点とi'点が一致し，辺ijが，直線$\overline{ij'}$上に載るように重ね合わせる。このように剛体変位した無載荷要素を



図－2.3.5 (b) 剛体変位の除去(2)

i"j"k"とする。 Δi"j"k"を基準に取った場合の変形後の要素i'j'k'内の任意点の変位を求めると，それが剛体変形を除去した正味の変形による変位にほかならない (2.3.1(3)参照)。 有限要素分割を十分細かくすれば，この正味の変位については，微小変形理論が適用出来る。 これによって高次項を含む剛性マトリックスの繁雑な計算が除かれることになり，後は材料の非線形性のみを考慮すれば良いことになる。 この考え方により直前の平衡状態Mから出発してI回反復後の変形状態Iにおける剛体変位を除去した変位ベクトル $\overline{u}_I$ を求め，更に，直前の平衡状態Mからの変位増分ベクトル $\Delta\overline{u}_M$ を求める。 その理由は，以下の通りである。 図-2.3.4(a)に示すように真の節点力と荷重の間の誤差が正の時，次の反復計算には，正の荷重を持ち込んで不つり合い力の消去を行う訳である。 その反対に，図-2.3.4(b)に示すように不つり合い力が負の場合は，逆向き，すなわち負の荷重を持ち込む。 つまり，計算テクニック上除荷することになる。 ところがもし，前の変形状態(I-1)で既に塑性域に入っている要素があると，その除荷によって計算の過程で入った全く無意味なひずみの反転が，図-2.3.6に示すように発生することになる。この現象については，既に，2.2.6節で詳しく述べた。 従って，実際の挙動を表していないこのような見掛け上のひずみの反転が計算に入り込まないように，ひずみ増分としては常に，平衡状態Mからの増分ひずみを取る必要がある。 この変位増分ベクトル $\Delta\overline{u}_M$ を用いて，式(2.3.119)により，各要素の変形状態I+1における節点増分ベクトル



図－2.3.6 ひずみ増分の取り方

Δf_{M1} を求め，式(2.3.116)に従い，これを平衡状態Mでの真の節点力ベクトル f_M に加えて全体座標系へ変換し全要素について集成することにより変形状態I+1における真の節点力ベクトル F_{I+1} を求めることが出来る。外力ベクトル F_{M+1} と変形状態I+1における真の節点力ベクトル F_{I+1} の差が不つり合い力ベクトル ΔF_{rI+1} である。すなわち，

$$\Delta F_{rI+1} = F_{M+1} - F_{I+1} \qquad (2.3.8)$$

この不つり合い力を消去するために

$$\Delta F_{rI+1} = K_{I+1} \cdot \Delta U_{I+1} \qquad (2.3.9)$$

により節点変位増分ベクトル ΔU_{I+1} を求め，実用上十分な精度をもって平衡状態が満足されるまで反復計算を行う。そして次の荷重段階に移行する。次のステップ(M+1)へ移る時は，修正増分法を用いて一段階前の最終不つり合いカベクトル ΔF_r を次の荷重増分と一緒に与えるようにすれば，誤差の累積がなく，精度の向上が期待出来る。

(2)接線剛性マトリックスの誘導

変形状態Iにおける局所座標系による要素中央面内の任意点のたわみを w_I とする。更に，この点の状態Iからの変位増分を $\Delta u, \Delta v, \Delta w$ とする。今，初期たわみ w_I を考慮して浅いシェルに対するMarguerreのひずみ式をここに適用すると，板の中央面でのひずみ増分は次のようになる[9]。

$$\Delta \varepsilon_{oI} = \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_{xo} \\ \Delta\varepsilon_{yo} \\ \Delta\gamma_{xyo} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial\Delta u/\partial x \\ \partial\Delta v/\partial y \\ \partial\Delta u/\partial y + \partial\Delta v/\partial x \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{1}{2}\cdot(\partial\Delta w/\partial x)^2 \\ \frac{1}{2}\cdot(\partial\Delta w/\partial y)^2 \\ \partial\Delta w/\partial x \cdot \partial\Delta w/\partial y \end{Bmatrix}$$
$$+ \begin{Bmatrix} \partial w_I/\partial x \cdot \partial\Delta w/\partial x \\ \partial w_I/\partial y \cdot \partial\Delta w/\partial y \\ \partial w_I/\partial y \cdot \partial\Delta w/\partial x + \partial w_I/\partial x \cdot \partial\Delta w/\partial x \end{Bmatrix} \qquad \text{-----(2.3.10)}$$

又，中央面の線形ひずみ増分ベクトル $\Delta\varepsilon_{1I}$，曲率の増分ベクトル $\Delta\phi_I$，

たわみ角の増分ベクトル $\Delta\Theta_I$ は，

$$\Delta\varepsilon_{lI} = \begin{Bmatrix} \partial\Delta u/\partial x \\ \partial\Delta v/\partial y \\ \partial\Delta u/\partial y + \partial\Delta v/\partial x \end{Bmatrix} = \mathbb{B}_u \cdot \Delta d_{sI} \qquad \cdots\cdots(2.3.11)$$

$$\Delta\Phi_I = \begin{Bmatrix} \partial^2\Delta w/\partial x^2 \\ \partial^2\Delta w/\partial y^2 \\ 2\cdot\partial^2\Delta w/\partial x\cdot\partial y \end{Bmatrix} = \mathbb{A}_\phi \cdot \Delta d_{bI} \qquad \cdots\cdots(2.3.12)$$

$$\Delta\Theta_I = \begin{Bmatrix} \partial\Delta w/\partial x \\ \partial\Delta w/\partial y \end{Bmatrix} = \mathbb{A}_\theta \cdot \Delta d_{bI} \qquad \cdots\cdots(2.3.13)$$

により節点変位増分ベクトルの一次関数として表されると仮定する。

すると，板内の任意点における非線形項を考慮したひずみ増分ベクトル $\Delta\varepsilon_I$ は以下のようになる。

$$\Delta\varepsilon_I = \{\Delta\varepsilon_x ; \Delta\varepsilon_y ; \Delta\gamma_{xy}\}_I = \Delta\varepsilon_{oI} - z\cdot\Delta\Phi_I \cdots\cdots(2.3.14)$$

$$= \mathbb{B}_u\cdot\Delta d_{sI} + \frac{1}{2}\cdot\Delta\mathbb{C}_{\theta I}\cdot\mathbb{A}_\theta\cdot\Delta d_{bI} + \mathbb{C}_{\theta I}\cdot\mathbb{A}_\theta\cdot\Delta d_{bI} - z\cdot\mathbb{A}_\phi\cdot\Delta d_{bI} \cdots(2.3.15)$$

ここに

$$\mathbb{C}_{\theta I} = \begin{bmatrix} \partial w_I/\partial x & 0 \\ 0 & \partial w_I/\partial y \\ \partial w_I/\partial y & \partial w_I/\partial x \end{bmatrix}, \quad \Delta\mathbb{C}_{\theta I} = \begin{bmatrix} \partial\Delta w/\partial x & 0 \\ 0 & \partial\Delta w/\partial y \\ \partial\Delta w/\partial y & \partial\Delta w/\partial x \end{bmatrix}_I \cdots(2.3.16, 17)$$

更に，応力増分ベクトル $\Delta\sigma_I$ は，

$$\Delta\sigma_I = \{\Delta\sigma_x ; \Delta\sigma_y ; \Delta\tau_{xy}\}_I = \mathbb{D}_I\cdot\Delta\varepsilon_I \qquad \cdots\cdots(2.3.18)$$

ここに，$\mathbb{D}_I$ は，板の面内剛度マトリックスで，

$$\left.\begin{aligned} \mathbb{D}_I &= \mathbb{D}e_I \quad (\text{弾性の場合}) \\ &= \mathbb{D}ep_I \quad (\text{塑性の場合}) \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(2.3.19)$$

$\mathbb{D}ep$ は，式(2.2.31)で示すマトリックスと同じものである。

今，仮想節点変位ベクトル $\delta\tilde{d}$ 及びそれによる仮想ひずみベクトル $\delta\tilde{\varepsilon}$ に

対して，仮想変位の原理を適用すると，

$$\int_V \delta\tilde{\varepsilon}^T \{\sigma_I + \Delta\sigma_I\} dV = \delta\tilde{d}^T \cdot \{f_I' + \Delta f_I'\} \quad \text{-----(2.3.20)}$$

式(2.3.15)，(2.3.18)を式(2.3.20)に代入し，任意の$\delta\tilde{d}$に対して式(2.3.20)が成立することを考慮すると次式を得る。

$$f_I' + \Delta f_I' = \begin{bmatrix} f_{sI} \\ f_{bI} + \int_V A_\theta^T \cdot C_{\theta I}^T \cdot \sigma_I \cdot dV \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{ssI} & \int B_u^T \cdot D_I \cdot C_{\theta I} \cdot A_\theta \cdot dV + k_{sbI} \\ \int_V A_\theta^T \cdot C_{\theta I}^T \cdot D_I \cdot B_u dV + k_{bsI} & k_{BBI} \end{bmatrix} \quad \text{----(2.3.21)}$$

ここに，

$$f_{sI} = \int_V B_u^T \cdot \sigma_I \, dV \quad \text{-----(2.3.22)}$$

$$f_{bI} = -\int_V z \cdot A_\phi^T \cdot \sigma_I \, dV \quad \text{-----(2.3.23)}$$

$$k_{ssI} = \int_V B_u^T \cdot D_I \cdot B_u \, dV \quad \text{-----(2.3.24)}$$

$$k_{sbI} = k_{bsI}^T = -\int_V z \cdot B_u^T \cdot D_I \cdot A_\phi \, dV \quad \text{-----(2.3.25)}$$

$$k_{BBI} = k_{bbI} + k_{GI} + \int_V A_\theta^T \cdot C_{\theta I}^T \cdot D_I \cdot C_{\theta I} \cdot A_\theta \, dV - \int_V z \cdot A_\theta^T \cdot C_{\theta I}^T \cdot D_I \cdot A_\theta \, dV - \int_V z \cdot A_\theta^T \cdot D_I \cdot C_{\theta I} \cdot A_\theta \, dV \quad \text{-----(2.3.26)}$$

$$k_{bbI} = \int_V z^2 \cdot A_\phi^T \cdot D_I \cdot A_\phi \, dV \quad \text{-----(2.3.27)}$$

$$k_{GI} = \int_V A_\theta^T \cdot \bar{\sigma}_I \cdot A_\theta \, dV \quad \text{-----(2.3.28)}$$

$$\bar{\sigma}_I = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} \quad \text{-----(2.3.29)}$$

ところで，変形状態Iをxy平面上に載る平面三角形要素で表現すると，

$$\partial w_I / \partial x = 0 \quad , \quad \partial w_I / \partial y = 0 \quad \text{-----(2.3.30)}$$

が近似的に成立つ，従って式(2.3.16)より，

$$C_{\theta I} = 0 \quad \text{-----(2.3.31)}$$

すると，式(2.3.21)は簡易化され，

$$\Delta f_I' = \begin{bmatrix} k_{ssI} & k_{sbI} \\ k_{bsI} & k_{bbI} + k_{GI} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta d_{sI} \\ \Delta d_{bI} \end{Bmatrix} = k_I' \cdot \Delta d_I' \quad \text{------(2.3.32)}$$

ここで，k_I' が要素の接線剛性マトリックスであり，k_I' の中の k_{GI} が幾何学的剛性マトリックスである。 k_{sbI}, k_{bsI} は，弾性範囲内であれば z について奇関数であるため，$k_{sbI} = k_{bsI} = 0$ となる。 しかし，塑性域に入ると，各層における D_I の値が一定でなくなり，$\int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} z \cdot D_I \, dz \neq 0$ となり，k_{sb}, k_{bs} は0とはならない。

式(2.3.1)，(2.3.2)に示す節点力増分ベクトル $\Delta f_I'$ 及び節点変位増分ベクトル $\Delta d_I'$ の成分を以下のように並び代え，それぞれを Δf_I 及び Δd_I とする。

$$\Delta f_I = \{ \Delta f_i \; ; \; \Delta f_j \; ; \; \Delta f_k \}_I \qquad \text{----- (2.3.33)}$$

$$\Delta d_I = \{ \Delta d_i \; ; \; \Delta d_j \; ; \; \Delta d_k \}_I \qquad \text{----- (2.3.34)}$$

ここに

$$\Delta f_r = \{ \Delta F_{xr} \; ; \; \Delta F_{yr} \; ; \; \Delta F_{zr} \; ; \; \Delta M_{xr} \; ; \; \Delta M_{yr} \}; \; (r = i, j, k) \text{---(2.3.35)}$$

$$\Delta d_r = \{ \Delta u_r \; ; \; \Delta v_r \; ; \; \Delta w_r \; ; \; \Delta \theta_{xr} \; ; \; \Delta \theta_{yr} \}; \; (r = i, j, k) \text{---(2.3.36)}$$

そして，Δd_I と $\Delta d_I'$ とは以下の関係にある。

$$\Delta d_I' = B_r \cdot \Delta d_I \qquad \text{----- (2.3.37)}$$

ここで，B_r は，以下に示すような Boolian マトリックスである。

$$B_r = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_2 & \mathbb{O}_2 & \mathbb{O}_2 \\ \mathbb{O}_2 & \mathbb{I}_2 & \mathbb{O}_2 \\ \mathbb{O}_2 & \mathbb{O}_2 & \mathbb{I}_2 \\ \mathbb{I}_3 & \mathbb{O}_3 & \mathbb{O}_3 \\ \mathbb{O}_3 & \mathbb{I}_3 & \mathbb{O}_3 \\ \mathbb{O}_3 & \mathbb{O}_3 & \mathbb{I}_3 \end{bmatrix} \qquad \text{----- (2.3.38)}$$

ここに，

$$\mathbb{I}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{O}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{I}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{O}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \text{----(2.3.39 ~ 42)}$$

同様に Δf_I と $\Delta f_I'$ の間には，

$$\Delta f_I = B_r^T \cdot \Delta f_I' \qquad \text{----- (2.3.43)}$$

式(2.3.37)，(2.3.43)を式(2.3.32)に代入すると，

$$\Delta f_I = k_I \cdot \Delta d_I \qquad \text{-----(2.3.44)}$$

ここに，

$$k_I = B_r^T \cdot k_I' \cdot B_r \qquad \text{-----(2.3.45)}$$

式(2.3.45)の計算をコンピューターで直接行うと非常に掛け算回数が多くなり計算の無駄になる。従って，実際には，コンピュータの中で行と列をうまく並び代えることによりkIマトリックスを作成するのが望ましい。

全体座標系における節点力増分ベクトルをΔf_{gI}，節点変位増分ベクトルをΔd_{gI}とすると，これらのベクトルと局所座標系に関するΔf_I及びΔd_Iの間にはそれぞれ以下の関係式が成立する。

$$\Delta d_I = L_I \cdot \Delta d_{gI} \qquad \text{------(2.3.46)}$$

$$\Delta f_{gI} = L_I^T \cdot \Delta f_I \qquad \text{-----(2.3.47)}$$

ここに，L_Iは式(2.3.191)で示す座標変換マトリックスであり，その誘導の詳細は，2.3.2(1)で述べる。

式(2.3.46)，(2.3.47)を式(2.3.44)に代入すると，

$$\Delta f_{gI} = k_{gI} \cdot \Delta d_{gI} \qquad \text{-----(2.3.48)}$$

ここに，

$$k_{gI} = L_I^T \cdot k_I \cdot L_I \qquad \text{-----(2.3.49)}$$

全要素について，式(2.3.49)を集成すると，

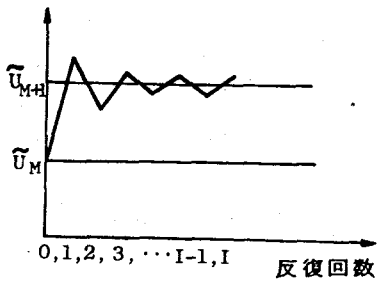
$$\Delta \bar{F}_{rI} = K_I \cdot \Delta U_I \qquad \text{-----(2.3.50)}$$

ここに，K_Iは，全構造系の接線剛性マトリックスである。この連立方程式を解くことにより，式(2.3.130)で求まる不つり合いカベクトル$\Delta \bar{F}_{rI}$に対する変位増分ベクトルΔU_Iが求められる。

ただし，本解析法では，式(2.3.31)の仮定を用いているため，板のたわみが大きくなると，図-2.3.7に示すように振動して，たまには，真値U_{M+1}

に収束しない場合がある。この場合，次式により変位増分ベクトルΔU_{I+1}を考慮することによりうまく収束させることが出来る。

$$\Delta U_{I+1} = \frac{1}{2}\{\Delta U_I + \Delta U_{I-1}\} \quad \cdots\cdots (2.3.51)$$



図－2.3.7　収束しない反復計算

（３）剛体変位の除去

全体座標系（X，Y，Z）における単位ベクトルをE_1，E_2，E_3，変形前の局所座標系（x^*，y^*，z^*）における単位ベクトルをe_1^*，e_2^*，e_3^*とし，変形後の局所座標系（x，y，z）における単位ベクトルをe_1，e_2，e_3とする。そして，

$$E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}, \quad e^* = \begin{bmatrix} e_1^* \\ e_2^* \\ e_3^* \end{bmatrix}, \quad e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (2.3.52 \sim 54)$$

と置くと，次のような関係が存在する。

$$e = \lambda \cdot E, \quad e^* = \lambda^* \cdot E \quad \cdots\cdots (2.3.55, 56)$$

ここに，λ，λ^*は，変形後並びに変形前の局所座標系と全体座標系の間の座標変換マトリックスであり，それぞれ，

$$\lambda = \begin{bmatrix} a_{xX} & a_{xY} & a_{xZ} \\ a_{yX} & a_{yY} & a_{yZ} \\ a_{zX} & a_{zY} & a_{zZ} \end{bmatrix}, \quad \lambda^* = \begin{bmatrix} a_{x^*X} & a_{x^*Y} & a_{x^*Z} \\ a_{y^*X} & a_{y^*Y} & a_{y^*Z} \\ a_{z^*X} & a_{z^*Y} & a_{z^*Z} \end{bmatrix} \cdots (2.3.57, 58)$$

ここに，a_{xX} ……は，x軸とX軸の方向余弦。他も同様。

λ，λ^*の誘導については，2.3.2（１）で述べる。

図－2.3.5に示すように，変形前の要素内の中央面上の任意点をR，その点の変形後の位置をR'とする。又，変形後の要素の節点i'j'k'を含む平面内に変形後の要素を，i点とi'点が等しく，辺ijが直線ij'に一致するように載せた時のR点の位置をR''とする。全変位$\overrightarrow{RR'}$のうち，$\overrightarrow{RR''}$が要素の剛体変位を意味し，$\overrightarrow{R''R'}$が要素の変形による正味の変位を意味する。更に点Rから点R'へ変形する時の変位を全体座標系で表わして，U（U，V，W）と

置き，点R″から点R′への変位は，全体座標系及び局所座標系で，それぞれ，$\overline{U}(\overline{U}, \overline{V}, \overline{W})$及び$\overline{u}(u, v, w)$と置く。又，iからi′への変位を全体座標系で$\overline{U}_i(U_i, V_i, W_i)$とする。

$$r = \overrightarrow{iR} \quad , \quad r'' = \overrightarrow{i'R''} \qquad \text{----(2.3.59, 60)}$$

を局所座標系で表すと，次式が成立する。

$$r = r'' \qquad \text{----(2.3.61)}$$

図-2.3.5(a)からわかるように，ベクトル$\overrightarrow{iR'}$は，次のように表される。

$$\overrightarrow{iR'} = \overrightarrow{iR} + \overrightarrow{RR'} = \overrightarrow{ii'} + \overrightarrow{i'R''} + \overrightarrow{R''R'} \qquad \text{----(2.3.62)}$$

式(2.3.55)，(2.3.56)を用いて，$P = \overrightarrow{iR'}$として，ベクトル表示すれば，

$$\begin{aligned} P &= r^T \cdot \lambda^* \cdot E + \overline{U}^T \cdot E \\ &= \overline{U}_i^T \cdot E + r''^T \cdot \lambda \cdot E + u^T \cdot \lambda \cdot E \end{aligned} \qquad \text{----(2.3.63)}$$

又，

$$\overline{u} = \lambda \cdot \overline{U} \qquad \text{----(2.3.64)}$$

ここで，式(2.3.61)，(2.3.63)及び(2.3.64)より，

$$\overline{U} = \lambda^{*T} \cdot r - \lambda^T \cdot r + \overline{U} - \overline{U}_i \qquad \text{----(2.3.65)}$$

式(2.3.65)を式(2.3.64)に代入して得られた$\overline{u}$が局所座標系で表した剛体変位を除去した正味の変位を意味する。以上でx方向，y方向及びz方向の変位が求められることになる。次に，図-2.3.5(b)に示すように，x軸回り，y軸回りのたわみ角を求める。

全体座標系でのたわみ角をθ_x，θ_yとすると，

$$\left.\begin{aligned} \theta_Y \fallingdotseq \tan\theta_Y &= \frac{\partial(W_0 + W)}{\partial X} = \theta_{Y0} + \frac{\partial W}{\partial X} \\ \theta_X \fallingdotseq \tan\theta_X &= -\frac{\partial(W_0 + W)}{\partial Y} = \theta_{X0} - \frac{\partial W}{\partial Y} \end{aligned}\right\} \qquad \text{----(2.3.66, 67)}$$

ここに，W_0；要素内の初期たわみ。θ_{x0}，θ_{y0}；要素内の初期たわみ角で要素内で一定と仮定する。又，変形後の局所座標軸回りのたわみ角をθ_x，

θ_y とすると，

$$\left.\begin{aligned}\theta_x &= -\tan^{-1}\partial w/\partial y \fallingdotseq -\partial w/\partial y \\ \theta_y &= \tan^{-1}\partial w/\partial x \fallingdotseq \partial w/\partial x\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(2.3.68, 69)$$

今，局所座標系における要素内の任意点の変位 (u, v, w) は，微小変形理論に基づく平面応力問題及び平板曲げ問題として取扱う。図－2.3.5に示す局所座標 (x^*, y^*) で表すと，

$$\left.\begin{aligned}u &= u(x^*, y^*) \\ v &= v(x^*, y^*) \\ w &= w(x^*, y^*)\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(2.3.70)$$

ここで，面内の変位関数に次の1次形を用いる。

$$\left.\begin{aligned}u &= \alpha_1 + \alpha_2 x^* + \alpha_3 y^* \\ v &= \alpha_4 + \alpha_5 x^* + \alpha_6 y^*\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(2.3.71)$$

一方，式(2.3.64)において，Z軸方向の変位 w のみに注目すれば，ベクトル $\bar{r}''$ は，XY平面上にあるから，

$$[\,a_{zX} \quad a_{zY} \quad a_{zZ}\,] \cdot \lambda^T \cdot \bar{r}'' = 0 \quad \cdots\cdots(2.3.72)$$

となる。従って，表－2.3.1に示すような各点の座標を用いて，

$$w = [\,a_{zX} \quad a_{zY} \quad a_{zZ}\,] \cdot \begin{bmatrix} X - X_i - U_i \\ Y - Y_i - V_i \\ a_{x^*Z} \cdot x^* + a_{y^*Z} \cdot y^* + W - W_i \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(2.3.73)$$

となる。又，たわみ角は，

$$\begin{Bmatrix} \partial w/\partial x \\ \partial w/\partial y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial X/\partial x & \partial Y/\partial x \\ \partial X/\partial y & \partial Y/\partial y \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \partial w/\partial X \\ \partial w/\partial Y \end{Bmatrix} \quad \cdots\cdots(2.3.74)$$

表－2.3.1　変位

点・変位 ＼ 座標	(X, Y, Z)	(x^*, y^*, z^*)	(x, y, z)
点 R'	$R'(X, Y, Z)$		$r'(x, y, Z)$
点 R		$r(x^*, y^*, 0)$	
点 R^*			$r^*(x^*, y^*, 0)$
点 i	$R_i(X_i, Y_i, Z_i)$		
変位 $R \to R'$	$U(U, V, W)$		
変位 $R^* \to R'$	$\bar{U}(\bar{U}, \bar{V}, \bar{W})$		$\bar{u}(u, v, w)$
変位 $i \to i'(i^*)$	$U_i(U_i, V_i, W_i)$		

である。 式(2.3.73)より,

$$\frac{\partial W}{\partial x} = (a_{zX} + a_{zZ}\cdot\frac{\partial W}{\partial X})\cdot\frac{\partial X}{\partial x} + (a_{zY} + a_{zZ}\cdot\frac{\partial W}{\partial Y})\cdot\frac{\partial Y}{\partial x}$$

$$+ a_{x^*Z}\cdot a_{zZ}\cdot\frac{\partial x^*}{\partial x} + a_{y^*Z}\cdot a_{zZ}\cdot\frac{\partial y^*}{\partial x} \quad \text{----(2.3.75)}$$

$$\frac{\partial W}{\partial y} = (a_{zX} + a_{zZ}\cdot\frac{\partial W}{\partial X})\cdot\frac{\partial X}{\partial y} + (a_{zY} + a_{zZ}\cdot\frac{\partial W}{\partial Y})\frac{\partial Y}{\partial y}$$

$$a_{x^*Z}\cdot a_{zZ}\cdot\frac{\partial x^*}{\partial y} + a_{y^*Z}\cdot a_{zZ}\cdot\frac{\partial y^*}{\partial y} \quad \text{----(2.3.76)}$$

又,

$$\overrightarrow{OR'} = \overrightarrow{Oi} + \overrightarrow{ii'} + \overrightarrow{i'R''} + \overrightarrow{R''R'} \quad \text{----(2.3.77)}$$

であるので,

$$X = X_i + U_i + a_{xx}\cdot(x^*+u) + a_{yx}\cdot(y^*+v) + a_{zx}\cdot w \quad \text{----(2.3.78)}$$

$$Y = Y_i + V_i + a_{xY}\cdot(x^*+u) + a_{yY}(y^*+v) + a_{zY}\cdot w \quad \text{----(2.3.79)}$$

従って,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial X}{\partial x} \\ \frac{\partial X}{\partial y} \\ \frac{\partial Y}{\partial x} \\ \frac{\partial Y}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{a}_1 & 0 & \mathcal{a}_1' & 0 \\ 0 & \mathcal{a}_1 & 0 & \mathcal{a}_1' \\ \mathcal{a}_2 & 0 & \mathcal{a}_2' & 0 \\ 0 & \mathcal{a}_2 & 0 & \mathcal{a}_2' \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathcal{x}_x^* \\ \mathcal{x}_y^* \\ w_x \\ w_y \end{Bmatrix} \quad \text{----(2.3.80)}$$

ここで

$$\mathcal{a}_1 = [\, a_{xx} \;\; a_{yx} \,] \quad \text{-----(2.3.81)}$$

$$\mathcal{a}_1' = [\, a_{xx} \;\; a_{yx} \;\; a_{zx} \,] \quad \text{----(2.3.82)}$$

$$\mathcal{a}_2 = [\, a_{xY} \;\; a_{yY} \,] \quad \text{----(2.3.83)}$$

$$\mathcal{a}_2' = [\, a_{xY} \;\; a_{yY} \;\; a_{zY} \,] \quad \text{-----(2.3.84)}$$

$$\mathcal{x}_x^* = \left\{ \frac{\partial x^*}{\partial x} \;,\; \frac{\partial y^*}{\partial x} \right\} \quad \text{-----(2.3.85)}$$

$$\mathcal{x}_y^* = \left\{ \frac{\partial x^*}{\partial y} \;,\; \frac{\partial y^*}{\partial y} \right\} \quad \text{-----(2.3.86)}$$

$$w_x = \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} ; \frac{\partial v}{\partial x} ; \frac{\partial w}{\partial x} \right\} \qquad (2.3.87)$$

$$w_y = \left\{ \frac{\partial u}{\partial y} ; \frac{\partial v}{\partial y} ; \frac{\partial w}{\partial y} \right\} \qquad (2.3.88)$$

又，

$$\left\{ \begin{array}{c} u_x \\ \hline u_y \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ \hline \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc|cc} \frac{\partial x^*}{\partial x} & 0 & \frac{\partial y^*}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial x^*}{\partial x} & 0 & \frac{\partial y^*}{\partial x} \\ \hline \frac{\partial x^*}{\partial y} & 0 & \frac{\partial y^*}{\partial y} & 0 \\ 0 & \frac{\partial x^*}{\partial y} & 0 & \frac{\partial y^*}{\partial y} \end{array} \right] \cdot \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial u}{\partial x^*} \\ \frac{\partial v}{\partial x^*} \\ \hline \frac{\partial u}{\partial y^*} \\ \frac{\partial v}{\partial y^*} \end{array} \right\} \qquad (2.3.89)$$

式(2.3.75)(2.3.76)に式(2.3.80)，更に式(2.3.89)を代入し，$\partial w/\partial x$，$\partial w/\partial y$ について解くと，

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{1}{W_{xY}} \cdot \{ W_x \cdot (a_1 \cdot x_x^* + a_1' \cdot u_x) + W_Y \cdot (a_2 \cdot x_x^* + a_2' \cdot u_x) + a_{zZ} \cdot a_3^* \cdot x_x^* \} \qquad (2.3.90)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{W_{xY}} \cdot \{ W_x \cdot (a_1 \cdot x_y^* + a_1' \cdot u_y) + W_Y \cdot (a_2 \cdot x_y^* + a_2' \cdot u_y) + a_{zZ} \cdot a_3^* \cdot x_y^* \} \qquad (2.3.91)$$

ここで

$$W_{xY} = 1 - a_{zX} \cdot W_x - a_{zY} \cdot W_Y$$

$$W_x = a_{zX} + a_{zZ} \cdot \partial w/\partial X \ , \quad W_Y = a_{zY} + a_{zZ} \cdot \partial w/\partial Y$$

$$a_3^* = [\, a_{xZ}^* \quad a_{yZ}^* \,] \qquad (2.3.92 \sim 95)$$

ところで，R点の座標$(x^* \ y^*)$とR'点の座標$(x \ y)$の間には次の関係がある。

$$x = x^* + u \quad , \quad y = y^* + u \qquad (2.3.96, 97)$$

上式より，

$$\left[\begin{array}{cc} \frac{\partial x}{\partial x} & \frac{\partial x}{\partial y} \\ \frac{\partial y}{\partial x} & \frac{\partial y}{\partial y} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} 1+\frac{\partial u}{\partial x^*} & \frac{\partial u}{\partial y^*} \\ \frac{\partial v}{\partial x^*} & 1+\frac{\partial v}{\partial y^*} \end{array} \right] \cdot [\, x_x^* \quad x_y^* \,] \qquad (2.3.98)$$

この式より，

$$\mathcal{X}_x^* = \frac{1}{S^*}\begin{bmatrix} 1+\dfrac{\partial v}{\partial y^*} \\ -\dfrac{\partial v}{\partial x^*} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{X}_y^* = \frac{1}{S^*}\begin{bmatrix} -\dfrac{\partial u}{\partial y^*} \\ 1+\dfrac{\partial u}{\partial x^*} \end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots (2.3.99, 100)$$

ここに，

$$S^* = (1+\partial u/\partial x^*)\cdot(1+\partial v/\partial y^*) - \partial v/\partial x^* \cdot \partial u/\partial y^* \quad \cdots (2.3.101)$$

又，式(2.3.71)より，

$$\left\{ \frac{\partial u}{\partial x^*};\ \frac{\partial u}{\partial y^*};\ \frac{\partial v}{\partial x^*};\ \frac{\partial v}{\partial y^*} \right\} = \{ \alpha_2;\ \alpha_3;\ \alpha_5;\ \alpha_6 \} \qquad \cdots\cdots (2.3.102)$$

式(2.3.102)を式(2.3.99)(2.3.100)及び(2.3.89)に代入して，$\mathcal{X}_x^*$，$\mathcal{X}_y^*$，$\mathcal{U}x$，$\mathcal{U}y$を求め，これらを式(2.3.90)，(2.3.91)に代入すると，$(\partial w/\partial x,\ \partial w/\partial y)$と$(\partial \varpi/\partial x,\ \partial \varpi/\partial y)$の関係式が求まる。

すなわち，式(2.3.50)を解き，$\Delta \mathbb{U}_I$が求まると，$\mathbb{U}_{I+1}$ $(=\mathbb{U}_I + \Delta \mathbb{U}_I)$が求まり，更に，任意要素の全体座標系による節点変位ベクトル$dg,_{I+1}$が求まる。

そして，この$dg,_{I+1}$を式(2.3.64)及び式(2.3.90)，(2.3.91)に代入すると，剛体変位を除去した局所座標系における変位ベクトル$\overline{\mathcal{U}}_{I+1}$が求まる。

$$\overline{\mathcal{U}}_{I+1} = \{ u_i;\ v_i;\ u_j;\ v_j;\ u_k;\ v_k;\ w_i;\ \theta_{xi};\ \theta_{yi};$$
$$w_j;\ \theta_{xj};\ \theta_{yj};\ w_k;\ \theta_{xk};\ \theta_{yk} \} \qquad \cdots\cdots (2.3.103)$$

ここで，

$$u_i = v_i = v_j = w_i = w_j = w_k = 0 \qquad \cdots\cdots (2.3.104)$$

が成立する。

更に，式(2.3.71)の$\alpha = \{\alpha_1;\ \alpha_2;\ \alpha_3;\ \alpha_4;\ \alpha_5;\ \alpha_6\}$は以下のように求まる。[22)]

$$\alpha = \mathbb{C}^{-1} \cdot \overline{\mathcal{U}}_{s,I+1} \qquad \cdots\cdots (2.3.105)$$

ここに，

$$\overline{\mathcal{U}}_{s,I+1} = \{ u_i;\ v_i;\ u_j;\ v_j;\ u_k;\ v_k \} \quad \cdots (2.3.106)$$

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 1 & x_i^* & y_i^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_i^* & y_i^* \\ 1 & x_j^* & y_j^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_j^* & y_j^* \\ 1 & x_k^* & y_k^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_k^* & y_k^* \end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots (2.3.107)$$

更に，

$$\mathbb{C}^{-1} = \frac{1}{2A}\begin{bmatrix} x_j^* \cdot y_k^* - x_k^* \cdot y_j^* & 0 & x_k^* \cdot y_i^* - x_i^* \cdot y_k^* & 0 & x_i^* \cdot y_j^* - x_j^* \cdot y_i^* & 0 \\ y_j^* - y_k^* & 0 & y_k^* - y_i^* & 0 & y_i^* - y_j^* & 0 \\ x_k^* - x_j^* & 0 & x_i^* - x_k^* & 0 & x_j^* - x_i^* & 0 \\ 0 & x_j^* \cdot y_k^* - x_k^* \cdot y_j^* & 0 & x_k^* \cdot y_i^* - x_i^* \cdot y_k^* & 0 & x_i^* \cdot y_j^* - x_j^* \cdot y_i^* \\ 0 & y_j^* - y_k^* & 0 & y_k^* - y_i^* & 0 & y_i^* - y_j^* \\ 0 & x_k^* - x_j^* & 0 & x_i^* - x_k^* & 0 & x_j^* - x_i^* \end{bmatrix}$$

$$\cdots\cdots (2.3.108)$$

（4）不つり合いカベクトル $\triangle \overline{F}_{rI}$ の算定

図-2.3.4に示すように，平衡状態Mから I 回反復後の変形状態Iにおける任意要素の応力度ベクトル，ひずみベクトル及び平衡状態Mからの応力度増分ベクトル，ひずみ増分ベクトルを，それぞれ σ_I, ε_I 及び $\triangle\sigma_M$, $\triangle\varepsilon_M$ と置く。 すると，

$$\sigma_I = \sigma_M + \triangle\sigma_M \qquad \cdots\cdots (2.3.109)$$

$$\varepsilon_I = \varepsilon_M + \triangle\varepsilon_M \qquad \cdots\cdots (2.3.110)$$

更に，式(2.3.18)を用いて

$$\sigma_I = \sigma_M + \mathbb{D}_M \cdot \triangle\varepsilon_M \qquad \cdots\cdots (2.3.111)$$

ここに，剛度マトリックス $\mathbb{D}_M$ は，

$$\mathbb{D}_M = \begin{cases} \mathbb{D}e & (\text{弾性，ひずみの反転}) \\ \alpha \cdot \mathbb{D}e + (1-\alpha)\mathbb{D}ep & (\text{弾性} \longrightarrow \text{塑性}) \\ \mathbb{D}ep & (\text{塑性}) \end{cases} \qquad (2.3.112)$$

変形状態Mでは，弾性状態であったが，変形状態 I では塑性状態に移行する有限要素では，その間のひずみ増分を弾性領域と塑性領域とで分離して取り扱う。 ここで，

$$\alpha = \frac{\text{降伏に至るひずみ増分}}{\text{全ひずみ増分}}$$

このαを与える式を具体的に，既に，式(2.2.46)で示している。
式(2.2.103)より与えられる剛体変位を除去した正味の変位増分ベクトルを$\Delta\bar{u}_M$ ($=\bar{u}_I-\bar{u}_M$)とすると，この変位に対しては微小変形理論が適用出来ると考えられるので，

$$\Delta\varepsilon_M=\varepsilon_I-\varepsilon_M=A\cdot B_r\cdot\Delta\bar{u}_M \quad \text{----(2.3.113)}$$

ここに，

$$A=[\,B_u \quad -z\cdot A_\phi\,] \quad \text{----(2.3.114)}$$

仮想変位の原理により，仮想変位$\delta\tilde{u}$に対して次式が成り立つ。

$$\int_V \delta\tilde{\varepsilon}^T\cdot\sigma_I\,dV=\delta\tilde{u}^T\cdot f_I' \quad \text{----(2.3.115)}$$

式(2.3.111)，(2.3.113)を式(2.3.115)に代入し，任意の仮想変位$\delta\tilde{u}$に対して，式(2.3.115)が成立するためには，

$$f_I=f_M+k_M\cdot\Delta\bar{u}_M \quad \text{----(2.3.116)}$$

ここで，

$$f_M=B_r^T\cdot\int_V A^T\cdot\sigma_M\,dV \quad \text{----(2.3.117)}$$

$$\begin{aligned}k_M&=B_r^T\int_V A^T\cdot D_M\cdot A\,dV\cdot B_r\\&=B_r^T\cdot\begin{bmatrix}\int_V B_u^T\cdot D_M\cdot B_u\,dV & -\int_V z\,B_u^T\cdot D_M\cdot A_\phi\,dV\\ -\int_V z\cdot A_\phi^T\cdot D_M\cdot B_u\,dV & \int_V z^2 A_\phi^T\cdot D_M\cdot A_\phi\,dV\end{bmatrix}\cdot B_r\end{aligned} \quad \text{---(2.3.118)}$$

式(2.3.116)より，各要素の節点力の増分量Δf_Mは，

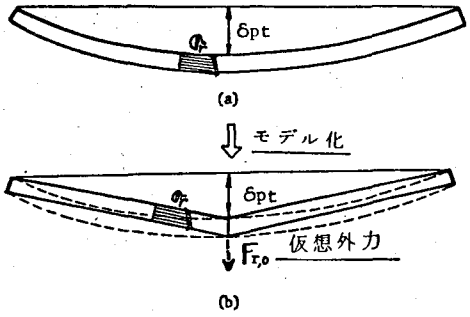
$$\Delta f_M=k_M\cdot\Delta\bar{u}_M \quad \text{----(2.3.119)}$$

このΔf_Mを平衡状態Mでの真の節点力f_Mに加え，変形状態Iにおける節点力f_Iを求め，全体座標系へ変換し，全要素について集成すると，変形状態Iにおける真の節点力$\bar{F}_I$を得る。式(2.3.8)で示すように，外力ベクトルF_{M+1}との差が不つり合い力ベクトル$\Delta\bar{F}_{rI}$にほかならない。

(5)残留応力の導入 (仮想外力法)

図-2.3.8に示すように初期たわみδ_{pt}，残留応力σ_rを有する板につい

て考える。この板はこの状態で自己平衡状態にある。今，この板を図-2.3.8(b)のように平面三角形要素から成る折板構造で近似する。変形後の状態Mにおける任意要素の応力ベクトル σ_M を残留応力ベクトル σ_r と変形による応力ベクトル σ_{uM} とに分けると，



図－2.3.8 残留応力の取り扱い

$$\sigma_M = \sigma_r + \sigma_{uM} \quad \text{----(2.3.120)}$$

すると，式(2.3.116)は次のようになる。

$$f_I = f_r + f_{uM} + k_M \cdot \Delta \bar{u}_M \quad \text{------(2.3.121)}$$

ここで，

$$f_r = B_r^T \cdot \int_V A^T \cdot \sigma_r \, dV \quad \text{------(2.3.122)}$$

$$f_{uM} = B_r^T \cdot \int_V A^T \cdot \sigma_{uM} \, dV \quad \text{-----(2.3.123)}$$

式(2.3.121)を全体座標系へと変換し，全要素について集成すると，真の節点力ベクトル $\bar{F}_I$ は，

$$\bar{F}_I = \bar{F}_{r,I} + \bar{F}_{uM,I} + K_M \cdot \Delta \bar{U}_M \quad \text{-----(2.3.124)}$$

ここで

$$\bar{F}_{r,I} = \Sigma L_I^T \cdot f_r \quad \text{------(2.3.125)}$$

$$F_{uM,I} = \Sigma L_I^T \cdot f_r \quad \text{------(2.3.126)}$$

$$K_M = \Sigma L_I^T \cdot k_M \cdot L_I \quad \text{-----(2.3.127)}$$

L_I ：座標変換マトリックス

外力を作用させる前の状態においては，式(2.3.124)の $\bar{F}_I$ は，

$$\bar{F}_I = \bar{F}_{r,0} = \Sigma L_0^T \cdot f_r \quad \text{-----(2.3.128)}$$

この式を式(2.3.8)に代入すると，この時，外力ベクトル F_{M+1} は0であるから，不つり合いカベクトル $\Delta \bar{F}_{r0}$ は

$$\Delta \bar{F}_{r0} = -\bar{F}_{r,0} \quad \text{-----(2.3.129)}$$

残留応力による不つり合いカベクトル $\bar{F}_{r,0}$ はゼロベクトルでなければいけないが，図2.3.8に示す離散モデルの計算においては，以下のような2つの理由で，$\bar{F}_{r,0}$ はゼロベクトルではなくなる。 すなわち，第1の理由は，曲面板を平面三角形要素の集合体である折板構造により近似したことである。次に，初期たわみと残留応力が共存する板では，残留応力が板厚方向にも変化し，残留応力による曲げモーメントとせん断力が必ず存在する。 ところが，簡単のため，解析において板厚方向の残留応力分布が一定であると仮定すると，残留応力による曲げモーメントとせん断力が消えてしまい，このモデル化した板にはこのために不つり合いカが発生することになる。
これらの原因で生じる不つり合いカベクトル $\bar{F}_{r,0}$ を相殺し，つり合い状態を保つために必要な処置として，逆方向の仮想の外力ベクトル $-\bar{F}_{r,0}$ を作用させることにした。 この手法（仮想外力法（pseudo force method）と名付ける）を開発することにより，初期状態を決めるための不必要な反復計算を行うことがなくなり，残留応力の取り扱いが極めて簡単になった。
従って，残留応力が存在する場合の不つり合いカベクトルは，

$$\Delta \bar{F}_{rI} = \bar{F}_{M+1} + \bar{F}_{r,0} - \bar{F}_{I} \qquad \text{-----(2.3.130)}$$

となり，初期状態においては不つり合いカが0となり，自己平衡条件を満足する。

（6）変位関数

変位関数として次のものを用いる。

$$\left.\begin{aligned} \text{面内変位増分}: \quad \Delta u &= \alpha_1 + \alpha_2 \cdot x + \alpha_3 \cdot y \\ \Delta v &= \alpha_4 + \alpha_5 \cdot x + \alpha_6 \cdot y \end{aligned}\right\} \qquad \text{-----(2.3.131)}$$

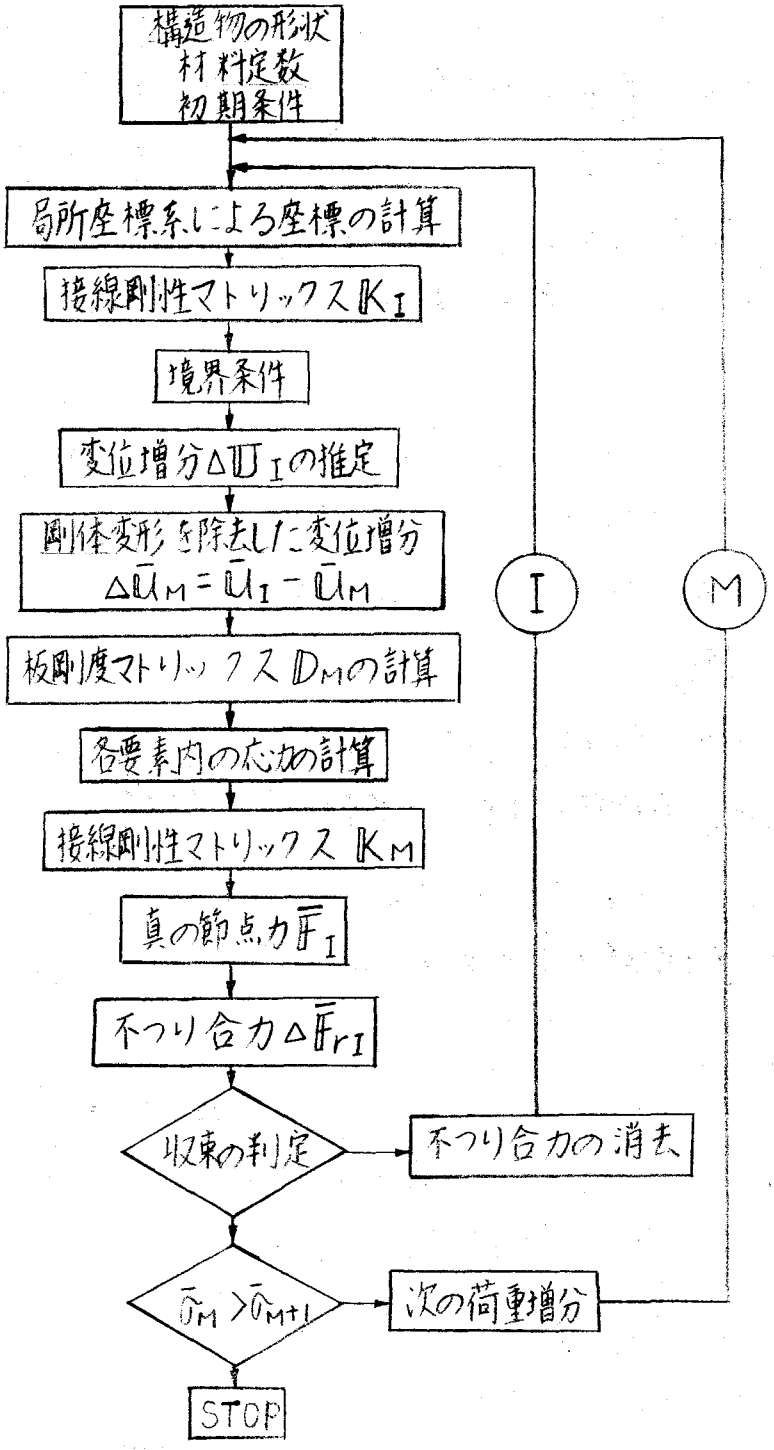
$$\begin{aligned} \text{面外変位増分}: \quad \Delta w = {} & \alpha_{b1} + \alpha_{b2} \cdot L_1 + \alpha_{b3} \cdot L_2 + \alpha_{b4} \cdot L_1 \cdot L_2 \\ & + \alpha_{b5} \cdot L_2 \cdot L_3 + \alpha_{b6} \cdot L_3 \cdot L_1 + \alpha_{b7} \cdot (L_1 \cdot L_2^2 - L_2 L_1^2) \\ & + \alpha_{b8} (L_2 \cdot L_3^2 - L_3 \cdot L_2^2) + \alpha_{b9} \cdot (L_3 L_1^2 - L_1 \cdot L_3^2) \end{aligned}$$

$$\text{-----(2.3.132)}$$

ここで、L_1, L_2, L_3 は面積座標を表す。

（7）解析法のフローチャート

本解析法のフローチャートを図－2.3.9に示す。

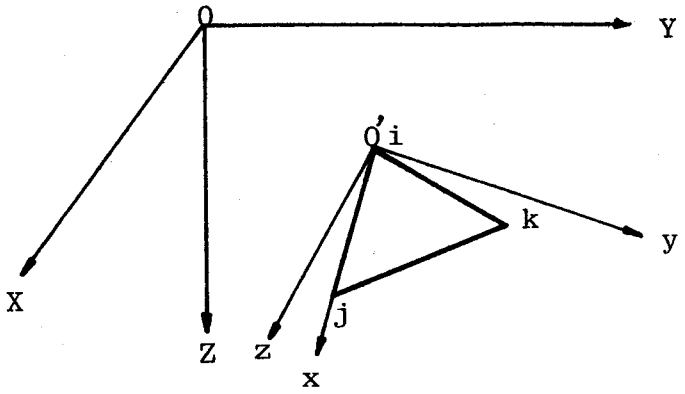


図－2.3.9　フローチャート

2、3、2　各種マトリックスの誘導

(1)座標変換マトリックス L_E

図-2.3.10に示すように，三角形要素のi点を座標の原点に，j点がx軸上に，K点がx-y平面上に来るように要素座標系(x，y，z)を定める。全体座標系(X，Y，Z)で表した3角形要素の各節点の座標を以下のように表す。



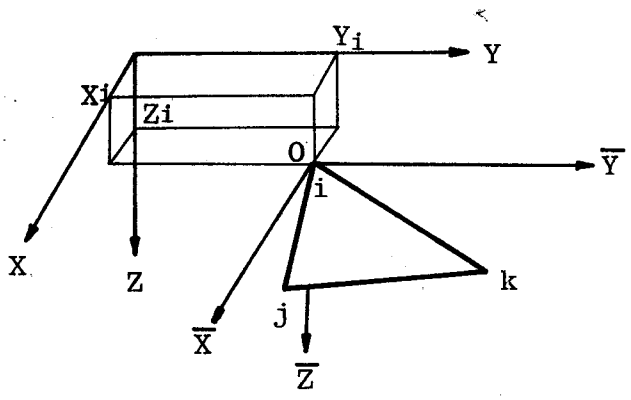
図－2.3.10　要素座標の定義

$i(X_i, Y_i, Z_i)$，$j(X_j, Y_j, Z_j)$，$K(X_k, Y_k, Z_k)$

以下，(X,Y,Z)座標を4段階に分けて座標変換を行い，(x,y,z)座標と一致させることにより座標変換マトリックス L_E を誘導する。

a．第1段階

まず，図-2.3.11に示すように，全体座標系を平行移動して，座標の原点がi点と一致するように$(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$座標系を定義する。



図－2.3.11　$(\bar{X},\bar{Y},\bar{Z})$ 座標
（座標変換第1段階）

すると，

$$\bar{X}_i = \bar{Y}_i = \bar{Z}_i = 0$$

$$\bar{X}_j = X_j - X_i,\quad \bar{Y}_j = Y_j - Y_i$$

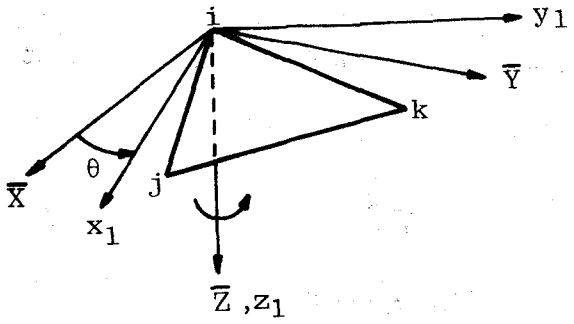
$$\bar{Z}_j = Z_j - Z_i,\quad \bar{X}_k = X_k - X_i$$

$$\bar{Y}_k = Y_k - Y_i,\quad \bar{Z}_k = Z_k - Z_i \qquad \cdots\cdots (2.3.133 \sim 139)$$

b．第2段階

次に，図-2.3.12に示すようにj点の$\bar{y}$座標が0になるように，$(\bar{X},\bar{Y},\bar{Z})$

座標を z_1 (Z_1) 軸回りに角 θ だけ回転し，(x_1, y_1, z_1) 座標を定める。ただし，図-2.3.12に示すように，右ねじの法則に従って，z軸を原点の方向にねじる場合をθの正方向とする。すると，



図－2.3.12 (x_1,y_1,z_1) 座標
(座標変換第2段階)

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} \quad \text{----(2.3.140)}$$

ここに

$$\cos\theta = \frac{X_{ij}}{x_{1ij}} \quad , \quad \sin\theta = \frac{Y_{ij}}{x_{1ij}} \quad \text{----(2.3.141,142)}$$

又，各節点の座標は

$$x_{1i} = y_{1i} = z_{1i} = 0$$

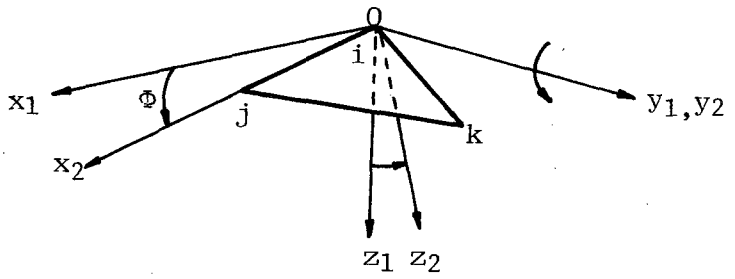
$$x_{1ij} = \sqrt{X_{ij}^2 + Y_{ij}^2} \quad , \quad y_{1ij} = 0 \quad , \quad z_{1ij} = Z_{ij}$$

$$x_{1ik} = \frac{X_{ij} \cdot X_{ik} + Y_{ij} \cdot Y_{ik}}{x_{1ij}} \quad , \quad y_{1ik} = \frac{X_{ij} \cdot Y_{ik} - X_{ik} \cdot Y_{ij}}{x_{1ij}} \quad , \quad z_{1ik} = Z_{ik}$$

----(2.3.143～141)

C．第3段階

次に，図-2.3.13に示すように，j点がx_2軸上に来るように(x_1, y_1, z_1)座標をy_1(y_2)軸回りに角ϕだけ回転し，(x_2, y_2, z_2)座標を定める。ただし，図-2.3.13に示すように，右ねじの法則に従って，y_1軸を原点に向ってねじる場合をϕの正方向とする。すると，



図－2.3.13 (x_2,y_2,z_2) 座標
(座標変換第3段階)

$$\begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{Bmatrix} \qquad \text{----(2.3.150)}$$

ここで

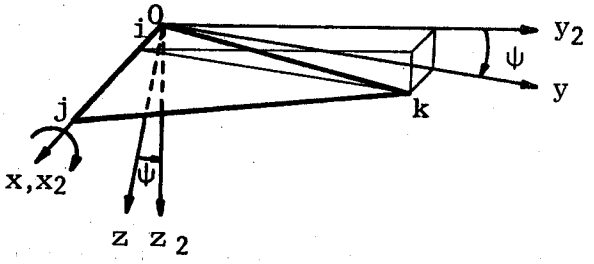
$$\cos\phi = \frac{x_{1j}}{x_{2j}}, \quad \sin\phi = \frac{z_{1j}}{z_{2j}} \qquad \text{----(2.3.151, 152)}$$

各要素の節点iの座標は，

$$\left.\begin{aligned} & x_{2i} = y_{2i} = z_{2i} = 0 \\ & x_{2j} = \sqrt{x_{1j}^2 + z_{1j}^2}, \quad y_{2j} = 0, \quad z_{2j} = 0 \\ & x_{2k} = \frac{x_{1j}\cdot x_{1k} + z_{1j}\cdot z_{1k}}{x_{2j}}, \quad y_{2k} = y_{1k}, \quad z_{2k} = \frac{x_{1j}\cdot z_{1k} - x_{1k}\cdot z_{1j}}{x_{2j}} \end{aligned}\right\} \text{---(2.3.153 ~ 159)}$$

d．第4段階

次に，図-2.3.14に示すようにK点がx-y平面上に来るように(x_2, y_2, z_2)座標をx(x_2)軸回りに角ψだけ回転し，(x, y, z)座標と一致させる。ただし，右ねじの法則に従って，x軸を原点に向ってねじる場合をψの正方向とする。



図－2.3.14 (x ,y ,z) 座標

すると，

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & \sin\psi \\ 0 & -\sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{Bmatrix} \qquad \text{----(2.3.160)}$$

ここに，

$$\cos\psi = \frac{y_{2k}}{y_k}, \quad \sin\psi = \frac{z_{2k}}{y_k} \qquad \text{----(2.3.161, 162)}$$

又，各節点の座標は，

$$\left.\begin{aligned} & x_i = y_i = z_i = 0 \\ & x_j = x_{2j}, \quad y_j = 0, \quad z_j = 0 \\ & x_k = x_{2k}, \quad y_k = \sqrt{y_{2k}^2 + z_{2k}^2}, \quad z_k = 0 \end{aligned}\right\} \text{-----(2.3.163 ~ 169)}$$

式(2.3.160), (2.3.150), (2.3.140)より

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & \sin\psi \\ 0 & -\sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{Bmatrix} \quad \cdots\cdots (2.3.170)$$

上式に, 式(2.3.141), (2.3.142), (2.3.151), (2.3.152), (2.3.161), (2.3.162) を代入し, マトリックスの掛け算を実行すると,

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xY} & a_{xZ} \\ a_{yx} & a_{yY} & a_{YZ} \\ a_{zx} & a_{zY} & a_{zZ} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{Bmatrix} \quad (2.3.171)$$

マトリックス表示すると,

$$x = \lambda \cdot \bar{x} \quad (2.3.172)$$

ここに,

$$a_{xx} = (X_j - X_i)/L, \quad a_{xY} = (Y_j - Y_i)/L, \quad a_{xZ} = (Z_j - Z_i)/L$$

$$a_{yx} = -(a_{xx}/A\theta)\cdot a_{xY}\cdot(Y_{\phi k}/L\psi) - (a_{xZ}/A\theta)\cdot(Z_{\phi k}/L\psi)$$

$$a_{yY} = (Y_{\phi k}/L\psi)\cdot A\theta, \quad a_{zY} = -(Z_{\phi k}/L\psi)\cdot A\theta$$

$$a_{yZ} = -a_{xY}\cdot(a_{xZ}/A\theta)\cdot(Y_{\phi k}/L\psi) + (a_{xx}/A\theta)\cdot(Z_{\phi k}/L\psi)$$

$$a_{zx} = (a_{xx}/A\theta)\cdot a_{xY}\cdot(Z_{\phi k}/L\psi) - (a_{xZ}/A\theta)\cdot(Y_{\phi k}/L\psi)$$

$$a_{zZ} = a_{xY}\cdot(a_{xZ}/A\theta)\cdot(Z_{\phi k}/L\psi) + (a_{xx}/A\theta)\cdot(Y_{\phi k}/L\psi)$$

$$L = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2}$$

$$Y_{\phi k} = -(a_{xx}/A\theta)\cdot a_{xY}\cdot(X_k - X_i) + A\theta\cdot(Y_k - Y_i) - a_{xY}\cdot(a_{xZ}/A\theta)\cdot(Z_k - Z_i)$$

$$Z_{\phi k} = -(a_{xZ}/A\theta)\cdot(X_k - X_i) + (a_{xx}/A\theta)\cdot(Z_k - Z_i)$$

$$A\theta = \sqrt{a_{xx}^2 + a_{xZ}^2}, \quad L\psi = \sqrt{Y_{\phi k}^2 + Z_{\phi k}^2} \quad \cdots\cdots (2.3.173 \sim 186)$$

ただし, $A\theta = 0$ の時は, $(a_{xx}/A\theta) = 1$, $(a_{xZ}/A\theta) = 0$, そして, $L\psi = 0$ の時は, $(Y_{\phi k}/L\psi) = 1$, $(Z_{\phi k}/L\psi) = 0$ となる。

従って, 全体座標で表した節点rの節点変位増分ベクトル Δd_{gr} と要素座標系で表したベクトル Δd_r の間には次の関係が成立する。

$$\begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta w \\ \Delta \theta_x \\ \Delta \theta_y \end{Bmatrix}_r = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} & 0 & 0 \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{yz} & 0 & 0 \\ a_{zx} & a_{zy} & a_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{xx} & a_{xy} \\ 0 & 0 & 0 & a_{yx} & a_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta U \\ \Delta V \\ \Delta W \\ \Delta \theta x \\ \Delta \theta y \end{Bmatrix}_r \quad \text{-----(2.3.187)}$$

マトリックス表示すると，

$$\Delta d_r = \lambda' \cdot \Delta d_{gr} \quad \text{------(2.3.188)}$$

ゆえに，

$$\begin{Bmatrix} \Delta d_i \\ \Delta d_j \\ \Delta d_k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda' & 0 & 0 \\ 0 & \lambda' & 0 \\ 0 & 0 & \lambda' \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta d_{gi} \\ \Delta d_{gj} \\ \Delta d_{gk} \end{Bmatrix} \quad \text{----(2.3.189)}$$

マトリックス表示すると，

$$\Delta d_I = L_I \cdot \Delta d_{gI} \quad \text{----(2.3.190)}$$

$$L_I = \begin{bmatrix} \lambda' & 0 & 0 \\ 0 & \lambda' & 0 \\ 0 & 0 & \lambda' \end{bmatrix} \quad \text{-----(2.3.191)}$$

（2）k_{ssI} マトリックス

式（2.3.32）の k'_I の中の k_{ssI} は，面内挙動に関する接線剛性マトリックスであり，平面応力問題の場合の式（2.2.41）の k_{ss} と同種のものであるが，今回は，板厚方向の応力分布が一定でないため，以下のようになる。

$$k_{ssI} = B_u^T \cdot \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} D_I \, dz \cdot B_u \cdot A \quad \text{-----(2.3.192)}$$

$\int D_I dz$ の積分については，2.3.2(6)に示す。

（3）k_{bbI} マトリックスの誘導

式（2.3.132）をマトリックス表示すると，

$$\Delta w = G^T \cdot \beta \quad \text{-----(2.3.193)}$$

ここで

$$G^T = [1 \;\; L_1 \;\; L_2 \;\vdots\; L_1L_2 \;\; L_2L_3 \;\; L_3L_1 \;\vdots\; L_1L_2^2 - L_2L_1^2 \;\; L_2L_3^2 - L_3L_2^2 \;\; L_3L_1^2 - L_1L_3^2]$$

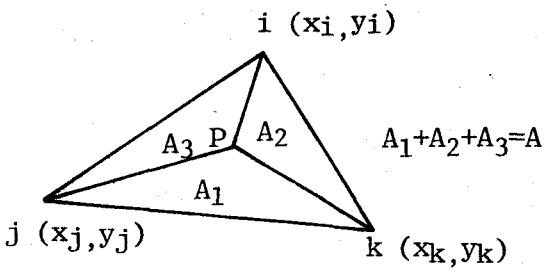
$$\beta^T = \{\alpha_{b1}; \alpha_{b2}; \alpha_{b3}; \alpha_{b4}; \alpha_{b5}; \alpha_{b6}; \alpha_{b7}; \alpha_{b8}; \alpha_{b9}\} \quad \text{-----(2.3.184, 185)}$$

L_1, L_2, L_3 は面積座標であり，

$$L_1 = \frac{A_1}{A} \quad , L_2 = \frac{A_2}{A} \quad , L_3 = \frac{A_3}{A} \qquad \text{----(2.3.196~198)}$$

A_1, A_2, A_3は，図－2.3.15に示すような三角形要素に含まれる面分の面積であり，

$$L_1 + L_2 + L_3 = 1 \qquad \text{----(2.3.199)}$$



図－2.3.15 面積座標

又，三角形要素の面積Aは，節点の座標を用いて以下のように表すことが出来る。

$$A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \qquad \text{----(2.3.200)}$$

面積座標(L_1, L_2, L_3)とデカルト座標(x, y)の関係は一次変換であって次のように表せる。

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i & x_j & x_k \\ y_i & y_j & y_k \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{Bmatrix} \qquad \text{----(2.3.201)}$$

式(2.3.201)を面積座標について解くと，

$$\begin{Bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} y_{jk} & x_{kj} & x_j y_k - x_k y_j \\ y_{ki} & x_{ik} & x_k y_i - x_i y_k \\ y_{ij} & x_{ji} & x_i y_j - x_j y_i \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{Bmatrix} \qquad \text{----(2.3.202)}$$

ここに，$x_{ji} = x_j - x_i$ であり，他も同様。

式(2.3.201)と式(2.3.199)よりL_3を消去すると，

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{ik} & x_{jk} \\ y_{ik} & y_{jk} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{Bmatrix} \qquad \text{----(2.3.203)}$$

又，

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial L_1} \\ \frac{\partial}{\partial L_2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial L_1} & \frac{\partial y}{\partial L_1} \\ \frac{\partial x}{\partial L_2} & \frac{\partial y}{\partial L_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} \qquad \text{----(2.3.204)}$$

式(2.3.204)に式(2.3.203)を代入すると,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial L_1} \\ \frac{\partial}{\partial L_2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{ik} & y_{ik} \\ x_{jk} & y_{jk} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} = \mathbb{J} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad \cdots\cdots (2.3.205)$$

ここで, $\mathbb{J}$ はJacobianマトリックスである。式(2.3.205)を逆変換すると,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} = \mathbb{J}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial L_1} \\ \frac{\partial}{\partial L_2} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} y_{jk} & y_{ki} \\ x_{kj} & x_{ik} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial L_1} \\ \frac{\partial}{\partial L_2} \end{Bmatrix} \quad \cdots\cdots (2.3.206)$$

式(2.3.206)をもう1回偏微分すると,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial x \cdot \partial y} \end{Bmatrix} = \mathbb{T}_L \cdot \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial L_1^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial L_2^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial L_1 \cdot \partial L_2} \end{Bmatrix} \quad \cdots\cdots (2.3.207)$$

ここに, $\mathbb{T}_L$ は次式で与えられる。

$$\mathbb{T}_L = \frac{1}{4A^2} \begin{bmatrix} y_{jk}^2 & y_{ki}^2 & 2 y_{jk} \cdot y_{ki} \\ x_{kj}^2 & x_{ik}^2 & 2 x_{kj} \cdot x_{ik} \\ 2 y_{jk} \cdot x_{kj} & 2 y_{ki} \cdot x_{ik} & 2 (y_{jk} \cdot x_{ik} + y_{ki} \cdot x_{kj}) \end{bmatrix} \quad \cdots (2.3.208)$$

更に, 式(2.3.205)を以下のように並び変える。

$$\begin{Bmatrix} -\frac{\partial}{\partial L_2} \\ \frac{\partial}{\partial L_1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{jk} & -x_{jk} \\ -y_{ik} & x_{ik} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -\frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial x} \end{Bmatrix} = \mathbb{J}' \cdot \begin{Bmatrix} -\frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad \cdots\cdots (2.3.209)$$

ここで, 面積座標を用いて表した節点変位増分ベクトルの面外方向成分 Δd_{bLI} を次のように定義する。

$$\Delta d_{bLI} = \{ \Delta w_i ; -(\frac{\partial \Delta w}{\partial L_2})_i ; (\frac{\partial \Delta w}{\partial L_1})_i ; \Delta w_j ; -(\frac{\partial \Delta w}{\partial L_2})_j ; (\frac{\partial \Delta w}{\partial L_1})_j ; \Delta w_k ; -(\frac{\partial \Delta w}{\partial L_2})_k ; (\frac{\partial \Delta w}{\partial L_1})_k \} \quad \cdots\cdots (2.3.210)$$

すると, Δd_{bLI} と Δd_{bI} の間には以下の関係が成立する。

$$\Delta d_{bLI} = \mathbb{L}_J \cdot \Delta d_{bI} \quad \cdots\cdots (2.3.211)$$

ここに

$$\mathbb{L}_J = \begin{bmatrix} \mathbb{J}'' & \mathbb{0} & \mathbb{0} \\ \mathbb{0} & \mathbb{J}'' & \mathbb{0} \\ \mathbb{0} & \mathbb{0} & \mathbb{J}'' \end{bmatrix} \qquad \text{-----(2.3.212)}$$

$$\mathbb{J}'' = \begin{bmatrix} 1 & \mathbb{0} \\ \mathbb{0} & \mathbb{J}' \end{bmatrix} \qquad \text{-----(2.3.213)}$$

と，式(2.3.193)より

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \Delta w}{\partial L_1} \\ \frac{\partial \Delta w}{\partial L_2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{G}_{L1}^T \\ \mathbb{G}_{L2}^T \end{bmatrix} \cdot \mathbb{B} = \mathbb{C}_L \cdot \mathbb{B} \qquad \text{-----(2.3.214)}$$

ここに，

$$\mathbb{G}_{L1} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \hline L_2 \\ -L_2 \\ 1-2L_1-L_2 \\ \hline L_2^2-2L_1L_2 \\ -2L_2+2L_1L_2+3L_2^2 \\ -1+6L_1+2L_2-6L_1^2-6L_1L_2-L_2^2 \end{array} \right\}, \quad \mathbb{G}_{L2} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \hline L_1 \\ 1-L_1-2L_2 \\ -L_1 \\ \hline 2L_1L_2-L_1^2 \\ 1-2L_1-6L_2+L_1^2+6L_1L_2+6L_2^2 \\ 2L_1-3L_1^2-2L_1L_2 \end{array} \right\}, \qquad \text{-----(2.3.215,216)}$$

従って，

$$\begin{Bmatrix} \Delta w \\ -\frac{\partial \Delta w}{\partial L_2} \\ \frac{\partial \Delta w}{\partial L_1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbb{G}^T \\ -\mathbb{G}_{L2}^T \\ \mathbb{G}_{L1}^T \end{Bmatrix} \cdot \mathbb{B} \qquad \text{-----(2.3.217)}$$

式(2.3.217)に，各々の節点の座標，i(1.0.0)，j(0,1,0)，K(0.0.1)を代入すると，

$$\Delta d_{bLI} = \mathbb{A}_L \cdot \mathbb{B} \qquad \text{-----(2.3.218)}$$

ここで

$$\mathbb{A}_L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (2.3.219)$$

式（2.3.218）より

$$\mathbb{B} = \mathbb{A}_L^{-1} \cdot \Delta \mathbb{d}_{bLI} \quad \cdots\cdots (2.3.220)$$

ここで，

$$\mathbb{A}_L^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & -1/2 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ -1 & 1/2 & 1/2 & 1 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1/2 & 0 & 1 & -1/2 & 0 \\ 1 & 0 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1/2 \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (2.3.221)$$

式(2.3.220)に式(2.3.211)を代入すると，

$$\mathbb{B} = \mathbb{A}_L^{-1} \cdot \mathbb{L}_J \cdot \Delta \mathbb{d}_{6I} \quad \cdots\cdots (2.3.222)$$

次に，面積座標を用いた場合の曲率増分ベクトル $\Delta\phi_L$ を以下のように定義する。

$$\Delta\phi_{LI} = \left\{ \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial L_1^2} \; ; \; \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial L_2^2} \; ; \; \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial L_1 \partial L_2} \right\} \quad \cdots\cdots (2.3.223)$$

式(2.3.207)を用いると，$\Delta\phi_{LI}$ と式(2.3.12)で定義した直交座標系における曲率増分ベクトル $\Delta\phi_I$ の間には以下の関係式が成立する。

$$\Delta\phi_I = \mathbb{T}_L \cdot \Delta\phi_{LI} \quad \cdots\cdots (2.3.224)$$

又，式(2.3.193)より

$$\Delta\phi_{LI} = \mathbb{P}_L \cdot \mathbb{B} \quad \cdots\cdots (2.3.225)$$

ここに，

$$\mathbb{P}_L=\begin{bmatrix}\mathbb{G}_{L11}^T\\ \mathbb{G}_{L22}^T\\ \mathbb{G}_{L12}^T\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{ccc:ccc:ccc}0&0&0&0&0&-2&-2L_2&2L_2&6(L_3-L_1)\\0&0&0&0&-2&0&2L_1&-6(L_3-L_2)&-2L_1\\0&0&0&1&-1&-1&2(L_2-L_1)&2(2L_2-L_3)&-2(2L_1-L_3)\end{array}\right] \quad \text{---(2.3.226)}$$

式(2.3.222),(2.3.225),(2.3.224)より式(2.3.12)が得られる。

式(2.3.12)の$\mathbb{A}\phi$は

$$\mathbb{A}\phi = \mathbb{T}_L \cdot \mathbb{P}_L \cdot \mathbb{A}_L^{-1} \cdot \mathbb{L}_J \quad \text{-----(2.3.227)}$$

式(2.3.27)に,式(2.3.227)を代入すると

$$\mathbb{K}_{bbI} = \mathbb{L}_J^T \cdot \mathbb{A}_L^{-1T} \cdot \left[\int_A \mathbb{P}_L^T \cdot \mathbb{T}_L^T \left\{\int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} z^2 \mathbb{D}_I \, dz\right\} \cdot \mathbb{T}_L \cdot \mathbb{P}_L \cdot dA\right] \cdot \mathbb{A}_L^{-1} \cdot \mathbb{L}_J \quad \text{-----(2.3.228)}$$

ここで

$$\mathbb{Q} = \mathbb{A}_L^{-1} \cdot \mathbb{L}_J \quad \text{-----(2.3.229)}$$

$$\mathbb{H} = \begin{vmatrix} H_{11} & & \text{(対称)} \\ H_{12} & H_{22} & \\ H_{13} & H_{23} & H_{33} \end{vmatrix} = \mathbb{T}_L^T \cdot \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} z^2 \mathbb{D}_I \, dz \cdot \mathbb{T}_L \quad \text{-----(2.3.230)}$$

と置くと,

$$\mathbb{K}_{bbI} = \mathbb{Q}^T \cdot \left[\int_A \mathbb{P}_L^T \cdot \mathbb{H} \cdot \mathbb{P}_L \, dA\right] \cdot \mathbb{Q} \quad \text{-----(2.3.231)}$$

式(2.3.226),(2.3.230)を用いると,

$$\begin{aligned}\int_A \mathbb{P}_L^T \cdot \mathbb{H} \cdot \mathbb{P}_L \, dA = {} & H_{11} \cdot \int \mathbb{G}_{L11} \cdot \mathbb{G}_{L11}^T \cdot dA + H_{12} \cdot \left[\int_A \mathbb{G}_{L11} \cdot \mathbb{G}_{L22}^T \, dA + \right. \\ & \left. \int_A \mathbb{G}_{L22} \cdot \mathbb{G}_{L11}^T \, dA\right] + H_{13} \cdot \left[\int_A \mathbb{G}_{L11} \cdot \mathbb{G}_{L12}^T \, dA + \int_A \mathbb{G}_{L12} \cdot \mathbb{G}_{L11}^T \, dA\right] + \\ & H_{22} \cdot \int_A \mathbb{G}_{L22} \cdot \mathbb{G}_{L22}^T \, dA + H_{23} \cdot \left[\int_A \mathbb{G}_{L22} \cdot \mathbb{G}_{L12}^T \, dA + \int_A \mathbb{G}_{L12} \cdot \mathbb{G}_{L22}^T \, dA\right] + \\ & H_{33} \cdot \int_A \mathbb{G}_{L12} \cdot \mathbb{G}_{L12}^T \, dA \end{aligned} \quad \text{-----(2.3.232)}$$

ここで,面積座標に関する積分公式

$$\int_A L_1^m \cdot L_2^n \cdot L_3^p \, dA = 2A \frac{m!\,n!\,p!}{(m+n+p+2)!} \quad \text{-----(2.3.233)}$$

を用いると,

$$\int_A G_{L11}\cdot G_{L11}^T dA = \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & (\text{対称}) & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4/3 & 2/3 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4/3 & -2/3 & 2/3 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}\cdot A \quad \cdots(2.3.234)$$

$$\int_A [G_{L11}\cdot G_{L22}^T + G_{L22}\cdot G_{L11}^T]dA = \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & (\text{対称}) & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4/3 & -4/3 & -2/3 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4/3 & 0 & -2/3 & 2 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4/3 & -2/3 & -10/3 & 2 \end{bmatrix}\cdot A \quad \cdots(2.3.235)$$

$$\int_A [G_{L11}\cdot G_{L12}^T + G_{L12}\cdot G_{L11}^T]dA = \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & (\text{対称}) & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -2 & 4 & & & \\ 0 & 0 & 0 & -2/3 & 2/3 & 2/3 & -2/3 & & \\ 0 & 0 & 0 & 2/3 & -2/3 & -2 & -2/3 & 2 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4/3 & 4/3 & -4/3 & 6 \end{bmatrix}\cdot A \quad \cdots(2.3.236)$$

$$\int_A G_{L22}\cdot G_{L22}^T dA = \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & (\text{対称}) & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4/3 & 0 & 2/3 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4/3 & 0 & -2/3 & 0 & 2/3 \end{bmatrix}\cdot A \quad \cdots(2.3.237)$$

$$\int_A [G_{L22}\cdot G_{L12}^T + G_{L12}\cdot G_{L22}^T]dA = \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & (\text{対称}) & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 4 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 2/3 & -2/3 & -2/3 & -2/3 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4/3 & 0 & 4/3 & 6 & \\ 0 & 0 & 0 & -2/3 & 2 & 2/3 & -2/3 & -4/3 & 2 \end{bmatrix}\cdot A \quad \cdots(2.3.238)$$

$$\int_A \mathbb{G}_{LI2}\cdot\mathbb{G}_{LI2}^T dA = \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & (対称) & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2/3 & & \\ 0 & 0 & 0 & 2/3 & -2/3 & -2/3 & 2/3 & 2 & \\ 0 & 0 & 0 & -2/3 & 2/3 & 2/3 & 2/3 & -2/3 & 2 \end{bmatrix}\cdot A \quad \cdots(2.3.239)$$

（４）$\mathbb{k}_{sbI}$ マトリックスの誘導

式（2.3.25）に，式（2.3.227）を代入すると，

$$\mathbb{k}_{sbI} = -\mathbb{B}_U^T\int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} z\cdot\mathbb{D}_I\cdot dz\cdot\mathbb{T}_L\cdot\int_A\mathbb{P}_L dA\cdot\mathbb{A}_L^{-1}\cdot\mathbb{L}_J \quad \cdots\cdots(2.3.240)$$

$\int_A\mathbb{P}_L dA$ の積分は，

$$\int_A\mathbb{P}_L dA = \left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -2/3 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 2/3 & 0 & -2/3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 2/3 & -2/3 \end{array}\right]\cdot A \quad \cdots\cdots(2.3.241)$$

（５）$\mathbb{k}_{GI}$ マトリックスの誘導

面積座標を用いた場合のたわみ角増分ベクトル $\Delta\Theta_{LI}$ を以下のように定義する。

$$\Delta\Theta_{LI} = \left\{\begin{array}{c} \frac{\partial\Delta w}{\partial L_1} \\ \frac{\partial\Delta w}{\partial L_2} \end{array}\right\}_I \quad \cdots\cdots(2.3.242)$$

式（2.3.206）を用いると，

$$\Delta\Theta_I = \mathbb{J}^{-1}\cdot\Delta\Theta_{LI} \quad \cdots\cdots(2.3.243)$$

式（2.3.242）に式（2.3.214）（2.3.222）を代入すると，式（2.3.13）が与られし，$\mathbb{A}_\theta$ は

$$\mathbb{A}_\theta = \mathbb{J}^{-1}\cdot\mathbb{C}_L\cdot\mathbb{A}_L^{-1}\cdot\mathbb{L}_J \quad \cdots\cdots(2.3.244)$$

式（2.3.28）に式（2.3.244）を代入すると，

$$\mathbb{k}_{GI} = \mathbb{L}_J^T\cdot\mathbb{A}_L^{-1T}\cdot\left[\int_A\mathbb{C}_L^T\cdot\mathbb{J}^{-1T}\int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}}\bar{\Theta}_I dz\cdot\mathbb{J}^{-1}\cdot\mathbb{C}_L\cdot dA\right]\cdot\mathbb{A}_L^{-1}\cdot\mathbb{L}_J$$
$$= \mathbb{Q}^T\cdot\left[\int_A\mathbb{C}_L^T\cdot M\cdot\mathbb{C}_L dA\right]\cdot\mathbb{Q} \quad \cdots\cdots(2.3.245)$$

ここで

$$\mathbb{M}=\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12} & M_{22} \end{bmatrix} = \mathbb{J}^{-1^T}\cdot\int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \overline{\mathbb{D}_I}\cdot dZ\cdot \mathbb{J}^{-1} \qquad \cdots\cdots(2.3.246)$$

式(2.3.214)を用いると，

$$\int_A \mathbb{L}_L^T\cdot\mathbb{M}\cdot\mathbb{L}_L\,dA = M_{11}\cdot\int_A \mathbb{G}_{L1}\cdot\mathbb{G}_{L1}^T dA + M_{12}\int_A[\mathbb{G}_{L1}\cdot\mathbb{G}_{L2}^T+\mathbb{G}_{L2}\cdot\mathbb{G}_{L1}^T]\,dA + M_{22}\int_A \mathbb{G}_{L2}\cdot\mathbb{G}_{L2}^T\,dA \qquad \cdots\cdots(2.3.247)$$

ここで

$$\int_A \mathbb{G}_{L1}\cdot\mathbb{G}_{L1}^T dA = \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & \\ 0 & 1 & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & (\text{対 称}) & & & \\ 0 & 1/3 & 0 & 1/6 & & & & & \\ 0 & -1/3 & 0 & -1/6 & 1/6 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/6 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1/30 & -1/30 & 1/30 & 2/45 & & \\ 0 & 0 & 0 & 1/30 & -1/30 & -1/30 & 1/45 & 2/45 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/15 \end{bmatrix}\cdot A \qquad \cdots(2.3.248)$$

$$\int_A[\mathbb{G}_{L1}\cdot\mathbb{G}_{L2}^T+\mathbb{G}_{L2}\cdot\mathbb{G}_{L1}]dA = \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & & & \\ 0 & 1 & 0 & & & (\text{対 称}) & & & \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 1/6 & & & & & \\ 0 & 0 & -1/3 & -1/6 & 1/6 & & & & \\ 0 & -1/3 & 0 & -1/6 & 1/6 & 1/6 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/15 & 1/15 & 1/45 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/15 & 0 & 1/45 & 1/15 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/15 & 1/45 & -1/45 & 1/15 \end{bmatrix}\cdot A \qquad \cdots(2.3.249)$$

$$\int_A \mathbb{G}_{L2}\cdot\mathbb{G}_{L2}^T dA = \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & & & \\ 0 & 0 & 1 & & & (\text{対 称}) & & & \\ 0 & 0 & 1/3 & 1/6 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/6 & & & & \\ 0 & 0 & -1/3 & -1/6 & 0 & 1/6 & & & \\ 0 & 0 & 0 & -1/30 & -1/30 & 1/30 & 2/45 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/15 & \\ 0 & 0 & 0 & -1/30 & 1/30 & 1/30 & 1/45 & 0 & 2/45 \end{bmatrix}\cdot A \qquad \cdots(2.3.250)$$

(6)板厚方向への数値積分

図-2.3.2に示すように，各層内では，応力度分布及び剛度マトリックス分布は直線変化するものと仮定する。そして，第K層内の剛度マトリッ

ひずみ及び応力度ベクトルを，それぞれ，$\mathbb{D}_{(k)}$ 及び $\bar{\mathbb{T}}_{(k)}$ とする。更に，第K層の上・下境界線上の $\mathbb{D}_{(k)}$ の値を，それぞれ，$\mathbb{D}_{k+1}$ 及び $\mathbb{D}_k$ とし，同様に，$\bar{\mathbb{T}}_{(k)}$ の境界線上の値を，それぞれ，$\bar{\mathbb{T}}_{k+1}$ 及び $\bar{\mathbb{T}}_k$ とする。
すると，

$$\mathbb{D}_{(k)} = (\mathbb{D}_{k+1} - \mathbb{D}_k)\cdot\zeta / t_k + (\mathbb{D}_{k+1} + \mathbb{D}_k)/2 \quad \text{-----(2.3.251)}$$

$$\bar{\mathbb{T}}_{(k)} = (\bar{\mathbb{T}}_{k+1} - \bar{\mathbb{T}}_k)\cdot\zeta / t_k + (\bar{\mathbb{T}}_{k+1} + \bar{\mathbb{T}}_k)/2 \quad \text{-----(2.3.252)}$$

ここに，t_k は第K層の層厚であり，ζ は第K層の中央面に原点を有し，z 軸方向を正とする座標値である。
式(2.3.251)及び(2.3.252)を板厚方向に積分すると

$$\int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \mathbb{D}_I \, dz = \sum_{k=1}^{N_T} (\mathbb{D}_{k+1} + \mathbb{D}_k)\cdot t_k / 2 \quad \text{-----(2.3.253)}$$

$$\int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \bar{\mathbb{T}}_I \, dz = \sum_{k=1}^{N_T} \cdot (\bar{\mathbb{T}}_{k+1} + \bar{\mathbb{T}}_k)\cdot t_k / 2 \quad \text{------(2.3.254)}$$

更に，

$$\int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} z\,\mathbb{D}_I \, dz = \sum_{k=1}^{N_T} \left\{ \bar{z}_k \cdot t_k \cdot (\mathbb{D}_{k+1} + \mathbb{D}_k)/2 + (\mathbb{D}_{k+1} - \mathbb{D}_k)\cdot t_k^2 / 12 \right\} \text{---(2.3.255)}$$

$$\int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} z^2\cdot\mathbb{D}_I \, dz = \sum_{k=1}^{N_T} \left\{ (\mathbb{D}_{k+1} + \mathbb{D}_k)/2 \cdot t_k \cdot (\bar{z}_k^2 + t_k^2/12) + (\mathbb{D}_{k+1} - \mathbb{D}_k)\cdot \bar{z}_k^2 \cdot t_k^2/6 \right\}$$

ここに，N_T は層分割数であり，$\bar{z}_k$ は，

$$\bar{z}_k = z - \zeta \quad \text{-----(2.3.257)}$$

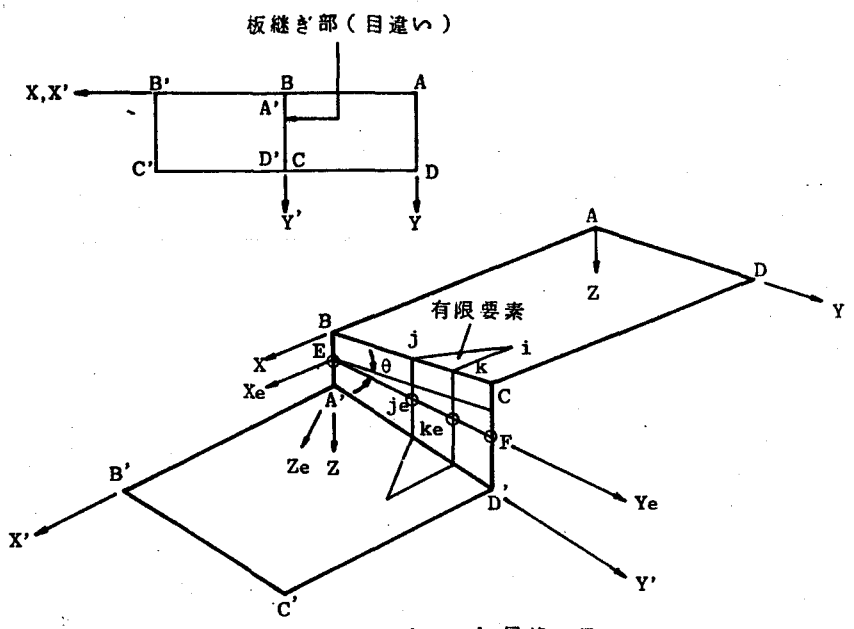
2.3.3 目違い量が存在する板の取り扱い

板継ぎ溶接部が存在する板では，溶接線に沿って，目違い初期不整が大なり小なり必ず存在する。本研究では，以下の仮定の基に，目違い量を有する板の解析を行うことにする。

(1) 目違い位置においても，それぞれの板は平面保持の仮定に従う。

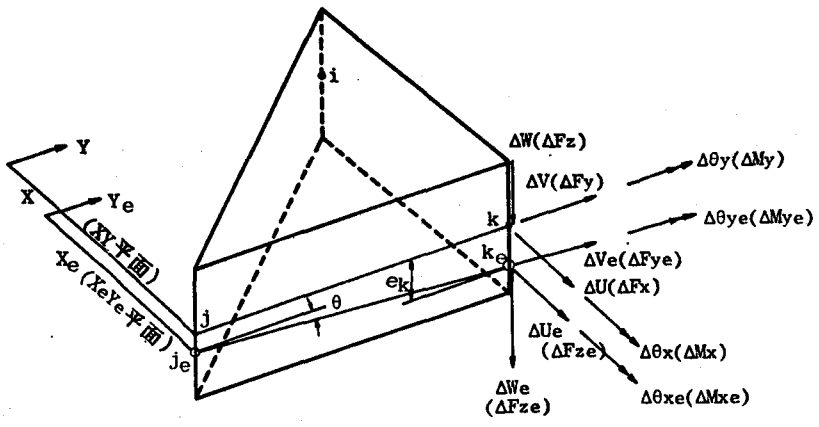
まず，図-2.3.16に示すように，板継ぎ部で接合された2枚の板要素

ABCDとA'B'C'D'を考える。そして、それぞれの板要素に対して全体座標系(X.Y.Z)及び(X',Y',Z')を図のように設定する。ここで、XY平面及びX'Y'平面は、初期たわみのないそれぞれの平板の中央面に一致させる。



図－2.3.16 座標系の決定(目違いの存在する板)

目違い位置BC及びA'D'に接する両板の有限要素の節点は互いに目違い量だけステップして位置しているため、この位置におけるつり合い条件及び適合条件は、目違いの中心線EF上に設けた共通節点(例えば節点je, keなど)で考える。図-2.3.17を参照して、平面保持の仮定より、板中央面上の節点変位増分ベクトルΔd_{gI}及び節点力増分ベクトルΔf_{gI}と共通節点に関するそれらΔd_{eI}及びΔf_{eI}の間には以下の関係式が成立する。



図－2.3.17 目違い位置における節点力増分及び節点変位増分

$$\Delta d_{gI} = E_e \cdot \Delta d_{eI} \quad \text{-----(2.3.258)}$$

$$\Delta f_{eI} = E_e^T \cdot \Delta f_{gI} \quad \text{------(2.3.259)}$$

ここに，

$$\Delta \delta e_I = \{\Delta \delta e_i ; \Delta \delta e_j ; \Delta \delta e_k\}_I \quad \text{-----(2.3.260)}$$

$$\Delta f e_I = \{\Delta f e_i ; \Delta f e_j ; \Delta f e_k\}_I \quad \text{-----(2.3.261)}$$

$$\Delta \delta e_r = \{\Delta U e_r ; \Delta V e_r ; \Delta W e_r ; \Delta \theta x e_r ; \Delta \theta y e_r\} ; \ (r = i, j, k) \quad \text{---(2.3.262)}$$

$$\Delta f e_r = \{\Delta F x e_r ; \Delta F y e_r ; \Delta F z e_r ; \Delta M x e_r ; \Delta M y e_r\} ; \ (r = i, j, k) \quad \text{---(2.3.263)}$$

$$E_e = \begin{bmatrix} E_i & 0 & 0 \\ 0 & E_j & 0 \\ 0 & 0 & E_k \end{bmatrix} \quad \text{-----(2.3.264)}$$

$$E_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & e_r \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & -e_r \cdot \cos\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & -e_r \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}, (r = i, j, k) \quad \text{-----(2.3.265)}$$

ただし，節点rが回違い上になければ，回違い量e_r及び回違い回転角θは，共に0とする。

式(2.3.48)に式(2.3.258)，(2.3.259)を代入すると，

$$\Delta f e_I = E_e^T \cdot k_I \cdot E_e \cdot \Delta \delta e_I \quad \text{-----(2.3.266)}$$

回違い上に節点を有する有限要素では，式(2.3.48)に代り，式(2.3.266)を集成すればよいことになる。

又，剛体変形を除去する方法で不つり合いカベクトル$\Delta \bar{F}_{rI}$を計算する時には，共通節点に関する節点変位ベクトル$\mathbb{U}e$(Ue; Ve; We; θxe; θye)を次式により，板中央の節点に関するベクトル$\mathbb{U}$(U; V; W; θx; θy)に変換すれば，その後は，2.3.1(4)で述べた方法と全く同様に処理出来る。

$$\mathbb{U} = E_r \cdot \mathbb{U}e$$

2.3.4 板周辺の境界条件の取り扱い

(1)固定支持の取り扱い

式(2.3.7)の連立方程式において，接線剛性マトリックスk_Iのn行

ζ列の成分を $k_{\eta\zeta}$，変位増分ベクトル $\Delta\overline{U}_I$ 及び不つり合いカベクトル $\Delta\overline{F}_{rI}$ のη番目の成分を，それぞれ，ΔU_η 及び ΔF_η とする。

そして，

$$\Delta U_\eta = 0 \qquad \text{----(2.3.268)}$$

なる境界条件を導入したい時には，式(2.3.7)を以下のように修正すればよい。

$$\left.\begin{aligned} &k_{\eta\zeta} = \delta_{\eta\zeta},\ k_{\zeta\eta} = \delta_{\zeta\eta},\ (\zeta = 1, \cdots Nu) \\ &\Delta F_\eta = 0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{----(2.3.269)}$$

ここに，Nu は全未知数を表わし，{5×(節点数)}となる。$\delta_{\eta\zeta}$ はクロネッカーの記号で以下の条件に従う。

$$\left.\begin{aligned} \delta_{\eta\zeta} &= 1 \quad ,(\eta = \zeta \text{ の時}) \\ &= 0 \quad ,(\eta \neq \zeta \text{ の時}) \end{aligned}\right\} \qquad \text{----(2.3.270)}$$

真の反力 F_η は式(2.3.124)で求まる。

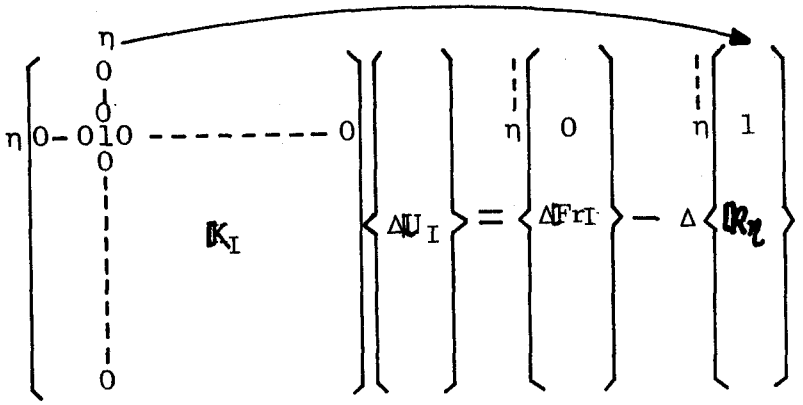
(2)節点に強制変位を与える場合

以下の境界条件を導入する場合について考える。

$$\Delta U_\eta = \Delta \qquad \text{----(2.3.271)}$$

K_I のη列を $k_{\eta\eta}$ と置くと，この境界条件に対しては，図-2.3.18に示すように式(2.3.7)を以下のように修正すればよい。

$$\left.\begin{aligned} &\Delta\overline{F}_{rI} \rightarrow [\Delta\overline{F}_{rI} - \Delta k_{\eta\zeta}] \\ &\text{と置き，} \\ &k_{\eta\zeta} = \delta_{\eta\zeta} \\ &k_{\zeta\eta} = \delta_{\zeta\eta} \\ &\quad (\zeta = 1, \cdots Nu) \\ &(\Delta F_\eta - \Delta k_{\eta\eta}) \rightarrow \Delta \\ &\text{と置く。} \end{aligned}\right\} \qquad \text{----(2.3.272)}$$


η
η
0
0
0

（３）剛棒を取り付ける場合

以下のような境界条件を導入するため，載荷辺あるいは非載荷辺に剛棒を取り付ける方法を用いる。

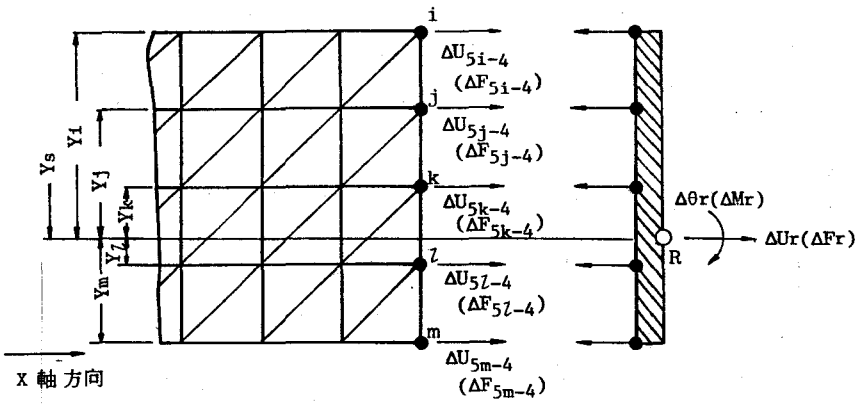
①非載荷辺が直線を保持したまま面内に平行移動出来るような境界条件。

②載荷辺が直線を保持した状態で，板に，一様相対圧縮変位，一様相対回転変位，及びこれらが連成した変位を導入出来るような境界条件。

以下，①のような境界条件を「面内平行横変位」と言い，非載荷辺で板が面内に自由に変位出来る場合を「面内自由」と言う。

又，②の境界条件により，板に圧縮変位を与え，その反力として板の強度を評価するため，極限強度を通過し，耐荷力が低下してくるような領域にある板の解析も可能となる。従って，極限強度を正確に評価することが出来る。

剛棒を取り付けた節点の境界処理は以下のようにして行った。図-2.3.19を参照して，剛棒に接続している節点を i，j，k……m とする。これらの節点における X 軸方向の節点変位増分を ΔU_{5i-4} ΔU_{5j-4}，…… ΔU_{5m-4} 節点力増分を ΔF_{5i-4}，ΔF_{5j-4} …… ΔF_{5m-4} とする。更に，剛棒の外側に設けた節点 R の節点変位増分を ΔU_r，回転角増分を $\Delta\theta_r$，節点力増分を ΔF_r，外力モーメント増分を ΔM_r とする。つり合い条件より次式が成立する。



図－２.３.19　剛棒接続点の節点変位増分及び節点力増分

$$\Delta F_r = \delta_s \cdot \Delta F_s \quad , (\delta_s = 1) \qquad \text{----(2.3.73)}$$

$$\Delta M_r = \overline{Y}_s \cdot \Delta F_s \ , \quad (\overline{Y}_s = \overline{Y}_{5\zeta-4} = Y_\eta) \qquad \text{----(2.3.274)}$$

ここに，sは総和規約（summation notation）に従い，$5i-4$，$5j-4$ …… $5m-4$と変化する。Y_ηは，ヒンジRから節点ηまでの距離である。更に，適合条件より

$$\Delta U_s = \Delta U_r + \overline{Y}_s \cdot \Delta \theta_r \qquad \text{-----(2.3.275)}$$

剛棒がない時の全体系の節点力増分ΔF_αと節点変位増分ΔU_βの間には以下の関係式が成立するものとする。

$$K_{\alpha\beta} \cdot \Delta U_\beta = \Delta F_\alpha \ , \quad (\alpha = 1, \cdots Nu) \qquad \text{----(2.3.276)}$$

ここに，$k_{\alpha\beta}$は，接線剛性マトリックスK_Iのα行β列要素を表す。又，上式において，α，βも総和規約に従い，1，2，…… Nuと変化する。

式(2.3.275)を式(2.3.276)に代入すると次式が成立する。

$$k_{p\delta} \cdot \Delta U_\delta + k_{ps} \cdot \delta_s \cdot \Delta U_r + k_{ps} \cdot \overline{Y}_s \cdot \Delta \theta_r = \Delta F_p \ , (p=1, \cdots Nu) , \text{---(2.3.277)}$$

ここに，P，δも総和規約に従い，1，2，…… Nuと変化するが，剛棒の接続点i，j，…… mでのX方向の量に対応する番号は飛ばして変化するものとする。従って，P，δは$(Nu-M_\delta)$回変化することになる。ここに，M_δは，1本の剛棒に接続されている全節点数である。このように，剛棒を取り付ければ，自由度は$(Nu-M_\delta+2)$に低減する。

式(2.3.276)を式(2.3.273)，(2.3.274)に代入すると次式が得られる。

$$\delta_s \cdot k_{s\delta} \cdot \Delta U_\delta + \delta_s \cdot k_{st} \cdot \delta_t \cdot \Delta U_r + \delta_s \cdot k_{st} \cdot \overline{Y}_t \cdot \Delta \theta_r = \Delta \overline{F}_r \text{ ----(2.3.278)}$$

$$\overline{Y}_s \cdot k_{s\delta} \cdot \Delta U_\delta + \delta_s \cdot k_{st} \cdot \overline{Y}_t \cdot \Delta U_r + \overline{Y}_s \cdot k_{st} \cdot \overline{Y}_t \cdot \Delta \theta_r = \Delta M_r \text{ ----(2.3.279)}$$

ここに，tも総和規約に従い，$t = 5i-4$，$5j-4$，…… $5m-4$，と変化し，$\delta_t = 1$である。

$(Nu-M_\delta)$個の条件式である式(2.3.277)及び式(2.3.278)と式(2.3.279)を用いて，$(Nu-M_\delta)$個の未知量ΔU_δ，$(\delta = 1, \cdots Nu)$

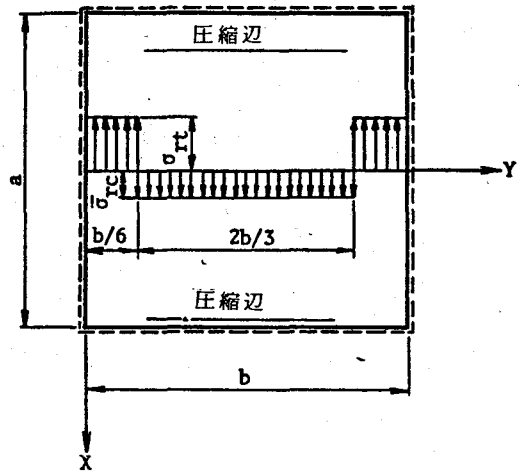
及び$\Delta\sigma_r$ と $\Delta\theta_r$ を求めることが出来る。

2.3.5 周辺単純支持板に関する数値解析結果とその考察

2.3.5.1 解析例

（1）解析モデル

数値計算例として，残留応力及び初期たわみを同時に有する図－2.3.20に示す周辺単純支持の正方形1方向圧縮板を取り上げ，本解析法の精度，収束性について検討を加える。



図－2.3.20 残留応力分布（Bタイプ）

ただし，膜応力に関する境界条件は，$Y=0$，b辺で$\sigma_y=0$，$X=\pm a/2$辺で$\tau_{xy}=0$を満足するように，離散的に，板周辺でのY軸方向の節点力(F_Y)を0とした。更に，$Y=0$，b辺で$\tau_{xy}=0$を満足するように，これらの辺でのX軸方向の節点力(F_x)を0とした。

a）初期たわみ

板の初期たわみは次の三角関数であると仮定する。

$$w_0 = \delta_{pb} \cdot \cos\frac{\pi}{a}X \cdot \sin\frac{\pi}{b}Y \qquad \text{----(2.3.280)}$$

b）残留応力

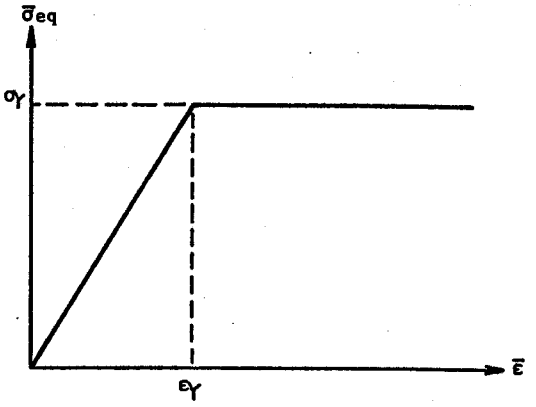
残留応力は，図-2.3.20に示すような自己平衡の分布形で与え，圧縮力方向（X軸方向）では一定とする。又，残留応力による軸方向力は存在しないという条件より

$$\sigma_{rb} = -2\overline{\sigma}_{rc} \qquad \text{----(2.3.281)}$$

c）応力度・ひずみ関係

Von Misesの相当応力度（$\bar{\sigma}_{eq}$）と相当ひずみ（$\bar{\varepsilon}$）の関係は，鋼材の引

張試験より得られた応力度・ひずみ曲線を図-2.3.21のように理想化して完全弾塑性材料として取り扱う。



図－2.3.21 理想化された相当応力度・相当ひずみ曲線

d）圧縮外力の与え方

圧縮力は，一様相対変位の面内変位増分によって与える。この方法により極限状態を過ぎて変形が増加しても解析が可能となる。

e）連立方程式の解法

連立方程式の解法には対称なバンドのコレスキー法を用いた。

f）収束判定条件

各荷重段階における収束の判定は，以下の3通りのいずれでも可能とした。

① $\max\{\Delta W_{cI}/W_{cI}\ ;\ \Delta\bar{\sigma}_I/\bar{\sigma}_I\} < \delta_w$（一定値）

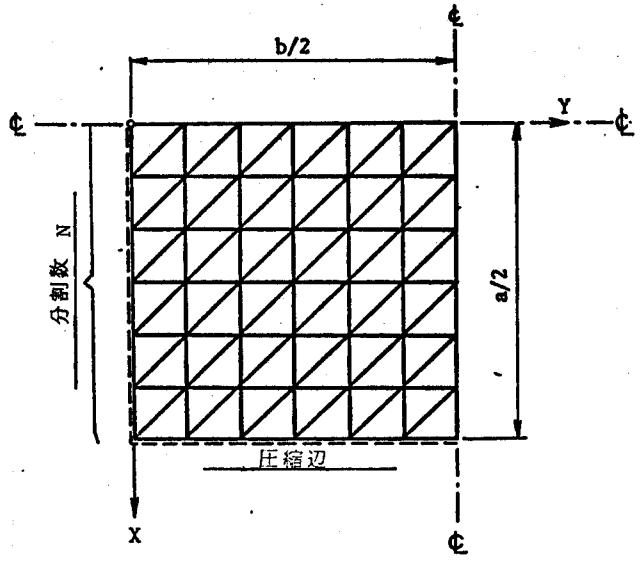
②｛反復回数（N_S）｝＝n回

③｛不つり合い力（$\Delta\bar{F}_{rI}$）のユークリッドノルム｝$< \delta_u$（一定値）

ここに，W_cは板中央（最大たわみを生ずる点）のたわみ，ΔW_cはW_cの増分量である。又，$\bar{\sigma}_I$は，状態Iにおける平均圧縮応力度を意味し，$\Delta\bar{\sigma}_I$は$\bar{\sigma}_I$の増分量である。

（2）メッシュ割りと精度の問題

図-2.3.22に示すようなメッシュ割りで解析を行い，分割数（N）と，極限平均圧縮応力度（$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$，以下，極限応力度という）の関係を表-2.3.2，2.3.3に，平均応力度（$\bar{\sigma}$）と板中央のたわみ（W_c）の関係を図-2.3.23及び2.3.24に



図－2.3.22 メッシュ割り

表－2.3.2　分割数（N）と極限応力度（$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$）

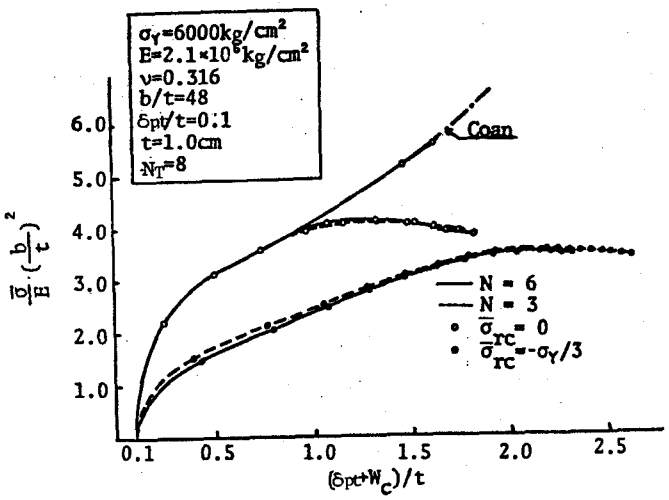
分割数 N	3	4	5	6
$\bar{\sigma}_{rc}=0$	0.627	0.629	0.629	0.630
$\bar{\sigma}_{rc}=\sigma_Y/3$	0.541	—	—	0.536

$\sigma_Y=6000\,kg/cm^2$, $E=2.1\times10^6\,kg/cm^2$, $b/t=48$, $\delta pt/t=0.1$, $t=1.0\,cm$, $N_T=8$

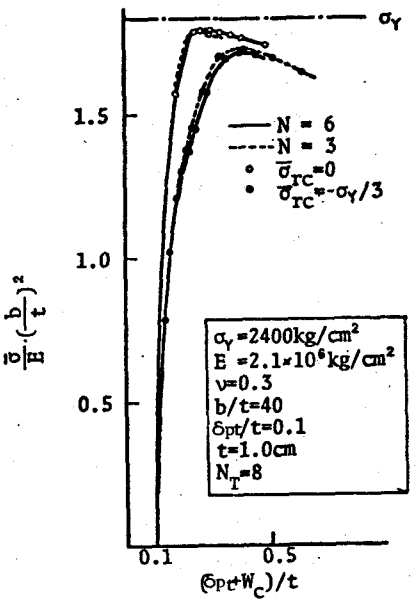
表－2.3.3　分割数（N）と極限応力度（$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$）

分割数 N	3	6
$\bar{\sigma}_{rc}=0$	0.781	0.779
$\bar{\sigma}_{rc}=\sigma_Y/3$	0.799	0.802

$\sigma_Y=2400\,kg/cm^2$, $E=2.1\times10^6\,kg/cm^2$, $b/t=40$, $\delta pt/t=0.5$, $t=1.0\,cm$, $N_T=8$



図－2.3.23　平均応力度と最大たわみ
（$\sqrt{\sigma_Y/E}\cdot b/t=2.57$）



図－2.3.24　平均応力度と最大たわみ
（$\sqrt{\sigma_Y/E}\cdot b/t=1.352$）

示す。これらの図表より，残留応力の有無に関係なく，正方形板の場合には，メッシュ $N=3$ で十分であるものと思われる。又，残留応力のないものについては，図－2.3.23 に示すように，$N=3,6$ の場合とも弾性域においては，Coan[I-54]の厳密解とよく一致している。Coan の解は弾性解であるため，挙動が塑性域に入ると本解析法の結果と離れてくる。

（3）収束判定条件の問題

正方形板についての計算結果から，各荷重段階における収束性状の一例を表－2.3.4 に示す。更に，各荷重段階における反復回数（n）と極限応力度（$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$）の関係を表－2.3.5 に，判定条件①の δw と極限応力度の関係を表－2.3.6 に示す。判定条件①の場合，δw は，1％で，条件②の場合，$n=2$ で十分収束しているものと考えてよいと思われる。ただ②による判定では

表－2.3.4　収束性

M	I	$\|\Delta F_{rI}\|$	$\Delta\bar{\sigma}_I/\bar{\sigma}_I$	$\Delta W_{cI}/W_{cI}$	$\frac{(\delta_{ppI}\cdot W_c)}{t}$	$\bar{\sigma}/\sigma_Y$
1	1	43 290	1.0	1.0	0.1623	0.3461
1	2	278 800	−0.0279	0.381	0.2624	0.3367
1	3	22	0.0091	−0.0349	0.2536	0.3398
1	4	0	0.0001	−0.0003	0.2535	0.3398
1	5	0	0.0000	0.0000	0.2535	0.3398
2	1	45 570 000	0.4358	0.5846	0.6102	0.6023
2	2	17 930 000	−0.1310	0.3113	0.8859	0.5326
2	3	6 862	0.0580	−0.0565	0.8386	0.5653
2	4	354	0.0047	0.0083	0.8317	0.5680
2	5	0	0.0001	0.0000	0.8317	0.5681
3	1	20 950 000	0.0452	0.2597	1.1235	0.5950
3	2	20 300	0.0423	−0.0147	1.1072	0.5212
3	3	1 845	0.0002	−0.0004	1.1068	0.6213
3	4	379	−0.0002	−0.0000	1.1067	0.6212
3	5	239	0.0001	0.0000	1.1068	0.6213
4	1	15 880 000	−0.0228	0.1894	1.3653	0.6074
4	2	423 000	0.0320	−0.0148	1.3454	0.6275
4	3	67 300	0.0011	−0.0014	1.3435	0.6282
4	4	6 756	−0.0012	0.0002	1.3438	0.6275
4	5	3 328	0.0004	−0.0001	1.3436	0.6294
5	1	6 933 000	−0.0392	0.1335	1.5542	0.6040
5	2	251 500	0.0274	−0.0071	1.5432	0.6210
5	3	289 400	0.0001	−0.0009	1.5418	0.6211
5	4	75 600	−0.0003	0.0002	1.5421	0.6209
5	5	45 500	0.0001	−0.0002	1.5419	0.6209

反復回数 $n=5$, $\sigma_Y=6\,000\ \mathrm{kg/cm^2}$, $\nu=0.316$, $E=2.1\times10^6\ \mathrm{kg/cm^2}$
$b/t=48$, $\delta_{pp}/t=0.1$, $\bar{\sigma}_{rc}=0$, $N=3$, $N_T=8$

表－2.3.5　反復回数（n）と極限応力度（$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$）

n	1	2	3	4	5
$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$	解析不能	0.629	0.628	0.628	0.628
Cpu-Time*		2分01秒	2分42秒	3分26秒	4分08秒

$\sigma_Y=6\,000\ \mathrm{kg/cm^2}$, $E=2.1\times10^6\ \mathrm{kg/cm^2}$, $\nu=0.316$, $b/t=48$
$\delta_{pp}/t=0.1$, $\bar{\sigma}_{rc}=0$, $t=1.0\ \mathrm{cm}$, $N=3$, $N_T=8$
*) 極限状態通過後1回の変位増分を行った時の全計算時間

表－2.3.6　収束判定条件①と極限応力度（$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$）

δ(%)	10	5	1	0.1
$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$	0.624	0.623	0.628	0.628
Cpu-Time*)	1分45秒	1分53秒	2分42秒	3分18秒

$\sigma_Y=6\,000\ \mathrm{kg/cm^2}$, $E=2.1\times10^6\ \mathrm{kg/cm^2}$, $\nu=0.316$, $b/t=48$
$\delta_{pp}/t=0.1$, $\bar{\sigma}_{rc}=0$, $t=1.0\ \mathrm{cm}$, $N=3$, $N_T=8$
1) $M_{ax}\{\Delta W_{cI}/W_{cI};\ \Delta\bar{\sigma}_I/\bar{\sigma}_I\}<\delta$
2) 極限状態通過後1回の変位増分を行った時の全計算時間

表－2.3.7　層数（N_T）と極限応力度（$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$）

層数 N_T	2	4	6	8
$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$	0.611	0.623	0.625	0.625
Cpu-Time*	4'22"(28)	4'01"(25)	4'03"(25)	4'09"(25)

$\sigma_Y=6\,000\ \mathrm{kg/cm^2}$, $E=2.1\times10^6\ \mathrm{kg/cm^2}$, $\nu=0.3$, $b/t=48$
$\delta_{pp}/t=0.1$, $\bar{\sigma}_{rc}=0$, $t=1.0\ \mathrm{cm}$, $N_T=8$
*) 極限状態通過後1回の変位増分を行った時の全計算時間．（ ）内は全反復回数

荷重増分の取り方及び構造物が異なればれも変わるため，一般性に欠ける。

表－2.3.4からわかるように，③による判定では，弾塑性域に入ってから，①による判定では十分収束しているのに，不つり合いカノルム$\|\Delta F_{rI}\|$は十分収束していないということ。又，メッシュ分割や構造物が異なれば，δ_wも異なるということ。以上のことから，今後の正方形板のパラメータ解析には，①の判定条件を用いることにする。

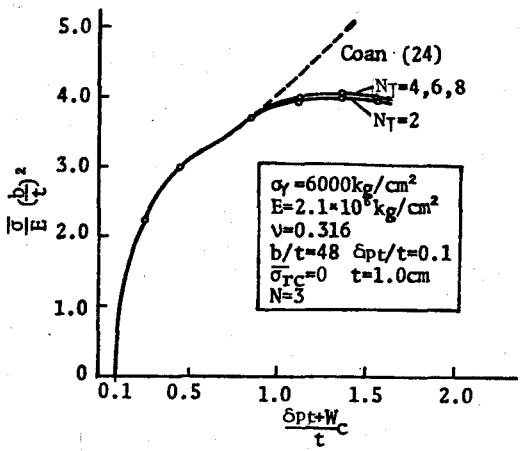
（４）計算時間

反復回数(n)と極限状態通過後1回の変位増分を行った時の全計算時間の関係の一例を表－2.3.5，2.3.6に示す。なお，この数値計算は，大阪大学大型計算機センターのNEAC－2200－700を用いて行ったものである。

（５）層割りの問題

層の分割数(N_T)と極限応力度($\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$)及び解析に要した計算時間を表－2.3.7に

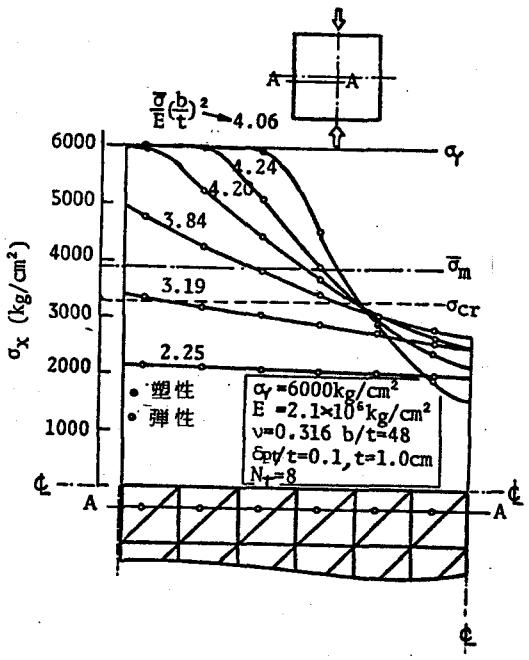
又，平均応力度と板中央のたわみの関係を図－2.3.25に示す。これらの図表より，$N_T=4$で十分収束していることがわかる。又，分割数（N_T）は，あまり計算時間に関係しないことがわかる。



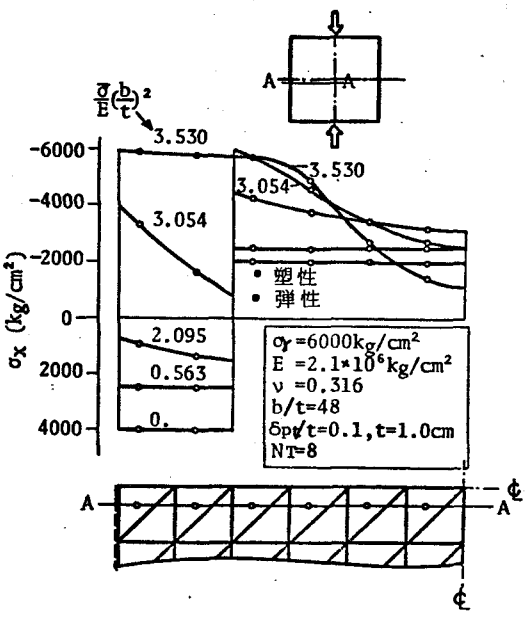
図－2.3.25 平均応力度と最大たわみ
（$\sqrt{\sigma_Y/E}\cdot b/t=2.57, \bar{\sigma}_{rc}=0$）

（6）残留応力を有する場合と有しない場合の挙動の比較

板の中央面における応力度分布の比較を図－2.3.26～2.3.31に示す。残留応力を有する圧縮板の場合，最初は仮定した残留応力の存在のため不連続な応力度分布を示すが，極限状態付近では連続的な分布となっている。又，平均圧縮応力度と圧縮面内変位の関係を図－2.3.32及び2.3.33に示す。更に，残留応力を有する場合と有しない場合の座屈波形の形状の比

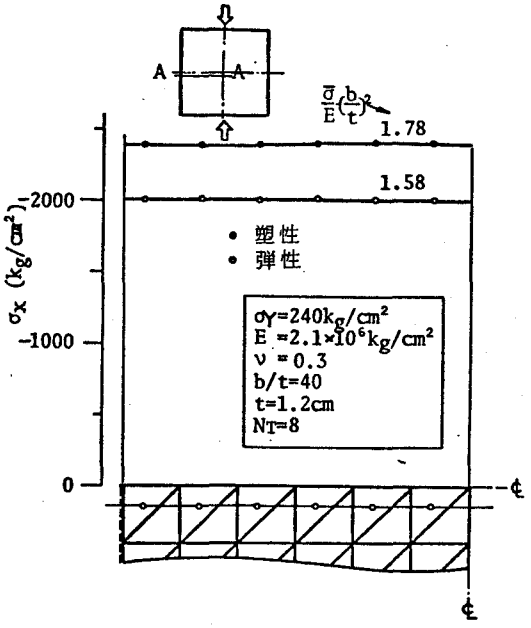


図－2.3.26 応力度分布
（$\sqrt{\sigma_Y/E}\cdot b/t=2.57, \bar{\sigma}_{rc}=0$）

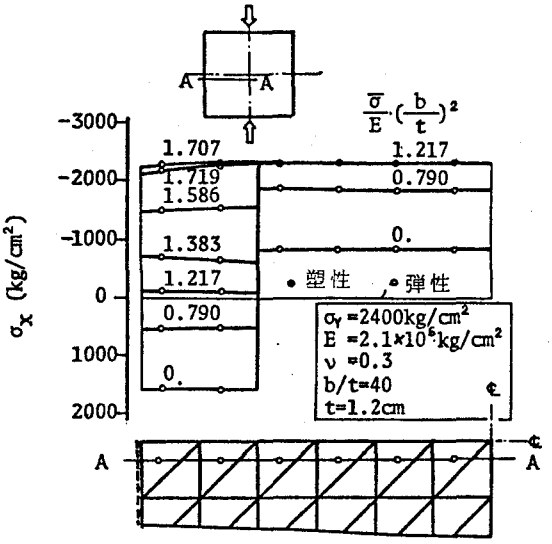


図－2.3.27 応力度分布
（$\sqrt{\sigma_Y/E}\cdot b/t=2.57, \bar{\sigma}_{rc}=-\sigma_Y/3$）

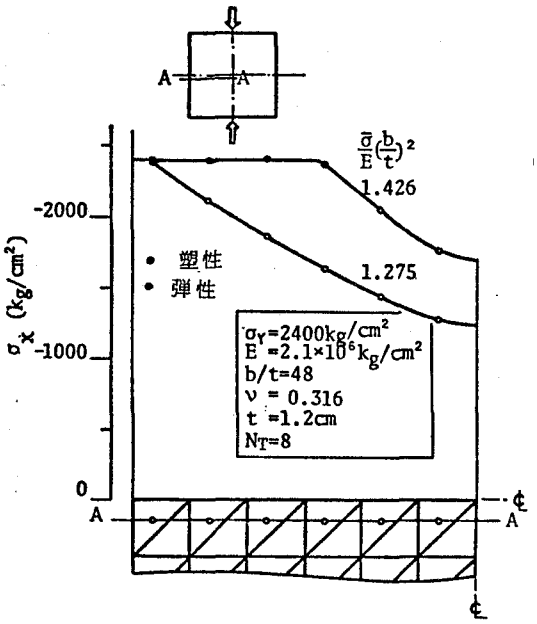
較を図-2.3.34に示す。 両者の間にはほとんど差異がないことがわかる。図-2.3.35に板の裏表の表面における主応力の流れを示すが，正確にMisesの降伏曲線の上を流れていることがわかる。 又，板の表・裏面における塑性域の分布状況を図-2.3.36に示す。



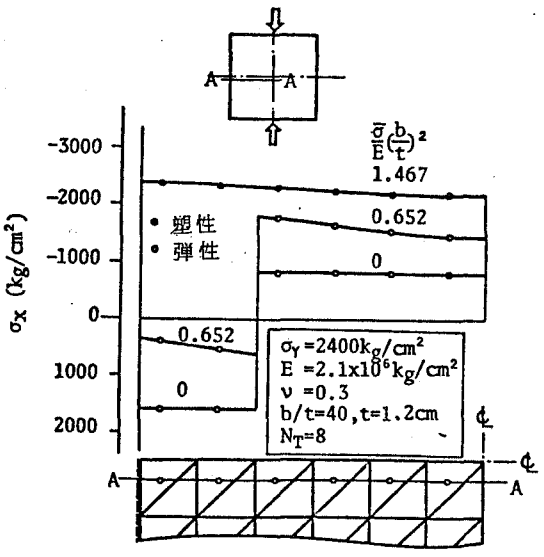
図－2.3.28 応力度分布
($\sqrt{\sigma_Y/E}\cdot b/t=1.352$,
$\bar{\sigma}_{rc}=0$, $\delta_{pt}/t=0.1$)



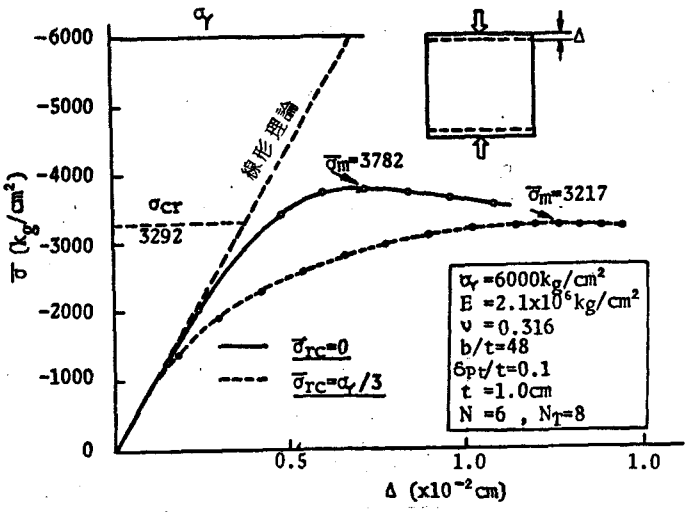
図－2.3.29 応力度分布
($\sqrt{\sigma_Y/E}\cdot b/t=1.352$, $\bar{\sigma}_{rc}=-\sigma_Y/3$,
$\delta_{pt}/t=0.1$)



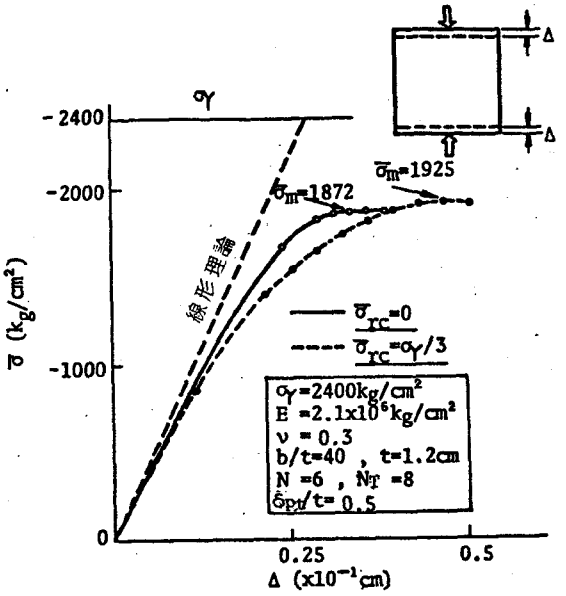
図－2.3.30 応力度分布
($\sqrt{\sigma_Y/E}\cdot b/t=1.352$, $\bar{\sigma}_{rc}=0$,
$\delta_{pt}/t=0.5$)



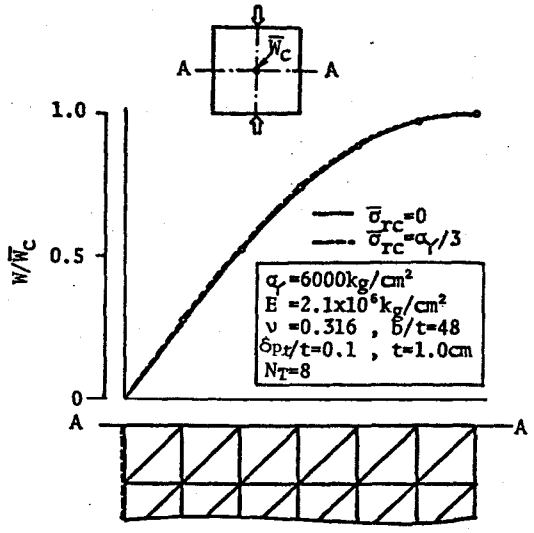
図－2.3.31 応力度分布
($\sqrt{\sigma_Y/E}\cdot b/t=1.352$, $\bar{\sigma}_{rc}=-\sigma_Y/3$,
$\delta_{pt}/t=0.5$)



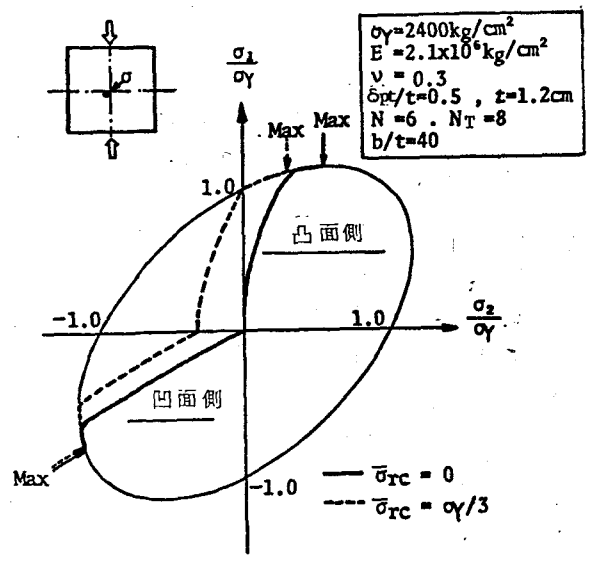
図－2.3.32 平均圧縮応力度と圧縮変位 ($\sqrt{\sigma_Y/E}\cdot b/t=2.57$)



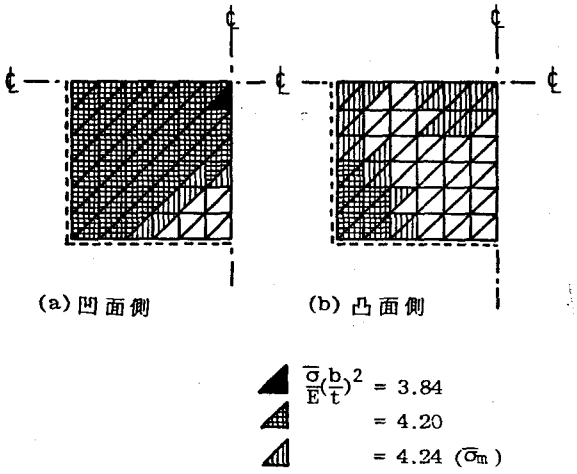
図－2.3.33 平均圧縮応力度と圧縮変位
($\sqrt{\sigma_Y/E}\cdot b/t=1.352$)



図－2.3.34 極限状態でのたわみ波形
($\sqrt{\sigma_Y/E}\cdot b/t=2.57$)



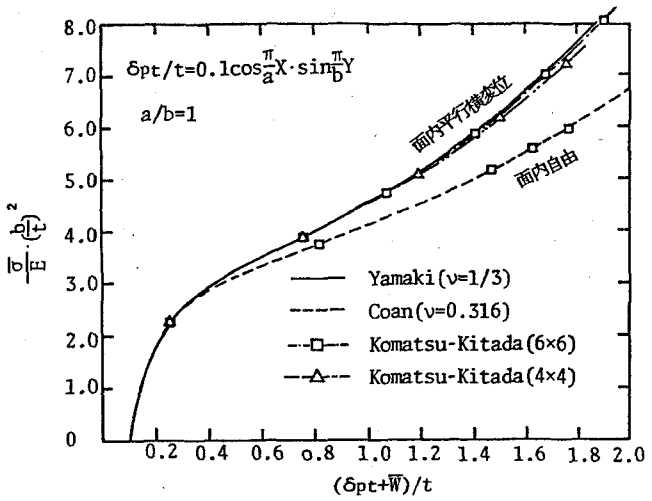
図－2.3.35 板の表面の主応力度の流れ



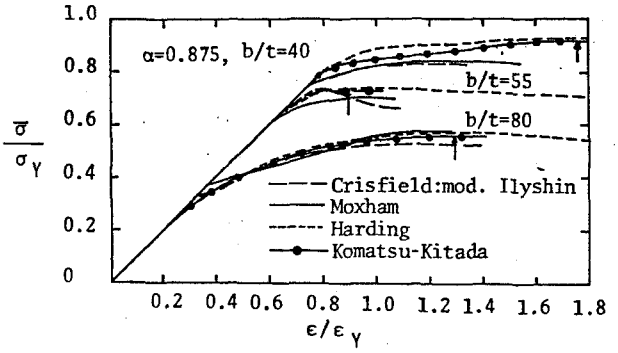
図－2.3.36 塑性域の広がり
($\sqrt{\sigma_Y/E}\cdot b/t=2.57, \bar{\sigma}_{rc}=0$)

2.3.5.2 他の理論解との比較

非載荷辺における面内変位が自由である場合（面内自由）の本解析法の精度の検証は既に2.3.5.1節で行った。そこで，ここでは，まず第4章で取り扱うような非載荷辺の面内変位が直線を保ったまま平行移動する場合（面内平行横変位）について本解析法の検証を行うために，同じ境界条件の八巻(I-55)の弾性解析解（たわみ波形に2重3角級数の4項までを用いた収束解）と比較している。その比較を図-2.3.37に示す。同図より本法による解は面内平行横変位の場合も八巻の厳密解によく一致していることがわかる。ただ変位が非常に大きいところでは八巻の解より変位がいくぶん大きく出ているようである。しかし，一般に用いられている圧縮板ではこのあたりまで変形が大きくなる前に材料が降伏して極限強度に至る。従って，この誤差はあまり問題とならない。本法の精度がこのように非常に良好であるのは剛体変位を除去する方法をもちみに採用しているために有限変位の影響を十分に追跡出来るからであると考える。



図－2.3.37 解析解との比較



図－2.3.38 Crisfield, Moxham及びHardingによる解との比較

又，最近とみに多くの研究者によって初期たわみと残留応力を同時に受け

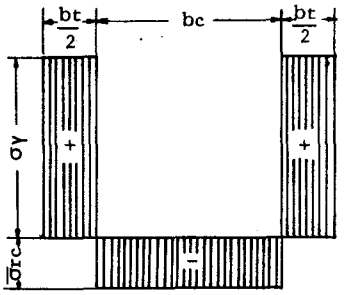
る圧縮板の弾塑性有限変位解析が行われるようになった。そこで，文献33)に掲げられているCrisfield, Moxham, Harding[I-69]の解と本法による解との比較を行って図-2.3.38に示す。ここに，εは平均圧縮ひずみであり，$\varepsilon_Y = \sigma_Y / E$である。いずれの解析についても表-2.3.8に掲げる同一の諸元を用いている。ただし，残留応力の分布形状については若干の差異が存在している。MoxhamとHardingは板厚方向に板を5層に分割し板厚方向の弾塑性の広がりを考慮した解析を行っており，Moxhamは Ritz 法を用い，Hardingは板の有限たわみの微分方程式を反復差分法（dynamic relaxation）により解いている。又，1.2節で述べたように，Crisfieldは曲げと軸方向力を受ける場合のIlyushinの全断面降伏判定条件を少し改良した降伏判定条件を用いて有限要素法により解析を行っている。図より明らかなように，本法はHardingの解とよく一致している。ただb/t=40の場合，極限応力度は，Hardingの解とよく一致しているが，そこに至る平均圧縮応力度－平均ひずみ曲線は少し離れている。これは本法では残留応力分布を図-2.3.39に示すようなタイプに仮定したため降伏による有効断面積の減少が急激に起こったためと思われる。Hardingの仮定した残留応力分布の詳細は不明であるが彼の解析結果より判断すると引張残留応力の分布形を三角形に仮定しているように思われる。そのためにHardingの解は図-2.3.38に示すようななめらかな曲線となっているものと思われる。Moxhamの解はRitz法による近似解であり，

表－2.3.8

比較計算に用いた板の諸元

	a/b	b/t	ν	E	σ_Y	t	δ_{pt}/b	$\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y$
A	0.875	40	0.3	206 200	250	3.175	0.0011	0.177
B	0.875	55	0.3	206 200	250	3.175	0.00117	0.1225
C	0.875	80	0.3	206 200	250	3.175	0.0012	0.081

(E : N/mm², σ_Y : N/mm², t : mm)



図－2.3.39 残留応力分布（Aタイプ）

Crisfieldの解は板厚方向の弾塑性の広がりを考慮することが出来ないので精度が低下しているものと思われる。 そこで，本法とHardingの解の比較のみを考えると，両者がよく一致している点から判断して弾塑性範囲においても本法の妥当性が立証出来るのではないかと思われる。

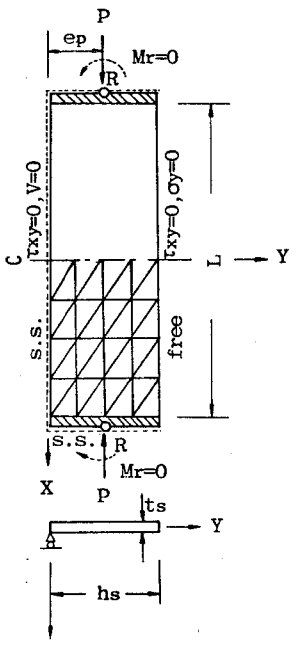
2.3.6 3辺単純支持1辺自由の圧縮板に関する数値解析結果とその考察

2.3.6.1 数値解析例

数値解析例として，残留応力及び初期たわみを同時に有する3辺単純支持1辺自由の1方向圧縮板を取り上げる。 解析モデルを図-2.3.40に示す。又，解析に用いた境界条件は以下に示す通りである。

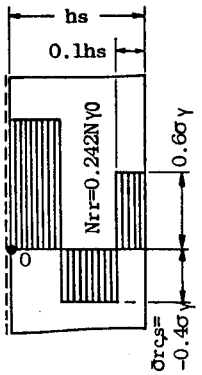
$$\left.\begin{array}{l} W=0 \quad ;\text{載荷辺及び } Y=0 \text{ の非載荷辺} \\ \tau_{xy}=0,\ V=0 \quad ;\ Y=0 \text{ の非載荷辺} \\ \tau_{xy}=0,\ \sigma_y=0 \quad ;\ Y=h_s \text{ の非載荷辺} \end{array}\right\} \cdots (2.3.282)$$

又，剛棒に設けたヒンジRにおいては，モーメントMrをゼロにし，圧縮力Pのみが作用するとした。



図－2.3.40 解析モデル

解析に用いた残留応力分布及び初期たわみ分布をそれぞれ図-2.3.41及び2.3.42に示す。



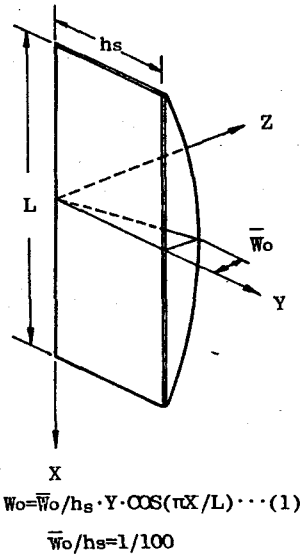
図－2.3.41
残留応力分布

板に面内曲げが作用する場合には，本研究で用いているような一定ひずみの三角形有限要素は一般に精度が良くないと言われている。 そこで，第5章で取り扱う自由突出板のうちで，不安定現象という立場からは最も不利な載荷方法であるケースⅢの場合（$e_p=2h_s/3$）

について，メッシュ分割と精度の関係を調べてみた。ここで，epは，ヒンジRとX軸との距離である。一般に，自由突出圧縮板の幅厚比を表すのに，次式で示す幅厚比パラメータ R_s が用いられる。

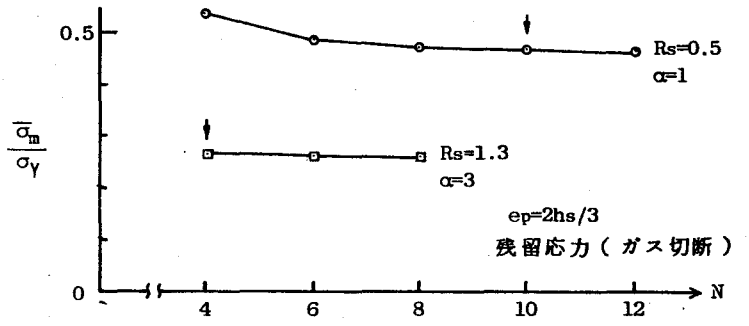
$$R_s = \frac{h_s}{t_s}\sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}\cdot\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k}} \quad \cdots(2.3.283)$$

ここに，kは無限長の自由突出圧縮板の座屈係数であり，0.425となる。

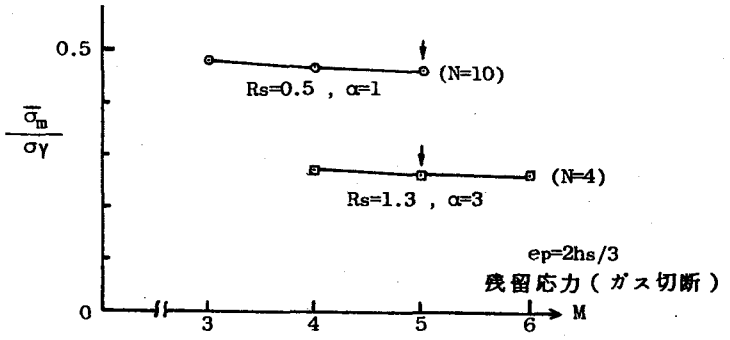


図－2.3.42 初期たわみ波形

幅厚比パラメータ R_s が0.5と小さく弾塑性域での不安定現象を呈する場合と，$R=1.3$ と大きく弾性域での不安定現象を呈する場合の解析結果をそれぞれ図-2.3.43と図-2.3.44に示す。解析には，極限応力度 $\bar{\sigma}_m$ が最も小さくなるような縦横比 $\alpha(=L/h_s)$ を用いた。すなわち $R_s=0.5$ 及び1.3の板に対しては，それぞれ，$\alpha=1.0$ 及び3.0を用いた。まず，X軸方向の分割数Mを4に固定し，Y軸方向の分割数Nを変化させてみた。$R=0.5$ の板では $N=10$，一方，$R=1.3$ の板では，



図－2.3.43 Y軸方向の分割数Nと解の収束状況（M＝4）



図－2.3.44 X軸方向の分割数Mと解の収束状況

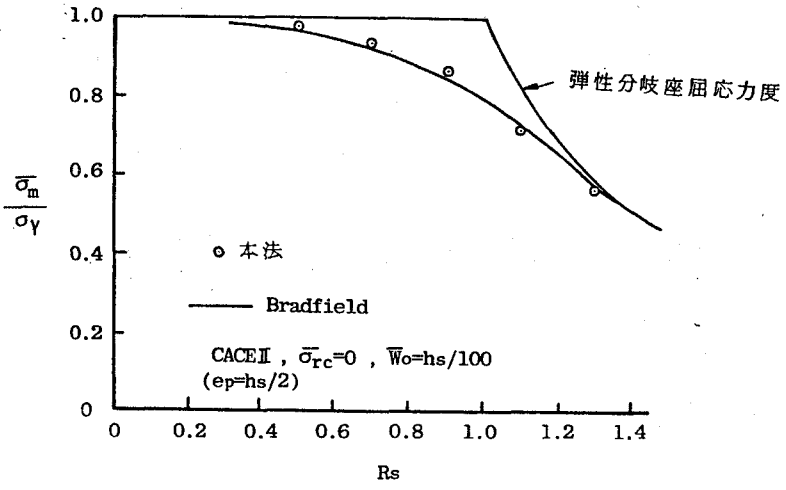
$N=4$で十分な収束解が得られていることが図－2.3.43でわかる。 更に，$R_s=0.5$の場合には$N=10$，$R_s=1.3$の場合には$N=4$に固定し，Mを変化させてみた。 Mを4～5に取れば十分収束解が得られることがわかる。

2.3.6.2 他の理論解との比較

本解析法の検証を行うため，Bradfield[I-84]の解析結果と本解析結果を比較し，図－2.3.45に示す。 解析に用いた諸元は以下に示す通りである。

$$\left.\begin{aligned} &\bar{w}_o/h_s = 1/100 \\ &\bar{\sigma}_{rc,s} = 0 \\ &e_p = h_s/2 \\ &\alpha = (\bar{\sigma}_m \text{が最小となる} \alpha) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (2.3.284)$$

Bradfieldは差分法を用いて弾塑性有限変位解析を行っている。 弾塑性解析には，Ciesfield[I-67]により改良されたIlyushinの近似的な降伏曲面を用いた塑性流れ理論を採用している。 図－2.3.45に示すように，本解析による$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$は，$R<1.0$の領域では，Bradfieldの結果より極くわずか大きめの値，$R_s>1.0$では，極めてわずかに小さめの値を示しているが，両者の結果はよく一致している。 この誤差は，Bradfieldの解析では，板厚方向への塑性域の広がりを厳密に評価出来なかったためと思われる。 又，Bradfieldは残留応力を有する板の解析結果を示していないが，この種の板に対しては，彼の理論は厳密性に欠けるように思われる。



図－2.3.45 本解析結果とBradfieldの結果との比較

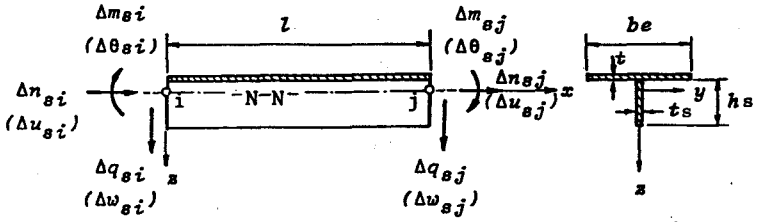
2．4　初期不整を有する圧縮柱の弾塑性有限変位解析

本節においては，第7章で用いる有効補剛材の極限強度を求めることを目的とした解析法について述べる。　すなわち，初期たわみ，残留応力及び荷重の偏心を有する圧縮柱の弾塑性有限変位解析法について述べる。　ただし，ここで取り扱う圧縮柱は，ねじり変形を生じないものと仮定する。又，ここで示す圧縮柱の弾塑性有限変位理論は，2.3節で述べた圧縮板の弾塑性有限変位理論を一次元柱部材の場合に特殊化したものである。　従って，ここでは，柱要素に特有の諸点のみについて記述する。

2．4．1　基礎理論

(1)柱要素の接線剛性マトリックス

圧縮柱をいくつかの一次元有限要素に分割し，その中の有限要素 ij を図-2.4.1に示す。この柱要素の両端断面の重心に節点 i，j を設ける。　i 点を原点として部材軸 $\overrightarrow{ij}$ 方向に x 軸，断面の主軸に沿って水平横方向に y 軸，それらに直交な主軸に沿って z 軸を設け，要素座標系 (x, y, z) を定める。　つり合い状態Mから I 回反復後の状態 I における要素について考える。(図-2.3.4．参照)。　この要素の部材軸上の任意点の z 方向のたわみを要素座標系で表し w_I とする。更にこの点の状態 I から状態 I+1 に至る場合の軸方向変位増分を Δu，たわみ増分を Δw とする。　すると要素内の任意点 (x, z) の軸方向歪増分 $\Delta\varepsilon_x$ は次のようになる。



図－2．4．1　柱要素の節点力増分及び節点変位増分

$$\Delta\varepsilon_x = \frac{d\Delta u}{dx} + \frac{dw_I}{dx}\cdot\frac{d\Delta w}{dx} + \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{d\Delta w}{dx}\right)^2 - z\cdot\frac{d^2\Delta w}{dx^2} \qquad \text{----(2.4.1)}$$

以下の変位関数により節点変位増分ベクトル Δd_{sI}, Δd_{bI} を用いて要素内の変位増分 Δu, Δw を定める。

$$\Delta u = \begin{bmatrix} 1-x/\ell & x/\ell \end{bmatrix}\cdot\Delta d_{sI} \qquad \text{----(2.4.2)}$$

$$\Delta w = H_s\cdot\Delta d_{bI} \qquad \text{----(2.4.3)}$$

ここに

$$H_s = \left[\frac{2x^3}{\ell^3}-\frac{3x^2}{\ell^2}+1 \quad \frac{x^3}{\ell^2}-\frac{2x^2}{\ell}+x \quad -\frac{2x^3}{\ell^3}+\frac{3x^2}{\ell^2} \quad \frac{x^3}{\ell^2}-\frac{x^2}{\ell}\right] \qquad \text{----(2.4.4)}$$

$$\Delta d_{sI} = \{\Delta u_{si}\ ;\ \Delta u_{sj}\}_I \qquad \text{----(2.4.5)}$$

$$\Delta d_{bI} = \{\Delta w_{si}\ ;\ \Delta\theta_{si}\ ;\ \Delta w_{sj}\ ;\ \Delta\theta_{sj}\}_I \qquad \text{----(2.4.6)}$$

式(2.4.2),(2.4.3)を式(2.4.1)に代入してマトリックス表示すると,

$$\Delta\varepsilon_I = B_u\cdot\Delta d_{sI} + \frac{1}{2}\cdot\Delta C_{\theta I}\cdot A_\theta\cdot\Delta d_{bI} + C_{\theta I}\cdot A_\theta\cdot\Delta d_{bI} - zA_\phi\cdot\Delta d_{bI} \qquad \text{----(2.4.7)}$$

ここに

$$\Delta C_{\theta I} = \Delta d_{bI}^T\cdot A_\theta^T \quad , \quad C_{\theta I} = d_{bI}^T\cdot A_\theta^T \qquad \text{----(2.4.8, 9)}$$

$$d_{bI} = \{0\ ;\ \theta_{si}\ ;\ 0\ ;\ \theta_{sj}\}_I \quad , \quad B_u = \begin{bmatrix} -1/\ell & 1/\ell \end{bmatrix} \qquad \text{----(2.4.10, 11)}$$

$$A_\theta = \left\{\frac{6x^2}{\ell^3}-\frac{6x}{\ell^2} \quad \frac{3x^2}{\ell^2}-\frac{4x}{\ell}+1 \quad -\frac{6x^2}{\ell^3}+\frac{6x}{\ell^2} \quad \frac{3x^2}{\ell^2}-\frac{2x}{\ell}\right\} \qquad \text{---(2.4.12)}$$

$$A_\phi = \left\{\frac{12x}{\ell^3}-\frac{6}{\ell^2} \quad \frac{6x}{\ell^3}-\frac{4}{\ell} \quad -\frac{12x}{\ell^3}+\frac{6}{\ell^2} \quad \frac{6x}{\ell^2}-\frac{2}{\ell}\right\} \qquad \text{----(2.4.13)}$$

θ_{si}, θ_{sj} はそれぞれ状態Iにおける節点 i, j のたわみ角である。圧縮板と同様に,状態Iにおける変形した棒を真っすぐな有限要素の集合体で近似する。すなわち, $\theta_{si}=\theta_{sj}=0$ とする。そして節点力増分ベクトル $\Delta f'_I$ と節点変位増分ベクトル $\Delta d'_I$ の関係を求める。

$$\Delta f'_I = k'_I\cdot\Delta d'_I \qquad \text{----(2.4.14)}$$

ここに

$$\Delta f'_I = \{\Delta n_{si}\ ;\ \Delta n_{sj}\ ;\ \Delta q_{si}\ ;\ \Delta m_{si}\ ;\ \Delta q_{sj}\ ;\ \Delta m_{sj}\} \qquad \text{----(2.4.15)}$$

$$\Delta d_I' = \{ \Delta d_{sI}^T \; ; \; \Delta d_{bI}^T \} \qquad \text{-----(2.4.16)}$$

$$k_I' = \begin{bmatrix} k_{ssI} & k_{sbI} \\ k_{sbI}^T & k_{bbI} + k_{GI} \end{bmatrix} \qquad \text{-----(2.4.17)}$$

$$k_{ssI} = \int_V B_u^T \cdot D_I \cdot B_u \, dV, \quad k_{sbI} = -\int_V z \cdot B_u^T \cdot D_I \cdot A_\phi \, dA \quad \text{---(2.4.18, 19)}$$

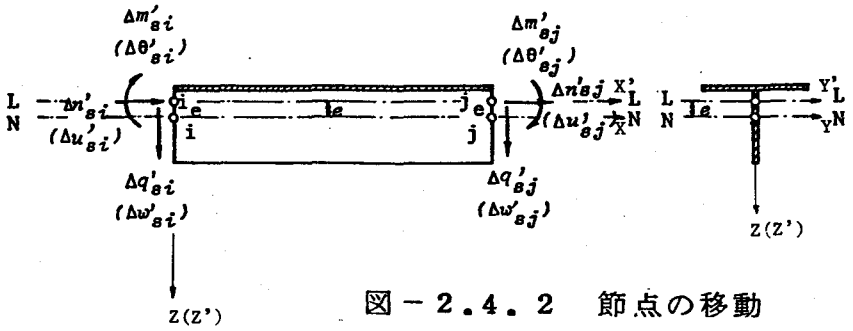
$$k_{bbI} = \int_V z^2 A_\phi^T \cdot D_I \cdot A_\phi \, dV, \quad k_{GI} = \int_V A_\theta^T \cdot \sigma_{xI} \cdot A_\theta \, dV \quad \text{--(2.4.20,21)}$$

σ_{xI}は状態Iにおける垂直応力度，D_Iは応力増分$\Delta\sigma_x$と歪増分$\Delta\varepsilon_x$を関係づける弾性係数で

$$D_I = \begin{cases} E & (\text{弾性の場合}), \text{ヤング係数} \\ E_t & (\text{非弾性の場合}), \text{接線弾性係数} \end{cases} \qquad \text{----(2.4.22)}$$

（2）節点の移動及び剛性マトリックスの集成

図-2.4.2に示すように部材軸上にある節点i，jを圧縮外力の作用線であるL-L軸まで移動させ，それぞれの節点をie，jeとする。 すると平面保持の仮定より



図－2.4.2 節点の移動

$$\Delta d_I' = B_r \cdot \Delta d_I \qquad \text{-----(2.4.23)}$$

ここに

$$\Delta d_I = \{ \Delta u_{si}' \; ; \Delta w_{si}' \; ; \Delta\theta_{si}' \; ; \Delta u_{sj}' \; ; \Delta w_{sj}' \; ; \Delta\theta_{sj}' \}_I \qquad \text{-----(2.4.24)}$$

$$B_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -e \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{-----(2.4.25)}$$

又，力のつり合いより

$$\Delta f_{sI} = B_r^T \cdot \Delta f_I' \qquad \text{-----(2.4.26)}$$

ここに

$$\Delta f_I = \{\Delta n_{si}' ; \Delta g_{si}' ; \Delta m_{si}' ; \Delta n_{sj}' ; \Delta g_{sj}' ; \Delta m_{sj}'\} \quad \text{-----(2.4.27)}$$

式(2.4.23),(2.4.26)を式(2.4.14)に代入すると

$$\Delta f_I = k_I \cdot \Delta d_I \quad \text{-----(2.4.28)}$$

ここに,

$$k_I = B_r^T \cdot k_I' \cdot B_r \quad \text{-----(2.4.29)}$$

式(2.4.28)を全体座標系へと変換すると,

$$\Delta f_{gI} = L_I^T \cdot k_I \cdot L_I \cdot \Delta d_{gI} \quad \text{-----(2.4.30)}$$

ここに,L_Iは座標変換マトリックスであり,

$$L_I = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xz} & 0 \\ a_{zx} & a_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{-----(2.4.31)}$$

$$a_{xx} = a_{zz} = (X_j' - X_i')/L \ , \ a_{xx} = -a_{zx} = (Z_j' - Z_i')/L$$

$$L = \sqrt{(X_j' - X_i')^2 + (Z_j' - Z_i')^2} \quad \text{----(2.4.32 ~ 34)}$$

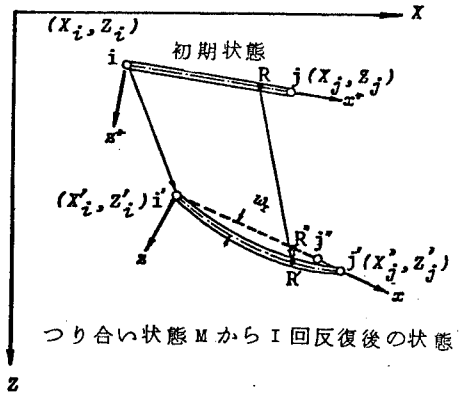
(X_i', Z_i'), (X_j', Z_j')は,それぞれ,変形状態Iにおける節点ie, jeの全体座標系(X,Z)による座標値である。

式(2.4.30)を全要素について集成すると全体系の接線剛性マトリックスK_Iが得られる。

$$\Delta \bar{F}_{rI} = K_I \cdot \Delta \bar{U}_I \quad \text{----(2.4.35)}$$

(3)剛体変形の除去

図-2.4.3に基づき2.3節の3次元の平板要素の場合の基礎式を2次元の柱要素に変換することにより変形状態Iにおける剛体変位を除去した正味の節点変位ベクトル $\bar{u}_I$ を求める。



図－2.4.3　剛体変位の除去

$$\bar{U}_I = \{ u_i' ; u_j' ; w_i' ; \theta_i' ; w_j' ; \theta_j' \} \quad \text{----(2.4.36)}$$

$$u_i' = w_i' = w_j' = 0 \quad \text{----(2.4.37)}$$

$$u_j' = a_{xx} \cdot \{ U_j - U_i + L_{ij} (a_{x^*x} - a_{xx}) \} + a_{xz} \cdot [W_j - W_i + L_{ij} \cdot (a_{x^*z} - a_{xz})]$$

$$\theta_r' = \frac{a_{x^*x} \cdot a_{zz} \cdot x_x^* + a_{xx} \cdot \{ a_{zx} + a_{zz} \cdot \textcircled{H}_r \} \cdot (x_x^* + u_x)}{1 - (a_{zx} + a_{zz} \cdot \textcircled{H}_r) \cdot a_{zx}} \quad \text{----(2.4.38,39)}$$

, $(r = i, j)$

ここに

$$a_{x^*x} = a_{z^*z} = (X_j - X_i)/L_{ij} \ , \ a_{x^*z} = -a_{z^*x} = (Z_j - Z_i)/L_{ij}$$

$$L_{ij} = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2}$$

$$x_x^* = 1/(1 + u_j/L_{ij}) \ , \ u_x = u_j (L_{ij} + u_j) \quad \text{----(2.4.40 ~ 44)}$$

ここに，U_i，W_i，$\textcircled{H}_i$ は節点 i の全変位量（X 軸方向変位，Z 軸方向変位，たわみ角）を全体座標系で表したものであり，(X_i, Z_i)，は初期状態における節点 i の全体座標系での位置を表す。

（4）不つり合い力の計算

2.4節と同様に剛体変位を除去した変位ベクトル $\bar{U}_I$ に対しては微小変形理論が適用出来ると考えると平衡状態 M から I 回反復後の状態 I における要素の真の節点力ベクトル $\bar{F}_I$ は次のようになる。

$$\bar{F}_I = \bar{F}_M + k_M \cdot \Delta \bar{U}_M \quad \text{----(2.4.45)}$$

ここに $\Delta \bar{U}_M = \bar{U}_I - \bar{U}_M$ ----(2.4.46)

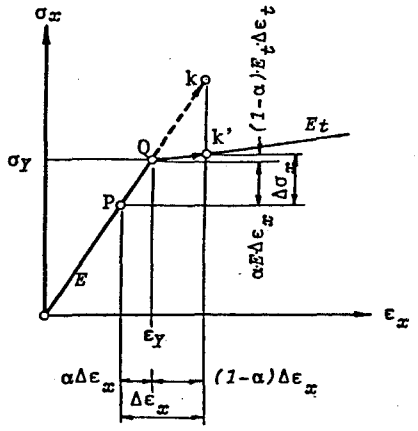
$$k_M = B_r^T \cdot \begin{bmatrix} \int_v B_u^T \cdot D_M \cdot B_u \, dV & -\int z B_u^T \cdot D_M \cdot A_\phi \, dV \\ -\int z A_\phi^T \cdot D_M \cdot B_u \, dV & \int z^2 A_\phi^T \cdot D_M \cdot A_\phi \, dV \end{bmatrix} \cdot B_r \quad \text{---(2.4.47)}$$

$$D_M = \begin{cases} E & (\text{弾性}) \\ \alpha E + (1-\alpha) E_t & (\text{弾性} \rightarrow \text{塑性}) \\ E_t & (\text{塑性}) \end{cases} \quad \text{----(2.4.48)}$$

式(2.4.48)の α は状態 M から I までの反復計算で塑性化した質点に対して計算する。 図-2.4.4を参照して

$$\alpha = \overline{PQ} / \overline{Pk} \qquad (2.4.4P)$$

更に，$\bar{F}_M$，$\bar{U}_M$はそれぞれつり合い状態Mでの真の節点力ベクトル及び剛体変位を除去した節点変位ベクトルを表す。節点ie，jeに関する式(2.4.45)の節点力ベクトル$\bar{f}_I$を全体座標系へと変換し，全要素について集成すると，変形状態Iにおける真の節点力ベクトル$\bar{F}_I$が得られる。このF_Iと作用荷重ベクトル$\bar{F}_{M+1}$との差が次の反復計算における不つり合いカベクトル$\Delta\bar{F}_{rI}$となる。



図－2.4.4　応力・ひずみ関係

(5) k_{ssI}, k_{sbI}, k_{bbI}, k_{GI}の計算

式(2.4.11)を式(2.4.18)に代入し，積分を実行すると，

$$k_{ssI} = \int_A D_I \, dA / \ell \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad -----(2.4.50)$$

式(2.4.13)を式(2.4.20)に代入し，積分を実行すると，

$$k_{bbI} = \int_A z^2 D_I \, dA \cdot \begin{bmatrix} 12/\ell^3 & 6/\ell^2 & -12/\ell^3 & 6/\ell^2 \\ 6/\ell^2 & 4/\ell & -6/\ell^2 & 2/\ell \\ -12/\ell^3 & -6/\ell^2 & 12/\ell^3 & -6/\ell^2 \\ 6/\ell^2 & 2/\ell^2 & -6/\ell^2 & 4/\ell \end{bmatrix} \qquad ----(2.4.51)$$

式(2.4.11)，(2.4.13)を式(2.4.19)に代入し積分を実行すると，

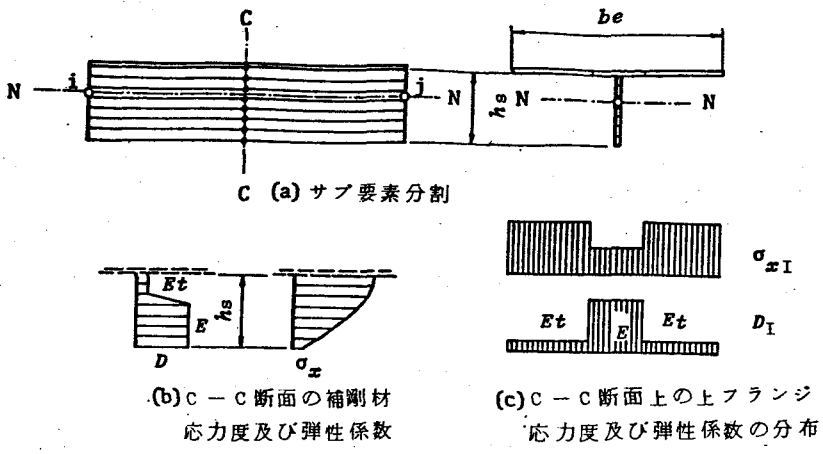
$$k_{sbI} = -\int_A z D_I dA / \ell \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad ----(2.4.52)$$

式(2.4.12)を式(2.4.21)に代入し，積分を実行すると

$$k_{GI} = \int_A G_{xI} \, dA \cdot \begin{bmatrix} 6/5\ell & 1/10 & -6/5\ell & 1/10 \\ 1/10 & 2\ell/15 & -1/10 & -\ell/30 \\ -6/5\ell & -1/10 & 6/5\ell & -1/10 \\ 1/10 & -\ell/30 & -1/10 & 2\ell/15 \end{bmatrix} \qquad ----(2.4.53)$$

式(2.4.50)～(2.4.53)に含まれる$\int_A D dA$，$\int_A z D dA$，$\int_A z^2 D dA$，$\int_A G_{xI} dA$の積分は以下のようにして行った。すなわち，図－2.4.5(a)に示すよう

に有限要素の縦補剛材部分を数本のサブ要素に分割し，中央断面C-Cにおける応力度を図-2.4.5(b),(c)に示すように，補剛材については各サブ要素の境界位置における応力度，フランジについては板厚中央の応力度をそれぞれ記憶しておく。そして応力度σ_{xI}，弾性係数D_Iが，補剛材のサブ要素内では直線変化，フランジ内のサブ要素では区間的に一定であると仮定してそれぞれZ軸及びY軸方向に数値積分を行い全断面について加算することにより$\int_A D_I dA$, $\int_A z D_I dA$, $\int_A z^2 D_I dA$, $\int_A \sigma_{xI} dA$の計算を行った。



図－2.4.5　有限要素のサブ要素

（6）極限荷重の計算

数値計算は以下の条件が満足されるまで行った。

$$P_{M+1} < P_M \qquad \text{-----(2.4.54)}$$

ここでP_M, P_{M+1}はそれぞれつり合い状態M及びM+1における圧縮外力である。圧縮外力P_{M-1}, P_M, P_{M+1}とそれらに対応する柱の中央断面Cのたわみ$W_{c,M-1}$, $W_{c,M}$, $W_{c,M+1}$を基にP－W_c曲線を2次曲線で補間し圧縮柱の極限荷重P_{sm}を求めた。

2.4.2　数値解析結果とその考察

藤田・吉田・高沢[25]が行ったH形鋼の両端ヒンジの圧縮柱の実験及び理論解析結果と本法による解析結果を比較して表-2.4.1に示す。

藤田らも有限要素法により弾塑性有限変位解析を行っている。非線形の解

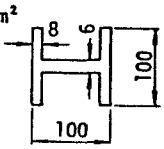
析法については本法では修正増分法と反復法を併用する混用法を用いているが藤田らは修正増分法のみを用いている。本法による解析結果が藤田らの実験及び解析結果とよく一致していることから本法による解の妥当性を示すことが出来る。

表－2.4.1　藤田・吉田・高沢の実験値及び理論値との比較

番号	L/r	δ_2/L	実験値	藤田らの方法		本法	
			$\bar{\sigma}_{sm}^*$	$\bar{\sigma}_{sm}^*$	誤差(%)	$\bar{\sigma}_{sm}^*$	誤差(%)
H4010	40	0.0170	0.599	0.624	4.2	0.612	2.2
H6005	60	0.0112	0.502	0.520	0.7	0.520	0.7
H8021	80	0.0025	なし	0.618	なし	0.613	なし

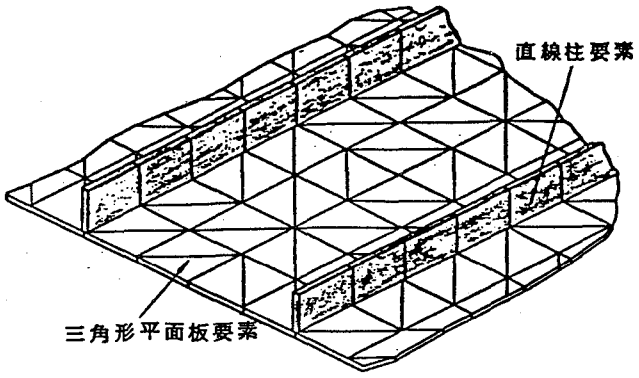
$\sigma_Y=2860kg/cm^2$, $E=2.1\times10^6kg/cm^2$, $E_t=2.1\times10^4kg/cm^2$

誤差は実験値に対するもの
実験・理論値共に弱軸回りについて行っている。
$\bar{\sigma}_{sm}^*=\bar{\sigma}_{sm}/\sigma_Y$



2.5　Rayleigh－Ritz 法と有限要素法の混用理論

本節においては，圧縮補剛板の弾塑性有限変位解析を行うために本研究で新らたに開発した，Rayleigh－Ritz 法と有限要素法の混用理論について述べる。



図－2.5.1　有限要素によるモデル化

2.5.1　基礎理論

図－2.5.1に示すように，補剛材部は直線の柱要素，板パネル部は平面の三角形板要素の集合体として補剛板をモデル化する。補剛材は開断面のものを対象にしているため，そのねじり剛性は一応無視することにする。

本解析理論は，2.3節及び2.4節の有限要素法のみを用いた圧縮板及び圧縮柱の本弾塑性有限変位解析法を圧縮補剛板に拡張し，それにモーダル・アナリシス的手法を導入したものである。従って，ここでは，2.3節及び2.4節の方法と異なる点，及び改良した点のみを以下に記述することにする。

（1）接線剛性マトリックスの縮小

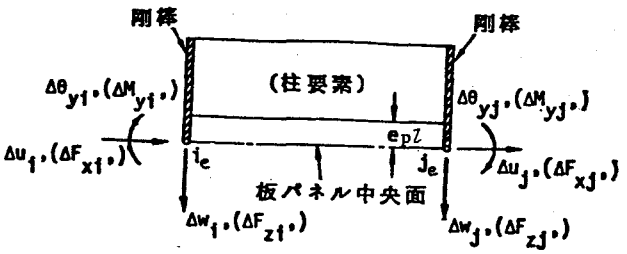
板要素及び柱要素を含む任意要素Kの状態Iにおける節点力ベクトルをf_I'，節点変位ベクトルをd_I'，状態Iから$I+1$に至る節点力増分ベクトルを$\Delta f_I'$，節点変位増分ベクトルを$\Delta d_I'$とする。$\Delta f_I'$及び$\Delta d_I'$は，板要素の場合には，それぞれ，式(2.3.1)，(2.3.2)に示すベクトルであり，柱要素の場合には，それぞれ，式(2.4.15)，(2.4.16)に示すベクトルである。f_I'，d_I'は，それぞれ$\Delta f_I'$，$\Delta d_I'$に対応する状態Iにおける全体量ベクトルである。

すると，状態$I+1$における要素KのポテンシャルエネルギーΠは次のようになる。

$$\Pi = U - (d_I' + \Delta d_I')^T \cdot (f_I' + \Delta f_I') \quad \cdots\cdots (2.5.1)$$

ここで，Uはひずみエネルギーで

$$U = U_0 + \Delta U \quad \cdots\cdots (2.5.2)$$



図－2.5.2　オフセット・ビーム

U_0は状態Iでのひずみエネルギーで，ΔUは

$$\Delta U = \int_V (\Delta\varepsilon_I^T \cdot \sigma_I + \frac{1}{2}\cdot\Delta\varepsilon_I^T \cdot D_I \cdot \Delta\varepsilon_I)\,dV, \text{(板要素)} \quad \cdots (2.5.3)$$

$$= \int_V (\Delta\varepsilon_I \cdot \sigma_{xI} + \frac{1}{2}\cdot\Delta\varepsilon_I \cdot D_I \cdot \Delta\varepsilon_I)\,dV, \text{(柱要素)} \quad \cdots (2.5.4)$$

状態Iでの補剛板を直線あるいは平面の有限要素の集合体で近似する。すなわち，$\sigma_{\theta I} = 0$と仮定し，板要素に対しては，式(2.3.15)を式(2.5.3)に，柱要素に対しては，式(2.4.7)を式(2.5.4)に代入し，変位増分の3次以上の項を無視すると，

$$\Delta U = \Delta d_I'^T \cdot f_I' + \frac{1}{2}\Delta d_I'^T \cdot k_I' \cdot \Delta d_I' \quad \cdots\cdots (2.5.5)$$

ここで，k_I'は，要素の接線剛性マトリックスであり，板要素の場合には式(2.3.32)に示す15×15のマトリックスであり，柱要素の場合には，式(2.4.17)に示す6×6のマトリックスとなる。

更に柱要素の場合，図－2.5.2に示すオフセットビームの考え方を用いて，補剛材の部材軸上にある節点i，jでの節点力増分ベクトル$\Delta f_I'$及び節点変位増分ベクトル$\Delta d_I'$を板パネルの中央面内に設けた節点i_e，j_eでの

節点力増分ベクトル Δf_I 及び節点変位増分ベクトル Δd_I に関係づける。すなわち，

$$\Delta d_I' = B_r \cdot \Delta d_I \qquad \text{-----(2.5.6)}$$

$$\Delta f_I = B_r^T \cdot \Delta f_I' \qquad \text{-----(2.5.7)}$$

ここで，B_r は式(2.4.25)に示したマトリックスであり，このマトリックスの成分 e は，補剛材の部材軸と板パネルの中央面の距離 e_{PL} を表す。更に，Δd_I，Δf_I は，それぞれ，式(2.4.24)，式(2.4.27)に示すベクトルである。

又，板要素の場合には，B_r は式(2.3.38)で示したマトリックスであり，Δd_I，Δf_I は，それぞれ式(2.3.34)，(2.3.33)に示すベクトルである。更に，要素座標系における節点変位増分ベクトル Δd_I を全体座標系における節点変位増分ベクトル Δd_{gI} と置換すると，

$$\Delta d_I = L_I \cdot \Delta d_{gI} \qquad \text{-----(2.5.8)}$$

ここで，L_I は，座標変換マトリックスであり，板要素に対しては，式(2.3.191)で示すマトリックスである。柱要素では，要素座標系の y 軸が全体座標系の $X-Y$ 平面に平行であるという条件を用いて，L_I を以下のように求めることが出来る。すなわち，式(2.3.170)において $\psi = 0$ と置くと，

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{xX} & a_{xY} & a_{xZ} \\ a_{yX} & a_{yY} & a_{yZ} \\ a_{zX} & a_{zY} & a_{zZ} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} \qquad \text{-----(2.5.9)}$$

ここで，

$$a_{xX} = (X_j - X_i)/L \ , \quad a_{xY} = (Y_j - Y_i)/L \ , \quad a_{xZ} = (Z_j - Z_i)/L$$

$$a_{yX} = -a_{xY}/a_{zZ} \ , \quad a_{yY} = a_{xX}/a_{zZ} \ , \quad a_{yZ} = 0$$

$$a_{zX} = -a_{xX} \cdot a_{xZ}/a_{zZ} \ , \quad a_{zY} = -a_{xY} \cdot a_{xZ}/a_{zZ} \ , \quad a_{zZ} = \sqrt{a_{xX}^2 + a_{xY}^2}$$

$$L = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2 + (Z_i - Z_j)^2} \qquad \text{-----(2.5.10}\sim\text{19)}$$

ここに，(X_i, Y_i, Z_i)，(X_j, Y_j, Z_j) は，状態Iにおける柱要素Kの

節点 i, j の全体座標系における座標値である。ただし，本節では，柱要素の場合の Δd_{gI}, Δf_{gI} を以下のように定義している。

$$\Delta d_{gI} = \{\Delta U_i ; \Delta V_i ; \Delta W_i ; \Delta\theta_{xi} ; \Delta\theta_{yi} ; \Delta U_j ; \Delta V_j ; \Delta W_j ; \Delta\theta_{xj} ; \Delta\theta_{yj}\}_I \quad \text{----(2.5.20)}$$

$$\Delta f_{gI} = \{\Delta Fx_i ; \Delta Fy_i ; \Delta Fz_i ; \Delta Mx_i ; \Delta My_i ; \Delta Fx_j ; \Delta Fy_j ; \Delta Fz_j ; \Delta Mx_j ; \Delta My_j\}_I \quad \text{----(2.5.21)}$$

すると，$\mathbb{L}_I$ は，次式で与えられる。

$$\mathbb{L}_I = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} & 0 & 0 & & & & & \\ a_{zx} & a_{zy} & a_{zz} & 0 & 0 & & & \mathbb{O} & & \\ 0 & 0 & 0 & a_{yx} & a_{yy} & & & & & \\ & & & & & a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} & 0 & 0 \\ & & \mathbb{O} & & & a_{zx} & a_{zy} & a_{zz} & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & a_{yx} & a_{yy} \end{bmatrix} \quad \text{----(2.5.22)}$$

さて，補剛板の節点のたわみ増分 ΔW を幾何学的な境界条件を満足する有限項の2重3角級数として表すことを考える。すなわち，

$$\Delta W = \sum_{m=1}^{M} \cdot \sum_{n=1}^{N} \Delta W_{mn} \cdot \phi_m(X) \cdot \varphi_n(Y) \quad \text{----(2.5.23)}$$

ここで，ϕ_m 及び φ_n は，それぞれ，$m/2$ 波形 及び $n/2$ 波形の sin（あるいは cos）の関数とする。今，式(2.5.23)の係数ベクトル $\Delta\widetilde{W}$ を

$$\Delta\widetilde{W} = \{\Delta W_{11} ; \Delta W_{12} ; \cdots\cdots ; \Delta W_{mn} ; \cdots\cdots\cdots ; \Delta W_{MN}\} \quad \text{---(2.5.24)}$$

と置き，要素 K の節点 r（全体座標 X_r, Y_r）の面外変位ベクトル $\Delta W_r = \{\Delta W_r ; \Delta\theta_{xr} ; \Delta\theta_{yr}\}$ をこの一般化たわみ増分ベクトル $\Delta\widetilde{W}$ で表すと，

$$\Delta W_r = H_{wr} \cdot \Delta\widetilde{W} \quad , \quad (r = i, j, k) \quad \text{-----(2.5.25)}$$

ここに

$$H_{wr} = \begin{bmatrix} \phi_1(X_r)\cdot\varphi_1(Y_r) & \cdots\cdots & \phi_m(X_r)\cdot\varphi_n(Y_r) & \cdots\cdots & \phi_M(X_r)\cdot\varphi_N(Y_r) \\ -\phi_1(X_r)\cdot\dot{\varphi}_1(Y_r) & \cdots\cdots & -\phi_m(X_r)\cdot\dot{\varphi}_n(Y_r) & \cdots\cdots & -\phi_M(X_r)\cdot\dot{\varphi}_N(Y_r) \\ \dot{\phi}_1(X_r)\cdot\varphi_1(Y_r) & \cdots\cdots & \dot{\phi}_m(X_r)\cdot\varphi_n(Y_r) & \cdots\cdots & \dot{\phi}_M(X_r)\cdot\varphi_N(Y_r) \end{bmatrix} \quad (r = i, j, k) \quad \text{----(2.5.26)}$$

ここで

$$\dot{\phi}_m = d\phi_m / dX \quad , \quad \dot{\varphi}_n = d\varphi_n / dY \qquad \text{-----(2.5.27, 28)}$$

そして，要素Kの節点変位増分ベクトルΔdg_Iの中の面外変位成分を$\Delta\tilde{w}$で表すと以下のようになる。

$$\Delta dg_I = H_k \cdot \Delta\tilde{u}_I \qquad \text{-----(2.5.29)}$$

ここで

$$H_k = \begin{bmatrix} \mathrm{II} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & H_{wi} \\ 0 & \mathrm{II} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & H_{wj} \\ 0 & 0 & \mathrm{II} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & H_{wk} \end{bmatrix} \text{(板要素)}, \qquad H_k = \begin{bmatrix} \mathrm{II} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & H_{wi} \\ 0 & \mathrm{II} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & H_{wj} \end{bmatrix} \text{(柱要素)} \qquad \text{-----(2.5.30, 31)}$$

$$\Delta\tilde{u}_I = \{ \Delta dgs_i \; ; \; \Delta dgs_j \; ; \; \Delta dgs_k \; ; \; \Delta\tilde{w} \}_I, \text{(板要素)} \qquad \text{-----(2.5.32)}$$

$$= \{ \Delta dgs_i \; ; \; \Delta dgs_j \; ; \; \Delta\tilde{w} \}_I, \text{(柱要素)} \qquad \text{-----(2.5.33)}$$

$$\Delta dgs_r = \{ \Delta U_r \; ; \; \Delta V_r \}, \; (r = i, j, k) \qquad \text{-----(2.5.34)}$$

IIは，板要素においては3×3の単位マトリックス，柱要素の場合 2×2の単位マトリックスである。

本論文で取り扱うような周辺単純支持の長方形圧縮板のような節点数の多い構造物においては，式(2.5.29)により，数項の一般化変位増分ベクトルで各節点における面外変位増分を表すことが出来大幅な自由度の節減が可能になる訳である。

式(2.5.29)を式(2.5.8)，式(2.5.8)を式(2.5.6)，式(2.5.6)を式(2.5.5)，式(2.5.5)を式(2.5.2)，式(2.5.2)を式(2.5.1)に順次代入し，Πを求め，$\Delta\tilde{u}_I$の変分$\delta\Delta\tilde{u}$に対するΠの変分$\delta\Pi$を計算すると，

$$\delta\Pi = \delta\Delta\tilde{u}^T \cdot \{ \tilde{k}_I \cdot \Delta\tilde{u}_I - \Delta\tilde{f}_I \} \qquad \text{-----(2.5.35)}$$

ここで，

$$\tilde{k}_I = H_k^T \cdot L_I^T \cdot B_r^T \cdot k_I' \cdot B_r \cdot L_I \cdot H_k \qquad \text{-----(2.5.36)}$$

$$\Delta\tilde{f}_I = H_k^T \cdot L_I^T \cdot B_r^T \cdot \Delta f_I' \qquad \text{-----(2.5.37)}$$

式(2.5.35)の$\delta\Pi$を全要素について集成し，全構造系にポテンシャルエネルギー極小の原理を適用すると，

$$\Delta\tilde{\bar{F}}_{rI} = \tilde{K}_I \cdot \Delta\tilde{U}_I \qquad \text{----(2.5.38)}$$

ここに，$\Delta\bar{F}_{rI}$，$\tilde{K}_I$，及び$\Delta\tilde{U}_I$は，それぞれ，$\Delta\bar{f}_I$，$\tilde{k}_I$，$\Delta\tilde{u}_I$を全要素について集成したものである。

（2）不つり合いカベクトル$\Delta\tilde{\bar{F}}_{rI}$の計算

状態Mから状態Iまでの剛体変位を除去した要素Kの節点変位増分ベクトルを$\Delta\bar{u}_M$とする。すると，状態Iでの真の節点カベクトル$\bar{f}_I$は次のようになる。

$$\bar{f}_I = \bar{f}_M + \Delta\bar{f}_M + \bar{f}_r \qquad \text{-----(2.5.39)}$$

ここで

$$\Delta\bar{f}_M = k_M \cdot \Delta\bar{u}_M \qquad \text{-----(2.5.40)}$$

$\bar{f}_M$；状態Mでの真の節点カベクトル，$\bar{f}_r$；残留応力に基づく節点カベクトル（図-2.3.8参照），k_M；剛体変位を除去した変位に微小変形理論を適用して導いた剛性マトリックスで，板要素の場合には，2.3節の式(2.3.118)，柱要素の場合には，2.4節の式(2.4.47)に示した剛性マトリックスである。式(2.5.39)の真の節点カベクトル$\bar{f}_I$を式(2.5.37)によりモード化した一般化節点カベクトル$\tilde{\bar{f}}_I$に変換すると，

$$\tilde{\bar{f}}_I = (\tilde{\bar{f}}_M + \Delta\tilde{\bar{f}}_M) + H_k^T \cdot \bar{f}_r \qquad \text{----(2.5.41)}$$

ここで

$$\tilde{\bar{f}}_M + \Delta\tilde{\bar{f}}_M = H_k^T \cdot L_I^T \cdot (\bar{f}_M + \Delta\bar{f}_M) \qquad \text{-----(2.5.42)}$$

$$\bar{f}_r = L_I^T \cdot \bar{f}_r \quad . \qquad \text{-----(2.5.43)}$$

すべての要素について，式(2.5.41)を集成すると，全構造系に関する真の一般化節点カベクトル$\tilde{\bar{F}}_I$が得られる。

$$\tilde{\bar{F}}_I = \tilde{\bar{F}}_M + \Delta\tilde{\bar{F}}_M + H^T \cdot \bar{F}_r \qquad \text{-----(2.5.44)}$$

すると，不つり合いカベクトル $\Delta\tilde{\tilde{F}}_{rI}$ は，次式で与えられる。

$$\Delta\tilde{\tilde{F}}_{rI} = \tilde{\tilde{F}}_{M+1} + \tilde{\tilde{F}}_{r,0} - \tilde{\tilde{F}}_{I} \qquad \text{-----(2.5.45)}$$

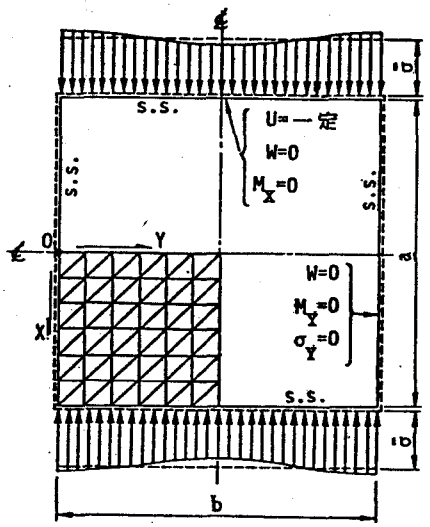
$$= \tilde{\tilde{F}}_{M+1} - \{\tilde{\tilde{F}}_{M} + \Delta\tilde{\tilde{F}}_{M} + H^{T}(\bar{F}_{r} - \bar{F}_{r,0})\} \qquad \text{-----(2.5.46)}$$

ここで，$\tilde{\tilde{F}}_{M+1}$ は，$M+1$ 荷重段階において外力として与えた一般化節点力ベクトルであり，$\bar{F}_{r,0}$ は，2.3.1 (5) で述べた仮想節点外力ベクトルである。式(2.5.46)を方程式(2.5.38)に用いて一般化不つり合いカベクトル $\Delta\tilde{\tilde{F}}_{rI}$ に対する一般化変位増分ベクトル $\Delta\tilde{\tilde{W}}_{I}$ を求めることが出来る。

2.5.2 数値解析結果とその考察

(1) 周辺単純支持の圧縮板

2.3節と同様，図-2.5.3に示すような周辺単純支持の一方向圧縮板を解析例とする。



図－2.5.3
周辺単純支持の圧縮板

a. マトリックス H_k

面外挙動に関する周辺の境界条件は

- 辺 $X = \pm a/2$ 及び辺 $Y = 0, b$ において　$\Delta W = 0$
- 辺 $X = \pm a/2$ において　$\partial^2\Delta W/\partial X^2 = 0$
- 辺 $Y = 0, b$ において　$\partial^2\Delta W/\partial Y^2 = 0$

----- (2.5.47)

この境界条件を満足し，更に，たわみの対称性を考慮して，以下に示す関数を板のたわみ波形に用いる。

$$\Delta W = \sum_{m=1,3,5\cdots}^{M} \sum_{n=1,3,5\cdots}^{N} \Delta W_{mn} \cdot \cos\frac{m\pi X}{a} \cdot \sin\frac{n\pi Y}{b} \qquad \text{-----(2.5.48)}$$

すると，式(2.5.25)に示した一般化たわみ増分ベクトル $\Delta\tilde{W}$ とマトリックス H_{wr} は以下のようになる。

$$\Delta\widetilde{W} = \{\Delta W_{11} \quad \Delta W_{13} \quad \Delta W_{31} \quad \Delta W_{33} \cdots\cdots \Delta W_{mn} \cdots\cdots \Delta W_{MN}\}$$

(m,n：正の奇数)

$$[H_{wr}] = \begin{bmatrix} H_{111} & H_{113} & H_{131} & H_{133} \cdots\cdots H_{1mn} \cdots\cdots H_{1MN} \\ H_{211} & H_{213} & H_{231} & H_{233} \cdots\cdots H_{2mn} \cdots\cdots H_{2MN} \\ H_{311} & H_{313} & H_{331} & H_{333} \cdots\cdots H_{3mn} \cdots\cdots H_{3MN} \end{bmatrix}$$

$(r = i, j, k)$ ----(2.5.49, 50)

ここで

$$H_{1mn} = \cos a_m X_r \cdot \sin b_n Y_r \quad ; (r = i, j, k) \quad \text{----(2.5.51)}$$

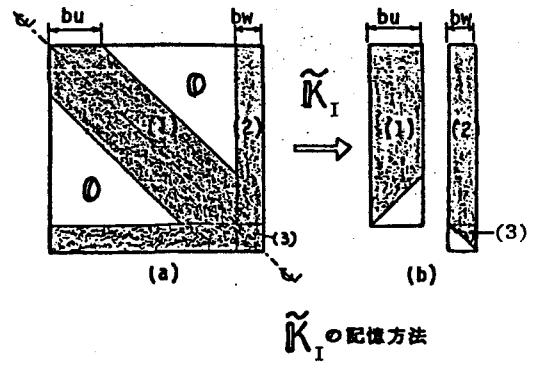
$$H_{2mn} = -b_n \cdot \cos a_m X_r \cdot \cos b_n Y_r \quad ; (r = i, j, k) \quad \text{----(2.5.52)}$$

$$H_{3mn} = -a_n \cdot \sin a_m X_r \cdot \sin b_n Y_r \quad ; (r = i, j, k) \quad \text{----(2.5.53)}$$

$$a_m = m\pi/a \quad , \quad b_n = n\pi/b \quad \text{----(2.5.54, 55)}$$

b，連立方程式(2.5.38)の解法

式(2.5.38)の剛性マトリックス$\widetilde{K}_I$においては図-2.5.4(a)に示す薄墨部分のところ以外の要素が0である。対角線付近のバンド部分(1)は板の面内剛性に関する要素である。右下隅角部(3)は面外剛性に関する要素であり，外側のバンド部分(2)は両者の連成効果に関する要素である。対称性を利用して，このマトリックス$\widetilde{K}_I$の上半分を図-2.5.4(b)に示すようにバンド状に記憶させ，コレスキー法により連立方程式(2.5.38)を解いた。



図－2.5.4 $\tilde{K}$ の記憶方法

C，解析に用いた初期不整

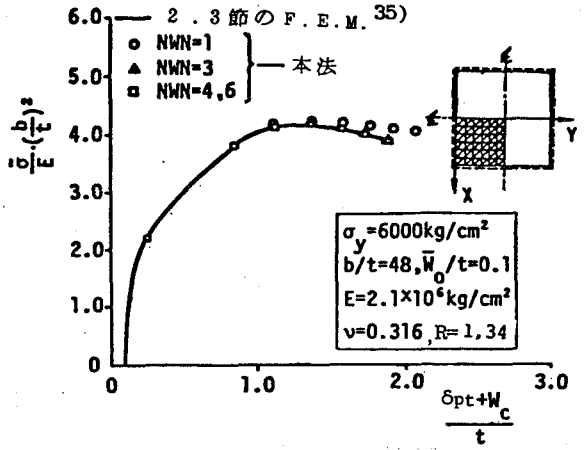
任意の波形の初期たわみを含む場合も解析可能であるが，ここでは2.3節と同様に，式(2.3.280)で示す初期たわみ波形を仮定した。ただし，$\delta_{pt} = 0.1$ tとした。

圧縮板の数値解析では残留応力を考慮しなかった。

d．解析結果とその考察

①たわみ波形の項数（NWN）と精度の関係

解析結果を図－2.5.5と表－2.5.1に示す。これらの図表におけるパラメータNWNは式(2.5.48)に示したたわみ波形の打ち切り項数である。ただし，それぞれのたわみ波形は，ΔW_{11}, ΔW_{13}, ΔW_{31}, ΔW_{33}, ΔW_{15}, ΔW_{51}の順に並んでいる。幅厚比パラメータR(=b/t$\sqrt{\sigma_Y/E\cdot 12(1-\nu^2)/\pi^2 K}$)が1.34と比較的大きい板に対して，NWNを1, 3, 4, 6と変化させた場合の平均圧縮応力度$\bar{\sigma}$と板中央のたわみW_cの関係を図－2.5.5に示した。同図には，2.3節の有限要素法のみによる解析結果をも示している。この有限要素法のみによる解は既に2.3節でCoanの厳密解と比較し，その精度の検証を行ったものである。NWN=3とすれば，本法による解析結果は完全に有限要素法のみの結果に一致することが図－2.5.5からわかる。表－2.5.1より，極限応力度$\bar{\sigma}_m$も，NWNが3以上であれば，有限要素法のみの結果と比較して，その誤差は1%以下になることがわかる。次に，Rが0.71と比較的幅厚比の小さい板に対する同様な解析結果を表－2.5.1の右側の欄に示す。この場合，本法による解は更に精度が良くNWNが1で有限要素法のみによ



図－2.5.5　無次元平均圧縮応力度と中央たわみの関係

表－2.5.1　級数の項数と精度の関係

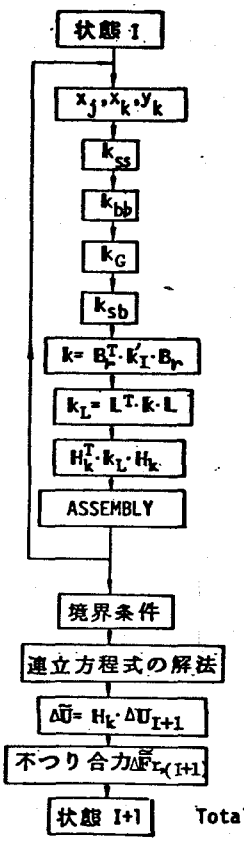
	NWN	$\Delta W_{i,j}$	$\bar{\sigma}_m$(kg/cm²)	誤差(%)	$\bar{\sigma}_m$(kg/cm²)	誤差(%)
F.E.M.(1)			3782.0	——	2327.4	——
本法	1	11(i=1,j=1)	3879.8	2.48	2334.9	0.32
	3	11,13,31	3807.2	0.66	2332.9	0.24
	4	11,13,31,33	3800.0	0.48	2332.2	0.21
	6	11,13,31,33,15,51	3799.1	0.45	2332.2	0.21
$\bar{\sigma}_m$：平均圧縮応力度の最大値			σ_Y=6000kg/cm² b/t=48.0 W_0/t=0.1		σ_Y=2400kg/cm² R=0.71 b/t=40.0 W_0/t=0.1	

る解に十分収束していることがわかる。

②計算時間について

有限要素法のみを用いた場合と本法を用いた場合のそれぞれについて，第I段階から第I+1段階に至る1回の反復計算における各計算過程（各サブルーチン）に必要なCPUタイムを表－2.5.2に示す。この表より以下のことが明らかになった。

表－2.5.2　1回の反復計算に必要なCPUタイム
（要素分割数 N＝6，層数 N_T ＝8）



	(a) F.E.M.		(b) 本法 (NWN=6)		(c) 本法 (改良)	
	0.64		0.64		0.00	
	0.47		0.46		0.46	
	2.59		2.58		1.17	
	1.70		1.70		1.70	
	0.77	18.88	0.78	22.97	0.78	10.5
	6.35		6.35		0.92	
	6.11		6.11		2.85	
			4.21		2.49	
	0.26		0.13		0.13	
	0.08		0.04		0.04	
	5.29		0.67		0.67	
			0.03		0.03	
	12.28		12.66		3.60	
Total	36.53		36.37		14.84	

sec.

（i）混用法を用いることにより解析モデルの自由度が有限要素法のみの場合に比して約40%に低減されている。従って連立方程式の解析に必要なCPUタイムは，5.29秒から0.67秒へと極めて短かくなっていることがわかる。

（ii）しかし，この程度の構造物では，1回の反復計算に必要なCPUタイムの中に占める連立方程式の解法に要するCPUタイムの割合は有限要素法のみの場合約14%にしかすぎない。すなわち，全構造系の連立一次方程式を解くより，それを組み立てる作業の方にかなりの時間を要していることがわかる。

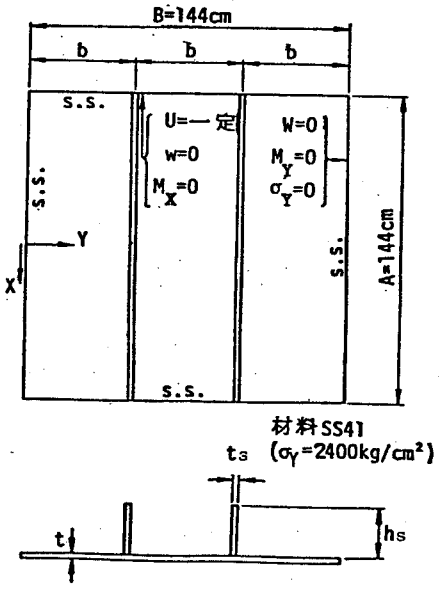
（iii）剛性マトリックスの計算によく出てくる $A^T \cdot X \cdot A$ という形のマトリッ

クスの掛け算にはかなりの計算時間を要するということがわかった。（ル）更に，$[A]^T \cdot [X] \cdot [A]$という形のマトリックスの掛け算において，マトリックス$[A]$，$[X]$に0要素が多い場合には，0要素を回避するようにプログラムを作成すると計算時間がかなり短縮出来ることがわかった。例えば，$[B_r]^T \cdot [k'_E] \cdot [B_r]$，$[L]^T \cdot [k_E] \cdot [L]$及び，$[H_k]^T \cdot [k_L] \cdot [H_k]$の計算においてこの処理を行うことにより表－2.5.2の(C)欄（改良）に示すようにCPUタイムがかなり減少出来，当初1回の反復計算に36.4秒かかっていたのに，この処理を行った後は14.8秒となった。合計してサブルーチンの反復計算1回ごとに36.53秒から14.8秒と約60%のCPUタイムの節減が達成出来た。なお，この圧縮板の計算は大阪大学大型計算機センターNEACシリーズ2200 N－700を用いて行った。

（2）周辺単純支持の圧縮補剛板

a，解析モデル

図－2.5.6に示すような縦補剛材2本を有する周辺単純支持の圧縮板を解析例に取り上げる。板厚t，t_sと補剛材の高さh_sを表－2.5.3に示すように変化させた4種類の解析モデルを考えた。すなわち，幅厚比パラメータRが0.7及びRが大きく1.3



図－2.5.6　補剛板の解析モデル

表－2.5.3　補剛板モデルの寸法諸元

供試体	R	γ/γ_N	A	B	t	h_s	t_s
M1	0.7	1.0	1440	1440	12.0	90.065	12.0
M2	0.7	5.0	1440	1440	12.0	134.68	17.944
M2	1.3	1.0	1440	1440	6.56	56.538	7.54
M3	1.3	5.0	1440	1440	6.56	84.549	11.273

（長さの単位mm）

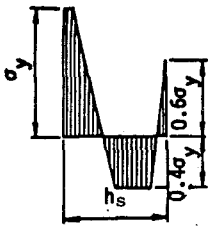
の2ケース，更に補剛材の剛比については道示で定める必要最小剛比γ_N（あるいはγ^*）の1倍ないし5倍

の2ケースとした。

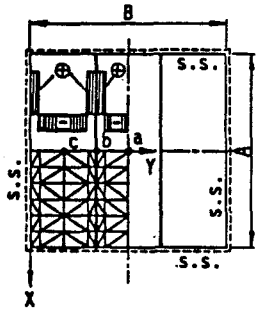
載荷辺の板パネル中央面に一様相対圧縮変位を導入することによって圧縮荷重を与えた。

b．メッシュ分割

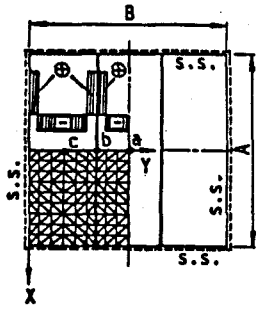
図-2.5.7に示すように全体の1/4部分を9×9の細かいメッシュ分割と6×6に若干粗くメッシュ分割した2種類の離散化モデルについて解析を行った。縦補剛材が曲げに対して比較的剛な場合には，縦補剛材間の板パネルのたわみが卓越して発生する。この場合には，板パネルでは2.3節の圧縮板の挙動と類似してくるので，同節を参考にして，補剛材間を6分割することにした。補剛材が弾性曲げを生じる場合には，補剛板の全体的なたわみが卓越してくるため，それよりも粗い分割でも良いものと思われる。平面三角形要素の層分割数は2.3節により4とした。補剛材部分に相当する柱要素の層分割数は6とした。6層と10層の場合の結果を比較したが有意な差は認められなかった。



補剛材部の残留応力



6×6メッシュ分割



9×9メッシュ分割

図－2.5.7　メッシュ分割

c．解析に用いたたわみ波形

式(2.5.48)に示されるたわみ波形を用いた。級数の項数は，最大$m=5$，$n=5$の合計25項までを考慮することにした。

d．初期たわみ及び残留応力度

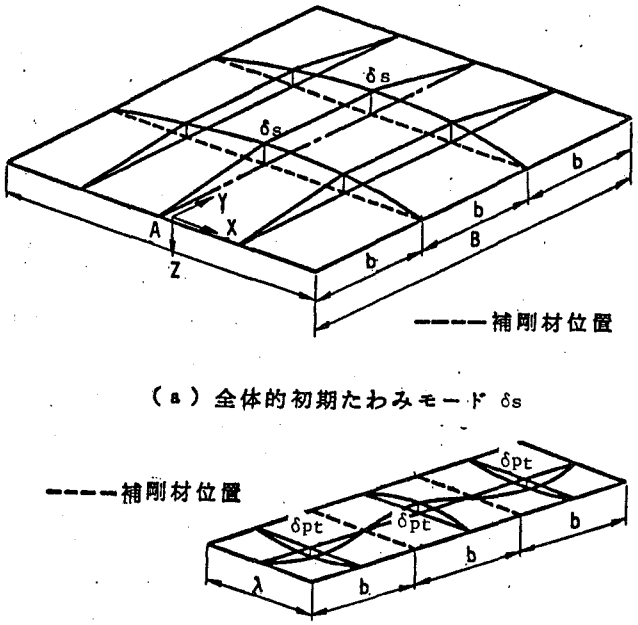
初期たわみについては，図-2.5.8(a)の全体的な初期たわみモード(w_{go})と図-2.5.8(b)に示すような板パネルの局部的な初期たわみモード(w_{lo})の和として補剛板各節点の初期たわみを与えた。すなわち，

$$w_o = w_{go} + w_{lo}$$

$$w_{go} = \delta_s \cdot f(X, Y) \quad \text{---- (2.5.56, 57)}$$

$f(X, Y)$

$$\left.\begin{aligned} &= Y/b \cdot \cos(\pi X/a) \quad , (0 \le Y \le b) \\ &= \cos(\pi X/a) \quad , (b \le Y \le 2b) \\ &= (B-Y)/b \cdot \cos(\pi X/b) \quad , (2b \le Y \le B) \end{aligned}\right\} (2.5.58)$$



(a) 全体的初期たわみモード δ_s

(b) 板パネルの局部的初期たわみモード δ_{pt}

図－2.5.8　補剛板の初期たわみ

$$w_{lo} = \delta_{pt} \cdot \cos(\pi X/\lambda) \cdot \sin(\pi Y/b), \lambda = b \quad \text{---(2.5.59)}$$

δ_sは補剛材の最大初期たわみでその符号はたわみが補剛材側に変形している場合を正とする。今回の解析例では道示の規準限界値を準用するという意味で，

$$\delta_s = a/1000 \quad , \quad \delta_{pt} = -b/150$$

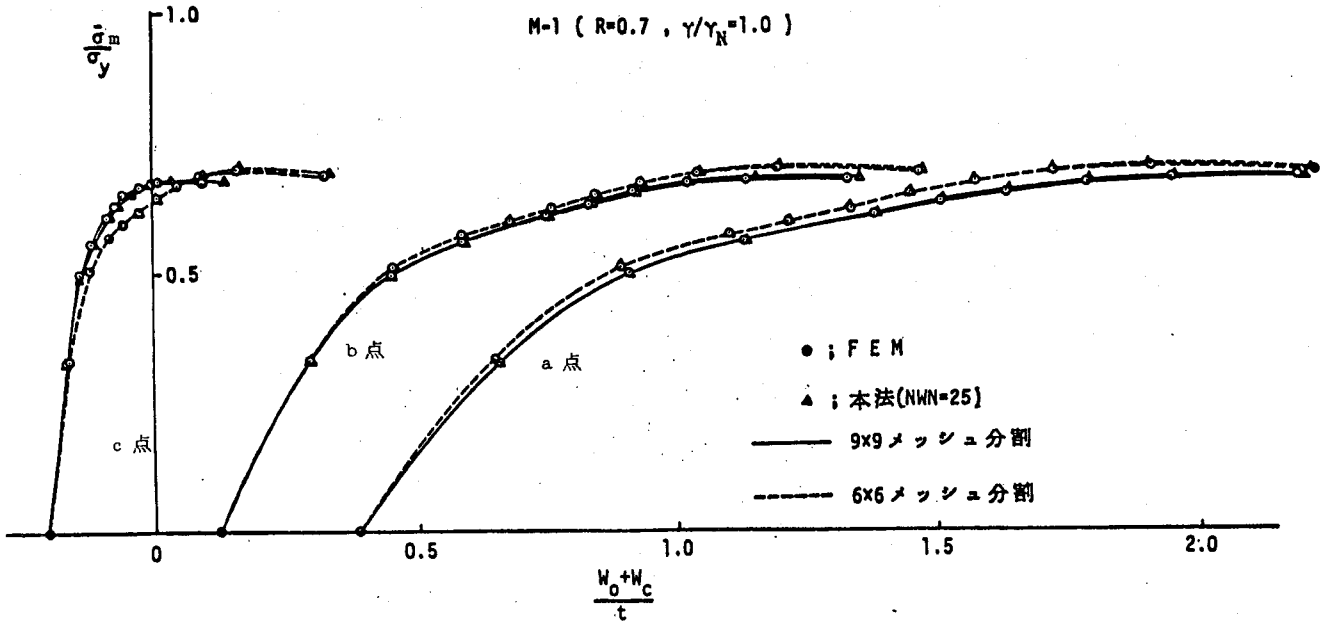
とした。

残留応力分布については，板パネル及び補剛材部の平均残留圧縮応力度$\bar{\sigma}_{rc}$，$\bar{\sigma}_{rc,s}$を共に$-0.4\sigma_Y$，残留引張り応力度σ_{rt}を降伏点σ_Yとし，自己平衡条件を考慮して，図-2.5.7に示すような分布形とした。

e．解析結果とその考察

①精度について

(i) 混用法と有限要素法との比較



図－2.5.9　F.E.Mと本法との比較

級数の項数NWNを25項に取り，解析モデルM-1について，図-2.5.7に示すような2種類のメッシュ分割を用いた。解析結果を図-2.5.9と表-2.5.4に示す。表-2.5.4には極限応力度$\bar{\sigma}_{gm}$を降伏点σ_Yで無次元化した値$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$が示されている。これらの図表より，有限要素のメッシュ分割数にかかわらず，級数の項数が十分であれば，混用法による解析結果は有限要素法のみを適用した場合の結果に収束していることがわかる。

表－2.5.4

M－1モデルの解析結果

($\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$)

メッシュ	6×6	9×9
① F E M	0.697	0.678
②混用法(NWN=25)	0.700	0.681
(②-①)/①	0.4%	0.4%

(R=0.7 , γ/γ_N=1.0)

また，表-2.5.5には，幅厚比パラメータR及び補剛材剛比γを変化させた4つの解析モデルについて，6×6のメッシュ

表－2.5.5　$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$

(F.E.Mと混用法の比較)

モデル	M1 (R=0.7, γ/γ_N=1)	M2 (R=0.7, γ/γ_N=5)	M3 (R=1.3, γ/γ_N=1)	M4 (R=1.3, γ/γ_N=5)
① F E M	0.697	0.733	0.375	0.548
② 混用法(NWN=25)	0.700	0.740	0.377	0.550
(②-①)/①	0.4%	1.0%	0.5%	1.0%

(6×6メッシュ分割)

分割を用いた解析結果を，混用法と有限要素法のみを用いた場合とを比較して示してある。 この表より，級数の項数NWNを多く（今の場合25項）取れば，混用法による結果は有限要素法のみの解に収束することがわかる。

（ii）メッシュ分割数と精度の関係

NWN＝25とし，メッシュ分割を6×6と9×9の2通りについて，混用法を用いて解析した結果を表－2.5.6に示す。 この表より以下のことがわかる。 幅厚比パラメータRが0.7で補剛材の剛比γが道示の最小剛比γ_Nに等しい解析モデルM－1では6×6メッシュ分割を用いることによる誤差は2.8%と小さい。 ところが，Rが0.7より大きくなるにつれて，又，剛比γがγ_Nに比して大きくなるにつれて，6×6メッシュ分割を用いることによる誤差は大きくなってくることがわかる。 すなわち，$R \leq 0.7$，$\gamma/\gamma_N \fallingdotseq 1$なる全体変形の卓越する補剛板では6×6メッシュ分割でよい。それに反して$R \leq 0.7$，$\gamma/\gamma_N > 1$及び$R > 0.7$，$\gamma/\gamma_N \geq 1$なる全体変形と局部変形が共に問題になるような補剛板では9×9メッシュ分割を用いるのがよい。

表－2.5.6 $\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$

（メッシュ分割と精度の関係）

モデル	M-1 (R=0.7) (γ/γ_N=1)	M-2 (R=0.7) (γ/γ_N=5)	M-3 (R=1.3) (γ/γ_N=1)	M-4 (R=1.3) (γ/γ_N=5)
① 6x6 分割	0.700	0.740	0.377	0.550
② 9x9 分割	0.681	0.700	0.360	0.501
(①-②)/②	2.8%	5.7%	4.7%	9.8%

(NWN=25)

（iii）級数の項数NWNと精度の関係

極限状態における各たわみモードの係数W_{mn}を係数W_{11}で無次元化し，その絶対値Pを表－2.5.7に示す。 解析に用いるNWNの項数として，P≧1%を満足する波形を取ると，解析モデルM1，M2ではNWN＝6となり，M3ではNWN＝13，M4ではNWN＝16となる。 このNWNを用いて解析した場合の極限応力度$\bar{\sigma}_{gm}$は，NWN＝25とした場合の結果に比

して，その誤差はすべて0.6%以下に収まっていることが図-2.5.10からわかる。

表－２．５．７　極限状態でのたわみモードの係数の比 ρ ($\rho = |W_{mn}/W_{11}|$)

(a) M1 (R=0.7 , γ/γ_N=1)

m \ n	1	3	5	7	9
1	1.000	0.020	0.021	0.006	0.000
3	0.026	0.301	0.012	0.001	0.002
5	0.002	0.008	0.001	0.005	0.005
7	0.003	0.001	0.003	0.002	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001

(b) M2 (R=0.7 , γ/γ_N=5)

m \ n	1	3	5	7	9
1	1.000	0.010	0.025	0.003	0.001
3	0.037	0.702	0.015	0.000	0.002
5	0.004	0.028	0.006	0.007	0.005
7	0.002	0.000	0.002	0.002	0.000
9	0.001	0.004	0.001	0.000	0.006

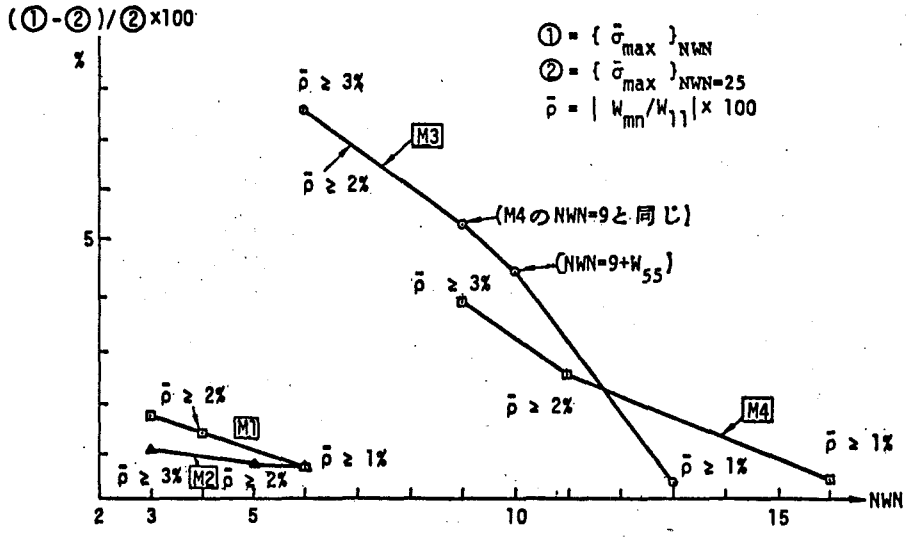
(c) M3 (R=1.3 , γ/γ_N=1)

m \ n	1	3	5	7	9
1	1.000	0.048	0.021	0.005	0.001
3	0.037	0.344	0.031	0.004	0.003
5	0.032	0.013	0.017	0.014	0.003
7	0.016	0.013	0.011	0.003	0.000
9	0.001	0.000	0.002	0.001	0.001

(d) M4 (R=1.3 , γ/γ_N=5)

m \ n	1	3	5	7	9
1	1.000	0.050	0.030	0.006	0.001
3	0.037	0.673	0.040	0.017	0.018
5	0.038	0.035	0.018	0.025	0.002
7	0.031	0.019	0.024	0.006	0.002
9	0.003	0.012	0.005	0.003	0.005

この図には，NWNを徐々に少なくしていった場合の結果をも示している。図より，２本の縦補剛材を有し，縦横比1の周辺単純支



図－２．５．１０　NWNと精度の関係

補板に一方向の一様圧縮力が作用する場合の解析を行う上で，以下のことが結論出来る。 幅厚比パラメータRが0.7以下で，補剛材剛比 γ/γ_N が1～5の範囲にある補剛板の場合，解析に用いる級数を W_{11}, W_{33}, W_{31}, の3項，Rが0.7より大きく，γ/γ_N が1～5の範囲内にある補剛板の場合，解析に用いる級数を W_{11}, W_{13}, W_{33}, W_{31}, W_{15}, W_{35}, W_{55}, W_{53}, W_{51}, W_{57}, W_{75}, W_{73}, W_{71} の13項にすれば，項数を減らしたことによる誤差は2%以下に収まる。

②記憶容量

表－2.5.8に，全体系のマトリックス K_I を記憶するのに必要なコンピューターのワード数を示す。 混用法により大幅な記憶容量の節減が期待出来ることがわかる。

表－2.5.8 剛性マトリックスを記憶するのに必要なワード数（バンド状にしたもの）

メッシュ割	6 x 6	9 x 9
① F.E.M.	11,025	30,000
② 混用法 NWN=3	2,069 (1/5.3)	5,409 (1/5.5)
③ 混用法 NWN=13	3,207 (1/3.4)	7,569 (1/4.0)

words

( )内はＦＥＭに対する比

③計算時間について，

表－2.5.9に1回の反復計算（状態Iから I+1 への計算）に必要なCPUタイムを示す。

表－2.5.9 1回の反復計算に必要なCPUタイム

メッシュ	FEM	混用法 NWN=3	NWN=6	NWN=9	NWN=13	NWN=25
6 x 6	1.8	1.4	—	1.8	—	2.7
9 x 9	4.7	3.2	3.5	3.9	4.3	6.2

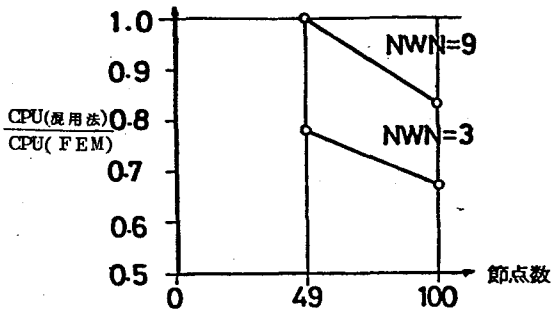
sec.

今までの考察をまとめると，解析に必要なメッシュ分割と級数の項数NWNは表－2.5.10のようになる。 表－2.5.9と表－2.5.10を比較すると，NWN＝13で解析を行う必要がある R＞0.7 なる補剛板では混用法は有限要素法のみを用いる方法

表－2.5.10 解析に必要なメッシュ分割及び級数の項数（縦横比1，縦補剛材2本）

γ \ R	R ≤ 0.7	0.7 < R ≤ 1.3
$\gamma/\gamma_N=1$	6 x 6メッシュ NWN=3	9 x 9メッシュ NWN=13
$1<\frac{\gamma}{\gamma_N}\leq 5$	9 x 9メッシュ NWN=3	9 x 9メッシュ NWN=13

に比較して，計算時間については大差ないことがわかる。しかし，我が国の実橋で普通によく用いられる$R \leq 0.7$なる補剛板では$NWN = 3$で解析してよく，計算時間の節減も期待出来ることがわかる。又，図－2.5.11に示すように，F.E.Mの自由度が大きくなるにつれて，計算時間についても，一般的に，混用法が有力な武器になることが推測される。なお，補剛板の計算については，京都大学大型計算機センターのFACOM-M-190を用いた。



図－2.5.11　1回の反復計算に必要なCPUタイムと節点数の関係

2.6　結言

2.6.1　有限要素法による平面応力問題の弾塑性解析に関する結言

2.2節で提案した改良初期応力法及びハイブリッド法，更に一般によく知られている初期応力法及び接線剛性法について，有孔板の一様引張問題を解析例に用い，数値計算を行い以下のことが明らかになった。

（1）2.2節で提案するハイブリッド法は，精度，計算時間の点で非常に優れた解析手法であり，プログラミングも他の方法に比較してそれほど繁雑ではない。

（2）初期応力法を改良した改良初期応力法においては記憶容量，計算時間の面でかなりの節約が期待出来る。

（3）増分法に関しては，精度の面を考えると前荷重段階における不つり合い力を次の荷重増分に持ち込む修正増分法を採用すべきである。

（4）塑性域に入ってからの各反復計算における接線剛性マトリックス$[K]$もの作成の際には，前段階での接線剛性マトリックス$[K]$の中で塑性要素に関す

3項のみを修正する方法を採用すると若干計算時間の節約になる。

2.6.2 有限要素法による圧縮板の弾塑性有限変位解析に関する結言

2.3節では，残留応力，初期たわみ及び板継ぎ溶接部の回違いを有する圧縮板の弾塑性有限変位理論による解析法を示し，この解析法を用いた数値解析結果より以下のことが明らかになった。

（1）周辺単純支持の正方形板に一方向の面内圧縮力が作用する場合には，対称性により板の1/4を取り出した解析モデルに対して3×3のメッシュ分割を行えば十分である。

（2）周辺単純支持の場合の本解析結果は，弾性域では，Coan[I-54]及び八巻[I-55]の弾性厳密解とよく一致した。又，弾塑性域では，dynamic relaxation法を用いたHarding[I-69]の解とよく一致した。

（3）収束の判定条件としては，$\max\{\Delta w_{cI}/w_{cI}\ ;\ \Delta\bar{\sigma}_I/\bar{\sigma}_I\} \leq 1\%$で十分の精度が期待出来る。ここに，$w_{cI}$は板中央のたわみ，$\Delta w_{cI}$は$w_c$の増分量であり，$\bar{\sigma}$は平均圧縮応力度，$\Delta\bar{\sigma}$はその増分量である。

（4）板厚方向の層割りについては，4層で十分な精度が得られる。又，層割り数の増加は，計算時間をほとんど増加させないが，記憶容量が増大する。

（5）圧縮変位と面内曲げ変位を受け，縦横比が1～3の3辺単純支持1辺自由板の場合には，圧縮軸方向のメッシュ分割数は4～5，圧縮軸直角方向のメッシュ分割数Nは，幅厚比パラメータR_s（$K=0.425$）が0.5の板では，$N=10$，$R_s=1.3$の板では，$N=4$で収束解が得られる。

（6）剛棒を介して一様相対圧縮応力（$\varepsilon_p=h\nu/2$）を受ける3辺単純支持1辺自由板の本解析結果は，Bradfield[I-84]の差分法を用いた弾塑性有限変位解析結果とよく一致した。

（7）以上により，本解析法の有用性及び妥当性が十分立証出来た。

2．6．3　圧縮柱の弾塑性有限変位解析に関する結言

2．3節の圧縮板の理論を一次元柱部材の場合に簡易化することにより，圧縮柱の弾塑性有限変位に関する1解析法を提示した。そして，本解析結果と，藤田・吉田・高沢[25]らの実験結果及び彼らの有限要素法による弾塑性有限変位解析結果とを比較し，本解析法の妥当性を示すことが出来た。

2．6．4　Rayleigh－Ritz法と有限要素法の混用理論に関する結言．

2．5節で得られた結論のうちで，補剛板の解析に関するものをまとめると以下の通りである。

（1）初期たわみと残留応力が共存する圧縮補剛板の弾塑性解析に関して，本文で筆者が提案した有限要素法にモーダル・アナリシス的手法を導入した一解析手法（混用法）を提示した。

（2）たわみ波形を有限項の級数で表すことにより，混用法による解は本文で筆者が提案した有限要素法のみの解に十分に収束することがわかった。

（3）混用法では，通常の有限要素法に比し，構造系の自由度を大幅に節減出来ることがわかった。

（4）又，混用法によれば，幅厚比パラメータ $R \leq 0.7$ で，一様圧縮を受ける補剛板では，計算時間の節減も期待出来る。

（5）縦補剛材2本，縦横比1で一様圧縮を受ける板に混用法を適用する場合，$R \leq 0.7$ で補剛材剛比 γ が道路橋示方書の規準値 γ_N 程度であれば，有限要素のメッシュ分割は 6×6，用いる級数は3で解析してよい。又，$R \leq 0.7$ で $1 < \gamma/\gamma_N < 5$ なる補剛板では，9×9 メッシュ分割，項数3，$0.7 < R \leq 1.3$ で $1 \leq \gamma/\gamma_N \leq 5$ なる補剛板では 9×9 メッシュ分割，項数13で解析を行えば良い。

更に，有限要素法による数値計算に関して，以下の付随的成果を得た。

（１）従来，連立一次方程式の数値解析法によるＣＰＵタイムの低減について種々研究がなされている。しかし，本研究の結果，計算に必要なＣＰＵタイムのうちで，連立方程式の解法に要するＣＰＵタイムの占める割合はわずかであることがわかった。それに比して，剛性マトリックスを組み立てる作業にかなりの時間を要することがわかった。

（２）剛性マトリックスの計算によく出て来る$A^T \cdot X \cdot A$という形のマトリックスの掛け算にはかなりの計算時間を要することがわかった。A, Xに０要素がタい場合には，０要素を回避するようにプログラムを作成するとかなり計算時間が短縮出来ることがわかった。

なお，第９章では，混用法による解析結果と実験結果を比較することにより，実験的な立場からも本法の妥当性を示している。

参　考　文　献　（第２章）

1) Turner M.J.,E.H. Dill,H.C.Martin and R.J.Melosh : Large Deflections of Structures Subjected to Heating and External Loads. J AERO'SPACE SCIENCES,Feb.,1960.
2) 川井忠彦・吉村信敏：有限要素法による平板の大たわみ問題の解析，生産研究，２０巻８号，１９６８。
3) Mallett R.H. and P.V. Marcal : Finite Element Analysis of Nonlinear Structures,Proc. ASCE,St. 9,Sep.,1968.
4) Schmit L.A., F.K. Bogner and R.L. Fox : Finite Deflection Structural Analysis Using Plate and Shell Discrete Elements,AIAA J, Vol. 6, No. 5, May, 1968.
5) Murray D.W. and E.L.Wilson : Finite Element Postbuckling Analysis of Thin Elastic Plates,AIAA J,Vol.7,No.10, Oct.1969.
6) Yang T.Y. : Finite Displacement Plate Flexure by the Use of Matrix Incremental Approach,Int.J.for Numerical Methods in Eng.,Vol.4,1972.
7) Gallagher R.H.,S. Lieh and T. Man : Finite Element Plate and Shell Pre and Post-Buckling Analysis,Proc. of AIAA/ASME/SAE 13th Structures,Structural Dynamics and Materials Conference 1972.
8) Colville J., M.B.Becker and R.W.Furlong : Large Displacement Analysis of Thin Plates, Proc. of ASCE, ST.3, March, 1973.
9) Bergan P.G. and R.W.Clough : Large Deflection Analysis of Plates and Shallow Shells Using the Finite Element Method,Int. J. for Numerical Methods in Eng.,Vol.5,1973.
10) Mendelson A. and S.S.Manson : Practical Solution of Plastic Defomation Problems in the Elastic-Plastic Range ,NASA, T.R., R28, 1959.
11) Gallagher R.H., J. Padlog and P.P.Bijlaard : Stress Analysis of Heated Complex Shapes,ARS J.,May,1962.
12) Argyris J.H. and D.W.Scharpf : Methods of Elasto-Plastic Analysis,I.S.D./ISSC,Proc. of the Symposium on Finite Element Techniques,Univ. of Stuttgart,June 10-12,1969.
13) Pope G.G. : The Application of the Matrix Displacement Method in Plane Elasto-Plastic Problems,Proc. of the First International Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics,Vol.2,1965.
14) Marcal P.V. and I.P.King : Elastic-Plastic Analysis of Two-dimensional Stress Systems by the Finite Element Method,Int. J. Mech. Sci.,Vol.9,1967.

15) Zienkiewicz O.C., S.Valliappan and I.P.King : Elasto-Plastic Solutions of Engineering Ploblems "Initial Stress" Finite Element Approach,Int.J. for Numerical Methods in Eng.,Vol.1,1969.
16) Nayak G.C. and O.C.Zienkiewicz : Note on the Alpha-Constant Stiffness Method for the Analysis of Non-Linear Problems,Int. J. for Numerical Methods in Eng.,Vol.4,1972.
17) Yamada Y.,N.Yoshimura and T.Sakurai : Plastic Stress-Strain Matrix and its Application for the Solution of Elastic-Plastic Problems by the Finite Element Methods,Int.J. Mech. Sci.,Vol.10,1968.
18) Yamada Y. : Recent Japanese Development in Matrix Displacement Method for Elastic-Plastic Problems, Japan-U.S. Seminar on Matrix Methods of Structural Analysis and Design,August 25-30,1969,Tokyo.
19) Tocher,J.L. : Nonlinear material analysis with finite element and incremental method,The Boeing Company, Washinton,Document No.D6-29460,1968.
20) Anand,S.C.,S.L.Lee and E.C. Rossow : Finite element analysis of elastic-plastic plane stress problems based on Tresca Yield Criterion,Ingenieur-Archiv,39-Band,1970,P.73∿86.
21) Nayak,G.C. and O.C.Zienkiewicz : Elasto-plastic stress analysis,Int.J. Numerical Method in Engineering, Vol.5,1972,P.113∿135.
22) Murray D.W. and E.L.Wilson : An Approximate Nonlinear Analysis of Thin Plates,Proc. 2nd Conf. on Matrix Meth. in Struc. Mech. AFFDL-TR-68-150,Dec.1969.
23) 上田幸雄・山川武人・藤原昭文：有限要素法によるはり，柱，平板の熱弾塑性大たわみ解析，JSSCマトリックス構造解析講演論文集，1973。
24) 上田幸雄・山川武人・福田敬二：温度変化を伴う棒・板の非線型挙動，日本造船学会論文集，133号，昭和48年6月。
25) 藤田譲・吉田宏一郎・高沢誠：不整量を有する構造物の強度について（その1），日本造船学会論文集，第132号，昭和47年10月，P.299～306。
26) 山田嘉昭著：塑性・粘弾性，日本鋼構造協会編，コンピューターによる構造工学講座Ⅱ－2－A，培風館，昭和47年5月。
27) 山田嘉昭著：マトリックス法材料力学，日本鋼構造協会編，コンピューターによる構造工学講座Ⅰ－3－A，培風館，昭和47年11月。
28) Ueda,H.,T.Inoue and S.Taira,IBID,P.412.
29) Marcal,P.V. : Finite element analysis with material nonlinearities-theory and practice, Japan-U.S. Seminor on Matrix Methods of Structural analysis and design, August 25∿30,1969,Tokyo,Japan,US2-1.
30) Theokaris,P.S. and E.Marketos : Elastic-plastic analysis of perforated thin strips of strain-hardening material,J.Mech. Phys Sol.,12,1964,P.377∿390.
31) 川本眺万・宮池克人：材料非線形有限要素解析の一手法について，土木学会論文報告集，第202号，1972年。
32) 三本木茂夫・吉村信敏：有限要素法による構造解析プログラム，日本鋼構造協会編，コンピューターによる構造工学講座Ⅰ－1－B，昭和46年11月。
33) 文献Ⅰ－66）に対するDiscussion，Proc. Instn. Civ. Engrs., Part.2, June 1976, P.445～452。
34) Komatsu,S. and T.Kitada : Refined finite element analysis of plane elasto-plastic problems,Technology Reports of the Osaka University,Vol.25,No.1269,1975,P.415∿437.
35) 小松定夫・北田俊行・宮崎清司：残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析，土木学会論文報告集，第244号，昭和50年12月，P.1～14。
36) 小松定夫・北田俊行：補剛された圧縮板の弾塑性有限変位挙動の一解析手法，土木学会論文報告集，第296号，昭和55年4月，P.1～12。
37) 小松定夫編：鋼橋部材の形状初期不整と耐荷力の統計学的研究，5.2自由突出フランジ及び板継ぎ部，JSSC日本鋼構造協会誌，№170，1980年4月，（分担執筆）。
38) 小松定夫・北田俊行；有限要素法による板の大たわみ解析，昭和48年度関西支部年次学術講演会概要集，Ⅰ－3，昭和48年6月.

第3章　鋼橋の板要素に含まれる初期不整に関する研究

3.1　緒言

溶接鋼橋の薄肉板要素には，必ず，初期たわみ及び残留応力などの不可避の初期不整が含まれている。この種の初期不整が圧縮板の耐荷力に影響を及ぼすということは，既に，1960年ごろから認識されていた[I-40), I-44)]。しかし，これらの影響について特に注目されるようになったのは既に述べた一連の落橋事故の後である。最近の鋼橋においては，薄肉軽量化が進み，この種の初期不整の圧縮極限強度に及ぼす影響が無視出来ない程度にまで大きく現われるようになってきた。この傾向の一例が落橋事故として現われたものと思われる。落橋事故後，ヨーロッパ及び我が国において，この種の初期不整のデータ収集が精力的に行われ，これらのデータを基に，圧縮板の設計規準並びに製作規準が，除々にではあるが，充実したものへと変遷しつつある。

以下，本章では，まず，初期たわみ及び残留応力に関する既往の研究について述べ，次にIDM委員会[5)6)7)]において筆者が担当した我が国の実橋の自由突出圧縮フランジの初期たわみ及び，自由突出フランジと圧縮補剛板の板継ぎ溶接部初期不整（目違い量と角変形量）の実測・統計処理結果について述べる。更にこれとは別途に実施した補剛板模型を用いた残留応力の測定結果についても述べている。

又，補剛板の残留応力に関する研究においては，残留応力の測定のみを目的とした模型による測定結果[55)]以外にも，小松，牛尾及び筆者らが行った圧縮補剛板の耐荷力実験に際して測定した結果[53)54)]などを総括して，主として長方形

断面リブを有する補剛板に生じる残留応力の実態を明らかにすると共に，実橋における残留応力分布の算出法を示し，今後の研究の基礎資料になることを期するものである。

3．1．1　初期たわみに関する既往の研究及び各国示方書の初期たわみ規制について

（1）初期たわみに関する既往の研究

初期不整のうち，まず，初期たわみについて述べることにする。まず，Maquoi[1]は，Namur の近くの Meuse 川に架けられる Beez 橋（ベルギー）の箱型断面のうち下フランジの横桁と腹板によって囲まれた64個の補剛板パネルの初期たわみの実測を行い以下の結果を得ている。すなわち，補剛板パネルの両側辺（腹板との接合辺）を結ぶ直線からの同パネル中央点の初期たわみ（$\delta t/t$）に対しては，図－3.1.1(f) に示すように補剛材側のたわみを正として，平均値 μ は -0.34，標準偏差 σ は 0.23，更に，図－3.1.1(c) に示すように，橋軸直角方向の2辺（横桁の接合辺）を結ぶ直線からの同じく中央点の初期たわみ（$\delta s/t$）に対しては，$\mu=0.01$，$\sigma=0.25$ を得ている。実橋の下フランジの板厚 t は 10～30mm である。初期たわみが正規分布すると仮定した場合，超過確率 P（危険率 risk value）が 0.01% に対する初期たわみとして以下の値を示している。

$$|\delta t/t| = 0.34 + 2.56 \times 0.23 = 0.93 \quad \cdots\cdots (3.1.1)$$

$$|\delta s/t| = 0.01 + 2.56 \times 0.25 = 0.65 \quad \cdots\cdots (3.1.2)$$

又，Leonhardt－Hommel[2]は，Winningen の近くの Mosel 峡谷を横切る箱桁橋の横桁と縦補剛材の初期たわみ（δg，δs）の実測結果の報告を行っている。横桁及び，縦補剛材のそれぞれについて，1166，1060 の実測データを収集し，δg に対しては，$\mu=1.57$mm，$\sigma=1.6$mm，δs に対し

ては，$\mu = 4.86mm$，$\sigma = 2.11mm$を得ている。 Leonhardtも初期たわみの頻度分布は正規分布に従うとしている。 超過確率Pを2.27%($\mu + 2\sigma$)とすると

$$|\delta_g / B| = 1/190 \quad , \quad (\text{横桁}) \qquad \cdots (3.1.3)$$

$$|\delta_s / a| = 1/640 \quad , \quad (\text{縦補剛材}) \qquad \cdots (3.1.4)$$

ここに，Bは腹板間隔，aは横桁間隔。

又，MaguoiのP=2.27%の時の結果を$t = 10mm$（板厚が薄い場合の方が，初期たわみが大きく出ていると推測されるため）を用いて，以下のように無次元化してみる。

$$|\delta_s / a| = 0.51 \times 10 / 3640 = 1/710 \qquad \cdots (3.1.5)$$

以上より，MaguoiとLeonhadt-Hommelの測定結果がかなり一致していることがわかる。

式(3.1.3)及び(3.1.4)のLeonhardt-Hommelの結果は，いずれもDASt Ri012[I-170]の許容製作誤差 a/400 (縦補剛材)及び B/400 (横桁)を満足している。

初期たわみは不規則変動量であるため，このように統計的に処理することが大切であるが，これらの研究のように，1橋のデータのみしか取り扱っていない場合には，傾向的なことはある程度把握出来ても，一般性のある統計資料とは言えないと資料6)及び7)で述べられている。

一方英国においては，環境庁が中心となって鋼箱桁橋の初期たわみに関する一連の実測調査が行われている。[3] 調査対象となった橋梁及び構造部分は以下の通りである。

①フランジ幅の大きいWye橋，Milford橋，中程度のフランジ幅(B=1.8～3.7m)を有するTinsley橋，Aust橋，Adur橋，Irwell橋，フランジ幅の狭い(縦補剛材1本)Scottswood橋の7橋に対しては，その

板パネル，補剛材，補剛板及びダイヤフラムの初期たわみが対象とされている。

② Erskin 橋においては縦補剛材の初期たわみ。

③ Avonmouth 橋と Aston 橋については板継ぎ部初期不整。

これらの対象橋梁，対象構造部分を選定するに当り，補剛材の寸法・剛度・形状，板パネルの縦横比・幅厚比及び対象構造部分の位置などが出来るだけ広範囲に分布するように留意されている。

初期たわみが正規分布に従うとして，超過確率 2.27% ($\mu+2\sigma$) に対する以下の初期たわみを示している。（記号については，図-3.1.1を参照）

◦板パネル （図-3.1.1(b)参照）

$$\delta_{pG} = +G/290,\ -G/350,\quad (G=b,\ N=5884) \qquad \cdots(3.1.6)$$

ここに，N はデータ数である。

$$\left.\begin{aligned} \delta_{pG} &= +G/410,\ -G/440,\quad (G=2b,\ N=2186)\\ \delta_{pt} &= +b/210,\ -b/340 \end{aligned}\right\} \qquad \cdots(3.1.7)$$

◦縦補剛材 （図-3.1.1(c)参照）

$$\delta_s^{(+)} = a/730,\quad \delta_s^{(-)} = a/750;\quad (N=1614) \qquad \cdots(3.1.8)$$

◦縦補剛材の横倒れ

$$\left.\begin{aligned} \delta_{stG} &= +G/490,\ -G/460,\quad (G=b,\ N=3751)\\ \delta_{stG} &= +G/410,\ -G/420,\quad (G=2b,\ N=518) \end{aligned}\right\} \qquad \cdots(3.1.9)$$

◦横桁

$$\delta_g = +B/460,\ -B/300,\quad (N=179) \qquad \cdots(3.1.10)$$

式(3.1.8)の縦補剛材の初期たわみは，式(3.1.4)の Leonhardt-Hommel の測定結果及び式(3.1.5)の Maguoi の測定結果と比較的よく一致している。

一方，我が国においては，大阪市の長柄橋の架設に際して，その2主桁橋区間のデッキプレート，ウェブプレート及び下フランジのそれぞれの初期たわみ

の実測が行なわれている。[4] 測定データは，今後の2主桁橋の製作においては，貴重な基礎データとなり得るが，一般性に欠ける。 我が国の鋼橋の分野において，実橋の初期たわみの統一的なデータを収集した調査研究活動としては，第1章総論で述べたIDM委員会（小松定夫委員長）活動を上げることが出来る。 筆者は，IDM委員会の委員の1人としてこの活動に参加した。 そこで本章においては，筆者が同委員会において分担した研究の内容である自由突出圧縮フランジと溶接板継ぎ部について詳しく述べることにする。 委員会活動の成果については文献5），6）及び 7）を参照されたい。

又，Thompson[8][9]は，初期たわみを小さくするような桁製作法について考察を行っている。

一方，造船の分野においても，初期たわみの実測調査に基づいた研究が，かなり実施されている。

我が国においては，日本造船研究会において，1971年にSR127[10]委員会が組織され，4年間にわたり，船殻部材の初期たわみの船体強度に及ぼす影響を調査する目的で，当時建造された実船についてその初期たわみを調査し，その実態を分析し，又，初期たわみ量の発生原因と工作法との関連や，船殻部材の初期たわみ量と強度との関係等について広汎な実験を行い，これに理論的検討を加え，工作精度の基準となっている日本鋼船工作法精度標準（J.S.Q.S.：Japan shipbuilding quality standards）との比較検討を行っている。 この研究の一環として，大阪大学（上田幸雄教授）と川崎重工業(株)強度研究室（安川度室長）において，初期不整を有する平板の強度及び剛性に関する実験的及び理論的研究がなされている。[I-66] 更に，安川・池上・大南[11]は，工作初期たわみの許容限界を強度的立場から設定するために，タンカー上甲板の圧縮板パネルを選び，それに工作初期たわみ及び残留応力が存

在する場合の強度の統計的性状並びに当該部材に作用する外力の統計的性状を調べ，これらに極値統計理論[12]を適用した考察を行っている。
又，藤田[13]は，初期不整を有する圧縮板に関する日本の造船界の現状について種々の考察を加えている。
Faulkner[14]（イギリス）は，理論と実測に基づき，板パネル中央での初期たわみを次式で与えている。

$$\delta_{pt} = 0.12 \cdot \beta^2 \cdot t' \qquad \cdots\cdots (3.1.11)$$

t'は，板パネルの板厚tと縦補剛材の板厚t_sの小さい方である。更に，

$$\beta = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \qquad \cdots (3.1.12)$$

その後，Antoniou，Greece[15]は，式(3.1.11)の係数0.12に対して0.1を提案している。
又，Goodman－Mowatt[16][17]は，初期不整や材料のばらつきを考慮した場合の船体構造物の合理的設計評価を行う際の信頼性評価方法について述べている。そして，信頼性評価方法を実行するに当っての問題点について述べると共に，圧縮補剛板の板パネルを例に取り上げ，信頼性設計法の具体的な説明をも示している。
Carlsen－Czujko[18][19]は，実物大模型の板パネルの初期たわみを多数測定し統計処理を行い以下の結論を得ている。すなわち，まず，式(3.1.11)のFaulknerの公式は，b/tが小なる板に対して有効であり，b/tが40以上の板に対しては，実測値の$(\mu + 2\sigma)$なる曲線として，次式を提案している。

$$\frac{\delta_{pt}}{t} = 0.016 \frac{b}{t} - 0.36 \quad ; \qquad \frac{b}{t} > 40 \qquad \cdots (3.1.13)$$

更に，板パネルの耐荷力に影響するのは，ゲージレングスG=bに対応する初期たわみ$\delta_{pt,b}$であるとし，$\delta_{pt,b}/\delta_{pt}$の実測値の統計処理結果$(\mu+2\sigma)$より次式を得ている。

$$\delta_{pt,b} = 0.5\,\delta_{pt} \qquad \cdots(3.1.14)$$

なお，$\delta_{pt,b}$ の計算は，実測初期たわみを以下のたわみ波形にあてはめて求めている。

$$\delta_{pt} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} A_{ij} \cdot \sin \frac{i\pi x}{a} \cdot \sin \frac{i\pi y}{b} \qquad \cdots(3.1.15)$$

以上の造船分野における研究で得られた実測データは，母集団が異なると考えられるので，橋梁工学の分野では結果をそのまま利用出来ない。データ処理の考え方には，参考になる点が少なくない。

溶接による初期たわみを決定論的な立場から明らかにしようとする試みも佐藤・寺崎[201~23]によってなされている。溶接変形に及ぼす溶接諸条件の影響を，熱伝導論と熱弾塑性理論に基づいて定式化し，有限要素法を用いて解析し，溶接変形に及ぼす各種無次元パラメータを明らかにしている。そして，これらのパラメータを用いて簡単な供試体について得られた実験値を整理することにより，比較的簡明な溶接変形の略算式を示している。しかし，橋梁構造は極めて複雑であり，しかも多様な製作工程の途中においては，溶接熱以外に，大きな外的拘束力が加えられる。従って，鋼橋の構造部分に含まれる初期たわみを，決定論的な立場から推定することは非常に困難であると思われる。

（２）各国示方書における許容初期たわみ

補剛板及び自由突出フランジの代表的な初期たわみを図－3.1.1(b)~(f)及び図－3.1.3に，板継ぎ溶接部の初期不整を図－3.1.2に示す。

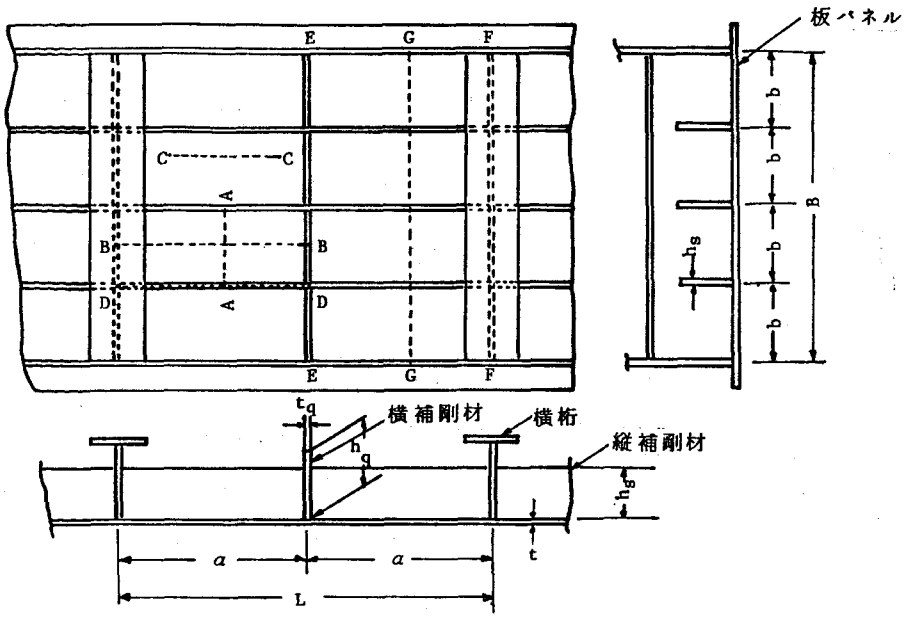
そして，これらの初期不整量に対する各種示方書の許容値を以下に示す。

a．道路橋示方書[I-191]（1973）

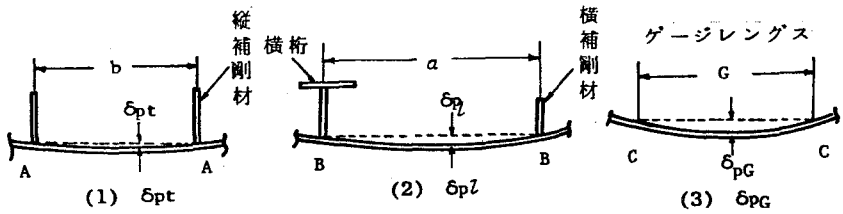
・板パネル　　$\delta_{pt} \leq b/150$ $\qquad \cdots(3.1.16)$

・縦補剛材　（圧縮部材の許容値を準用する）

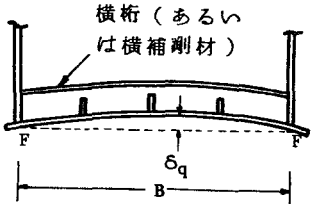
$$\delta_s^{(+)},\ \delta_s^{(-)} \leq a/1000 \qquad \cdots(3.1.17)$$



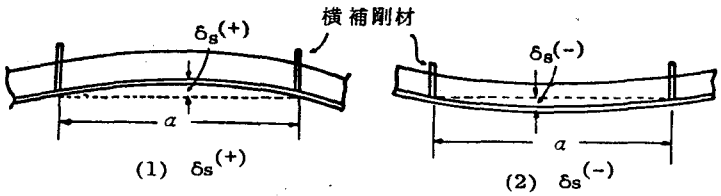
図－３．１．１　(a)補剛板パネルの一例



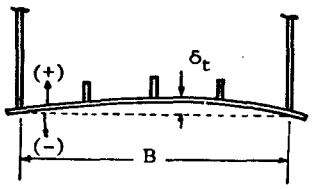
図－３．１．１　(b)板パネルの初期たわみ



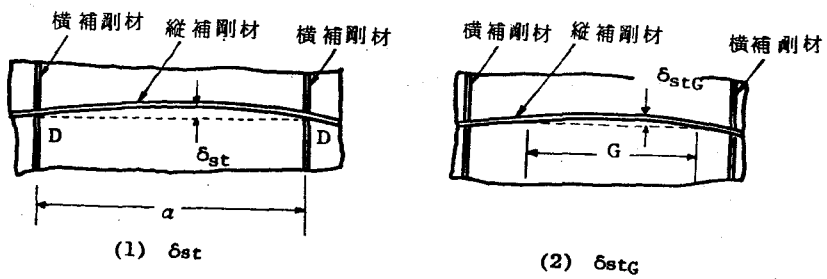
図－３．１．１　(e)横桁及び横補剛材 初期たわみ



図－３．１．１　(c)縦補剛材の初期たわみ



図－３．１．１　(f)補剛板パネルの初期たわみ



図－３．１．１　(d)縦補剛材先端の横倒れ初期たわみ

・縦補剛材の横倒れ（フランジの直角度規準を準用する）

$$\delta_{st} \leq h_s/100 \quad \cdots(3.1.18)$$

・横補剛材（圧縮部材の許容値を準用する）

$$\delta_g \leq B/1000 \quad \cdots(3.1.19)$$

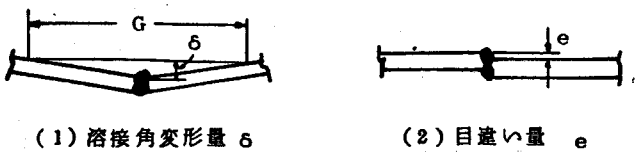
・板継ぎ溶接部初期不整

$$e \leq t_{min}/10 \quad \cdots(3.1.20)$$

ここに，t_{min} は薄い方の板厚とする。

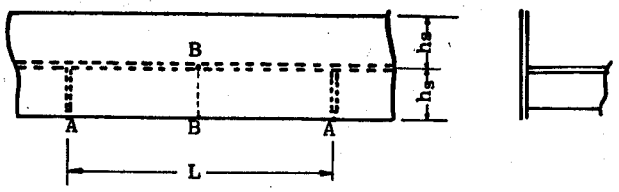
・自由突出フランジ

$$W_R \leq h_s/100 \quad \cdots(3.1.21)$$

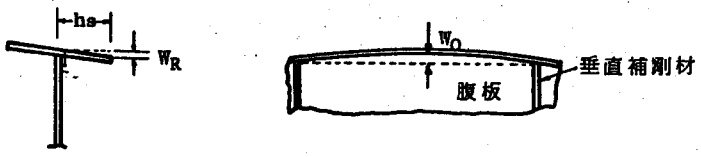


(1) 溶接角変形量 δ　　(2) 目違い量 e

図－3.1.2　板継ぎ溶接部初期不整



(1) 自由突出圧縮フランジ



(2) 直角度　　(3) 自由縁先端の鉛直方向初期たわみ

図－3.1.3　自由突出圧縮フランジの初期たわみ

b．IDWR (1973)[I-163]

・板パネル

$$\left.\begin{aligned} \delta_{pt}, \delta_{pG} &\leq (1 + b/5000) \cdot G/30t, \quad t \leq 25mm \\ &\leq (1 + b/5000) \cdot G/750, \quad t \geq 25mm \end{aligned}\right\} \cdots(3.1.22)$$

ここに，Gはゲージ長で

$$\left.\begin{aligned} G &= 2b \quad (a > 3b) \\ &= a \quad (a < 3b) \end{aligned}\right\} (\delta_{pG}\text{に対して}) \qquad \left.\begin{aligned} &\\ &\\ &= b \quad (\delta_{pt}\text{に対して}) \end{aligned}\right\} \cdots(3.1.23)$$

しかし，この規準は，かなり厳しいものであるため，IDWRにおいては，有効初期たわみ (effective imperfection) の概念を導入した一種の緩和規準を設けている。すなわち，補剛板の板パネルに関しては，隣接パネルの影響を考慮して，一補剛板の全板パネルの平均的な初期たわみを有効初期たわみ $|\Delta x|_{eff}$ として次式で与えている。

$$|\Delta x|_{eff} = \frac{1}{Ns} \cdot \sum_{g=1}^{Ns} |\Delta x(g)| \qquad \text{----(3.1.24)}$$

ここに，Nsは全板パネル数であり，gは第g板パネルを意味する。

$$|\Delta x(g)| = -\frac{1}{4} \cdot \Delta x_{max,(g-1)} + \frac{1}{2} \cdot \Delta x_{max,g} - \frac{1}{4} \cdot \Delta x_{max,(g+1)} \cdots (3.1.25)$$

ここに，$\Delta x_{max,g}$は，IDWRで定める測定法により求めた第g板パネルの最大初期たわみである。$|\Delta x|_{eff}$は次式を満足すればいい。

$$|\Delta x|_{eff} \leqq |\Delta x| \sqrt[3]{1/(n_s+1)} \qquad (3.1.26)$$

ここで，$|\Delta x|$は式(3.1.22)の右辺の制限値でn_sは縦補剛材本数である。しかし，実橋でこの検証を行うことはあまりにも繁雑過ぎるように思われる。

・縦補剛材

$$\left.\begin{aligned} \delta_s^{(+)} &\leq a/900 \quad and \quad 2mm \\ \delta_s^{(-)} &\leq a/200 \quad and \quad 2mm \end{aligned}\right\} \cdots (3.1.27)$$

又，縦補剛材の有効初期たわみは次式で定義されている。

$$|\Delta sx|_{eff} = -\frac{1}{4} \bar{\Delta}_{sx,(r-1)} + \frac{1}{2} \bar{\Delta}_{sx,(r)} - \frac{1}{4} \cdot \bar{\Delta}_{sx,(r+1)} \qquad \text{----(3.1.28)}$$

ここに，rは，横桁（あるいは横補剛材）ではさまれた第r補剛板パネルを表し，

$$\bar{\Delta}_{sx,(r)} = \frac{1}{ns} \sum_{n=1}^{ns} \cdot \delta_s(r,n) \qquad \text{----(3.1.29)}$$

ここに，$\delta_s(r,n)$は，第r補剛板パネルのn番目の縦補剛材の初期たわみである。

そして，有効初期たわみに対する規準は

$$\bar{\Delta}_{sr(r)} \leq 0.7 \ |\Delta sx| \qquad \cdots (3.1.30)$$

ここで，$|\Delta sx|$は式(3.1.27)の右辺の制限値である。

式(3.1.30)が満足されなくとも，次式が満されれば良しとしている。

$$|\Delta sx|_{eff} \leq 0.7 \cdot |\Delta sx| \quad \cdots\cdots (3.1.31)$$

◦縦補剛材の横倒れ（矩形断面リブの場合についてのみ示す）

$b < 3hs$ の時

$$\delta stG \leq 60/ts \cdot (G/1000)^2 \quad and \quad 1.5mm \quad \cdots\cdots (3.1.32)$$

$$G = 2b \quad \cdots\cdots (3.1.33)$$

$b > 3hs$ の時

$$\delta stG \leq 60/ts \cdot (hs/250)^2 \quad and \quad 1.5mm \quad \cdots\cdots (3.1.34)$$

$$G = 3hs \quad \cdots\cdots (3.1.35)$$

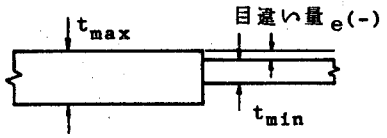
$b = 3hs$ の時には，式(3.1.32)(3.1.33)と(3.1.34),(3.1.35)が一致せず，矛盾が起こる。

◦溶接面変形量

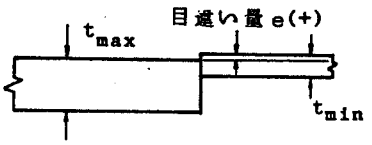
$$\delta < \frac{t}{6} + 2.0mm \quad and \quad \frac{t}{3} \quad \cdots\cdots (3.1.36)$$

◦目違い量

$$e < \frac{t_{min}}{8} \quad and \quad 4mm \quad \cdots\cdots (3.1.37)$$



(a)



(b)

図－3.1.4　変厚編心継手の目違い量

t_{min}は接合されている薄い方の板厚で，図－3.1.4(a)に示すように，薄い方の板が厚い方の板の中に入ってしまう方向の目違い量に対しては

$$e < \frac{t_{min}}{6} \quad and \quad 4mm \quad \cdots\cdots (3.1.38)$$

C．AASHTO (1977)[I-182]

◦板パネル

$$\left.\begin{aligned} \delta pt &\leq 4.8mm \quad and \quad 0.159b/144\sqrt{E}\ (m) \\ \delta pl &\leq 4.8mm \quad and \quad 0.159a/144\sqrt{E}\ (m) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (3.1.39)$$

◦縦補剛材

$\delta_s^{(+)}$, $\delta_s^{(-)} \leq a/480$ ---(3.1.40)

◦縦補剛材横倒れ（板パネルと同じ）

$\delta_{st} \leq 4.8mm$ and $0.159\, a/144\sqrt{t_s}\ (m)$ ---(3.1.41)

◦横補剛材

$\delta_g \leq B/240$ ---(3.1.42)

◦自由突出フランジ（板パネルと同じ）

$\pi_o \leq 4.8m$ and $0.159\, L/144\sqrt{t_s}\ (m)$ ---(3.1.43)

◦目違い量（AWS D1.1-79[24]）

$e \leq t_{min}/10$ and 1/8インチ ---(3.1.44)

d. ÖNORM (1975)[25][26]

◦板パネル（無補剛の場合，ÖNORM B4600/7[25]）

aとbの小さい方の辺に関して

δ_{pt} or $\delta_{pl} \leq$ Min{a; b}/200[注] and 4mm ---(3.1.45)

◦補剛材間の板パネル（ÖNORM B4602[26]）

aとbのうち小さい方の辺に関して，

δ_{pt} or $\delta_{pl} \leq$ Min{a; b}/250 and 4mm ---(3.1.46)

◦縦補剛材（ÖNORM B4602[26]）

$\delta_s^{(+)}$ and $\delta_s^{(-)} \leq a/500$ and 8mm ---(3.1.47)

◦横補剛材（ÖNORM B4602）

$\delta_g \leq B/500$ and 8mm ---(3.1.48)

◦目違い量（ÖNORM B4600/7）

①EF (Erhöhungsfall)；製作管理を十分行う場合

注) Max{ ; } あるいはMin{ ; }は，それぞれ，{ ; }の成分のうちで最大あるいは最小のものを意味する。

$e \leq 2mm$ and $t/10$ ····(3.1.49)

②RF (Regelfall) ; EF以外の場合

$e \leq 4mm$ and $t/5$ ····(3.1.50)

ちなみに，ÖNORMのSt37材に対する許容引張応力度は，EFの場合1700 kg/cm²，RFの場合1500 kg/cm² としている。

e. DASt Ri 012 (1978)[I-170]

◦板パネル

$$\left.\begin{aligned} \delta_{pt} &\leq b/250 \\ \delta_{pL} &\leq a/250 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (3.1.51)$$

◦縦補剛材

$\delta_s^{(+)}$ and $\delta_s^{(-)} \leq a/400$ ···· (3.1.52)

◦横補剛材

$\delta_g \leq B/400$ ···· (3.1.53)

3.1.2 残留応力に関する既往の研究

もともと，残留応力に関する研究は1920年代に初めて溶接が船体建造の一部に採用された頃から始まり，1930年代の溶接橋梁のぜい性破壊による落橋事故，1940年代の大量のリバティー船の同様な事故を経て，主としてぜい性破壊に及ぼす影響という立場から実施され，測定技術も確立されるに至った。[27)28)I-3)] 一方圧縮部材の強度への影響という立場では，1940年代に既に米国などにおいて短柱の座屈強度に関する研究の中で単発的に議論され始めていたが，1954年にHuber-Beedleが圧延H形鋼の圧縮強度の研究で初めて本格的な残留応力測定を実施し，それと座屈強度との関係を直接的に扱った。[29)] そして，1960年にはBeedle-TallがH形断面柱における残留応力と座屈強度との関係について，それまでの研究成果を整理総括して体系的な

発表を行った。[30] その後，1960年から1970年にかけて，米国のリーハイ大学においてTallらが中心となり，圧延板を溶接集成したH形断面柱，ガス切断した板を同じく溶接集成したH形断面柱，側辺もしくは中央にビード盛溶接した単一板，各種板からなる箱形断面柱などに対して，板幅，板厚，材質などをパラメーターに，系統だてた残留応力分布形状及びその大きさの測定を行い，ほぼチャート化したと言ってよいほどの成果を示した。[31)~38)]

一方，英国においてはフォースロード橋建設に先立って行われた箱形断面柱の圧縮実験[39]において，溶接残留応力が圧縮強度に影響を及ぼしていることを察知したのをきっかけに，1969年から1971年にかけてYoung-Dwight-Moxhamらが中心となって，板要素を主体に大規模な残留応力に関する研究を実施し[40)~43)]，IDWR[I-163)]の規準の基礎資料を提供した。

その詳細は公表されていないが，米国と違って各溶接法の入熱量とビード断面積の関係，残留圧縮力とビード断面積の関係などに注目し，設計上有効な残留圧縮応力度の推定法を導いている。 すなわち，ビード断面積Awと溶接によって生じる圧縮力Fcの関係を次式で与え，係数Cを実験的に求めている。

$$Fc = C \cdot Aw \qquad \cdots(3.1.54)$$

そして，以下の2つの条件より残留応力分布を推定している。

① このFcは，板内に存在する残留引張応力の合力と等しい。

② 残留応力は自己平衡の条件を満足する。

ただ，補剛板については縦補剛材内の分布形状及び大きさなどは一定でなく，推定するには困難な問題を含んでいるとしている。[44)]

Somerville-Swan-Clarke[45)]は，縦補剛材3本を有する補剛板模型を用いた測定を行い，Dwightらと同様の考え方で考察を行っている。 その結果，補剛材間の板パネルでは，補剛材の溶接により，その残留圧縮応力度は，無補

剛板の場合より大きくなるという結論を得ている。縦補剛材内の残留応力分布に関しては明確な結論を得ていないようである。

又，実橋の製作・組立ての過程で残留応力を測定したものとして，Cullington-Beales[46]及び加藤・石田・中西[47]の報告がある。Cullington-Beales は Milford-Haven 橋の補剛板の残留応力を測定したところ，IDWRに従って計算したものよりは大きな残留圧縮応力度が生じていたと報告している。又，加藤らは長柄橋の2主桁橋について測定した結果，実測の残留圧縮応力度は，IDWRの計算値よりもかなり小さいものであったと報告している。このことから判断して，IDWRの方法は，まだまだ問題点が多いように思われる。

小松・牛尾・北田[55]は，4体の実物大模型を含む各種補剛板模型の測定を実施し，補剛板の残留応力分布の推定公式を示すと共に，鋼種別に補剛材間の板パネル部及び補剛材部の残留圧縮応力度の推定上限値を提示している。その詳細については，3、4節で述べることにする。

又，温度履歴を逐次追跡しながら，弾塑性解析を行い，解析的な立場から残留応力を推定しようとする基礎的な研究も佐藤・寺崎[20~23]，上田・山川[48]，上田・福田・中長[49]らによって行われている。

以上のように，これまで実施されてきた研究では，板要素，あるいはH形断面のような柱断面については残留応力の実態はほぼ究明されたと考えられる。しかし，補剛板の残留応力については，筆者らの研究以外に系統的に検討する試みは行われていないのが現状である。

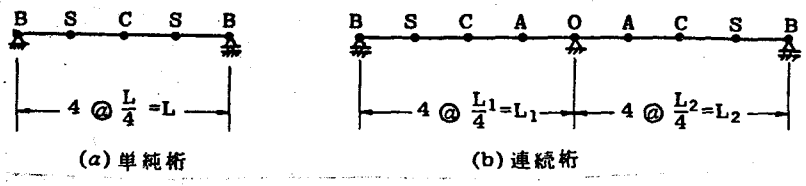
3．2　自由突出圧縮フランジの初期たわみとその統計処理

3．2．1　実測計画

（1）測定位置

プレートガータ橋，合成I桁橋の自由突出圧縮フランジを測定対象とする。

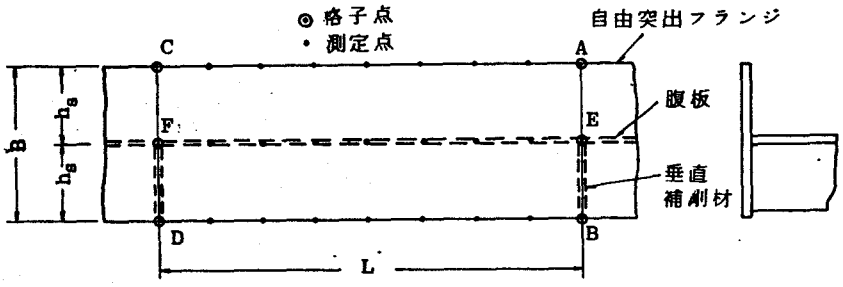
具体的には，図－3.2.1を参照して，単純桁及び連続桁のS点，C点，A点の上フランジ及び連続桁のO点，A点の下フランジ付近の3パネルを対象とした。ただし，垂直補剛材間の自由突出フランジを1パネルとする。



図－3.2.1　測定位置

（2）測定要領

図-3.2.2に示すように，自由縁上$\overline{AC}$，$\overline{BD}$及び腹板上$\overline{EF}$に沿って，垂直補剛材間隔Lの8等分点に測定点を設ける。そして，格子点A，B，C，D，E，Fについては，これらの点を含む曲面にほぼ平行な基準平面を設定し，格子点からその平面に下した垂線の長さを測定する。$\overline{AC}$，$\overline{EF}$及び$\overline{BD}$上の測定点については，それぞれ，$\overline{AC}$，$\overline{EF}$及び$\overline{BD}$にほぼ平行な基準直線を設定し，各測定点からこの基準直線に下した垂線の長さを測定する。



図－3.2.2　測定点（自由突出圧縮フランジ）

（3）測定精度

道示には，自由突出フランジの初期たわみ規準が存在しないので，腹板とフランジの直角度規準・式(3.1.21)を準用して，hs/100が自由突出フランジの初期たわみの基準値であると考える。そして，十分な統計処理が行えるように，測定に当っての最小読み取り目盛りをhs/1000とした。

（４）測定方法

測定は，ＩＤＭ委員会に所属する橋梁製作会社にお願いし，桁の仮組時に測定していただくことにした。測定方法は，上記の測定精度を満足するものなら以下のどの方法でもいいこととした。

①トランシット（あるいはレベル）と鋼尺を用いる方法。

この測定方法は比較的測定長の長い場合に有効である。鋼尺の最小読取り目盛は0.25mm程度で，測定長が短い場合にはあまり精度は期待出来ないが，初期にわみ曲面の測定が容易であるという利点がある。

②特殊トランシット（あるいは特殊レベル）と標尺を用いる方法。

最短視距離が極めて小さい高精度のトランシットあるいはレベルを用いると，短距離測定が可能となり，測定精度の上昇が期待出来る。この測定における最小読取り目盛りは0.1mm程度である。又，この種のトランシットあるいはレベルでは，その望遠鏡の中心軸を微小に平行移動出来る測微装置が付いていて，この装置を用いると，測定時間は長くなるが，最小読取り目盛りは0.01mm程度まで向上させることが出来る。TOPCONオートレベルAT-M3，レベルS-2及び治具トランシットなどが市販されている。

③ストレッチとダイヤルゲージを用いる方法。

ストレッチの上面に沿ってダイヤルゲージをスライドさせ，ストレッチの上面を基準線として初期にわみ曲線を測定する。又，ストレッチの下面と測定点間距離をキャリパーゲージで測定してもよい。この方法は，比較的測定長の短かい場合に有効であり，その測定精度は0.1mm程度である。

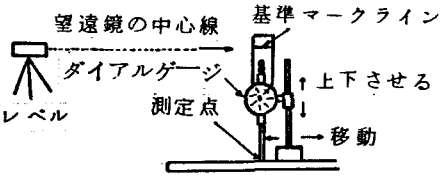
④ピアノ線とマイクロメーター（あるいはノギス）を用いる方法

測定長があまり長くない場合に適する。0.4mmφのピアノ線に張力Ｔ＝20kgを作用させた時，測定長４m以下では，0.1mm以下の精度が期待出

来る。

⑤レベル（あるいはトランシット）と移動式ダイヤルゲージを用いる方法

測定方法の概要を図-3.2.3に示す。測定長が比較的長い場合に適する。測定精度は0.05mm程度である。



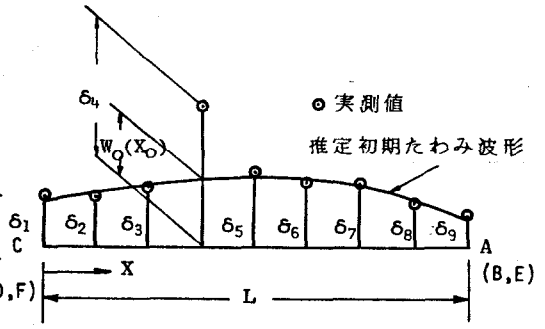
図－3.2.3　移動式ダイアルゲージを用いる方法

⑥ダイヤルゲージ付き定規と定盤を用いる方法

測定点に合せてセットされたダイヤルゲージ（多数）付き定規のキャリブレーションを定盤で行っておく必要がある。従って，測定長が定盤の最大寸法で限定される。比較的測定長の短い場合に適する。しかし，精度はよく，0.05mm程度である。

3.2.2　ミスデータの検証

図-3.2.4に示すように，自由縁上$\overline{AC}$，$\overline{BD}$及び腹板上$\overline{EF}$のそれぞれ9点の実測値を用いて，最小2乗法により，それぞれの線上の初期たわみ波形を以下の曲線で近似する。



図－3.2.4　ミスデータの検証

$$W_0(X) = C_1 + C_2\left(\frac{X}{L}\right) + \sum_{m=1}^{5} \overline{W}_{0m} \sin\frac{m\pi}{L} X \qquad \text{----(3.2.1)}$$

測定点nの実測値をδ_n，式(3.2.1)の曲線から求まる値を$W_0(X_n)$とし，

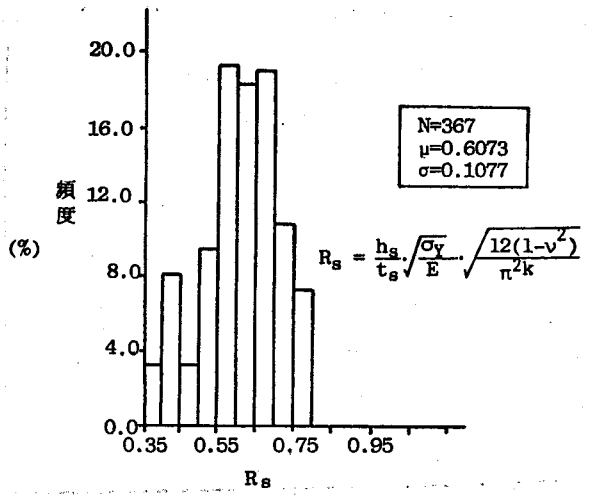
$$|\delta_n - W_0(X_n)| > 2\cdot\frac{h_s}{100} \qquad \text{----(3.2.2)}$$

なる条件式を満たす実測値は，特に観察による著しい局所変形がなかった場合にはミスデータとして棄却した。観察により局所変形が認められた場合には実測データにその旨記入されてあるのでミスデータとはみなさない。

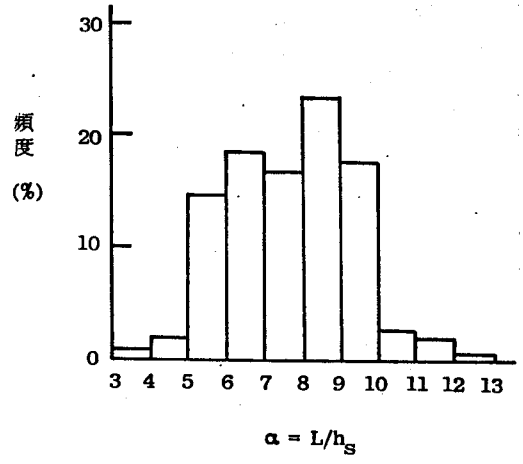
3．2．3　データの統計処理

データを入手した自由突出圧縮フランジの幅厚比パラメータ R_s ($k=0.425$) 及び縦横比 α ($=L/h_s$) はそれぞれ図-3.2.5及び図-3.2.6に示すような範囲内に分布していた。R_sは，0.35～0.8 の範囲内に分布しており，旧道示[I-42]の限界値 0.84 (=0.7×1.2) 以下に全データが含まれていた。α は 4～12 の範囲内にほぼすべてのデータが含まれる。

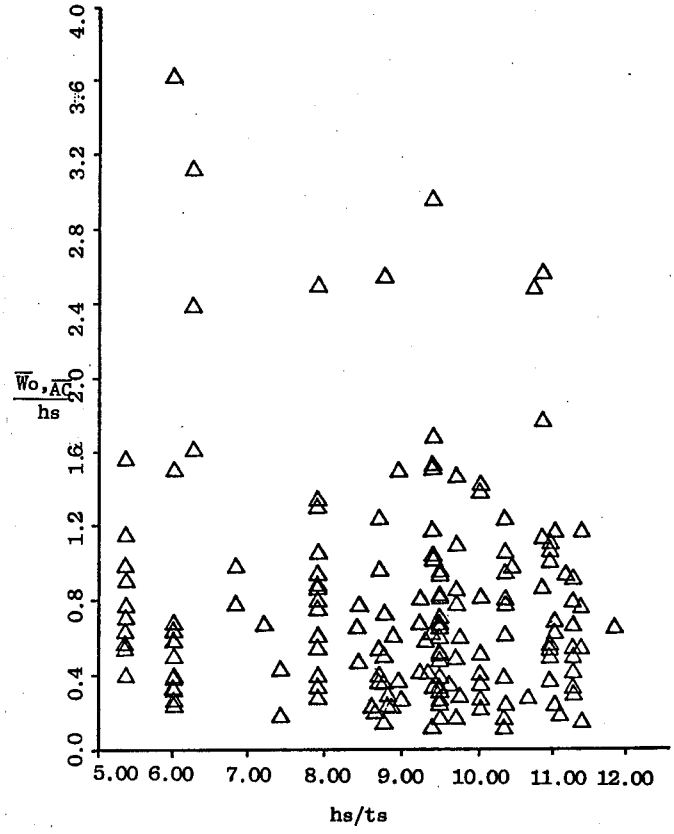
又，提出された有効データ数は



図－3.2.5　幅厚比パラメータの頻度分布



図－3.2.6　縦横比の頻度分布

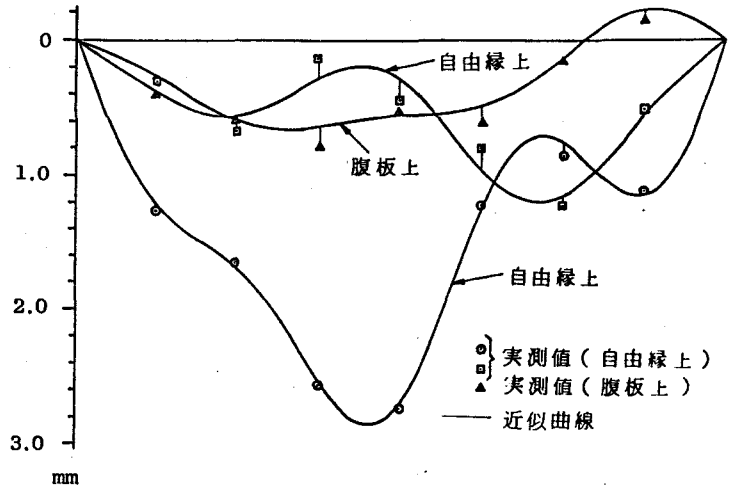


図－3.2.7　$|\overline{W}_{o,\overline{AC}}|/h_s$ と h_s/t_s の相関

36ヶ個であった。

自由縁上の最大初期たわみ $\bar{w}_{0,\overline{AC}}$ あるいは $\bar{w}_{0,\overline{BD}}$ と各種断面寸法に関するパラメータとの相関性について調べたが，これらの諸量との間には全く相関性は認められなかった。その一例として，$\bar{w}_c, \overline{AC}/hs$ と hs/ts の相関図を図-3.2.7 に示す。

自由縁上($\overline{AC}$, $\overline{BD}$)及び腹板上($\overline{EF}$)の初期たわみ波形をそれぞれ式(3.2.1)の曲線で近似し，3角級数の係数 $\bar{w}_{0m}$ を統計処理した。初期たわみが比較的大きく出ていた自由突出フランジにおける初期たわみ波形の一例を図-3.2.8 に示す。式(3.2.1)で与えた近似曲線は，実測値によく適合していることがわかる。全般的に言って，自由突出フランジの初期たわみ波形は，図-3.2.8 に示すように非常に複雑な波形を呈していた。



図－3.2.8　初期たわみ波形の近似曲線及び実測値

$\bar{w}_{0m}$ の統計処理結果を図-3.2.9～3.2.13 及び表-3.2.1 に示す。

自由縁上及び腹板上共に，一次波形 $|\bar{w}_{01}|$ が卓越しており，$|\bar{w}_{01}/hs|$ の平均値 μ 及び標準偏差 σ は共に0.003ヶ程度であり，$|\bar{w}_{0m}/hs|$ $(m=2\sim5)$ の μ 及び σ はほぼ0.0015以下であった。

これらの図には，初期たわみの頻度分布を以下に示すワイブル分布及びガンマ分布にあてはめた場合の曲線も記載してある。

表－3.2.1 $|\bar{W}_{om} / h_s|$の統計処理結果

	m	1	2	3	4	5
自由縁 (1)	μ	0.00366	0.00115	0.00095	0.00074	0.00071
	σ	0.00376	0.00096	0.00101	0.00095	0.00090
取板上 (2)	μ	0.00370	0.00153	0.00121	0.00092	0.00089
	σ	0.00368	0.00158	0.00125	0.00109	0.00112
自由縁 (3)	μ	0.00388	0.00154	0.00120	0.00093	0.00083
	σ	0.00367	0.00172	0.00130	0.00107	0.00096

（ワイブル分布）

$$f(x)\begin{cases}=0 & ,x<\gamma\\ =\dfrac{m}{\alpha_w}\cdot(x-\gamma)^{m-1}\cdot e^{-\frac{(x-\gamma)^m}{\alpha_w}} & ,x\geq\gamma\end{cases}\quad\cdots\cdots(3.2.3)$$

$$w_0=\sum_{m=1}^{5}\bar{w}_{0m}\cdot\sin\frac{m\pi x}{L}$$

ここに，xは確率変数，$f(x)$は確率密度関数であり，α_w，mは分布形の形状を，γはその位置を表すパラメータである。今回の統計処理ではγは常に0とした。すると，α_w，mは次式を解くことにより求まる。[50)]

$$\mu=\alpha_w^{\frac{1}{m}}\cdot\Gamma\left(\frac{m+1}{m}\right)\quad\cdots\cdots(3.2.4)$$

$$\sigma^2=\alpha_w^{\frac{2}{m}}\cdot\left\{\Gamma\left(\frac{m+1}{m}\right)-\Gamma\left(\frac{m+1}{m}\right)^2\right\}\quad\cdots\cdots(3.2.5)$$

ここに，Γは Gamma 関数であり，

$$\Gamma(t)=\int_0^\infty u^{t-1}\cdot e^{-u}\,du\quad\cdots\cdots(3.2.6)$$

今，$x=x_p$の時の超過確率をpとすると

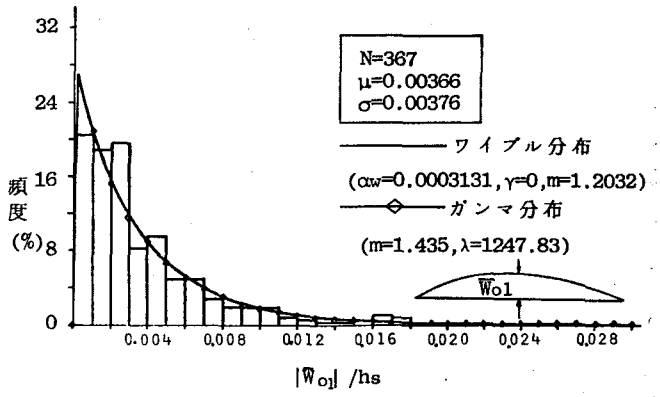
$$p=e^{-\frac{x_p^m}{\alpha_w}}\quad\cdots\cdots(3.2.7)$$

（ガンマ分布）

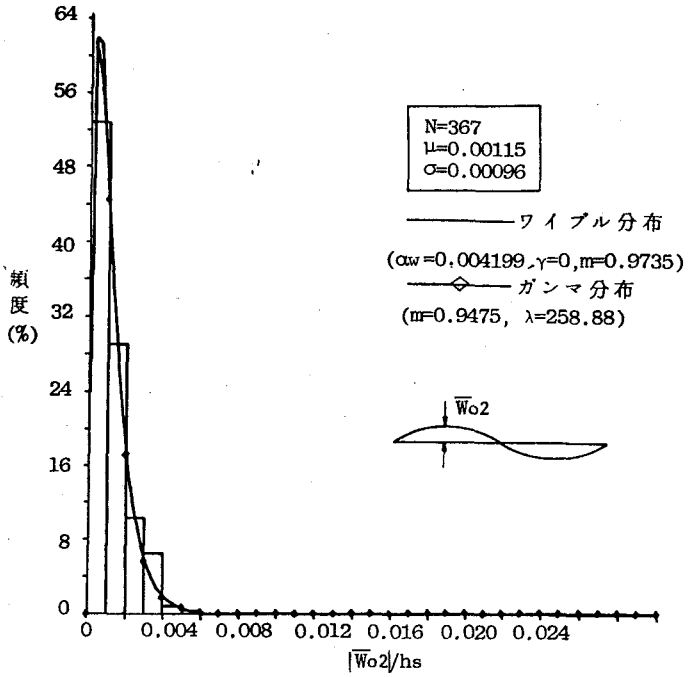
$$f(x)=\begin{cases}0 & ,x<0\\ \lambda^m\cdot x^{m-1}\cdot e^{-\lambda x}/\Gamma(m) & ,x\geq 0\end{cases}\quad\cdots\cdots(3.2.8)$$

ここに

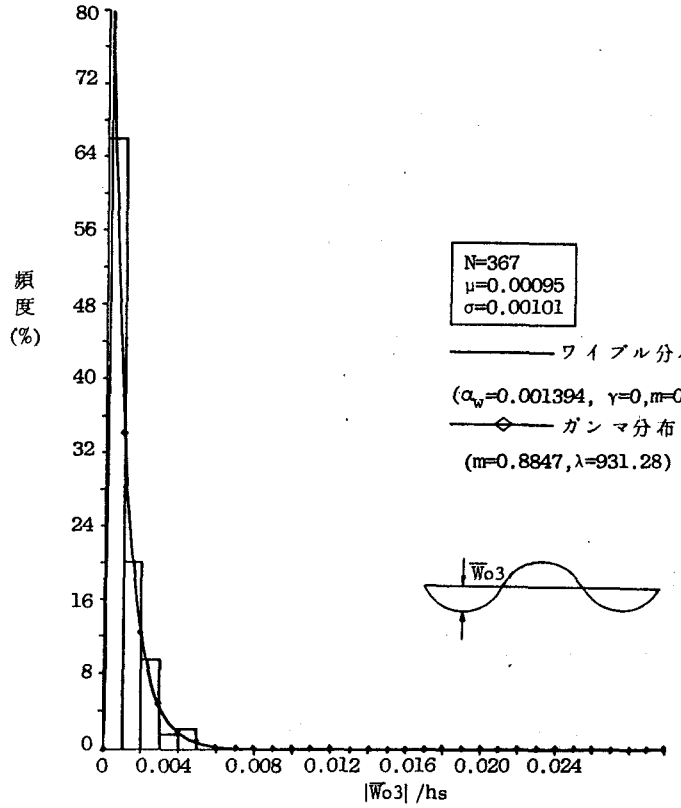
$$\lambda=\frac{\mu}{\sigma^2},\qquad m=\frac{\mu^2}{\sigma^2}\quad\cdots\cdots(3.2.9,10)$$



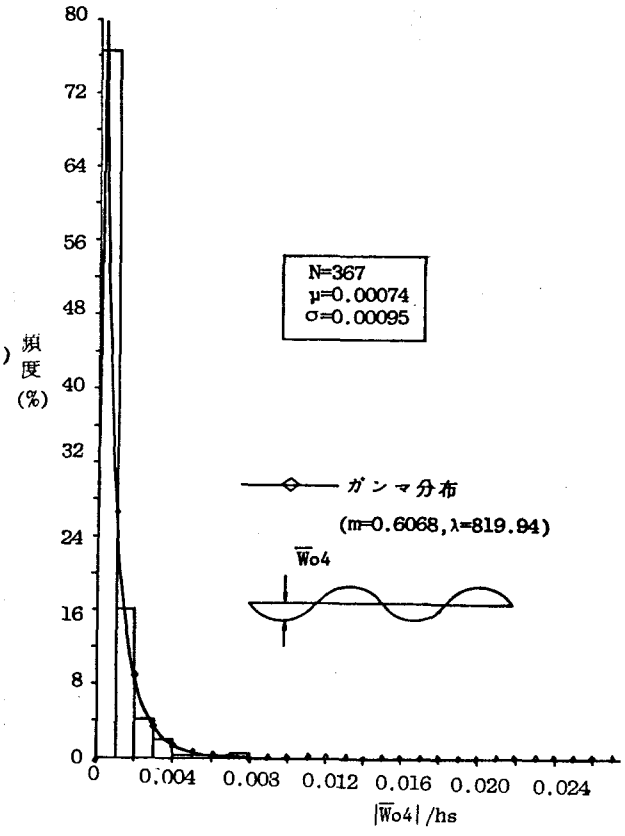
図－３．２．９　$|\overline{W}_{01}/h_s|$ の頻度分布
（自由縁上）



図－３．２．１０　$|\overline{W}_{02}/h_s|$ の頻度分布
（自由縁上）



図－３．２．１１　$|\overline{W}_{03}/h_s|$ の頻度分布（自由縁上）



図－３．２．１２　$|\overline{W}_{04}/h_s|$ の頻度分布
（自由縁上）

ガンマ分布の場合の超過確率Pは数値積分により求めた。

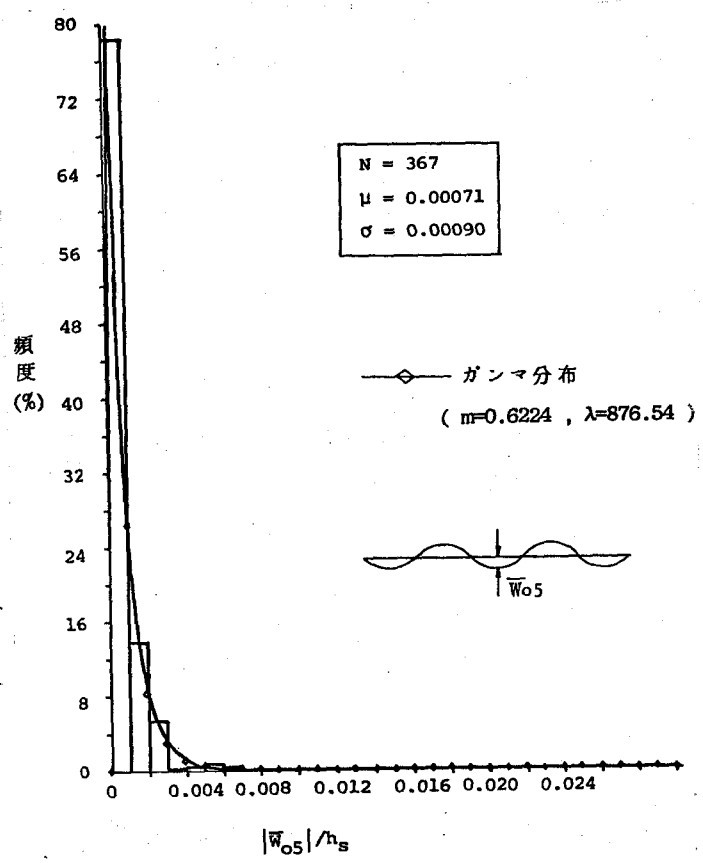
図-3.2.9～3.2.13を見るとわかるように，ワイブル分布及びガンマ分布共，実測の頻度分布によく適合していることがわかる。

自由突出フランジのねじり変形を表す単純ねじりモードの絶対初期たわみ $|\bar{w}_{o(st)}/h_s|$ の統計処理結果を図-3.2.14に示す。

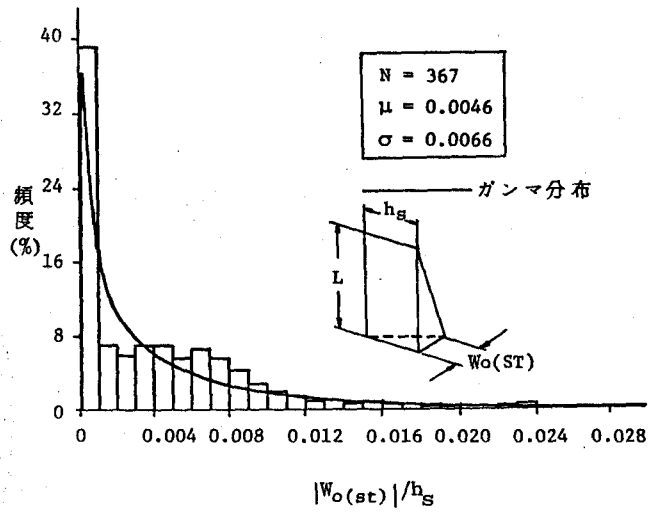
自由縁上及び腹板上の絶対最大初期たわみ $\bar{w}_{o,AC}$ 及び $\bar{w}_{o,EF}$ の統計処理結果をそれぞれ図-3.2.15及び3.2.16に示す。自由縁上の初期たわみは腹板上の初期たわみに比し大きくなる傾向にあるようである。

自由縁上における最大初期たわみ $\bar{w}_{o,AC}$ の存在する位置 L_1 の頻度分布を求め図-3.2.17に示す。L_1/L は，0.5付近が最も多く，0.1～0.9の範囲内に分布していた。

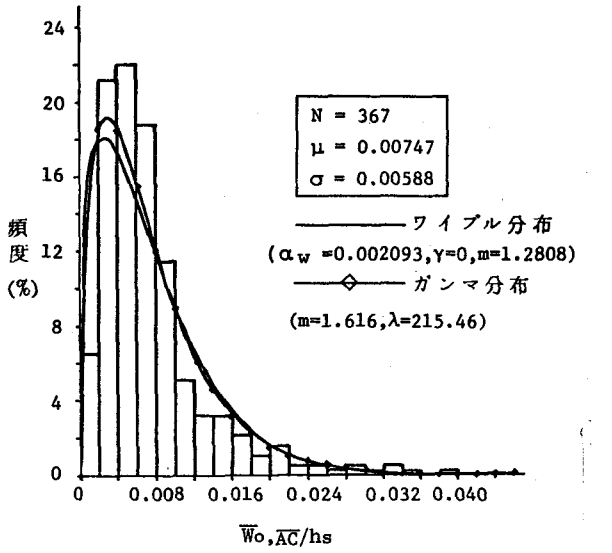
両自由縁上の絶対最大初期たわみ $\bar{w}_{o,AC}$ 及び $\bar{w}_{o,BD}$ の大きい方の値 $\bar{w}_o$ を統計処理した結果を図-3.2.18及び表-3.2.2に示す。



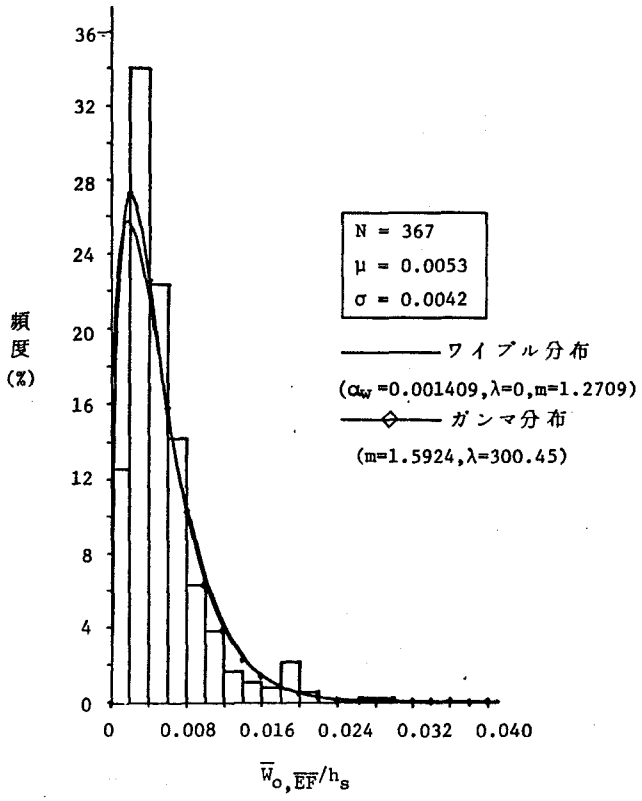
図－3.2.13 $|\bar{W}_{05}/h_s|$ の頻度分布
（自由縁上）



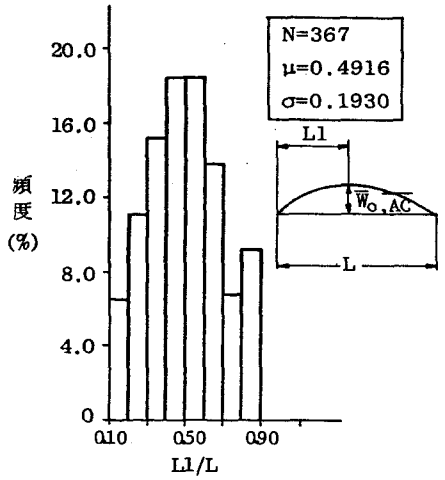
図－3.2.14 $|W_{o(st)}/h_s|$ の頻度分布



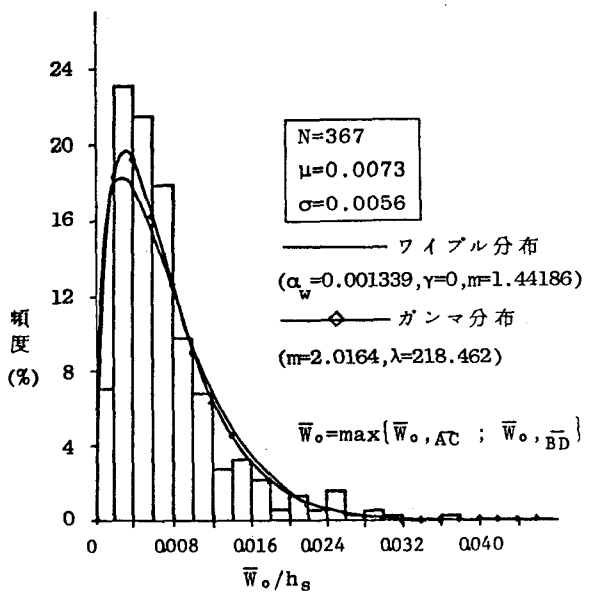
図－3.2.15 最大初期たわみ $|\overline{W}_{0,\overline{AC}}|/h_s$ の頻度分布（自由縁 $\overline{AC}$ 上）



図－3.2.16 最大初期たわみ $|\overline{W}_{o,\overline{EF}}|/h_s$ の頻度分布（腹板上 $\overline{EF}$）



図－3.2.17 最大初期たわみの存在する位置の頻度分布（自由縁上）



図－3.2.18 絶対最大初期たわみ $\overline{W}_o/h_s$ の頻度分布

表－3.2.2　$\bar{w}_0 / h_s$　の統計処理結果

$\bar{w}_0/h_s$	平均値　μ	標準偏差　σ	μ+0.12σ	μ + 2σ	μ+2.426σ	μ + 3σ	
	1/108	1/154	1/100	1/45.0	1/40	1/34.8	
超過確率	ワイブル分布 (α = 0.001339, m = 1.4419)		36.7	4.6	2.6	1.1	%
P_s	ガンマ分布 (m = 2.0164, λ = 218.46)		36.2	4.8	2.9	1.5	

$\bar{w}_0/h_s$ が 1/100，1/40，μ+2σ 及び μ+3σ の時の超過確率を求め表-3.2.2に示した。ワイブル分布の場合とガンマ分布の超過確率 P_s は良好な一致を示している。道示の直角度の制限値 $h_s/100$ を超過する確立は36%とかなり大きくなっている。これは，現在のところ，自由突出フランジの初期たわみに対する明確な製作規準が存在しないためと思われる。

確率変数 X が正規分布に従うとした時，X の最大値 X_{max} として μ+2σ の値がよく採用される。この時の超過確率は約2.3%である。表-3.2.2に示したワイブル分布及びガンマ分布ではこの程度の超過確率は μ+2.5σ で与えられ，その時の $\bar{w}_0/h_s$ は約 1/40 となる。

3．3　板継ぎ溶接部の目違い量及び角変形量の測定とその統計処理

3．3．1　実測計画

（1）測定位置

自由突出圧縮フランジ，圧縮補剛板の板パネル及び縦補剛材の板継ぎ溶接部を測定対象とする。

（2）測定要領

図-3.3.1に示すように，自由突出フランジにおいてはフランジ幅Bの1/4等分点，圧縮補剛板の板パネルにおいては補剛材間隔bの1/4等分点，縦補剛材においてはその突出高さの1/2等分点と両縁にそれぞれ測定点を設ける。

そして，目違い量e及び角変形量δを図-3.3.2に示すように定義し，各測定点でe及びδを実測した。δを測定する時のゲージレングスGは以下のように決めた。

$$G=\begin{cases} h_s & (\text{自由突出フランジ}) \\ 0.5b & (\text{圧縮補剛板の板パネル}) \\ h_s & (\text{縦補剛材}) \end{cases} \qquad \cdots (3.3.1)$$

（3）測定精度

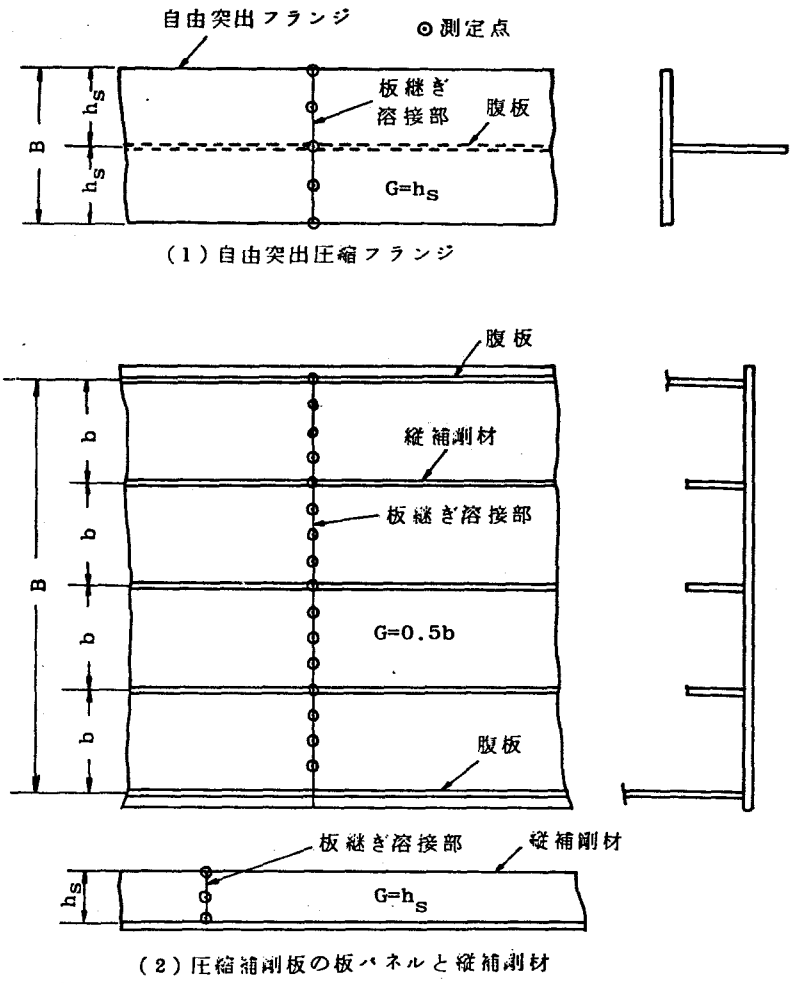
測定における最小読み取り目盛りは，目違い量eに対しては $t_{min}/100$，角変形量に対しては $G/1000$ とした。ここに $t_{min}/10$ は道示の目違い量に対する制限値であり，$G/100$ は，南港連絡橋上部工製作時の精度基準[511]である。道示には，δに対する規準は設けられていない。

（4）測定方法

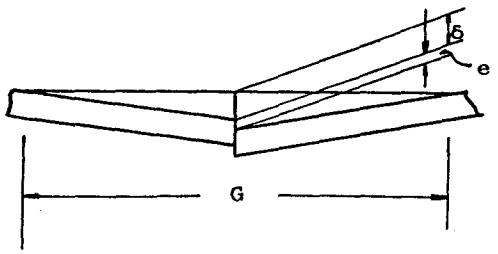
上記測定精度を満足するものであれば，以下のいずれの方法を用いてもいいこととした。

①目違い測定治具を用いる方法

図-3.3.3にその測定概要を示す。推定測定精度は0.1mm程度である。



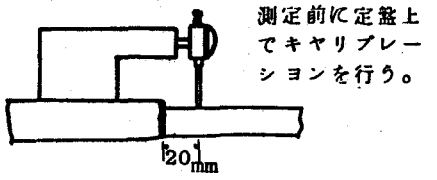
図－3.3.1　板継ぎ溶接部初期不整の測定点



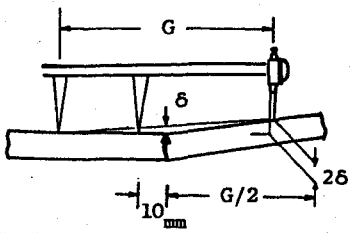
図－3.3.2　e，δの定義

②溶接角変形測定治具を用いる方法

図-3.3.4にその測定概要を示す。推定測定誤差は0.1mm程度である。



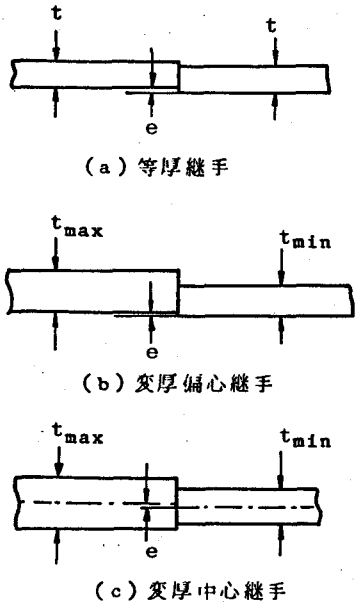
図－3.3.3　目違い測定治具



図－3.3.4
溶接角変形測定治具

③ストレッチと透き間ゲージ（あるいはノギス）を用いる方法

推定測定誤差は0.1mm程度である。



図－3.3.5
板継ぎ部の種類

3.3.2　データの統計処理結果

提出された有効データ数は以下に示す通りである。

自由突出フランジ　……238
圧縮補剛板の板パネル　……504
縦補剛材　……260

なお，圧縮補剛板の板パネルのデータ数については，縦補剛材間の1つの板パネルでデータ1とし，縦補剛材については1本をデータ1とした。

板継ぎ溶接部の種類は，図-3.3.5に示すような3つのタイプに分類することが出来る。自由突出圧縮フランジ及び補剛板の板パネルでは変厚中心継手は存在しなかった。

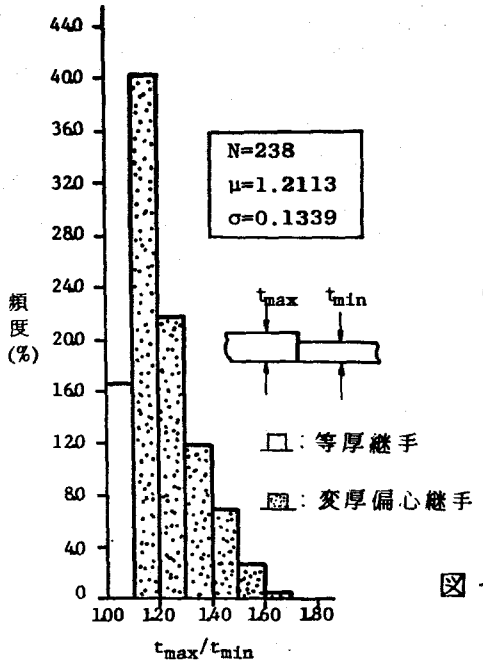
板厚比 t_{max}/t_{min} の頻度分布を図-3.3.6～3.3.8に示す。自由突出フランジ及び補剛板の板パネルでは等厚継手は非常に少ないことがわかる。すべての場合で，t_{max}/t_{min} は1.0～1.8の範囲に分布していた。

自由突出フランジについては，突合せ溶接線に沿った目違い量及び角変形

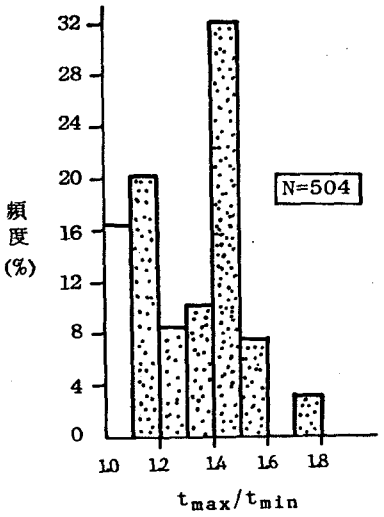
量の分布形状についても調べてみた。その分布形状を図-3.3.9に示す3つのモードに分解して統計処理した結果を表-3.3.1と3.3.2に示す。目違い量及び角変形量共、平行モードが特に卓越していることがわかる。

以下、図-3.3.10に示すような最大目違い量 e_{max} 及び最大角変形量 δ_{max} について統計処理を行った。

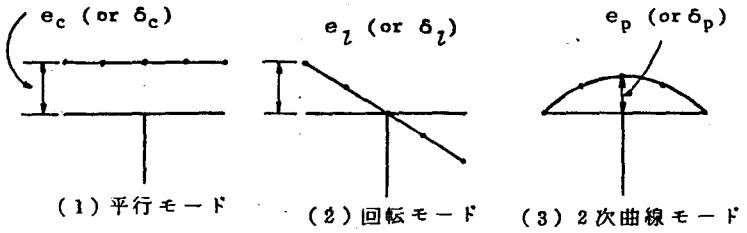
自由突出フランジに関して、図3.3.11,



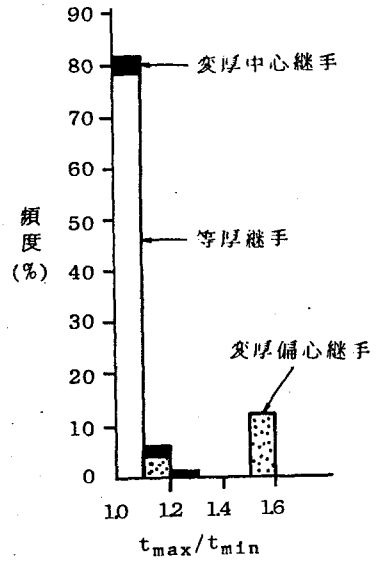
図－3.3.6　板厚比の頻度分布
（自由突出フランジ）



図－3.3.7　板厚比の頻度分布
（圧縮補剛板の板パネル）



図－3.3.9　目違いモード及び角変形モード



図－3.3.8　板厚比の頻度分布
（縦補剛材）

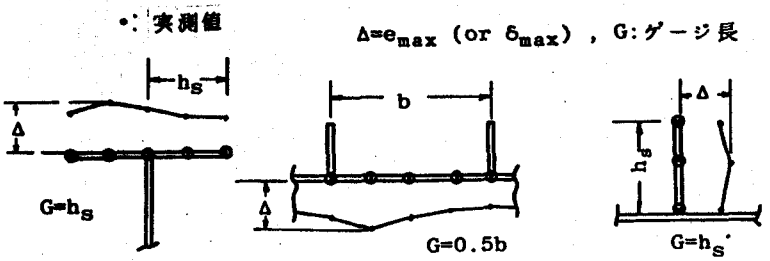
表－3.3.1　目違いモードの統計処理結果

目違いモード	e_c/t_{min}	e_l/t_{min}	e_p/t_{min}
平均値 μ	0.0228	0.0050	-0.0063
標準偏差 σ	0.0244	0.0157	0.0267

表－3.3.2　角変形モードの統計処理結果

角変形モード	δ_c/G	δ_l/G	δ_p/G
平均値 μ	0.0016	0.0003	-0.0004
標準偏差 σ	0.0021	0.0011	0.0013

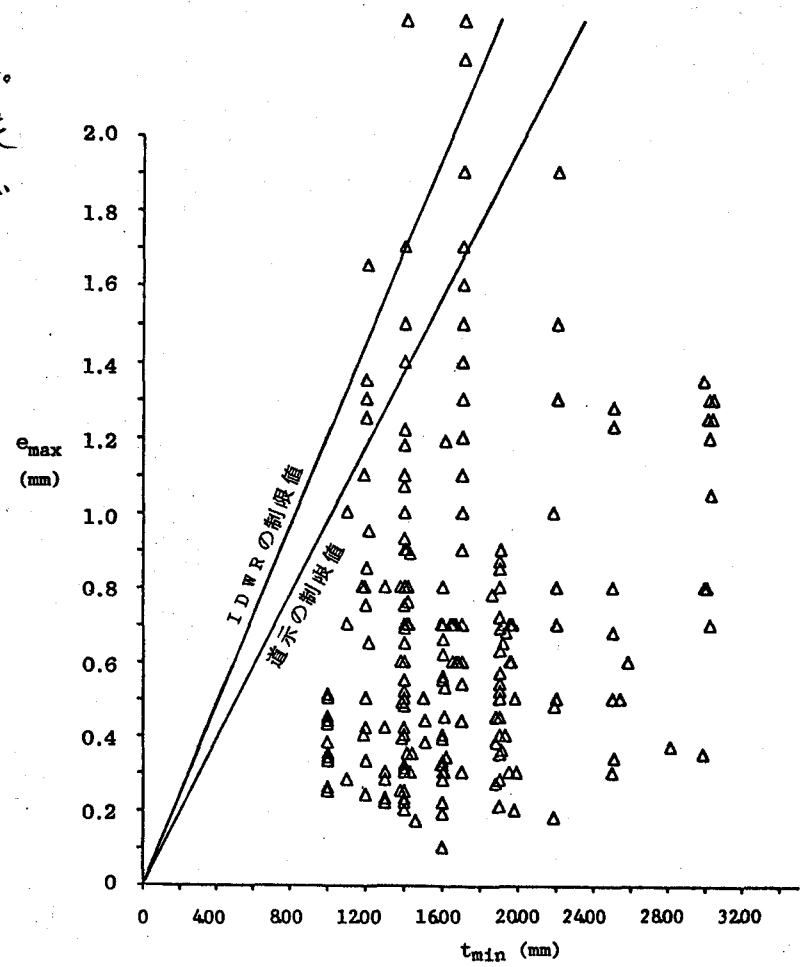
図-3.3.12 及び図-3.3.13にそれぞれ e_{max} と t_{min}, δ_{max}/G と t_{min} 及び δ_{max}/G と e_{max}/t_{min} の間の関係を調べてみたが，明確な相関性は認められなかった。なお補剛板の板パネル及び縦補剛材についても同様な図が得られた。



(a)自由突出フランジ (b)圧縮補剛板の板パネル（各パネルごとに最大値を取る） (c)圧縮補剛板の縦補剛材（各補剛材ごとに最大値を取る）

図－3.3.10 統計処理した最大目違い量 e_{max} 及び最大角変形量 δ_{max}

各部分について目違い量 e_{max}/t_{min} の統計処理結果を図-3.3.14～図-3.3.17 また角変形量 δ_{max}/G の統計処理結果を図-3.3.18～3.3.21に示す。更に表-3.3.3と3.3.4にそれぞれ目違い量 e_{max}/t_{min} 及び角変形量 δ_{max}/G の数値結果を掲げる。



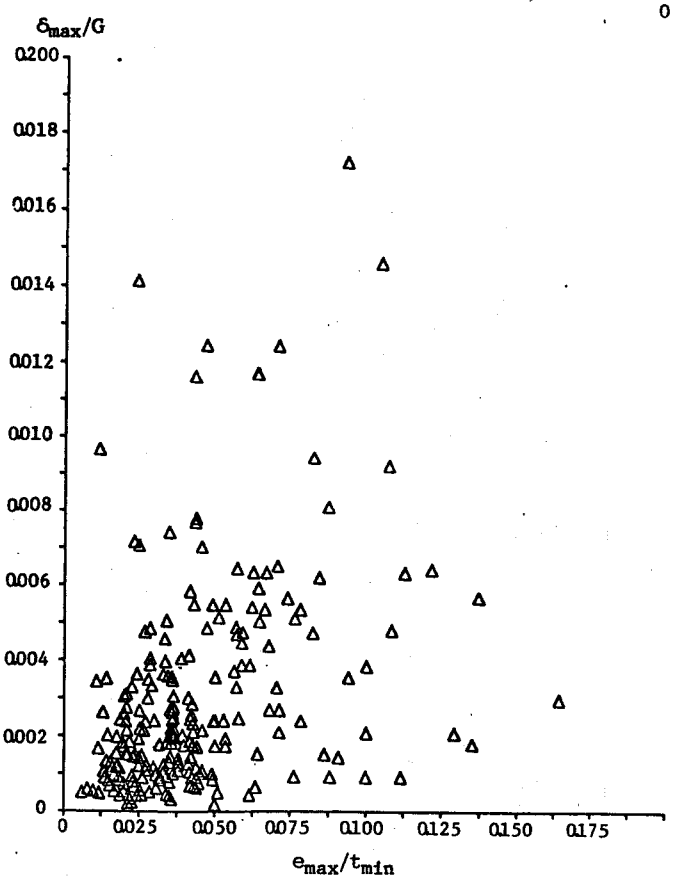
図－3.3.11 e_{max}-t_{min} の相関（自由突出フランジ）

これらの図より，ワイブル分布及びガンマ分布が実測の頻度分布によく適合していることがわかる。

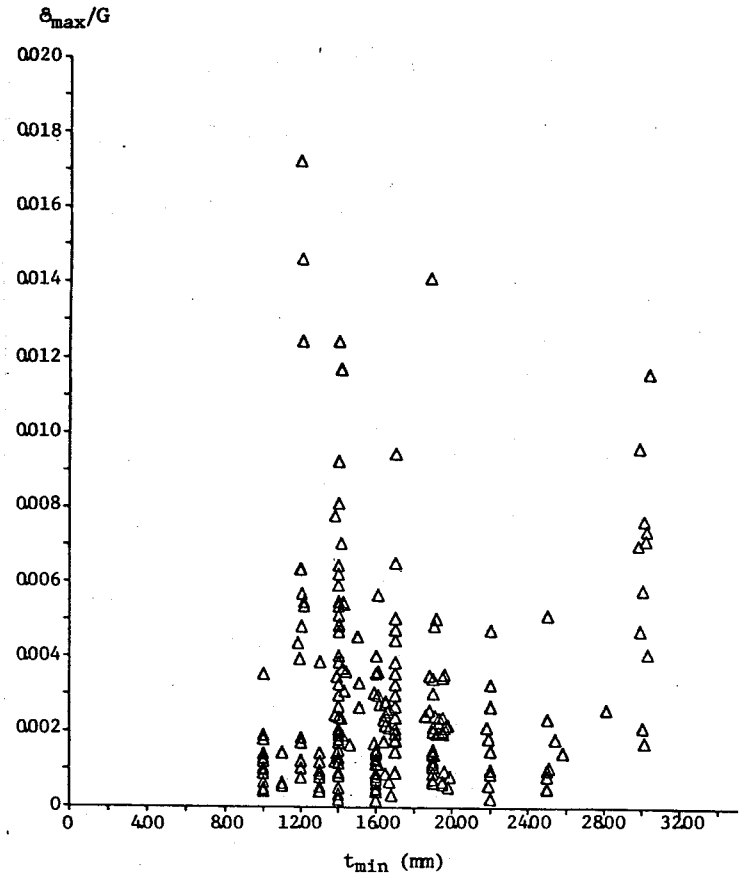
又，表-3.3.3，3.3.4には，確率モデルとしてワイブル分布及びガンマ

分布を採用した場合の各初期不整に対する超過確率Pをも示してある。両確率モデルの超過確率はよく一致していることがわかる。

道示，AASHTO及びÖNORM B4600/7（EFの場合）の各規準では，薄い方の板厚t_{min}の1/10までの目違い量を許容している。縦補剛材の変厚中央継手の場合には，製作上，2枚の板の中央面を一致させることが難かしく，$e_{max}/t_{min}=1/10$に対する超過確率Pは大きく17～18%となっているが，他は，3～12%程度であることがわかる。



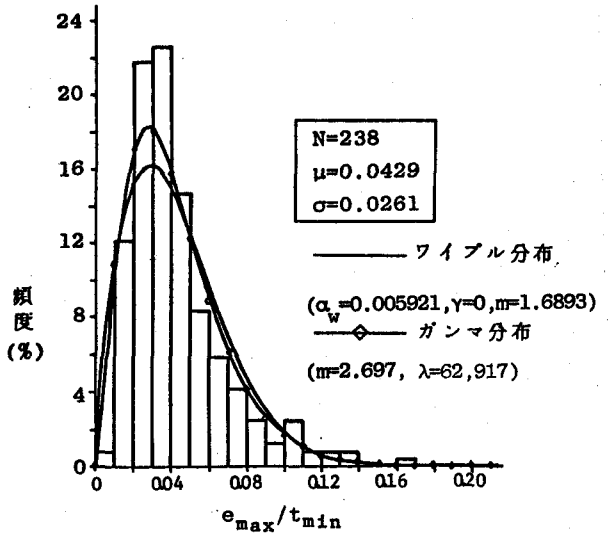
図－3.3.13 δ_{max}/G-e_{max}/t_{min}の相関
（自由突出フランジ）



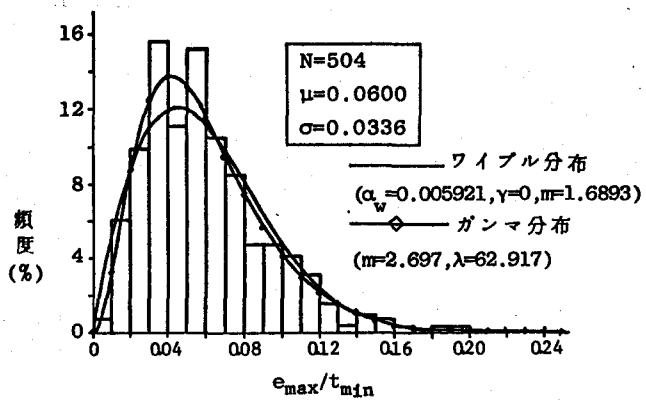
図－3.3.12 δ_{max}/G -t_{min} の相関
（自由突出フランジ）

ITWRでは，$t_{min}/8$までの目違い量を許しているが，それを超える確率は1～7%程度となっている。ただし，ITWRでは，変厚偏心継手の場合，薄い方の板が厚い方の板の中へ入るような目違いに対しては，$e_{max}/t_{min}<1/6$と規準を緩和している。

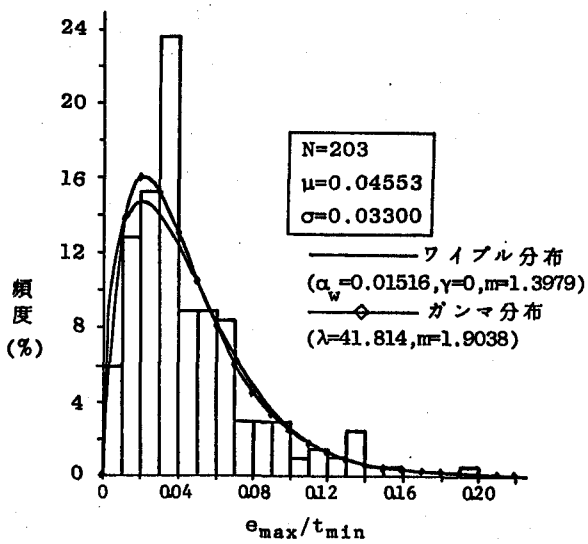
又，角変形量に対しては，道示では特に規準はないが，南港連絡橋上部工製作規準[51]では $S/G \leq 1/100$ ($G=100$cm) としている。表－3.3.4より実橋では，変厚表面継手の補剛材を除いて，この規準値を超える確率は，0.1～5%程度となった。変厚偏心継手の縦補剛材では偏心の影響が出たためか，他の場合よりは，大きめの角変形量が生じていることがわかる。



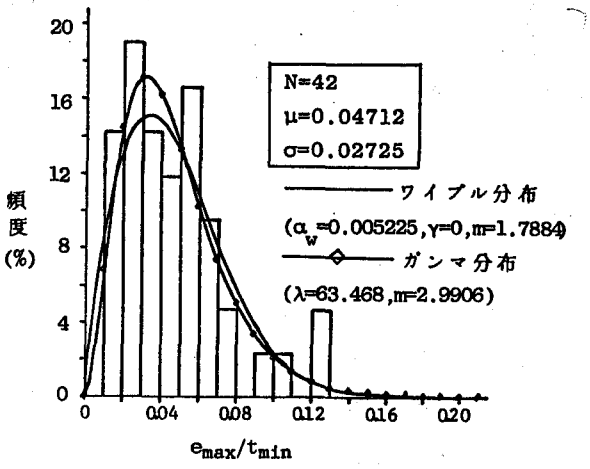
図－3.3.14 e_{max}/t_{min} の頻度分布
（自由突出フランジ）



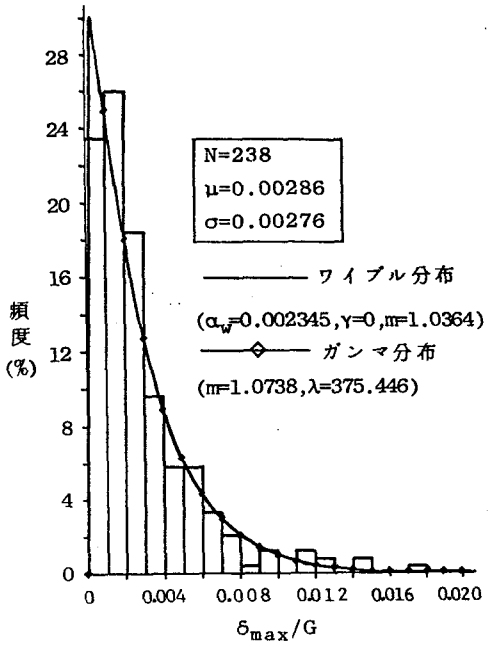
図－3.3.15 e_{max}/t_{min} の頻度分布
（補剛板の板パネル）



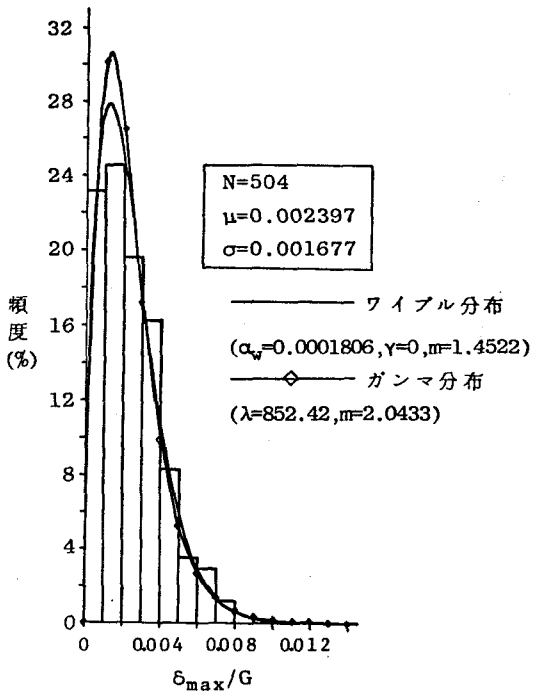
図－3.3.16 e_{max}/t_{min} の頻度分布
（縦補剛材等厚継手）



図－3.3.17 e_{max}/t_{min} の頻度分布
（縦補剛材変厚偏心継手）



図－3.3.18 δ_{max}/G の頻度分布
（自由突出フランジ）



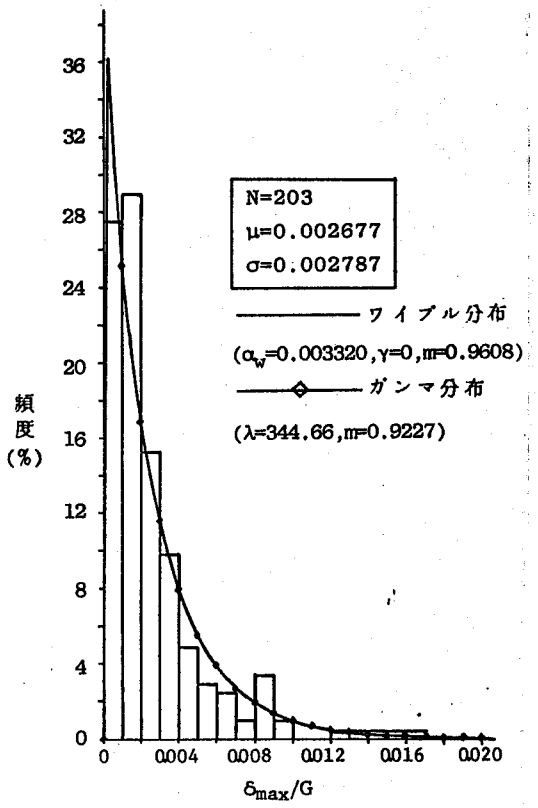
図－3.3.19 δ_{max}/G の頻度分布
（補剛板の板パネル）

表－3.3.3 目違い量 e_{max}/t_{min} の統計処理結果

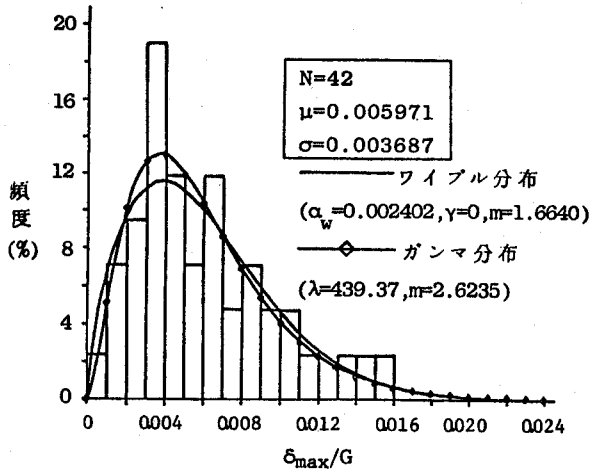
構造部分		自由突出フランジ（等厚継手，変厚偏心継手）	補剛板の板パネル（等厚継手，変厚偏心継手）	補剛材		
				等厚継手	変厚偏心継手	変厚中心継手
データ数	N	238	504	203	42	15
平均値	μ	1/23.3	1/16.7	1/22.0	1/21.2	1/15.0
標準偏差	α	1/38.3	1/29.8	1/30.3	1/36.7	1/26.6
ワイブル分布	α_w	0.005921	0.006784	0.01516	0.005225	0.008670
(α_w,m,γ=0)	m	1.6893	1.8529	1.3979	1.7884	1.8311
ガンマ分布	λ	62.917	53.146	41.814	63.468	46.957
(λ,m)	m	2.6966	3.1889	1.9038	2.9906	3.1213
μ +2σ		1/10.5 (4.2) [4.5]	1/7.86 (4.0) [4.4]	1/8.97 (4.6) [4.7]	1/9.84 (4.1) [4.4]	1/7.06 (4.0) [4.4]
μ +3σ		1/8.25 (0.8) [1.2]	1/6.22 (0.7) [1.1]	1/6.92 (1.2) [1.4]	1/7.76 (0.7) [1.2]	1/5.58 (0.7) [1.2]
1/10 （道示の許容値）		1/10 (3.2) [3.5]	1/10 (12.6) [12.0]	1/10 (7.1) [7.0]	1/10 (4.4) [4.8]	1/10 (18.2) [16.9]
1/8 *) IDWRの許容値		1/8 (0.7) [1.0]	1/8 (4.4) [4.8]	1/8 (2.7) [2.9]	1/8 (1.0) [1.4]	1/8 (7.7) [7.7]

（ ）内及び［ ］内の値は，それぞれ，ワイブル分布及びガンマ分布にあてはめた場合の超過確率（%）。

*) ただし，変厚偏心継手の場合，薄い方の板が厚い方の板の中に入る方向の目違いの場合には，$e_{max}/t_{min} < 1/6$ 。



図－3.3.20　δ_{max}/G　の頻度分布
（縦補剛材等厚継手）



図－3.3.21　δ_{max}/G の頻度分布
（縦補剛材変厚偏心継手）

表－3.3.4　角変形量 δ_{max}/G の統計処理結果

構造部分		自由突出フランジ（等厚継手，変厚偏心継手）	補剛板の板パネル（等厚継手，変厚偏心継手）	補剛材		
				等厚継手	変厚偏心継手	変厚中心継手
データ数	N	238	504	203	42	15
平均値	μ	1/350	1/417	1/374	1/167	1/217
標準偏差	σ	1/362	1/596	1/359	1/271	1/357
ワイブル分布	α_w	0.002345	0.0001806	0.003320	0.0002402	0.0001359
(α_w m, γ=0)	m	1.0364	1.4522	0.9608	1.6640	1.6905
ガンマ分布	λ	375.446	852.42	344.66	439.37	586.23
(λ,m)	m	1.0738	2.0433	0.9227	2.6235	2.7002
μ +2σ		1/119 (5.0) [6.7]	1/174 (4.5) [10.9]	1/121 (5.0) [6.5]	1/74.9 (4.2) [5.7]	1/97.9 (4.2) [6.9]
μ +3σ		1/89.8 (1.8) [2.4]	1/135 (1.1) [3.4]	1/90.6 (1.9) [2.5]	1/58.7 (0.9) [1.6]	1/76.8 (0.8) [2.0]
1/100 (南港連絡橋上部工製作基準)		1/100 (2.7) [3.7]	1/100 (0.1) [0.5]	1/100 (2.7) [3.6]	1/100 (14.1) [15.9]	1/100 (4.7) [7.5]

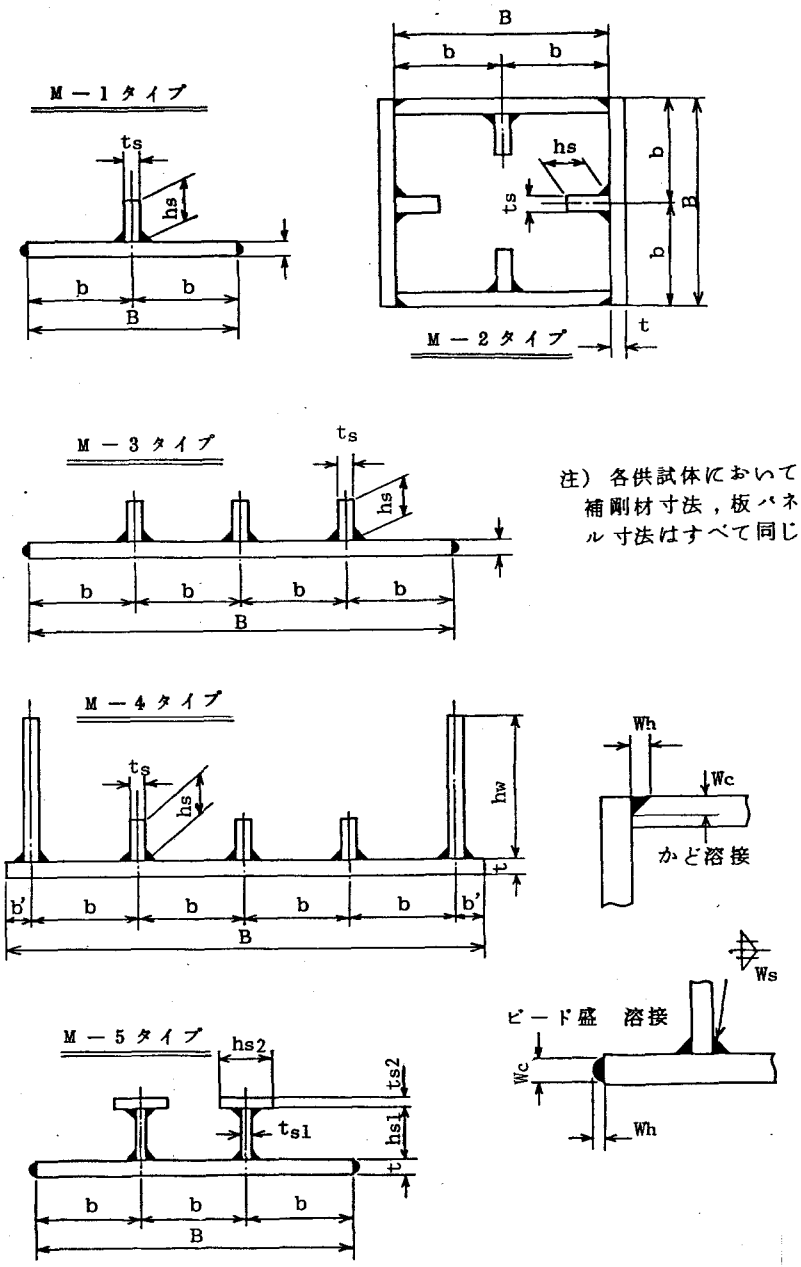
（ ）内及び［ ］内の値は，それぞれ，ワイブル分布及びガンマ分布にあてはめた場合の超過確率（%）

3．4　補剛板の溶接残留応力に関する実験的研究

3．4．1　実験要領

（1）供試体

ここでは，補剛材が縦方向のみに配置されている補剛板を対象としている。従って，通常の箱桁橋，柱構造物などに採用される圧縮フランジの横補剛材もしくは横桁間の補剛板に相当するものを考える。供試体の断面形状は図－3.4.1に示す5個の形式とした。M－1タイプは縦補剛材1本の場合で，側辺は実橋において腹板との接合のために施されるかど溶接もしくはすみ肉溶接に相当するビード盛溶接を行った。M－2タイプはかど溶接で箱形に組み立てた場合で，トラス弦材もしくはアーチリブなどを想定している。



図－3.4.1　供試体の断面形状

M-3タイプは縦補剛材3本の場合で，タタリブ形式の補剛板に相当し，側辺はM-1タイプと同様な処置をしている。M-4タイプは腹板に相当する端板を取りつけ，実橋における補剛板の周辺の拘束状況を局所的に再現した供試体である。又，M-5タイプは丁形リブをつけた場合である。

表-3.4.1に個々の供試体の断面諸元を示す。供試体は4個のグループから成り，それぞれ次のような特徴を有する。

a) 供試体I：材質はSS41で板パネルの幅厚比b/tは30～80と広い範囲にわたり縦補剛材の曲げ剛度はI-7，I-10以外すべて道示[I-191]の規準を満足する。又，I-6～I-10では[I-42]道示の規準をも満足している。

b) 供試体II：材質はHT-60(WEL-TEN60)であるが，縦補剛材の曲げ剛度は

表－3.4.1　供試体断面の諸元（記号は図－3.4.1参照）

供試体群	供試体番号	タイプ	想定したα	B (cm)	b (cm)	t (mm)	b/t	h_s (cm)	t_s (mm)	h_s/t_s	材質
I	I－1*	M-3	1.00	140	35	4.4	79.5	5.1	4.4	11.6	SS41
	I－2*	〃	〃	〃	〃	5.7	61.4	6.1	5.7	10.7	
	I－3	〃	1.46	96	24	4.4	54.5	5.9	4.4	13.4	
	I－4	〃	〃	〃	〃	〃	〃	7.0	5.8	12.1	
	I－5	〃	〃	〃	〃	〃	〃	8.0	8.3	9.6	
	I－6*	〃	〃	〃	〃	6.1	39.3	7.4	6.1	12.1	
	I－7*	〃	〃	〃	〃	7.8	30.8	7.3	7.8	9.4	
	I－8	〃	〃	〃	〃	〃	〃	8.9	〃	11.4	
	I－9	〃	〃	〃	〃	〃	〃	11.2	〃	14.4	
	I－10	〃	〃	〃	〃	8.3	28.9	8.0	8.3	9.6	
II	II－1	M-1	∞	49	24.5	8.4	29.2	7.5	8.4	8.9	HT60
	II－2	〃	〃	69.4	34.7	12.4	28.0	7.0	12.4	5.6	
	II－3	〃	〃	〃	〃	〃	〃	11.0	〃	8.9	
	II－4	M-2	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	
	II－5	M-1	〃	47.4	23.7	〃	19.1	4.8	〃	3.9	
	II－6	〃	〃	〃	〃	〃	〃	7.0	〃	5.6	
	II－7	〃	〃	39.0	19.5	〃	15.7	3.0	8.0	3.8	
III	III－1	M-1	∞	72.6	36.3	12.1	30.0	10.9	12.1	9.0	HT80
	III－2	〃	〃	41.6	20.8	8.6	24.2	7.3	10.5	7.0	
	III－3	〃	〃	45.0	22.5	9.8	23.0	8.0	13.0	6.2	
	III－4	M-2	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	
	III－5	M-1	〃	46.0	20.8	12.1	19.0	8.3	12.1	6.9	
	III－6*	M-5	〃	72.6	24.2	12.1	20.0	h_{s1}=14.2	h_{s2}=8.0	t_{s1}=9.8	
	III－7*	〃	〃	76.2	25.4	12.7	〃	h_{s1}=15.0	h_{s2}=8.0	t_{s2}=10.5	
IV	IV－1	M-4	1.25	256	64	15.5	41.3	17.6	15.5	11.4	SS41
	IV－2	〃	〃	192	48	〃	31.0	13.0	〃	8.4	
	IV－3	〃	〃	179.2	44.8	16.1	27.8	16.0	16.1	9.9	SM58
	IV－4	〃	〃	128	32	〃	20.0	12.7	〃	7.9	

* ：2体作製したことを示す。
α：縦横比

Ⅱ-2以外旧道示のSM58材の規準を満足している。
又，Ⅱ-1，Ⅱ-3，Ⅱ-4は，新道示の基準をも満足している。
c）供試体Ⅲ：材質はHT-80（NANKO-HT80）でⅢ-1以外縦補剛材の曲げ剛度は南港連絡橋上部工設計基準[51]を満足している。
d）供試体Ⅳ；以上は補剛板を単独に手溶接のみで作成したものであるが，これは実橋製作時とほぼ同様の工作法，溶接法を採用し，かつ剛性のある腹板材及び両端部には横補剛材を配した。　又，縦補剛材の曲げ剛度はすべて旧道示の規準を満足しており，Ⅲ-1，Ⅲ-3では，新道示の基準も満足している。
又，供試体の長さは残留応力の分布形状が一定になる領域が十分に存在するように配慮して，供試体Ⅰ；2050mm，供試体Ⅱ，Ⅲ：1250mm，供試体Ⅳ：2000mmと1500mmとした。使用した鋼板の機械的性質は引張試験より求めて表-3.4.2に示す。

（2）供試体の製作

供試体Ⅰ，Ⅱ，Ⅲではガス切断によって生じる残留応力を除去することとし，板パネル及び縦補剛材の材片を原板から取出す段階で，まず所定の幅寸法より両側に約60mmずつ大きめにガス切断し，次に所定寸法に機械切断して端面を仕上げた（以下，このような製作法を機械切断した場合と称する）。一方，供試体Ⅳでは実橋製作時と同様に所定寸法通りガス切断して取り出した。

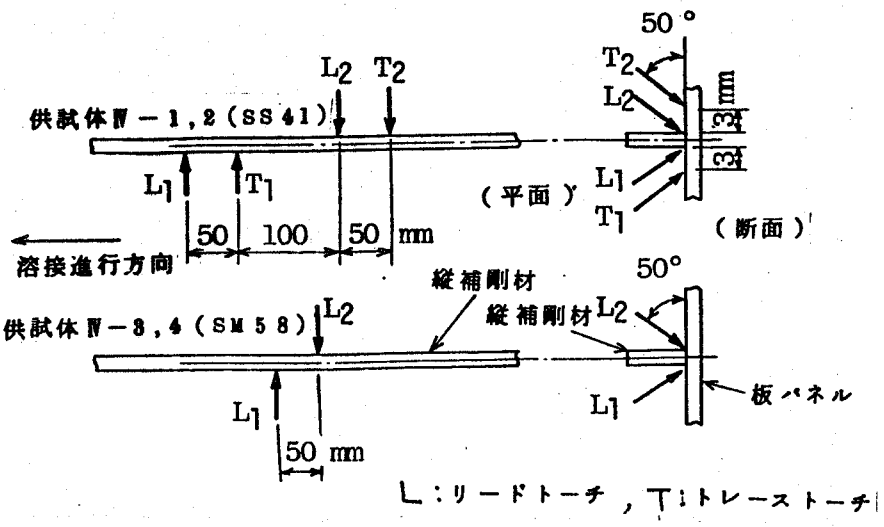
次に，溶接による変形を防止するために拘束治具を用いて板

表－3.4.2　使用した鋼材の機械的性質

供試体	材質	t	σ_Y	σ_B	E	ν
Ⅰ	SS41	4.4 ~8.3	2760 ~3990	4410 ~5110	2.1 ~2.3	0.24 ~0.30
Ⅱ	HT-60 (WEL-TEN60)	8.0 ~12.4	5700 ~6050	6780 ~6830	2.1	0.26
Ⅲ	HT-80 (NANKO-HT-80)	9.8 ~13.0	7760 ~7920	8360 ~8410	2.1	0.26 ~0.27
Ⅳ	SS41	15.5	2690	4480	2.1	0.31
	SM58	16.1	5240	6320	2.1	0.27

t：板厚（mm）　σ_Y：降伏点（kg/cm²）　σ_B：極限引張強さ（kg/cm²）
E：ヤング率（x10⁶ kg/cm）　ν：ポアソン比

パネル周辺部を固定し，縦補剛材を仮付けした後，幅方向及び長手方向のバランスを配慮した順序ですみ肉溶接を行った。



図－3.4.2　MISA溶接法の概要

すみ肉溶接は供試体Ⅰ，Ⅱ，Ⅲでは1層盛の手溶接であるが，供試体ⅣではMISA溶接装置（Micro-wire Submerged Arc Welding）を使用した。本装置は図-3.4.2に示すように，タンデムMISA溶接機2台を組み合わせたもので，1本の縦補剛材を両側から同時にすみ肉溶接出来るものである。以上のようにして，縦補剛材が取り付けられた段階で補剛材間のサブパネル及び補剛板全体の初期たわみをプレスにより機械的に除去した。

引き続き，供試体Ⅰ，Ⅱ，ⅢのM-1，M-5タイプでは手溶接1層盛で側辺ビード盛溶接を行い，再度プレスで全体のひずみ取りを行った。又，M-2タイプではかど溶接で箱形に組んだ。一方，供試体Ⅳでは腹板を1層盛手溶接で取り付け，長手方向の両端には板厚8mmの横補剛材を付けた。これらの溶接寸法を一覧して表-3.4.3に示す。又，溶接時の電流，電圧，運棒速度などはそのつど実測し，ビード断面積は残留応力測定時に切断して測定した。

（3）測定方法

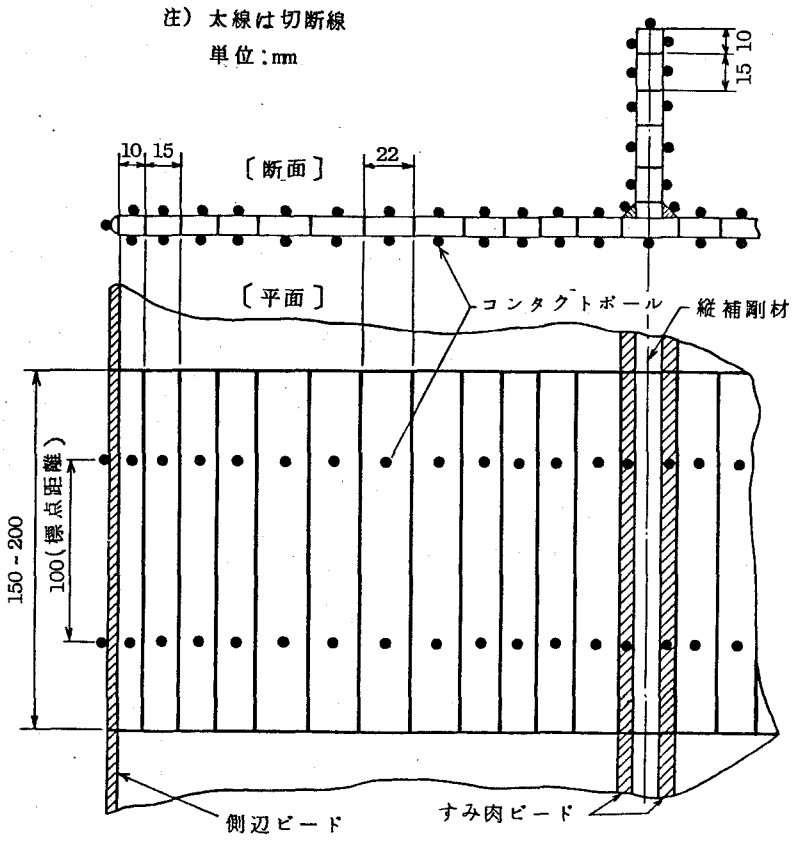
残留応力測定は機械的分割法による応力解放方式とし，標点距離100mmのコンタクトゲージを使用した。測定要領の一例として供試体Ⅲ－1の場

表－3.4.3　溶接寸法と溶接法

：mm

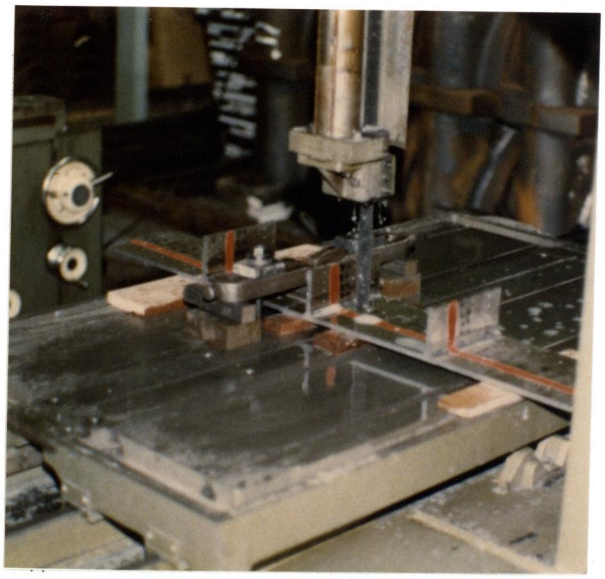
供試体	材質	W_s	W_h	W_c	溶接法
I	SS41	t ≧ 7:6 7 > t ≧ 6:5 t < 6:4	4		手溶接・一層盛 （予熱なし，自然冷却）
II	HT60	6	M-1:2 M-2:6.5	M-1:5 M-2:6.5	〃
III	HT80	6	M-1:2 M-2:5	M-1:5 M-2:5	〃
IV	SS41 SM58	6	—	—	腹板接合：手溶接・一層盛 補剛材接合：MISA溶接・一層盛 （SM58のみ50℃予熱，自然冷却）

合を図－3.4.3に示す。この例では切り出すピースの幅を溶接部付近の大きな引張応力を生じる箇所で10mm，溶接線間中央付近の圧縮応力領域では20mmとしているが，一般に前者で10～15mm後者で20～50mmとした。測点はピースの表裏に設け，曲げ成分を除くようにした。又，供試体II，IIIでは長手方向の1/4，中央，3/4断面の3箇所で測定したが，それらに有意な差が認められなかったので供試体I，IIIでは1断面のみとした。機械切断風景，及び切断後の残留応力測定片の一例を，それぞれ写真－3.1及び

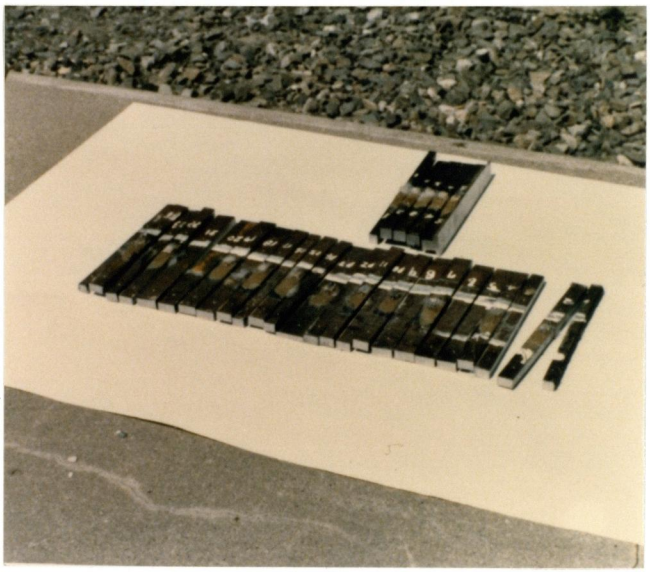


図－3.4.3　残留応力測定要領（供試体III－1）

写真－3.2に示す。



写真－３．１　残留応力測定片の機械切断



写真－３．２　機械切断後の残留応力測定片

3.4.2　実験結果及び考察

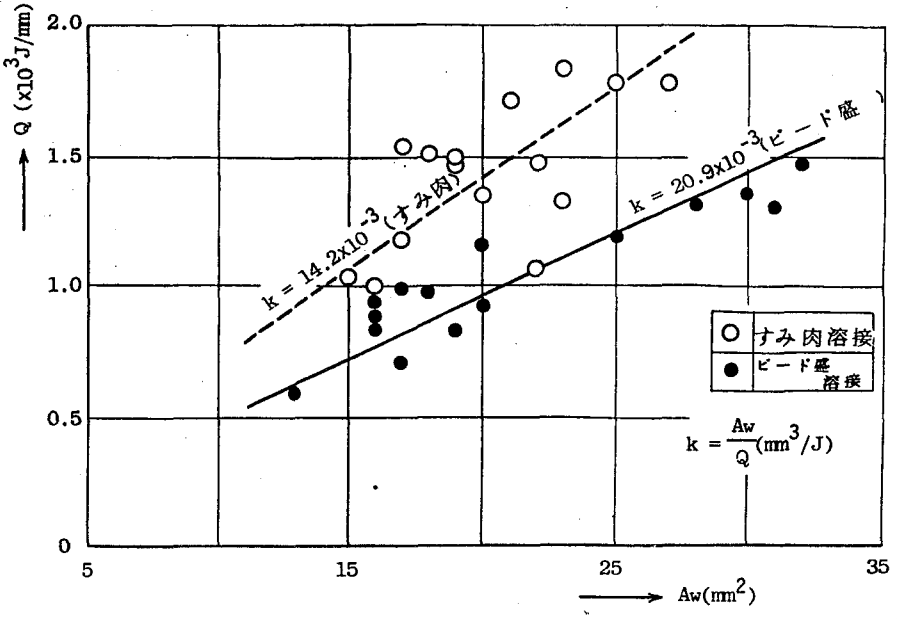
（１）入熱量とビード断面積の関係

溶接によって生ずる残留応力の大きさ及び分布形状は，溶接時の加熱冷却の過程において溶接部付近に生ずる熱応力とこれに伴って残留する圧縮塑性ひずみに直接影響されるがこれらは溶接時の入熱量Qにほぼ一次的に比例すると考えられる。一方，設計時に簡単に考慮出来る溶接寸法，すなわちビード断面積Awもまた入熱量に比例するものと考えられる（$A_w = kQ$　ここにKはmm^3/Jの単位を有する比例定数）。

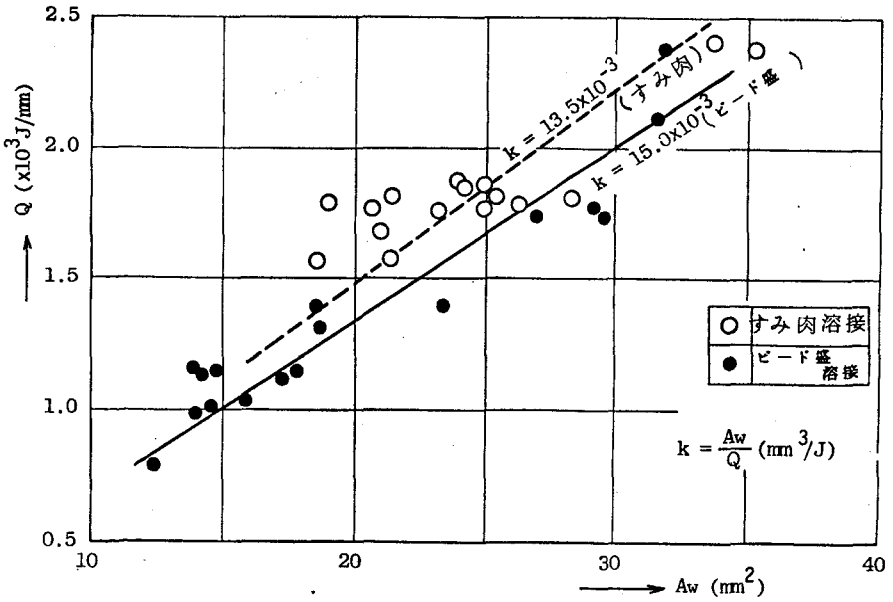
まず，本実験で比較的多数のデータが得られている供試体Ⅰ，Ⅱ，ⅢについてQとA_wの関係を調べると図-3.4.4～3.4.6のようになる。図にはすみ肉溶接とビード盛溶接とに分けて，それぞれ最小２乗法で求めた定数Kを付記した。又，供試体Nの腹板接合のすみ肉手溶接では，SS41：$K = 14.9 \times 10^{-3} mm^3/J$，SM58：$K = 10.5 \times 10^{-3} mm^3/J$，縦補剛材接合のすみ肉MISA溶接では，SS41：$K = 16.5 \times 10^{-3} mm^3/J$，SM58：$K = 14.9 \times 10^{-3} mm^3/J$*）なる平

*MISA溶接でのリード・トーチ及びトレース・トーチは同時に作用したとして計算した。

均値が得られた。この比例定数Kについては，Dwight-Moxhamが一般構造用鋼に対して手溶接，自動溶接などの各種溶接法（1層盛溶接に限定）を包含して実験的にK=16×10⁻³mm³/Jなる数値を得ている。[401] これらの結果から各溶接条件に対して一定のK値を決めることは出来ないが，例えば1層盛すみ肉手溶接の場合，ほぼ14.0×10⁻³mm³/J前後となり，自動溶接では入熱効率が良くなり若干大きめになると考えられる。又，ビード盛溶接ではすみ肉溶接に比べ母材溶融の度合いが少なくなるため，幾分K値は大きくなる。一方，材質の違いによるK値の差はないと考えられる。



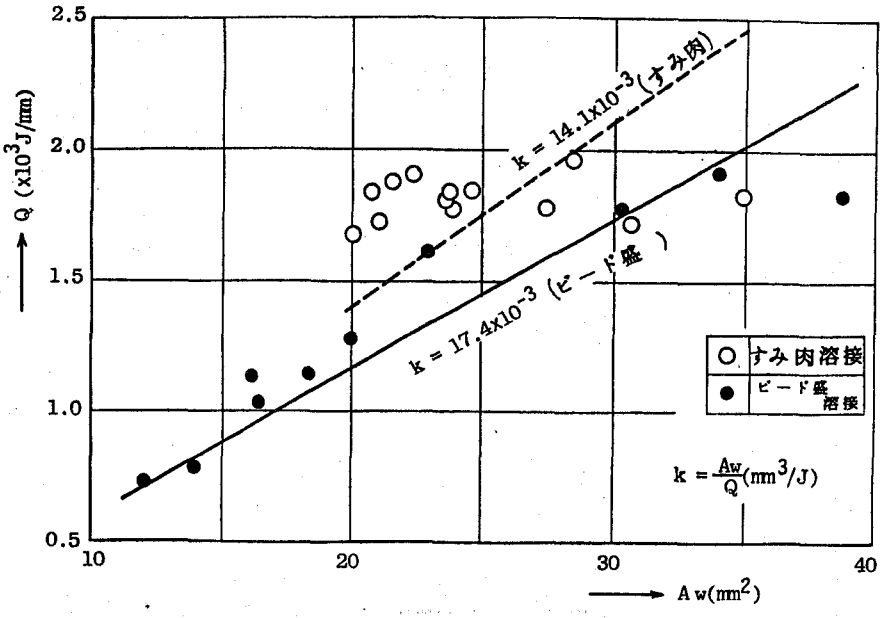
図－3.4.4　入熱量Qとビード断面積Awの関係
（供試体Ⅰ－SS41）



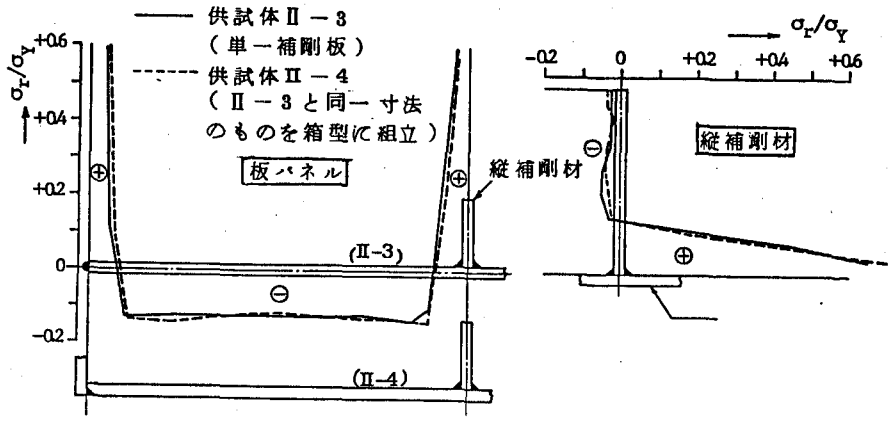
図－3.4.5　入熱量Qとビード断面積Awの関係
（供試体Ⅱ－HT60）

(2) 残留応力の測定結果

残留応力の測定結果の一例を図-3.4.7, 3.4.8及び3.4.9に示す。すべての供試体に言えることであるが，図から明らかなように板パネル部分でも縦補剛材間で相当の範囲にわたって，残留圧縮応力が台形状に分布し，溶接部付近では大きな引張応力が生じている。残留圧縮応力の分布形状は各供試体によって顕著な差異は認められないが，その大きさは材質，b/tなどによって若干違っている。一方，長方形断面の補剛材内の残留応力は機械切断した場合とガス切断した場合とで様相が異なり，図-3.4.7及び3.4.8が前者の一例であるが，いくつかの違った分布形状

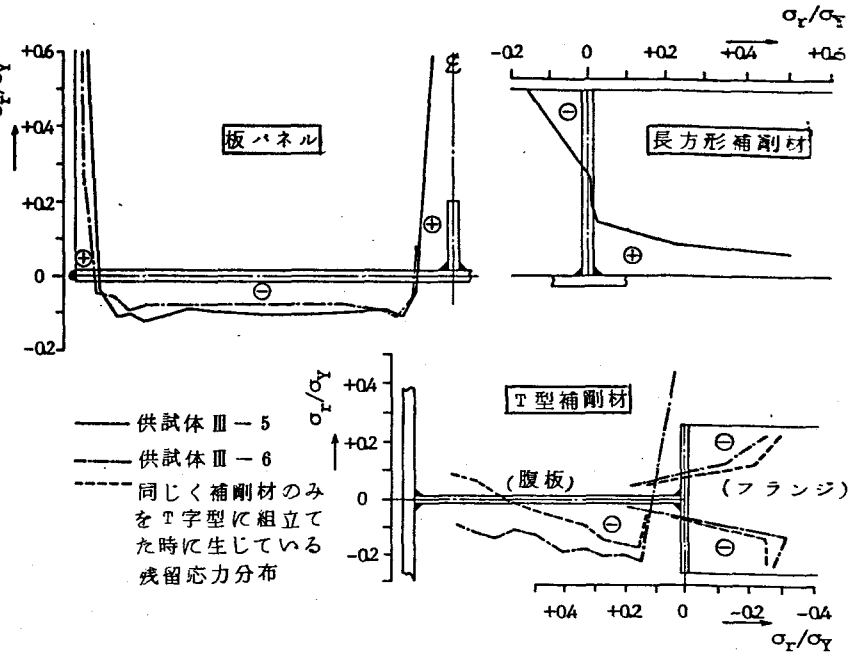


図－3.4.6 入熱量Qとビード断面積Awの関係
（供試体Ⅲ－HT80）

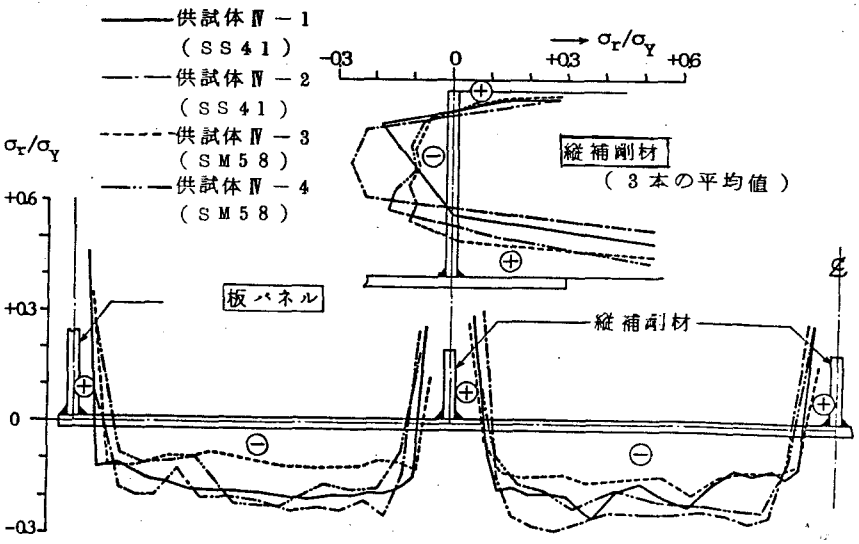


図－3.4.7 供試体Ⅱ（HT60）の残留応力測定例

及び大きさを呈するものが現われた。それらを分類して図-3.4.10にモデル化して示すと，R-2～R-6タイプの通りである。一般的に言って，長方形断面の補剛材を機械切断した場合，縦補剛材には板パネルの中央部分より若干小さめの残留圧縮応力が生ずるものと見なしてよい。又，図-3.4.9が後着の場合で縦補剛材先端に大きな引張応力が存在し，ガス切断の影響が明らかに現われており，すべて図-3.4.10のR-1タイプに属する。



図－3.4.8　供試体Ⅲ（HT80）の残留応力測定例

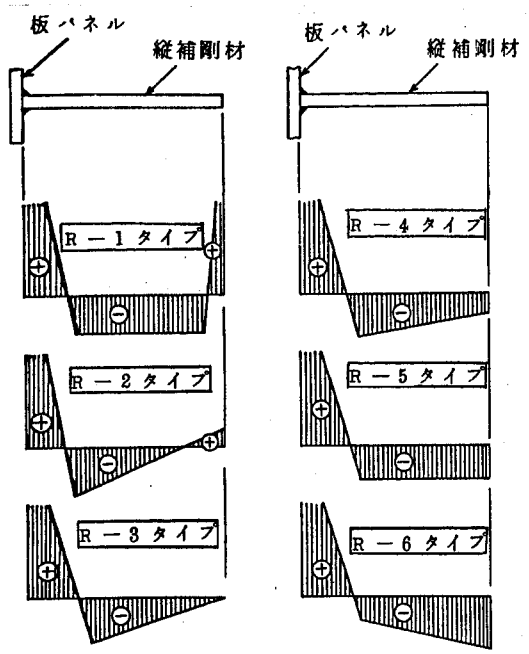


図－3.4.9　供試体Ⅳの残留応力測定例

（3）残留圧縮力とビード断面積の関係

溶接によって生ずる残留圧縮力F_cはビード断面積に比例し，$F_c = C \cdot A_w$の関係があるとされている。[40] ここに，Cは溶接方法によって定まる溶接定数（単位：kg/mm^2）である。まず，Dwight－Moxhamは当初実験値として，$C = 612\ kg/mm^2$を得ている。[40] その後，Dwightは手溶接及

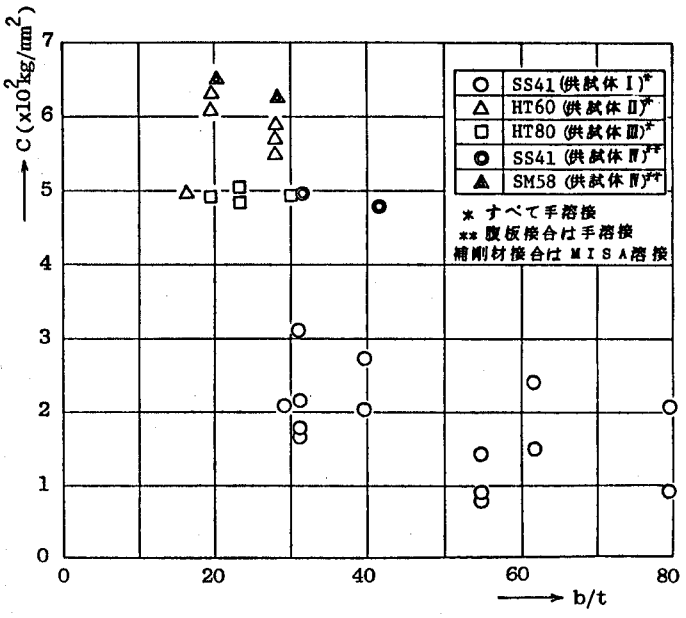
びMIG溶接では C = 660 kg/mm², サブマージアーク溶接では若干大きくなるとした。[41] その後，Merrison委員会に関係した実験がCambridge大学などで大規模に行われた。その結果，Young[42]は1層連続溶接であれば，手溶接の場合の C = 790 kg/mm² からサブマージアーク溶接の場合の C = 1280 kg/mm² までの値を取るとし，Dwight-Kametekarは各種溶接法に対して C = 510 ~ 1120 kg/mm² の値になるとしている。又，IDWRの残留応力に関する規準では C = 1020 kg/mm² としている。これは一般構造用鋼を対象とした実験値と考えられる。



R－1：ガス切断した場合
R－2～R－6：機械切断した場合

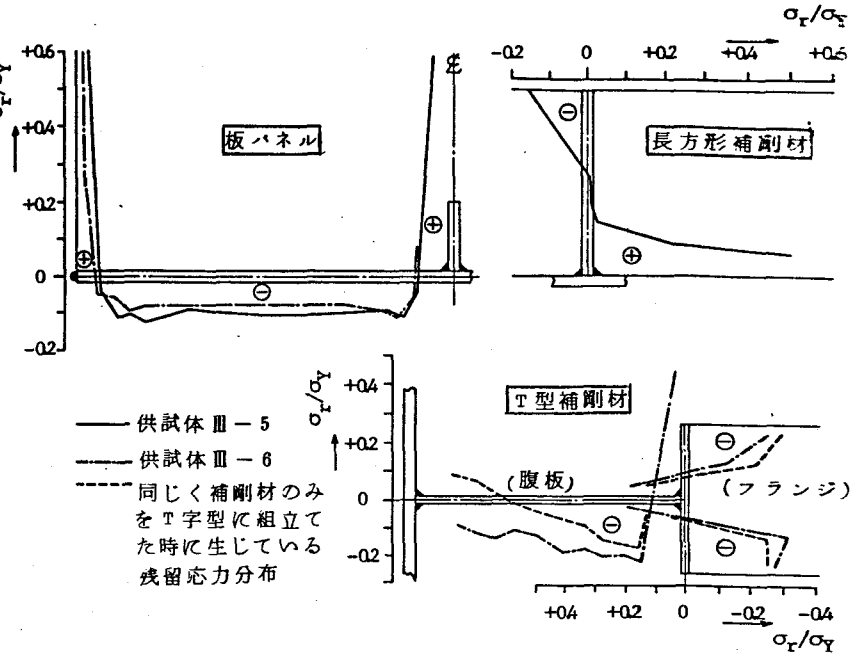
図－3.4.10 補剛材内の残留応力分布の形状

これらに対して本実験で得られた数値を図－3.4.11に示す。手溶接の場合，材質別にみると，SS41：C = 100 ~ 300 kg/mm², HT60：C ≅ 590 kg/mm² HT80：C ≅ 490 kg/mm² となり，サブマージアーク溶接を主体とした供試体Ⅳでは，SS41：C ≅ 490 kg/mm², SM58：C ≅ 630 kg/mm² と読み取れる。従って，前述したYoung，Dwightらの結果及びIDWRの規準に比べて，相当低い値になっていることがわかる。又，一般にサブマージアーク溶接など

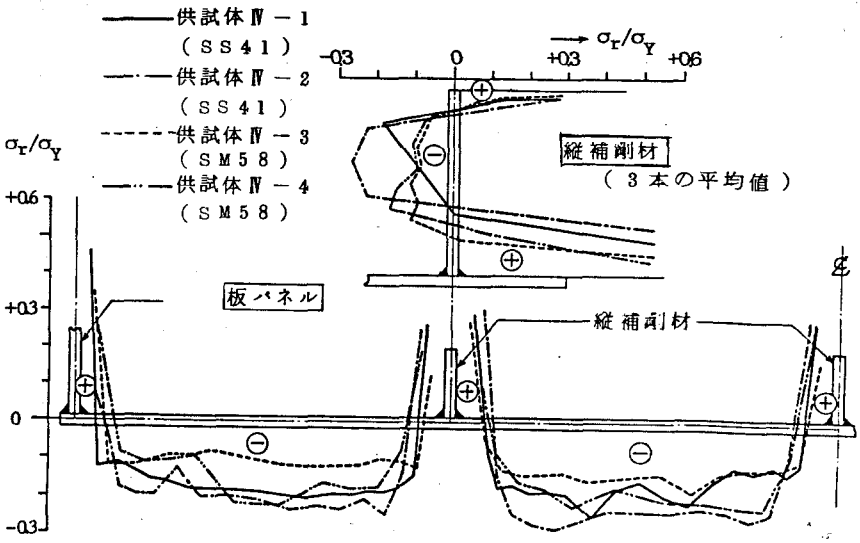


図－3.4.11 溶接定数Cと幅厚比b／tの関係

及び大きさを呈するものが現われた。それらを分類して図-3.4.10にモデル化して示すと，R-2～R-6タイプの通りである。一般的に言って，長方形断面の補剛材を機械切断した場合，縦補剛材には板パネルの中央部分より若干小さめの残留圧縮応力が生ずるものと見なしてよい。又，図-3.4.9が後着の場合で縦補剛材先端に大きな引張応力が存在し，ガス切断の影響が明らかに現われており，すべて図-3.4.10のR-1タイプに属する。



図－3.4.8　供試体Ⅲ（HT80）の残留応力測定例

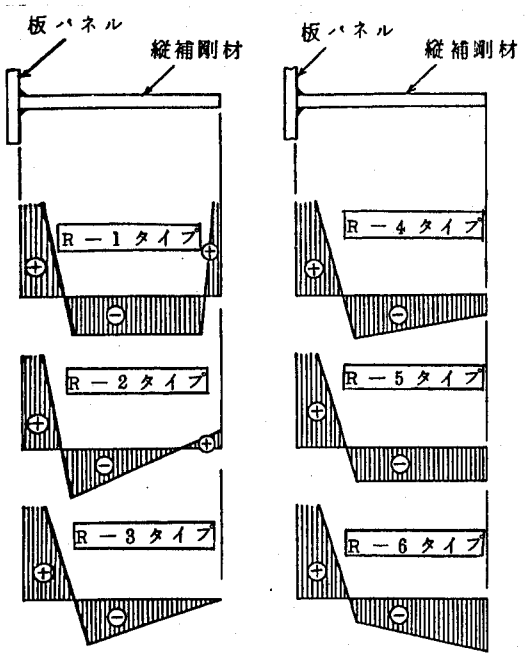


図－3.4.9　供試体Ⅳの残留応力測定例

（3）残留圧縮力とビード断面積の関係

溶接によって生ずる残留圧縮力F_cはビード断面積に比例し，$F_c = C \cdot A_w$の関係があるとされている。[40] ここに，Cは溶接方法によって定まる溶接定数（単位：kg/mm^2）である。まず，Dwight－Moxhamは当初実験値として，$C = 6.12\ kg/mm^2$を得ている。[40] その後，Dwightは手溶接及

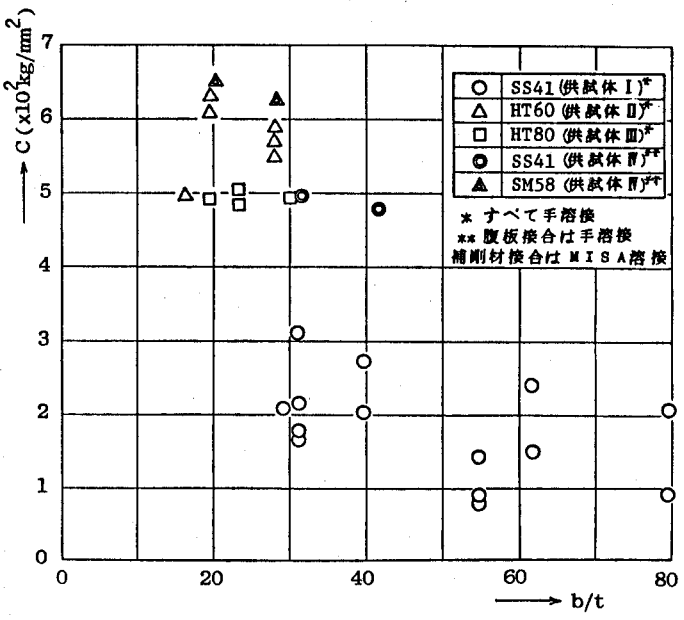
びMIG溶接ではC＝660 kg/mm²，サブマージアーク溶接では若干大きくなるとした。[41] その後，Merrison委員会に関係した実験がCambridge大学などで大規模に行われた。その結果，Young[42]は1層連続溶接であれば，手溶接の場合のC＝790 kg/mm²からサブマージアーク溶接の場合のC＝1280 kg/mm²までの値を取るとし，Dwight-Kametekarは各種溶接法に対してC＝510～1120 kg/mm²の値になるとしている。又，IDWRの残留応力に関する規準ではC＝1020 kg/mm²としている。これは一般構造用鋼を対象とした実験値と考えられる。



R－1：ガス切断した場合
R－2～R－6：機械切断した場合

図－3.4.10 補剛材内の残留応力分布の形状

これらに対して本実験で得られた数値を図－3.4.11に示す。手溶接の場合，材質別にみると，SS41：C＝100～300 kg/mm²，HT60：C≅590 kg/mm²，HT80：C≅490 kg/mm²となり，サブマージアーク溶接を主体とした供試体Ⅳでは，SS41：C≅490 kg/mm²，SM58：C≅630 kg/mm²と読み取れる。従って，前述したYoung，Dwightらの結果及びIDWRの規準に比べて，相当低い値になっていることがわかる。又，一般にサブマージアーク溶接など

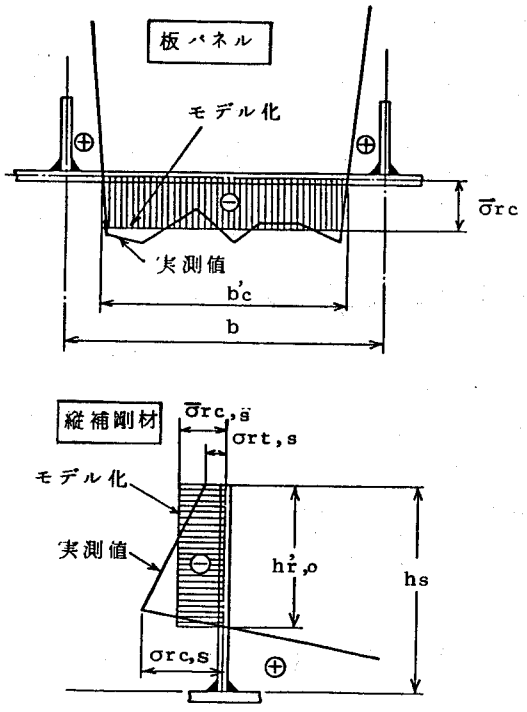


図－3.4.11 溶接定数Cと幅厚比b／tの関係

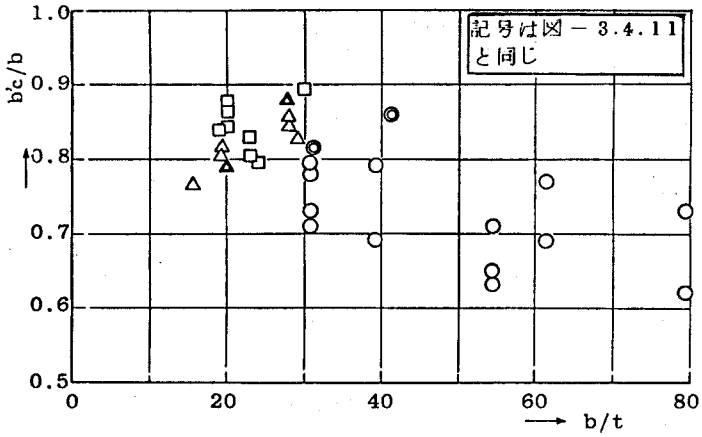
自動溶接では収縮力が大きいとされている[41]が，本実験では入熱量を小さくするために開発されたMISA溶接を採用しているため，それほどC値は大きくなっていない。最近では縦補剛材の接合に対して我が国ではこの種の溶接法が採用されるようになっており，この結果は一般的なものと言えよう。一方，材質の違いによる差は明らかに認められ，普通鋼に比べ高張力鋼ではC値が大きい。しかし，Dwightは高張力鋼になってもC値は変らないと述べている[41]。又，図-3.4.11では板パネルの幅厚比b/tの大きさをパラメーターに示したが，これらとC値との関連性はタ少見うけられるものの，通常の橋梁で使用されるb/t ≒ 20～40の範囲ではほとんどないと言えよう。

（4）残留応力の分布形状の大きさ

引張応力領域ではその大きさの変化が急激で，測定値は切り出した測定ピースの幅内で平均化され，かつタ少の誤差を含んでいると考えられるが，圧縮応力領域では比較的その変化も少ないことから，後者の測定値から二，三の検討を行う。まず，板パネル部分

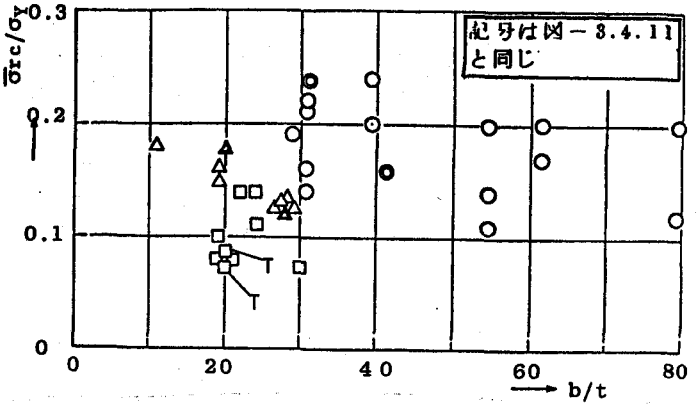


図－3.4.12 残留応力分布の形状及び大きさのモデル化

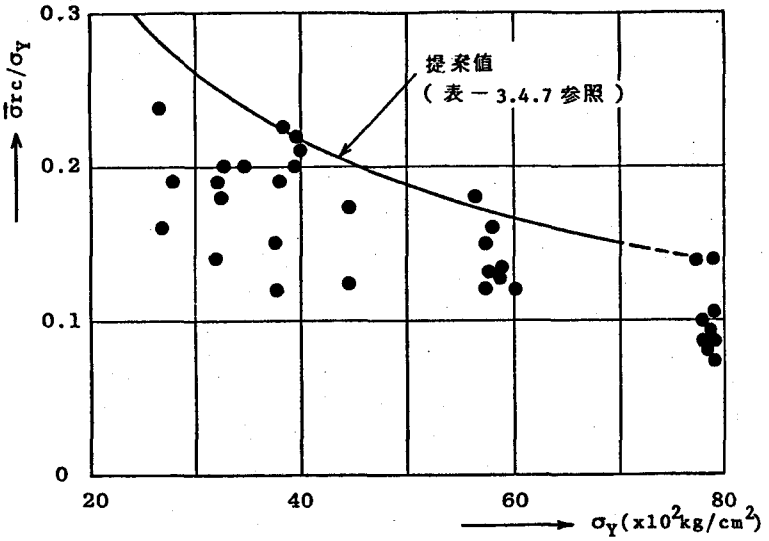


図－3.4.13 bc/bとb/tの関係

については図-3.4.12に示すように，圧縮領域の幅 bc' を基準にその合圧縮力が等しくなるように平均残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc}$ を求めた。図-3.4.13 に板パネルの幅 b で無次元化した圧縮領域の幅 bc'/b と b/t の関係，図-3.4.14に降伏点 σ_Y で無次元化した平均残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y$ と b/t の関係及び図-3.4.15に $\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y$ と σ_Y の関係をそれぞれ示す。図-3.4.13において極端に幅厚比の大きいところを除いて，bc'/b は高張力鋼では0.8～0.9，普通鋼では0.7～0.8の間に収まると考えられ，例えば普通鋼では板パネルの両側約10%ずつは引張領域で，中央部約80%は圧縮領域になると言える。ただし，高張力鋼になるに従って，又，b/t が小さくなるに従って，bc'/b は大きくなる傾向にある。一方，図-3.4.14及び3.4.15より明らかなように $\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y$ は b/t とあまり関係がなく材質で決まっていると言えよう。すなわち，HT80ではほぼ0.1，HT60及びSM58で0.15，SS41で0.2前後となっている。



図－3.4.14　$\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y$ と b/t の関係



図－3.4.15　$\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y$ と σ_Y の関係

次に，縦補剛材内の残留応力については，先に述べたように一定した形状，大きさでなく非常にばらついた結果が得られた。そこで，図-3.4.10のモデル化された形状別に各供試体をタイプ分類し，更に各測定値を図-3.4.12の要領で整理しその結果を表-3.4.4に示す。表中，$\bar{\sigma}_{rc,s}$は圧縮域の幅 h_c' を基準に板パネルの場合と同様にして求めた平均残留圧縮応力度である。

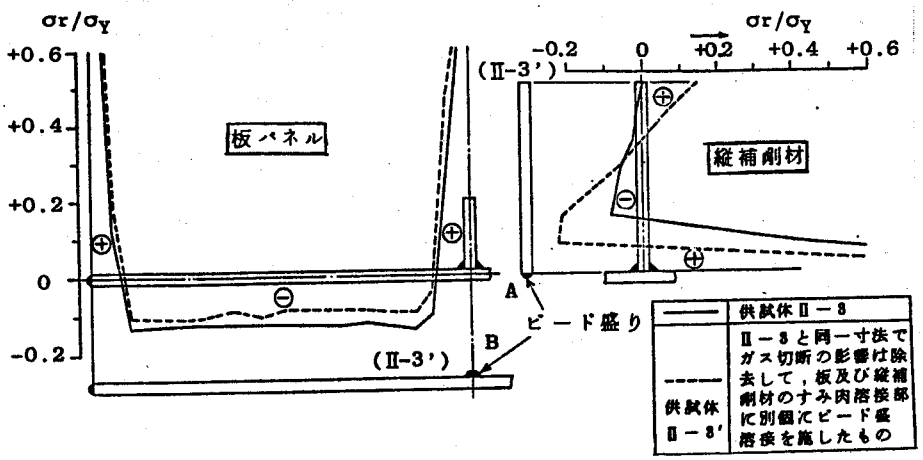
まず，機械切断した供試体I，II，IIIの中で縦補剛材先端に残留引張応力が存在する供試体I－4などに着目すると，これらの供試体では補剛材の曲げ剛度が比較的大きく，重心軸が板面より相当離れて縦補剛材先端側に寄っている。（表-3.4.1の右端の欄のe値参照），すなわち，すみ肉溶接のビードの位置より離れ

表－3.4.4　補剛材の残留応力測定結果

供試体群	供試体番号	分布形状タイプ	$\frac{\sigma_{rc,s}}{\sigma_Y}$	$\frac{\sigma_{rt,s}}{\sigma_Y}$	$\frac{\bar{\sigma}_{rc,s}}{\sigma_Y}$	$\frac{h'_{r,0}}{h_s}\left(\frac{h'_c}{h_s}\right)$	e (mm)
I	I－1	R－4	0.14	0.09	0.08	0.37	0.5
	I－2	R－4	0.23	0.22	0.19	0.44	1.0
	I－3	R－4	0.15	0.07	0.09	0.47	2.6
	I－4	R－2	0.29	Δ0.22	0.11	0.63(0.52)	6.0
	I－5	R－2	0.36	Δ0.14	0.20	0.63(0.48)	11.1
	I－6	R－6	—	0.25	0.14	0.49	4.3
	I－7	R－4	0.19	0.12	0.14	0.53	3.5
	I－8	R－4	0.16	0.03	0.09	0.64	6.4
	I－9	R－2	0.12	Δ0.08	0.10	0.68(0.50)	11.4
	I－10	R－3	0.24	0.0	0.15	0.59	4.5
II	II－1	R－3	0.08	0.0	0.04	0.68	1.3
	II－2	R－6	—	0.13	0.08	0.49	-2.4
	II－3	R－3	0.08	0.0	0.04	0.73	2.2
	II－5	R－6	—	0.26	0.10	0.46	-3.4
	II－6	R－4	0.14	0.04	0.08	0.56	-1.0
	II－7	R－6	—	0.21	0.11	0.20	-5.2
III	III－1	R－4	0.06	0.04	0.03	0.48	1.9
	III－2	R－2	0.07	Δ0.02	0.05	0.72(0.61)	1.0
	III－3	R－6	—	0.05	0.04	0.56	1.7
	III－5	R－6	—	0.16	0.08	0.44	1.2
IV	IV－1	R－1	0.18	Δ0.60	0.09	0.68(0.58)	8.6
	IV－2	R－1	0.17	Δ0.58	0.21	0.64(0.51)	4.5
	IV－3	R－1	0.11	Δ0.66	0.08	0.80(0.68)	10.6
	IV－4	R－1	0.17	Δ0.58	0.10	0.73(0.62)	8.4

h_c'　：補剛材の先端に引張応力がある場合の圧縮領域の幅
e　：板面（補剛材側）から中立軸までの距離（補剛材側を正）
Δ　：引張応力

ていることがわかる。反面，補剛材の剛度もしくは断面寸法が小さくて，重心軸が板パネル内部に存在するような供試体（e<0）の大半は，R-6タイプの分布形状をしている。



図－3.4.16 残留応力分布の形状及び大きさの比較
（供試体Ⅱ－3とⅡ－3'）

そこで，供試体Ⅱ-3と断面寸法が全く同一で，機械切断した板パネル及び縦補剛材に対して，そのすみ肉溶接部におのおの別個にビード盛溶接を施した場合（供試体Ⅱ-3'）の残留応力を測定してみた。この供試体Ⅱ-3'のビードA及びBの断面積は縦補剛材：1，板パネル：2の割り合いで両者を合わせて供試体Ⅱ-3のすみ肉溶接のビード断面積と等しくなるように留意した。その結果を供試体Ⅱ-3と対比して図-3.4.16に示す。図から明らかなように，供試体Ⅱ-3'では板パネル及び縦補剛材共おのおの独立に応力がつり合っている。一方，供試体Ⅱ-3では補剛板全体としてつり合い，板パネルでは圧縮応力，縦補剛材では引張応力がそれぞれ大きめになっていることがわかる。従って，溶接によって縦補剛材内に生ずる残留応力の様相は，ビードの位置と中立軸の位置の関係，縦補剛材と板パネルの曲げ剛比によって決まると考えられる。又，以上の実測結果より次のことが言える。供試体Ⅱ-3'のように縦補剛材と板パネルの残留応力をそれぞれ独立につり合ったものを考えると，縦補剛材内の応力を引張側圧縮側共に著しく過大に評価することになる。

一方，ガス切断による残留応力を含んだ供試体IVの結果をみると，残留応力の発生状況は安定している。このことと上述したことを考え合わせると，縦補剛材内の残留応力はその先端がガス切断されていると，その影響が縦補剛材の縁端部において卓越するために最終的には安定した分布形状になると言える。又，板パネル内の平均圧縮応力度$\bar{\sigma}_{rc}$と縦補剛材内の$\bar{\sigma}_{rc,s}$を比較すると，一般に縦補剛材内の方がかなり小さいようである。

以上，長方形断面の縦補剛材を有する単一補剛板について述べたが，供試体II-4，III-4のように箱形にかど溶接で組み立てた場合でも，それぞれ対応する単一補剛板供試体II-3，III-3と同様な結果が得られている。（図-3.4.7参照）．又，供試体III-6，III-7のT型の縦補剛材の場合，縦補剛材の曲げ剛度が大きいためか，板パネル内の残留圧縮応力度は若干小さくなっている程度で（図-3.4.8参照，又図-3.4.14に$b/t=20$としてプロットしている），顕著な差異は見られなかった。

（5）初期たわみ

先に述べたように，供試体IVは腹板及び横補剛材を取り付け，かつ実橋を想定した製作法及び溶接法を採用して製作されている。従ってこの供試体で得られた初期たわみの実態を道示，及び

表－3.4.5　初期たわみの測定値と各規準の許容値との関係

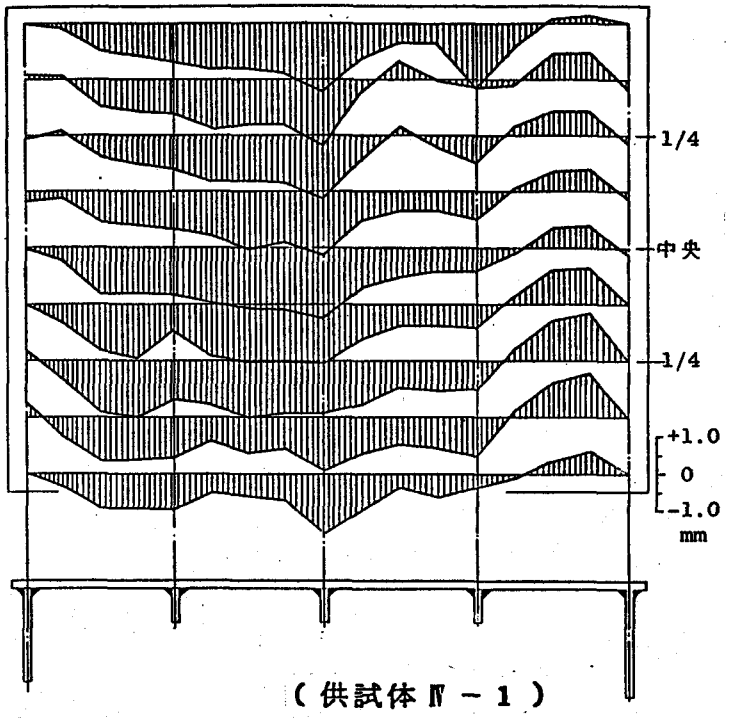
（1）板パネル

供試体	補剛板 (δ_t/B)		板パネル (δ_{pt}/b)		板パネル (δ_{PG})	
	道示	実測値	道示	実測値	IDWR (mm)	実測値 (mm)
IV-1	±0.0067	-0.00074	±0.0067	-0.0023	± 3.0	-1.65
IV-2		-0.00095		-0.0013	± 2.2	-1.1
IV-3		-0.00090		+0.0013	± 2.0	+0.6
IV-4		-0.00060		+0.0020	± 1.4	+0.5

（2）縦補剛材

供試体	縦たわみ (δ_s/a)			直角度 (δ_{st}/h_s)		横たわみ (δ_{stG})	
	道示	IDWR	実測値	道示	実測値	IDWR (mm)	実測値 (mm)
IV-1	±0.001	±0.001	+0.0004	—	0.005	6.1	0.9
IV-2			-0.0006		0.008	3.4	0.6
IV-3		±0.0013	+0.0004		0.015	3.0	2.0
IV-4			-0.0004		0.004	1.5	0.3

IDWRの許容値と対比してみる。 表－3.4.5に測定値と許容値の関係，図-3.4.17に一例として一番大きな供試体N-1の板パネルでの初期たわみの分布図を示す。
表－3.4.5から明らかなように，すべての初期たわみが許容値内に収まり，かつ，かなり小さい値であった。



図－3.4.17　初期たわみ測定結果

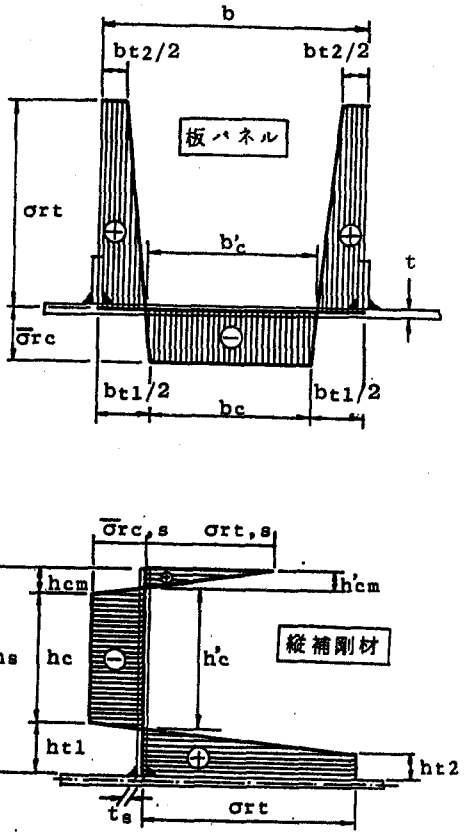
3．4．3　実補剛板における残留応力の決定法

残留応力の影響を考慮して補剛板の座屈強度もしくは極限強度を解析的に究明するためには，その引張部分あるいは圧縮部分の分布形状，応力度の大きさなどを把握することがその第一歩とも言える。 3.4.2の実測結果の検討から，補剛板の各部寸法，溶接方法，溶接寸法，材質などが決まれば，それらを推定することが可能であると考えられる。 ここでは，残留応力の分布形状をある仮定し，補剛板の材質，寸法が決まれば，分布幅が決定出来る算定方式を取る。 そして，その適用範囲は以下のようである。

①縦補剛材はガス切断された長方形断面（平板）のものに限定する。
②板内に突き合せ溶接（シーム溶接）は存在しない。
③すみ肉溶接及びかど溶接は1層の手溶接もしくは自動溶接とする。
④補剛材接合のすみ肉溶接脚長は6mmを標準とする。

さて，補剛板に生じる残留応力はガス切断及び溶接によるものが支配的で

あるが，その入熱量から考えても後着の方が極めて大きくなる。板パネル部分ではガス切断される箇所は溶接部と一致し，溶接時にガス切断によって生じていた残留応力はほぼ開放される。かつ縦補剛材接合を先に行う場合でも，板幅が広いため補剛板側辺の残留応力の大きさは微々たるものと考えられ，その溶接によって，先に生じているガス切断による残留応力に影響を及ぼすことはない。従って，板パネル部分ではガス切断による影響は無視する。一方，縦補剛材先端部はガス切断された状態のまま残るため，縦補剛材接部分は両着の影響を考慮することにする。ただし，厳密にはガス切断による残留応力は縦補剛材内でつり合っているが，すみ肉溶接時の加熱過程でその一部が開放され，応力の再配分が行われるであろう。



図－3.4.18 残留応力分布の形状の仮定

そして，新たに溶接による残留応力が冷却過程を経て加わるが，これは補剛板全体としてのつり合いを保って生ずると考えられる。しかし，前述したようにガス切断による入熱量が極めて小さいことから，溶接によって生ずる残留応力と同様に考え，実測結果を参考して両着によって生ずる分布形状を図－3.4.18のように仮定し，補剛板全体としてのつり合いを考慮する。

まず，断面のモーメントのつり合いより（板中立面回り），

$$\eta_s = \frac{-K_2 + \sqrt{K_2^2 - 4 \cdot K_1 \cdot K_3}}{2K_1} \qquad \text{----(3.4.1)}$$

ここに

$$K_1 = 1/3 \cdot (1 + \gamma_s + \gamma_s^2) \cdot (\sigma_{rt}^* - \sigma_{rc,s}^*) - 1/3 \cdot \gamma_{ss}^2 \cdot (\sigma_{rt,s}^* - \sigma_{rc,s}^*)$$

$$K_2 = 1/2 \cdot (1 + \gamma_s) \cdot (\sigma_{rt}^* - \sigma_{rc,s}^*) + (1 + 1/2 \cdot t^*) \cdot \gamma_{ss} \cdot (\sigma_{rt,s}^* - \sigma_{rc,s}^*)$$

$$K_3 = (1 + 1/2 \cdot t^*) \cdot \sigma_{rc,s}^*$$

$$\eta_s = \frac{h_{t1}}{h_s}, \quad \gamma_s = \frac{h_{t2}}{h_s}, \quad \gamma_{ss} = \frac{h_{cm}}{h_{t1}}, \quad t^* = \frac{t}{h_s} \qquad \text{-----(3.4.2 ~ 8)}$$

更に，断面内の引張力と圧縮力とが等しいことにより，

$$\eta_t = \frac{-\{\sigma_{rc,s}^* + 1/2 \cdot (\sigma_{rt,s}^* - \sigma_{rc,s}^*) \cdot \eta_{ss} + 1/2 \cdot (\sigma_{rt}^* - \sigma_{rc,s}^*) \cdot (1+\gamma_s) \cdot \eta_s\} \cdot n_s \cdot \delta_s - \sigma_{rc}^*}{1/2 \cdot (\sigma_{rt}^* - \sigma_{rc}^*) \cdot (1 + \gamma_t)}$$

-----(3.4.9)

ここに，

$$\eta_t = \frac{b_{t1}}{b}, \quad \eta_{ss} = \frac{h_{cm}}{h_s}, \quad \delta_s = \frac{h_s \cdot t_s}{(n_s+1) b \cdot t}, \quad \gamma_t = \frac{b_{t2}}{b_{t1}} \quad \text{---(3.4.10 ~ 13)}$$

各応力度は降伏点 σ_y で除し無次元化し，添字「*」を付けて示してある。

以上のようにして，各残留応力の領域幅を断面寸法と応力度で表すことが出来る。一例として，定数 γ_s, γ_{ss} 及び γ_t をそれぞれ 1/8, 1/4 及び 1/2 と置いて，供試体Nについて実測した σ_{rc}^*, $\sigma_{rc,s}^*$ 及び $\sigma_{rt,s}^*$ をそのまま使って，式(3.4.1)～(3.4.13)を用いて b_c'/b 及び h_c'/h_s を計算して表-3.4.6

表－3.4.6　残留圧縮応力度及び
その分布幅の推定結果

		N-1	N-2	N-3	N-4
実測値	$\bar{\sigma}_{rc}^*$	0.16	0.24	0.12	0.17
	b_c'/b	0.86	0.79	0.90	0.84
	$\bar{\sigma}_{rc,s}^*$	0.09	0.21	0.08	0.10
	h_c'/h_s	0.57	0.50	0.68	0.62
本法	$\bar{\sigma}_{rc}^*$	0.16△	0.24△	0.12△	0.17△
	b_c'/b	0.86	0.81	0.89	0.85
	$\bar{\sigma}_{rc,s}^*$	0.09△	0.21△	0.08△	0.10△
	h_c'/h_s	0.68	0.51	0.70	0.65
Tallらの方法 34)	$\bar{\sigma}_{rc}^*$	—▲	0.15	0.17★	0.05★
	b_c'/b	=▲	0.74	0.74★	0.64★
	$\bar{\sigma}_{rc,s}^*$	0.33	0.33	0.33★	0.33★
	h_c'/h_s	0.75	0.75	0.75★	0.75★
Moxhamらの方法 40)	$\bar{\sigma}_{rc}^*$	0.07	0.10	0.05	0.07
	b_c'/b	0.93	0.91	0.95	0.94
	$\bar{\sigma}_{rc,s}^*$	0.14	0.19	0.07	0.09
	h_c'/h_s	0.88	0.84	0.93	0.92
IDWRの方法	$\bar{\sigma}_{rc}^* = \bar{\sigma}_{rc,s}^*$	0.11	0.13	0.06	0.08
	$b_c'/b = h_c'/h_s$	1.00	1.00	1.00	1.00

△:実測値を使用　▲:bが適用外　★:材質が適用外

に示す。

又，同表にはTall[34]，Moxham[40]及びＩＤＷＲの規準などの方法による計算結果も付記した。Tallらは数多くの単一板での突き合せ溶接もしくは側辺ビード盛溶接による実験値より，板幅の大きさによって3種類に区分し，分布形状を放物線と仮定して各分布幅及び大きさを含めて推定値を定めている。又，Moxhamらは本法より更に単純な分布形状とし，引張応力の領域の幅を決める手法を取っている。更に，ＩＤＷＲでは補剛板断面すべてに残留圧縮応力が均等に分布していると仮定している。表から明らかなように，Tall以下の方法による値は実測値とかなりかけ離れているが，著者らの方法による結果と実測値を比較すると bc'/b 及び hc'/hs とも非常によく一致している。従って，妥当な $\bar{\sigma}_{rc}^*$，$\bar{\sigma}_{rc\cdot s}^*$ 及び $\sigma_{rt,s}^*$ の値が与えられれば，式(3.4.1)～(3.4.13)によってかなりの精度で分布形状が推定し得ると考えられる。そこで，3.4.2の実験結果及び残留引張応力度については若干安全側に考慮すると，各鋼種に対して一般に表-3.4.7に示すような推定値とすることが出来るものと考えられる。図-3.4.15に表-3.4.7の値を曲線で結んで付記したが，これらは実験結果の上限値に対応しており，妥当であると考えられる。又，ここでは実験資料の関係で溶接寸法を脚長6mmに限定したが，実橋においてその寸法が大きくなれば，当然のことながら板厚も加えて補剛板全体の断面積が増大することになり，かつ多層盛溶接になれば同一ビード断面積の1層盛の場合より残留圧縮力が小さくなることなどを考え合わせると，本手法の適用範囲も広がると考えられる。

表－３．４．７　各残留応力度の提案値

鋼種	σ_{rt}^*	$\bar{\sigma}_{rc}^*$	$\bar{\sigma}_{rc,s}^*$	$\sigma_{rt,s}^*$
SS41	1.0	0.30	0.20	0.6
SM50	1.0	0.25	0.17	0.6
SM53	0.95	0.23	0.16	0.6
SM58	0.9	0.20	0.15	0.6
HT80	0.8	0.15	0.12	0.6

＊：降伏点 σ_Y で無次元化した値を意味する。

3.5 結言

本章で得られた結論をまとめると以下のようになる。

（1）自由突出圧縮フランジの初期たわみに関して

①我が国の実橋で用いられる自由突出圧縮フランジの幅厚比パラメータR_sは0.35～0.8，縦横比αは3～13の範囲内に分布する。

②自由突出フランジの初期たわみと断面寸法に関する各種パラメータとの間にはほとんど相関性が認められなかった。

③自由縁上及び腹板上に沿った初期たわみ波形を3角級数で近似したところ，一次波形が最も卓越していることがわかった。

④自由突出フランジの初期たわみのばらつきは，ワイブル分布及びガンマ分布によく適合することがわかった。

⑤両自由縁を通じての絶対最大初期たわみw_0の平均値は$h_s/108$，標準偏差は$h_s/154$となった。ここにh_sは突出フランジの片側幅である。

⑥実測の絶対最大初期たわみw_0が$h_s/100$を越える確率は36%である。

⑦絶対最大初期たわみw_0が$h_s/40$を超過する確率は，ワイブル分布と考えた場合2.6%，ガンマ分布と仮定した場合2.9%である。

（2）板継ぎ溶接部初期不整に関して，

①自由突出フランジ及び補剛板の板パネルのすべての溶接板継ぎ部の板厚比t_{max}/t_{min}は1.0～1.8の範囲内に分布していた。

②自由突出フランジ及び補剛板の板パネルでは大半が変厚偏心継手であり等厚継手はわずかであった。

③自由突出フランジにおいては，平行目違いモード及び平行角変形モードが特に卓越していた。

④目違い量及び角変形量と板厚の間には相関性は認められなかった。

⑤目違い量及び角変形量のばらつきはワイブル分布及びガンマ分布によく

適合することがわかった。

⑥最大目違い量と最小板厚の比 e_{max}/t_{min} の平均値は，イ）自由突出フランジで 1/23.3，ロ）補剛板の板パネルで 1/16.7，ハ）補剛材等厚継手で 1/22.0 ニ）補剛材変厚偏心継手で 1/21.2 となり，標準偏差は，それぞれ，イ）1/38.3 ロ）1/29.8 ハ）1/30.3，ニ）1/36.7 となった。

⑦最大局変形量と測定長の比 δ_{max}/G の平均値は，それぞれ，イ）1/350，ロ）1/417，ハ）1/374，ニ）1/167 となり，標準偏差は，それぞれイ）1/362，ロ）1/596，ハ）1/359，ニ）1/271，となった。

⑧e_{max}/t_{min} が道示の制限値 1/10 を越える確率は，それぞれ イ）3%，ロ）12%，ハ）7%，ニ）4% となった。

（3）補剛板の残留応力に関して

①入熱量とビード断面積とは各溶接法によりそれぞれ比例関係にあると考えられるが，実験では比例定数 K は鋼種に関係なくすみ肉溶接で約 $14\times10^{-3}mm^3/J$，ビード盛溶接で $15\sim20\times10^{-3}mm^3/J$ となった。又，すみ肉自動溶接では若干大きめになった。しかし，自動溶接のデータが少ないことなどから，圧縮強度に影響を及ぼす残留応力を制御する目的での入熱量の制限という形で言及することは出来なかった。

②単位ビード断面積当りの残留圧縮力すなわち溶接定数 C は約 700 kg/mm² 以下に収まり，普通鋼より高張力鋼，更には手溶接より自動溶接が大きめであった。又，Young の実験値 790～1280 kg/mm²，Dwight-Kamtekar の 510～1120 kg/mm² 更に IDWR の規準の 1020 kg/mm² などに比べてかなり小さい値であった。

③板パネルの残留応力の大きさの上限値は材質，溶接法などによってそれぞれ一定の値となることが判明したので実測結果を基礎に各鋼種に対して残留圧縮応力度の上限値を提示した。

④縦補剛材部分の残留応力のうち溶接によるぶんについては，縦補剛材

と板パネルの曲げ剛比もしくは縦補剛材の寸法などによって決まる全体の重心軸位置との関係でその大きさ及び分布形状の傾向が異なる。すなわち通常の縦補剛材ではその先端部には板パネル部分より少し小さめの残留圧縮応力が生じ，規模の大きい縦補剛材では一部その先端に残留引張応力が生ずる。又，その先端がガス切断された状態の縦補剛材では残留応力の分布形状及び大きさが比較的安定しており，しかも先端部において残留引張応力が顕著に現われる。

⑤ガス切断された板を組み立てた補剛板のうち，通常の長方形断面の縦補剛材を有する場合の残留引張応力及び残留圧縮応力の分布幅の算定式を導いた。

参 考 文 献 （第 3 章）

1) Maquoi,R. : Essais de détermination des fléches initials des panneaux raidis des grands ponts en caisson, IABSE publication,31-2,1971,P.141∿151.

2) Leonhardt,F. and D.Hommel ; The necessity of quantifying imperfections of all structural members for stability of box girders,Steel box girder bridges,Proc. of the international conference organized by the Institution of Civil Engineers in London,13-14 February,1973,ICE. P.5∿13.

3) Ellis,L.G. ; Statistical appraisal of the measured deformations in several steel box girder bridges,J. of Strain Analysis,Vol.12,No.2,1977,P.97∿106.

4) 加藤隆夫・石岡英男・中西正昭：広幅員鋼床版２主桁橋における初期不整（下），橋梁と基礎，1979年7月，P.38～43。

5) ＩＤＭ委員会報告書，「鋼橋の形状初期不整と耐荷力との関連性」，日本鋼構造協会・関西地区委員会，昭和54年5月7日。
第Ⅰ分冊「腹板」，第Ⅱ分冊「自由突出フランジ及び板継ぎ部」，第Ⅲ分冊「圧縮補剛板，ダイヤフラム及びⅠ桁の横倒れ」，第Ⅳ分冊「資料（1. 実測計画，2. 1次処理プログラム）」。

6) 日本鋼構造協会関西地区委員会，第２回関西地区研究集会資料「鋼橋の形状初期不整と耐荷力」昭和５４年11月20日，鉄鋼会館。

7) 小松定夫編：鋼橋部材の形状初期不整と耐荷力の統計学的研究，5.2 自由突出フランジ及び板継ぎ部，ＪＳＳＣ日本鋼構造協会誌，Vol.16，№170，1980年4月，（分担執筆）

8) Thompson,J.D. ; Control of distortion due to welding and the additional cost involved,J. of Strain Analysis ,Vol.12,No.2,1977,P.148∿152.

9) Thompson,J.D. ; The fabrication of steel box girder bridges,steel box girder bridges,Proc. of Int. Conference,13-14 Feb.1973,ICE,London,P.241∿248.

10) 日本造船研究協会第127研究部会：船殻部材歪量の船体強度に及ぼす影響に関する研究，日本造船研究会報告第78号，昭和51年3月。

11) 安川度・池上博・大南亮一：船殻部材の許容歪量に対する信頼性理論の適用，日本造船学会論文集，第138号，昭和50年11月，P.535～548。

12) Mansour,A.F. and D.Faulkner ; On the statistical approach to extreme sea loads and ship hull strength,RINA, Nov.1973.
13) Fujita,Y. ; The influence of initial imperfection on the compressive strength of plates,ECCS,2nd. Int. Colloquium on Stability,Preliminary Report,Tokyo,Sep.1976,P.123∿142.
14) Faulkner,D. ; Effects of residual stresses on the ductile strength of plane welded grillages and of ring stiffened cylinders,J. of Strain Analysis,Vol.12,No.2,1977,P.130∿139.
15) Report of Committee III.3,6th Int. Ship Structures Congress,Boston,1976.
16) Goodman,R.A. and G.A.Mowatt : Application of strength research to ship design,Steel Plated Structures,edited by Dowling,Harding and Frieze,Crosby Lockwood Staples,London,1977,P.676∿712.
17) Goodman,R.A. and G.A.Mowatt : Allowance for imperfections in ship structural design,J. of Strain Analysis, Vol.12,No.2,1977,P.153∿162.
18) Carlsen,C.A. and J.Czujko : The specification of post-welding distortion tolerances for stiffened plates in compression,The Structural Engineering,Vol.56A,No.5,May 1978,P.133∿141.
19) 文献18)に対するDiscussion，The Structural Engineering，Vol.57A，№10，October 1979，P.336～341。
20) 佐藤邦彦・寺崎俊夫：構造用材料の溶接残留応力・溶接変形におよぼす溶接諸条件の影響，溶接学会誌，第45巻，第1号，1976，P.42～53。
21) 佐藤邦彦・寺崎俊夫：構造用材料の溶接変形におよぼす溶接諸条件の影響，溶接学会誌，第45巻，第4号，1976，P.302～308。
22) 佐藤邦彦・寺崎俊夫：溶接残留応力・溶接変形におよぼす相変態の影響，溶接学会誌，第45巻，第7号，1976，P.46～52。
23) 佐藤邦彦・寺崎俊夫：多層溶接の溶接変形におよぼす溶接諸条件の影響，溶接学会誌，第45巻，第6号，1976。
24) AWS D1. 1-79,American Welding Society : Structural Welding Code,Steel,1979.
25) ÖNORM 4600/7,Stahlbau,Ausführung der Stahltragwerke,1. Aug. 1975.
26) ÖNORM B4602,Stahlbau,Strassen brücken,1. Aug. 1975.
27) 飯田国広：残留応力〔1〕，溶接技術，Vol.11．№8，PP.61～64，1963.8。
28) 木原博・増淵興一：溶接変形と残留応力，溶接叢書第2巻，日本溶接協会，1955。
日本熱処理技術協会：残留応力，共立出版，1963。
29) Huber,A.W. and L.S.Beedle : Residual Stress and Compressive Strength of Steel,The Welding Journal,Vol.33, No.12,Research Suppl,pp.589-s∿614-s,1954,12.
30) Beedle,L.S. and L.Tall : Basic Column Strength,Journal of the Structural Division,Proc. of ASCE,Vol.86, No.ST7,pp.139∿173,1960.7.
31) Rao.N.R.N. and L.Tall : Residual Stresses in Welded Plates,The Welding Journal,Vol.40,No.10,Research Suppl. ,pp.468-s∿480-s,1961.10.
32) Estuar,F.R. and L.Tall : Experimental Investigation of Welded Built-Up Columns,The Welding Journal,Vol.42, No.4,Research Suppl.,pp.164-s∿176-s,1963.4.
33) Tall,L. : Residual Stresses in Welded Plates-A Theoretical Study,The Welding Journal ,Vol.43,No.1,Research Suppl.,pp.10-s∿23-s,1964.1.
34) Rao.N.R.N.,F.R.Estuar and L.Tall : Residual Stresses in Welded Shapes,The Welding Journal,Vol.43,No.7, Research Suppl.,pp.295-s∿306-s,1964.7.
35) McFalls,R.K. and L.Tall : A Study of Welded Columns Manufactured from Flame-Cut Plates,The Welding Journal, Vol.48,No.4,Research Suppl.,pp.141-s∿153-s,1969.4.
36) Alpsten,G.A. and L.Tall : Residual Stresses in Heavy Welded Shapes,The Welding Journal,Vol.49,No.3,Research Suppl.,pp93-s∿105-s,1970.3.
37) Brozzetti,J.,G.A.Alpsten and L.Tall : Welding Parameters,Thick Plates,and Column Strength,The Welding Journal,Vol.50,No.8,Research Suppl.,pp.331-s∿342-s,1971.8.
38) Nishino,F. : Buckling strength of columns and their component plates,A dissertation,Lehigh University,1964.
39) Anderson,J.K. et al : Forth Road Bridge,Proceedings of the Inst. of Civil Engineers,Vol.32,pp.321∿512, 1965.11.
40) Dwight,J.B. and K.E.Moxham : Welded Steel Plates in Compression,The Structural Engineers,Vol.47,No.2,pp.49∿ 66,1969.2.

41) Dwight,J.B. : Collapse of Steel Compression Panels,Conference on Developments in Bridge Design and Construction,Cardiff,1971.3,4.

42) Elliott,P.,Young,B.W. and J.Bowers : Residual Stresses and Measurement of Tolerance,International Conference on Steel Box Girder Bridges,The Inst. of Civil Engineers,London,1973.2.

43) Kamtekar,A.G., J.D.White and J.B.Dwight : Shrinkage stresses in a thin plate with a central weld,J. of Strain Analysis,Vol.12,No.2,1977,P.140∿147.

44) Dowling,P.J. : Strength of Steel Box-Girder Bridges,Journal of the Structural Division,Proc. of the ASCE, Vol.101,No.ST9,pp.1929∿1946,1957.9.

45) Somerville,W.L., J.W.Swan and J.D.Clarke : Measurement of residual stresses and distortions in stiffened panels,J. of Strain Analysis,Vol.12,No.2,1977,P.107∿116.

46) Cullington,D.W. and C.Beales : Residual stresses and distortions measured during construction of the Milford Haven Bridge,J. of Strain Analysis,Vol.12,No.2,1977,P.123∿129.

47) 加藤隆夫・石岡英男・中西正昭：広幅員鋼床版2主桁橋における初期不整（上），橋梁と基礎，1979年6月，P.29～35。

48) Ueda,U. and T.Yamakawa : Analysis of thermal elastic-plastic stress and strain during welding by finite element method,Trans. of Japan Welding Society,Vol.2,No.2,1971.

49) 上田幸雄・福田敬二・中長哲治・有限要素法による溶接応力の解析と残留応力の発生機構，溶接学会誌，第45巻，第1号，1976年1月。

50) 近藤次郎：応用確率論，日科技連，1977．7月，P.92～93。

51) 阪神高速道路公団編集：港大橋工事誌，土木学会発行，昭和50年3月。

52) 佐藤邦彦・松井繁明・町田隆：高張力鋼溶接部における熱応力発生過程と残留応力，溶接学会誌，第35巻第9号，PP.16～25，1966．9．

53) 小松定夫・吉川紀・牛尾正之：80キロ鋼の補剛板の極限強度に関する実験，土木学会論文報告集，第218号，1973．10．

54) 小松定夫・牛尾正之・北田俊行：補剛材を有する圧縮板の極限強度に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第255号，1976．11．

55) 小松定夫・牛尾正之・北田俊行：補剛板の溶接残留応力及び初期たわみに関する実験的研究，土木学会論文報告集，第265号，P.25～35，1977年11月。

第4章　初期不整を有する周辺支持の圧縮鋼板の極限強度特性について

4.1　緒言

既に，1.2.2 節で述べたように，①理想圧縮板における弾塑性挙動，②圧縮板の強度に及ぼす残留応力の影響，③圧縮板の座屈後の有限変位挙動，④圧縮板の強度に及ぼす初期たわみの影響など個々の要因についてはある程度明らかにされてきた。しかし，実際の板には残留応力や初期たわみあるいは荷重の偏心などの初期不整が必ず共存する。そして，現状においてはこれらの初期不整が圧縮板の極限強度に及ぼす総合的な影響がどのように現われるかについてはまだ，不明確な点が多い。特に，その極限状態付近の圧縮板では弾塑性有限変位の非線形的な力学的挙動が顕著に現われると考えられるので，これらの要因の総合的影響が特に重要であると考える。

現在のところ，我が国及び諸外国の示方書においては残留応力のみを考慮した座屈理論を基礎にして圧縮板の設計規準を定めているもの[I-191) I-43) I-170) I-182)]が多い。このようなすう勢の中で現在最も必要とされているものは残留応力及び初期たわみなどの初期不整の総合的影響を十分に考慮した圧縮板の極限強度に関する基礎的資料を充実させることである。そしてその資料を基礎にして圧縮板の設計法の合理化を推進することであると考える。

本研究は，この種の基礎的資料を提供することを目的として行ったものである。

2.3 節において，残留応力，初期たわみ及び板継ぎ部目違い量などの初期不整を有する圧縮板の弾塑性有限変位理論の有用性を示した。本章においては，この解析法を用いたパラメトリック解析を行うことにより相対する2辺において一方向の一様相対圧縮変位を受ける周辺支持鋼板の極限強度特

性について取り扱っている。 まず最初に，残留応力と初期たわみを同時に有する周辺単純支持板の極限強度について，残留応力，初期たわみ，縦横比，幅厚比パラメータRなどをパラメータにして，種々の考察を行っている。そして，その結果を基にして圧縮鋼板の設計資料としての種々の極限応力度曲線（$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ - R曲線）を提示している。 又，この極限応力度曲線の有用性を種々の実験結果[I-41) I-66) II-40) 1), 2)]との比較により立証している。

なお，本章においては，圧縮軸方向及びそれに直角な板面方向共に，半波形の三角関数で表した初期たわみモードと極限応力度の関係について取り扱った。 種々の初期たわみモードと極限応力度の関係については，IOM委員会活動の一環として大阪大学（小松教授）で調査研究活動がなされたので，同委員会報告[5)]を参照にされたい。

更に，板継ぎ溶接部の存在する周辺単純支持の圧縮鋼板の極限強度特性についても論じている。

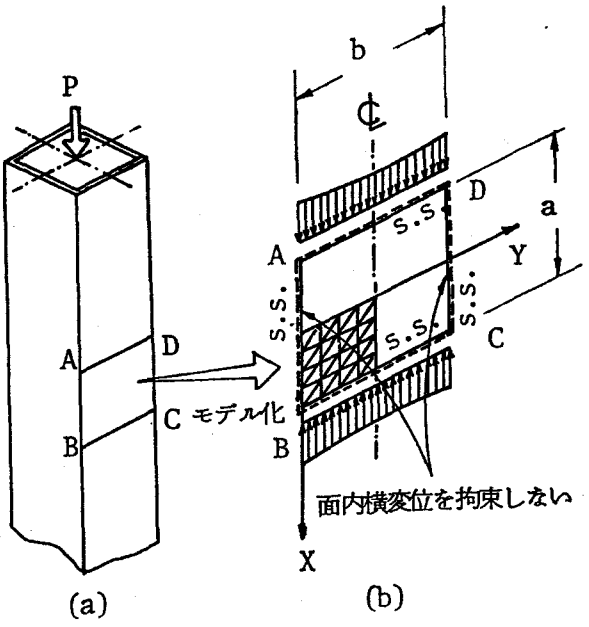
4．2 初期たわみ及び残留応力を有する圧縮鋼板の極限強度特性

4．2．1 解析モデル

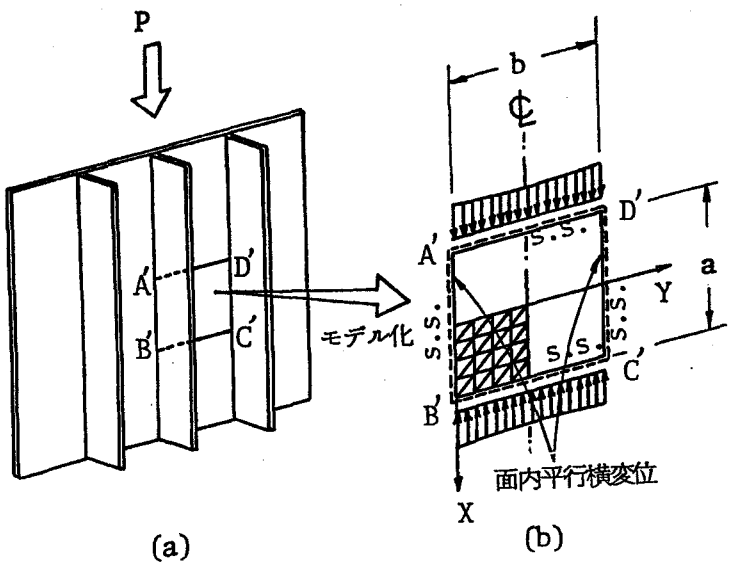
ここでは吊橋，斜張橋のタワー，ピアー，トラス橋の圧縮部材，アーチ橋のアーチリブ，箱桁橋の圧縮フランジなどを構成している板パネルを解析の対象としている。 これらの板パネルの縦横比は1より大きい場合がほとんどである。 この細長い板パネルに面内圧縮力が作用すると，板は，縦横比の値に近い整数個のたわみ半波形を生じて極限状態に至るものと考えられる。 その際，初期たわみとしてはこの整数個のたわみ半波形と同じものを考えるのが安全側の処置であると思われる。 今，このたわみ波形の縦方向半波長をaとする。 すると，この細長い板パネルの極限強度は1つの半波形で極限状態に至る幅b，長さaなる周辺単純支持の圧縮板のそれに等しいと考えられる。すなわち，たわみ波形の節線間に半波形の初期たわみ（式-4.2.3）を有する縦横比αがa/bなるように分割された単純支持圧縮板について取り扱えばよいことになる。

図-4.2.1(a)に示すように，これらの板パネルABCDが面内に隣接パネ

ルを有していない場合には側辺AB及びDCは面内横変位に対しては拘束は受けず，図-4.2.1(b)のような周辺単純支持の圧縮板にモデル化することが出来る。この種の境界条件のことを以下，面内自由という。次に図-4.2.2に示すように隣接パネルを有する板パネルA'B'C'D'について考えてみる。そして補剛材間の板パネルが補剛材位置で節となる局部座屈を起こしたとする。この場合，隣接パネルと着目パネルの境界における面内横変位は互いに対称性をもっている。更に，載荷辺の全長にわたって横変位に対する拘束がないものとすると，この種の板パネルの側辺は面内に直線のままで平行横変位すると仮定するのが安全側であると考える。この境界条件を以下，面内平行横変位という。面内平行横変位の場合，板パネルの側辺A'B'及びD'C'では以下に示すような境界条件を考慮して全体の剛性マトリックスの修正を行っている。すなわち，図-4.2.3を参照して，



図－4.2.1　モデル化（1）
（面内自由）

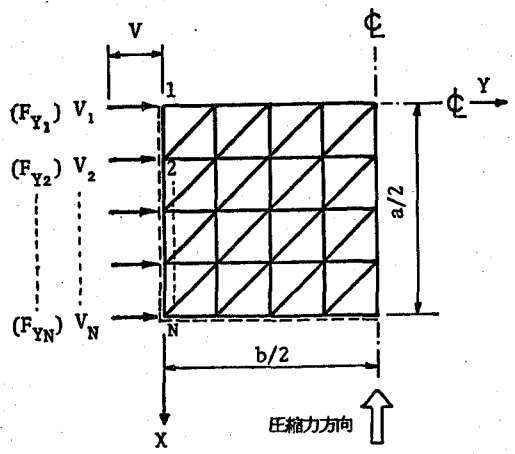


図－4.2.2　モデル化（2）
（面内平行横変位）

$$V_1 = V_2 = V_3 \cdots\cdots = V_N = V \qquad \text{-----(4.2.1)}$$

$$F_{Y1} + F_{Y2} + F_{Y3} \cdots\cdots + F_{YN} = 0 \qquad \text{-----(4.2.2)}$$

ここで，V_i及びF_{Yi}は，それぞれ，Y軸方向の節点変位及び節点外力を表す。
この境界条件の詳細な取り扱いについては，2.2節に示した通りである。

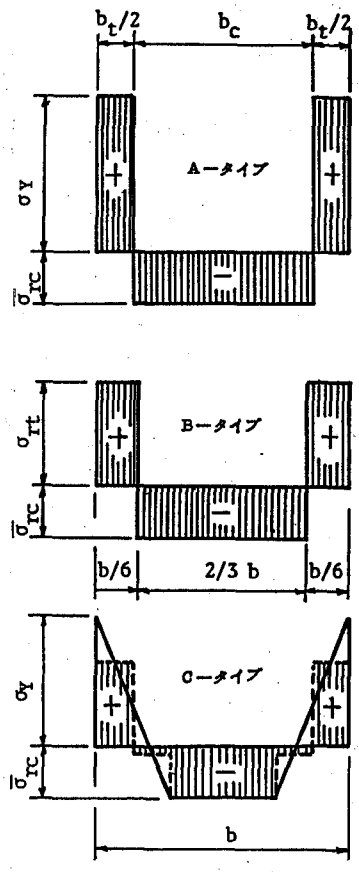


図－4.2.3
面内平行横変位の場合の境界条件

4.2.2 パラメトリック解析

(1) 初期不整

パラメトリック解析に用いる残留応力分布としては図-4.2.4に示す代表的な3つのタイプを考えることにする。Aタイプは Dwight-Moxham[II-40] によって用いられたもの。Bタイプは著者らが実測した補剛板の残留応力分布をもとに理想化したもの[6]。Cタイプは西野・Tall[I-41]，上田・Tall[I-40] などによって仮定されたものである。これらのうちで最も危険となるタイプを求めるため次のような解析を行った。縦横比 a/b を1，残留応力度 $\bar{\sigma}_{rc}$ を $-0.4\sigma_Y$，初期たわみ δ_{pt} を $0.1t$，幅厚比パラメータ R を1.3（残留応力の影響を受けやすい幅厚比）とし，面内自由の圧縮板の極限応力度を3つのタイプのそれぞれについて解析を行った。その結果を表-4.2.1に示す。Cタイプの場合の極限応力度に比し，AタイプとBタイプの極限応力度は同程度に小さい。そこで，一般には，Aタイプの方がよく用い



図－4.2.4
残留応力の分布形状

られているのでパラメトリック解析ではすべてAタイプを用いることにした。

表－4.2.1
残留応力分布と極限応力度

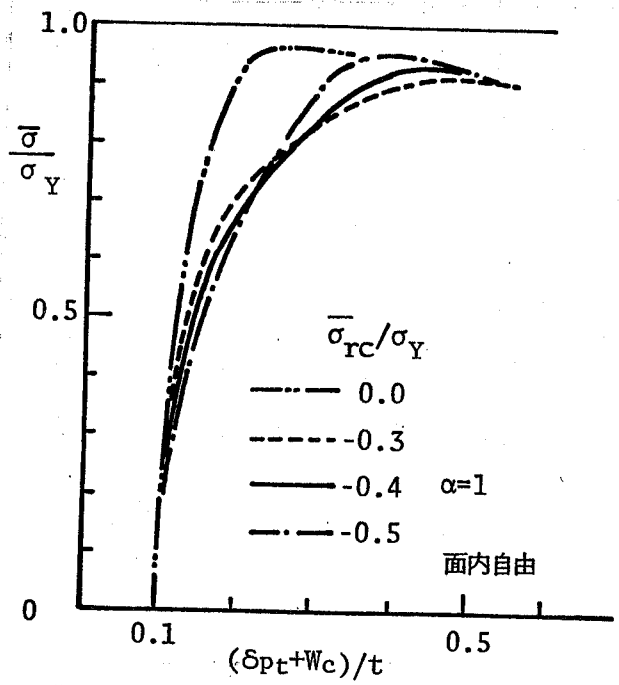
	$\bar{\sigma}_{rc}=0$	A－タイプ	B－タイプ	C－タイプ
$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$	0.630	0.527	0.528	0.544

($\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y=-0.4, \delta_{pt}/t=0.1, R=1.35, \alpha=1$)

更に，実際の板パネルの初期たわみは非常に複雑な波形をしており，その初期たわみをそのまま数学的に表現するのは非常に難かしい。そこで今回のパラメトリック解析では4.2.1節で述べた理由により板パネルの初期たわみ波形を座屈波形に類似した以下の関数で表す。

$$w_0 = \delta_{pt} \cdot \cos\frac{\pi}{a}X \cdot \sin\frac{\pi}{b}Y \qquad \text{-----(4.2.3)}$$

以上のような仮定の基に，板幅を $b=48cm$，降伏点を $\sigma_Y=2400 kg/cm^2$ に固定し，縦横比 α ($\alpha=0.25, 0.5, 0.75, 1.0, 1.25$)，初期たわみ δ_{pt} ($\delta_{pt}/t=0.1, 0.2, 0.3$, $\delta_{pt}/b=1/150$)，残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc}$ ($\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y=0, -0.3, -0.4, -0.5$) 及び幅厚比パラメータ R ($R=0.5, 0.7, 0.9, 1.1, 1.3$) をパラメータとしてパラメトリック解析を行った。又，メッシュ割りは残留応力の分布形状などの関係で 3×3, 4×4, 4×6, 6×6, などを用いた。なお，2.2節でメッシュ割りが 3×3 以上であれば十分な精度の解が得られることを示している。

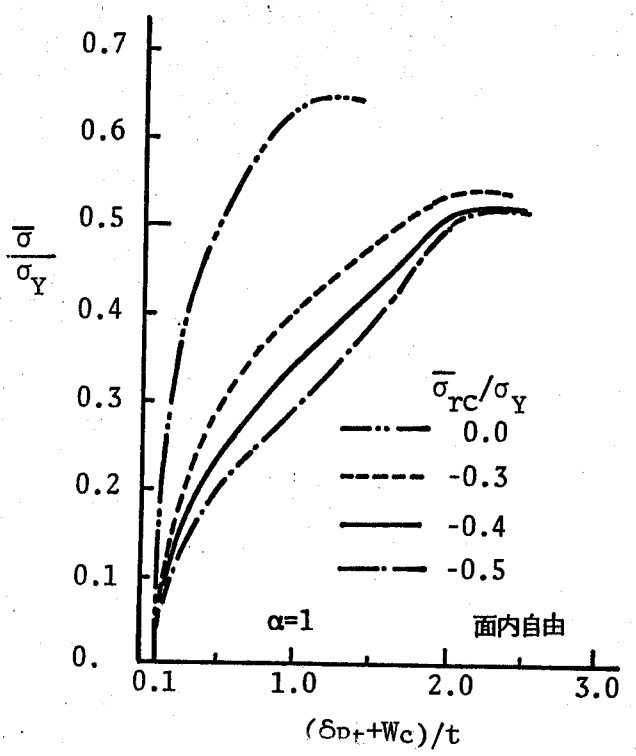


図－4.2.5 平均圧縮応力度と中央たわみの関係（R＝0.7）

（2）縦横比1の圧縮板の極限強度特性（面内自由の場合）

以下に縦横比1の場合の数値計算結果の代表例を示す。まず，図－4.2.5に $R=0.7$, $\delta_{pt}/t=0.1$ の圧縮板の平均圧縮応力度 $\bar{\sigma}$ と板の中央たわみ w_c の関係を残留応

力度$\bar{\sigma}_{rc}$をパラメータにしてプロットしてある。 $\bar{\sigma}$が小さい間は残留応力の大きい圧縮板の方が剛性が小さくたわみW_cも大きくなっている。 しかし，残留応力の大きい圧縮板ほど極限応力度が大きく現われている。 自己平衡の残留応力の分布形状を図－4.2.4のAタイプのように仮定した場合，残留圧縮応力$\bar{\sigma}_{rc}$が大きくなると残留引張応力の分布幅b_tが広くなり，そのため，この残留引張応力の影響が耐荷力にわずかに有利に働き若干高めの強度を与えたと思われる。 例えば，$\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y=-0.3$の場合の残留引張応力の分布幅$b_t$に比し，$\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y=-0.5$の場合の$b_t$は約10%広くなっている。 更に，図－4.2.5と図－4.2.6を比較すると，$R=0.7$の場合は$R=1.3$の場合に比して残留応力による極限応力度の低下はわずかであることがわかる。



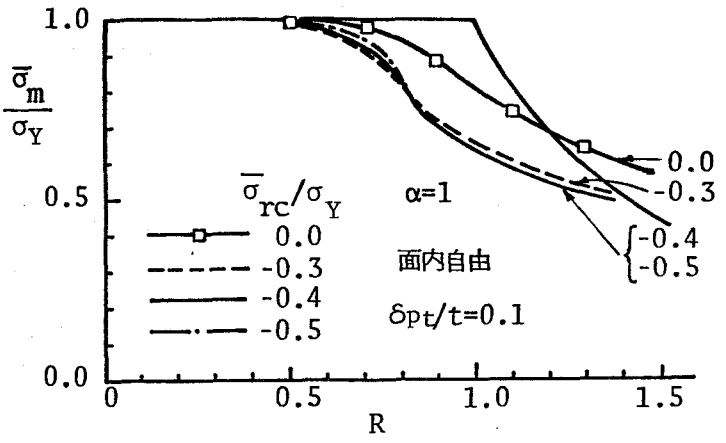
図－4.2.6 平均圧縮応力度と中央たわみの関係（R＝1.3）

次に，図－4.2.6に$R=1.3$の場合の同様な曲線を示す。 この場合は，残留応力が増加するにつれて剛性が低下していることがわかる。 又，$R=1.3$の場合には図－4.2.5の$R=0.7$の場合とは異なり，残留応力によりかなりの極限応力度の低下が認められる。 しかし，残留応力度$\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y$が$-0.3\sim-0.5$の範囲ではあまり低下量の差異が現れていない。

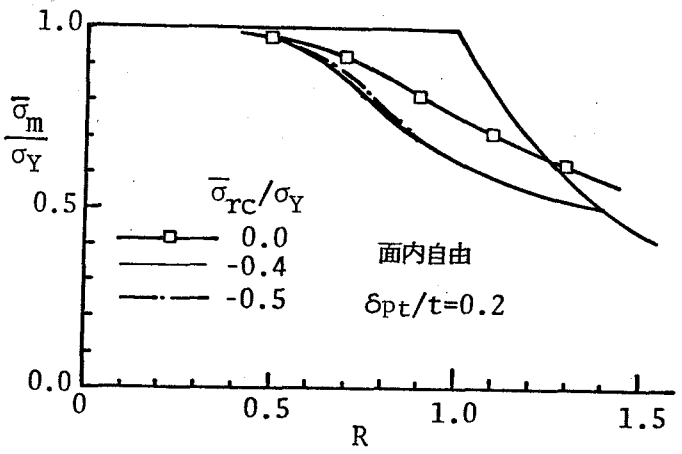
初期たわみを$\delta_{pt}/t=0.1, 0.2, 0.3$及び$\delta_{pt}/b=1/150$と仮定した4ケースについて残留応力度$\bar{\sigma}_{rc}$をパラメーターとして変化させた極限応力度曲線($\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$-R)

を図-4.2.7～4.2.10に示した。ちなみに，$\delta_{pt}/b=1/150$は道示の制作規準の限界値を意味する。　これらの図より，Rが0.7付近から0.9付近に至るまで残留応力の存在により極限応力度の低下が除々に顕著になりRが0.9付近より大きい領域ではその低下量はほぼ一定している。　又，残留応力の存在により極限応力度は低下するが，$-0.5\leq\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y\leq-0.3$の範囲では全般的にみて残留応力の大きさによる差異は認められないことがわかる。更に初期たわみが小さいほど残留応力による極限応力度の低下の度合が大きいことが図-4.2.7～4.2.9を比較することによってわかる。

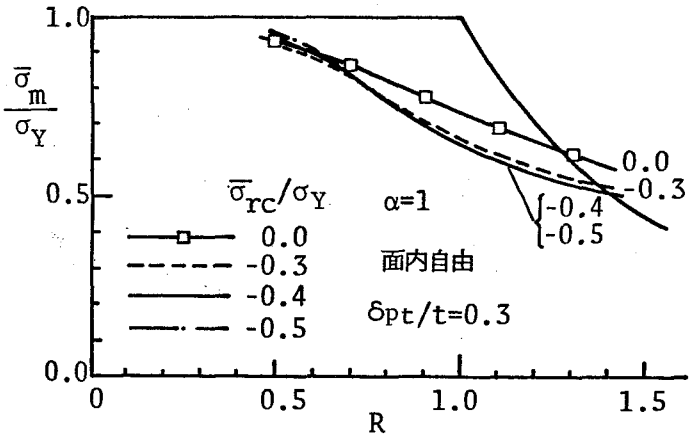
図-4.2.11と4.2.12に残留応力度$\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y=-0.4$(一定)としてRが0.7と1.3のそれぞれの場合について平均圧縮応力度$\bar{\sigma}$と板の中央たわみW_c



図－4.2.7
残留応力度と極限応力度の関係 ($\delta_{pt}=0.1t$)

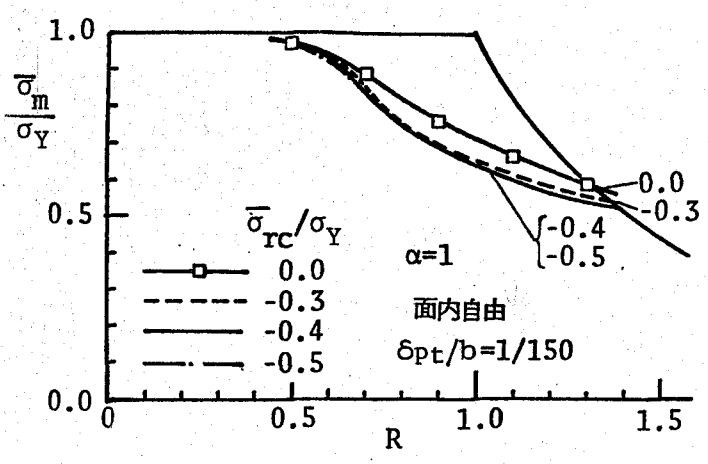


図－4.2.8
残留応力度と極限応力度の関係 ($\delta_{pt}=0.2t$)



図－4.2.9
残留応力度と極限応力度の関係 ($\delta_{pt}=0.3t$)

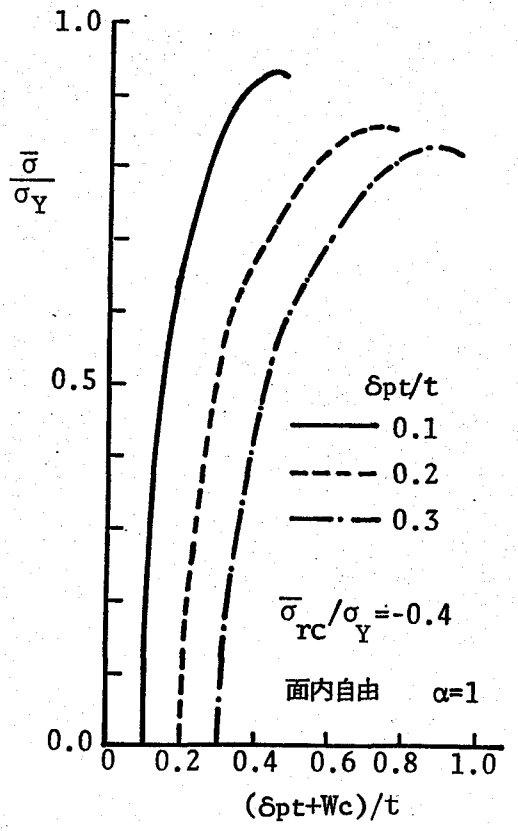
との関係を初期たわみをパラメーターに示してある。この図より，R=0.7の場合には図-4.2.5に示した残留応力の場合とは異なり極限応力度は初期たわみにかなり敏感であることがわかる。逆に大きい幅厚比パラメータR=1.3の場合には図-4.2.12に示すように初期たわみの大きさによる極限応力度の差異は認められないことがわかる。



図－4.2.10
残留応力度と極限応力度の関係（δ_{pt}=b/150）

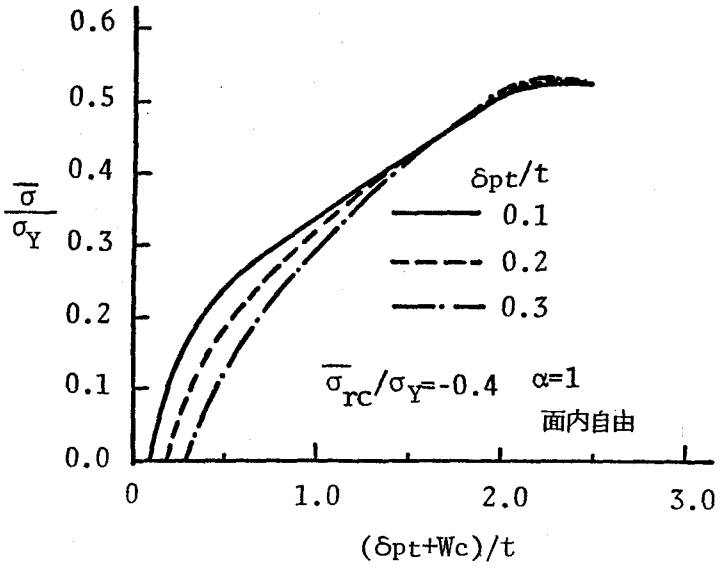
（3）縦横比αと極限応力度$\bar{\sigma}_m$の関係

初期たわみを$\delta_{pt}=b/150$，残留応力を$\bar{\sigma}_{rc}=-0.4\sigma_Y$に固定し，幅厚比パラメータRを0.5，0.7，1.3に変化させた場合の極限応力度$\bar{\sigma}_m$と縦横比αの関係を図-4.2.13に示す。この図より，面内平行横変位の場合はαが0.5付近で$\bar{\sigma}_m$が最小になることがわかる。又，面内自由の場合には，R=1.3ではαが1.0付近で，R=0.5では0.5付近で$\bar{\sigma}_m$が最小になり，R=0.7では0.75付近で最小になるが0.5～1.0の区間で$\bar{\sigma}_m$はほぼ同じであることがわかる。

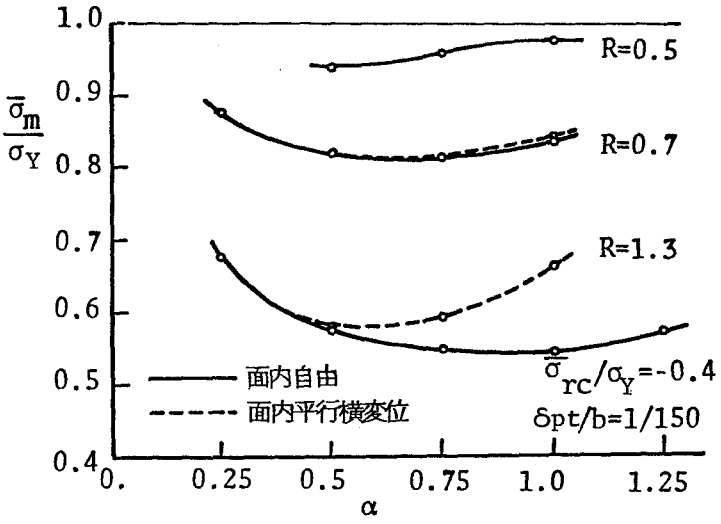


図－4.2.11
平均圧縮応力度と中央たわみの関係（R＝0.7）

この傾向は初期たわみδptが0.1t～0.3tの範囲についても同様であることがわかった。更に，残留応力が存在しない板では，面内自由及び面内平行横変位の場合共，すべてのRの領域でαが0.5付近で$\bar{\sigma}_m$が最小となることがわかった。又，縦横比を変化させて，最小となる極限応力度を求めると，極限応力度は残留応力によりあまり変化しないことがわかった。そこで残留応力度$\bar{\sigma}_{rc}$を-0.4σ_Yに固定した以下の解析では，図-4.2.13を参照して，表-4.2.2に示す縦横比を用いて極限強度解析を行った。表-4.2.2に示す縦横比を用いて，初期たわみδptを0.1t，0.2t，0.3tに変化させた場合の面内自由の板の幅厚比パラメーターと極限応力度$\bar{\sigma}_m$の関係を図-4.2.14に示す。この図よりRが0.9付近より大なる領域では初期たわ



図－4.2.12
平均圧縮応力度と中央たわみの関係（R＝1.3）



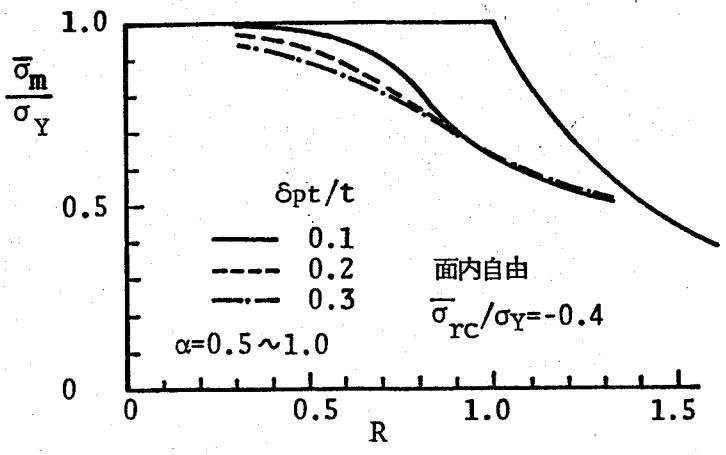
図－4.2.13　縦横比と極限応力度の関係

表－4.2.2　計算に用いた縦横比

面内境界条件＼R	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
面内自由	0.5	0.5	0.75	1.0	1.0	1.0
面内平行横変位	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5

（ただし$\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y$=-0.4の場合）

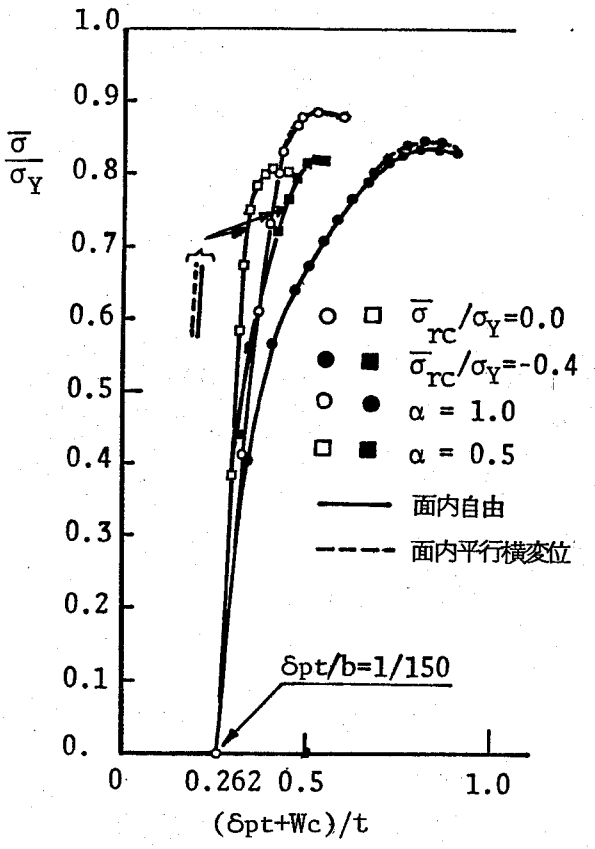
みの大きさによる極限応力度の差異はほとんど認められないことがわかる。又，Rが0.9付近より小さくなるにつれて徐々に初期たわみの影響を強く受けるようになり，R=0.7の付近で最も敏感に影響を受けることがわかる。



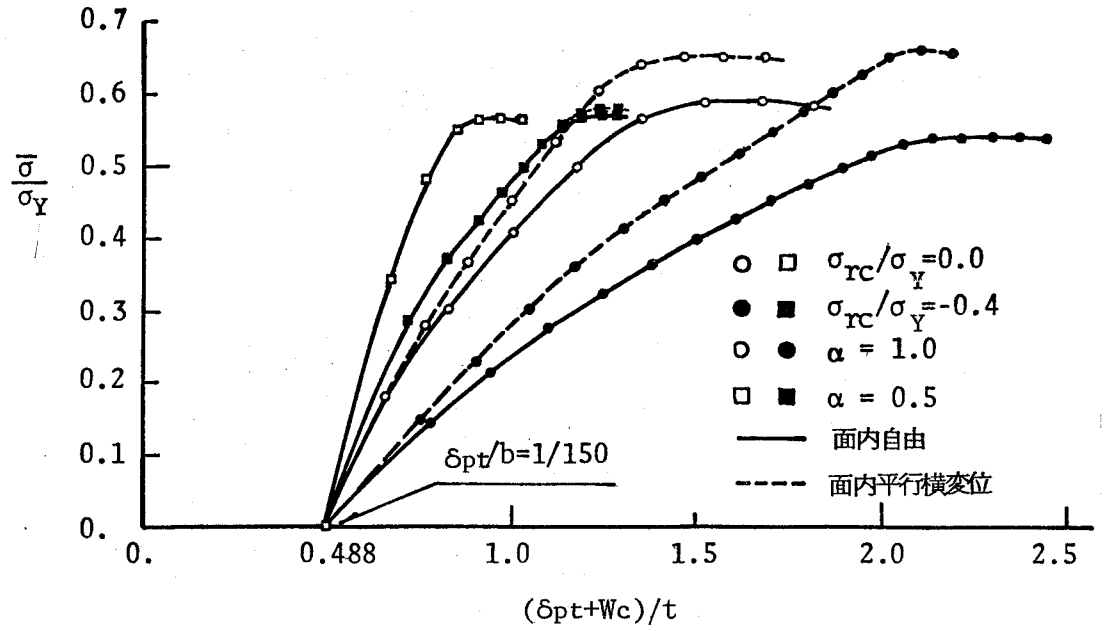
図－4.2.14 初期たわみと極限応力度の関係

（4）面内の境界条件と極限応力度の関係

図-4.2.15～4.2.17に面内平行横変位の場合と面内自由の場合の挙動の比較を示す。図-4.2.15，4.2.16はδpt/b=1/150でR=0.7と1.3，縦横比α=0.5と1.0のそれぞれの場合の平均圧縮応力度σと中央たわみWcとの関係を示したものである。R=0.7の板ではα=0.5及び1.0の場合共に面内境界条件が極限応力度に及ぼす影響はほとんどないことがわかる。R=1.3の場合，α=0.5ではほとんどその影響はなく，α=1.0の場合にはその影響が大であることがわかる。この図-4.2.15，4.2.16と図-4.2.13より次のことが一般的に言える。すなわち，幅厚比パラメーター

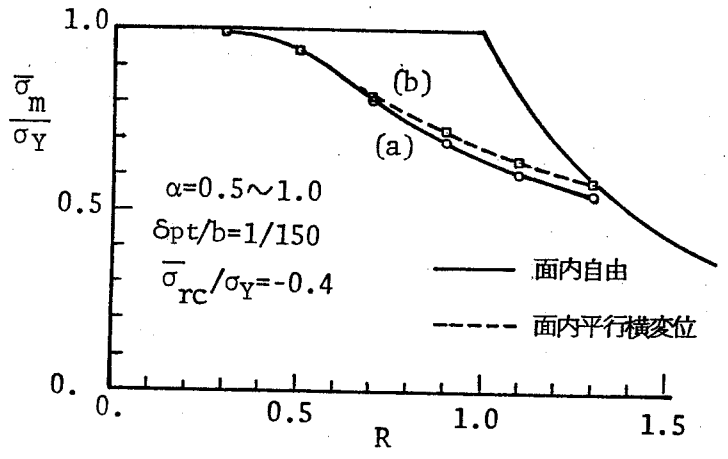


図－4.2.15
平均圧縮応力度と中央たわみの関係
（R＝0.7）



図－4.2.16 平均圧縮応力度と中央たわみの関係（R＝1.3）

Rが0.7から大きくなるほど，又，縦横比αが0.5から1に近づくにつれて面内の境界条件の影響が顕著に現われることがわかる。又，図-4.2.17にはδpt/b=1/150で$\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y$=-0.4の場合の極限応力度曲線$\bar{\sigma}_m$を示す。この図より，Rが0.7付近より小さい領域の板では側辺の面内境界条件が極限応力度に及ぼす影響はほとんどなく，Rが0.7より大きくなるにつれてその影響が除々に増加し，面内平行横変位の方が面内自由の場合より極限応力度が多少大きくなってくることがわかる。しかし，いずれにしても図-4.2.17からわかるように縦横比を考慮した最小の極限強度については面内境界条件の影響は実用的には大したことはないと

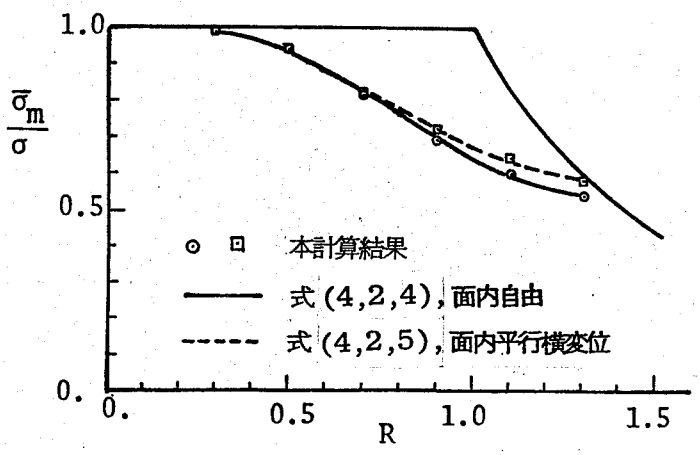


図－4.2.17 面内境界条件と極限応力度の関係
((a),(b)：極限応力度曲線，縦横比を考慮した場合)

考えられる。

4．2．3　圧縮板の設計資料としての極限応力度曲線

4．2．2で示したパラメトリック解析の結果より以下のような極限応力度曲線が得られた。この極限応力度曲線を求めるに当り，まず，初期たわみの上限値は道示の限界値である$\delta_{pt}/b = 1/150$とする。又，3.4節の結果より，補剛板の板パネルの残留圧縮応力度は，ほぼ$-0.3\sigma_Y$以下であるが，圧縮柱の無補剛パネルなどの場合も考慮し，安全側の見地より$\bar{\sigma}_{rc}$は$-0.4\sigma_Y$とした。



図－4.2.18　極限応力度曲線（近似曲線）

すると，この極限応力度曲線は，面内自由の場合は図-4.2.17の曲線(a)，面内平行横変位の場合は同図の曲線(b)に一致するはずである。以下，この(a)曲線を本極限応力度曲線，更に，この曲線で表わされる極限応力度を本極限応力度と言う。又，卓上計算機を用いて簡単に本極限応力度の計算が出来るように図-4.2.17に示した極限応力度曲線を3次関数で補間し，次の近似曲線を与えた。

(i) 面内自由の場合

$$\bar{\sigma}_m / \sigma_Y = 0.702 R^3 - 1.640 R^2 + 0.654 R + 0.926$$
$$(0.3 \leq R \leq 1.3) \qquad \text{----(4.2.4)}$$

(ii) 面内平行横変位の場合

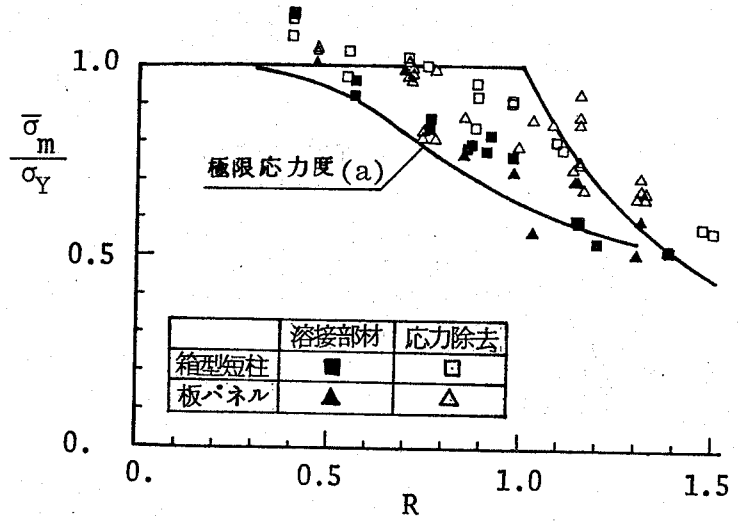
$$\bar{\sigma}_m / \sigma_Y = 0.542 R^3 - 1.249 R^2 + 0.412 R + 0.968$$
$$(0.3 \leq R \leq 1.3) \qquad \text{-----(4.2.5)}$$

これらの近似曲線を図-4.2.18に示す。図中□及び○印の値は理論解析による計算値を示す。この理論値に対する式(4.2.4),(4.2.5)による近似値の誤差は1.5%以下である。しかし，実際には安全側の曲線として面内自由の場合の極限応力度曲線を設計曲線に用いるのが簡便である。

4.2.4 本極限応力度曲線と種々の実験結果との比較

正方形箱型短柱に関して西野，Tall[I-41]（上田・Tall[I-40]），Dwight-Harrison[III-40]，Dwight-Chin[III-40]，Dwight-Moxham[III-40]が行った模型実験結果並びに側辺を単純支持したパネルに関してDwight-Ractliffe[2]，上田・安川・矢尾・池上・大南[I-66]，前田・日笠[1]が行った模型実験の結果と本極限応力度曲線（面内自由の場合）とを比較し，その有用性を検証する。

特に，箱型短柱試験の場合については柱としての全体座屈による圧縮強度の低下が含まれていると考えられる実験値を除外する目的で細長比パラメータ$\lambda(=\frac{1}{\pi}\cdot\sqrt{\sigma_Y/E}\cdot l/r$，$r$：回転半径，$l$：柱長）が0.2以下の実験値のみを採用した。又，上田ら及び前田・日笠の実験結果のうち初期たわみが大きく道示の製作規準を満足していない供試体，すなわち初期たわみδ_{pc}が$b/150$以上のものは除外した。更に，前田・日笠の実験供試体の中には残留応力の性状を調べるため人為的に大きな残留応力が導入されているものが含まれているので残留圧縮応力度$\bar{\sigma}_{rc}$が$0.4\sigma_Y$より大きい場合の実験値は除外した。又，幅厚比パラメータRが1.5より大きい供試体はあまり実際的ではないのでこれも全般的に除外した。そして，これらの実験結果と本極限応力度曲線(a)の比較を図-4.2.19に示す。ほとんどの実験結果が本極限応力度曲線より上にあり，本曲線を設計曲線として用いる際の有効性が証明出来たものと思われる。ただ，Rが1.0付近より大きい領域で本曲線よりもわずかに下回っている実験値が二，三見受けられる。



図－4.2.19 極限応力度曲線と実験値との比較

4．3 板継ぎ溶接部を有する圧縮板の極限強度特性

圧縮板の回違い量及び角変形量と極限強度の関係については，Dorman-Dwight[4]が箱型断面柱を用いて実験的に取り扱っている。しかし，彼らの実験値の中には，板継ぎ溶接部のある供試体の方がない場合よりも強度が高くなっているものも見受けられた。これは，板継ぎ部の初期不整（回違い，角折れ）よりも，むしろ板パネルの初期たわみあるいは残留応力の方が極限強度に不利な影響を与えたためと思われる。このように，実験では，板継ぎ溶接部の初期不整と板パネル自身の初期たわみ及び残留応力などが混在しているため，板継ぎ溶接部が存在することによる影響のみを正確に取り出すことが難しい。従って，彼らの数少ない実験結果のみから得られた結論をそのまま鵜のみにすることは危険であり，どうしても理論的な立場からの研究が不可欠であるものと思われる。

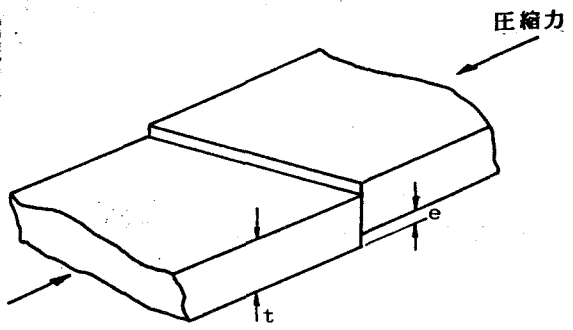
板継ぎ溶接部の存在する圧縮板の強度を正確に評価するには，板継ぎ部の初期不整と板パネルの初期たわみの連成効果ということも考えられるが今回は観点を絞って，まず，板継ぎ溶接部初期不整のみの極限強度に及ぼす影響を理論的に調べることにする。

対象とした構造要素は，一方向の一様相対圧縮変位を受ける箱型断面柱を構成するような無補剛板パネル及び一般補剛板の板パネルとする。なお，補剛板については，補剛材間の板パネルの局所変形挙動のみを対象とし，補剛板は全体座屈を起こさないものとした。

4．3．1　目違い量を有する圧縮板

（1）解析方法

目違いモードとしては，安全側の見地より，図－4．3．1に示すような平行モードを採用した。



図－4．3．1
平行目違いモード（周辺支持板）

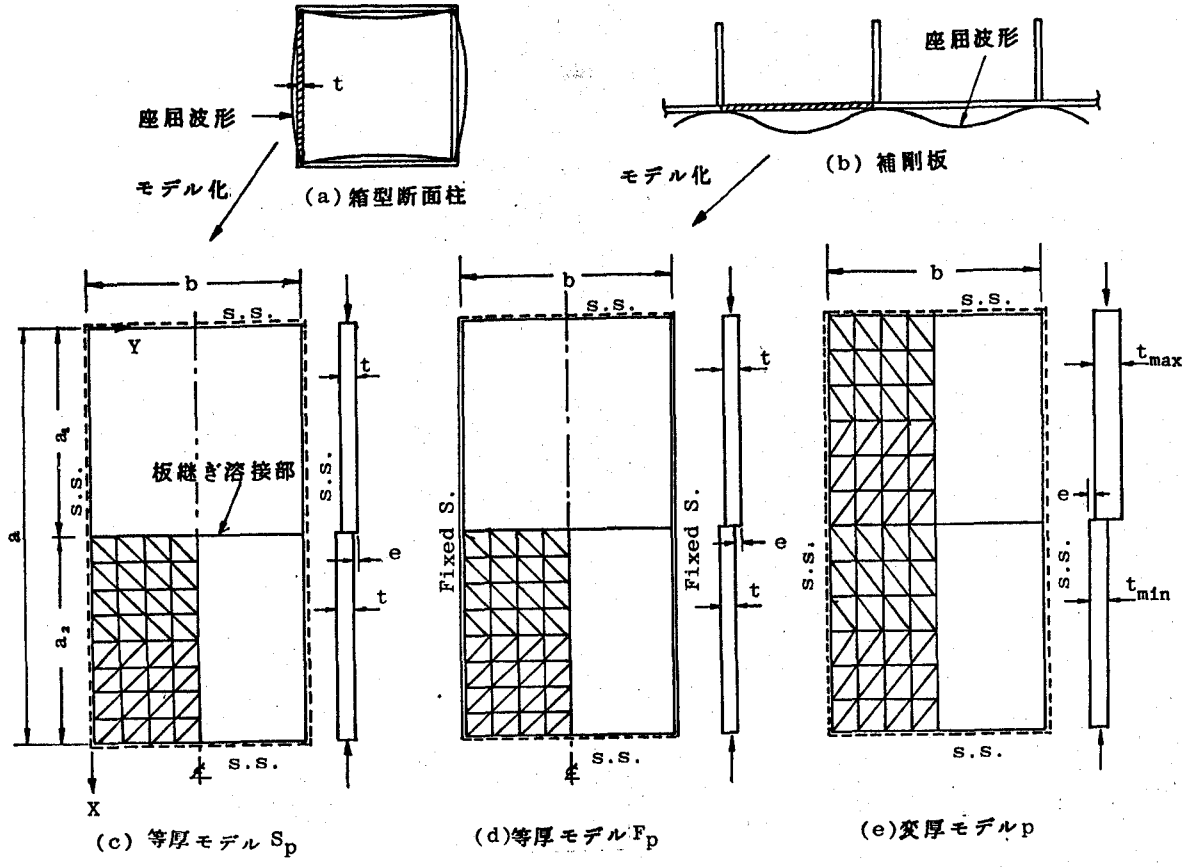
箱型断面柱の無補剛の構成パネルに対しては，図－4.3.2 c)に示すような周辺単純支持板，圧縮補剛板の板パネルに対しては，同図 d）の側辺固定の圧縮板にそれぞれモデル化する。これらは，同図 a)，b)にそれぞれ図示した座屈波形を想定したモデル化である。同図(e)に示す変厚モデルPは，変厚板の解析に用いた。等厚モデルで，目違い位置が中央にある場合には，たわみ波形の左右対称性と上下逆対称性を利用して，周辺支持板の¼を解析した。

なお，突き合せ溶接部の溶着金属による付加断面については，圧縮強度という面からはあまり影響がないものと思われるので無視することにした。

解析法としては，2．3節の有限要素法による弾塑性有限変位理論を用いた。

（2）解析結果及びその考察

有限要素法のメッシュ分割は，2.3節を参照して，図-4.3.2に示すように横方向には4分割とした。縦方向には，非常に複雑なたわみ波形（図-4.3.3 ～ 図－4.3.5 を参照）を示すと思われるので，メッシュ分割は十分に細かく12等分した。



図－4.3.2　解析モデル（周辺支持板）

旧道示及び新道示において，周辺単純支持板に対する基準耐荷力 $\bar{\sigma}_{mJ}$ は，幅厚比パラメータ R が0.7以上では，$0.49/R^2$ となり，急激に低下する。従って，$R=0.7$ の板の安全率が最も低い値となる（9.2節参照）．そこで，本節では，$R=0.7$ に固定し，解析モデル，目違い量，板厚比 t_{max}/t_{min} 及び縦横比 α を種々変化させたパラメトリック解析を行った。なお残留応力分布には，図－4.2.4のAタイプを採用し，残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc}$ には，3.4節で述べた補剛板の板パネル（SS41の場合）に対する提案値 $-0.3\bar{\sigma}_Y$ を用いた。

a．たわみ波形，

$R=0.7$，$\alpha=3$，e/t（or e/t_{min}）$=0.2$ の場合の板の中央線（$Y=\frac{b}{2}$）に沿ったたわみ波形を，解析モデル別に，それぞれ，図－4.3.3～4.3.5に

示す。ただし，変厚モデルの場合には，t_{max}/t_{min} は1.5で，Rの定義は薄い方の板厚 t_{min} を用いて行っている。その理由は変厚板を実際に設計する場合に薄い方の板厚 t_{min} を用いて強度計算を行うからである。

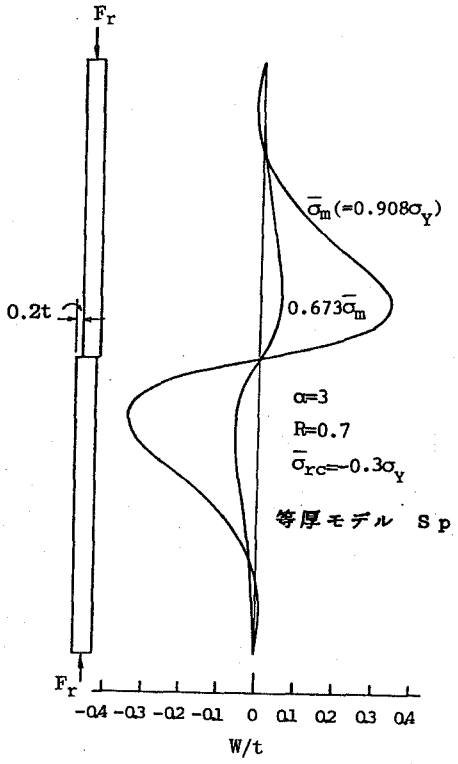
周辺単純支持と側辺固定支持の場合の解析結果である図－4.3.3と4.3.4より以下のことがわかる。

①最大たわみの位置は，接合されているそれぞれの板の中央ではなく，目違い位置の近くである。

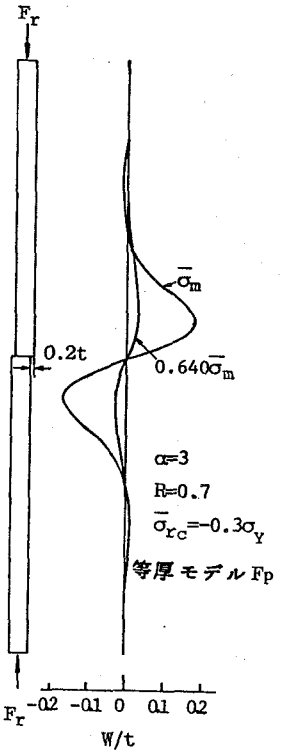
②載荷辺付近のたわみ及びたわみ角はほとんど生じていない。すなわち，載荷辺の支持条件はあまり強度に関係しないことが推測される。従って，圧縮板の縦横比は，あまり極限強度に影響しないものと思われる。

又，変厚板の場合の解析結果である図－4.3.5より以下のことがわかる。

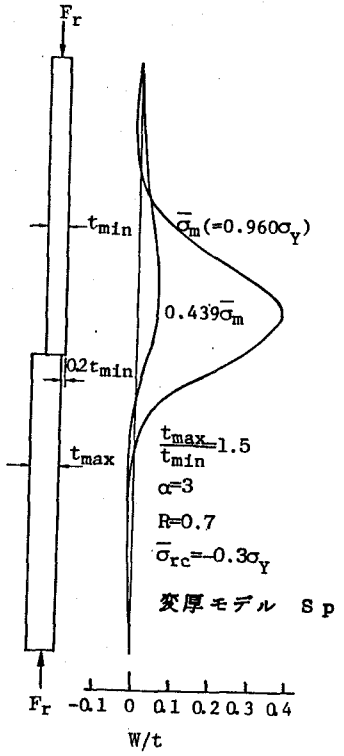
③逆対称のたわみ波形は生じない。



図－4.3.3 たわみ波形
（周辺単純支持板）



図－4.3.4 たわみ波形
（非載荷辺固定支持板）



図－4.3.5 たわみ波形
（周辺支持板，変厚偏心継手）

④薄い方の板のたわみのみが顕著に現われ厚い方の板が，それに引きずられているようにわずかなたわみ波形を示す。

⑤上記①,②と同様のことが言える。

b．目違い位置と極限応力度の関係

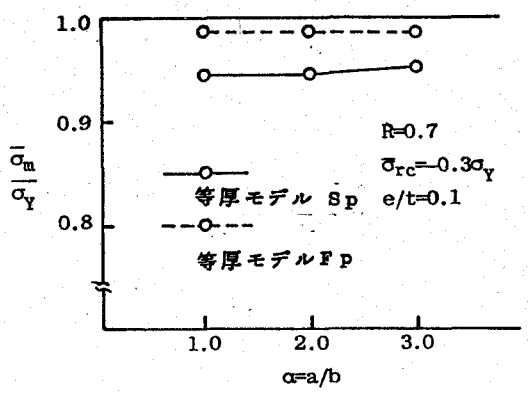
目違いが $X=a/2$ 及び $X=a/4$ 位置にある場合について解析したが，両者の強度はほとんど等しかった。

従って，以後は，すべて，$X=a/2$ 点に目違いが存在する場合について取り扱う。

C．縦横比 α と極限応力度の関係

縦横比 α ($=a/b$) と極限応力度の関係を図－4.3.6に示す。等厚モデルSp及びFp共，α が大きくなっても，$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ は，ほぼ一定値を示す。これは，図－4.3.3及び図－4.3.4のたわみ波形から推測した結果と一致する。

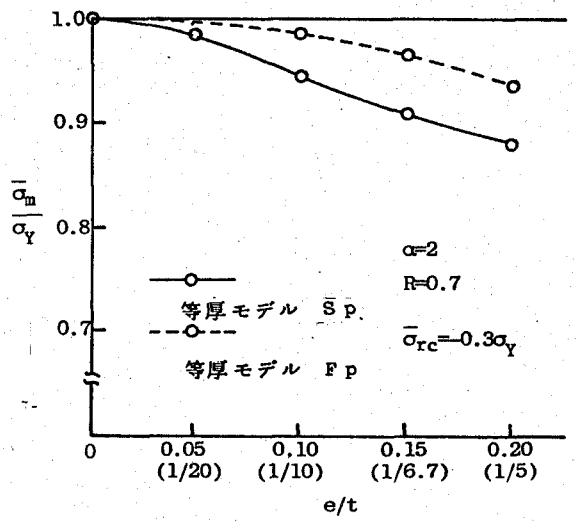
従って，以下の計算は $\alpha=2$ として行う。



図－4.3.6
縦横比と極限応力度の関係
（周辺支持板）

d．目違い量と極限応力度の関係

目違い量 e/t と極限応力度 $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ の関係を図－4.3.7に示す。等厚モデルSpの方がFpに比して，目違い量に対する敏感度が大きいことがわかる。道示の目違い量に対する許容値

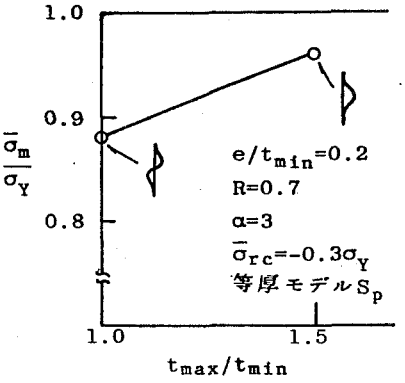


図－4.3.7　目違い量と極限応力度の関係
（周辺支持板）

は t/10 であるが，この値に対する極限応力度 $\bar{\sigma}_m$ は，等厚モデル Sp では，0.944 σ_Y，Fp では 0.986 σ_Y となった。

e．板厚比と極限応力度の関係

t_{max}/t_{min} =1.0 と 1.5 の場合の解析結果を図－4.3.8 に示す。この図より，変厚板においては，薄い方の板が厚い方の板に補強されるような傾向が認められる。又，t_{max}/t_{min} =1.0 では，逆対称のたわみが生じるが，t_{max}/t_{min} =1.5 では逆対称とならなかった。



図－4.3.8
板厚比と極限応力度の関係
（周辺単純支持板）

（3）実測目違い量と極限応力度の関係

a．補剛板の板パネル

3.3 節で示した目違い量の統計処理結果を用いて，以下の条件の基に，補剛板の板パネルの耐荷力評価を行う。

①板パネルの幅厚比パラメータ R（k=4）は 0.7 とする。

②等厚継手の場合を対象とする。

③目違い量 e/t の頻度分布は，表－3.3.3 に示したように，平均値 μ= 1/16.7，標準偏差 σ = 1/29.8 のワイブル分布（あるいはがこマ分布）に従う。

④目違い量 e/t による極限応力度の変化は図－4.3.7 に示した等厚モデル Fp の場合の $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ － e/t 曲線に従う。

目違い量 e/t が，$\mu+2\sigma$，$\mu+3\sigma$ 及び 1/10 の時の超過確率とそれぞれの目違い量に対応する極限応力度 $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ を表－4.3.1 の③，④，⑤列に示す。e/t = 1/10 は道示の許容限界値である。表－4.3.1 の⑤列を見るとわかるように，超過確率が 1%程度の大きな目違い量に対しても，極限応力度 $\bar{\sigma}_m$ の σ_Y からの低下量は 4%程度と極めて小さいことがわかる。又，

道示の許容限界値であるe/t=1/10の時には，$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$=0.986となり，強度低下はほとんど認められなかった。このように，圧縮耐荷力という面からは，補剛板の板パネルにおける目違い量の存在はほとんど問題にならないものと思われる。

表－4.3.1　目違い量と極限応力度の関係

目違い量		超過確率		$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$	
① k_n	② e/t	③ ワイブル分布	④ ガンマ分布	⑤ 等厚モデル F_p	⑥ 等厚モデル S_p
2	1/7.86	4.0 %	4.4 %	0.975	0.924
3	1/6.22	0.7	1.1	0.960	0.903
1.19	1/10	12.6	12.0	0.986	0.944

$e/t = \mu + k_n \cdot \sigma$　（μ：平均値　σ：標準偏差）
$R = 0.7$，$\alpha = 2$

b．箱型断面柱を構成する無補剛板パネル

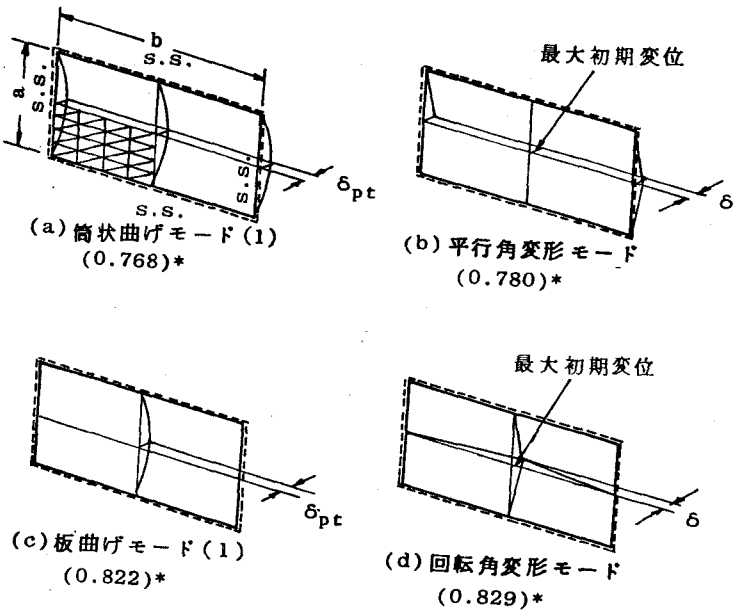
この種の板パネルに対しては，周辺単純支持の等厚モデルSpを用いるのが安全側の処置であると思われる。今回は，この種の板パネルの目違い量を実測しなかったが，この種の板パネルにも，補剛板の板パネルと同様の目違い量が存在すると仮定した時の，μ+2σ，μ+3σ及び1/10の目違い量e/tに対応する極限応力度$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$を表－4.3.1の⑥列目に示す。ただし，極限応力度の評価には，図－4.3.7に示すR=0.7，α=2の等厚モデルSpの場合の$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$－e/t曲線を用いた。超過確率4%（μ+2σ）及び1%（μ+3σ）に対応する$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$は，それぞれ，0.924，0.903となっている。又，道示の許容限界値の目違い量e/t=1/10に対しては，$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$=0.944となった。

このように，周辺単純支持の等厚モデルSpにモデル化された板パネルに対しては，目違い量の存在が必ずしも無視出来ないことがわかる。

4．3．2　角変形量を有する圧縮板

それぞれ図－4.3.9（b）及び（d）に示す平行角変形モードと回転角変形モードについて取り扱うことにする。

解析モデルとしては，一方向の一様相対圧縮変位を受ける面内自由の圧縮板を対象とする。更に，その幅厚比パラメータRは，4.3.1節と同様の0.7とする。縦横比αについては，4.2節の結果を参考にして，極限応力度が最も小さくなるα=0.5を用いた。



図－4.3.9　初期たわみモードと角変形モード
（＊：R=0.7,α=0.5 の時の $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ の値）

残留応力分布には，図－4.2.4のAタイプを用い，その残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc}$ は $-0.4\sigma_Y$ とした。

メッシュ分割数は，2.3節の結果を参考にして，4×4メッシュとした。

表－4.3.2　角変形モードと極限応力度の関係

ケース	初期不整モード	極限応力度		$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$
①	平行角変形モード	δ/b	1/150	0.780
②	回転角変形モード			0.829
③	筒状曲げモード(1)	δ_{pt}/b	1/150	0.768
④	板曲げモード(1)			0.822

等厚モデル Sp，R =0.7，$\bar{\sigma}_{rc}=-0.4\sigma_Y$，α =0.5

角変形量δをb/150とした時の極限応力度 $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ を表－4.3.2に示す。同表には，初期たわみ量 δ_{pt} をb/150とした時の筒状曲げモード(1)並びに板曲げモード(1)の初期たわみを有する場合の結果をも示している。平行角変形モードの場合は筒状曲げモード(1)の場合より，そして回転角変形モードの場合は板曲げモード(1)の場合より若干極限応力度が高いことがわかる。安全側の見地より，平行角変形モードは筒状曲げモーメント(1)，そして回転角変形モードは板曲げモード(1)の初期たわみに置換すれば，角変形量については，初期

たわみ波形を有する板継ぎ部のない板パネルと同様に取り扱うことが出来る。なお種々の初期たわみ波形を有する圧縮板の耐荷力評価については，文献5)を参照されたい。

4．4 結言

初期たわみ及び残留応力を有する周辺単純支持の一方向圧縮板の弾塑性有限変位理論に基づくパラメトリック解析を行い以下の成果を得た。

（1）2種の側辺面内境界条件に対して，初期たわみδ_{pt}，残留応力度$\bar{\sigma}_{rc}$及び幅厚比パラメータRをパラメーターとして，圧縮鋼板の極限応力度を算定出来るいくつかの図を提示した。

（2）Rが0.7付近より小さい領域では残留応力が極限応力度に及ぼす影響はほとんどなく，R=0.7付近から0.9付近に至るにつれ，その影響は徐々に顕著となり，Rが0.9付近より大なる領域ではその低下量がほぼ一定してくることがわかった。又，残留応力の存在により極限応力度は低下するが，残留応力度の大きさが$-0.5 \leq \bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y \leq -0.3$の範囲内ではその低下量はほぼ一定となることがわかった。更に，残留応力による極限応力度の低下の度合は初期たわみが小さいほど大きいことがわかった。

（3）残留応力とは逆に，初期たわみが極限応力度に及ぼす影響はRが0.7付近で最も顕著に現われ，Rが0.9付近より大なる領域ではほとんどその影響がないことがわかった。

（4）面内自由と面内平行横変位の場合の極限応力度の差はRが0.7付近より大きくなるにつれて徐々に大きくなり，0.7より小さい領域ではほとんど面内境界条件の影響がないことがわかった。

（5）面内自由と面内平行横変位の場合についての極限応力度曲線を設計資料として提示し，更に実用の便に供するため，その曲線を近似式で表した。

（6）面内自由の場合の極限応力度曲線を種々の実験結果と比較してその有用性を明示している。

板継ぎ部に目違い量を有し，幅厚比パラメータ R が0.7なる周辺支持の一方向圧縮板の弾塑性有限変位解析を行った結果以下の点が明らかになった。

（1）縦横比が増大しても，極限応力度は一定値を示す。

（2）非載荷辺固定（等厚モデル F_p）の場合より，周辺単純支持の圧縮板（等厚モデル S_p）の方が目違い量に対する敏感度が大きい。 $e/t = 1/10$ の場合のそれぞれの極限応力度 $\bar{\sigma}_m$ は $0.986\,\sigma_Y$ 及び $0.944\,\sigma_Y$ となった。

（3）変厚偏心継手においては，薄い方の板が厚い方の板に補強される傾向が現われた。

（4）補剛板の板パネルにおいては，超過確率が1%程度の大きな目違い量（$e/t = 1/6.2$）に対しても，極限応力度 $\bar{\sigma}_m$ の降伏点からの低下率は4%程度と極めて小さく，圧縮耐荷力という面からは，目違い量の存在はほとんど問題にならないことがわかった。

（5）周辺単純支持である等厚モデル S_p においては，超過確率が7%及び1%の目違い量に対応する極限応力度 $\bar{\sigma}_m$ の降伏点からの低下率は，それぞれ，7.6%，9.7%となった。このように等厚モデル S_p にモデル化された圧縮板においては，目違い量の存在が必ずしも無視出来ないことがわかった。

更に，板継ぎ部に角変形量を有する圧縮板の解析結果より以下のことがわかった。

（1）板継ぎ部に平行角変形モードの角変形量を有する板に対しては，筒状曲げモード(I)の初期たわみを有する板継ぎ部のない板に置き換えて極限強度を求めれば安全側のよい近似値を得ることが出来る。

又，同様に回転角変形モードの角変形量は板曲げモード(I)の初期たわみに置き換えることが出来る。

その際，初期変位の最大量を相等しく取ることが必要である。

参 考 文 献 （第 4 章）

1) 前田幸雄・日笠隆司：初期不整のある板要素の圧縮耐荷力について，昭和51年度土木学会関西支部年講概要集，Ⅰ－51，1976年5月。

2) Dwight,J.B. and A.T.Ractliffe : The strength of thin plates in compression,Thin Walled Steel Structures, their Design and Use in Building,Symposium at Univ. College of Swansea,11~14th September,1967.

3) Dorman,A.P. and J.B.Dwight : Tests on stiffened compression panels and plate panels,Int. Conf. on Steel Box Girder Bridges,1973.

4) 小松定夫・北田俊行：初期不整を有する圧縮板の極限強度特性に関する研究，土木学会論文報告集，第270号，1978年2月，P.1～14。

5) 小松定夫編：鋼橋部材の形状初期不整と耐荷力の統計学的研究，5.2自由突出フランジ及び板継ぎ部，JSSC日本鋼構造協会誌，Vol.16，No.170，1980年4月，（分担執筆）。

6) 小松定夫・牛尾正之・北田俊行：補剛材を有する圧縮板の極限強度に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第255号，1976年，11月，P.47～61。

第5章　初期不整を有する自由突出圧縮鋼板の極限強度特性について

5.1 緒言

本章では，プレートガーターの自由突出圧縮フランジ及び圧縮補剛板の縦補剛材などのような溶接組立て部材の自由突出圧縮板要素の極限強度特性について取り扱っている。これらの突出圧縮板要素は，実際には断面の他の構成要素に接合されており，それらの拘束の基に挙動するものである。

接合されている他の構造要素の曲げ剛性を評価するためには，弾性回転バネ定数を用いる方法[I-72]や，自由突出板と接合要素の連成現象を忠実に評価出来る解析モデルを用いる方法がある。しかし，そのようなことをすれば，パラメータが増加して，実用的設計資料の作成に支障をきたすので，これを回避し本研究では問題を単純化して安全側の見地より，突出板要素をその接合辺で支持され1辺で自由の単一板にモデル化し，この単一突出板の極限強度について論ずるものである。このようなモデル化は従来もよく行われている[I-41), I-42), I-191)]。

このような単一突出板の極限強度を理論的に取り扱うアプローチには，(i) 柱のねじり座屈問題として近似的に取り扱う方法と，(ii) 3辺支持1辺自由の等方性圧縮板として取り扱う方法の2種類が存在すること，及び，それらの方法の歴史的な背景については1.2.3節で述べた通りである。

本研究では，以下のような理由で自由突出圧縮板を3辺支持1辺自由の等方性板として解析することにする。

①支持側辺及び自由縁での境界条件を正確に評価することが重要である。例えば，棒のねじり座屈として簡易に扱うと，支持側辺が固定の場合の解析が出来ない。

②圧縮軸に直角方向のたわみ波形を正確に評価する必要がある。実際に

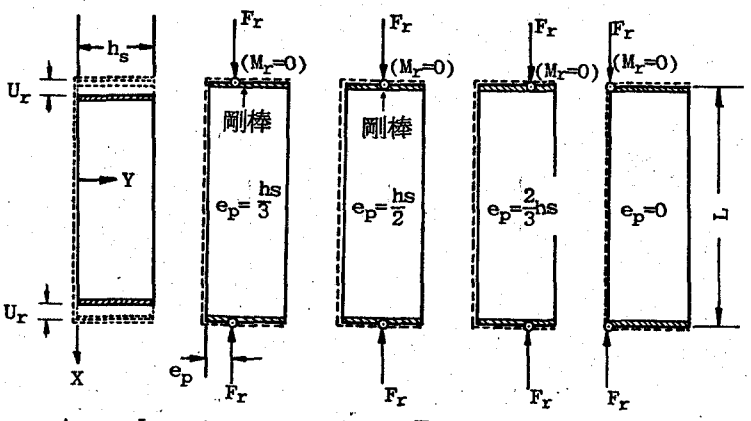
は横断面は剛体回転するとは限らない。

③本文中でも述べるが，弾塑性域での座屈では，縦横比 α が1～2の付近で最も極限強度が低下する。このように縦横比の小さい自由突出板では，棒としてよりは板としての性状を強く示す。[I-81)]

④将来，突出板とそれに接合している他の板要素との連成現象を考える時に，断面変形がないとする棒のねじり理論は役に立たず，研究に発展性及び一般性がない。

又，初期たわみが存在する板では，圧縮荷重の増加と共に，応力の再配分が生じる。この現象を忠実に評価するために本研究では有限変位理論を用いることにした。更に，圧縮板，特に，残留応力を有する板の極限応力度を正確に評価するため，塑性流れ理論に従って，板厚方向及び板面内方向の塑性域の広がりを忠実に追跡することにした。

5・2節では，図-5.2.1に示すような5種類の載荷状態にある自由突出圧縮板を対象とし，初期たわみ及び残留応力を種々変化させたパラメトリック解析を行い，自由突出圧縮板の極限強度について考察を行っている。



図－5.2.1　載荷方法

次に，5.3節においては，5.2節のパラメトリック解析の結果及び3.2節で示した自由突出圧縮フランジの初期たわみの統計処理結果を用いて，実測初期たわみと極限強度との関連性について述べている。

更に5.4節においては，3.3節で示した板継ぎ溶接部初期不整（目違い量及び角変形量）の統計処理結果を用いて，板継ぎ溶接部を有する自由突出圧縮板の極限強度特性について取り扱うことにする。

5．3及び5．4節の研究は既に述べたＩＤＭ委員会の調査研究活動の一環として行ったものである[7]。

5．2 初期にわみと残留応力を有する自由突出圧縮鋼板の極限強度特性

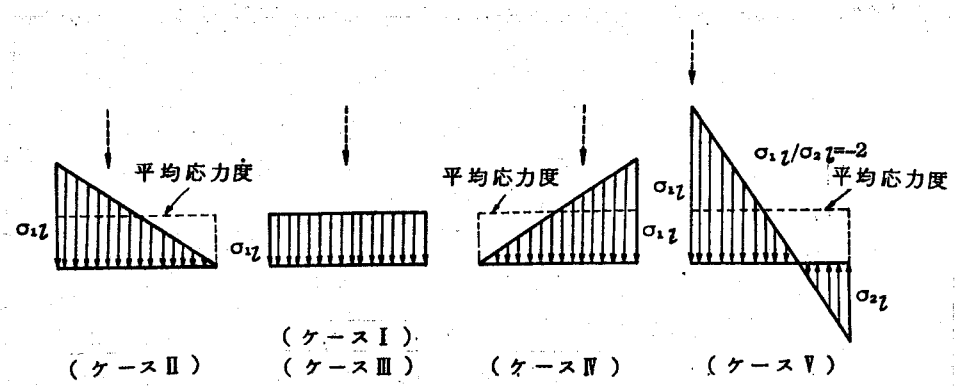
5．2．1 解析法

解析法には，2.3節の弾塑性有限変位理論に基づいた有限要素法を用いる。自由突出板を図－2.3.40に示すような3辺単純支持1辺自由の等方性圧縮板にモデル化する。支持側辺における面内境界条件については，自由突出板の面内側方曲げによる柱としての不安定現象と横倒れ不安定現象の連成を避けるためＹ軸方向の変位を拘束する場合を取り扱った。念のため，図－5.2.1のケースⅠに示すような一様相対圧縮変位を受ける場合について，Ｙ軸方向変位を拘束する場合としない場合の2通りを比較計算したが両者の結果には有意な差は認められなかった[5]。載荷辺では，図－2.3.40に示すような剛棒を取り付け，剛棒の外側に設けたヒンジＲに相対圧縮変位を与えることにより，板に圧縮応力と面内曲げ応力を導入した。導入する面内曲げ応力の相対的大きさは，ヒンジＲを設ける位置(e_p)によって調整する。この方法によると，圧縮変位を与えるに要する外力F_Rを計算することになり，極限状態通過後の収束性や精度について良好な結果が得られる。それで極限応力度を正確に評価することが出来ると考える。

（１）載荷方法

載荷方法としては，図－5.2.1に示す5つのケースを考えた。ケースⅠでは一様相対圧縮変位を与え，ケースⅡ～Ⅴでは剛棒に設けるヒンジの位置を，それぞれ，$e_p = h_s/3$，$h_s/2$，$2h_s/3$，0と変化させ，ヒンジ位置で外力モーメント$M_R = 0$なる条件で相対圧縮変位を与えた。弾性線形解析では，ケースⅠとケースⅢは全く同じ結果になるが，有限変位解析では非常

に異なった挙動を呈する。ケースⅠの場合，板が横倒れ変形を起こすまでの初期の段階では，板に生じる軸方向応力による合力の作用位置はケースⅢと一致するが，板の横倒れ変形が大きくなるにつれて，応力の合力の作用線は，支持側辺の側へと移動して行く。

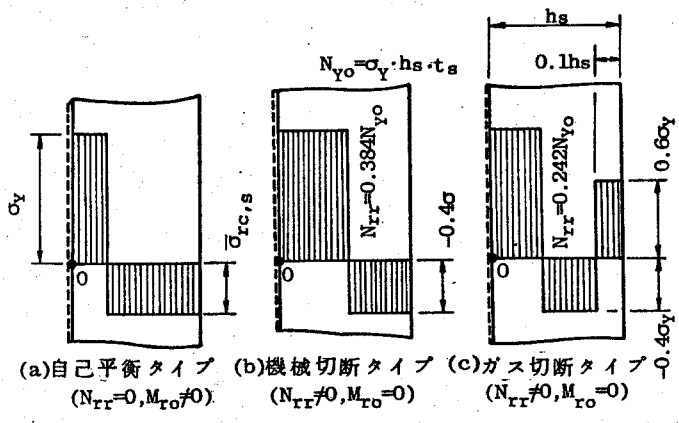


図－5.2.2 弾性線形解析による応力分布

弾性の線形解析を行った時の各ケースの応力分布を図-5.2.2に示す。

（2）残留応力

今回の解析に用いた3種の残留応力分布を図-5.2.3に示す。残留応力による軸方向合力をN_{rr}，同じく支持側辺の点回りのトルクをM_{ro}とする。図-5.2.3(a)は，$N_{rr}=0$ の自己平衡タイプである。等脚の十字型断面柱の一構成板要素などの残留応力分布はこのタイプに属すると考えられる。残留応力によるトルクは断面全体で0になればいいから，自由突出フランジや十字型断面柱の場合には，各構成板要素では，M_{ro} は0になる必要はない。実際には，ガス切断の熱の影響で自由縁付近には図-5.2.4 に示すような引張りの残留応力が存在するが，今回は，安全



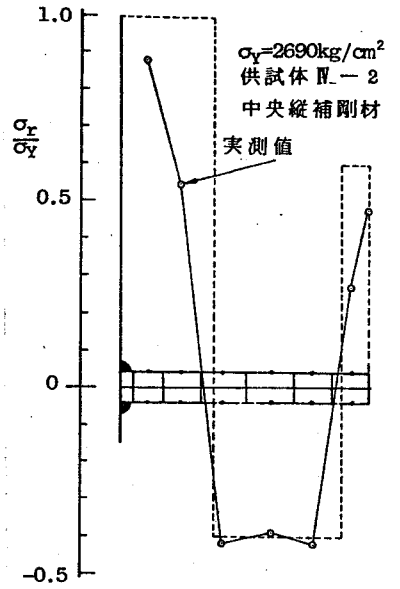
図－5.2.3 残留応力分布のパターン

側の見地より，図－5.2.3(a)のような分布形と仮定した。

図－5.2.3(b)と(c)は，$M_{ro}=0$ のタイプである。板の片面のみに補剛された板（以下，偏心補剛板という。L型及びT型断面柱などの突出板も含む）の補剛材などを想定したものである。補剛板の板パネルの残留応力による面外曲げモーメントは小さく無視すると，補剛材の残留応力によるトルク M_{ro} は0になる必要がある。しかし，残留応力による軸方向合力は補剛板全体で0になればよく，補剛材内の残留応力による合力 N_{rr} は0になる必要はない。タイプ(b)は，先端を機械仕上げした場合，タイプ(c)は先端をガス切断した場合を想定したものである。タイプ(c)が最も実際的な分布形であり，先端部の残留引張応力の大きさとその分布幅は，3.4節の補剛板の実測値を参照にして定めた。残留圧縮応力度が $-0.4\sigma_Y$ 程度の実測結果とタイプ(c)を比較して図-5.2.4に示す。タイプ(c)が実測結果によく適合していることがわかる。タイプ(a)の残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc,s}$ の大きさは，十字形断面柱を用いた福本・伊藤[I-72]の実測結果を参照にして $-0.4\sigma_Y$ とした（SS41材の場合）。

タイプ(b)及び(c)の残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc,s}$ は，3.4節に示したように補剛板の補剛材では，$-0.2\sigma_Y$（SS41）程度であるが，それ以外の構造要素（T型，L型断面柱の一構成板要素など）のことも考慮し，安全側の見地より，$\bar{\sigma}_{rc,s}=-0.4\sigma_Y$ とした。

なお，載荷ケースIでタイプ(a)の場合，残留応力による極限応力度の敏感性を調べるため $\bar{\sigma}_{rc,s}$ を $0\sim-0.4\sigma_Y$ の範囲内で変化させた解析も行っ



図－5.2.4
実測残留応力分布（補剛材）

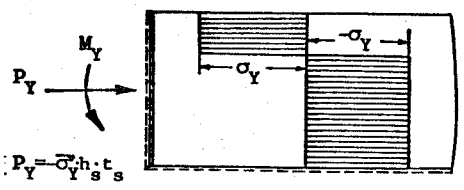
てみた。

（３）初期たわみ

5.2節においては，5.3.2節で述べる理由により，すべて図-2.3.42に示す初期たわみ波形（板曲げモード（2））を用いた。初期たわみの大きさは道示のフランジに対する直角度の規準を参照にして，$\bar{w}_0/h_s = 1/100$とした。なお，載荷ケースIの場合，初期たわみに対する極限応力度の敏感性を調べるため $\bar{w}_0/h_s$ を 0.0005～0.025の範囲内で変化させた解析も行ってみた。

（４）全塑性平均圧縮応力度

今回の解析モデルにおいては，自己平衡にない残留応力分布の存在及び面内曲げ荷重の存在により，板が座屈しないとした場合でもその極限平均圧縮応力度$\bar{\sigma}_Y^*$は，降伏点σ_Yに必ずしも一致しない。この$\bar{\sigma}_Y^*$を求めるに当り，圧縮力P_Yと曲げモーメントM_Yを受ける時，自由突出板は図-5.2.5に示すように全断面塑性状態になると仮定している。軸力及び曲げモーメントのつり合い条件より次式を得る。



図－5.2.5　全断面塑性状態

$$\left(\frac{P_Y}{N_{Y0}} - \frac{N_{rr}}{N_{Y0}}\right)^2 \pm \left(\frac{M_Y}{M_{Y0}} + 2\frac{N_{rr}}{N_{Y0}}\right) = 1 \qquad \cdots\cdots(5.2.1)$$

ここに，$P_Y = \bar{\sigma}_Y^* \cdot h_s \cdot t_s$ ，$N_{Y0} = \sigma_Y \cdot h_s \cdot t_s$

$M_Y = P_Y \cdot (e_p - h_s/2)$，$M_{Y0} = \sigma_Y \cdot h_s^2 \cdot t_s/4$ ---(5.2.2～5)

式(5.2.2)～(5.2.5)を式(5.2.1)に代入し，整理すると，

$$\left(\frac{\bar{\sigma}_Y^*}{\sigma_Y}\right)^2 + (\pm\alpha_e - 2\bar{\varepsilon}_{rr})\frac{\bar{\sigma}_Y^*}{\sigma_Y} \pm 2\bar{\varepsilon}_{rr} - 1 = 0 \qquad \cdots\cdots(5.2.6)$$

ここに，$\alpha_e = 2 - 4 \cdot e_p/h_s$ ，$\bar{\varepsilon}_{rr} = N_{rr}/N_{Y0}$ -----(5.2.7，8)

式(5.2.6)を用いて，各種載荷方法及び残留応力分布に対して，$\bar{\sigma}_Y^*/\sigma_Y$

を求めその結果を表－5.2.1に示す。ただし，ケースIについては，圧縮変位が増加するにつれて圧縮応力の合力が支持辺側に移動し，最終的には全断面が圧縮の降伏点に達すると考えた。以下，この$\bar{\sigma}_Y^*$のことを全塑性平均圧縮応力度と言う。この$\bar{\sigma}_Y^*$が横倒れによる強度低下量を考察する際の基準となるものである。

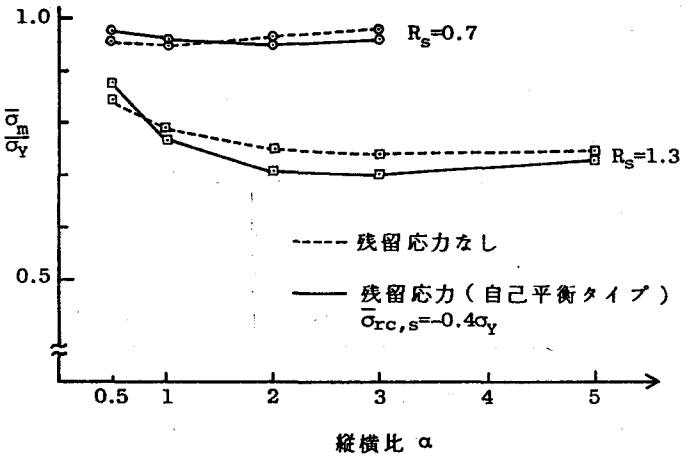
表－5.2.1　$\bar{\sigma}_Y^*/\sigma_Y$（自由突出板）

残留応力＼ケース	I	II	III	IV	V
	$\bar{\sigma}_Y^*/\sigma_Y$				
なし	1.0000	0.7207	1.0000	0.7207	0.4142
ガス切断	1.2422	1.1064	0.9602	0.5909	0.6564
機械切断	1.3843	1.2702	0.8991	0.4420	0.7625

5．2．2　解析結果

（1）縦横比と極限応力度の関係

縦横比α（$=l/h_s$）と極限応力度$\bar{\sigma}_m$の関係を図-5.2.6～図-5.2.9に示す。式(2.3.283)に示す幅厚比パラメータR_sが0.7の板では，ケースI～IIIのすべての場合について，$\alpha=1\sim2$の間で$\bar{\sigma}_m$が最も小さくなっている。$R_s=1.3$の板では，ケースIの場合は$\alpha=2\sim3$の間で$\bar{\sigma}_m$が最も小さくなっている。他の場合は，αが大きくなるにつれて$\bar{\sigma}_m$が小さくなる傾向を示しているが，ケースIII及びIIでは，$\alpha=3$でほぼ一定値に収束していることがわかる。

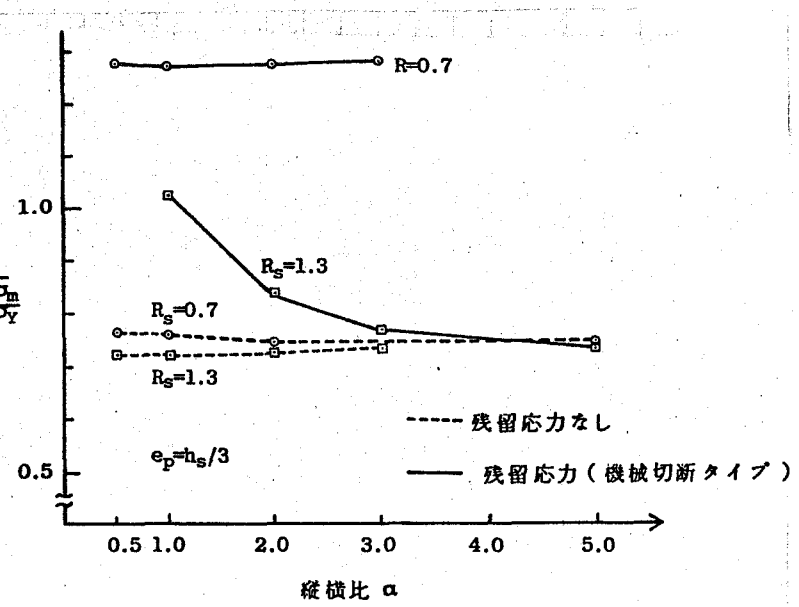


図－5.2.6
縦横比と極限応力度の関係（ケースI）

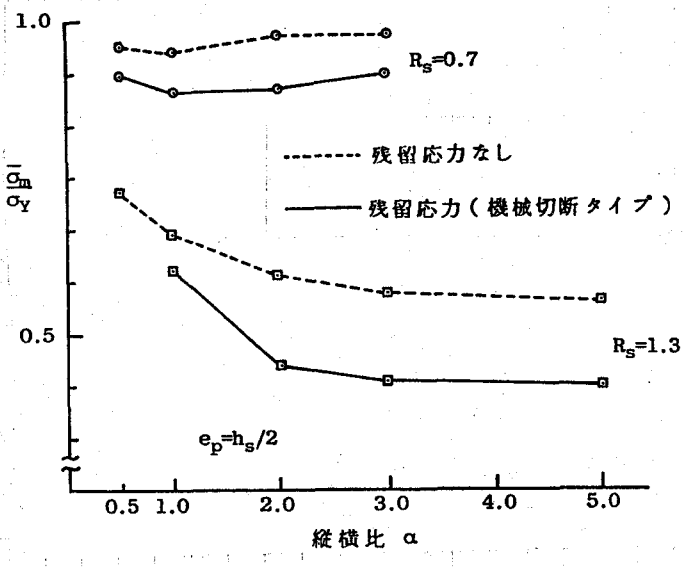
（2）平均圧縮応力度とたわみの関係

次に，ケースI～IIIの$R_s=0.7$及びケースIVの$R_s=0.873$（$h_s/t_s=16$）の場合の平均圧縮応力度$\bar{\sigma}$と自由縁中央点のたわみの関係を図－5.2.10

～5.2.14に示す。ケースⅠ,Ⅱ,Ⅲでは初期たわみ及び残留応力の存在により全塑性平均圧縮応力度 $\bar{\sigma}_Y^*$ より若干の強度低下が認められる。しかし，ケースⅡではほとんど強度低下は認められないことがわかる。旧道示では，腹板の中間垂直補剛材及び引張応力を受ける突出板においては $h_s/t_s \leq 16$ という規準を設けている。ただし，新道示では，$h_s/t_s \leq 1.3$ と改訂されている。中間垂直補剛材は腹板の斜張力による偏心圧縮力を受ける。このことに関連して図-5.2.14は，$h_s/t_s = 16$ なるケースⅣの結果を示したものである。ケースⅣの場合には，図-5.2.2に示したように自由縁で引張応力を受けるため，自由縁でのたわみは初期たわみを減少させる方向に変位し，突出板は横倒れ現象を起こさないことがわかる。従って，$\bar{\sigma}_m$ も完全に $\bar{\sigma}_Y^*$ に達していることがわかる。



図－5.2.7
縦横比と極限応力度の関係（ケースⅡ）

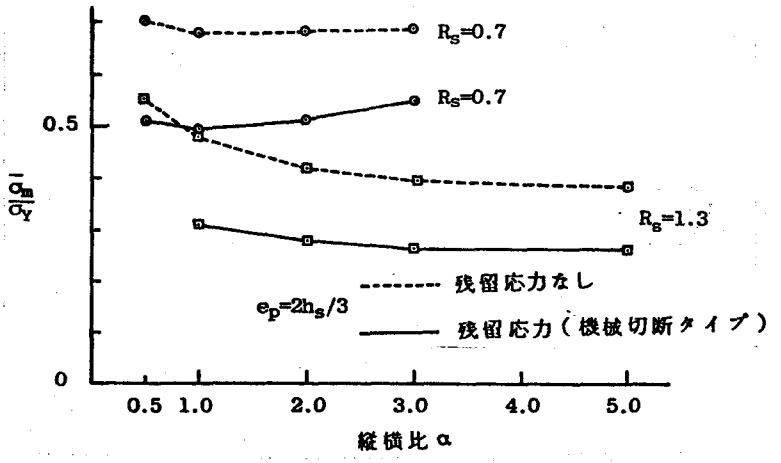


図－5.2.8 縦横比と極限応力度の関係
（ケースⅢ）

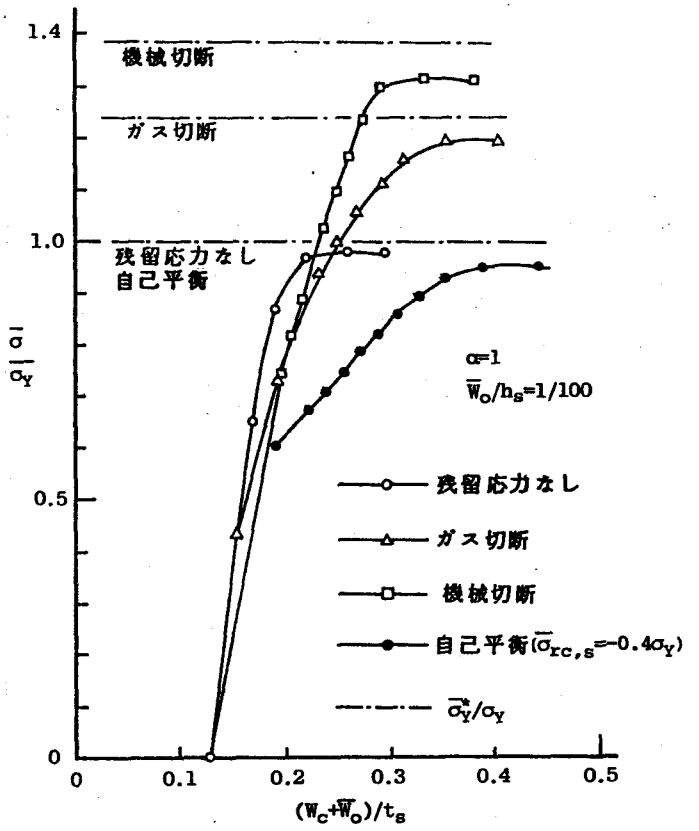
（3）幅厚比パラメータ R_s と極限応力度の関係

ケースⅠ～Ⅳの場合について，幅厚比パラメータ R_s ($k=0.425$) と極限応力度 $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ の関係を図-5.2.15～5.2.18に示す。新道示(1980.2)[I-191]では，$h_s/t_s \leq 16$ までその適用範囲を拡張している。SM58材($\sigma_Y=4600\ kg/cm^2$)では，$h_s/t_s=16$ で $R_s=1.21$ となる。この点を考慮して，$0.5 \leq R_s \leq 1.3$ について計算を行った。縦横比に関しては $\alpha=1$ 及び $\alpha=3$ の場合について解析し，小さい方の $\bar{\sigma}_m$ を採用することにした。$\alpha=3$ より，$\alpha=1$ の場合の $\bar{\sigma}_m$ の方が小さくなる時の R_s の範囲を表-5.2.2に示す。

ケースⅠの場合(図-5.2.15)，$R_s>0.7$ の自由突出板では，残留応力の存在により $\bar{\sigma}_m$ がかなり低下することがわかる。このことは，弾塑性座屈理論の立場からも言われている。[I-41]



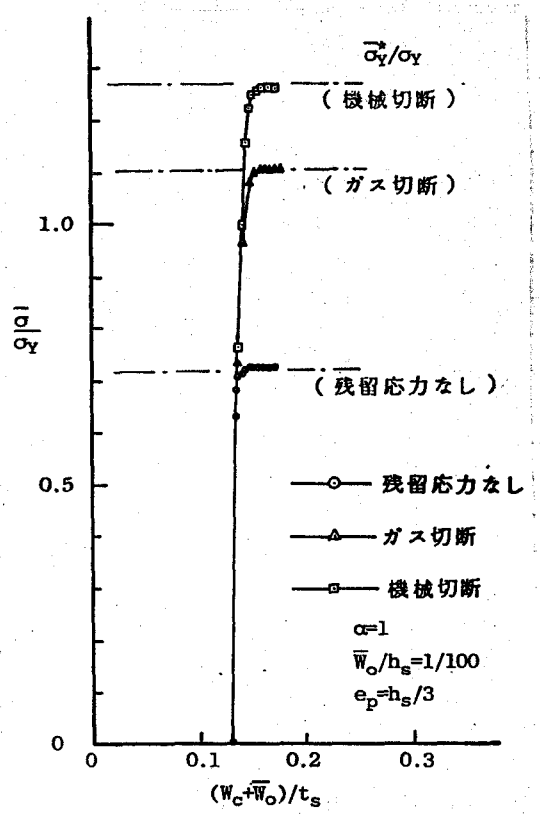
図－5.2.9　縦横比と極限応力度の関係（ケースⅣ）



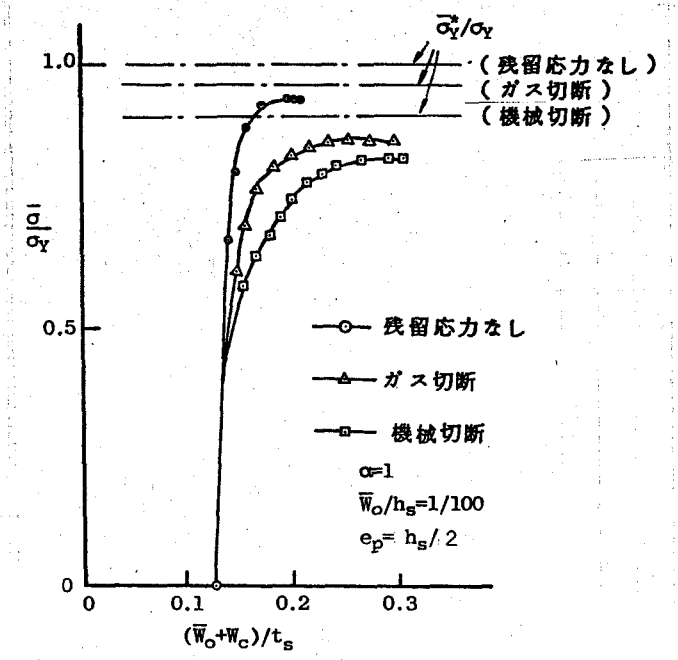
図－5.2.10　平均圧縮応力度と自由縁中央点のたわみ（ケースⅠ，$R_s=0.7$）

又，$R_s=0.7$の板では，$\bar{W}_o/h_s=1/100$の初期たわみの存在により，降伏点から約5%の強度の低下が認められる。

ケースⅡの場合（図－5.2.16），$R_s \leq 0.9$の範囲では，初期たわみ及び残留



図－5.2.11 平均圧縮応力度と自由縁中央点のたわみ（ケースⅡ，Rs＝0.7）

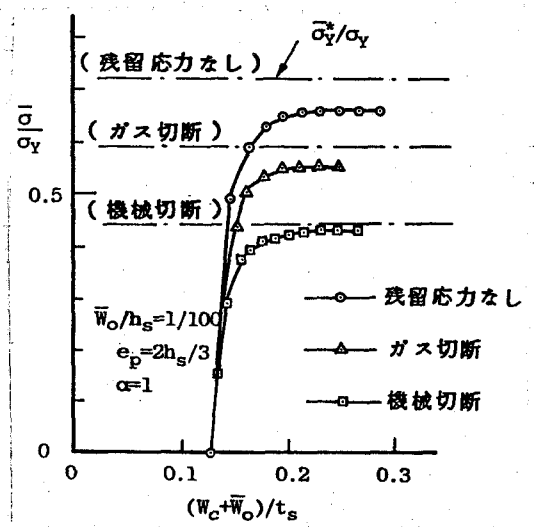


図－5.2.12 平均圧縮応力度と自由縁中央点のたわみ（ケースⅢ，Rs＝0.7）

表－5.2.2 $\alpha=3$より$\alpha=1$の場合の$\bar{\sigma}_m$が小さくなる時のRsの値

残留応力＼ケース	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
なし	0.5∿0.9	0.5∿1.3	0.5∿0.9	0.5∿0.9
自己平衡	0.5∿0.7	——	——	——
ガス切断	——	0.5∿0.9	0.5∿0.9	0.5∿0.9
機械切断	——	0.5∿0.9	0.5∿0.7	0.5∿0.9

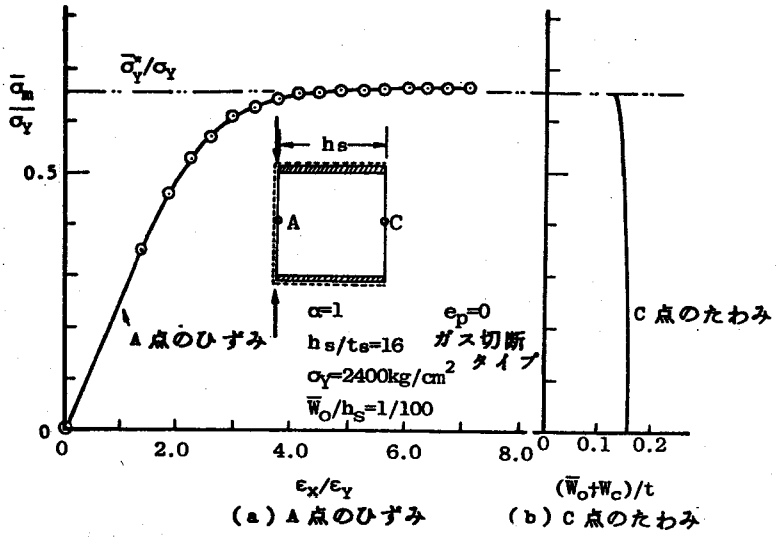
—— 解析を行わなかつた



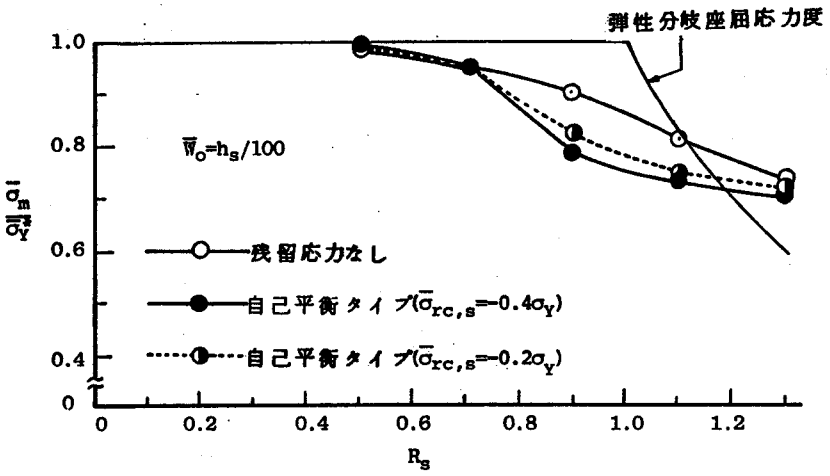
図－5.2.13 平均圧縮応力度と自由縁中央点のたわみ（ケースⅣ，Rs＝0.7）

応力の存在によりほとんど強度の低下は認められない。 又，$R_s > 0.9$ なる板では，初期たわみによる強度低下はわずかであるが，残留応力による強度低下は大きい。

ケースⅢの場合（図－5.2.17），$R_s = 0.5$ の板では，初期たわみ及び残留応力の存在による強度の低下しほとんど認められない。 又，R_s が1の付近で初期たわみ及び塑性による強度の低下が最も大きく現われることがわかる。 残留応力の影響は $R_s \geq 0.9$ ではほぼ一定と考えられる。 $R_s = 0.9$ を境にして，最も危険となる残留応力のタイプが，ガス切断タイプから機械切断タイプに入れ変っている。 これは，$R_s < 0.9$ の場合，機械切断タイプの支持側辺付近の幅広い引張り残留応力部分が有利に働き，逆に，$R_s > 0.9$ の領域では，先端部の残留圧縮応力分布が不利に働いたためと思われる。 ケースⅢの $R_s = 0.7$ の板では，残留応力がない場合，ガス切断タイプ及び機械切断タイプ

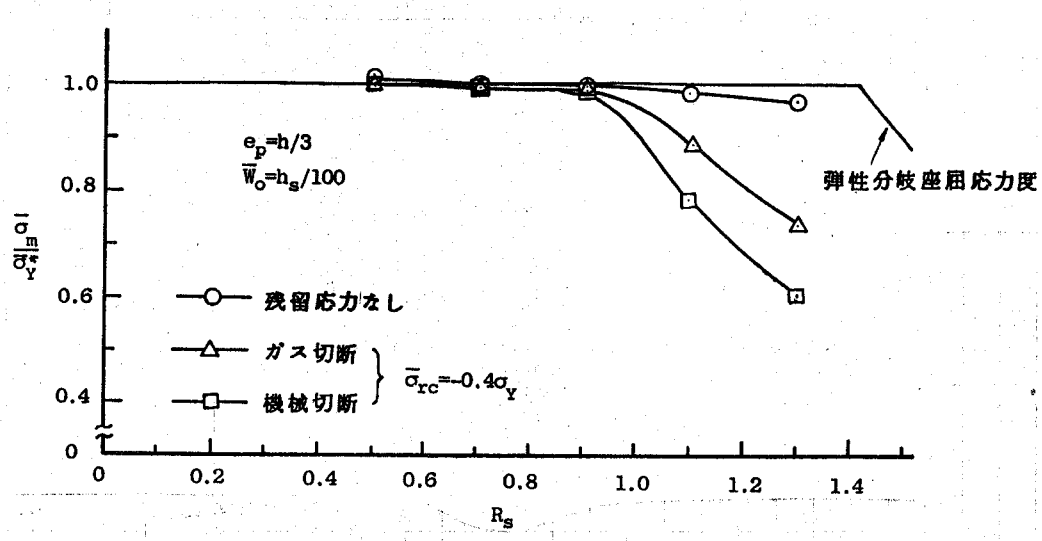


図－5.2.14 平均圧縮応力度と自由縁中央点のたわみ及び平均軸方向ひずみ（ケースⅤ，Rs=0.873）



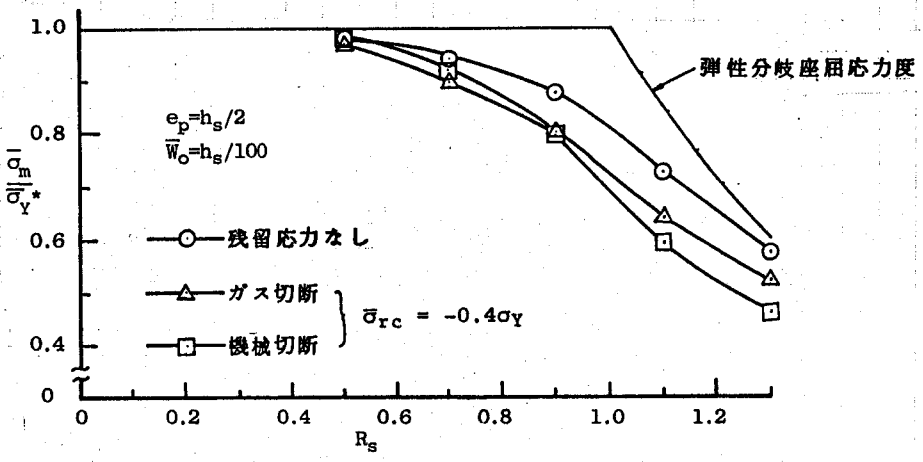
図－5.2.15 R_s と $\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_Y^*$ の関係（ケースⅠ）

の残留応力が存在する場合のそれぞれの$\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_Y^*$は，0.94，0.89及び0.91となった。



図－5.2.16 R_s と $\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_Y^*$ の関係（ケースII）

次にケースIIIの場合(図-5.2.18)についても$R_s=0.5$では，初期たわみ及び残留応力による強度の低下はほとんど認められない。又，残留応力による強度の低下量は，他のケースの場合と違って，$0.5 \leq R_s \leq 1.3$の範囲内で一定している。

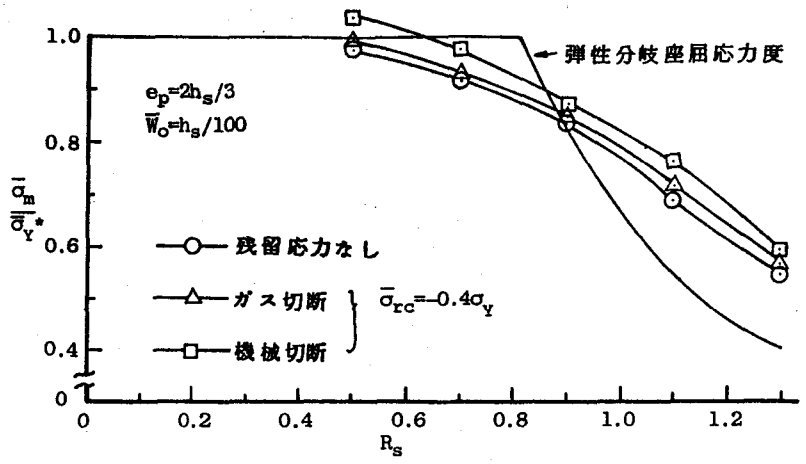


図－5.2.17 R_s と $\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_Y^*$ の関係（ケースIII）

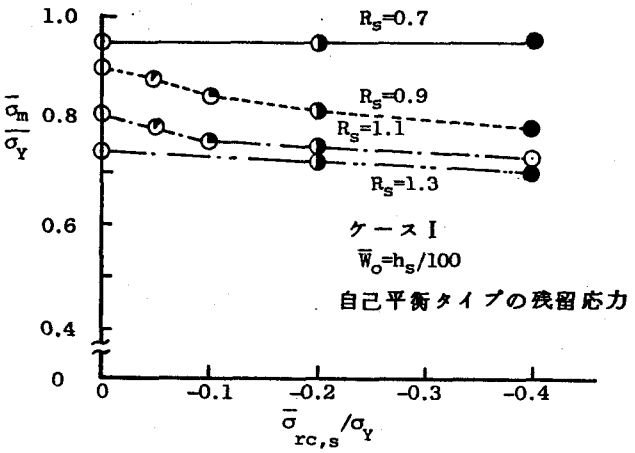
更に，ケースIIIの場合には，残留応力のない場合の$\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_Y^*$が最も小さくなった。ただし，$\bar{\sigma}_m$の絶対値そのものは，大きい方から並べると，残留応力なし，ガス切断タイプ，機械切断タイプとなっていた。これは，今回用いた残留応力分布が，全断面塑性状態での応力分布とよく類似しており，残留応力が存在する場合には，この全塑性応力状態に達しやすく，$\bar{\sigma}_Y^*$が小さく

なるためである。

一方，残留応力がない場合には，全塑性応力状態へと応力の再分配がなされるためには，かなりの変形量が必要であり，$\bar{\sigma}_Y^*$ が比較的大きくそこに至るまでに板が不安定状態になるためと思われる。ケースⅢの R_s =0.7の板では，残留応力がない場合，ガス切断及び機械切断タイプの残留応力分布を有する場合のそれぞれの $\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_Y^*$ は，0.91，0.93，0.97，$\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_Y$ は0.66，0.55，0.43となった。



図－5.2.18 R_s と $\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_Y^*$ の関係（ケースⅣ）

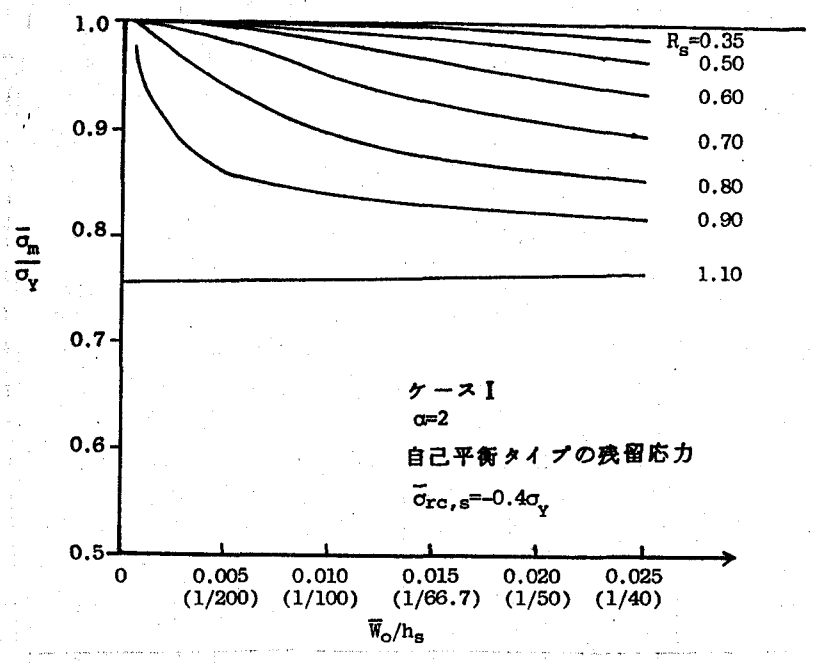


図－5.2.19 残留応力度と極限応力度の関係

（4）残留応力及び初期たわみの極限応力度への影響

自己平衡タイプの残留応力を有するケースⅠの場合について，残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc,s}$ と極限応力度 $\bar{\sigma}_m$ の関係を調べ図－5.2.19に示す。幅厚比パラメータ R_s が0.9と1.1の突出板の極限応力度は，$\bar{\sigma}_{rc,s}$ が0～－0.2・σ_Y の範囲内で，残留応力の大きさに非常に敏感に左右されることがわかる。$|\bar{\sigma}_{rc,s}|$ が0.2σ_Y より大きい場合，及び，R_s が0.7の場合には，極限応力度は残留応力の大きさにそれほど敏感ではないことがわかる。

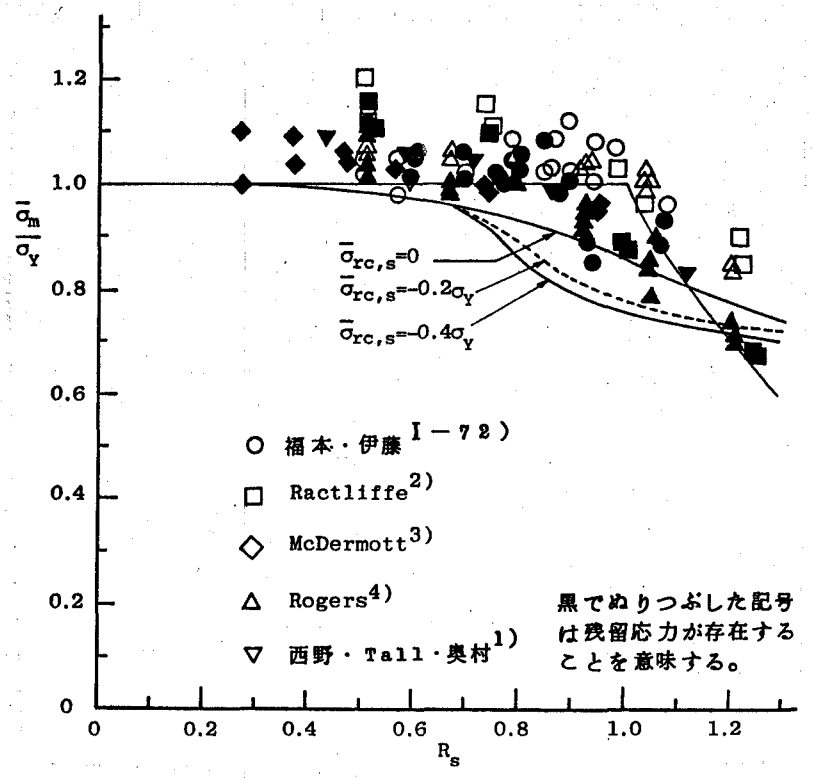
又，残留圧縮応力度を$-0.4\sigma_Y$に固定し，初期たわみを変化させた場合の結果を図－5.2.20に示す。R_sが0.8～0.9の突出板の極限応力度が初期たわみに最も敏感に左右されることがわかる。又，$R_s>0.6$ではR_sが大きくなる程，$\bar{w}_o/h_s>1/100$の範囲で，初期たわみに対する敏感度が低くなることがわかる。



図－5.2.20 初期たわみと極限応力度の関係

5.2.3 各種実験結果との対比

ケースIの解析結果と一様相対圧縮変位を受ける十字形断面柱[I-72), 1)~3)]及び帯板[4)]を用いた実験結果との比較を図－5.2.21に示す。ここで採用した実験値



図－5.2.21 本解析値と種々の実験結果との比較
（自由突出圧縮板）

は，R_sく1.3の実際的な幅厚比領域のものに限られている。 R_s > 1.2のあまり実用されない領域を除いて，本極限応力度曲線は，各種実験値の下限値に適合している。 0.7くR_sく1.0の範囲で若干計算値が小さめであるのは，実験供試体に含まれる残留圧縮応力度あるいは，初期たわみなどが本計算に仮定した値に比して小さめであったものが多かったためと思われる。

又，R_s > 0.8なる領域では，残留応力の有無により，実験結果が完全に2つの領域に分かれ，R_sが大なる領域では，残留応力が極限強度に及ぼす影響が大きいことがわかる。 この傾向は，本解析結果からもうなずける。

5.2.4 Chatterjee-Dowlingの耐荷力算定式の検討

1.2.3節で述べたように Chatterjee-Dowling[I-75]は，初期たわみのある自由突出板のねじり変形に関する弾性解を有限変位理論の立場から近似的に求め，ある点の局部降伏を耐荷力の基準とする Perry-Robertson の考え方を用い，一様相対圧縮変位を受ける場合の近似的な耐荷力算定式として，次式を提案している。

$$\bar{\sigma}_m / \sigma_Y = (m_f - 1)/(2.6 \cdot r^2 \cdot m_f) + 0.658 \cdot S^2 (m_f^2 - 1) \cdots (5.2.9)$$

$$3.849 \cdot r^2 S^2 \cdot m_f^2 - 1/m_f = 2.6 r^2 + 3.849 r^2 S^2 - 1 \quad \cdots (5.2.10)$$

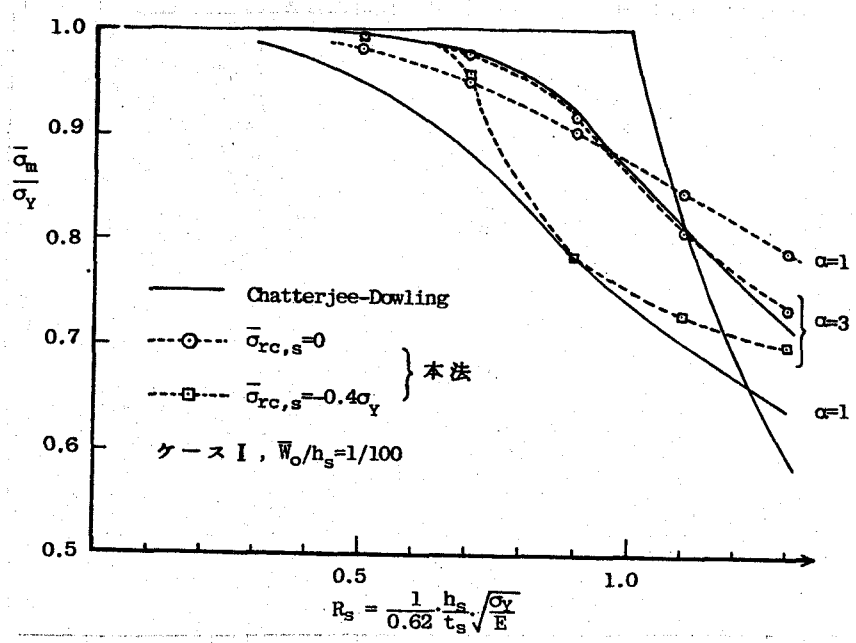
ここに，

$$r = \frac{h_s}{t_s}\sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \quad , \quad S = \frac{\bar{w}_0}{L}\sqrt{\frac{E}{\sigma_Y}} \qquad ----(5.2.11, 12)$$

式(5.2.9)，(5.2.10)を用いた結果と本解析結果を図-5.2.22に示す。縦横比αが3で，残留応力がない場合には，両者の結果はよく一致しているが，残留応力が存在する場合には，R_s > 0.6なる領域ではかなりの相違が見られる。 又，αが1と比較的縦横比が小さい場合には，両者の値は全く一致していない。 このことから以下のことが結論出来る。

Chatterjee-Dowlingの近似式は，残留応力がない板ではR_sの全域に渡っ

てα=3なる場合に有効であり，残留応力が存在する板では，α=3でRs≦0.6の領域に対してのみ適用出来ることがわかった。



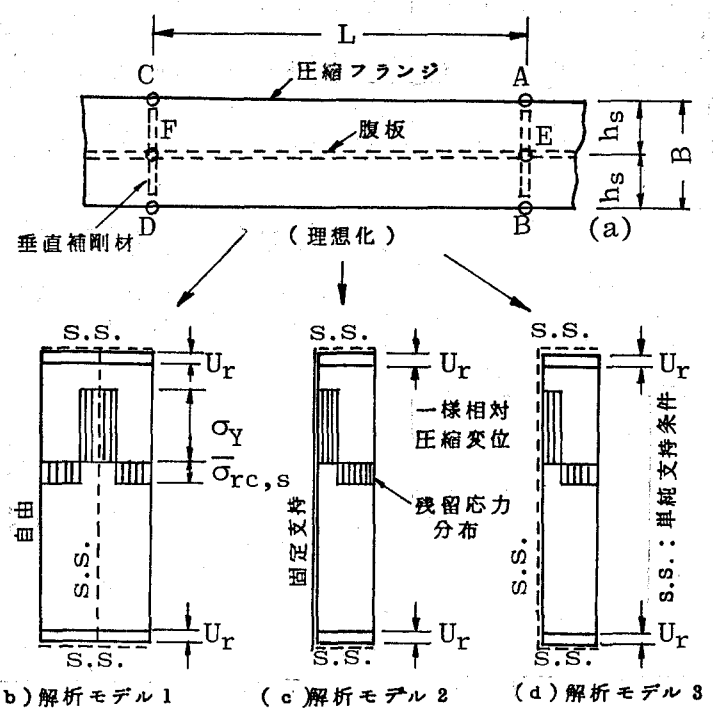
図－5.2.22 Chatterjee-Dowling の近似計算法と本法との比較

5．3 実測例期たわみに基づく自由突出圧縮フランジの極限応力度の評価

5．3．1 解析法

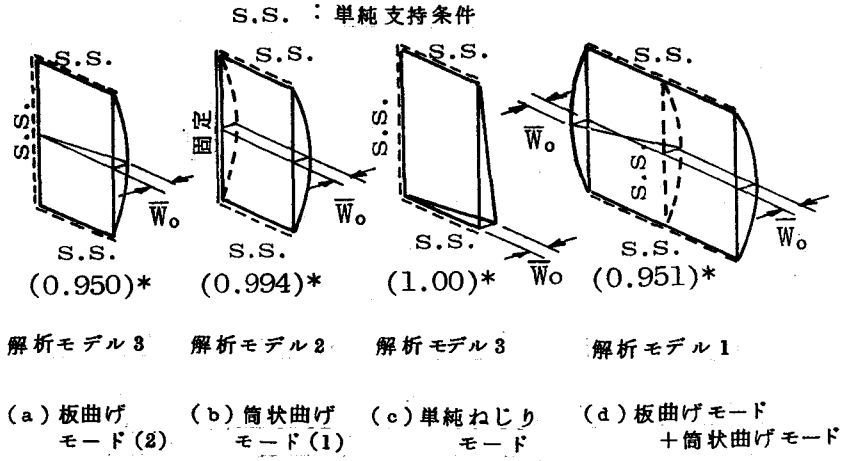
5.2節と同様，2.3節で示した有限要素法による弾塑性有限変位解析法を用いる。

図－5.3.1に示すように，自由突出フランジを腹板位置で支持された3つの圧縮板にモデル化した。実際の状態を再現出来るように，一様相対圧縮変位を与えることにより，板に圧縮力を導入



図－5.3.1 モデル化（自由突出フランジ）

した。すなわち，図-5.2.1に示すケースIの載荷方法を採用した。


S.S. ：単純支持条件
S.S.
S.S.
S.S.

内に分布していることがわかる。 すなわち，実際の自由突出圧縮フランジにおいては縦横比に関係なく，最大初期たわみ w_0/h_s と幅厚比パラメータ R_s が極限応力度を支配することを意味している。

更に，各種初期たわみ波形と極限応力度の関係を表－5.3.1に示す。 今，同図の①～④に示すような4つの基本初期たわみ波形を考える。 最大初期たわみ w_0/h_s は1/100ですべて等しいが，極限応力度 σ_m/σ_Y は，0.953～0.979の範囲内で変化している。 図－3.2.8に1例を示したように，これらの波形よりも複雑な波形を示す実際の自由突出板の極限応力度 σ_m/σ_Y は0.953～1.00の範囲内に分布するものと思われる。 実際の初期たわみ波形を忠実に考慮して極限応力度を厳密に評価することも可能である。 しかし，このようにして得られた極限応力度を基にして実橋の初期たわみの制限方法及びその測定検査法を定めるならば，その方法は非常に複雑になり実用的でなくなる。 本研究では，実用的見地より，実際の初期たわみ波形を出来るだけ簡単な波形に置換することを考えた。 そこで，縦横比 $\alpha=2$ で自由突出縁の中央に最大初期たわみ w_0 が存在する板曲げモード(2)の初期たわみを有する3辺単純支持の解析モデル3で実際の自由突出板を代表させた。 ここに w_0 は，両突出縁での絶対最大初期たわみの大きい方とする。 このように理想化された初期たわみを用いる理由は次の通りである。

①板曲げモード(2)を有する解析モデル3が最も安全側である。

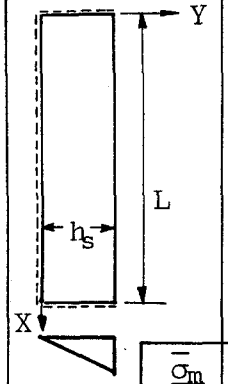
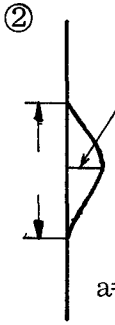
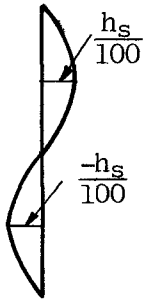
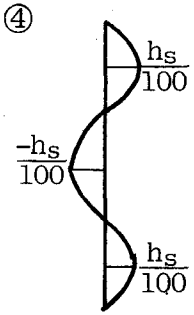
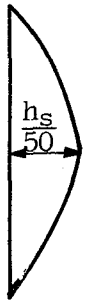
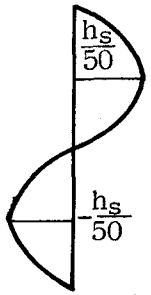
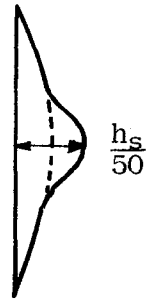
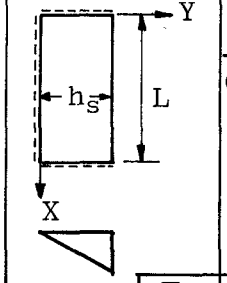
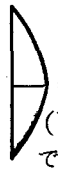
②縦横比 $\alpha=2$ 付近で極限強度が最も低下する。

③表－5.3.1の⑧と⑨に示すように，最大初期たわみが存在する位置は極限応力度にあまり影響しなく，最大初期たわみの絶体値に支配される。

④初期たわみ測定検査法が簡単で実用的になる。

板曲げモード(2)の初期たわみを有する解析モデル3の場合における初期たわみに対する敏感度曲線は図－5.2.20に示した通りである。

表－５．３．１　初期たわみ波形と極限応力度の関係

縦横比	初期たわみ波形	Aモード	Bモード	Cモード	Dモード	2Aモード	2Cモード	(A＋B)モード
4		① 	② 	③ 	④ 	⑤ 	⑥ 	⑦ 
		$\frac{\bar{\sigma}_m}{\sigma_Y}$	0.962	0.979	0.953	0.955	0.907	0.909	0.945
2		代表させる				代表させる		
		⑧ 	⑨ 			⑩ 		
		$\frac{\bar{\sigma}_m}{\sigma_Y}$	0.950	0.953			0.909		

初期たわみ波形

Aモード　$W_A=\bar{W}_o\cdot Y/h_s\cdot\sin(\pi X/L)$ ，Cモード　$W_C=\bar{W}_o\cdot Y/h_s\cdot\sin(2\pi X/L)$

Bモード　$W_B=\bar{W}_o\cdot Y/h_s\cdot\frac{1}{2}\cdot[\cos\{2\pi(L/2-X)/a\}+1.0]$ ：$(L/4\leq X\leq L/2)$

$=0$ ：$(0\leq X\leq L/4)$

Dモード　$W_D=\bar{W}_o\cdot Y/h_s\cdot\sin(3\pi X/L)$ ，(A＋B)モード　$W_{A+B}=W_A+W_B$

5．3．3　極限応力度に関する確率論的研究

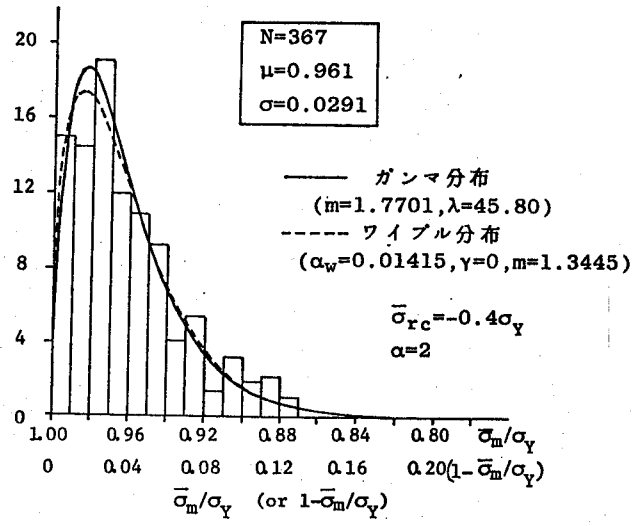
3．2節で述べた自由突出圧縮フランジの両自由縁に沿った絶対最大初期たわみ $\bar{w}_0/h_s$ の統計処理結果を用いて以下の考察を行う。（図-3.2.18及び 表-3.2.2 を参照）

まず，実極限応力度に対して最も安全率が小さいと思われる $R_s=0.7$（9.3節の道示に対する考察及び表-9.3.1を参照）の場合について取り扱う。 $\bar{w}_0/h_s$ が1/100，1/40，1/45（$\mu+2\sigma$）及び1/34.8（$\mu+3\sigma$）の4ケースについて，極限応力度 $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ 及び超過確率を求め表-5.3.2に示す。道示の直角度の許容限界値である $\bar{w}_0/h_s=1/100$ の初期たわみを有する自由突出板の極限応力度 $\bar{\sigma}_m$ は，降伏点から5%の強度低下が認められた。$\mu+2\sigma$ 及び $\mu+3\sigma$ の初期たわみに対応する極限応力度 $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ は，それぞれ，0.903及び0.888となった。更に，ワイブル分布（あるいはガンマ分布）に従うと仮定した時の超過確率が2.6%（あるいは2.9%）の初期たわみ $\bar{w}_0/h_s$ =1/40に対応する $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ は0.895となった。

表－5.3.2　各初期たわみ量に対応する極限応力度と超過確率（Rs＝0.7）

$\bar{w}_0/h_s$	$\mu+0.12\sigma$	$\mu+2\sigma$	$\mu+2.426\sigma$	$\mu+3\sigma$
	1/100	1/45.0	1/40	1/34.8
超過確率%	36.7* (36.2)	4.6* (4.8)	2.6* (2.9)	1.1* (1.5)
$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$	0.950	0.903	0.895	0.888

＊：ワイブル分布に従うと仮定した場合，（ ）はガンマ分布に従うと仮定した場合の超過確率



図－5.3.3　極限応力度の頻度分布（Rs＝0.7）

次に，同じくRs=0.7の場合について，図－5.2.20に示した極限応力度曲線を用いて，実測値$\bar{w}_0$の全ケースについて$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$を求め，それを統計処理した結果を図－5.3.3及び表－5.3.3に示す。図－5.3.3に示すように$(1-\bar{\sigma}_m/\sigma_Y)$の度数分布から確率分布を算定した。そして1/100，1/40，1/45（$\mu+2\sigma$）及び1/34.8（$\mu+3\sigma$）の初期たわみを有する場合の極限応力度$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$の各値に対する非超過確率p並びに，$\mu-2\sigma$及び$\mu-3\sigma$の$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$の各値に対する非超過確率pを求め表－5.3.3に示す。なお，この表において，$\mu+2\sigma$の$\bar{w}_0/h_s$に対する$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$と，$\mu-2\sigma$の$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$はたまたま一致した。

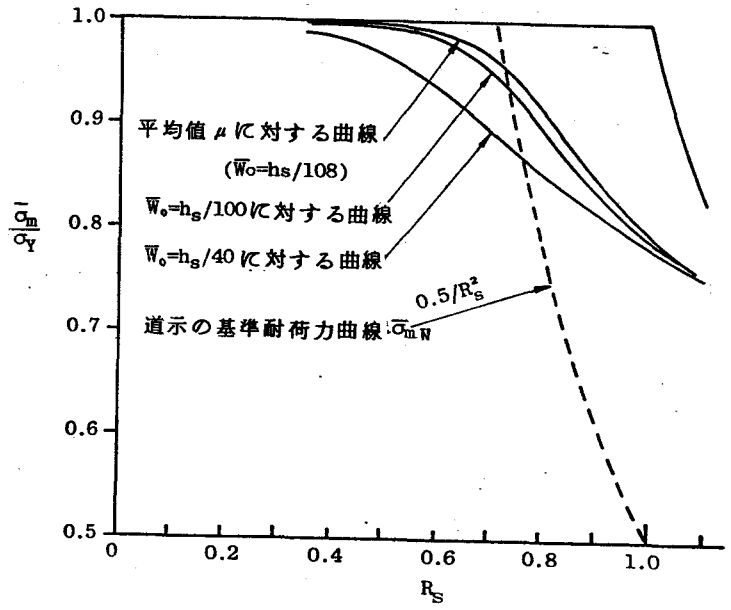
この場合も，ワイブル分布とガンマ分布の場合の非超過確率は良好な一致を示した。

表－5.3.2に示した準確率論的な方法による超過確率と表－5.3.3で示した確率論的な方法による非超過確率は$\bar{w}_0/h_s \geq \mu+2\sigma$あるいは$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$

表－5.3.3　極限応力度の頻度分布から求めた非超過確率
（Rs＝0.7）

$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$	平均値 μ	標準偏差 σ	μ-0.38σ	μ-2σ	μ-2.248σ	μ-2.525σ	μ-3σ
	0.961	0.0291	0.950	0.903	0.895	0.888	0.874
非超過確率 p (%) *)	ワイブル分布 (α_W=0.01415) (m=1.3445, γ=0)		28.4	4.6	3.3	2.4	1.3
	ガンマ分布 (m=1.7701) (λ=45.799)		27.2	4.7	3.4	2.6	1.5
対応する初期たわみ		$\bar{w}_0/h_s$	1/100	1/45.0	1/40	1/34.8	1/27.0

*)：$(1-\sigma_m/\sigma_Y)$をワイブル分布及びガンマ分布にあてはめた。



図－5.3.4　極限応力度曲線
（自由突出圧縮フランジ）

$\bar{\lambda}$ = 1.20の領域でほぼ一致している。

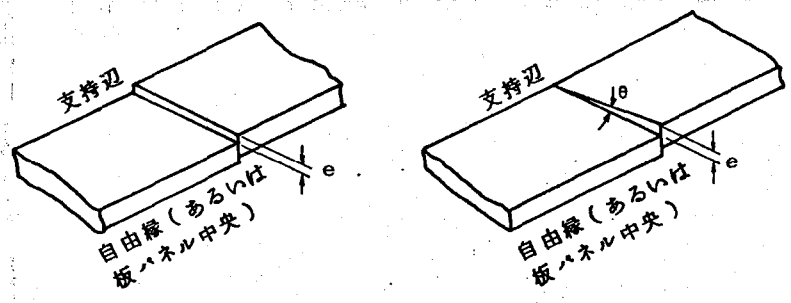
設計の便に供するため超過確率が約3%の初期たわみ $w_0/h_s = 1/40$ と超過確率が約36%である $w_0/h_s = 1/100$ 及び平均値 μ にあたる $w_0/h_s = 1/108$ に対する極限応力度曲線を図-5.3.4に示す。ここで $w_0/h_s = 1/100$ は，道示の腹板とフランジの直角度規準を準用したものである。同図には道示で定める基準耐荷力曲線 σ_{mN} をも示した。道示の基準耐荷力曲線は極限強度曲線と全く異なることが認められる。

5．4　板継ぎ溶接部を含む自由突出圧縮板の極限強度特性

5．4．1　目違いを有する自由突出圧縮板

（1）解析法

2.3.3節で示した解析法を用い弾塑性有限変位理論を適用する。目違いモードには，図-5.4.1に示す2種類を考えた。解析モデルには，支持条件の相違を考慮して図-5.4.2に示す3種を用いた。3辺が単純支持である等厚モデル S_f は，圧縮補剛板の縦補剛材及び回転目違いモードを有する自由突出圧縮フランジの解析のためのモデルである。側辺の1辺が固定である等厚モデル F_f は，平行目違いモードを有する自由突出圧縮フランジの解析のためのものである。又，変厚モデルは，変厚突出板の解析に用いた。等厚モデルで目違い位置が中央にある場合には，たわみ波形の逆対称性を利用して突出板の半分を解析した。又，有限要素のメッシュ分割は，等厚モデル S_f では4×8メッシュ，等厚モデル F_f 及び変厚モデルでは，たわみ

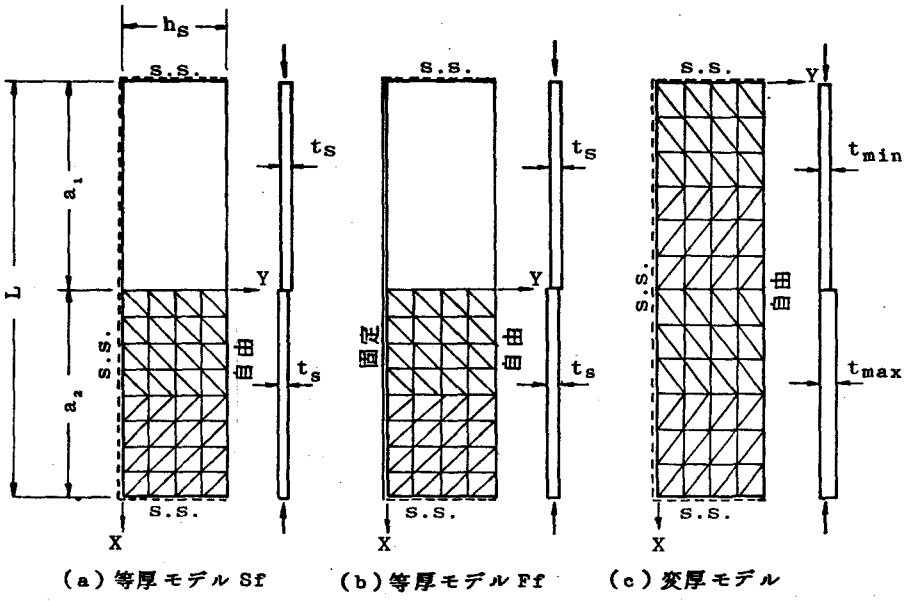


（a）平行目違いモード　　（b）回転目違いモード

図－5.4.1　目違いモード

波形の複雑さを考慮して4×12メッシュとした。それぞれについての計算精度のチェックはあらかじめ行った。

載荷方法としては図-5.2.1のケースIと同様，一様相対圧縮変位を板に与えることにした。



図－5.4.2　解析モデル（突出圧縮板要素の目違い解析）

更に，残留応力については，図-5.2.3の自己平衡タイプ（$\bar{\sigma}_{rc,s.} = -0.4\,\bar{\sigma}_Y$）を用いた。

(2) 解析結果

幅厚比パラメータ R_s ($k=0.425$) を0.7に固定し，縦横比α，目違い量 e，目違い位置及び板厚比 t_{max}/t_{min} を変化させ解析を行った。以下，その結果について考察を加える。

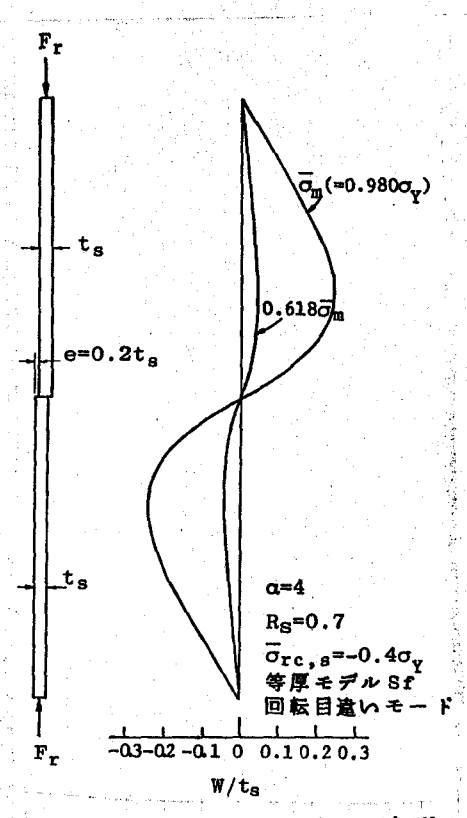
a. たわみ波形

$\alpha=4$，$e=0.2t_s$に固定し，解析モデル，目違いモード，t_{max}/t_{min}及び目違い位置を変化させた4種類の自由突出圧縮板について解析した結果，自由縁に沿ったたわみ波形を図-5.4.3～5.4.6に示す。これらの図には平均圧縮応力度$\bar{\sigma}$が最大値$\bar{\sigma}_m$に達した時及びほぼ$0.6\,\bar{\sigma}_m$の時のたわみ波形を示した。等厚継手で目違いの位置が中央に存在する場合には，逆対称のたわみ波形となるが，等厚継手で目違い位置がL/4の位置にある場合及び変

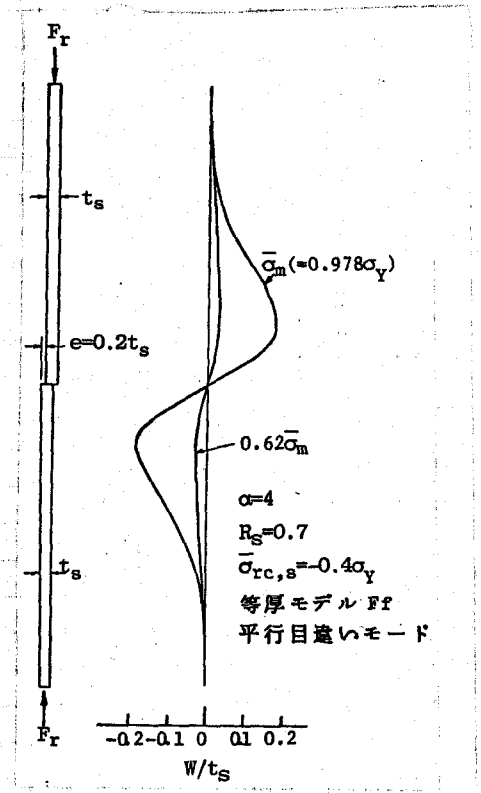
厚継手の場合にも逆対称な波形とはならなかった。更に，等厚モデルSfとFfのたわみ波形を比較すると，Ffの場合の最大初期たわみの位置の方が，Sfの場合に比して，目違い位置に接近した波形となっている。又，Ffの場合，載荷辺でのたわみ角はほとんど生じていなく，図-4.3.3及び図-4.3.4に示した周辺支持板の場合のたわみ波形と類似している。

b．縦横比と極限応力度の関係

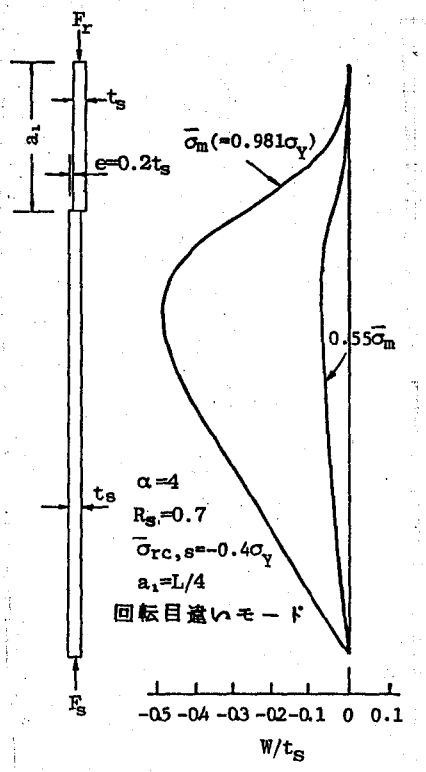
縦横比α(=L/hs)



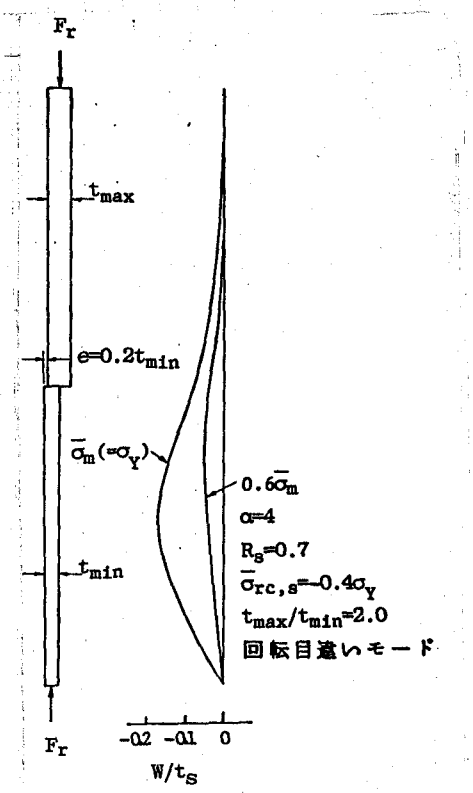
図－5.4.3　たわみ波形
（自由突出圧縮フランジ）



図－5.4.4　たわみ波形
（一側辺固定・一側辺自由板）

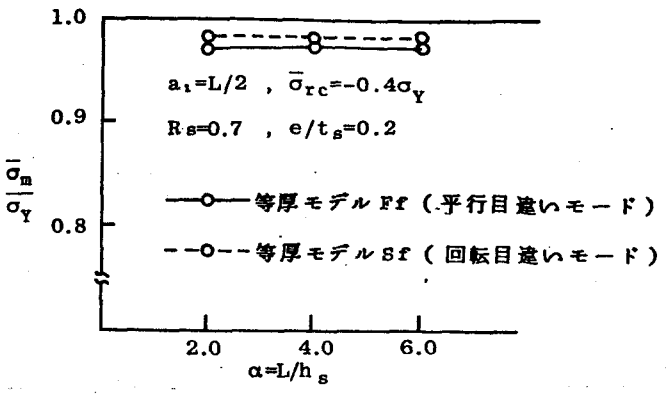


図－5.4.5　たわみ波形
（一側辺単純・一側辺自由板，
目違い位置 L／4 ）



図－5.4.6　たわみ波形
（一側辺単純・一側辺自由板，
t_{max}/t_{min}=2.0 ）

と極限応力度の関係を図－5.4.7に示す。αが増大しても極限応力度は一定していることがわかる。



図－5.4.7　縦横比と極限応力度の関係（自由突出圧縮板）

c．解析モデルと極限応力度の関係

更に，平行目違いモードを有する等厚モデルFfと回転目違いモードを有する等厚モデルSfでは，前者の極限応力度の方が後者のそれより小さくなっていることが図－5.4.7でわかる。更に，3.3節の統計処理の結果，自由突出圧縮フランジにおいては平行目違いモードが卓越していることがわかったので，以下，自由突出フランジの極限応力度の評価は，平行目違いモードを有する等厚モデルFfを用いて行うことにする。なお，偏心補剛板の縦補剛材の場合には，その取り付け位置で単純支持されていると考えた方が安全側の処置であると思われるので，平行目違いモードを有する等厚モデルSfを用いて，極限応力度の評価を行うことにする。

d．目違い位置と極限応力度の関係

L/2及びL/4位置に回転目違いモードの目違いを有する等厚モデルSfについて解析を行ったが，それぞれの極限応力度$\bar{\sigma}_m$は，$0.980\sigma_Y$及び$0.981\sigma_Y$とほとんど等しかった。従って，変厚継手の場合を除き，以下の計算ではL/2の位置に目違い量を有する板について取り扱った。

e．板厚比tmax/tminと極限応力度の関係

板継ぎ部の形式には，図－3.3.5に示すような3種類が考えられる。圧縮強度という面から，最も不利であると思われる偏心継手の場合のtmax/tminが1.0及び2.0の時の解析結果を表－5.4.1に示す。同表より，自由突出圧縮板においても，周辺支持板の場合と同様，薄い方の板が厚い方の板

に補強されている傾向にあることがわかる。更に，偏厚中心継手に，目違い量 $e=0.2t_{min}$ が存在する場合についても解析を行ったが，強度低下は全く認められなかった。

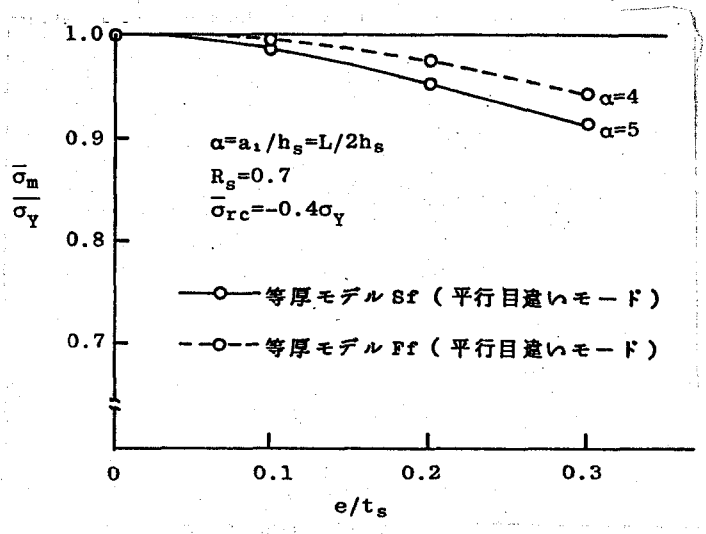
f．目違い量と極限応力度の関係

平行目違いモードを有する等厚モデル Sf 及び Ff に対して，目違い量を変化させた時の解析結果を図－5.4.8に示す。解析モデル Sf の極限応力度の方が，Ff の場合より，目違い量に対して敏感であることがわかる。目違い量に対する道示の許容限界値である $e/t_s=0.1$ に対するそれぞれの極限応力度 $\bar{\sigma}_m$ は，$0.995\sigma_Y$ 及び $0.986\sigma_Y$ となった。

表－5.4.1　偏心自由突出板の板厚比と極限応力度の関係

t_{max}/t_{min}	1.0		2.0	
L/a_2	2	4	2	4
$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$	0.980	0.981	1.00	1.00

回転目違いモード
$R_s=0.7$, $\alpha=4$, $\bar{\sigma}_{rc,s}=-0.4\sigma_Y$, $e/t_{min}=0.2$



図－5.4.8　目違い量と極限応力度の関係（自由突出圧縮板）

（3）実測目違い量と極限応力度の関係

3.3節で示した実測目違い量の統計処理結果を用いて，以下の条件の基に，自由突出圧縮フランジ及び縦補剛材の極限応力度の評価を行う。

①幅厚比パラメータ R_s が0.7の自由突出板について取り扱う。

②等厚継手の場合を対象とする。

③目違い量 e/t_s の頻度分布は，表－3.3.3に示したように，自由突出圧縮フランジにおいては，平均値 $\mu=1/23.3$，標準偏差 $\sigma=1/38.3$，縦補

剛材においては，$\mu = 1/22.0$，$\theta = 1/30.3$ のワイブル分布（あるいはガンマ分布）に従う。その際，自由突出圧縮フランジに関する統計処理結果には，変厚偏心継手のデータも含まれているが，一応等厚継手のみの場合の目違い量も同様の確率分布を示すものと仮定した。

④目違いを有する自由突出圧縮フランジ及び縦補剛材の極限応力度の評価はそれぞれ，図－5.4.8に示した等厚モデル F_f 及び S_f に対する $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y - e/t_s$ 曲線によって行われるものとする。

以上のような条件に基づき，目違い量 e/t_s が $\mu+2\theta$，$\mu+3\theta$ 及び $1/10$ の時の超過確率とそれぞれの目違い量に対応する極限応力度 $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ を表－5.4.2（自由突出圧縮フランジ）及び表－5.4.3（縦補剛材）に示す。自由突出圧縮フランジ及び縦補剛材の場合共に，超過確率が1%程度の大きな目違い量に対してさえも，極限応力度 $\bar{\sigma}_m$ の σ_Y からの低下量は，それぞれ，1%及び3%と極めて小さいことがわかる。このように，圧縮極限強度という観点からは，自由突出圧縮板における目違い量の存在は，ほとんど問題にならないことがわかる。

表－5.4.2　目違い量と極限応力度
（自由突出圧縮フランジ）

目違い量		超過確率		⑤極限応力度 $\frac{\sigma_m}{\sigma_Y}$
①k_n	②e/t_s	③ワイブル分布	④ガンマ分布	（等厚モデル Fp）
2	1/10.5	4.2(%)	4.5(%)	0.995
3	1/8.25	0.8	1.2	0.991
2.19	0.1	3.2	3.5	0.995

$e/ts=\mu+k_n\cdot\sigma$，$R_2=0.7$，$\alpha=4$
平行目違いモード

表－5.4.3　目違い量と極限応力度
（縦補剛材）

目違い量		超過確率		⑤極限応力度 $\frac{\sigma_m}{\sigma_Y}$
① k_n	②e/t_s	③ワイブル分布	④ガンマ分布	（等厚モデル Sp）
2	1/8.97	4.6(%)	4.7(%)	0.981
3	1/6.92	1.2	1.4	0.971
1.653	0.1	7.1	7.0	0.986

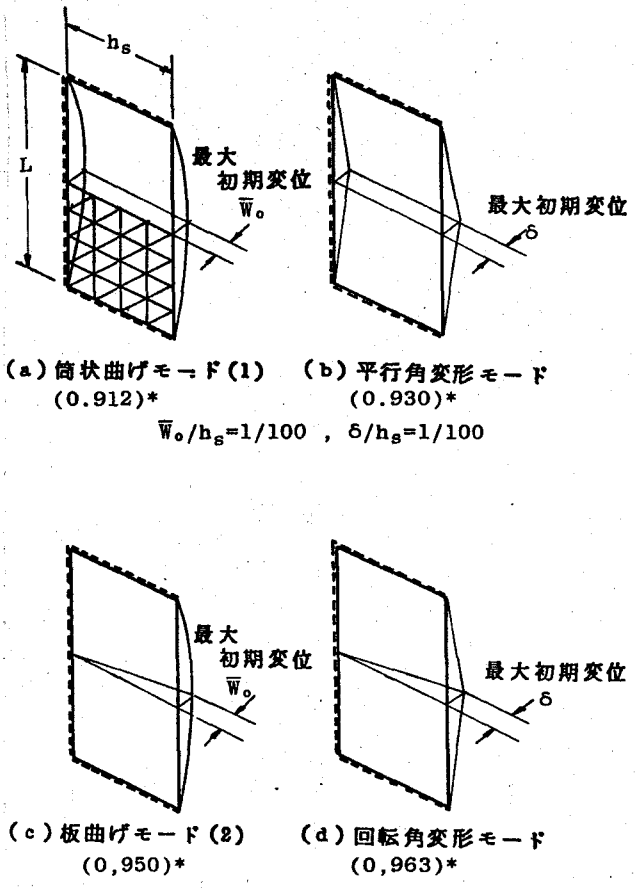
平行目違いモード，$R_s=0.7$，$\alpha=4$

5.4.2　角変形を有する自由突出圧縮板

それぞれ，図－5.4.9の

(b)と(d)に示す平行角変形モードと回転角変形モードについて取り扱う。数値解析においては，一方向の一様相対圧縮変位を受け，幅厚比パラメータ $R_s=0.7$，縦横比 $\alpha=2$ の圧縮板を対象とした。残留応力分布としては，図-5.2.3の自己平衡タイプ（$\bar{\sigma}_{rc,s}=-0.4\sigma_Y$）を採用した。

角変形量 δ を $h_s/100$ とした時の解析結果を表-5.4.4に示す。同表には，初期たわみ量 $\bar{w}_0$ を $h_s/100$ とした時の筒状曲げモード(1)並びに板曲げモード(2)の初期たわみ波形を有する場合の結果をも示している。平行角変形モードの場合は筒状曲げモード(1)の場合より，そして，回転角変形モードの場合は板曲げモード(2)の場合より若干極限応力度が高いことがわかる。すなわち，板継ぎ部に平行角変形モードの角変形量を有する自由突出圧縮板に関しては，筒状曲げモード(1)の初期たわみを有する板継ぎ部のない板に置き換えて極限応力度を



図－5.4.9
初期たわみモードと角変形モード
（＊：$R_s=0.7, \alpha=2$ の時の $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ の値）

表－5.4.4
角変形モードと極限応力度の関係
（自由突出板）

ケース	初期不整モード		極限応力度	$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$
①	平行角変形モード	δ/h_s	0.01	0.930
②	回転角変形モード			0.963
③	筒状曲げモード(1)	$\bar{w}_0/h_s$	0.01	0.912
④	板曲げモード(2)			0.950

解析モデル：$R_s=0.7$, $\bar{\sigma}_{rc}=-0.4\sigma_Y$, $\alpha=2.0$

求めれば安全側の近似値を得ることが出来る。　又，同様に，回転角変形モードの角変形量は板曲げモード(2)の初期たわみに置き換えても大過はない。ただし，その際，それぞれの初期不整の最大量を相等しく取るのがよい。

5．5　結言

自由突出圧縮板を突出幅 h_s の 1/100 の初期たわみ及び降伏点 σ_Y の0.4倍の残留圧縮応力を含む3辺単純支持1辺自由の等方性板にモデル化し，弾塑性有限変位理論を適用した解析結果より，以下に示すような主な結論を得た。

（1）載荷方法及び残留応力分布をパラメータに，種々の極限応力度曲線（$\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_Y^* - R_s$ 曲線）を提示した。

（2）一様相対圧縮変位を受けるケースIの場合の極限応力度曲線は，各種実験値の下限値によく適合した。

（3）ケースIの場合，残留応力及び初期たわみによる極限応力度の低下量は，共に，幅厚比パラメータ R_s が0.9付近の自由突出圧縮板において，最も大きいことがわかった。　又，R_s が0.7以下の場合には，残留応力による極限応力度の低下は認められなかった。

（4）ケースIでは，$R_s = 0.7$ で $0.95\sigma_Y$ の極限応力度が期待出来る。

（5）それぞれ，載荷辺中央点及び自由縁から $h_s/3$ だけ支持側辺側へ入った載荷辺上の点に剛棒を介して集中圧縮力を受けるケースIIIとケースIVでは，共に，$R_s = 0.7$ の場合，極限応力度は全塑性平均圧縮応力度 $\bar{\sigma}_Y^*$ より約10%の低下を示す。

（6）単純支持側辺に沿う作用線を持つ集中圧縮力を受けるケースVでは，全塑性応力状態に至るまで横倒れ現象を起こさなかった。

次に，自由突出圧縮フランジの実測初期たわみを統計処理し，その資料に

基づいて極限強度解析を行い，統計学的考察を加えて以下の結論を得た。

（１）自由突出圧縮フランジに関しては，板曲げモード(1)の初期たわみを有する上記ケースIの解析モデルを用いることが安全側の処置であることがわかった。

（２）初期たわみを確率変数にした時の極限応力度の頻度分布もワイブル分布及びガンマ分布によく適合することがわかった。

（３）この極限応力度の頻度分布に従うと，超過確率pなる初期たわみを有するような自由突出圧縮板の極限応力度の非超過確率もほぼPになることがわかった。

（４）超過確率が36%（$\bar{w}_0/h_s = 1/100$）及び3%（$\bar{w}_0/h_s = 1/40$）の初期たわみを有する$R_s=0.7$の自由突出圧縮フランジの極限応力度はそれぞれ，降伏点より約5%及び10%だけ小さい。

（５）$\bar{w}_0/h_s = 1/100$及び$1/40$の初期たわみを有する自由突出圧縮フランジの極限応力度－幅厚比パラメータ曲線を提示した。

板継ぎ部に目違いを有し，$R_s=0.7$の一様相対圧縮変位を受ける自由突出圧縮板の弾塑性有限変位解析を行った結果，以下の点が明らかになった。

（１）縦横比が変化しても極限応力度は一定値を示す。

（２）自由突出圧縮フランジの場合は，平行目違いモードを持つ目違いを含む載荷辺単純支持1側辺固定の等厚モデルF_fを解析モデルとして用いるのが安全側の処置である。目違い量eと板厚t_sの比e/t_sが0.1のこの解析モデルの極限応力度$\bar{\sigma}_m$は$0.995\sigma_Y$となった。

（３）圧縮補剛板の縦補剛材では，平行目違いモードを有する3辺単純支持の等厚モデルS_fを解析モデルに用いるのが安全側の処置である。$e/t_s=0.1$の目違い量を有するこの解析モデルの$\bar{\sigma}_m$は，$0.986\sigma_Y$となった。

（４）目違い量の存在する位置は，たわみ波形には極めて影響力が強いが，

極限応力度には，ほとんど影響しないことがわかった。

（５）変厚継手においては，薄い方の板が厚い方の板に補強される傾向が現われた。

（６）自由突出圧縮フランジ及び縦補剛材共に，超過確率が１%程度の比較的大きな目違い量（それぞれ，$e/t_s = 1/8.25$，$1/6.92$）に対する極限応力度$\bar{\sigma}_m$の降伏点からの低下率は，それぞれ，１%及び３%程度と極めて小さいことがわかった。圧縮応力度という観点からは，目違い量の存在は，あまり問題にならない。

更に，板継ぎ部の角変形量を有し，$R_s = 0.7$の一様相対圧縮変位を受ける３辺単純支持１辺自由の圧縮板の弾塑性有限変位解析を行い以下のことがわかった。

（１）板継ぎ部に平行角変形モードの角変形量を有する自由突出圧縮板に対しては筒状曲げモード(1)の初期たわみを有する板継ぎ部のない板に置き換えて極限応力度を求めれば，安全側の近似値を得ることが出来る。ただし，その際，初期不整の最大値を相等しく取ることが必要である。

（２）同様に，回転角変形モードの目違い量は板曲げモード(2)の初期たわみに置き換えても大過がない。

参　考　文　献　（第５章）

1) Nishino,F., L.Tall and T.Okamura : Residual stress and torsional buckling strength of H and Cruciform columns,Trans. of JSCE,No.160,December 1968,P.75~87.

2) Ractliffe,A.T. : The strength of plates in compression,Ph.D. Thesis,University of Cambridge,1967.

3) McDermott,J.F. : Local plastic buckling of A514 steel members,ASCE,St.9,September 1969,P.1837~1850.

4) Rogers,N.A. : Compression tests on plane flat outstands,Dept. of Engineering,Univ. of Cambridge,report CUED/C-Struct/TR52,1976.

5) 小松定夫・北田俊行・岡田純一：初期不整をもつ圧縮板の極限強度と設計幅厚比について，土木学会関西支部年次学術講演会概要集，Ⅰ－５１，昭和５１年５月。

6) 小松定夫・北田俊行：初期不整を含む自由突出圧縮鋼板の極限強度特性について，土木学会論文報告集，（投稿中）

7) 小松定夫編：鋼橋部材の形状初期不整と耐荷力の統計学的研究，5.2 自由突出フランジ及び板継ぎ部，JSSC日本鋼構造協会誌，Vol.16，No.170，1980年４月。（分担執筆）

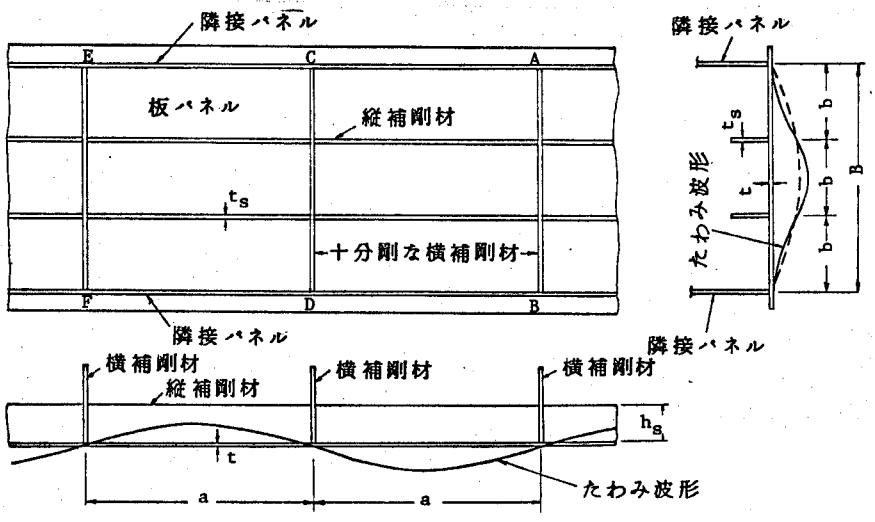
第6章　初期不整を有する圧縮補剛鋼板の極限強度特性について

6.1　緒言

鋼橋に用いられる圧縮補剛板は，普通図-6.1.1に示すような板面の片側にのみ補剛材を有する偏心補剛板である。本章においては，同図に示すような，実際の補剛板を想定して，縦方向に連続した偏心補剛板について取り扱う。その際，横補剛材は，その取り付け位置における補剛板のたわみを拘束するに十分な曲げ剛性を有しているものとする。又，縦補剛材及び横補剛材は共に矩形断面を対象としているため，それらのねじり剛性は無視出来る程度に小さいものとする。

更に，縦補剛材の突出幅厚比は，その断面が全塑性状態に至るまで横倒れ座屈を起こさない程度に十分小さく設計されているものとする。

本章においては，上記の連続補剛板に軸方向圧縮力が作用する時の非線形挙動及び極限強度特性を調べるため，縦補剛材を2本，縦横比 α_g ($=a/B$) を1に固定し，補剛材剛比 γ，板パネルの幅厚比パラメータ R 等を変化させてパラメトリック解析を実施する。



図－6.1.1　対象とした補剛板

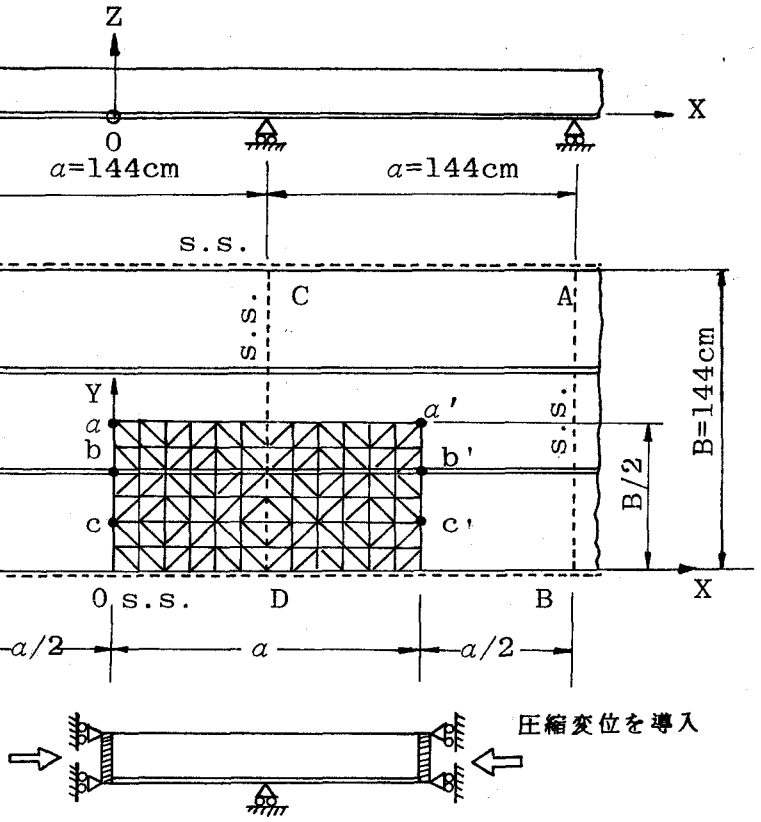
解析には，2.5節で述べたRayleigh－Ritz法と有限要素を混用した弾塑性有限変位解析法を用いている。

以後，連続補剛板の横補剛材ではさまれた部分を補剛板パネルと言うことにする。

6．2　解析法

（1）解析モデル

本解析に用いた解析モデルを図－6.2.1に示す。補剛板の側辺に接合されている腹板等の隣接パネルの抵抗曲げ剛性は小さいと仮定し，安全側の見地より，解析モデルの側辺は単純支持とした。



図－6.2.1　解析モデル（連続補剛板）

又，図－6.1.1に示したような圧縮軸方向に沿ったたわみ波形の逆対称性を利用して，1本の横補剛材を中央に有する補剛板パネルを取り出し，支間中央部において，たわみを許したわみ角を固定しながら，板面方向に一様相対圧縮変位を導入した。圧縮軸直角方向に沿ったたわみの対称性を利用して，補剛板幅の1/2について解析した。従って解析モデルの境界条件は以下に示す通りである。

① $X=0$ 及び a なる載荷辺上の節点，

$$\Delta U = \pm \beta \quad , \quad \partial \Delta W / \partial X = 0 \qquad \text{----(6.2.1, 2)}$$

$$\Delta F_Y = \Delta F_Z = \Delta M_X = 0 \qquad \text{-----(6.2.3)}$$

ここに，ΔU, ΔWは，それぞれ，X軸方向及びZ軸方向の節点変位増分であり，ΔF_Y，ΔF_Zは，それぞれ，Y軸方向及びZ軸方向の節点力増分であり，ΔM_Xは，X軸回りの節点モーメント増分である。

更に，βは，強制圧縮変位増分で，両載荷辺で同一の値を持つ。

② $Y=0$なる側辺上の節点，

$$\Delta W = 0, \quad \partial \Delta W / \partial X = 0$$

$$\Delta F_X = \Delta F_Y = 0, \quad \Delta M_X = 0 \qquad \text{-----(6.2.4 ~ 7)}$$

③ $Y=B/2$なる対称線上の節点

$$\Delta V = 0, \quad \partial \Delta W / \partial Y = 0$$

$$\Delta F_X = \Delta F_Z = 0, \quad \Delta M_Y = 0 \qquad \text{-----(6.2.8 ~ 11)}$$

④ $X=a/2$なる横補剛材位置に沿った節点，

$$\Delta W = 0 \qquad \text{----(6.2.12)}$$

（2）たわみモード

面外変位に関しては，Rayleigh-Ritz法を採用しているので，補剛板のたわみモードをあらかじめ仮定する必要がある。本章の解析に用いた9項のたわみモードを図-6.2.2及び次式に示す。

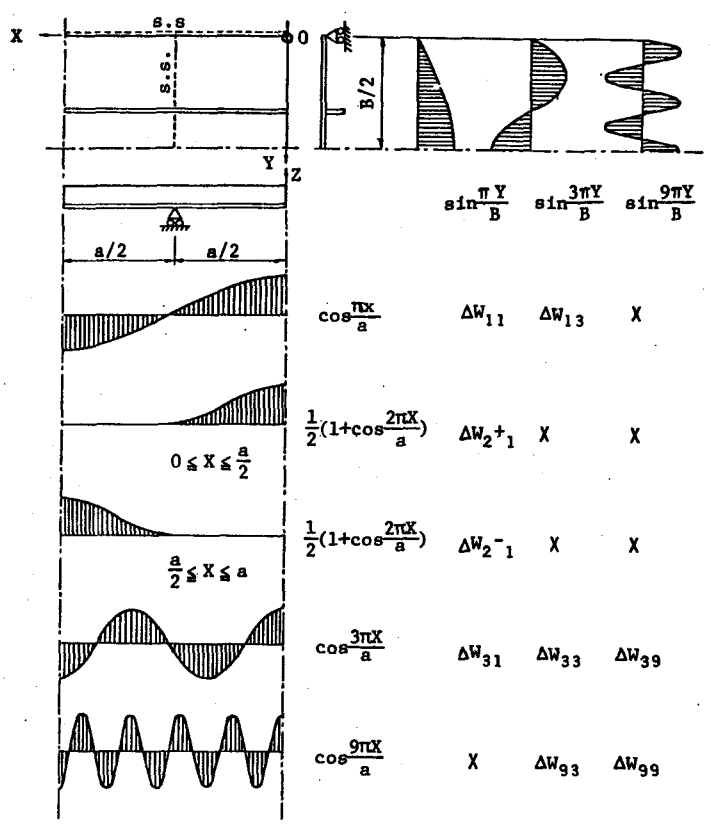
$$\begin{aligned}\Delta W = {} & \Delta W_{11} \cdot \cos(\pi X/a) \cdot \sin(\pi Y/B) \\ & + \Delta W_{13} \cdot \cos(\pi X/a) \cdot \sin(3\pi Y/B) \\ & + \Delta W_{31} \cdot \cos(3\pi X/a) \cdot \sin(\pi Y/B) \\ & + \Delta W_{33} \cdot \cos(3\pi X/a) \cdot \sin(3\pi Y/B) \\ & + \Delta W_{39} \cdot \cos(3\pi X/a) \cdot \sin(9\pi Y/B) \\ & + \Delta W_{93} \cdot \cos(9\pi X/a) \cdot \sin(3\pi Y/B) \\ & + \Delta W_{99} \cdot \cos(9\pi X/a) \cdot \sin(9\pi Y/B) \\ & + \Delta W_{21} \cdot \{1-U(X-\tfrac{a}{2})\} \tfrac{1}{2}\left(1+\cos\tfrac{2\pi X}{a}\right) \cdot \sin\tfrac{\pi Y}{B} + \end{aligned}$$

$$+\ \Delta W_{2-1}\cdot U\left(X-\frac{a}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(1+\cos\frac{2\pi X}{a}\right)\cdot\sin\frac{\pi Y}{B} \qquad (6.2.13)$$

ここに，$U(X-\frac{a}{2})$は単位階段関数（unit step function）であり，

$$\left.\begin{aligned} U(X-a/2) &= 1 \quad , \quad X \geq a/2 \\ &= 0 \quad , \quad X < a/2 \end{aligned}\right\} \qquad (6.2.14)$$

たわみモードのうちで，ΔW_{11}，ΔW_{13}，ΔW_{31}，ΔW_{33} は，$a \times B$ の補剛板パネルの全体的なたわみ波形を表現するためのモードであり隣接する補剛板パネルではお互に逆対称の波形を示す。ΔW_{33}，ΔW_{39}，ΔW_{93}，ΔW_{99}は補剛材相間の板パネルの局部的たわみ波形を表現するためのモードである。　更に，ΔW_{2+1} 及び ΔW_{2-1}は，連続補剛板の1補剛板パネルが，隣接する補剛板パネルとは独立にたわむ場合のたわみ波形を表現するためのモードである。　又，ΔW_{33} は，以下で述べる補剛材相間の初期たわみ波形と相似形のたわみモードである。



図－6.2.2　考慮したたわみモード

（3）初期たわみ

図－6.2.3に示すように，全体的な初期たわみ波形と補剛材相間の板パネルの局部的な初期たわみ波形の和として補剛板各部の初期たわみW_0を与えた。そのようなW_0を式で表現すると次のようになる。

$$w_0 = \delta_s \cdot \left[\mathrm{Min}\left\{ \frac{3Y}{B} ; 1 \right\} \right] \cdot \cos\frac{\pi X}{a}$$

$$+ \delta_{pt} \cdot \cos\frac{3\pi X}{a} \cdot \sin\frac{3\pi Y}{B}, \quad 0 \le X \le a, 0 \le Y \le B/2 \quad \cdots (6.2.15)$$

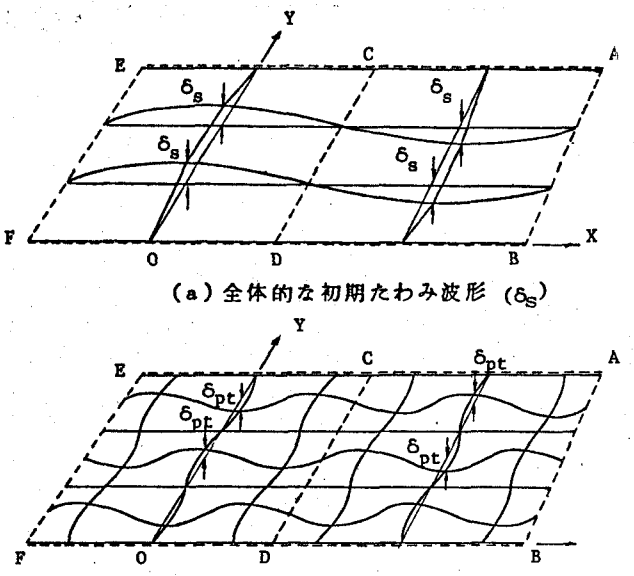
全体的なたわみ波形の横方向の分布形状を台形としたのは，全体的たわみと局部的たわみを重ね合せた後も，補剛材相間の初期たわみの最大値 δ_{pt} が変化しないようにするためである。

(4)残留応力分布

3．4節で提案した分布形を採用し，本解析においては，図－6.2.4に示すような分布形を用いた。ただし，板パネルの残留応力分布は，有限要素法を用いる関係上，図-6.2.4(b)に示すような矩形分布とした。すなわち，式(3.4.13)の γ_t ($= b_{t2}/b_{t1}$) を1とした。その他の諸元は表－6.2.1に示す通りである。すなわち，

$$\sigma_{rb} = \sigma_Y, \quad \sigma_{rt,s} = 0.6\,\sigma_Y$$

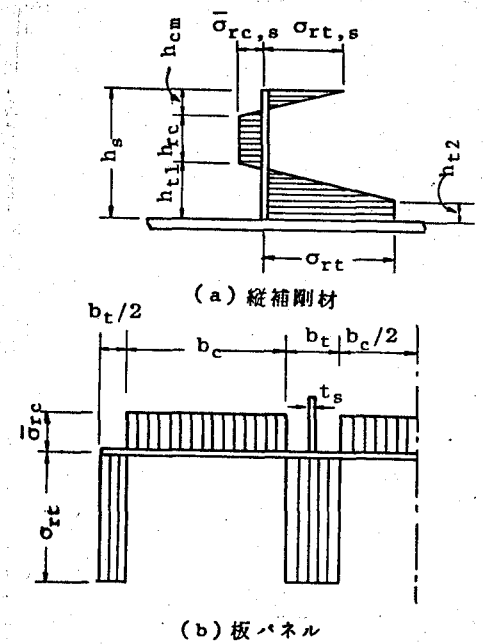
$$h_{cm}/h_{t1} = 1/4, \quad h_{t2}/h_{t1} = 1/8$$



(a) 全体的な初期たわみ波形 (δ_s)

(b) 補剛材間の初期たわみ波形 (δ_{pt})

図－6.2.3　初期たわみ波形



(a) 縦補剛材

(b) 板パネル

図－6.2.4　残留応力分布

6．3　解析モデルの諸元並びにメッシュ分割数

本数値解析例に用いた連続補剛板の諸元は表－6.2.1に示す通りである。同

表－6.2.1　解析モデルの諸元

a (cm)	B (cm)	n_s	$\frac{h_s}{t_s}$	b (cm)	σ_Y (kg/cm²)	σ_{YS} (kg/cm²)	σ_{rt}	$\bar{\sigma}_{rc}$	$\bar{\sigma}_{rc,s}$	$\frac{hcm}{ht1}$	$\frac{ht2}{ht1}$	$\sigma_{rt,s}$
144	144	2	7.5	48	2400	2400 又は 4700	σ_Y	0 $-0.4\sigma_Y$ $-0.3\sigma_Y$	0 $-0.4\sigma_Y$ $-0.2\sigma_Y$	1/4	1/8	$0.6\sigma_Y$

表において，σ_{Ys}は縦補剛材の降伏点である。　補剛材本数n_sが2本，板パネルの降伏点，σ_Yが2400 kg/cm² で縦横比αが1の連続補剛板を対象とした。　なお，縦補剛材の降伏点，σ_{Ys}については，板パネルのσ_Yと等しい場合，及び，σ_Yより大きい場合の2種類を考えた。　$\sigma_{Ys} > \sigma_Y$なる補剛板のことを以下ハイブリッド補剛板と言い，$\sigma_{Ys} = \sigma_Y$なる補剛板については，ハイブリッド補剛板と対比して述べる場合には等質補剛板と言うが，それ以外においては単に補剛板と言うことにする。　又，縦補剛材が横倒れ現象を起こさないように，その突出幅厚比は十分小さく$h_s/t_s = 7.5$とした。　$\sigma_Y = 2400$ kg/cm² の時の補剛材の横倒れに関する幅厚比パラメータR_s($k = 0.425$)は，0.4となる。

一般に，補剛材の曲げ剛性は，板パネルの板曲げ剛度Dとの比，いわゆる補剛材剛比γとして次式を用いて評価される。

$$\gamma = \frac{E \cdot I}{B \cdot D} \qquad \text{-----(6.3.1)}$$

ここに，Iは，板の表面に関する補剛材1本の断面2次モーメントであり，矩形断面の補剛材の場合

$$I = \frac{1}{3} \cdot h_s^3 \cdot t_s \qquad \text{-----(6.3.2)}$$

本パラメトリック解析において基準とした補剛材剛比γは以下の3種である。なお，補剛板の幅厚比パラメータRとしては式(1.37)で与えられる補剛材間の板パネルの幅厚比パラメータRを準用することにする。

（1）I日道示[I-42]（1973）で定める次のような必要最小剛比γ_J

① $a < a_0$ の時

$$\gamma_J = 4 \cdot \alpha_g^2 \cdot N_s \cdot \left(\frac{t_0'}{t}\right)^2 \cdot (1 + N_s \cdot \delta) - \frac{(\alpha_g^2+1)^2}{N_s} \quad \text{-----(6.3.3)}$$

ここに，N_sは板パネル数（n_s+1），δは縦補剛材1本の面積比（$=A_s/Bt$）。t_0'はI日道示で定める最小板厚で，$R=0.7$の時の板厚に相等する。すなわち，

$$t_0' = \frac{b}{R_{cr}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E} \cdot \frac{3(1-\nu^2)}{\pi^2}}, \quad R_{cr} = 0.7 \quad \text{-----(6.3.4)}$$

更に，

$$a_0 = B\sqrt{2 \cdot N_s^2 \cdot (t_0'/t)^2 \cdot (1 + N_s \cdot \delta) - 1} \quad \text{-----(6.3.5)}$$

なお，a_0/Bは，式(1.79)で与えられるGienckeのα_0と一致する。

② $a > a_0$ の時

$$\gamma_J = \frac{1}{N_s}\left[\left\{2 \cdot N_s^2 \cdot \left(\frac{t_0'}{t}\right)^2 \cdot (1 + N_s \cdot \delta) - 1\right\}^2 - 1\right] \quad \text{----(6.3.6)}$$

（2）道示[I-191]（1980）で定める必要最小剛比γ_N

① $R \leq 0.5$の時

式(6.3.4)において，$R_{cr}=0.5$とした時のt_0を用いて計算したγ_Jが道示で定める必要最小剛比γ_Nとなる。

② $R > 0.5$の時

式(6.3.3)及び式(6.3.6)において，$t_0'/t=1$とした時のγ_Jがγ_Nとなる。

（3）弾性線形座屈理論に基づく必要最小剛比γ^*

Grencke[I-98]が導いた式(1.75)に示すγ^*を用いる。式(1.75)において，軸方向に沿った座屈半波形の数mを1と置くと，Grenckeのγ^*は，式(6.3.3)で$t_0'/t=1$とした時のγ_Jと一致する。更に，$a > a_0$の時には，γ^*は式(1.78)で与えられ，このγ^*は式(6.3.6)で$t_0'/t=1$としたγ_Jと一致する。

以上のことから，以下のことが言える。

① $R=0.7$ において は，$\gamma_J=\gamma_N=\gamma^*$

② $R\geq 0.5$ においては，$\gamma_N=\gamma^*$

さて，本解析において十分な計算精度を得るために必要なメッシュ分割数を調べる。そのため次のような4種の連続補剛板について図-6.2.1に示す12×6メッシュの解析モデルと，更に細かい18×9メッシュの解析モデルを用いて解析した。

① $R=0.7$，$\gamma/\gamma_N=\gamma/\gamma^*=1$

② $R=0.7$，$\gamma/\gamma_N=\gamma/\gamma^*=5$

③ $R=1.3$，$\gamma/\gamma_N=1$

④ $R=1.3$，$\gamma/\gamma_N=5$

その結果を表-6.3.1及び図-6.3.1と6.3.2に示し比較する。

表－6.3.1　メッシュ分割と精度の関係

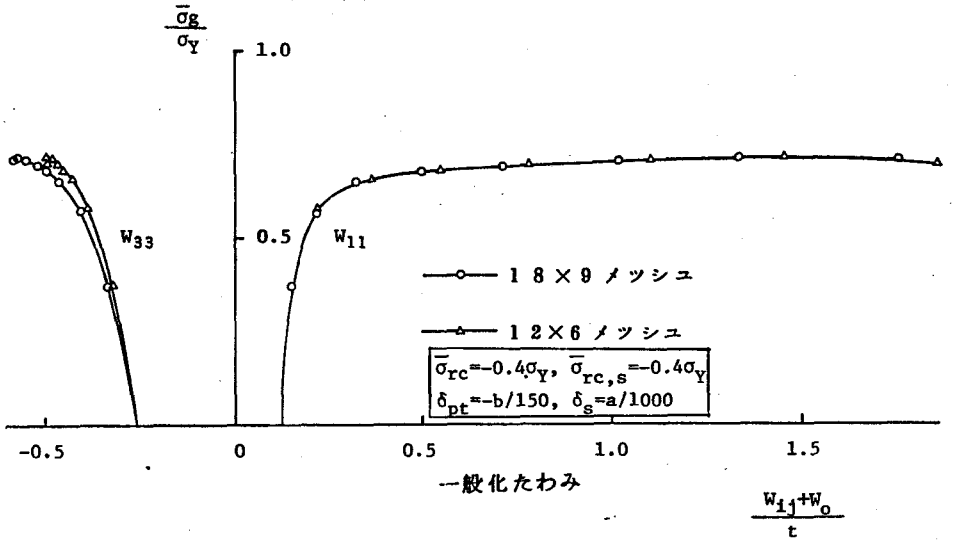
R ＼ メッシュ ＼ γ/γ_N		1		5	
0.7	12 x 6	0.720	(0.7)	0.900	(3.8)
	18 x 9	0.715		0.867	
1.3	12 x 6	0.399	(-0.7)	0.648	(3.3)
	18 x 9	0.402		0.627	

$\bar{\sigma}_{rc}=-0.4\sigma_Y$ ，$\bar{\sigma}_{rc,s}=-0.4\sigma_Y$

$\delta_{pt}=-b/150$ ，$\delta_s=a/1000$

表の値は $\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$ であり，（　）の数字は18×9メッシュに対する12×6メッシュの時の $\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$ の誤差を％で示したものである。

図-6.3.1及び図-6.3.2に示した W_{11} 及び W_{33} は，それぞれ，式(6.2.13)に示した ΔW_{11} 及び ΔW_{33} のすべての荷重段階における値

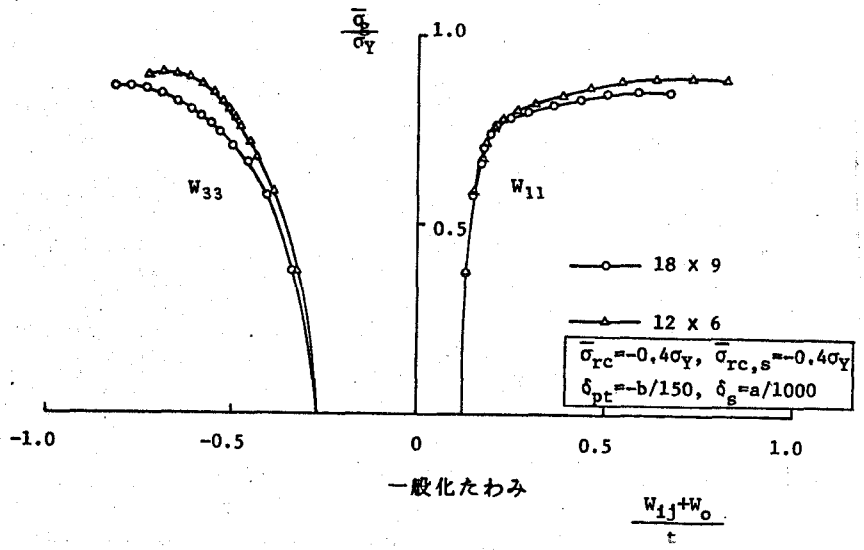


図－6.3.1　メッシュ分割と精度の関係（ R = 0.7，γ/γ_N= 1.0 ）

の総和量である。すなわち，

$$W_{ij} = \sum(\Delta W_{ij}) \quad \text{-----(6.3.7)}$$

なお，残留応力については，安全側の見地より，3.4節の提案値より大きく，$\bar{\sigma}_{rc} = \bar{\sigma}_{rc,s} = -0.4\sigma_Y$とした。



図－6.3.2　メッシュ分割と精度の関係
(R = 0.7, γ/γ_N= 5)

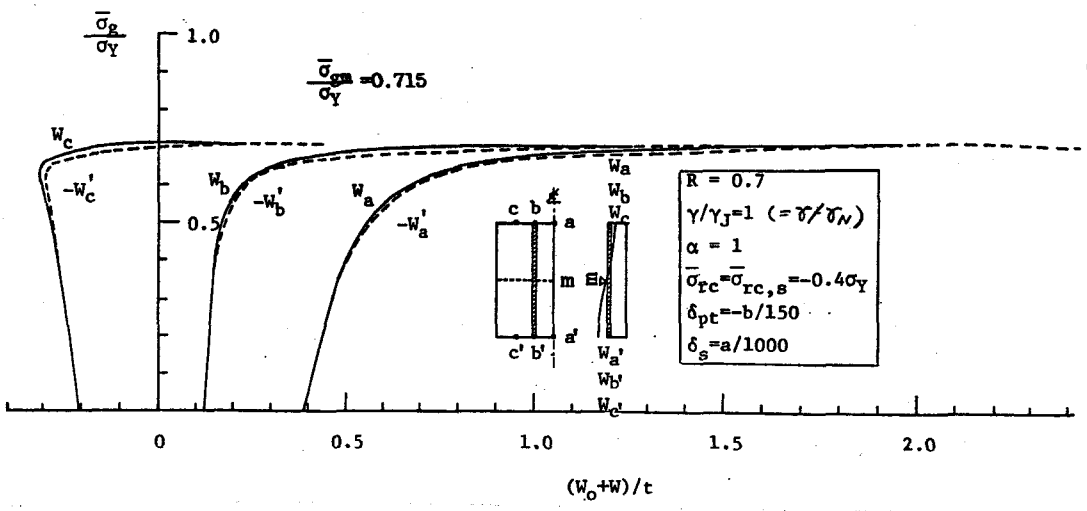
更に，初期たわみについては，道示の許容限界値とした。$R=0.7$, $\gamma/\gamma_N=1$の解析結果である図-6.3.1より以下のことがわかる。すなわち，12×6メッシュの場合，全体的たわみモードであるW_{11}は，18×9メッシュの場合の値とほぼ等しいが，補剛材間の局部的たわみモードであるW_{33}は，若干小さめの値となる。更に，図-6.3.2より，γがγ^*，従って，γ_Nより大きくなると，12×6メッシュの場合のW_{11}とW_{33}は共に，18×9メッシュの場合の値より若干小さくなることがわかる。又，表-6.3.1より以下のことがわかる。すなわち，$\gamma=\gamma_N$の時は，18×9メッシュの場合に対する12×6メッシュの場合の極限応力度$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$の誤差は，1%以下である。更に，$\gamma$が大きくなるにつれて誤差は大きくなり，$\gamma=5\gamma_N$では，3～4%の誤差となる。以上のことから，以下の解析においては，$\gamma=\gamma_N$の時には，原則として12×6メッシュ，$\gamma>\gamma_N$の時には18×9メッシュとした。

6．4　解析結果

(1)平均圧縮応力度とたわみの関係

$R=0.7$, $\gamma/\gamma_N=1$なる補剛板の平均圧縮応力度$\bar{\sigma}_g$と上・下載荷辺上

の代表的な6点におけるたわみの関係を図-6.4.1に示す。補剛材の先端に曲



図－6.4.1　平均圧縮応力度とたわみの関係

げ圧縮応力を受ける部分（以下，a'側と言う）の補剛板パネルのたわみW_a'，W_b'，W_c'がそれぞれW_a，W_b，W_cより若干大きいが，補剛板全体では支持辺mに関してほぼ逆対称のたわみ波形が生じていることがわかる。以下，a'側の補剛板パネルとほぼ逆対称の関係にある補剛板パネルをa側の補剛板パネルと言う。更に，非載荷辺に隣接する板パネルにおいては，初期たわみの関係で，$\bar{\sigma}_g$が小さい間は，初期たわみと同じ方向にたわむが最終的には，補剛板全体のたわみ波形に順応して，初期たわみとは逆の方向にたわんでいることがわかる。

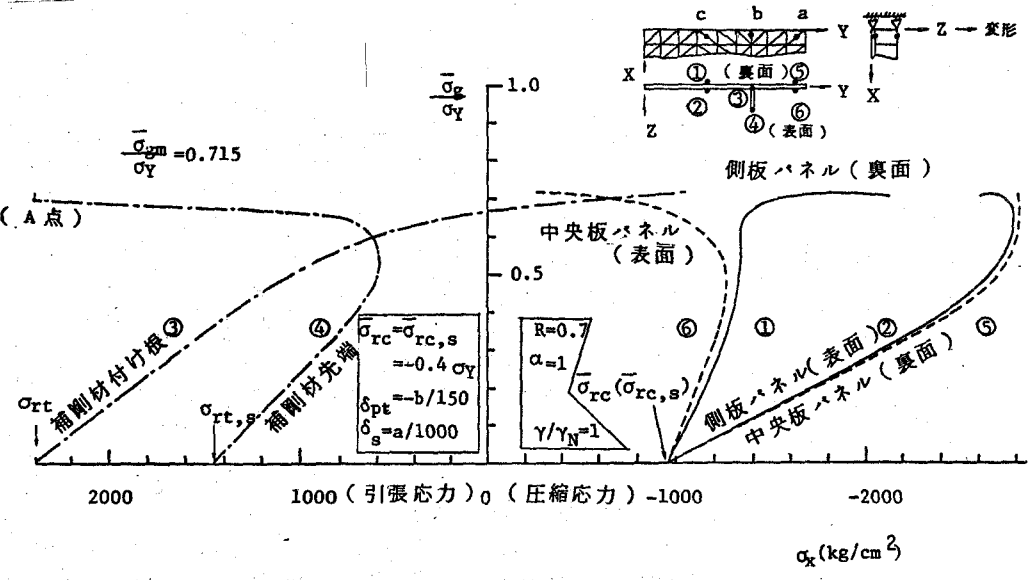
（2）平均圧縮応力度と軸方向垂直応力度の関係

上と同じ解析モデルにおいて平均圧縮応力度$\bar{\sigma}_g$と軸方向垂直応力度σ_xの関係を図-6.4.2及び図-6.4.3に示す。これらの中の右上の図に示すように，縦補剛材の先端④，④'及び接合部③，③'並びに両側（a側とa'側）板パネル中央点付近①②⑤⑥及び①'②'⑤'⑥'のσ_xを対象とした。これらの図より，以下のことがわかる。

①両側板パネルのσ_xの極限状態付近の挙動はほぼ逆対称となっている。
（①と②'，②と①'，⑤と⑥'，⑥と⑤'）

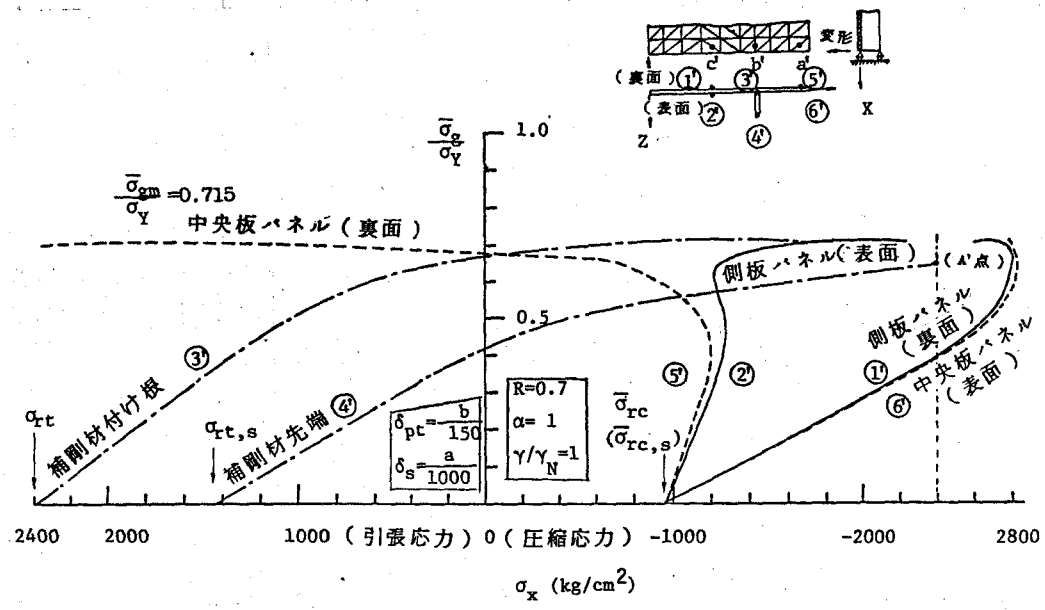
②曲げ引張応力を受けるa'側の中央板パネル裏面（点⑤'）のσ_xは，

極限状態では，引張りの降伏点に達しているが，これに対応するa側の載荷辺の補剛材側の板面（点⑥）のσ_xは降伏に至っていない。



図－6.4.2　平均圧縮応力度と軸方向垂直応力度の関係（a側）

③補剛材の先端と付け根のσ_xは，a側とa'側の載荷辺でかなり異なる。



図－6.4.3　平均圧縮応力度と軸方向垂直応力度の関係（a'側）

これは補剛板パネル全体として縦補剛材側にたわむか反対側にたわむかの相異によるものである。

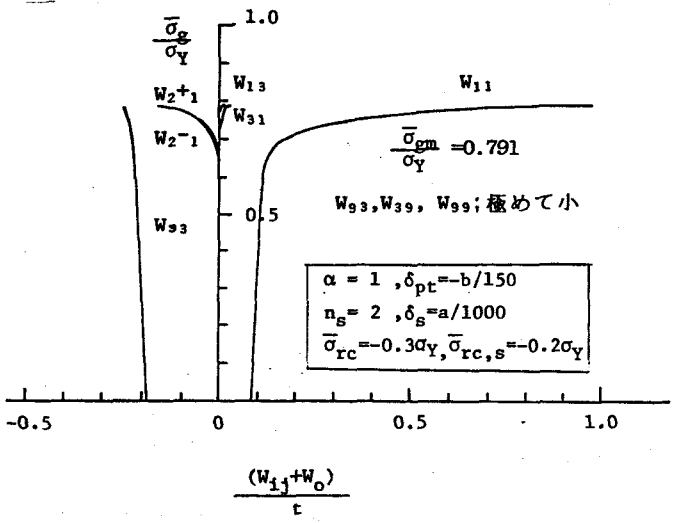
④最終的には，補剛材の先端のσ_xは，a側載荷辺では引張りの降伏点，a'側載荷辺では圧縮の降伏点に達している。

⑤a側載荷辺で補剛材は，a'側載荷辺に比して，相当大きい曲げモーメントを受ける。

⑤補剛材の凹側載荷辺付近では全断面に渡って圧縮応力を受けている。

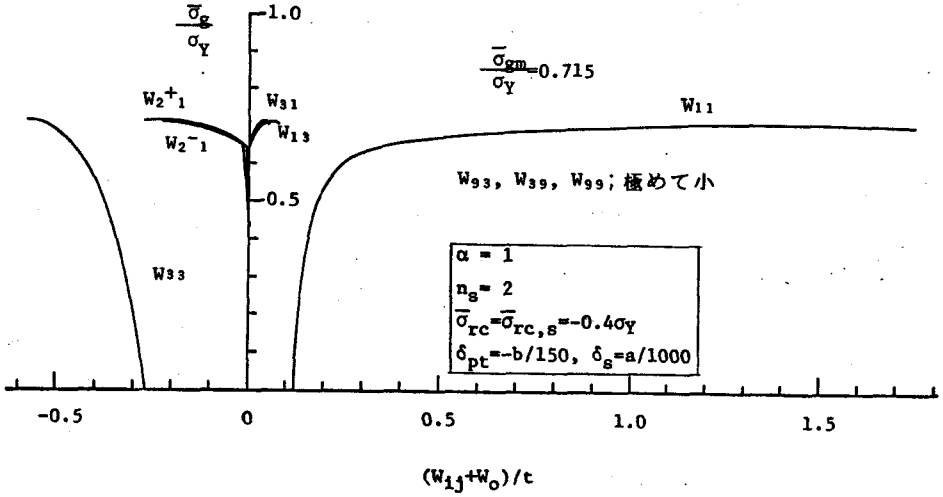
（3）平均圧縮応力度と一般化たわみの関係、

（R=0.5, γ/γJ=1），（R=0.7, γ/γJ=γ/γN=1），（R=0.7, γ/γJ=γ/γN=4），（R=1.3, γ/γN=1）及び（R=1.3, γ/γN=5）なる5種の補剛板の $\bar{\sigma}_g$ と一般化たわみ W_{ij} の関係をそれぞれ図-6.4.4～6.4.8に示す。これらの図より，以下のことがわかる。



図－6.4.4　平均圧縮応力度と一般化たわみの関係（R = 0.5, γ/γJ= 1.0）

①すべてのケースについて，極限状態においては全体的たわみモードW11が最も卓越している。



図－6.4.5　平均圧縮応力度と一般化たわみの関係
（R = 0.7, γ/γJ= γ/γN= 1.0）

②全体的たわみモードW11が急激に大きくなるまでは，W11モードとW33モード以外のモードは無視出来るほど小さい。

③Rが大きくなるにつれて，W33モードは，次第に大きくなり，W11モードのオーダに近づいて行く。

④全体的たわみモードW11が急増する付近から，W2+1，W2-1モードが急

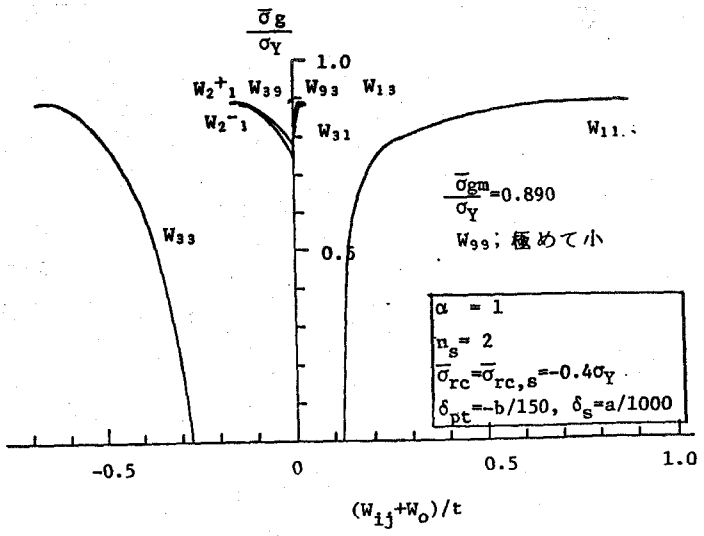
激に生じる。

⑤ W_{2+1} と W_{2-1} の大きさは，ほぼ等しい。

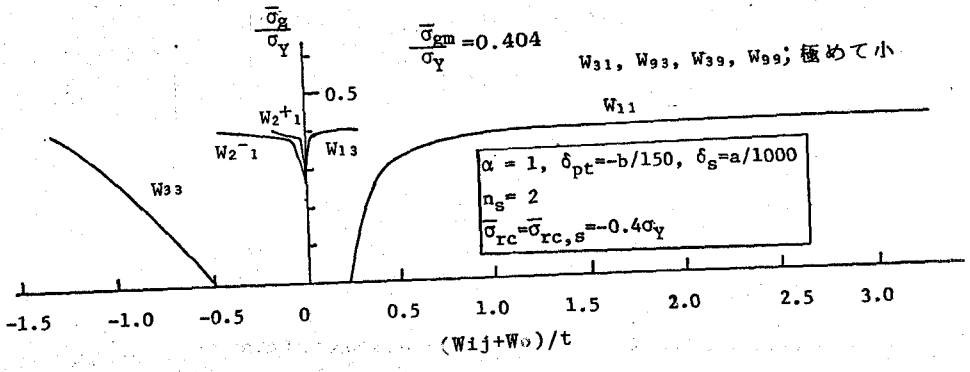
⑥ W_{11} が急増する付近から，すべてのケースについて，W_{13}，W_{31} モードも無視出来なくなる。更に，$\gamma > \gamma_J$ (or γ_N) なる補剛板では W_{93}，W_{39} モードも無視出来なくなる。

⑦ W_{99} モードは無視出来るほど小さい。

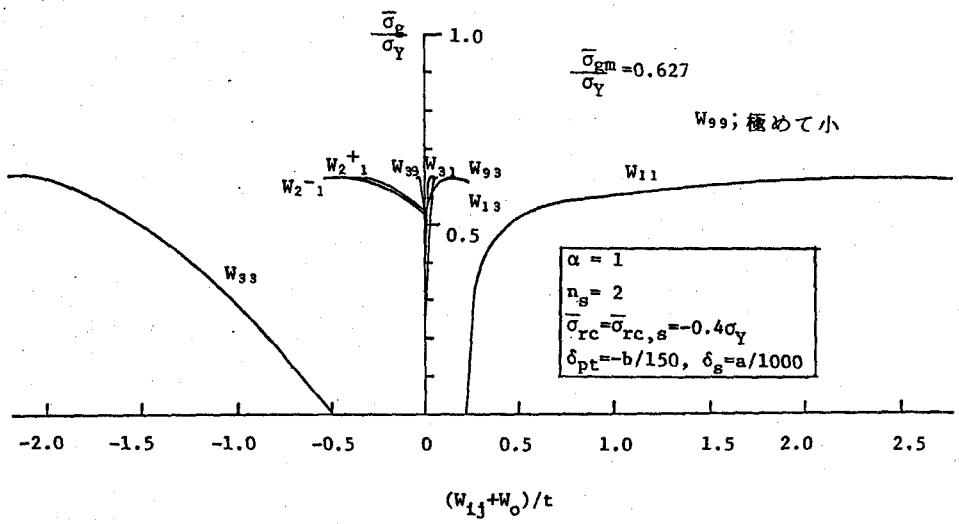
(4) 極限状態における たわみ波形，($R=0.7$, $\gamma/\gamma_N=1$)，($R=0.7$, $\gamma/\gamma_N=5$)，($R=1.3$, $\gamma/\gamma_N=1$) 及び ($R=1.3$, $\gamma/\gamma_N=5$) なる4種類の補剛板について，$\bar{\sigma}_g$ が



図－6.4.6 平均圧縮応力度と一般化たわみの関係 (R = 0.7, γ/γ_J= γ/γ_N= 4.0)



図－6.4.7 平均圧縮応力度と一般化たわみの関係 (R = 1.3, γ/γ_N= 1.0)



図－6.4.8 平均圧縮応力度と一般化たわみの関係 (R = 1.3, γ/γ_N= 5.0)

極限応力度$\bar{\sigma}_{gm}$に達した時のa側及びa'側載荷辺に沿った横方向たわみ波形を，それぞれ，図-6.4.9－6.4.12に示す。　これらの図より以下のことがわかった。

①$\gamma \geq \gamma_N$としても，弾性線形座屈理論の場合とは異なり，縦補剛材位置で節となるようなたわみ波形にはならなかった。

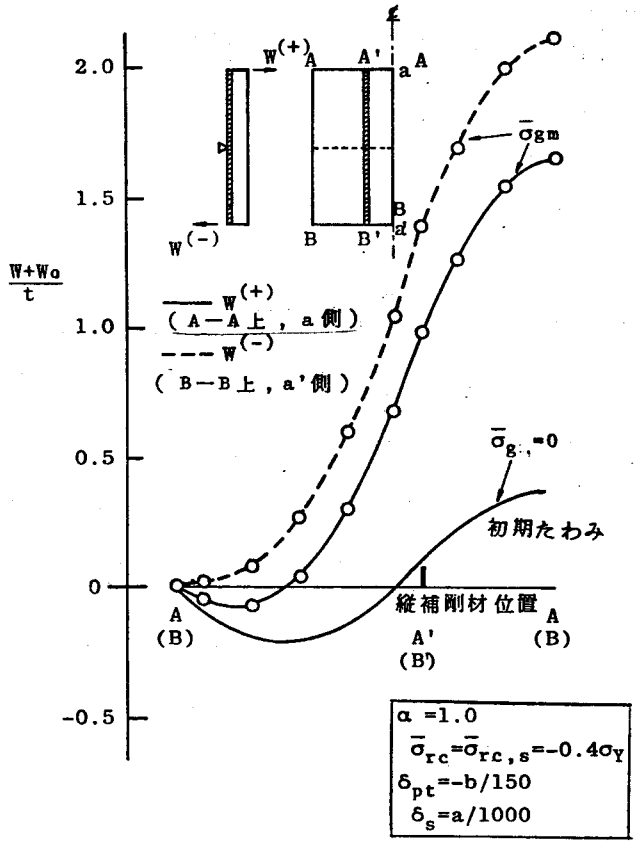
②a側載荷辺より，a'側載荷辺のたわみの方が大きい。

③$\gamma = \gamma_N$なる補剛板の非載荷辺に隣接した両側板パネルのたわみは，極限状態においては，どちらも，初期たわみとは逆の方向に変ろうとしている。

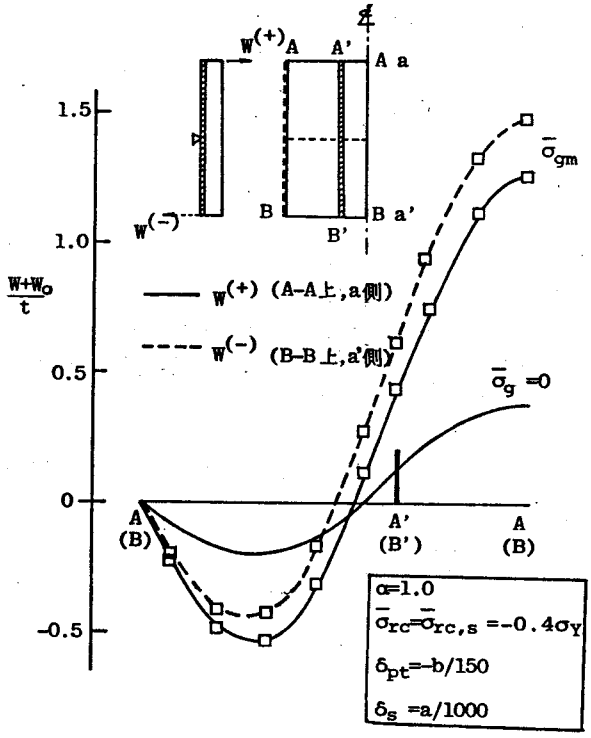
④$\gamma = 5\gamma_N$なる補剛板の両側板パネルの極限状態におけるたわみは，どちらも，初期たわみの方向に増加している。

（５）初期たわみと極限応力度の関係。

まず，$R = 0.7$，$\gamma/\gamma_N = 1$なる補剛板において，初期たわみを道示の許容

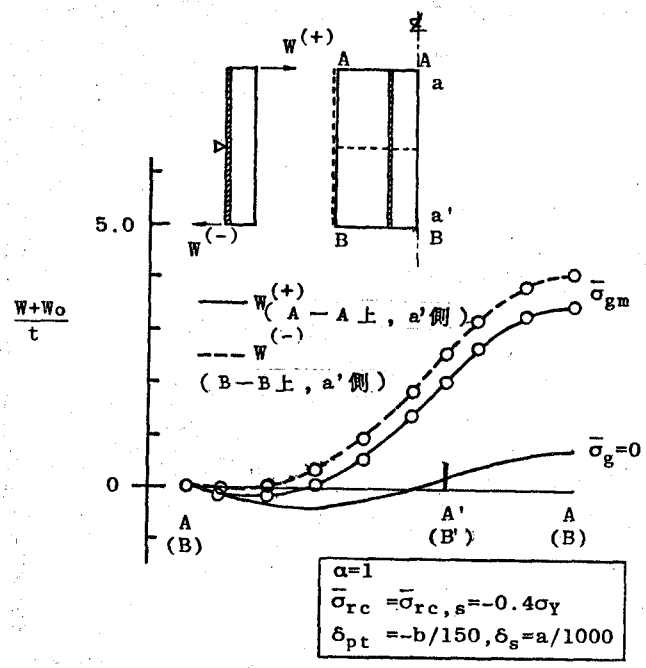


図－６．４．９　極限状態におけるたわみ波形（R = 0.7, γ/γ_N= 1.0）

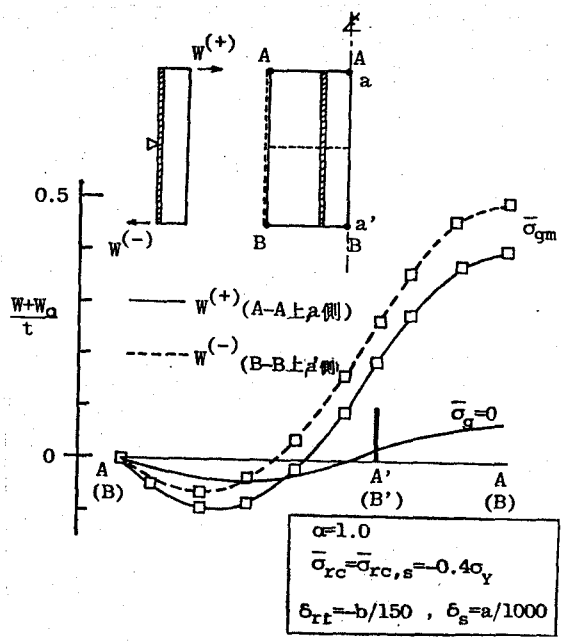


図－６．４．１０　極限状態におけるたわみ波形（R = 0.7, γ/γ_N= 5.0）

限界値 $\delta_{pt} = -b/150$ 及び $\delta_s = a/1000$ と仮定した場合と，δ_{pt} 及び δ_s を共に道示の許容限界値の 1/4 と仮定した場合の解析結果を図－6.4.13 に示す。初期たわみが小さくなれば，それに比較して，全体的たわみモード w_{11} 及び補剛材間の板パネルの局部的たわみモード w_{33} も小さくなっていることがわかる。しかし，初期たわみを道示限界値の 1/4 に小さくしても，極限応力度の増加は 2% 程度と極めて小さいことがわかる。次に，幅厚比パラメータ R が 0.7 及び 1.3 であるような場合について，全体的初期たわみを道示の圧縮柱に対する許容限界値 $\delta_s = a/1000$ に固定し，補剛材間の板パネルの初期たわみ δ_{pt} を $-b/100 \sim -b/1000$ の間で変化させて行った解析結果を図－6.4.14 に示す。$\gamma = \gamma_Y$ あるいは $\gamma = \gamma_N$ なる全体的変形が卓越する補剛板においては，δ_{pt} をこの範囲で変化させても補剛板の極限応力度はほとんど変化しないことがわかる。すなわち，圧縮補剛板の補剛材間板パネルの局部初期たわみに関する道示の許容値は，もうすこし緩



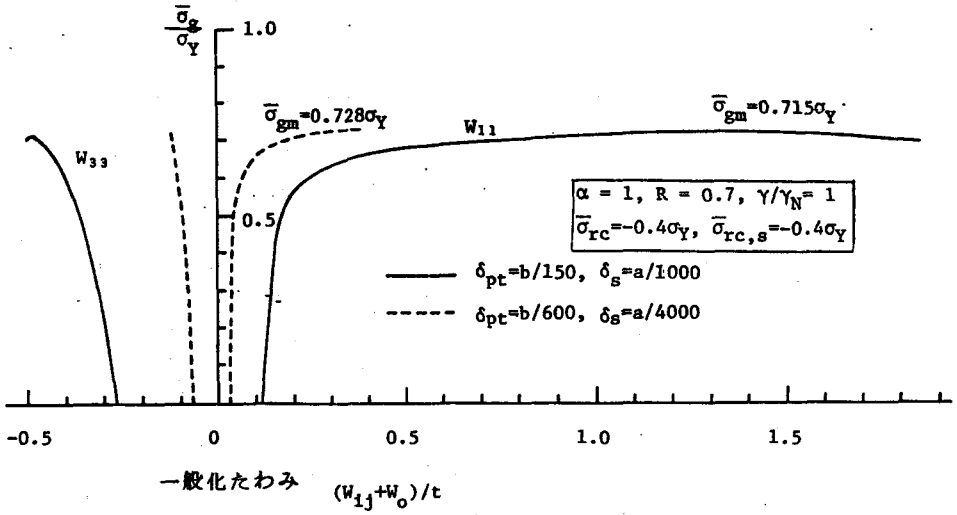
図－6.4.11 極限状態におけるたわみ波形
(R = 1.3, γ/γ_N = 1.0)



図－6.4.12 極限状態におけるたわみ波形
(R = 1.3, γ/γ_N = 5.0)

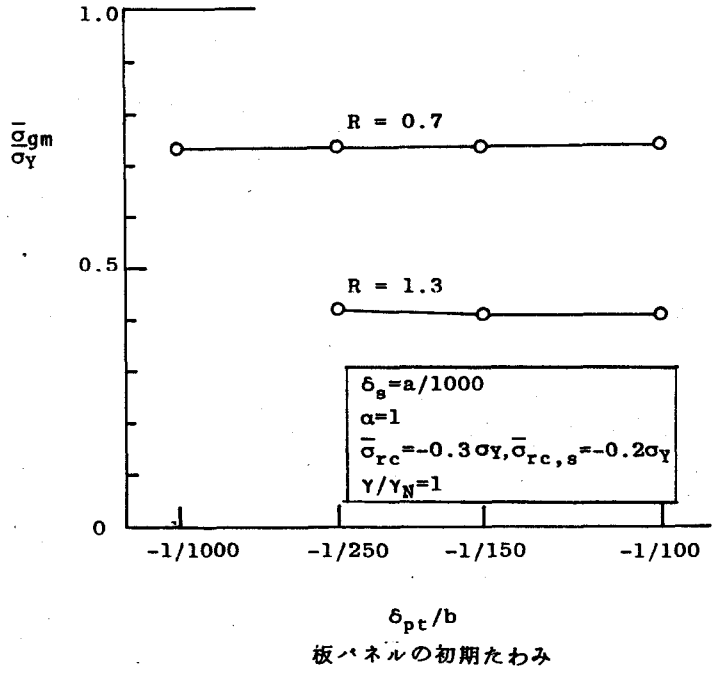
和しても補剛板全体の極限強度に影響がないことがわかった。

更に，Rが0.7及び1.3であるような場合について，



図－6.4.13 初期たわみをパラメータとした平均圧縮応力度…一般化たわみ曲線

δ_{pt} を道示の許容限界値 $-b/150$ に固定し，δ_s を $a/500$ ～ $a/5000$ の範囲内で変化させた場合の解析結果を図-6.4.15に示す。$R=0.7$ の補剛板においては，極限応力度 $\bar{\sigma}_{gm}$ は δ_s の増加につれて減少するが，δ_s に対する敏感性は小さいことがわかる。$R=1.3$ の場合は，$\delta_s < a/1000$ の領域で，$R=0.7$ の場合に比し，$\bar{\sigma}_{gm}$ は δ_s に若干敏感であることがわかる。又，$R=1.3$ の場合，$\delta_s > a/1000$ なる領域で，$\bar{\sigma}_{gm}$ の δ_s に対する敏感性は小さいことがわかる。



図－6.4.14 板パネルの局部初期たわみと極限応力度の関係

（6）残留応力と極限応力度の関係

残留応力が極限応力度に及ぼす影響を調べるため，$\delta_s = a/1000$，$\delta_{pt} = -b/150$

とし，板パネル及び縦補剛材の残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc}$ と $\bar{\sigma}_{rc,s}$ の4種の組み合せを考えて解析を行ってみた。

(ケースⅠ)　$\bar{\sigma}_{rc} = -0.4\sigma_Y$,　$\bar{\sigma}_{rc,s} = -0.4\sigma_Y$

(ケースⅡ)　$\bar{\sigma}_{rc} = -0.3\sigma_Y$,　$\bar{\sigma}_{rc,s} = -0.2\sigma_Y$

(ケースⅢ)　$\bar{\sigma}_{rc} = -0.4\sigma_Y$,　$\bar{\sigma}_{rc,s} = 0$

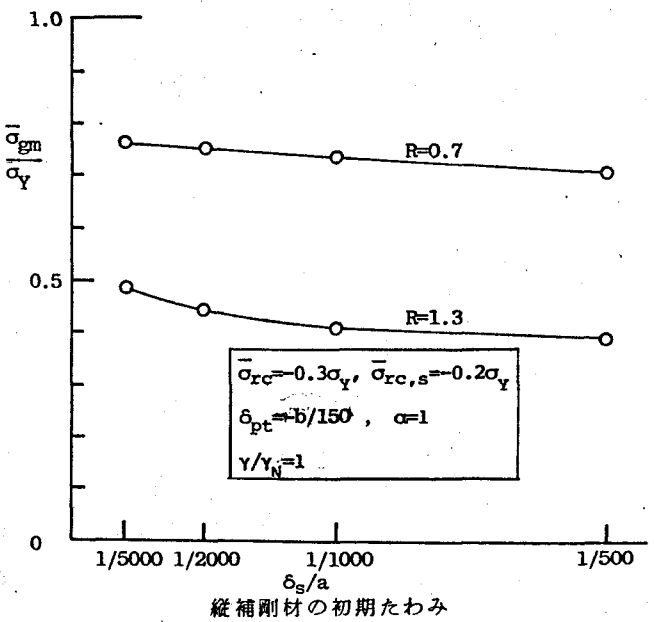
(ケースⅣ)　$\bar{\sigma}_{rc} = 0$,　$\bar{\sigma}_{rc,s} = 0$

ケースⅡの残留応力分布は，3.4節に示したSS41材からなる補剛板の残留応力度の推定上限値を採用したものである。ケースⅠは，ケースⅡの実際的な値より大きめの残留応力度を用いた場合である。ケースⅢは，補剛材の残留圧縮応力度が極限応力度に及ぼす影響を調べるために，補剛材内の残留応力を除去し，板パネルのみに自己平衡な残留応力を導入したものである。

$R = 0.7$, $\gamma/\gamma_N = 1$ の場合の解析結果を図-6.4.16及び表-6.4.1に，一方 $R = 1.3$, $\gamma/\gamma_N = 1$ の場合の解析結果を表-6.4.2に示す。

図-6.4.16より以下のことがわかる。

①同一の平均圧縮応力度 $\bar{\sigma}_g$ に対して，全体的たわみモード w_1 は，ケースⅠ($\bar{\sigma}_{rc} = \bar{\sigma}_{rc,s} = -0.4\sigma_Y$)の場合が最も大きく，ケースⅢ($\bar{\sigma}_{rc} = \bar{\sigma}_{rc,s} = 0$)の場



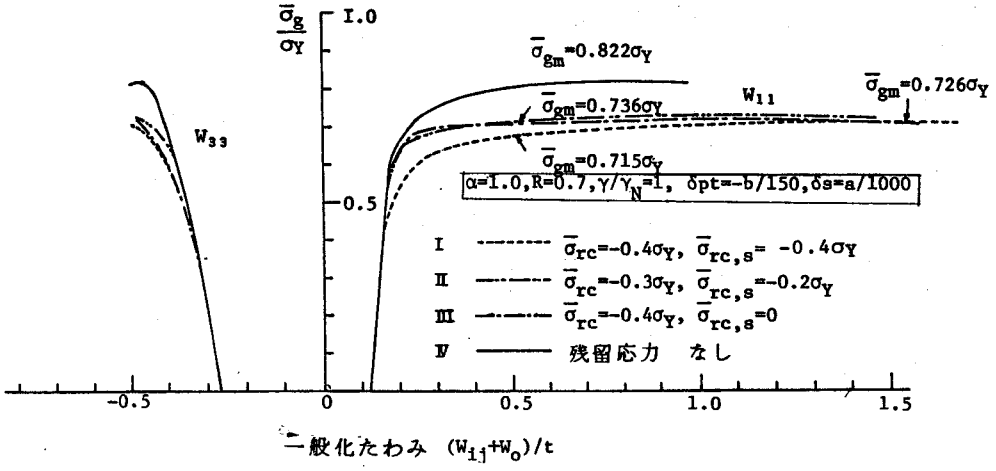
図－6.4.15　縦補剛材の初期たわみと極限応力度の関係

合が最も小さい。 ケースⅡ($\bar{\sigma}_{rc}=-0.3\sigma_Y$, $\bar{\sigma}_{rc,s}=-0.2\sigma_Y$)とケースⅢ($\bar{\sigma}_{rc}=-0.4\sigma_Y$, $\bar{\sigma}_{rc,s}=0$)の場合の$\bar{\sigma}_g$とW_{11}の関係はよく類似している。

②局部的たわみモードW_{33}に関しては，共に$\bar{\sigma}_{rc}=-0.4\sigma_Y$であるケースⅠとⅢの$\bar{\sigma}_g-W_{33}$曲線は極限状態付近を除き完全に一致している。

更に，表－6.4.1 及び表－6.4.2より，極限応力度に関しては以下のことが言える。

①幅厚比パラメータRが0.7と1.3の2つの補剛板を比較するとR=0.7の場合の方が残留応力度による極限応力度の低下率は幾分大きい。 補剛板の実際的な残留応力度の推定上限値を採用したケースⅡについて述べると，残留応力の存在しないケースⅣの場合に比



図－6.4.16 残留応力度をパラメータとした平均圧縮応力度――般化たわみ曲線

表－6.4.1 残留応力度と極限応力度の関係（R＝0.7）

ケース	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
$\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y$	-0.4	-0.3	-0.4	0
$\bar{\sigma}_{rc,s}/\sigma_Y$	-0.4	-0.2	0	0
$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$	0.715	0.736	0.726	0.822
ケースⅣに対する低下率（%）	-13.0	-10.5	-11.7	0

α = 1, δ_s=a/1000, δ_{pt}=-b/150

γ/γ_N= 1

表－6.4.2 残留応力度と極限応力度の関係（R＝1.3）

ケース	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
$\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y$	-0.4	-0.3	-0.4	0
$\bar{\sigma}_{rc,s}/\sigma_Y$	-0.4	-0.2	0	0
$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$	0.399	0.409	0.418	0.437
ケースⅣに対する低下率（%）	-8.7	-6.4	-4.3	0

α = 1, δ_s=a/1000, δ_{pt}=-b/150

γ/γ_N= 1

して，$R=0.7$の場合10.5%，そして，$R=1.3$の場合6.4%の極限応力度の低下が認められた。

②ケースII（$\bar{\sigma}_{rc}=-0.3\sigma_Y$，$\bar{\sigma}_{rc,s}=-0.2\sigma_Y$）に比してケースI（$\bar{\sigma}_{rc}=\bar{\sigma}_{rc,s}=-0.4\sigma_Y$）の場合の極限応力度の低下率は，$R=0.7$及び1.3のいずれの場合も，3%以下で，極めて小さい。

③ケースIとケースIIIを比較することにより，補剛材内における残留応力の存在による極限応力度の低下率は，$R=0.7$及び1.3の2つの場合において，それぞれ1.5%及び4.5%となった。すなわち，Rが大きい補剛板の方が，補剛材内の残留応力が極限強度に及ぼす影響が大きい。

④ケースIIIとIIIを比較することにより，板パネルに存在する残留応力による極限強度の低下率は，$R=0.7$及び1.3のそれぞれの場合において，11.7%及び4.3%となり，Rが小さい補剛板の方が，板パネルの残留応力の存在による極限応力度の低下率が大きいことがわかる。

更に，6.4.(7)で行った，補剛材剛比をパラメータとした解析結果より，補剛材剛比が大きくなるにつれて，ケースIとIIの極限応力度の差は小さくなることがわかった。（図-6.4.19を参照）

（7）補剛材剛比と極限応力度の関係

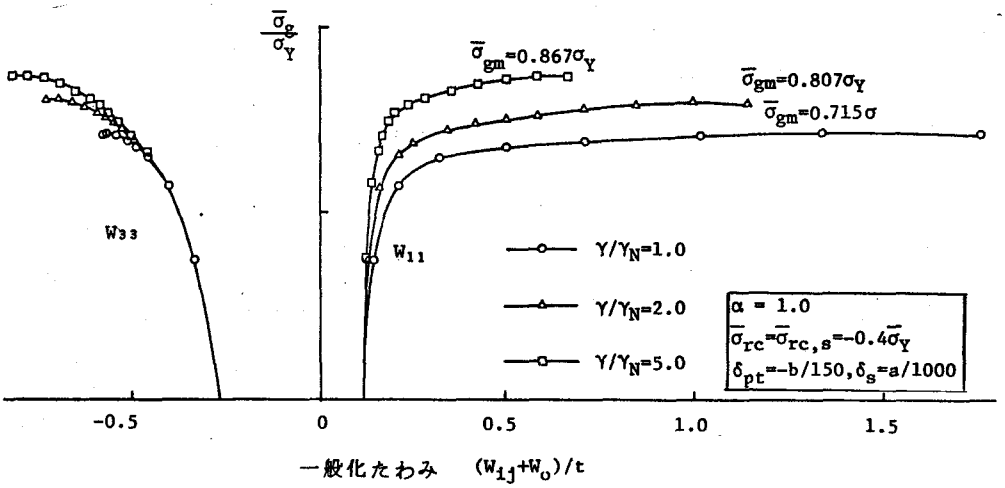
ここでは，$\delta_{pt}=b/150$，$\delta_s=a/1000$とし，補剛材剛比γを変化させて解析を行った。$R=0.7$で，γをγ_N，$2\gamma_N$及び$5\gamma_N$の3種に変化させた場合の結果を図-6.4.17及び図-6.4.19に示す。$R=1.3$でγをγ_N，$2\gamma_N$及び$5\gamma_N$に変化させた場合の結果を図-6.4.18及び図-6.4.19に示す。図-6.4.17及び図-6.4.18より，補剛材剛比を大きくすると，全体的たわみモードW11はかなり小さくなるが，局部的たわみモードW33の大きさは，Rが等しければほぼ一定していることがわかる。

更に，図-6.4.19より，γをγ_0あるいはγ_Nより大きくした時の極限

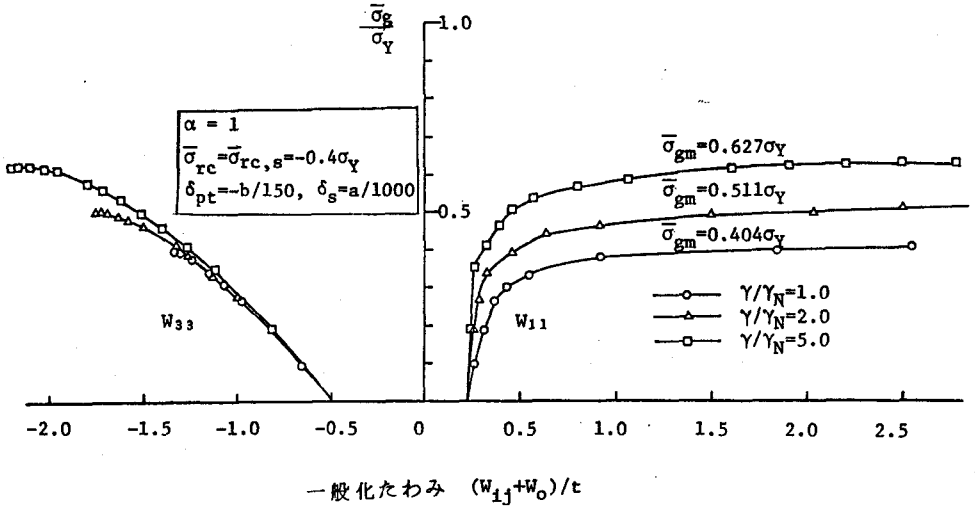
応力度の増加率は，Rが大きくなればなるほど大となることがわかる。補剛板の極限応力度を上昇させるためには，補剛材剛比γを大きくする方法と，補剛材間の板パネルの幅厚比パラメータRを小さくする方法の2つの代表的な方法が考えられる。本研究においては，補剛板の最適設計という問題までは言及しないが，この問題を明らかにするためには，Rとγを種々変化させた非常に多くのパラメトリック解析が必要であると思われる。

（8）ハイブリッド補剛板の極限応力度

R=0.7, γ/γ_N=1, $\bar{\sigma}_{rc}=\bar{\sigma}_{rc,s}=-0.4\sigma_Y$ の補剛板において，板パネルの降伏点，σ_Y を2400kg/cm²に固定し，補剛材の降伏点 σ_{Ys} を4700 kg/cm² としたハイブリッド補剛板と σ_{Ys} を σ_Y に等しくした等質補剛板の平均圧縮応力度と一般化たわみの関係を図-6.4.20に示す。ハイブリッド



図－6.4.17 補剛材剛比をパラメータとした平均圧縮応力度
——一般化たわみ曲線（R＝0.7）



図－6.4.18 補剛材剛比をパラメータとした平均圧縮応力度
——一般化たわみ曲線（R＝1.3）

補剛板と等質補剛板を比較すると，板パネルの局部的たわみモード W_{33} の大きさは，両者でほぼ等しいが，全体的たわみモード W_{11} は，ハイブリッド補剛板の方がかなり小さいことがわかる。

ハイブリッド補剛板の極限応力度 $\bar{\sigma}_{gm}$ を板パネルの降伏点で無次元化した値 $\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$ は，等質補剛板のそれに比して，24.6 %の増加が認められた。

又，補剛板の全断面圧縮降伏時の抵抗圧縮力 P_Y を断面積 A で無次元化した値を換算降伏点 σ_Y^* とし，次式で定義する。

$$\sigma_Y^* = \frac{P_Y}{A_g} = \frac{\sigma_Y \cdot B \cdot t + n_s \cdot \sigma_{Ys} \cdot h_s \cdot t_s}{B \cdot t + n_s \cdot h_s \cdot t_s} \qquad \text{-----(6.4.2)}$$

$\bar{\sigma}_{gm}$ を σ_Y^* で無次元化した値 $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y^*$ を比較すると，ハイブリッド補剛板のそれは，0.805 となり，等質補剛板のそれに対して，12.6 %の増加が認められた。

6．5　極限応力度曲線

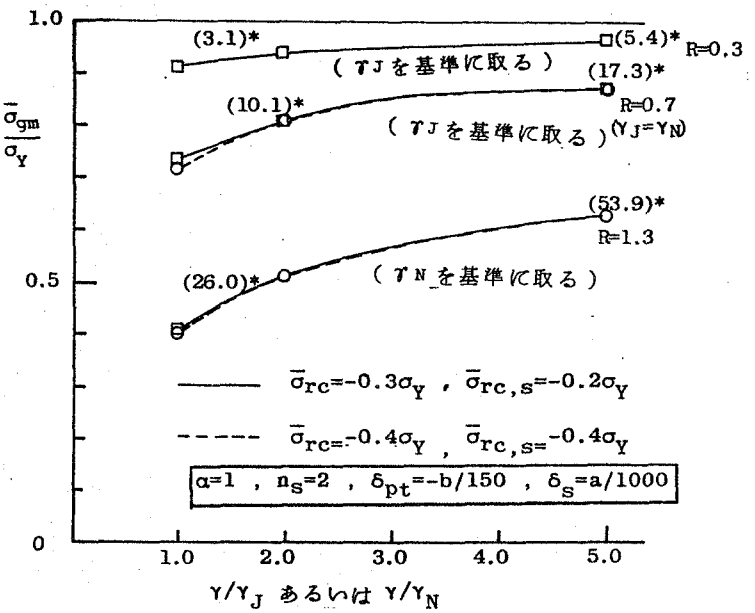
圧縮補剛板の設計の便に供するため，以下の4種の補剛材剛比を有する縦補剛材を設けた補剛板の極限応力度曲線を求めて図-6.5.1に示す。

① $\gamma = \gamma_J$ $(R \leq 0.7)$

② $\gamma = \gamma_N$

③ $\gamma = \gamma_R = 5\gamma_J$ $(R \leq 0.7)$

④ $\gamma = \gamma^*$

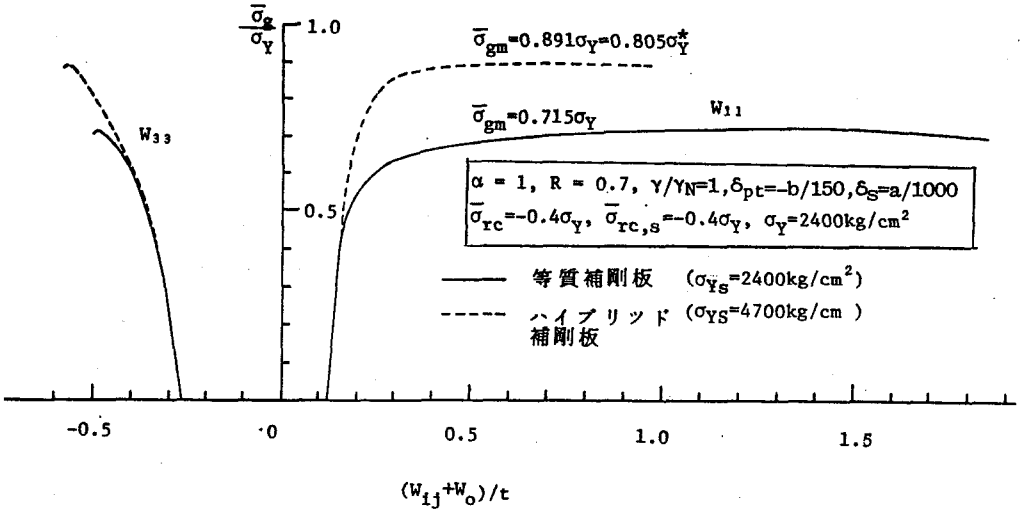


図－6.4.19　補剛材剛比と極限応力度の関係

（＊：$\gamma = \gamma_J$ あるいは $\gamma = \gamma_N$ の時の $\bar{\sigma}_{gm}$ に対する増加率）

ここに，γ_Rは鉄道標準(I-43), I-185)で定める縦補剛材の必要最小剛比であり，旧道示で定めるγ_Jの5倍と一致する。

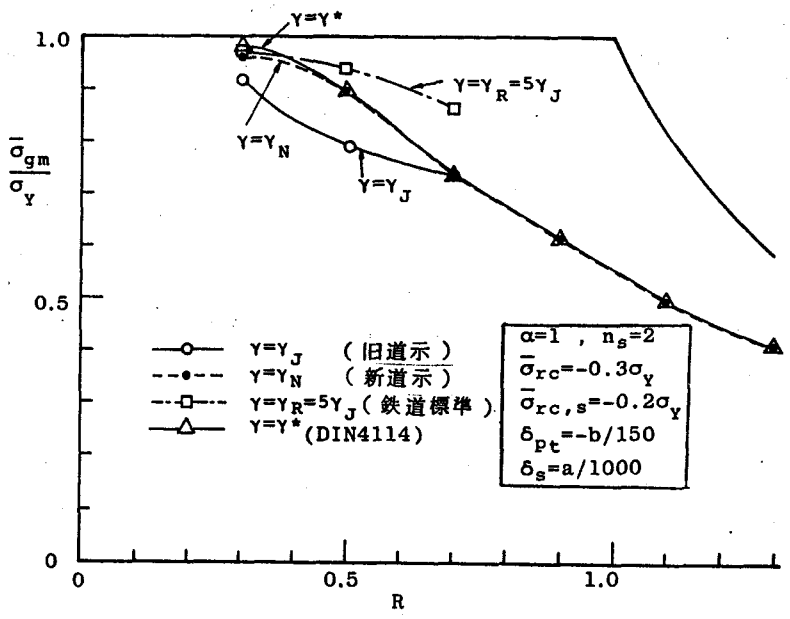
なお，残留応力には，3.4節で示した，SS41材に対する推定上限値である$\bar{\sigma}_{rc}=-0.3\sigma_Y$，$\bar{\sigma}_{rc,s}=-0.2\sigma_Y$を採用した。更に，初期たわみについては，道示で定める許容限界値$\delta_{pt}=-b/150$，$\delta_s=a/1000$を用いた。$\gamma=\gamma_N$と$\gamma=\gamma^*$の極限応力度曲線は，$R\leq 0.5$の範囲でほぼ一致し，$R>0.5$の範囲では，$\gamma_N=\gamma^*$となり，完全に一致している。



図－6.4.20 ハイブリッド補剛板の平均圧縮応力度と一般化たわみの関係

6.6 結言

補剛板全体のたわみモード及び補剛材間の板パネルの局部的たわみモードを含む9個のたわみモードを仮



図－6.5.1 極限応力度曲線（連続補剛板）

定したRayleigh-Ritz法と有限要素法の混用法を用い，曲げに対して十分に剛な横補剛材を有し，その横補剛材間の補剛板パネルの縦横比が1で，2本の縦補剛材を有する連続補剛板を離散化モデル化し，弾塑性有限変位解析を実施した結果から以下の代表的結論が得られた。

（1）横補剛材をはさんだ両側の補剛板パネルにおいて，補剛材の存在する側にたわんだ補剛板パネルの補剛材の支間中央点では，反対側補剛板パネルの補剛材の支間中央点に比して，相当大きい曲げモーメントが作用し，補剛材先端は，極限状態では引張りの降伏点に達していた。反対側補剛板パネルの補剛材の支間中央点では，補剛材の全断面に圧縮応力度が生じ，先端部は，極限状態で圧縮の降伏点に達していた。

（2）補剛材の剛比γを道示で定める必要最小剛比γ_fあるいは弾性線形座屈理論から求まる新道示の必要最小剛比γ_Nの5倍に大きくしても，縦補剛材位置で節とならないで，全体的たわみモードW_{11}が最も卓越していた。なお，W_{11}モードは，横補剛材位置で節となり，両側の補剛板パネルでは逆対称なたわみ波形である。

（3）平均圧縮応力度σ_gが増大し，W_{11}モードが急増しだす付近から，両側の補剛板パネルで対称な全体的たわみモードも発生し，連続補剛板が極限状態に至るにつれて，このたわみモードは急増する。

（4）W_{11}モードが急増しだす付近までの補剛板においては，W_{11}モードと補剛材間の板パネルの局部的たわみモードW_{33}が卓越し，他は無視し得る程度に小さい。

（5）$\gamma=\gamma_f$あるいは$\gamma=\gamma_N$なる全体的変形が卓越する補剛板の全体的初期たわみδ_sを横補剛材間隔aの1/1000に固定し，補剛材間の板パネルの初期たわみδ_{pt}を補剛材間隔bの1/100～1/1000の範囲で変化させても補剛板の極限応力度σ_{gm}はほとんど変化しなかった。

（6）δ_{pt}を道路橋示方書で定める許容限界値のb/100に固定し，δ_sを1/500～

9/5000 の範囲内で変化させたところ，弾塑性座屈領域に相当する幅厚比パラメータ R が 0.7 で $\gamma/\gamma_N = 1$ なる補剛板においては，$\bar{\sigma}_{gm}$ は δ_s の増加と共に減少するが，δ_s に対する敏感性は小さい。弾性座屈領域に相当する R=1.3 で $\gamma/\gamma_N = 1$ なる補剛板においては，$\delta_s < 9/1000$ なる領域で，R=0.7 の場合に比し，$\bar{\sigma}_{gm}$ は δ_s に若干敏感であることがわかった。$\delta_s > 9/1000$ なる領域では，R=0.7 と同様に $\bar{\sigma}_{gm}$ の δ_s に対する敏感性は小さいことがわかった。

（7）板パネル部分の残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc}$ が $-0.3\sigma_Y$ で補剛材部分の残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc,s}$ が $-0.2\sigma_Y$ なる実際的な残留応力度の推定上限値を有する連続補剛板の極限応力度は，残留応力が存在しない補剛板のそれに比して，R=0.7 では，10.5%，そして，R=1.3 では 6.4% の低下が認められた。

（8）（$\bar{\sigma}_{rc} = -0.4\sigma_Y$, $\bar{\sigma}_{rc,s} = 0$），（$\bar{\sigma}_{rc} = \bar{\sigma}_{rc,s} = -0.4\sigma_Y$）及び（$\bar{\sigma}_{rc} = \bar{\sigma}_{rc,s} = 0$）なる3種の連続補剛板の極限応力度 $\bar{\sigma}_{gm}$ を比較することにより，補剛材の残留応力による $\bar{\sigma}_{gm}$ の低下率は，R=0.7 及び 1.3 の2つの場合において，それぞれ 1.5%，4.5% と比較的小さいことがわかった。更に，板パネルの残留応力による $\bar{\sigma}_{gm}$ の低下率は，R=0.7 及び 1.3 のそれぞれの場合において，11.7% 及び 4.3% となった。しかし，両者が併存する場合の複合効果は無視することが出来ない。

（9）補剛材剛比 γ を γ_J あるいは γ_N より大きくした時の $\bar{\sigma}_{gm}$ の増加率は R が大きくなるほど大きくなる。$\gamma = 5\cdot\gamma_J$ あるいは $5\cdot\gamma_N$ とした時の $\bar{\sigma}_{gm}$ の増加率は，R=0.3 の場合 5.4%，R=0.7 の場合 17.3%，R=1.3 の場合 53.9% となった。

（10）R=0.7，$\gamma/\gamma_N = 1$ で，板パネル材料の降伏点を 2400 kg/cm², 補剛材材料の降伏点を 4700 kg/cm² と仮定したハイブリッド補剛板の極限応力度 $\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y^*$ は，等質補剛板の場合に比し，12.6% の増加が認められた。ここに，

σ_y^*は，補剛板の全断面圧縮降伏時の抵抗圧縮力を全断面積で除した換算降伏点である。

（11）設計の便に供するため，$\gamma=\gamma_J$，$\gamma=\gamma_N$，$\gamma=\gamma_R=5\gamma_J$ 及び$\gamma=\gamma^*$ なる4種の補剛材剛比を有する縦補剛材を設けた連続圧縮補剛板の極限応力度曲線（$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_y$ ーR曲線）を提示した。ここに，γ_Rは鋼鉄道橋設計標準で定める必要最小剛比である。なお，この時の解析に用いた初期不整は，$\bar{\sigma}_{rc}=-0.3\sigma_y$，$\bar{\sigma}_{rc,s}=-0.2\sigma_y$，$\delta_{pt}=-b/150$，$\delta_s=a/1000$とした。

参　考　文　献　（第 6 章）

1) 小松定夫・北田俊行・岡田純一：初期不整を有する補剛された圧縮板の極限強度について，日本鋼構造協会第11回大会研究集会マトリックス解析法研究発表論文集，昭和52年6月，P.175～180。

2) 小松定夫・北田俊行・奈良敬：初期不整を含む縦リブで補剛された連続圧縮板の弾塑性解析，第32回 土木学会年次学術講演会概要集，I－282，昭和52年10月。

3) 小松定夫・北田俊行・奈良敬：初期不整を含む縦リブで補剛された連続圧縮板の極限強度特性，土木学会関西支部年次学術講演会概要集，I－61，昭和53年5月。

4) 小松定夫・北田俊行・奈良敬：縦リブで補剛された連続圧縮圧の極限強度曲線，第33回土木学会年次学術講演会概要集，I－312，昭和53年9月。

第７章　初期不整を有する圧縮補剛鋼板の極限強度の実用計算法

７．１　緒言

本章においては，初期不整（残留応力及び初期たわみ）を有する圧縮補剛板の極限強度の実用計算法について述べている。ここで提案する計算法は，箱桁橋の圧縮フランジのように縦横比が比較的小さい補剛板の解析を対象としたものである。又，本計算法は，1.2節で述べた一定の有効幅の柱モデルを用いる近似解析法の部類に属するものであり，以下のような点に特長がある。すなわち，

①板パネルに有効幅の概念を導入し，その板パネルの有効幅部分と補剛材からなるＴ型断面を有する有効補剛材の極限圧縮応力度を基にして補剛板全体の極限圧縮応力度を算定する。

②補剛材間の板パネルを周辺単純支持の圧縮板とみなし有限要素法により弾塑性有限変位解析を行い，有効幅を求めている。

③その際，板パネル部分の初期たわみ及び残留応力を忠実に考慮している点で最も実際的である。

④板パネルの弾塑性有限変位解析では他の解法，例えばCrisfieldと異なり板厚方向への弾塑性の広がりを考慮している。

⑤有効補剛材の極限応力度も2.4節で示した有限要素法に基づく弾塑性有限変位解析により厳密に評価している。

⑥この際に補剛材の残留応力及び補剛板全体の初期たわみを考慮している。

表－7.1に本法と同様な一定の有効幅の柱モデルを用いた種々の近似解法（この種の解法を総称して柱モデルアプローチと言うことにする）の特徴を示す。本

法では他の柱モデルアプローチに比較して，板パネルと補剛材の残留応力並びに初期たわみ及び荷重の偏心などの初期不整がすべて考慮出来る点に特長がある。

表－7.1　　種々の柱モデルアプローチの特長

適用条件＼解析法		YO	YAN	YF	KE	MU	HN1	HN2	KK
残留応力	板パネル	N	N	N	N	N	N	N	C
	補剛材	N	N	N	N	N	N	C	C
初期たわみ	板パネル	N	N	N	N	N	C	C	C
	補剛板	N	C	N	N	C	C	C	C
荷重の偏心		N	N	N	N	C	C	C	C
有効補剛材の解析		SR	PR	EPB	EB	PR	PR	EL	EPL
材料の適用範囲		SS41	A	A	A	A	A	A	A

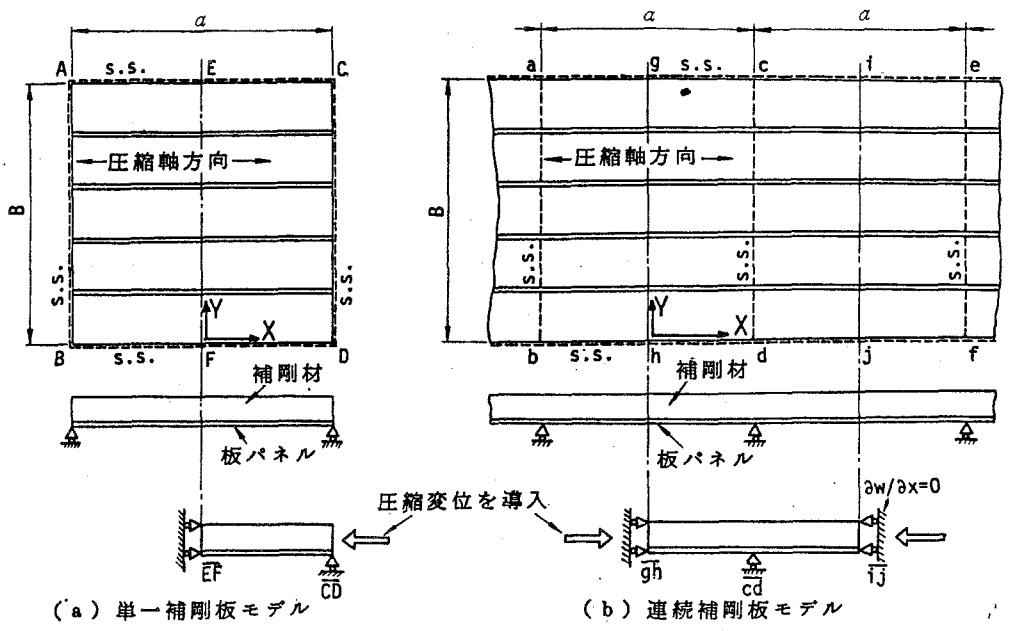
C ：考慮している
N ：考慮していない
SR ：半理論式
PR ：Perry-Robertson公式
EPB ：弾塑性座屈解析
EB ：弾性座屈解析
EL ：弾性有限変位解析
EPL ：弾塑性有限変位解析
A ：完全弾塑性と仮定しうるすべての鋼材に適用可能

YO ：吉識 I-120)
YAN ：吉識・秋田・長沢 I-121)
YF ：吉識・藤田 I-122)
KE ：川井・江川 I-123)
MU ：Murray I-125)
HN1 ：Horne-Narayanan I-126)
HN2 ：Horne-Narayanan I-129)
KK ：小松・北田（本法）

本研究においては，一般によく用いられている単一補剛板モデル(図-7.1(a))のみではなく，より実際的な連続補剛板モデル(図-7.1(b))についても取り扱っている。更に，連続補剛板モデルに対しては，卓上計算機でも容易に計算が可能な図式算定法を提示している。又，本章においては，2.5節及び6章で示した弾塑性有限変位理論に基づく解析結果と本法による計算結果との比較を行い本法の妥当性を示している。

今日では，超大型電子計算機の出現により種々の非線形問題の厳密解析が

可能になっている。初期不整を考する圧縮補剛板の厳密な極限強度解析も2.5節及び6章に示したようにその例外ではない。特に，圧縮補剛板パネルは，一橋について数百パネル以上存在するのが普通である。設計段階において，これら個々の補剛板の強度をすべて厳密に求めるためには大型電子計算機の使用が不可欠であり，その記憶容量及び計算時間は膨大な量に及び経済性及び実用性という観点からこのような厳密解析法を設計に常用することは最適であるとは言い難い。従って，設計的立場からすれば本文で提案するような近似計算法の開発の意義は大きい。



図－7.1　解析モデル

現行の道示[I-191]の圧縮補剛板の設計規準は以下のようである。

①補剛材間の板パネルについては，30数体の補剛板モデルの圧縮破壊実験の資料に基づく基本耐荷力曲線を用いて，板パネルの幅厚比を規定し，これに準拠して補剛材間隔を定めている。

②このような間隔に配置された縦補剛材について，補剛板全体の弾性座屈が生じないようにその最小剛比を定めている。

最近の補剛板の極限強度に関する研究の結果から判断して，この示方書には以下のような欠点があることがわかる。

①板パネルのb/tの規準の基礎となっている基準耐荷力曲線は，特定の寸法諸元を有し，かつ特定の製作法で作られた有限個の補剛板のみについて得られたもので，その一般性には疑問が含まれる。 特に実験供試体の初期不整についての記録が十分取られ，それと実験結果の対比，検討がなされていない。

②補剛材の最小剛比の規準の基礎となっているGrienke[I-98]の直交異方性板の弾性座屈理論は，いわゆる古典理論であり，材料の非線形性，残留応力，初期たわみ及び補剛材相間の板パネルの応力低下など，実際の補剛板の耐荷力に重大な影響を及ぼす因子が考慮されていない。

③従って，道示の規準が，実際の補剛板の真の極限強度を反映した一般性のある規準であるとは言い難い。

以上のような欠点を無くし，真の耐荷力に対して欲する安全率を確保するためには，弾塑性有限変位理論に基づく，より合理的な設計計算法に前進すべきである。 この観点に立って新しい設計法として考え出したのが本法である。

7．2 解析理論

（1）解析モデル

本論文では，曲げ剛性の十分大きい横桁（あるいは横補剛材）で補強された圧縮補剛板を解析の対象とする。

又，補剛材相間の板パネルの幅厚比に関しては，比較的大きいものまでを対象とするため，その局部変位の影響が問題になるが，補剛材の突出幅厚比は十分に小さくて局部座屈が問題とならないような補剛板を取り扱う。

解析に当っては，図-7.1に示すような2種類の解析モデルを用いた。 図-7.1(a)の単一補剛板モデルは，実際の補剛板を腹板及び横桁（あるいは横補剛材）位置で単純支持された単一補剛板として取り出したものである。

これは縦補剛材，横補剛材及び隣接パネルの端曲げに対する拘束を無視した一般によく用いられている安全側の解析モデルである。

ここで提案する柱モデルアプローチの精度の検証を行うために，本法による結果を種々の実験値あるいは厳密解析結果と比較している。その際，実験値としては，単一補剛板に関するものしかなく，実験値との比較を目的として実験供試体に合せて，それと同一の単一補剛板モデルを用いた。

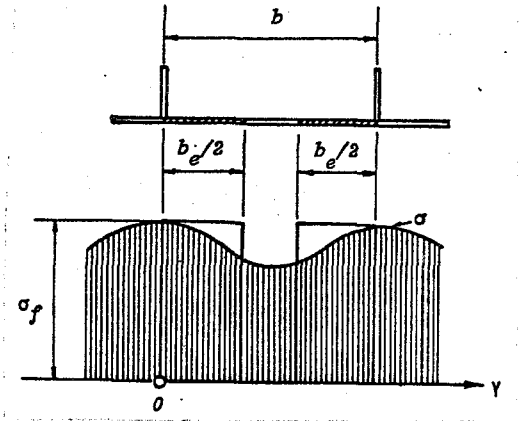
一方，実橋の補剛板は一般に連続形式で使用されているので，実用設計に対しては，より実際的な図-7.1(b)の連続補剛板モデルを使用する方が良いと考える。すなわち図-7.1(b)は実際の補剛板を腹板及び横桁（あるいは横補剛材）位置で単純支持された連続補剛板にモデル化したものである。隣接する補剛板パネル（abdc と cdfe）のたわみの逆対称性を利用して，補剛板 ghji のみ取り出し，解析モデルとした。板の片面のみが補剛されている偏心補剛板では，隣接する補剛板パネルで補剛材の偏心効果が対称に働き，たわみ波形の逆対称を拘束する。更に，この種の補剛板では，作用圧縮力が増大し，弾塑性状態に入って来ると回転軸の位置が補剛材の深さ方向に変動する。連続補剛板モデルを用いることにより，これらの影響を忠実に考慮することが出来る。

（2）計算過程

初期たわみを有する補剛板に面内圧縮力が作用すると面外曲げが生じ補剛板全体が板面に垂直な方向にたわむ現象が生じる。このとき補剛材がある程度の曲げ剛性を有し，かつ，補剛材相間の板パネルの幅厚比 b/t が大きい補剛板では，全体的なたわみ波形と共に，板パネルにも局部的なたわみ波形が生じて来る。そして板パネルの平均圧縮応力度 $\bar{\sigma}$ がその局部座屈応力度 σ_{cr} を上回り，後座屈領域に入る付近から補剛材近辺の板パネル部分の応力度のみが増加し板パネルの中央部ではあまり応力度が増加しなくなってくる。

そして極限状態では図-7.2に示すような応力分布となる。それで，有効幅の概念を導入するのに適した現象を示すことになる。そこで，図-7.2に従い板パネルの有効幅beを次式で定義する。

$$be = \int_0^b \sigma(Y)\,dY / \sigma_f \quad \cdots\cdots (7.1)$$



図－7.2　有効幅の定義

ここで$\sigma(Y)$はX軸方向垂直応力度の板厚方向の平均値（$\int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_x\,dz/t$），$\sigma_f$は補剛材位置における圧縮応力度$\sigma$を表す。上述の有効幅の概念を用いることによって平板としての板パネルを面内力のみに抵抗する幅beなる柱のフランジ要素に置換することが出来る。この有効幅は圧縮軸方向（X軸方向）に沿って変化し，又，作用圧縮荷重（P_g）の大きさによっても異なる。しかし，本計算においては計算の効率化を図るために有効幅beとしては軸方向に一定とし，補剛板の耐荷力に最も影響を及ぼす中央断面における最大圧縮力$P_g = P_{gm}$が作用する状態の値を採用する。すなわち，有効幅beを次に示す方法で定める。今，補剛板に面内圧縮力を作用させた時，補剛材に曲げが生じる以前に板パネルが面外に大なり小なりたわむものとする。そしてこの板パネルの局部曲げに関しては，板パネルを周辺単純支持の圧縮板にモデル化し，このモデル化した板の弾塑性有限変位解析を2.3節の方法に従って実施し，その極限応力度$\bar{\sigma}_m$を算出する。この極限強度解析において補剛材間の板パネルの残留応力及び初期たわみを忠実に考慮している。[注1] 第一近似として，極限状態においてはこのモデル化した等方性板の側辺における軸方向圧縮応力度σ_fが降伏点σ_Yに達しているものと考える。[注2]

注1）残留応力及び初期たわみの分布形については4.2節を参照。

注2）2.3節の図-2.3.26～2.3.31を参照。

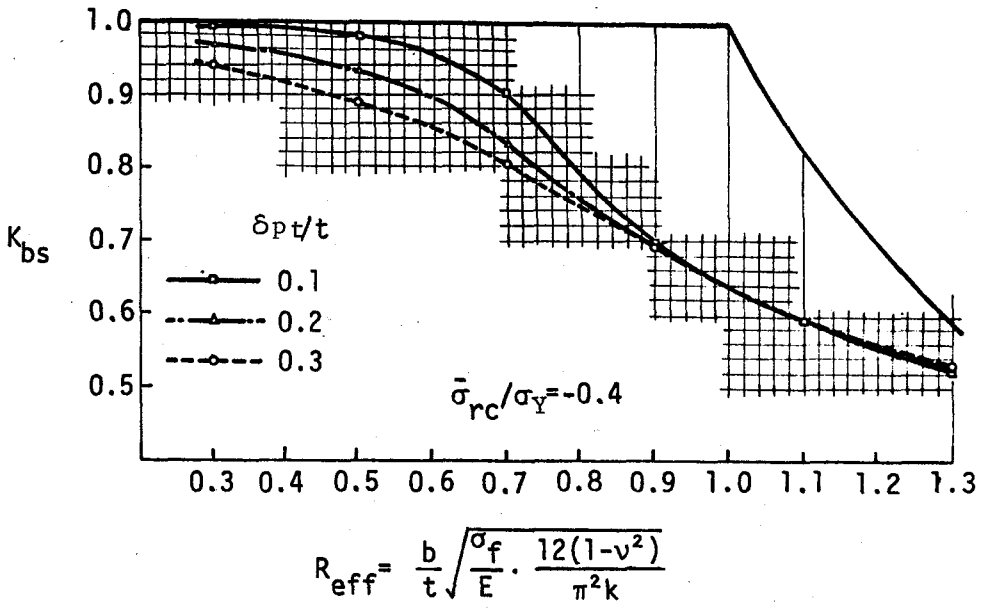
従って

$$\sigma_f \cdot be = \sigma_r \cdot be = b \cdot \bar{\sigma}_m \qquad \cdots\cdots(7.2)$$

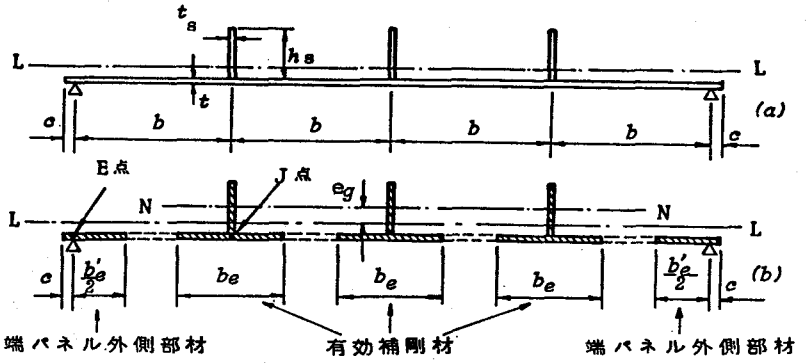
すなわち，

$$be/b = \bar{\sigma}_m/\sigma_r = K_{bs} \qquad \cdots\cdots(7.3)$$

無次元平均応力度 $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ の変化を表す K_{bs} 曲線としては，安全側の見地より，残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc}$ が $-0.4\sigma_Y$ で面内自由の圧縮板の極限応力度曲線を用いることにする。この曲線は，初期たわみ δ_{pt} が $0.1t$～$0.3t$ の範囲にある場合に対しては4.2節で提示した図-4.2.14及び $\delta_{pt}=b/150$ の場合は式(4.2.4)の極限応力度曲線と一致する。図から0.01程度の精度で K_{bs} の値を読み取ることが出来るように，図-4.2.14を拡大したものが図-7.3である。



図－7.3　K_{bs}-R_{eff} 曲線



図－7.4　有効補剛材の定義

このようにして求めた

有効幅を用いて図－7.4(a)に示すような補剛板を図－7.4(b)に示す互いに独立な柱部材の集合体にモデル化する。

図－7.5(a)に示すように板パネルから有効幅b_eを取り出した場合，幅b_1なる残りの部分に存在する残留応力が切除されてしまう。極限状態において板パネル中央の幅b_1の部分ではたわみが著しく大きくなり全く応力を受け持つことが出来ないと考え，この部分に存在する残留応力は有効補剛材の部分で受け持つと考える。すなわち，有効補剛材には図－7.5(b)に示すようなプレストレス力P_{rc}が作用していると考える。

$$P_{rc} = \bar{\sigma}_{rc} \cdot b_1 \cdot t \qquad \cdots(7.4)$$

これはいくらか安全側の処置であると考えられる。このプレストレス力P_{rc}による有効補剛材内部の応力度をσ_{r1}とすると

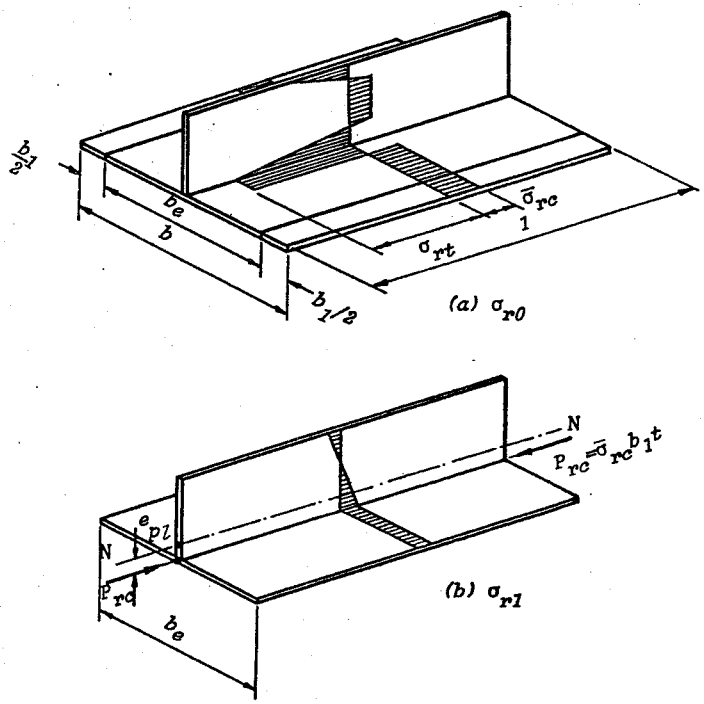
$$\sigma_{r1} = P_{rc}\,(1/A_s + e_{pl} \cdot z/I_s) \qquad \cdots(7.5)$$

ここで，A_s，I_sは有効補剛材の断面積及びその重心軸回りの断面2次モーメント，e_{pl}は有効補剛材の重心軸から板パネル中央面までの偏心距離である。

図－7.5(a)に示すように補剛板の初期残留応力度をσ_{r0}とすると極限状態においては有効補剛材に次式で与える実質残留応力度σ_{rs}が存在することになる。

$$\sigma_{rs} = \sigma_{r0} + \sigma_{r1} \qquad \cdots(7.6)$$

次に個々の有効補剛材の極限強度解析について述べる。



図－7.5
有効補剛材内の残留応力の取り扱い

まず，2.4節で示した弾塑性有限変位解析法を用いて有効補剛材の極限荷重 $P_s^{(1)}$ を算出する。補剛板には図-7.4(a)のL－L軸が断面の回転中心となるような圧縮力が作用しているとする。有効補剛材の極限強度解析においてはL－L軸と有効補剛材の重心軸N－Nとの偏心量 e_g を考慮することになる。補剛板全体の初期たわみ（δ_s）及び補剛材の残留応力はこの有効補剛材の解析時に考慮されている。

以上の計算においては，板パネルの補剛材位置における圧縮応力度 σ_t が降伏点 σ_Y に達していると仮定して式(7.3)により板パネルの有効幅を求めた。しかし実際には有効補剛材が全塑性荷重まで必ずしも達するとは限らない。そこで以下に示すような方法で有効幅の修正計算を行う。今，弾塑性有限変位理論に基づき上述のようにして求めた有効補剛材の極限応力度を $\bar{\sigma}_{sm}$ とすると

$$\bar{\sigma}_{sm} = P_s^{(1)} / A_s \qquad \cdots(7.7)$$

第2の計算段階においては有効補剛材に隣接している板パネルの縁応力度 σ_t が近似的に式(7.7)で得られた $\bar{\sigma}_{sm}$ に等しいと置く。そして，幅厚比パラメータRの定義式(1.37)において，材料の降伏点 σ_Y の代りに，$\bar{\sigma}_{sm}$ を導入して，新しくRを計算する。その理由は，板パネルの縁応力度が $\bar{\sigma}_{sm}$ 以上に増加し得ないからである。このRを有効幅厚比パラメータ R_{eff} と名付ける。すると，

$$R_{eff} = \frac{b}{t}\sqrt{\frac{\bar{\sigma}_{sm}}{E}\cdot\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 K}}, \qquad (K=4) \qquad \cdots(7.8)$$

この R_{eff} 値を用いて前回と同様にして有効幅 b_e の第2近似値を求める。このように，補剛板の極限強度の算定には同様の反復計算を適用する。その反復計算の収束の判定は有効幅 b_e を基準にして次式により行う。

$$\text{判定条件：} \left|(b_e^{(n)} - b_e^{(n-1)}) / b_e^{(n)}\right| < \varepsilon \qquad \cdots(7.9)$$

ここに，εは判定条件の基準となる小さな一定値である。

このようにしてm回反復後に収束した有効補剛材の極限荷重をP_{sm}とすると，補剛板全体の極限荷重P_{gm}は次式で与えられる。

$$P_{gm} = 2 \cdot P_e + \sum_{i=1}^{n_s} \{P_{sm}\}_i + 2 \cdot \sigma_Y \cdot C \cdot t \qquad \cdots (7.10)$$

ここでn_sは補剛材本数，Cは補剛板を他の板要素に接合する際の隅角部における突出幅，P_eは補剛板の端パネルの外側の有効幅部分が支持する圧縮力であり，非載荷辺では面外変位が拘束されているため$\sigma_f = \sigma_Y$により一意的に求まる。 すなわち

$$2P_e = \sigma_Y \cdot be' \cdot t \qquad \cdots (7.11)$$

式(7.10)において，各有効補剛材の寸法諸元が等しく補剛板の縦横比が余り大きくなく補剛材本数も多くて1本の有効補剛材の極限荷重P_{sm}ですべての有効補剛材の極限荷重$\{P_{sm}\}_i$を代表させ得る場合には，式中の$\sum_{i=1}^{n_s} \{P_{sm}\}_i$なる項は$n_s \cdot P_{sm}$となる。 本論文における数値計算では簡単のためすべて$n_s \cdot P_{sm}$を用いた。 又，補剛板全体の極限応力度$\bar{\sigma}_{gm}$は

$$\bar{\sigma}_{gm} = P_{gm} / A_g \qquad \cdots (7.12)$$

ここでA_gは補剛板全体の断面積であり

$$A_g = (n_s + 1)\, b \cdot t + n_s \cdot F_s + 2 \cdot C \cdot t \qquad \cdots (7.13)$$

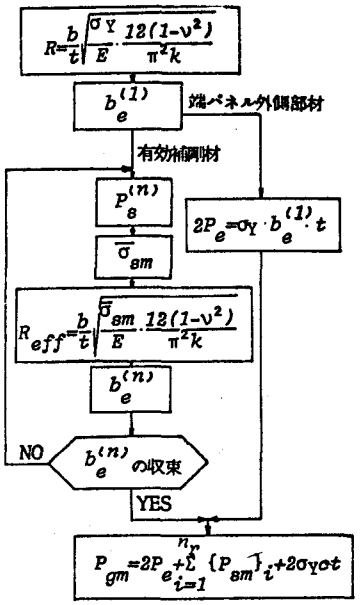
F_sは補剛材1本の断面積である。

以上の計算過程を図-7.6のフローチャートに示す。

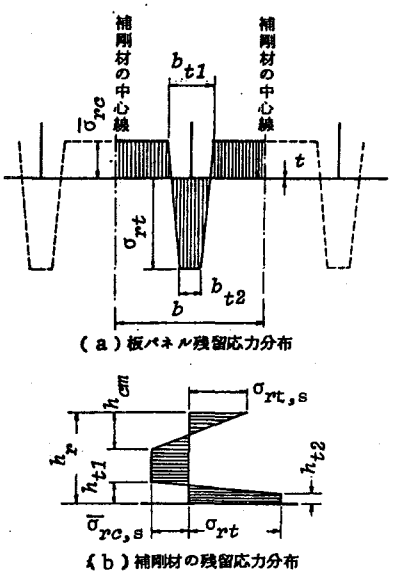
(3) 残留応力分布のパターン化[注)]

以下に示す3つの仮定を設けて補剛板の残留応力分布のパターン化を行う。

注) 7.4節で提示する図式算定法では，ここで示すパターン化式を用いて求めた有効補剛材の極限応力度曲線を用いるため，あらためて，残留応力分布を計算することは不要となる。



図－7.6　計算手順



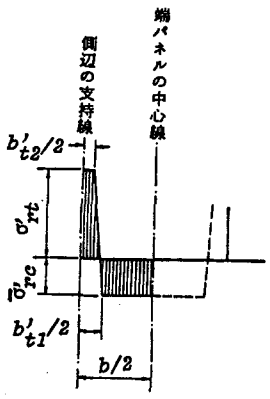
図－7.7
各パネルごとの残留応力分布のパターン

① 図－7.7に示すように補剛材を含む各パネルごとに残留応力は自己平衡条件を満す。

②端パネルでは図－7.8に示すように，補剛板の側辺側1/2の範囲内で自己平衡の条件を満す。

③圧縮軸方向には残留応力の分布形とその大きさは一定である。

図－7.7に示すような各パネルごとの分布形については，3.4.3節に示した式(3.4.1)～(3.4.13)と同じ考え方で決定することが出来る。3.4.3節においては，補剛板全体で自己平衡条件を満足



図－7.8
端パネルの残留応力分布のパターン

するような分布形としたため，本章の分布形に適用するためには，式(3.4.9)の分母に含まれている補剛材本数 n_s を (n_s+1) にすればよい。

更に端パネルでは図-7.8を参照して軸方向の力のつり合条件より

$$\gamma_t' = -2\cdot\bar{\sigma}_{rc}'^{*} / \{(1+\gamma_t')\cdot(\sigma_{rt}'^{*} - \bar{\sigma}_{rc}'^{*})\} \quad \cdots\cdots(7.14)$$

ここに $\gamma_t' = b_{t1}'/b$, $\gamma_t' = b_{t2}'/b_{t1}'$ …(7.15, 16)

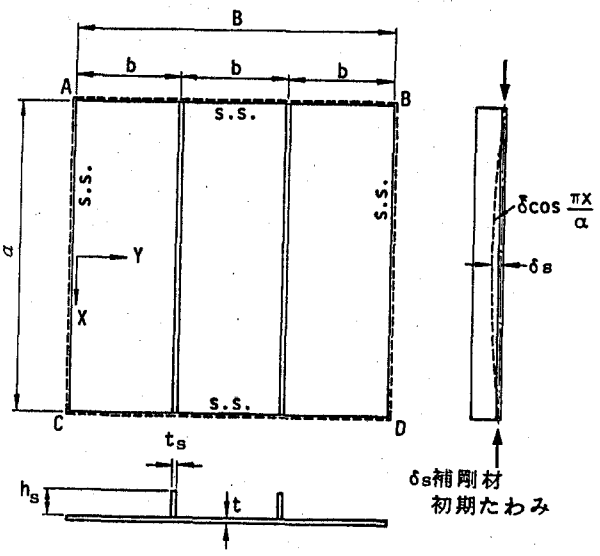
式中の*は，板パネル（あるいは補剛材）の応力度をその降伏点 σ_Y で無次元したものであることを意味する。

7.3 本極限強度近似計算法の合理性と精度

(1) 単一補剛板パネル

2.5節の有限要素法を用いた弾塑性有限変位解析法と本近似法を用いて図-7.9に示す周辺単純支持の単一補剛板の極限強度を求め，両者の結果を比較し考察を加える。

両載荷辺 $\overline{AB}$，$\overline{CD}$ の板パネルの中央面に一様相対圧縮変位を作用させることにより補剛板に圧縮力を導入した。表-7.2に示す諸元を用い，幅厚比パラメータ R を0.7に固定し，補剛材剛比 γ が道示の必要最小剛比 γ_N になるように設計した縦横比 α_g $(=a/B)$ が



図－7.9
単一補剛板の解析モデル

表－7.2　解析モデルの諸元

b	σ_Y	σ_{Ys}	h_s/t_s	δ_s/α	δ_{pt}/b	$\bar{\sigma}_{rc}^{*}$	σ_{rt}^{*}	$\bar{\sigma}_{rc,s}^{*}$	$\sigma_{rt,s}^{*}$	γ_s	γ_{ss}	γ_t
48	2400	2400	13	0.001	1/150	-0.3	1.0	-0.2	0.6	1/8	1/4	1

(単位:kg·cm)

0.5，1.0，1.5，2.0 の4種類の補剛板について解析を行った。今，補剛材間の板パネルにおける初期たわみの圧縮軸方向の半波長を入とする。本法で用いる有効幅曲線（図-7.3及び式(4.2.4)）は最も不利なλ/bに対して求められたものである。そこで，弾塑性有限変位解析を行う際の板パネルの初期たわみは次式で与え，4.2節を参考にして，板パネルに対して最も不利な初期たわみ波形となるように，λ/bが0.5～1.0の範囲内に入るようにした。

$$W_0 = \delta_{pt} \cdot \cos(\pi X/\lambda) \cdot \sin(\pi Y/b) \qquad \cdots(7.17)$$

以上のようにして計算した両解析結果を表-7.3と図-7.10に示す。これらの図表より以下のことがわかる。

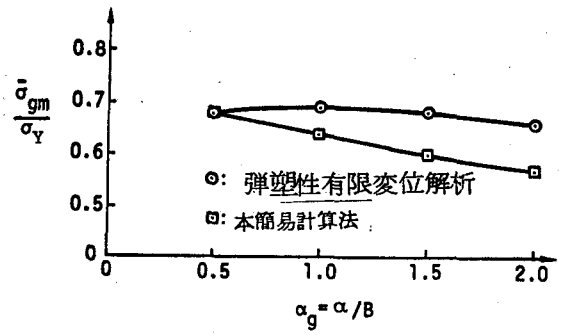
①本法による極限強度は，弾塑性有限変位解析法のそれに比して，若干安全側の値となる。これは，計算法の節で述べた安全側の仮定に起因するものと思われる。

②本法による解の弾塑性有限変位解析法に対する誤差は，縦横比α_gが大きくなるにつれて増大する。本法では，補剛板を有効補剛材という柱にモデル化して解析を行っている。従って，α_gが小さく，補剛板中央部では，非載荷辺の変位拘束の影響をほとんど受けず，全体的に筒状のたわみ波形が卓越して極限状態に至る

表－7.3
縦横比と精度の関係（単一補剛板モデル）

α_g	$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$		誤差(%)
	①	②	③
0.5	0.681	0.68	0.0
1.0	0.691	0.64	-7.4
1.5	0.681	0.60	-11.9
2.0	0.659	0.57	-13.5

①:弾塑性有限変位解析 ②:本簡易計算法
③= (②-①)/①, R=0.7, n_s=2



図－7.10
縦横比と精度の関係（単一補剛板パネル）

ような補剛板の解析に本法は適している。 α_g が大きくなると，たわみ波形が筒状でなくなり誤差が大きくなるものと思われる。しかし，箱桁橋の圧縮フランジで用いられている補剛板の α_g は特殊な場合を除き，ほとんどが1.0以下である。[2] この程度であれば，本法による誤差は8%以下に収まり，しかも安全側であるため，本法は近似計算法として十分有用であるものと思われる。

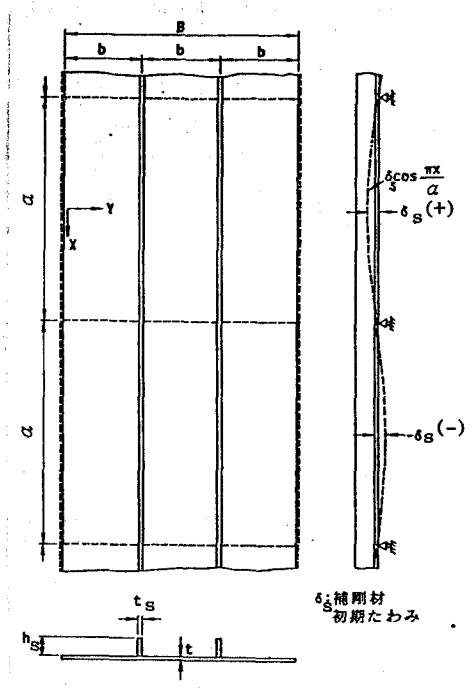
（2）連続補剛板パネル

図-7.11に示す連続補剛板に対しても，同様に弾塑性有限変位解析法と本法の両方でその極限強度を計算し，その結果について考察を加える。連続補剛板の場合も，表-7.2に示す諸元を用いた。$\alpha_g=1$ に固定し，Rを0.5～1.3の範囲内で変化させ，旧道示，新道示及び鉄道標準の3種類の示方書で定める必要最小剛比 {γ_I, γ_N 及び $\gamma_R(=5\gamma_N)$} になるように剛比 γ を設計した6種類の補剛板について解析を行った。板パネルの初期たわみに関しては $\lambda/b=1.0$ とした。

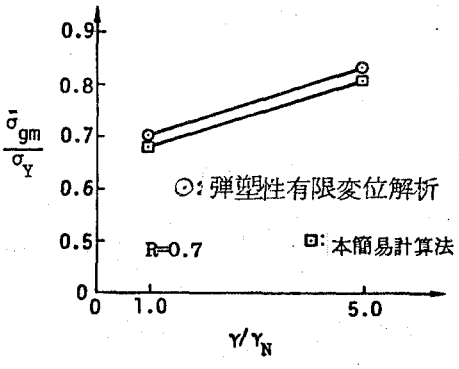
解析結果を表-7.4及び図-7.12～7.14に示す。表-7.4及び図-7.13と図-7.14より以下のことがわかる。

① $R<1.0$ の領域では，本法による解は厳密解に比して若干安全側の精度のよい値となる。

② 本法による解は，弾塑性有限変位解析による解に比し，$R>$



図－7.11
連続補剛板の解析モデル



図－7.12 剛比と精度の関係
（連続補剛板モデル）

1.0 の領域ではわずかに危険側の値となる。しかし，実橋ではこの領域の補剛板はほとんど存在せず[2]，これは，あまり問題とならないものと思われる。

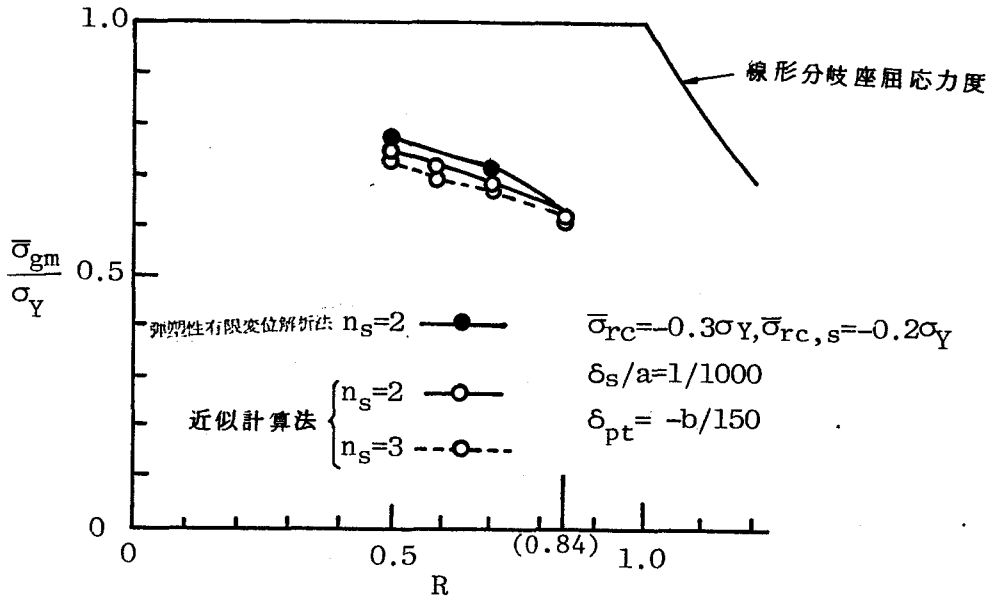
又，図－7.12 より以下のことがわかる。

③ 補剛材剛比が $\gamma_N \sim 5\gamma_N$ の範囲内であれば，本法の精度は極めて良好

表－7.4
本法と 弾塑性有限変位解析法との比較（連続補剛板モデル）

設計に用いた示方書	R	$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$			誤差 (%)	
		①	②	③	④	⑤
A	0.5	0.773	0.74	0.75	-4.2	-3.0
	0.7	0.703	0.68	0.68	-3.3	-3.3
B	0.5	0.858	0.84	0.81	-2.1	-5.6
	0.7	0.703	0.68	0.68	-3.3	-3.3
	1.1	0.470	0.48	0.48	2.1	2.1
	1.3	0.376	0.40	0.41	6.4	9.0
C	0.7	0.835	0.81	0.80	-3.0	-4.2

①：弾塑性有限変位解析
②：本簡易計算法，③：本図式算定法
④＝（②－①）/①，⑤＝（③－①）/①
A：旧道示（1973），B：新道示（1980）
C：鉄道標準（1975），$\alpha_g=1$，$n_s=2$



図－7.13　本近似計算法と弾塑性有限変位解析法との比較（$\gamma = \gamma_J$ の補剛板）

である。

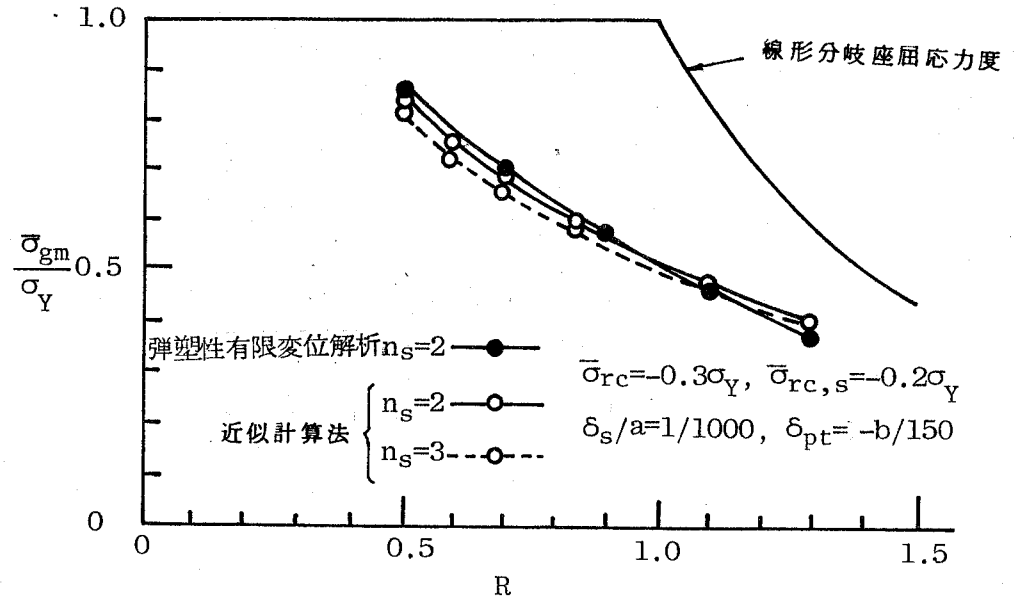
なお，表－7.4の③，⑤列については後で考察する。

種々の実験値と本実用計算法との比較・検証については，8.3節で述べることにする。なお，図－7.13と図－7.14には，補剛材本数n_sが2の場合と3の場合の解析結果を示したが，両者の極限強度の差は小さいことがわかる。

7.4 本近似計算法を用いた極限応力度曲線

現在，圧縮補剛板の設計は既に新道示[I-191]に従って実施されている。そこで，設計を行う際の参考資料として，以下の条件の基に，本近似計算法で求めた極限応力度曲線を図－7.15と図－7.16に示す。

①板パネル部分及び補剛材の残留応力の大きさは，3.4節で提案した値を用いる。

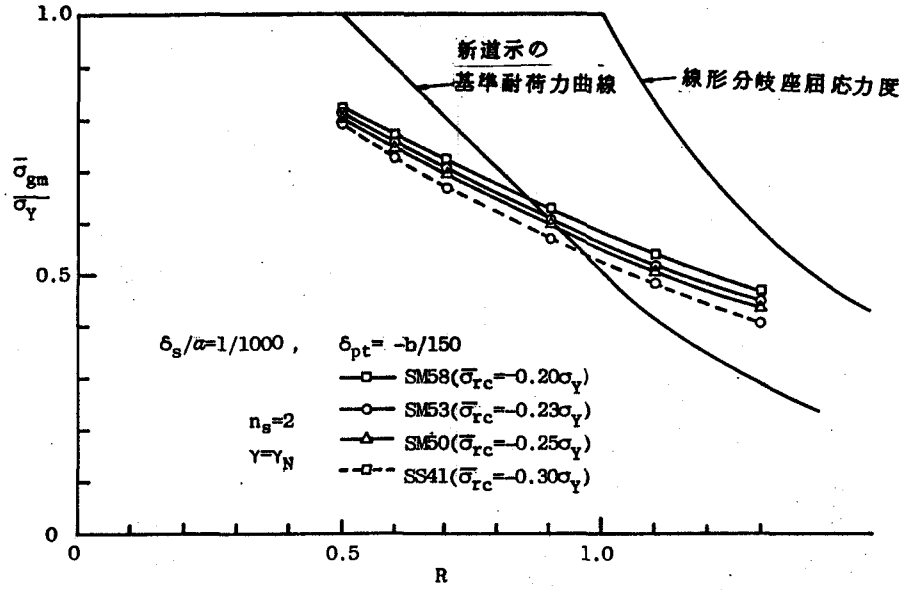


図－7.14本近似計算法と弾塑性有限変位解析法との比較（$\gamma = \gamma_N$ の補剛板）

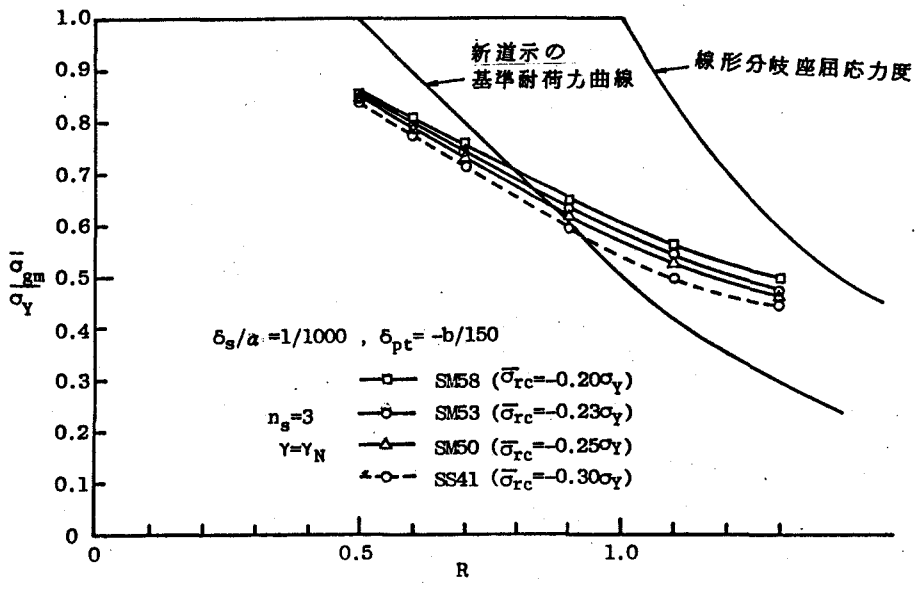
②板パネルの初期たわみ δ_{pt} は $-b/150$ とする。

③補剛材の初期たわみ δ_s は $a/1000$ とする。

④補剛材剛比は新道示で定める必要最小剛比 γ_N とする。



図－7.15　新道示で定める必要最小剛比を持つ補剛板の極限応力度曲線
（α＝1.0）



図－7.16　新道示で定める必要最小剛比を持つ補剛板の極限応力度曲線
（α＝0.5）

⑤縦横比αが1の補剛板において補剛材の突出幅厚比 h_s/t_s には，降伏点まで横倒れ現象を起こさないと新道示で定めている値を用いる。すなわち，SS41，SM50，SM53，及びSM58材に対してそれぞれ，h_s/t_s =13，12，11，及び10とした。しかし，$\alpha=0.5$ の補剛板において，上記鋼材のそれぞれに対して h_s/t_s を8，8，7，6とした。*)

図-7.15及び図-7.16より新道示の基準耐荷力曲線は，$R>0.8\sim1.0$ の範囲で，本極限応力度より下回っていることがわかる。なお新道示も含めて，種々の示方書の補剛板の設計規準の検討については，第9章で詳しく述べることにする。

7．5 極限圧縮応力度の図式算定法

以下に述べる図式算定法は，実際的な連続補剛板モデルに対して，これまで述べて来たコンピュータを用いる極限強度計算法（以下，本簡易計算法と言う）を，卓上計算機を用いた手計算でも，容易に実行出来るようにしたものであって，設計段階で極めて有効である。

（1）計算過程

本図式計算法の計算過程を図-7.17に示す。これまで述べて来た本簡易計算法では，図-7.17の⑯の有効補剛材の極限強度 $\bar{\sigma}_{sm}$ を弾塑性有限変位理論に基づいてコンピューターで計算していた。しかし一般の設計者がこの弾塑性有限変位解析を行うことは実際上極めて繁雑である。そこで，この $\bar{\sigma}_{sm}$ と以下の式(7.18)で与える有効補剛材の細長比パラメータ λ_e の関係を図-7.18に示すように，補剛板の鋼種をパラメータにして，$\bar{\sigma}_{sm}/\sigma_Y$-$\lambda_e$ 曲線から $\bar{\sigma}_{sm}$ を読み取るようにした。

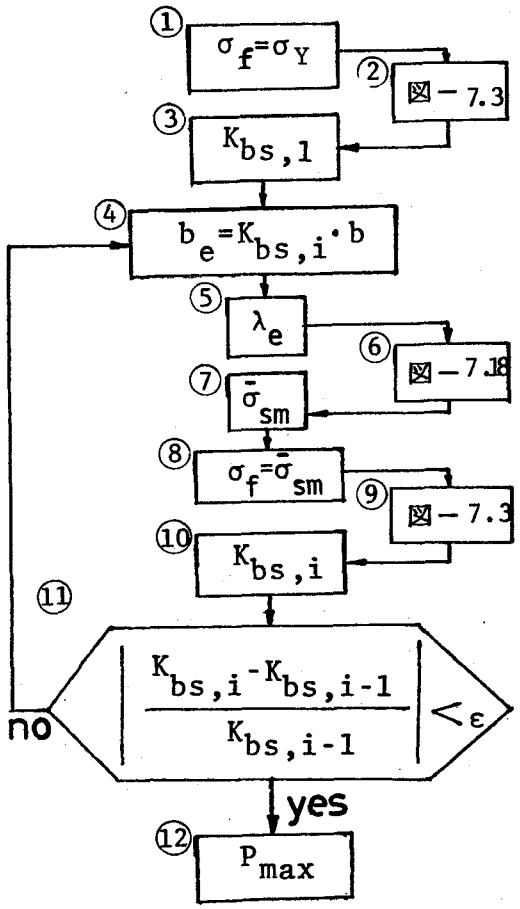
---

*) 道示においては，補剛材1本の断面積 $F_s > Bt/10(n_s+1)$ という規準がある。

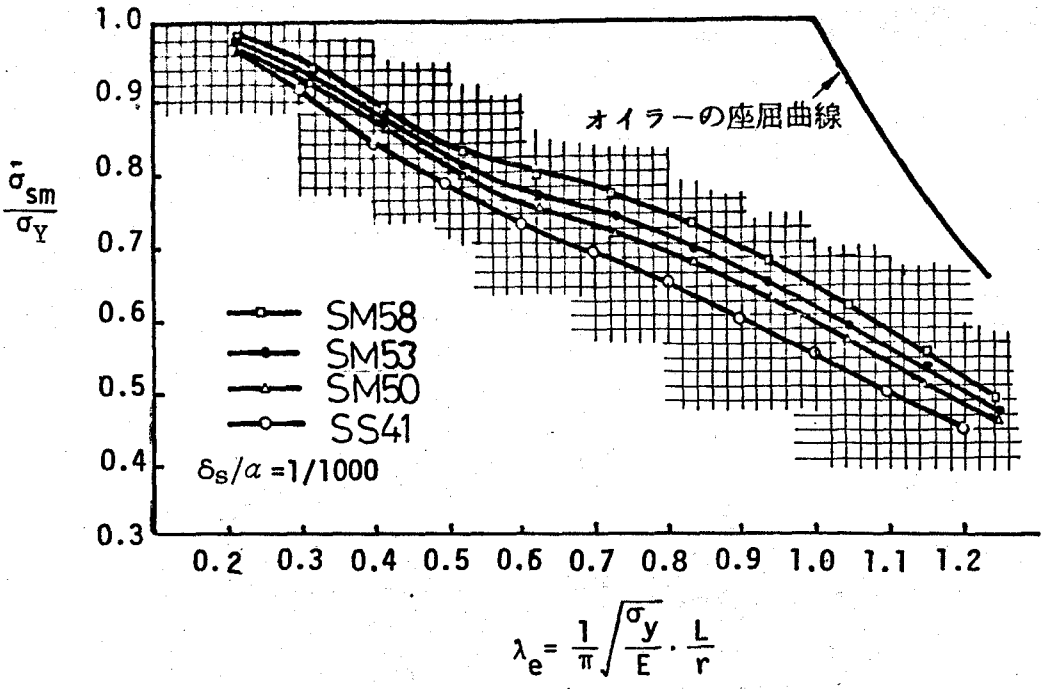
$$\lambda e = 1/\pi \cdot \sqrt{\sigma_Y / E} \cdot \frac{a}{r} \qquad \cdots (7.18)$$

ここにrは有効補剛材の回転半径である。 $\bar{\sigma}_{sm}/\sigma_Y - \lambda e$ 曲線を描く際，補剛板の残留応力については，3.4節で提示した実際的な諸量を用い，7.2.(3)のパターン化式に従ってその分布形を決定した。他にパラメータとして，板パネルの幅厚比パラメータR及び補剛材の突出幅厚比 h_s/t_s が考えられる。 $R=0.7$ と1.1及び $h_s/t_s=7$，と13についてそれぞれ $\bar{\sigma}_{sm}/\sigma_Y - \lambda e$ 曲線を求めたが有意な差は認められなかった。

又，図-7.19に，補剛材の初期たわみが $\delta_s/a = 1/1000$ の場合の本解析による $\bar{\sigma}_{sm}/\sigma_Y - \lambda e$ 曲線と，圧縮材に関するSchultz[1]の耐荷力曲線Ⅲ及び道示の基準耐荷力曲線とを比較して示す。ちなみにSchultzの耐荷力曲線Ⅲは，残留圧縮応力度 $\sigma_{rc} = -0.4\sigma_Y$，初期たわみ $\delta_s/a = 1/1000$ と仮定した丁形鋼の弱軸に関する極限応力度曲線であり，本法で用いる有効補剛材断面に類似した丁形鋼にも適用可能な曲線である。本極限応力度曲線では補剛板特有の偏平な丁型断面柱を用いたこと，及び，補剛板特有の残留応力分布を仮定しているため，$0.4 < \lambda e < 1.0$ の範囲ではSchultz及び道示の耐荷力よりも若干低めの極限応力度を与えることがわかる。又，$\lambda e < 0.4$ 及び $1.0 < \lambda e$ なる範囲では，残留応力分布の相違による影

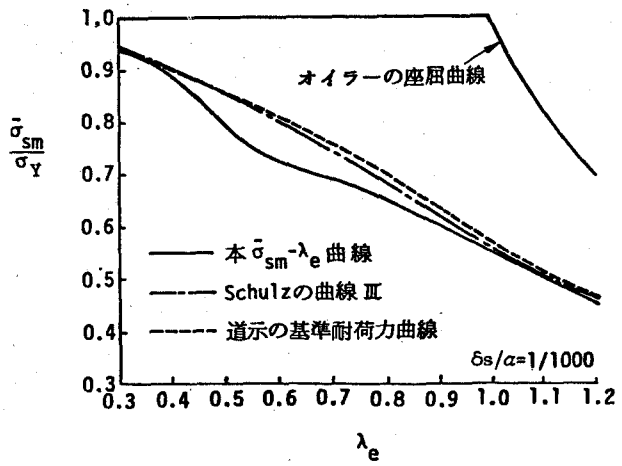


図－7.17　図式算定法の計算手順



図－7.18　$\bar{\sigma}_{sm}$－ λ_e曲線

響は少ないと見え，本極限応力度曲線は，Schultz及び道示の極限応力度曲線とほぼ一致している。又，図－7.17の③，⑩の有効幅係数K_{bs}については，今まで通り，周辺単純支持の圧縮板の極限応力度曲線である図－7.3のK_{bs}－Reff曲線から読み取る。ただし，板パネルの初期たわみδ_{pt}が道示の限界値 b/150の場合は，4.2節の式(4.2.4)より，K_{bs}－Reff曲線には次式を用いてよい。



図－7.19
本 $\bar{\sigma}_{sm}/\sigma_Y$-$\lambda_e$ 曲線と
他の耐荷力曲線との比較

$$K_{bs} = 0.702\,R_{eff}^{3} - 1.640\,R_{eff}^{2} + 0.654\,R_{eff} + 0.926 \qquad \cdots(7.19)$$

（２）精度の検証

表－7.2の諸元を用い，縦横比$\alpha_g=1$，$R=0.5\sim1.3$，$n_s=2$ あるいは3，$\gamma=\gamma_J$，γ_N，あるいは$\gamma_R(=5\cdot\gamma_N)$になるように設計した281本の連続圧縮板について，本簡易計算法と図式算定法による結果を対比して表－7.5に示す。本簡易計算法に対する図式算定法による誤差は，ほぼ±4%以内に収まっていることがわかる。又，表－7.4の①，③及び⑤列には弾塑性有限変位解析法と図式算定法による結果を対比している。弾塑性有限変位解析法に対する誤差の傾向は，本簡易計算法の場合と大差ないことがわかる。以上のことより，本図式算定法の実用性が示されたものと思われる。

（３）計算例

表－７.５　　本簡易計算法と本図式算定法との比較

補剛材本数		$n_s=3$			$n_s=2$		
設計に用いた示方書	R	$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$ ①	$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$ ②	誤差(%)	$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$ ①	$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$ ②	誤差(%)
旧道示(1973) $\gamma=\gamma_J$	0.5	0.72	0.72	0	0.74	0.74	0
	0.6	0.69	0.70	1.4	0.71	0.72	1.4
	0.7	0.66	0.66	0	0.68	0.68	0
	0.84	0.61	0.62	1.6	0.62	0.63	1.6
新道示(1980) $\gamma=\gamma_N$	0.5	0.81	0.80	-1.3	0.84	0.81	-3.6
	0.6	0.72	0.73	1.4	0.75	0.75	0
	0.7	0.66	0.67	1.5	0.68	0.68	0
	0.84	0.58	0.60	3.4	0.60	0.61	1.6
	1.1	0.47	0.47	0	0.48	0.48	0
	1.3	0.39	0.39	0	0.40	0.41	2.5
鉄道標準(1975) $\gamma=\gamma_R$	0.5	0.88	0.88	0	0.86	0.88	2.3
	0.6	0.84	0.84	0	0.85	0.84	-1.2
	0.7	0.81	0.80	-1.2	0.81	0.80	-1.2
	0.84	0.75	0.75	0	0.75	0.75	0
①本簡易計算法 ②本図式算定法		平均	0.5	$\alpha_g=1$		平均	0.2
		標準偏差	1.2			標準偏差	1.5

表－7.5の第1欄に示す $R=0.5$ で $n_s=2$ の補剛板を計算例に用いる。その補剛材寸法は $h_s=10.74\,cm$, $t_s=0.83\,cm$ である。

まず, $R=0.5 \xrightarrow{②} K_{bs,1}=0.93$

反復1; $b_e=44.6\,cm$, $\lambda_e=0.70 \xrightarrow{⑥} \bar{\sigma}_{sm}=0.69$

$R=0.42 \xrightarrow{⑨} K_{bs,2}=0.96$

反復2; $b_e=46.1\,cm$, $\lambda_e=0.71 \xrightarrow{⑥} \bar{\sigma}_{sm}=0.69$

$R=0.42 \xrightarrow{⑨} K_{bs,3}=0.96$

$K_{bs,3}=K_{bs,2}$ となり, 反復計算を終る。ここに, 番号②, ⑥及び⑨は, 図－7.17の番号にそれぞれ対応する。補剛板全体の極限応力度 $\bar{\sigma}_{gm}$ は, 式(7.12)を用いて,

$$\bar{\sigma}_{gm}=\{2\times0.685\times2400\times(46.1\times1.7+10.74\times0.83)+0.93\times2400\times48\times1.7\}/\{144\times1.7+2\times10.74\times0.83\}$$

従って表－7.5に掲げるように,

$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y=0.74$

以上で図式算定法を終る。

7.6 結言

本章で得られた結論をまとめると次の通りである。

(1) 箱桁橋の圧縮フランジのように, 比較的縦横比 α_g が小さく, かつ, 初期たわみと残留応力を同時に有する圧縮補剛板の極限圧縮応力度を近似的に求める計算法を提示した。

(2) 実際の現象をより忠実に追跡出来る連続補剛板モデルを考え, 解析では, 一般によく用いられる単一補剛板モデルとこのモデルの両方について取り扱った。

(3) 弾塑性有限変位解析による解に対する本近似計算法の誤差は, 縦横比 α_g が増大するに

つれて大きくなる。しかし，箱橋橋の圧縮フランジで用いられる補剛板のγは特殊の場合を除き，ほとんど1.0以下であり，この程度であれば，本法による誤差は8%以下に収まり，しかも安全側である。従って本法は近似計算法として十分有用であるものと考える。

（4）幅厚比パラメータ $R \leq 1.0$ なる領域の補剛板では，本法による解は弾塑性有限変位解析による解に比して若干安全側の精度の良い値となる。

（5）$R > 1.0$ なる領域の補剛板では，弾塑性有限変位解析による解に比してわずかに危険側の値となる。しかし，実橋には，この領域の補剛板はほとんど存在せず，これはあまり問題とならない。

（6）設計の参考資料とするため新道路橋示方書（1980）に従って設計した補剛板の極限圧縮応力度曲線を提示した。

（7）卓上計算機を利用する手計算でも本法の実行が可能な図式算定法を提示し，その有用性を示した。

参考文献（第7章）

1) Schultz,H.G. : Die Traglastberechnung von planmässig mittig helasten Drückstäben aus Baustahl unter Berücksichtigung von geometrischen und strukturellen Imperfectionen,Dissertation,T.H.Grag,Juni,1968.

2) 中井博・北田俊行・塚狭泰司：鋼箱桁橋の圧縮フランジに関する実績調査，橋梁と基礎，1979年11月，P.35～46。

3) 小松定夫・北田俊行：初期不整を持つ補剛された圧縮板の極限強度の実用計算法，土木学会論文報告集第302号，1980年10月.

第8章　圧縮補剛板の極限強度に関する実験的研究

8.1　緒言

第1章で述べた一連の落橋事故以前の時代においても我が国を含む各国で，圧縮補剛板の実験的研究は，既に数多くなされていた。橋梁の分野においては1962年，本州四国連絡橋上部構造に関する試験の一環として伊藤・田島[1]によって補剛材を持つ高張力鋼板から成る溶接中空箱形短柱の圧縮試験が行われている。又，造船部門においては比較的早くから圧縮補剛板の研究が行われており，1953年の吉識の研究[I-120]，1958年の吉識・秋田・長沢の研究[I-121]，吉識・藤田の研究[I-122]がある。又，航空部門においては1962年の川井・江川の研究[I-123]などがある。これらの造船及び航空部門における研究は主として局部座屈後の板パネルに有効幅の概念を導入した近似理論を検証するための実験的研究であった。

一連の落橋事故を契機として，再び，初期不整を有する圧縮補剛板の極限強度に関する研究に目が向けられるようになった。その結果，現在までに，非常に多くの実験的研究が行われた。その代表的なものを以下に示す。

まず，1971年，Dubas[I-186]は，補剛材付き圧縮フランジを持つT形断面の桁の純曲げ試験を行い，圧縮フランジの座屈現象について考察している。その結果，補剛材位置で節となるような局部座屈が起こるためには，弾性線形座屈理論から求まる必要最小剛比γ^*の4ないし，5倍の剛比を有する補剛材が必要であるという結論に至っている。更に同年，Sherbaurne-Liaw-Marsh[I-157]の研究がある。ここでは波板及び補剛板について，塑性崩壊機構（Plastic mechanism）を考える塑性解析法を用いた理論を展開し実験も行っている。

この実験では，4枚の補剛板パネルを箱形断面柱に組み立て圧縮実験を行っている（以下これを圧縮柱実験と言う）。1973年にはDowling-Chatterjee-Frieze-Moolani[2]の箱桁に組んだ実験（以下箱桁実験と言う），補剛板パネルのみを取り出しそれに軸方向圧縮力を与えるDorman-Dwight[3]の実験（以下補剛板パネル実験と言う），Massonnet-Maquoi[I-138]の箱桁実験，小松・吉川・牛尾[III-53]の超高張力鋼板（HT80）の補剛板パネル実験，Murray[I-154), I-155)]の補剛板パネル実験などがある。1974年にはAndrä-Beyer-Wintergerst[4]の実験的研究，福本・宇佐美・岡本[5]の実験かつ理論的研究がある。これらの研究では補剛板パネル実験が行われている。更に1975年の長谷川・長浜・西野[I-113)]の実験的かつ理論的研究では箱形柱実験が行われている。後の2つの我が国における研究においては，初期不整として残留応力のみを有する補剛板の耐荷力を弾塑性座屈問題として取り扱っていることは1章で述べた通りである。同年，有効幅を用いる柱モデルアプローチの検証を行うために，Home-Narayanan[6]は，補剛板の両側辺は支持せず自由にして置き，載荷辺のみ支持した補剛板パネル実験を行っている。これは，縦横比が小さく，側辺の支持条件が補剛板の挙動にあまり影響を与えず，その座屈波形が簡単になるような場合を想定した実験である。イギリスにおいては，この種の実験がよく行われている。

同じく，1975年の山田・渡辺・豊田[7]の箱桁実験，藤原・原・雨宮[8]の箱型柱実験，1976年の金子・井上・雨宮[9]の箱型柱実験，阪本・阿部・寺田[10]の補剛板パネル実験，1977年の金子・金井・雨宮[11]の箱型柱実験，更に，1979年，大型の箱型柱を用いた金井・佐伯[12]の実験などがある。文献8），9），11），12）に取り扱われている実験結果が，新道示（1980）の補剛板の基準耐荷力曲線の基礎資料と成っている。これらの実験において，補剛材の剛比を旧道示（1973）の必要最小剛比γ*以上に大きくしても，補剛板の極限

強度の大幅な増加は期待出来ないという結果を得ている。

本章で述べる実験は，以上の実験と同時期あるいはそれ以前に独自に行ったものである。

又，縦横に補剛された圧縮板に関するものとしては，前田・日笠[13]及び小松・牛尾・北田・奈良[16]の補剛板パネル実験，小松・奈良・安松[14]の箱桁実験などがある。

さて，本章においては，まず，以下のような目的で，幅厚比パラメータR（$=b/t\sqrt{\sigma_Y/E}\cdot\sqrt{3(1-\nu^2)\pi^2}$）が0.55～1.66と非常に広範囲にわたり，縦補剛材のみを有する補剛板供試体について，残留応力及び初期たわみを出来るだけ正確に測定すると共に，それらの圧縮強度実験を行い種々の考察を加える。

（1）2.5節で示した圧縮補剛板の弾塑性有限変位解析法，第7章で提案した圧縮補剛板の極限強度の実用計算法及びその他種々の解析法の検証を行うための基礎的資料を得る。

（2）補剛材の必要最小剛比について実験的に検討する。

（3）道示及びその他各種示方書の補剛板規準の検証を行うための基礎資料を得る。

（4）圧縮補剛板が極限状態を通過するまでの非線形挙動を実験的に明らかにする。

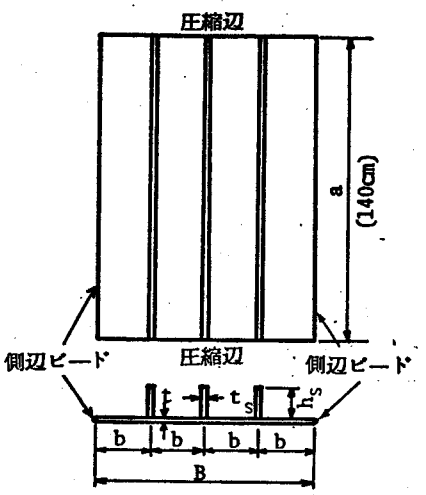
そして，次に，これらの実験結果を用いて，本弾塑性有限変位解析法及び本実用計算法の有用性及び妥当性の検討を行う。

8.2 実験概要

8.2.1 供試体の設計及び製作

（1）供試体の形状及び材質

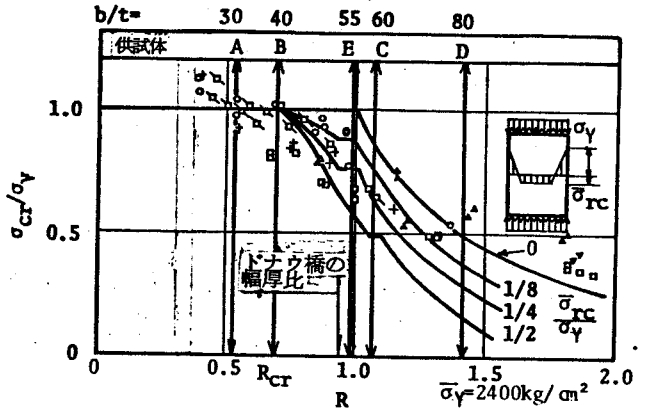
本実験の供試体は図－8.2.1に示すように圧縮軸方向に平行で，かつ，等間隔に配置された3本の長方形断面の補剛材を有する長さ140cmの補剛板とする。最近のトラス橋やアーチ橋は規模が大きくなり，その圧縮部材やアーチリブ材などは1ないし2本の補剛材で補強された板パネルで構成されることが多い。又，箱桁の圧縮フランジは非常に多くの補剛材で補強されている。これらのいずれの場合においても本実験結果が有用な資料となり得るように補剛材の本数を3本とした。供試体の材質はSS41とし，使用板厚はなるべく実際の構造物に近いものという理由で4.5mm以上とした。幅厚比パラメータRを用いて無次元極限圧縮応力度（$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$）をプロットすることにより本実験結果は高張力鋼材にも適用し得るものと考える。



図－8.2.1　供試体の形状

（2）供試体の幅厚比（b/t）の決定

図－8.2.2[I-42]に示すように供試体の幅厚比としてAシリーズ：30，Bシリーズ：40，Eシリーズ：55，Cシリーズ：60，Dシリーズ：80の5ケースを選んだ。供試体の設計時，幅厚比の決定にSS41の降伏点として2400kg/cm²（公称降伏点）を用いたのでAシリーズでは幅厚比パラメータRが0.53，Bシリーズでは0.7となり，Bシリーズが旧道示の限界値R_{cr}=0.7に一致している。又，Eシリーズは



図－8.2.2　供試体の幅厚比

$R=1.0$ となり弾性座屈強度が降伏点になる幅厚比，Cシリーズ（$R=1.1$）は弾塑性座屈領域の幅厚比，Dシリーズ（$R=1.4$）は弾性座屈領域の幅厚比を有する。 A，Bシリーズの幅厚比は我が国で，Eシリーズの幅厚比は欧米の橋梁で一般によく用いられる。 例えば落橋した New Danube 橋の場合，$b=58cm$，$t=1.2cm$，$\sigma_Y=2900\ kg/cm^2$ で $b/t=48$，$R=0.945$ となる。（図－8.2.2参照）。 Dシリーズの幅厚比は実橋ではほとんど用いられず，他に実験例も見ないが，幅厚比の大きい場合として選んだ。 材料試験により実測された各材料の降伏点 σ_Y は公称降伏点 $\bar{\sigma}_Y$ よりかなり大きい値となり，各供試体シリーズのRの実測値が大幅に変化することになった。 その取り扱いについては後で述べる。

（3）補剛材剛法の決定

幅厚比が最も小さいAシリーズの供試体の補剛材剛度の決定は，旧道示規準 3.4.2 [I-42] に定められている必要最小剛比 γ_l を基準にして行った。 すなわち，その際，実降伏点が公称降伏点よりかなりばらついたため，γ_l を求め

表－8.2.1　供試体の諸元

供試体		条件	b (cm)	t (mm)	$\frac{b}{t}$	R (k=4)	t_0 (mm)	h_s (cm)	t_s (mm)	I_s (cm^4)	γ	δ	γ_J	γ^*	$\frac{\gamma}{\gamma_J}$	$\frac{\gamma}{\gamma_N}$	k[2]	R[3]	γ_R	$\frac{\gamma}{\gamma_R}$
A_1	A_1–1	S	24	8.3	28.9	0.551	6.5	7.3	8.3	107.6	21.6	0.076	25.4	41.9	0.85	0.52	1.114	1.044	127.	0.17
	A_1–2	S	〃	〃	〃	0.554	〃	8.0	〃	141.7	28.4	0.083	〃	〃	1.12	0.68	1.221	1.003	〃	0.22
A	A –1	F	〃	7.8	30.8	0.706	7.9	7.3	7.8	101.1	24.4	0.076	11.0[1]	10.5[1]	2.22[1]	2.32[1]	1.161	1.310	52.5	0.46[1]
	A_0–1	S	〃	〃	〃	0.693	7.7	〃	〃	〃	〃	〃	43.0	41.9	0.57	0.58	〃	1.286	215.	0.11
	A_0–2	S	〃	〃	〃	0.687	〃	8.9	〃	183.3	44.3	0.093	〃	〃	1.03	1.06	1.416	1.155	〃	0.21
	A_0–3	S	〃	〃	〃	0.689	〃	11.2	〃	365.3	88.2	0.117	〃	〃	2.05	2.11	1.782	1.032	〃	0.41
B	B –1	F	〃	6.1	39.3	0.897	–	7.4	6.1	82.4	41.7	0.077	–	10.2[1]	–	4.09[1]	1.387	1.523	–	—
	B_0–1	S	〃	〃	〃	0.896	–	〃	〃	〃	〃	〃	–	42.2	–	0.99	〃	1.522	—	—
E	E_0–1	S	〃	4.4	54.5	1.135	–	5.9	4.4	30.1	40.5	0.061	–	39.9	–	1.01	1.375	1.936	–	–
	E_0–2	S	〃	〃	〃	1.114	–	7.0	5.8	66.3	89.2	0.094	–	44.7	–	2.24	1.788	1.666	–	–
	E_0–3	S	〃	〃	〃	1.119	–	8.0	8.3	141.7	190.	0.154	–	53.0	–	4.77	2.304	1.474	–	–
C	C –1	F	35	5.7	61.4	1.269	–	6.1	5.7	43.1	18.3	0.044	–	4.3[1]	–	4.26[1]	–	–	–	–
	C_0–1	S	〃	〃	〃	1.311	–	〃	〃	〃	〃	〃	–	17.8	–	1.02	–	–	–	–
D	D –1	F	〃	4.4	79.5	1.636	–	5.1	4.4	19.5	17.9	0.036	–	4.2[1]	–	4.16[1]	–	–	–	–
	D_0–1	S	〃	〃	〃	1.656	–	〃	〃	〃	〃	〃	–	17.3	–	1.03	–	–	–	–

条件S：載荷辺単純支持，F：載荷辺ぺた押し，1）：供試体の長さを1/2として計算，2）：AASHTOの規準に基づいて求めた座屈係数，3）：AASHTOのkを用いた時のR，——：規準外の幅厚比を有する供試体

る時の最小板厚 t_0 は式(6.3.4)を用いて実測した降伏点 σ_Y を用い，旧道示の考え方に従って新らたに算定した。

B，E，C，Dシリーズについては新道示の考え方を基礎にして弾性座屈理論に基づく必要最小剛比 γ_N を基準にして補剛材の寸法を決定した。その際，t_0については，式(6.3.4)において，$R_{cr}=0.5$ として，実測降伏点を用いて計算した。A，Eシリーズでは補剛材の必要最小剛度をいくらにすればよいかを実験的に把握するため剛比 γ を種々変化させている。補剛材の幅厚比 (h_s/t_s) は旧道示規準 $(h_s/t_s \leqq 13)$ をなるべく満足するようにした。

以上のようにして決めた補剛材の寸法，剛比などを表－8.2.1に示す。

(4)ビード断面の設計

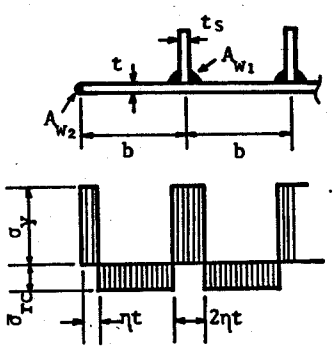
図－8.2.3に示すように残留応力分布をモデル化し，Dwight-Moxham[III-40]の考え方に従ってビード断面積を求めた。すなわち，

$$(b-2\eta t)\cdot\bar{\sigma}_{rc}=\sigma_Y\cdot 2\eta t \qquad \cdots\cdots(8.2.1)$$

$$A_{w1}=\eta t\cdot(2t+t_s)\cdot\sigma_Y/C \quad ;\text{補剛材取り付け部} \cdots(8.2.2)$$

$$A_{w2}=\eta t\cdot t\cdot\sigma_Y/C \quad ;\text{側辺部} \qquad \cdots\cdots(8.2.3)$$

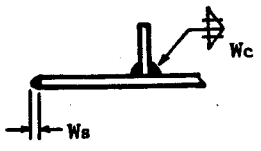
ここに，A_{w1}，A_{w2}は，それぞれ，すみ肉溶接部及び側辺溶接部のビード断面積。式(8.2.1)～(8.2.3)に $\sigma_Y=3000\,kg/cm^2$，$C=600\,kg/mm^2$，$\bar{\sigma}_{rc}=0.7\sigma_Y$ なる仮定値を代入して A_{w1}，A_{w2} を求めた。更に，A_{w1}，A_{w2} よりビード寸法 W_c，W_s を求め表－8.2.2に示す。供試体においてはこのビード寸法を目標にして溶接を実施した。なお，実橋での補剛板はその側辺部が，かど溶接されていることを考慮して，図－8.2.3に示すように



図－8.2.3
残留応力分布の理想化

表－8.2.2
供試体のビード寸法

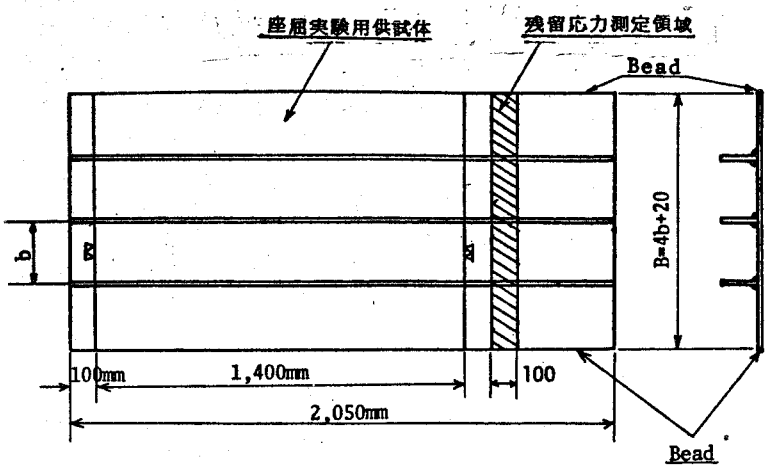
供試体	Wc (mm)	Ws (mm)
A	6	4
B	5	4
E	4	4
C	4	4
D	4	4



供試体の側辺にビード盛りを行い実際の場合の残留応力分布を再現した。

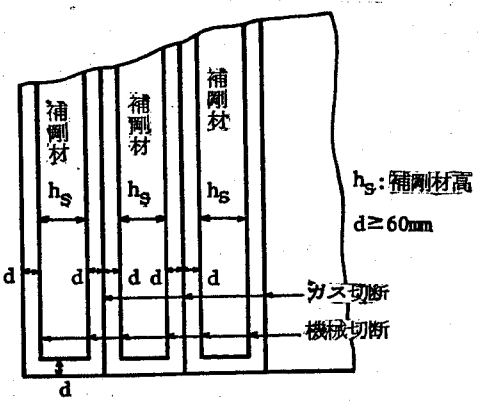
（５）供試体の製作

図－8.2.4に示すように，長さ2,050mmの補剛板を作製し，このうち長さ1,400mmの部分を座屈実験用供試体とし，残りの部分を残留応力測定用供試体とした。



図－８．２．４　供試体の製作

残留応力測定領域にコンタクトゲージ用ボールを打ち込み，コンタクトゲージで初期値を測定してから各供試体の切断を行った。補剛材と板のすみ肉溶接及び側辺ビード溶接はすべて手溶接の一層盛りとした。溶接に際して予熱は行っていないが残留応力分布が均等になるように溶接順序に留意した。又，供試体の構成部材である板パネル及び補剛材の端面は機械仕上げとした。特に補剛材の製作は図－8.2.5に示すように，まず，幅$(h_s + 2d)$の帯板を原板からガス切断で取り出し，その後，機械切断で所定の寸法h_sに仕上げた。その場合，補剛材先端でのガス切断による熱の影響をなくすために切りしろを$d \geq 60mm$とした。使用した鋼板の厚さが実構造物の場合より若干小さく，溶接によって生じる初期変形が実際の場合より大きくなることが予想されたため，補剛板の初期たわみが示方書（道示，IDWR）に規定されている許容値以下に収まるよう



図－８．２．５　補剛材の製作

に，プレスによるひずみ取りを行うことにした。

8．2．2　予備実験とその考察

(1) 引張試験

各供試体の板パネル及び補剛材材の部分からJIS 5号試験片を2本ずつ作製し，引張試験を行った。その試験結果を表－8.2.3に示す。表中，区分の欄で空白の部分は，板パネル，補剛材共に同材質であることを示す。使用鋼材はすべて，降伏点及び引張強さσ_B共SS41に対するJIS規格（$\sigma_Y \geq 25\ kg/mm^2$，$\sigma_B = 41 \sim 52\ kg/mm^2$）を満足している。道示では公称降伏点として SS41：2,400 kg/cm²，SM50：3,200 kg/cm²，SM50Y：3,600 kg/cm² と規定している。供試体の中にはSM50，SM50Yの公称降伏点を越えるものも含まれていることがわかる。

表－8.2.3　引張試験結果

供試体	区分	σ_Y	σ_B	E	ν	δ	t
A_1-1		2760	4410	2.15	0.24	43	8.3
A_1-2		2790	4300	2.11	0.30	44	8.3
A -1		3990	5110	2.17	0.28	30	7.8
A_0-1		3840	4920	2.15	0.29	30	7.8
A_0-2		3770	4960	2.27	0.27	31	7.8
A_0-3	板	3790	4930	2.29	0.24	31	7.8
	補剛材	3770	4960	2.27	0.27	31	7.8
B -1		3950	4850	2.32	0.27	28	6.1
B_0-1		3940	4790	2.14	0.17	30	6.1
E_0-1	板	3290	4560	2.13	0.24	34	4.4
	補剛材	3250	4360	2.17	0.27	34	4.4
E_0-2	板	3170	4560	2.29	0.29	32	4.4
	補剛材	3340	4590	2.13	0.25	38	5.8
E_0-3	板	3200	4290	2.13	0.29	36	4.4
	補剛材	2750	4500	2.13	0.30	41	8.3
C -1		3240	4550	2.13	0.27	36	5.7
C_0-1		3460	4660	2.19	0.31	34	5.7
D -1		3210	4560	2.12	0.24	32	4.4
D_0-1		3290	4560	2.13	0.24	34	4.4

σ_Y：下降伏点 (kg/cm^2)　t：板厚 (mm)
σ_B：引張強さ (kg/cm^2)
E：ヤング係数 $(10^6 kg/cm^2)$
ν：ポアソン比　δ：伸び率 (%)

(2) 残留応力度の測定

a) 溶接条件

溶接には直径が3.2mm及び4mmの溶接鋼棒を用いた。その溶接条件及びビード断面積の測定値を表－8.2.4に示す。ビード断面積A_wと入熱量Qとの比Kは$(12 \sim 24) \times 10^{-3} mm^3/J$

表－8.2.4　溶接条件

供試体	すみ肉溶接							側辺ビード溶接						
	D	A	V	v	Q	A_w	k	D	A	V	v	Q	A_w	k
A_1-1	4	185	30	3.1	1.79	25	14	4	105	25	2.0	1.31	28	21
A_1-2	〃	184	32	3.9	1.51	18	12	〃	105	28	2.0	1.47	32	22
A -1	〃	182	30	3.2	1.71	21	12	〃	79	25	2.1	0.94	16	17
A_0-1	〃	185	30	3.1	1.79	27	15	〃	105	25	2.2	1.19	25	21
A_0-2	〃	180	31	3.8	1.47	19	13	〃	108	25	2.0	1.35	30	22
A_0-3	〃	182	32	3.9	1.49	19	13	〃	108	23	1.9	1.31	31	24
B -1	〃	172	30	3.5	1.47	22	15	〃	75	25	3.2	0.59	13	22
B_0-1	〃	190	32	4.5	1.35	20	15	3.2	85	25	2.2	0.97	18	19
E_0-1	〃	192	32	5.2	1.18	17	14	〃	85	25	2.6	0.82	19	23
E_0-2	〃	184	32	5.7	1.03	15	15	〃	79	26	2.9	0.71	17	24
E_0-3	〃	182	32	5.9	0.99	16	16	〃	84	26	2.2	0.99	17	17
C -1	〃	190	30	3.1	1.84	23	13	4	92	25	2.0	1.15	20	17
C_0-1	〃	186	32	4.5	1.32	23	17	〃	85	25	2.3	0.92	20	22
D -1	〃	190	30	3.7	1.54	17	11	〃	79	25	2.3	0.86	16	19
D_0-1	〃	186	32	5.6	1.06	22	21	〃	85	25	2.5	0.85	16	19

溶接鋼棒：神戸製鋼 TBI-24

D：溶接棒径 (mm)
v：運棒速度 (mm/sec^2)
Q：ジュール熱 $(10^3 J/mm)$
k：A_w/Q $(10^{-3} mm^3/J)$
A：電流 (A)
V：電圧 (V)
A_w：ビード断面積 (mm^2)

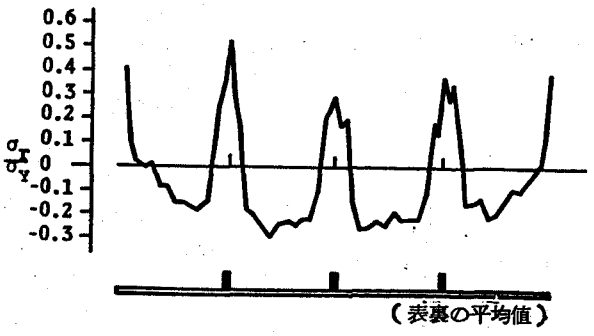
となっている。 Moxham[III-40]は軟鋼で手溶接の場合 $K=16\times10^{-3}mm^3/J$ を与えており，3.4節のSS41材の実測結果では $K=15\times10^{-3}mm^3/J$ となっている。

b）残留応力度

端部の影響を受けないように端部からパネル幅b以上内側に残留応力測定区域を設けた。 又，溶接の始終端部（クレータ部）の付近では残留応力が乱れるため同部が測定区域に含まれないようにした。 残留応力の測定はコンタクトゲージを用いて機械切断法により行った。 測定に用いたゲージレングスは10cmであり，切断片の幅は12～30mmである。 又，同じ材料からなるダミー片を作製し，測定値の温度補正を行うための基準値とした。

i）板パネルの残留応力度

補剛板の板パネルの残留応力測定結果の一例（供試体C-1）を図-8.2.6に示す。 他の供試体もほぼ同様な傾向を示していた。 表-8.2.5の中の図に示すように残留圧縮応力分布を実測値の面積に等しい面積を有する長方形分布として理想化する。 そして，その場合の平均残留圧縮応力度$\bar{\sigma}_{rc}$を表-8.2.5に掲げる。 又，Moxhamの論文[III-40]及びIDWRで用いられている係数C（$=Fc/Aw$，Fc：溶接による圧縮力）を求めると表-8.2.5のようになる。 Moxhamは $C=612\ kg/mm^2$，IDWRでは $C=1,020\ kg/mm^2$ とかなり安全側の値を与えていることがわかる。 例えば，IDWRの規準に従って残留圧縮応力度を計算してみると表-8.2.5の（IDWR）の欄のようになる。 この計算においては，表-8.2.2に示す設計値及び表-8.2.4に示す実測値の

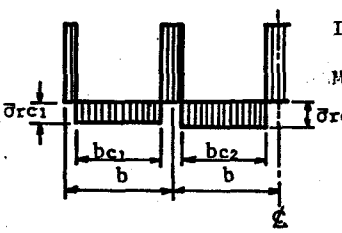


図— 8.2.6 板パネルの残留応力分布
（供試体 C-1）

ビード断面積 A_w をそれぞれ用いた。又，ビード付近における残留引張応力度の最大値を表－8.2.6に示す。補剛材のすみ肉溶接部の残留引張応力度（σ_{rt2}, σ_{rt3}, σ_{rt4}）が側辺溶接部のそれ（σ_{rt1}, σ_{rt5}）より小さいのは側辺溶接をすみ肉溶接より後で行ったため側辺の溶接による圧縮力が影響してすみ肉溶接部の残留引張応力が軽減されたためと思われる。これは，極限強度に実質的な影響を与えないものと考える。

表－8.2.5 残留圧縮応力測定結果（板）

供試体	$\frac{b_{c1}}{b}$	$\frac{\bar{\sigma}_{rc1}}{\sigma_Y}$	$\frac{b_{c2}}{b}$	$\frac{\bar{\sigma}_{rc2}}{\sigma_Y}$	$\frac{\bar{\sigma}_{rc}}{\sigma_Y}$ (IDWR) (1)	(2)	C kg/mm²
A_1–1	x	x	x	x	0.52	0.77	x
A_1–2	0.67	0.15	0.63	0.23	0.51	0.61	206
A –1	0.75	0.19	0.79	0.23	0.38	0.44	307
A_0–1	0.71	0.30	0.71	0.14	0.40	0.60	215
A_0–2	0.79	0.11	0.79	0.16	0.39	0.48	169
A_0–3	0.75	0.15	0.71	0.16	0.36	0.46	176
B –1	0.79	0.19	0.79	0.28	0.37	0.55	272
B_0–1	0.75	0.23	0.63	0.16	0.37	0.55	203
E_0–1	0.79	0.24	0.63	0.16	0.40	0.85	144
E_0–2	0.58	0.08	0.71	0.14	0.38	0.72	80
E_0–3	0.63	0.12	0.63	0.16	0.33	0.66	90
C –1	0.63	0.13	0.74	0.21	0.24	0.61	173
C_0–1	0.80	0.16	0.74	0.23	0.23	0.57	239
D –1	0.71	0.14	0.74	0.25	0.30	0.61	206
D_0–1	0.66	0.14	0.57	0.10	0.29	0.74	93



IDWR[I-163]: C=1020kg/mm²

Moxham[III-40]: C=612kg/mm²

（1）：設計値A_wを用いる。

（2）：実験値A_wを用いる。

注）中央線に関して対称位置にある左右の残留応力度の平均値を σ_{rc1}, σ_{rc2} とする。

表－8.2.6
ビート付実における最大残留引張応力度

供試体	$\frac{\sigma_{rt1}}{\sigma_Y}$	$\frac{\sigma_{rt2}}{\sigma_Y}$	$\frac{\sigma_{rt3}}{\sigma_Y}$	$\frac{\sigma_{rt4}}{\sigma_Y}$	$\frac{\sigma_{rt5}}{\sigma_Y}$
A_1–1	X	X	X	X	X
A_1–2	0.81	0.34	0.48	0.50	1.00
A –1	0.73	0.47	0.46	0.44	0.72
A_0–1	0.61	0.49	0.44	0.29	0.59
A_0–2	0.77	0.31	0.40	0.55	0.78
A_0–3	0.77	0.44	0.39	0.36	0.75
B –1	0.72	0.68	0.42	0.55	0.75
B_0–1	0.65	0.33	0.39	0.49	0.63
E_0–1	0.17	0.44	0.43	0.65	0.24
E_0–2	1.00	0.47	0.43	0.46	0.57
E_0–3	0.62	0.41	0.43	X	0.52
C –1	0.40	0.52	0.30	0.39	0.40
C_0–1	0.73	0.44	0.45	0.47	0.42
D –1	0.66	0.55	0.33	0.46	0.67
D_0–1	0.33	0.39	0.15	0.36	0.22



ii）補剛材の残留応力度

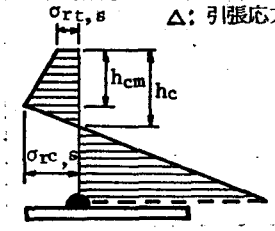
3本の補剛材の残留応力度の平均値について考察を行う。補剛材の残留応力分布の代表的な2例（供試体B-1，E_0-3）を図-8.2.7及び図-8.2.8に示す。補剛材の残留応力度が補剛板全体の極限強度に及ぼす影響がかなり大きいものと考えられるので，参考のため補剛材先端の残留応力度及び補剛材内の最大残留

圧縮応力度を表－8.2.7に掲げる。

表－8.2.7
補剛材の残留応力度の代表値

供試体	$\frac{\sigma_{rt,s}}{\sigma_Y}$	$\frac{\bar{\sigma}_{rc,s}}{\sigma_Y}$	$\frac{h_{cm}}{h_s}$	$\frac{h_c}{h_s}$
A_1–1	0.19	0.18	0.31	0.49
A_1–2	0.00	0.24	0.50	0.59
A –1	0.12	0.19	0.31	0.52
A_0–1	0.15	0.15	0.00	0.53
A_0–2	0.03	0.16	0.59	0.64
A_0–3	△0.08	0.12	0.64	0.68
B –1	0.25	0.25	0.00	0.51
B_0–1	0.18	0.18	0.00	0.46
E_0–1	0.07	0.15	0.36	0.47
E_0–2	△0.22	0.29	0.50	0.63
E_0–3	△0.14	0.36	0.50	0.63
C –1	0.38	0.38	0.00	0.41
C_0–1	0.22	0.23	0.13	0.46
D –1	0.10	0.17	0.12	0.37
D_0–1	0.26	0.26	0.00	0.37

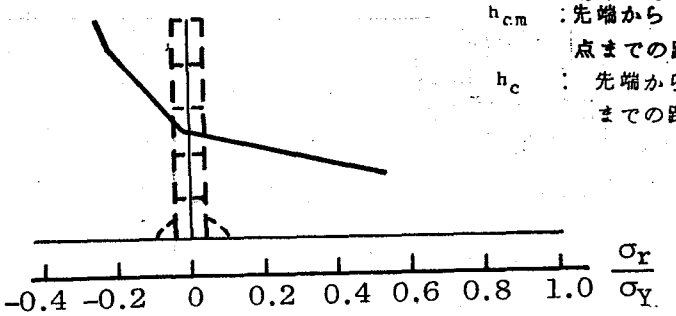
△：引張応力度



$\sigma_{rt,s}$：補剛材先端での残留応力度
$\sigma_{rc,s}$：最大圧縮残留応力度
h_{cm}：先端から $\sigma_{rc,r}$ の生じている点までの距離
h_c：先端から残留応力0なる点までの距離

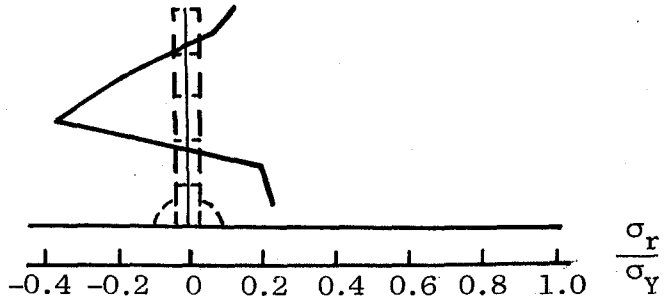
（3）初期たわみの測定

写真－8.1に示すような初期たわみ測定専用のジグを製作し補剛板の初期たわみを測定した。測定に当っては，まず，この専用ジグを定盤上に置きジグに取り付けた変位計のキャリブレーションを行い，次に，写真－8.2に示すように補剛板を後述する側辺支持ジグにセットし，鉛直に立てた状態での初期たわみを測定した。その測定結果の一例（A－1）を図－8.2.9に示す。なお，補剛板全体の初期たわみ（δ_t）としては補剛板の両側辺を結ぶ直線からの偏差量を取った。初期たわみδ_tの最大値が存在する横断面のたわみ分布を図－8.2.10に示す。この初期たわみは供試体C-1のように大きな値を示していても縦方向の変化は少なく筒状になっているものが多かった。

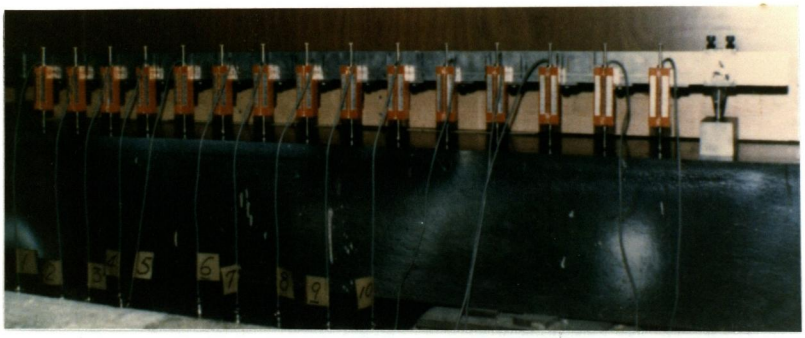


図－8.2.7　補剛材の残留応力分布（供試体 B－1）

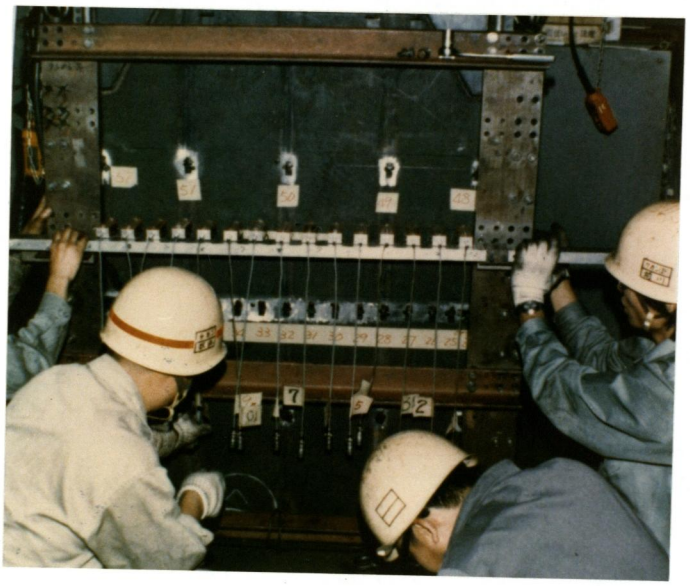
補剛材の初期たわみ（δ_s）及び補剛材間の板パネルの初期たわみ（δ_{pt}，δ_{pG}）について，



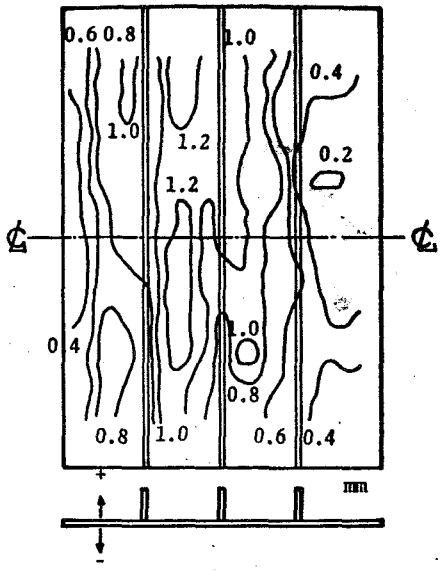
図－8.2.8　補剛材の残留応力分布（供試体 Eo－3）



写真－８．１　初期たわみ測定ジグとそのキャリブレーション



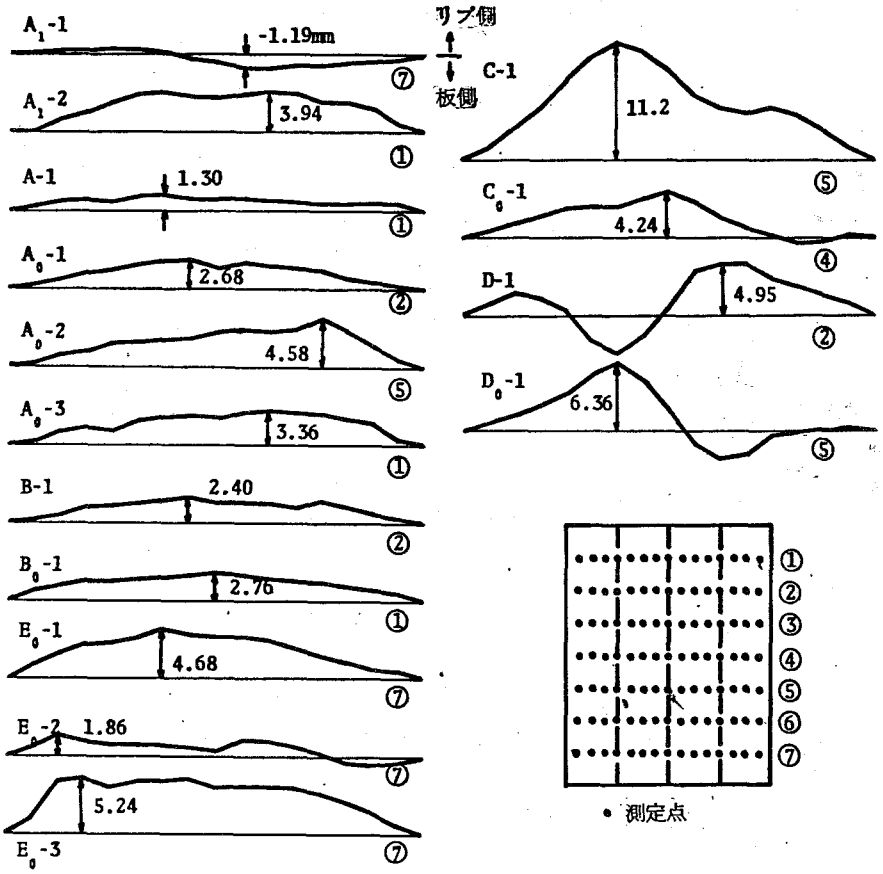
写真－８．２　初期たわみ測定風景



図－８．２．９　初期たわみ分布
（供試体 A－1）

表－８．２．８　供試体の初期たわみ

供試体	$\frac{\delta_{pt}}{b}$	$\delta_s(+)$	$\delta_s(-)$	δ_{pe}	$\frac{2b}{30t}(1+\frac{b}{5000})$
A_1-1	0.0021	0.00067	-0.00067	1.0	2.02cm
A_1-2	0.0029	0.00124		1.2	2.02
A -1	0.0025	0.00014		1.3	2.15
A_0-1	0.0038	0.00114		1.0	2.15
A_0-2	0.0042	0.00076		0.8	2.15
A_0-3	0.0046	0.00076	-0.00029	0.8	2.15
B -1	0.0035		-0.00053	2.2	2.75
B_0-1	0.0025	0.00095		0.8	2.75
E_0-1	0.0079		-0.00011	0.1	3.81
E_0-2	0.0058	0.00086	-0.00029	1.1	3.81
E_0-3	0.0117	0.00076	-0.00057	1.7	3.81
C -1	0.0083	0.00080		1.4	4.38
C_0-1	0.0023	0.00210		1.2	4.38
D -1	0.0120		-0.00086	4.1	5.67
D_0-1	0.0100	0.00124	-0.00234	2.9	5.67
道示	0.0067	0.00100	-0.00100	IDWR	
IDWR		0.00143	-0.00143		



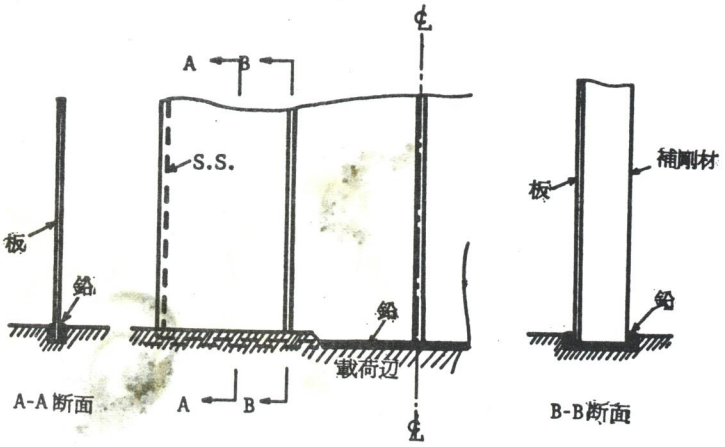
図－８．２．１０　横方向の初期たわみ分布

道示とＩＤＷＲの規準に対応する実測値を表－8.2.8に示す。初期たわみは，ほぼ道示の規準を満足していることが表－8.2.8よりわかる。又，供試体C_0-1，D_0-1の補剛材を除いてＩＤＷＲの規準も満足している。

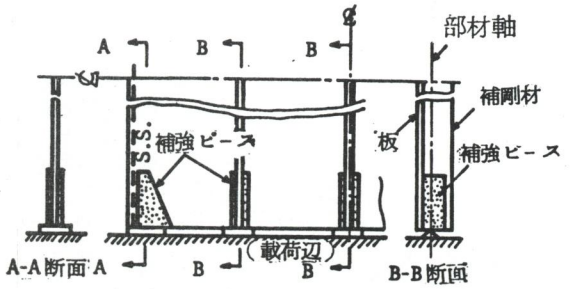
８．２．３　座屈実験とその考察

（１）座屈実験装置

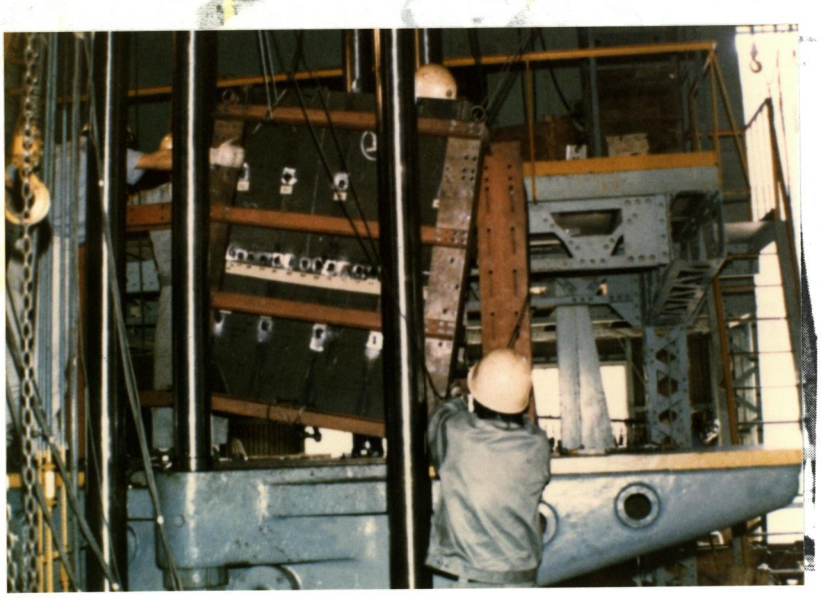
以前に著者らの開発した側辺支持ジグ[Ⅲ-53]を用いて補剛板の側辺を支持した。このジグは，供試体の側辺の回転，ねじり及び縦・横方向の面内変位が自由になるように工夫した装置である。供試体A-1，B-1，C-1，D-1の載荷辺は，図-8.2.11に示す「べた押し機構」とした。べた押しの場合は，載荷板に溝を掘り，供試体をはめ，それと載荷板の間に鉛を埋め，荷重が均等に供試体に作用するようにした。上述の4つの供試体以外については図-8.2.12に示すような単純支持機構を採用し載荷辺で単純支持になるようにした。その際の載荷位置は補剛板全体の重心軸の位置とした。又，載荷点付近で局部的な塑性化が生じないように，その付近の



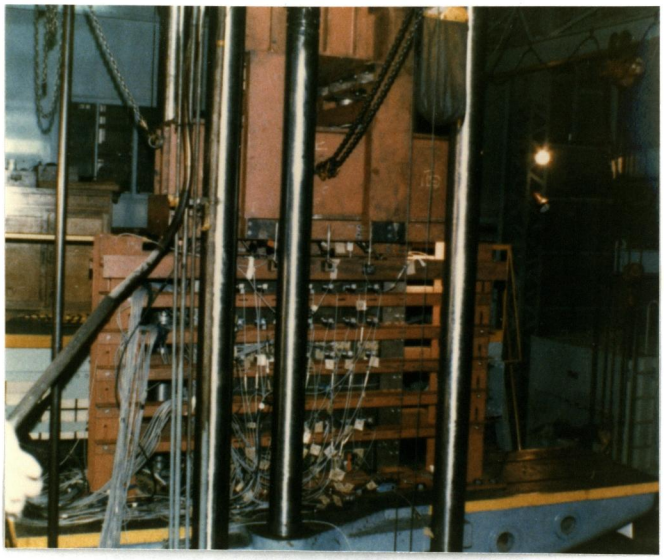
図－8.2.11　べた押しの場合の載荷辺



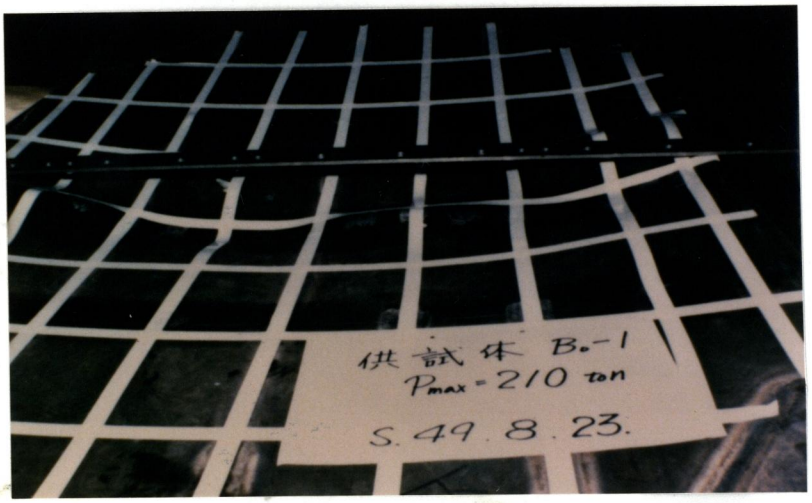
図－8.2.12　載荷辺単純支持機構



写真－8.3　供試体の据え付け風景



写真－８．４　座屈実験の風景



写真－８．５　破壊後の供試体　（供試体Bo−1）

短い部分を図－8.2.12に示すような補強を行った。

（2）座屈実験

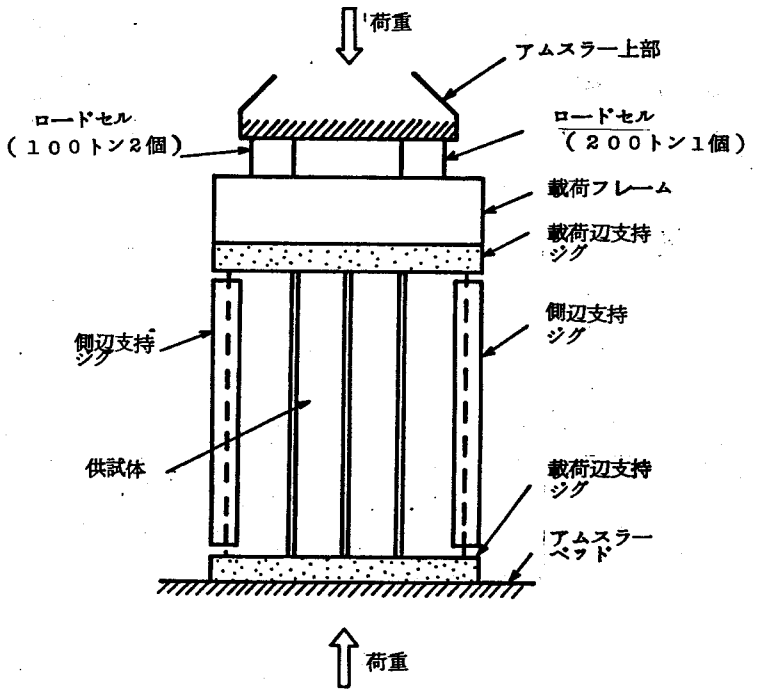
実験には400tonアムスラー型万能試験機を用いた。その実験風景を写真-8.3，8.4，載荷状況を図－8.2.13に示す。供試体の各部のひずみ，面外変位及び軸方向変位を各荷重段階でディジタル静ひずみ計，動ひずみ計，データレコーダ，XYレコーダなどを用いて計測記録した。

実験においては，破壊実験を行う前に予備実験として弾性域での供試体のひずみ分布を調べ一様載荷になるように調整した。

（3）実験結果とその考察

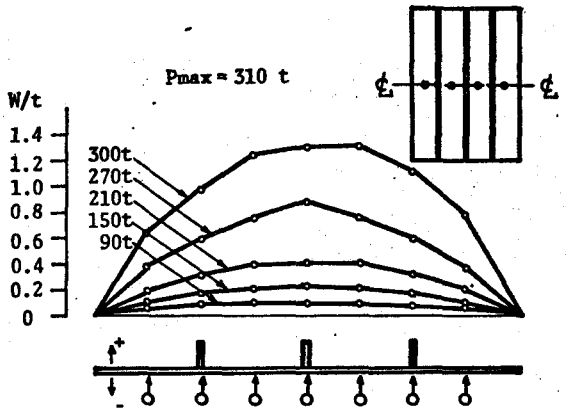
a）横たわみ波形

供試体の横方向のたわみ波形及び補剛材のたわみ波形が得られるように変位計を格子点にセットした。その測定結果の一例（Ao－2）を図－8.2.14，8.2.15に示す。これらの図より供試体Ao－2では補剛材間の板パネルの局部座屈は認められず，補剛板全体が半波形でたわむ全体座屈のみが生じていることがわかる。すべての供試体についての同様なたわみ波形図より全体座屈及び局

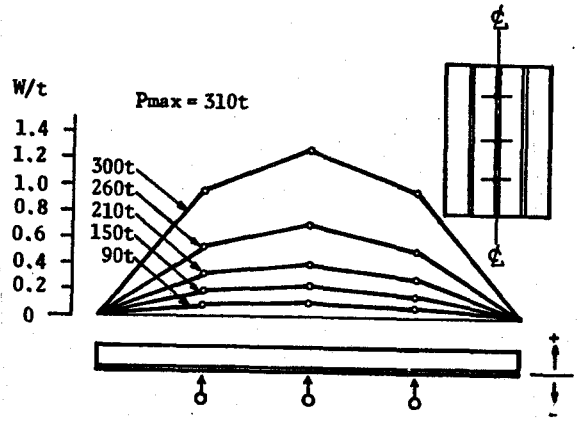


図－8.2.13 載荷状況

部座屈の有無を読み取り表－8.2.9に示す。供試体B-1，Co-1を除いてすべて半波形の全体座屈波形が出ていた。供試体B-1では補剛材位置で節線を持つ2波形の局部座屈モード，供試体Co-1では中央補剛材位置で節線を持つ逆対称1波形の座屈モードが認められた。しかし，Co-1の場合，



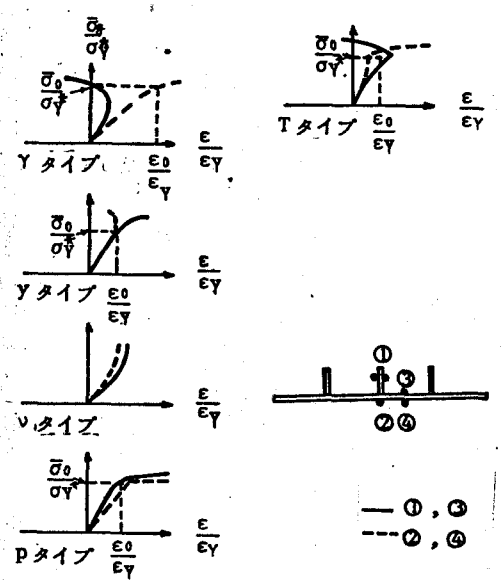
図－8.2.14 中央断面のたわみ波形
（供試体 Ao-2）



図－8.2.15 中央補剛材のたわみ波形
（供試体 Ao-2）

表－8.2.9 供試体の座屈挙動

供試体	横たわみ		ひずみ分布		補剛材位置のひずみ				板パネルのひずみ			
	全	局	全	局	タイプ	$\frac{\bar{\sigma}_0}{\sigma_Y^*}$	$\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_Y}$	全	タイプ	$\frac{\bar{\sigma}_0}{\sigma_Y^*}$	$\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_Y}$	局
A_1-1	o	x	x	ΔΛ	γ	0.65	-0.65	o	p	0.80	-0.57	x
A_1-2	o	x	x	ΔΛ	γ	0.64	-0.72	o	p	0.83	-0.51	x
A -1	o	x	x	ΔΛ	γ	0.84	-1.37	o	y	0.59	-0.58	Δ
A_0-1	o	x	x	xΛ	γ	0.47	-0.45	o	p	0.67	-0.48	x
A_0-2	o	x	x	xΛ	γ	0.53	-0.43	o	y	0.57	-0.47	Δ
A_0-3	o	x	x	ΔΛ	γ	0.65	-0.62	o	p	0.82	-0.60	x
B -1	x	o	x	Δ	y	0.74	-0.70	Δ	ν	—	—	x
B_0-1	o	x	x	xΛ	γ	0.37	-0.35	o	γ	0.52	-0.49	o
E_0-1	o	x	x	ΔΛ	γ	0.24	-0.21	o	y	0.48	-0.42	Δ
E_0-2	o	o	x	Δ	γ	0.27	-0.26	o	ν	—	—	x
E_0-3	o	Δ	x	ΔΛ	γ	0.00	-0.76	o	γ	0.63	-1.26	o
C -1	o	o	x	Δ	γ	0.49	-0.63	o	γ	0.48	-0.67	o
C_0-1	x	o*	Δ	Δ	y	0.41	-0.24	Δ	ν	—	—	x
D -1	o	o	x	o	γ	0.33	-0.56	o	γ	0.00	0.00	o
D_0-1	o	o*	Δ	Δ	γ	0.16	-0.14	o	T	0.22	0.13	o

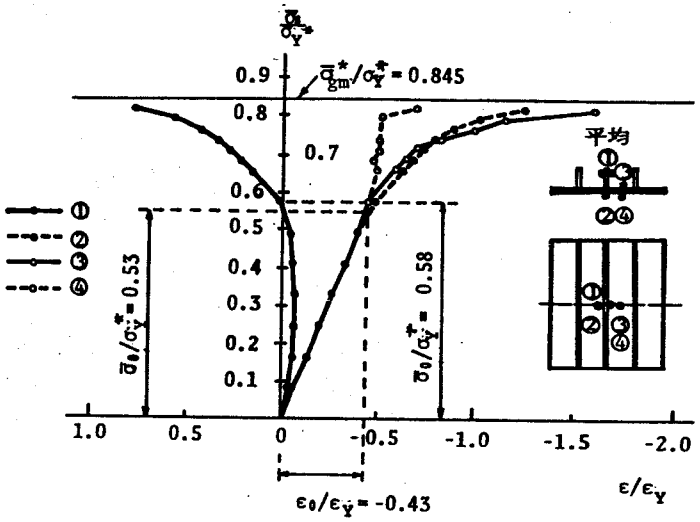


全：全体座屈，局：局部座屈，o：全体座屈あるいは局部座屈の傾向が読み取れる，×：これらの傾向が読み取れない，Λ：補剛材位置より板パネル中央の平均ひずみの方が大きくなる現象を呈するもの，△：途中から局部座屈あるいは全体座屈の傾向が見られるもの，　：最初は1波形で変形が進み，最後には半波形となつたもの。

最大荷重 P_{gm} の付近で大きな音をたてて飛移り現象が起こり半波形となって破壊した。 又，供試体 E_0-2，E_0-3，C-1，D-1，D_0-1 では局部座屈と全体座屈が連成した座屈波形となっている。

b）補剛材の荷重-ひずみ曲線

中央補剛材の中央断面の荷重-ひずみ曲線の一例（A_0-2）を図-8.2.16に示す。 この図より，供試体 A_0-2 の中央補剛材は荷重増加と共に曲げ応力度が漸増していることがわかる。 すなわち，補剛材位置で節線となる局部座屈が起こっていないことがわかる。



図－8.2.16 平均圧縮応力度とひずみの関係（供試体 A0－2）

今，この種の荷重-ひずみ曲線をYタイプと名付ける。 その他にもYタイプ，Vタイプ，Pタイプ，Tタイプとタイプ分けを行い，表-8.2.9に分類を示す。 又，それぞれのタイプを表-8.2.9の右側の図に示す。 これらの図の縦軸は平均圧縮応力度 $\bar{\sigma}_g$ を式（6.4.2）で定義する換算降伏点，σ_Y^* で無次元化したもの $\bar{\sigma}_g/\sigma_Y^*$ であり，横軸は軸方向ひずみの測定値 ε を降伏ひずみ ε_Y で無次元化したもの $\varepsilon/\varepsilon_Y$ である。 そしてYタイプでは縦軸とひずみ曲線との交点，Yタイプでは表裏のひずみ曲線が離れ始める点，Pタイプではひずみが急に流れ出す点，Tタイプではひずみの逆転が起こった点の縦軸の値をすべて $\bar{\sigma}_0/\sigma_Y^*$ と記す。 供試体 B-1，C_0-1 を除いてすべて全体座屈を起こしている。

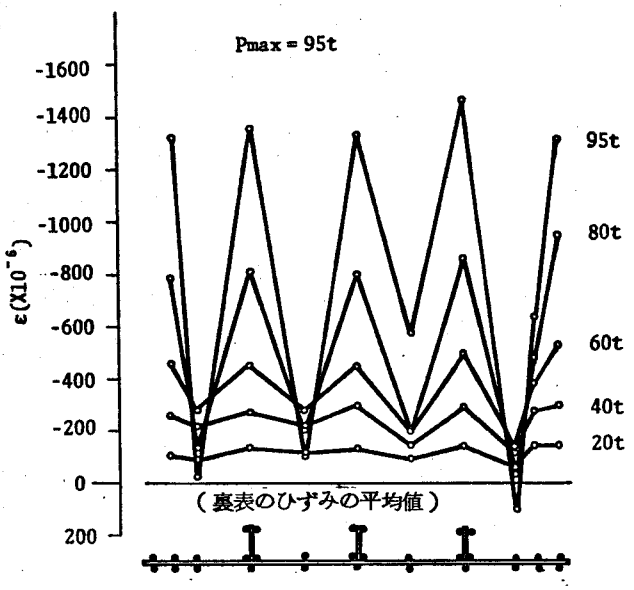
c）板パネル中央の荷重-ひずみ曲線

板パネル中央の圧縮軸方向の垂直ひずみの荷重による変化の一例を図-8.2.16に示す。 この図より，供試体 A_0-2 の板パネルでは無次元平均応力度（$\bar{\sigma}_g/\sigma_Y^*$）

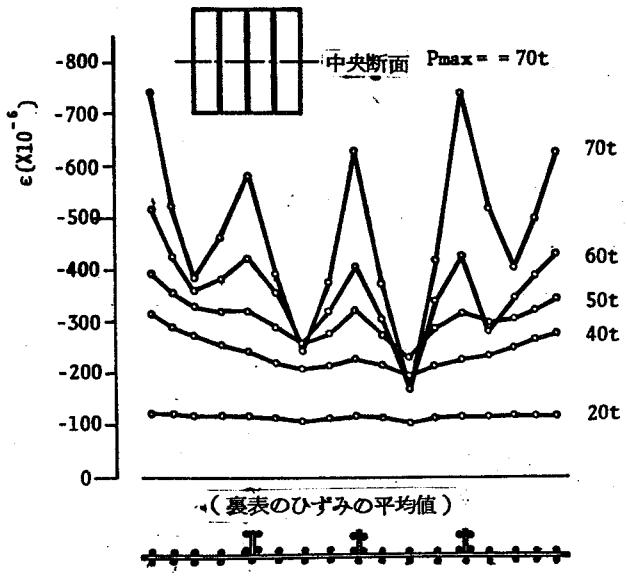
が0.58あたりから局部座屈が生じていることがわかる。この場合も前項b)と同様のタイプ分けを行い，表－8.2.9の右欄に示す。供試体Bo-1，Eo-3，C-1，D-1ではXタイプとなり局部座屈が起こり，供試体A-1，Ao-2，Eo-1はYタイプで途中から局部座屈の現象が現われていることがわかる。又，供試体Do-1の板パネルではひずみの逆転が認められたTタイプである。

d) ひずみ分布図

中央断面の裏表の平均ひずみ分布の一例を図－8.2.17（D-1）及び図－8.2.18（Do-1）に示す。これらの図より，供試体D-1では最大荷重まで補剛材が十分剛に働いていることがわかる。又，供試体Do-1では全体座屈と局部座屈が連成していることがわかる。すべての供試体についての同様の図より，全体座屈及び局部座屈の現象の有無を読み取り表－8.2.9に示す。表中，記号Aは次のようなひずみ分布を呈した供試体を示す。すなわち，補剛材位置におけるひずみより板パネル中央のひずみの方が大きい傾向を示すような板パネルが存在する供試体で



図－8.2.17 中央断面のひずみ分布図
（供試体 D-1）

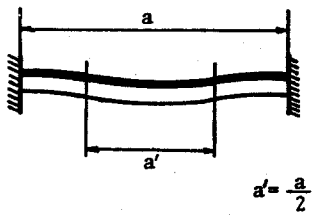


図－8.2.18 中央断面のひずみ分布図
（供試体 Do-1）

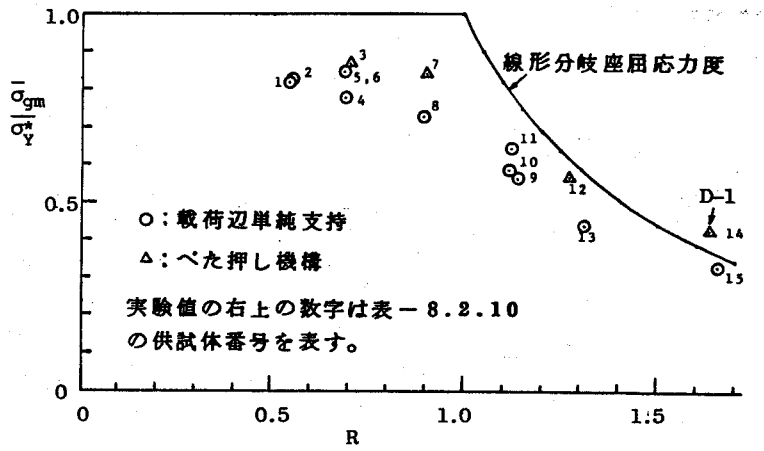
ある。

e) 極限強度

各供試体の極限状態における平均応力度（$\bar{\sigma}_{gm}^{*}=P_{gm}/Ag$）を，式(6.4.2)に定義される補剛板の換算降伏点σ_Y^{*}で無次元化して表－8.2.10及び図－8.2.20，8.2.21に示す。又，べた押しの場合には載荷辺が固定の座屈波形となったため，圧縮材としての有効座屈長を用いる方法により必要最小剛比(σ_f, γ_N)を算出した。すなわち，その座屈波形が図－8.2.19に示すような形となった場合の有効座屈長a'を次式で仮定する。



図－8.2.19 載荷辺べた押しの場合の有効座屈長 a'



図－8.2.20 実験結果

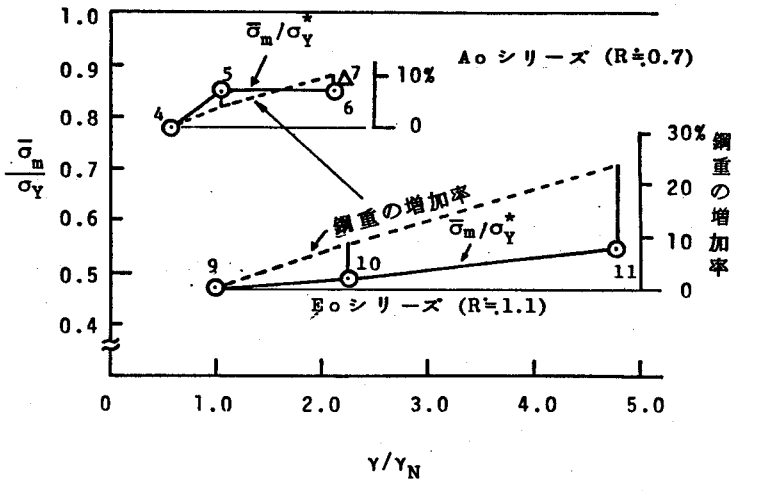
$$a'=a/2 \quad \cdots\cdots (8.2.4)$$

補剛板の縦横比αは

$$\alpha=a'/B=a/2B \quad \cdots (8.2.5)$$

このαを用いて必要最小剛比の計算を行った。

実験結果と理論解析結果の比較は8.3節で，そして，各国示方書の基準耐荷力曲線との比較については，9.4節で述べることにする。



図－8.2.21 補剛材剛比と極限応力度の関係

図－8.2.20より，本実験により得られた極限応力度は，供試体D-1を除いて，すべて，理想圧縮板に対する弾性分岐座屈応力度より下回っていることがわかる。　この図からも，補剛板に含まれる初期たわみや残留応力などの初期不整の極限強度に及ぼす影響は，極めて重大な意味を持つことがわかる。又，幅厚比パラメータ$R \leqq 1.5$の領域の補剛板においても，その後座屈強度が，期待出来ないことがわかる。

更に，図－8.2.21より，$R \fallingdotseq 0.7$の単一補剛板においては，第6章で取り扱った連続補剛板の場合とは異なりγをγ_J(にγ_N)以上に大きくしても，極限応力度の増加は，ほとんど期待出来ないということがわかる。　これは，文献8)～12)の単一補剛板を用いた実験結果ともよく一致している。　又，幅厚比パラメータRが1.1と比較的大きい単一補剛板においても，連続補剛板の場合とは異なりγ/γ_Nを1.01から4.77へと，約5倍程度増加させても，極限応力度の増加量は，14%程度である。　その間における補剛板全体の鋼重の増加量は約24%程度である。

このように，単一補剛板においては，γをγ_Jあるいはγ_N以上に少し位増加

表－8.2.10　実験結果

No	供試体	R (k=4)	α	γ/γ_J	γ/γ_N	P_{max} (t)	$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y^*$
1	A_1-1	0.551	1.5	0.85	0.52	225	0.82
2	A_1-2	0.554	1.5	1.12	0.68	235	0.83
3	A -1	0.706	0.75[1)]	2.22[1)]	2.32	325	0.87
4	A_0-1	0.693	1.5	0.57	0.58	280	0.78
5	A_0-2	0.687	1.5	1.03	1.06	310	0.85
6	A_0-3[2)]	0.689	1.5	2.05	2.11	330	0.85
7	B -1	0.897	0.75[1)]	—	4.09[1)]	244	0.84
8	B_0-1	0.896	1.5	—	0.99	210	0.73
9	E_0-1[2)]	1.135	1.5	—	1.01	95	0.57
10	E_0-1[2)]	1.114	1.5	—	2.24	104	0.59
11	E_0-2[2)]	1.119	1.5	—	4.77	125	0.65
12	C -1	1.269	0.5[1)]	—	4.26[1)]	170	0.57
13	C_0-1	1.311	1.0	—	1.02	140	0.44
14	D -1	1.636	0.5[1)]	—	4.16[1)]	95	0.43
15	D_0-1	1.656	1.0	—	1.03	75	0.33

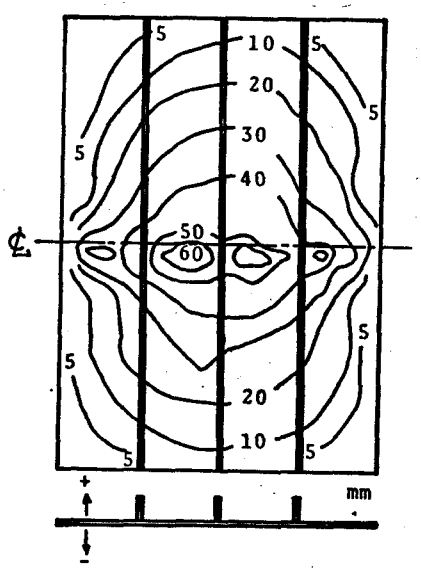
1）供試体の長さを1/2として計算

2）板と補剛材の降伏点が異なるもの。

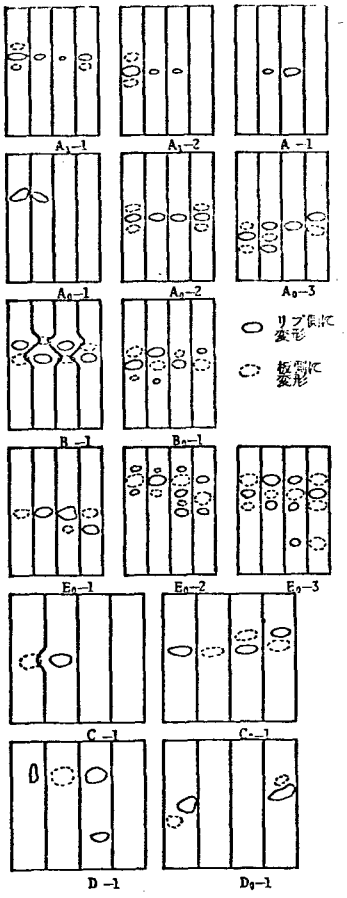
しても大幅な極限強度の増加は期待出来ないことがわかる。 筆者らは，2.5節で示した弾塑性有限変位理論に基づいて単一補剛板の解析を行い，以下に示すような同様の結論を得ている[17]。 すなわち，板パネルと縦補剛材の残留圧縮応力度が共に$-0.4\sigma_Y$で，板パネルの初期たわみδ_{pl}が$-b/150$，補剛材の初期たわみδ_sが$a/1000$，そして縦横比α_gが1で，かつ2本の縦補剛材を有し，幅厚比パラメータRが0.7の単一補剛板を対象とし，その補剛材剛比γをγ_Nから$4\gamma_N$に増加しても，その極限応力度の増加率は6%にしか過ぎなかった。 これらは，筆者らの実験及び解析において対象とした補剛板はすべて補剛材側にたわんで破壊に至ったためであると思われる。

ナ）破壊後の供試体の変形状態

代表例を図-8.2.22（供試体 A_0-2），及び 354ページの写真-8・5（供試体 B_0-1）に示す。 供試体B-1を除くすべての供試体においては，図-8.2.22に示すような大きな半波形で補剛材側に変形した破壊モードを示していた。 補剛材側に変形して破壊したのは残留圧縮応力の存在により局部塑性化が起こり板パネルの有効部分が大幅に減少し補剛板全体の回転軸が補剛材の先端の方向に移動し，そ



図－8.2.22 破壊後の残留変形（供試体 A_0-2）



図－8.2.23 破壊後の供試体の局部座屈波形

れが荷重の偏心として作用したためと思われる。又，すべての供試体には大きな半波形の全体変形と共に図－8.2.23に示す小さな局部変形も共存して生じていた。

8．3　実験値による本実用計算法の検証

前節で述べた実験結果及び福本・宇佐美・岡本[5]・藤原・原・雨宮[8]・金子井上・雨宮[9]，阪本・阿部・寺田[10]，長谷川・長浜・西野[I-113]の実験結果と対比して第7章で提案した本実用計算法の検証を行う。更に，本実験結果と対比しながら本文で提示した近似計算法，Murrayの方法及びHorne－Narayananの方法の優劣についても考察を加える。

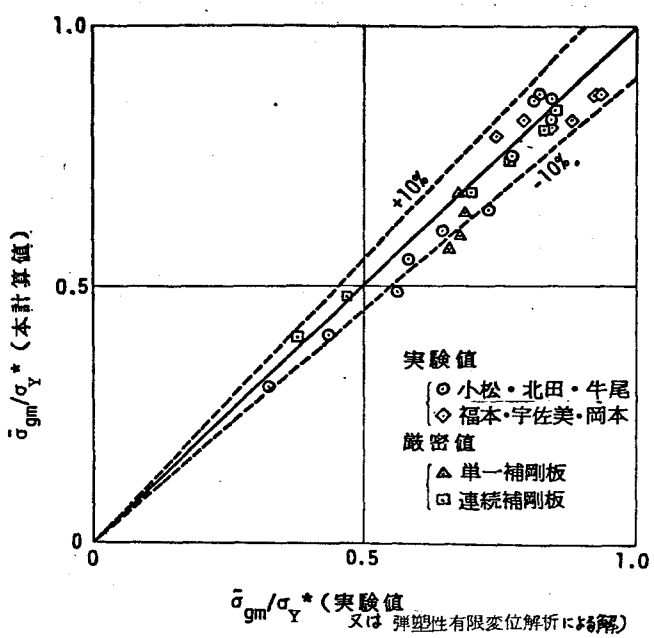
（1）本実験結果による検証

8．2節の実験結果のうち周辺単純支持の供試体のみについて比較計算を行った。供試体の断面諸量は，表－8.2.1に示されている値を用いた。表－8.2.5及び表－8.2.6に示されている実測値を用いて7.2(3)節で示した方法により残留応力のパターン化を行った。その際，板パネルの残留圧縮応力度$\bar{\sigma}_{rc}$には4つの板パネルの実測値の平均値，残留引張応力度σ_{rt}には補剛材接合辺のビード付近における最大残留引張応力度の平均値を用いた。補剛材の残留応力分布決定に必要な諸量$\sigma_{rt,s}$，$\bar{\sigma}_{rc,s}$，及びh_{cm}には実測値をそのまま用いた。板パネル及び補剛材の初期たわみには表－8.2.8に示されている実測値を用いてモード化した。

以上のようにして求めた本近似計算法及び他の方法による結果と本実験結果を対比して表－8.3.1及び図－8.3.1に示す。実験値に対する本計算値の誤差はほぼ＋5%～－10%の範囲内に収まっていることがわかる。又，その誤差の平均値は－4.8%，標準偏差は6.3%とばらつきの少ない若干安全側の計算値となっていることがわかる。

（２）福本・宇佐美・岡本の実験結果との比較[5]

福本らの実験の中で初期たわみの実測値が既知で補剛板全体の極限応力度 $\bar{\sigma}_{gm}$ が降伏点 σ_Y より小さい供試体すなわち B-1-1r, B-1-2, C-1-2, C-1-4, C-2-1, C-2-2, 及び C-2-4 の7体について比較計算を行った。計算に際して，供試体の断面諸量としては文献5)の表-1の値を用いた。補剛材の初期たわみには文献5)の表-2の実測値をそのまま用いた。板パネルの初期たわみ δ_{pt} については，そのデータが示されていなかったので，8.2節の実測データから類推し，$\delta_{pt}/b = 0.003$ と仮定した。



図－８.３.１　本計算値と実験値及び弾塑性有限変位解析解との比較

福本らの残留応力測定用供試体による測定結果では板パネルの残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc}$ は $-0.4\sigma_Y$ ～ $-0.6\sigma_Y$，補剛材部の残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc,s}$ は $-0.3\sigma_Y$ ～ -0.4

表－８.３.１　本実験結果と各種近似計算法による結果との比較

供試体	実験値	本法		Murray		Horne・Narayanan		IDWR，PⅡ		IDWR，PⅢ	
	$\bar{\sigma}_{gm}^*$	$\bar{\sigma}_{gm}^*$	x	$\bar{\sigma}_{gm}^*$	x	$\bar{\sigma}_{gm}^*$	x	$\bar{\sigma}_{gm}^*$	x	$\bar{\sigma}_{gm}^*$	x
A_1-1	0.82	0.86	4.9	0.91	10.7	0.88	8.0	0.67	-18.7	0.62	-24.0
A_1-2	0.83	0.87	4.8	0.89	7.2	0.87	4.7	0.70	-16.2	0.65	-21.3
A_0-1	0.78	0.75	-3.8	0.81	3.9	0.74	-4.6	0.57	-23.9	0.54	-30.0
A_0-2	0.85	0.82	-3.5	0.88	3.5	0.85	0.0	0.71	-14.2	0.61	-28.4
A_0-3	0.85	0.86	1.2	0.88	3.9	0.87	2.7	0.72	-15.8	0.61	-28.2
B_0-1	0.73	0.65	-11.0	0.73	0.5	0.64	-11.4	0.48	-34.8	0.53	-26.7
E_0-1	0.57	0.49	-14.0	0.48	-15.8	0.49	-13.7	0.42	-26.3	0.54	-4.2
E_0-2	0.59	0.55	-7.3	0.63	7.7	0.54	-7.7	0.50	-14.4	0.51	-12.5
E_0-3	0.65	0.61	-6.2	0.70	7.2	0.61	-6.4	0.50	-23.2	0.58	-10.4
C_0-1	0.44	0.40	-9.1	0.42	-5.7	*	*	0.38	-13.6	0.40	-8.6
D_0-1	0.33	0.30	-9.1	0.30	-8.0	*	*	0.31	-5.3	0.29	-12.0
誤差	$\bar{x}$		-4.8		1.4		-3.2		-18.8		-18.8
	σ		6.3		7.7		7.0		7.0		9.0

$\bar{\sigma}_{gm}^* = \bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y^*$，x：誤差(%)，$\bar{x}$：xの平均値

σ：xの標準偏差，*：適用不能

σ_Y となっている。

そこで比較計算においては次のような値を用いて，7.2(3)節に示した通りの手法により残留応力の分布モデルを定めた。

$$\bar{\sigma}_{rc} = \bar{\sigma}_{rc,s} = -0.4\,\sigma_Y \quad , \quad \sigma_{rt}' = \sigma_{rb} = \sigma_Y ,$$

$$\sigma_{rt,s} = 0.5\,\sigma_Y , \quad \eta_{ss} = 0.2 , \quad \gamma_b' = \gamma_b = 1 , \quad \gamma_s = 0$$

以上のようにして行った計算結果を表－8.3.2及び図-8.3.1に示す。福本の実験結果に対する本計算結果の誤差はほぼ＋5%～－10%の範囲内に入っていることがわかる。又，誤差の平均値は－3.8%，標準偏差は5.8%としばらつきの少ない若干安全側の値となっていることがわかる。

表－8.3.2
福本・宇佐美・岡本の実験結果との比較

供試体	$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y^*$		誤差 (%)
	実験	本法	
B-1-1r	0.84	0.75	-10.7
B-1-2	0.90	0.87	-3.3
C-1-2	0.75	0.79	5.3
C-1-4	0.89	0.82	-7.9
C-2-1	0.80	0.82	2.5
C-2-2	0.85	0.80	-5.9
C-2-4	0.93	0.87	-6.5
		平均値	-3.8
		標準偏差	5.8

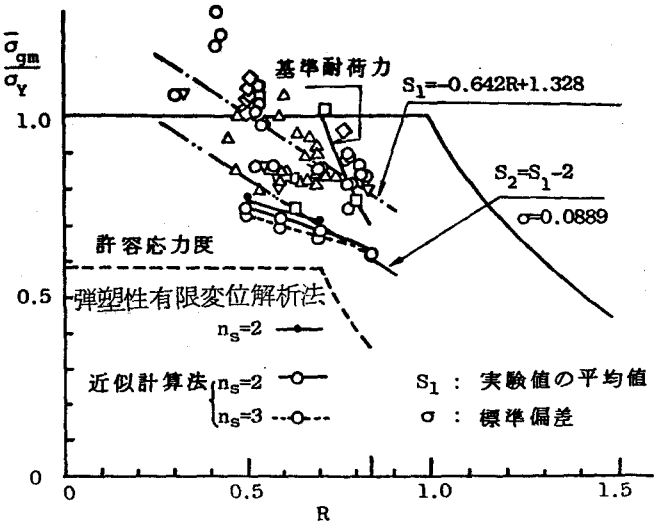
(3)本実用計算法を用いた極限応力度の下限値

それぞれ旧道示及び道示に従って設計した補剛板の極限応力度を本法により求め，これらと種々の実験値とを比較することにより，本法を実用計算法として用いる場合の有用性について考察する。

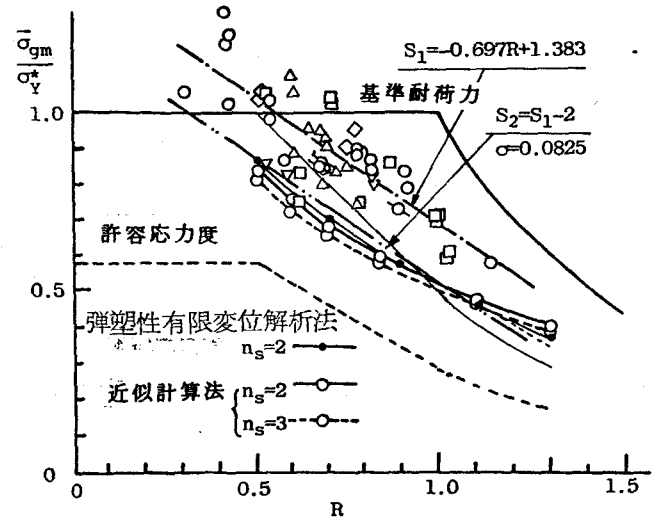
縦横比$\alpha_g = 1$で補剛材本数n_sが2及び3の連続補剛板について取り扱う。他の諸元については表－7.2に示す通りである。初期たわみについては道示の規準限界値，残留応力については3.4節で提示している実際的な分布形を採用することにした。そして，それぞれ，旧道示及び道示で定める必要最小剛比γ_T及びγ_Nになるように補剛材剛比γを設定し，それぞれの場合について，その極限応力度の下限値を本法を用いて求め，結果を以下のデータと共に図-8.3.2，図-8.3.3に示す。

①それぞれの示方書で規定している基準耐荷力曲線及び許容応力度曲線

②弾塑性有限変位解析法による結果(6.5節の図－6.5.1に示した極限応力度曲線)



図－８.３.２　極限応力度の下限値曲線（旧道示）



図－８.３.３　極限応力度の下限値曲線（新道示）

③本実験値並びにこれまでに得られた実験値 5), 8), 9), 10), I-113) のうちで，それぞれの示方書の規準を満足する供試体のもの。 すなわち，旧道示では，$R \leq 0.7 \times 1.2$, $\gamma \geq \gamma_J$, $\delta_{pt} < b/150$, $\delta_s < a/1000$，新道示では $\gamma \geq \gamma_N$, $\delta_{pt} < b/150$, $\delta_s < a/1000$ を満足するもの。 ただし，初期たわみの不明なものも一応図にプロットすることにした。 図中の実験値の出典を表-8.3.3に示す。

表－8.3.3 実験値の記号

記号	実験者	文献
○	金子・井上・雨宮	9)
△	福本・宇佐美・岡本	5)
▽	藤原・原・雨宮	8)
□	長谷川・長浜・西野	I-113)
◇	阿部・阪本・寺田	10)
⊘	小松・牛尾・北田	15)

④これらの実験値の平均線 S_1 と $(S_1 - 2\sigma)$ なる直線。 ここで σ は標準偏差。

$(S_1 - 2\sigma)$ なる直線と本法による下限値曲線とを比較した場合，勾配 $|ds_1/dR|$ は $(S_1 - 2\sigma)$ の直線の方が若干急になっていることがわかる。これは，$R < 0.6$ の領域に見られる $\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_y^* > 1$ なる実験値に起因している。 この種の補剛板では，極限状態付近で材料の一部がひずみ硬化域に入っているものと思われる。 本法では，理想的な完全弾塑性材料を対象としているため，$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y^*$ はすべて1以下となっている。 この点を考慮するならば，本法による極限応力度の下限値曲線は，実験値の下限値に極めて良く適合していると言える。 又，$R \leq 0.7$ の範囲では，新道示の基準耐荷力曲線を下回る実験値もかなり存在することが図-8.3.3よりわかる。

8.4 本実験値にする他の近似計算法の検討

圧縮補剛板の極限強度を比較的容易に求めることが出来る以下の3つの近似計算法について，本実験値を用いて検討を加える。

① Murray の方法[I-125)]

② Home - Narayanan の方法[I-126)]

③ IDWR[I-163] の Part Ⅱ 及び Part Ⅲ に示されている極限強度計算法

以上の近似計算法を用い 8·2 節の供試体の極限応力度を求め，それらの結果を表－8.3.1に示す。

Murray と Horne－Narayanan の方法は，比較的計算が簡単であるにもかかわらず，本法と同様ばらつきの少ない精度よい解を与えることがわかる。

又，IDWR の方法による解は，Part Ⅱ 及び Part Ⅲ とも，実験値より20%程度低めであることがわかる。

本法と Murray 並びに Horne－Narayanan の方法を比較した場合，本法には，以下のような特長がある。 すなわち彼らの方法に対しては多くの実験結果に基づいた補正が加えられているものと思われる。 例えば Murray の方法では文献からはいかに誘導されたか不明確な経験的な有効幅曲線を用いている。 又，Horne－Narayanan の方法でも，有効幅を求める際，板パネルの初期たわみに経験量（Δx）を用いたり，Perry－Robertson 公式により有効補剛材の極限強度の計算を行う際，その公式中の初期たわみ関する経験量（η）に補正が加えられている。 それに対して，本法では実験に基づく補正を全く導入せず，あくまで理論的な立場のみからその定式化を行っている。 従って，実験では検証し難い連続圧縮補剛板等のような実際的な場合に本法を適用しても，その信頼性はそこなわれないものと思われる。

更に，表－7.1 を見るとわかるに，各種初期不整のうち，Murray の方法においては，残留応力と板パネルの初期たわみ，Horne－Narayanan の方法においては，残留応力が極限強度に及ぼす影響を考慮することが出来ないという欠点が存在するが，本近似解析法においては，これらの初期不整をすべて考慮出来る点がこれらの方法より優れていると考えられる。

8．5　実験による本弾塑性有限変位解析法の検証（Rayleigh－Ritz法と有限要素法の混用理論）

弾塑性有限変位理論を用いた厳密な解析法の検証を行うためには，載荷方法及び境界条件が多少実際の補剛板とは異なっても，これらの条件が理論で正確に再現出来るものでなくてはいけない。
このように厳密な理論の検証を行うことを第1の目的として行った実験には，小松・牛尾・北田・奈良[16]の実験を上げることが出来る。この実験結果のうちで，縦補剛材のみを有し，その剛比γが旧道示の必要最小値γ*に等しい供試体L201の実験結果を用いて本解析理論で用いた種々の力学的仮定の検証を行うことにする。

8．5．1　対象とした実験供試体の初期不整とその圧縮実験結果の概要

（1）供試体の設計及び製作

圧縮実験用供試体L201と，この供試体の残留応力分布を調べるために作製した長さを除き同一寸法諸元の供試体の形状寸法を図－8.5.1に示す。又，圧縮実験用供試体の寸法諸元及び材料の降伏点を表－8.5.1に示す。
供試体材料にはSS41を用いた。ただし，図－8.5.2に示すように，供試体の上下の端部板パネルでは，8.5.1(3)節に述べる理由によりSM58材を使用した。供試体に使用する板及び補剛材は原材からガス切断により取り出された。その後，板パネル材料（SS41）の両端部に図－8.5.2に示すように端部補強板（SM58）を突合せ溶接した。次に，縦補剛材をすみ肉溶接で板パネルに接合する。更に，実際の残留応力分布を再現するために，供試体の側辺にビード盛溶接を行う。そして最後に，供試体長Lが200cmになるように，供試体の両端部を機械切断した。実橋の場合，ひずみ取りはプレス工法あるいは線状加熱法を用いて行われている。今回

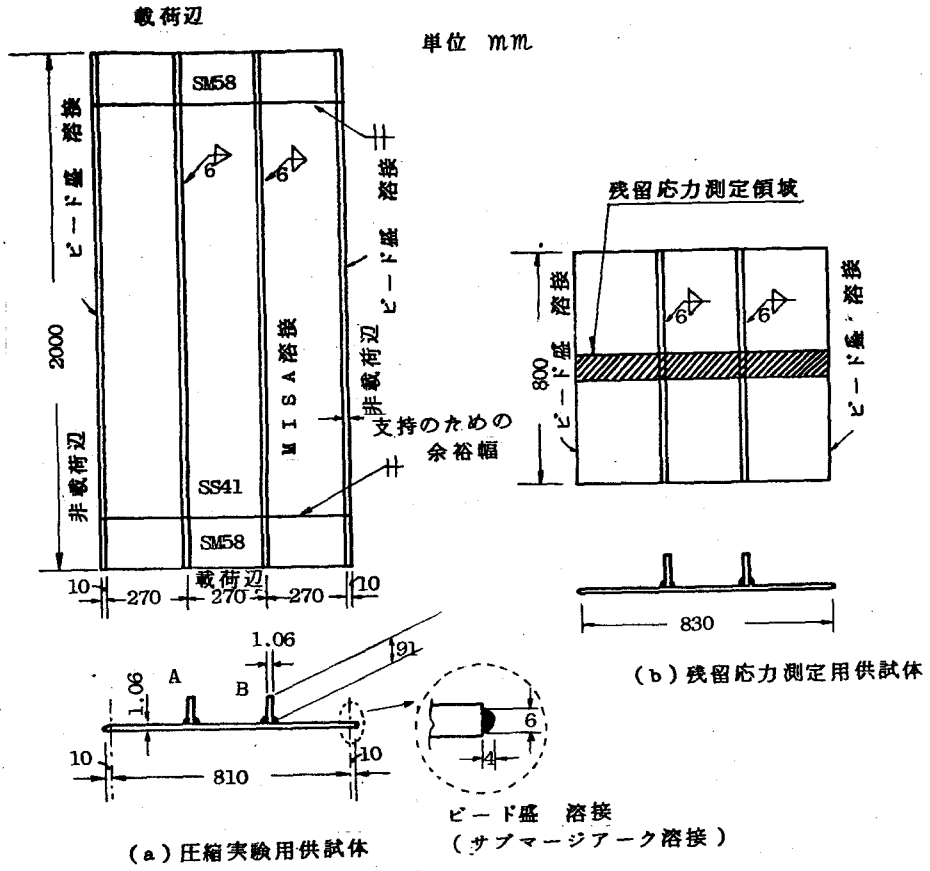
の供試体の製作に当っては，実橋の場合と同様なプレスを用いたひずみ取りを行った。

縦補剛材本数は，理論の検証を行う時の解析モデルの自由度が増大しないように，2本とした。

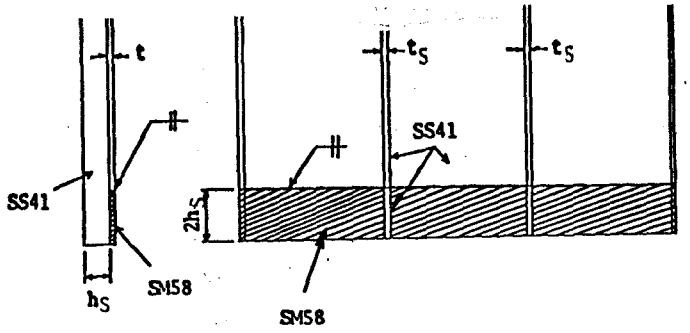
更に本節の実験においては，現象の複雑化を避けるために，縦補剛材の局部的なねじり座屈現象が生じないように，その突出幅厚比を決定した。すなわち，5.2節を参考にして，R_s が0.5以下になるようにした。

（2）予備実験とその考察、

供試体と同じ原材からJIS



図－8.5.1　供試体の断面寸法



図－8.5.2　供試体端部の詳細

表－8.5.1　供試体の諸元と極限応力度

B (cm)	b (cm)	a/B	t (cm)	b/t	R	h_s (cm)	t_s (cm)	$\frac{h_s}{t_s}$	R_s	δ	γ	γ_J	$\frac{\gamma}{\gamma_J}$	σ_Y (kg/cm²)	$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_Y}$
81.0	27.0	2.47	1.06	25.5	0.479	9.10	1.06	8.58	0.495	0.1123	30.4	29.0	1.09	2680	0.749

$$R = \frac{b}{t}\sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}}\cdot\sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2\cdot 4}}\quad,\quad R_s = \frac{h_s}{t_s}\cdot\sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}}\cdot\sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2\cdot 0.425}}$$

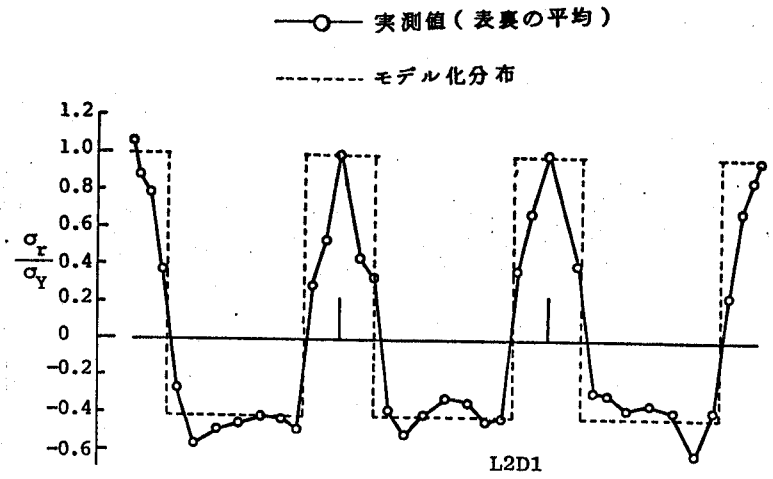
5号試験片を3本作製し，引張試験を行った。その結果を表－8.5.2に示す。供試体材料はJISのSS41の規格を満していることがわかる。

表－8.5.2　引張試験結果

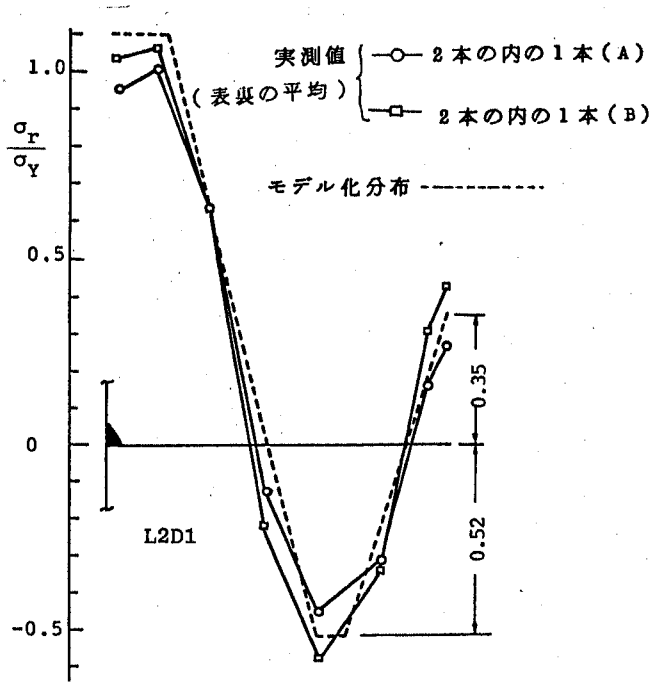
$\sigma_{Y,l}$	$\sigma_{Y,u}$	σ_T	σ_B	E	ν	δ
2680	2830	4490	3300	2.08	0.288	42.7

$\sigma_{Y,l}$ ：下降伏点（Kg/cm²）　　E：ヤング係数（10^6 Kg/cm²）
$\sigma_{Y,u}$ ：上降伏点（Kg/cm²）　　ν：ポアソン比
σ_T ：引張強さ（Kg/cm²）　　δ：伸び率（%）
σ_B ：破断強さ（Kg/cm²）

次に，圧縮実験用供試体と同一の断面寸法，同一の溶接条件で同じ鋼材から作製された残留応力測定用供試体の残留応力分布の実測結果を図－8.5.3及び図－8.5.4に示す。この実測分布から，板パネルの残留圧縮応力度の平均値 $\bar{\sigma}_{rc}$，補剛材の残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc,s}$ 及び補剛材先端の残留引張応力度 $\sigma_{rt,s}$ を求めた。それぞれの値は，表－8.5.3に示す通りである。これらの値を式(3.4.1)～式(3.4.13)に代入して，自己平衡条件を満足するようにモデル化された残留応力分布を図－8.5.3と図－8.5.4に点線で示す。モデル化残留応力分布は実測の分布形によく適合していることがわかる。ただし，



図－8.5.3　残留応力分布（板パネル）



図－8.5.4　残留応力分布（補剛材）

式(3.4.1)～式(3.4.13)の計算において，γ_s，γ_{ss}，γ_tはそれぞれ0.29，0.5，1.0とした。

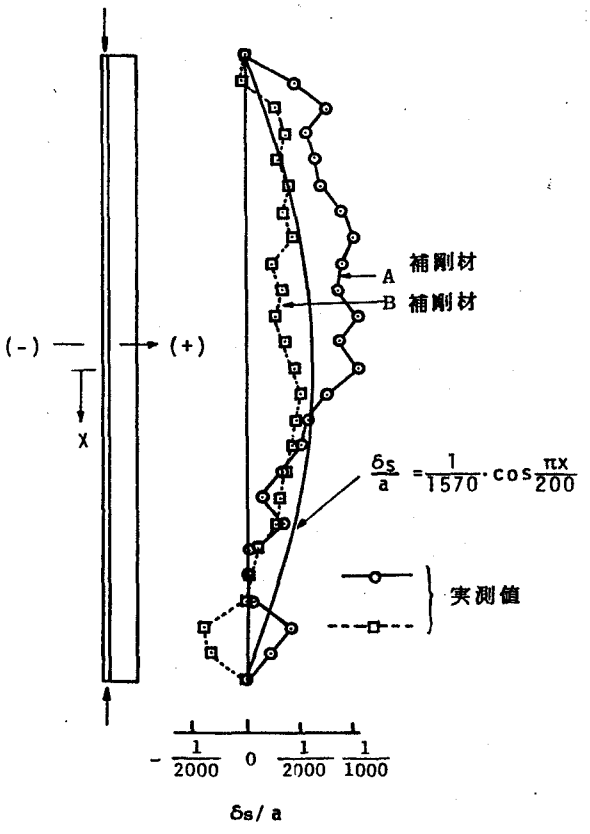
補剛板を8.2節で示した側辺単純支持治具にセットした状態で板パネル及び補剛材の初期たわみ(δ_{pt}，δ_t及び$\delta_s^{(-)}$，$\delta_s^{(+)}$)をレベルと鋼尺を用いて慎重に測定した。その結果を表－8.5.4に示す。

表－8.5.4より，板パネル及び補剛材の初期たわみ共に道示の許容値を満足していることがわかる。

又，図－8.5.5には，左右の補剛材の初期たわみの分布形状を示している。この図より，補剛板は，補剛材側(正側)にたわんでいることがわかる。又，左右の補剛材の初期たわみの平均値を半波形の余弦関数にあてはめた曲線も同図に示してある。以下の理論解析にはこの波形を用いた。その理由については8.5.2節で述べることにする。

表－8.5.3　残留応力分布決定に必要な諸量

$\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y$	σ_{rt}/σ_Y	$\bar{\sigma}_{rc,s}/\sigma_Y$	$\bar{\sigma}_{rt,s}/\sigma_Y$	γ_s	γ_{ss}	γ_t
-0.41	1.0	-0.52	0.35	0.29	0.5	1.0



図－8.5.5　補剛材の初期たわみ

表－8.5.4　実測初期たわみ

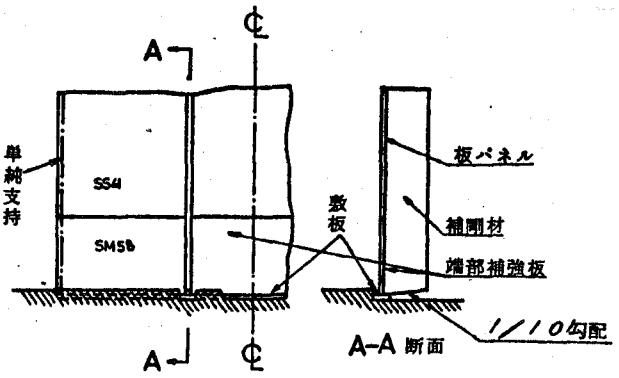
	δ_{pt}	δ_t	$\delta_s^{(-)}$	$\delta_s^{(+)}$
実測の最大値	1/306	1/288	1/1030	1/4000
道示の許容値	1/150	1/150	1/1000	1/1000

(記号については図－3.1.1を参照)

(3)面内圧縮実験とその考察

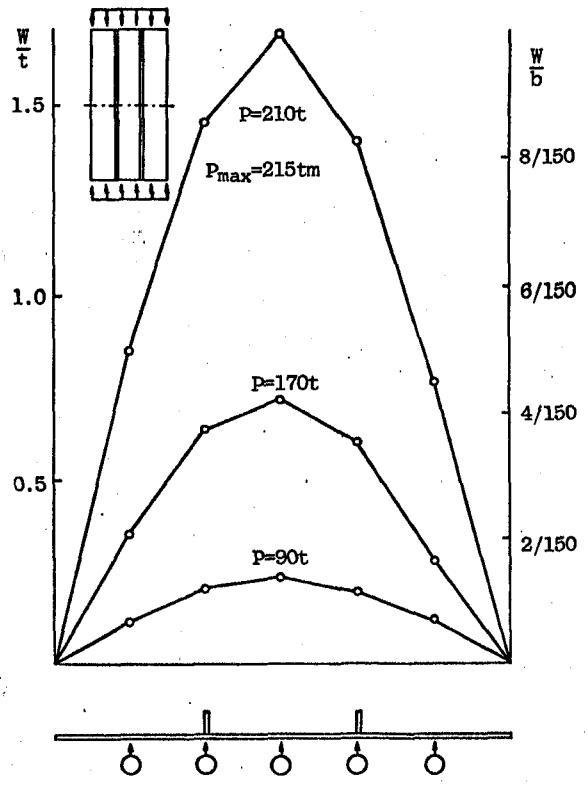
面内圧縮実験に用いた実験装置は8.2節で述べたものと同じで，周辺単純支持の条件で供

試体に一方向の一様相対圧縮変位を与えた。ただし，8.2節の実験においては，載荷辺は固定あるいは補剛板全体の重心軸位置で単純支持となるような機構とした。



図－8.5.6　載荷辺の概略図

今回は図－8.5.6に示すように，板パネルの中央面で単純支持となるような機構とした。その理由は以下の2点にある。まず，補剛板の場合，載荷辺で完全に純圧縮で単純支持の境界条件を実験で再現するのが極めて難しいこと。及び，今回の実験では，補剛された圧縮板の理論解析法の検証に有用な実験データを得ることを目的としており，そのためには，境界条件の明確な実験でなくてはいけないという2点である。その際，補剛板の載荷辺付近では板パネルを通じて力が導入される。従って，端部の板パネルは，内側の板パネルより負担が大きく，局部的な座屈現象を生じる危険性がある。そこで，図－8.5.2に示すように，その部分にSM58材を用いて対処した。

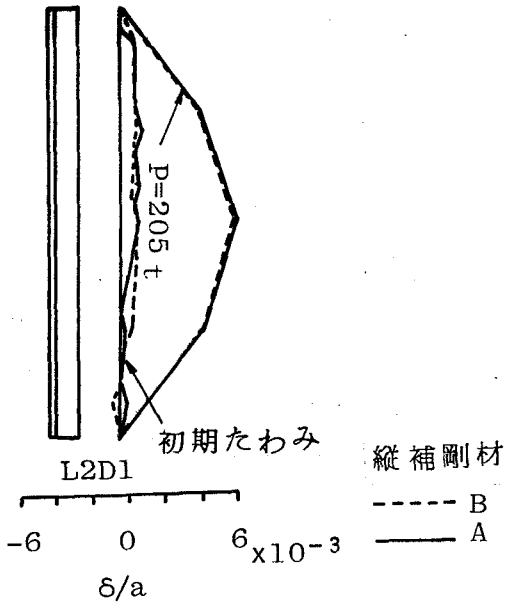


図－8.5.7　たわみ波形

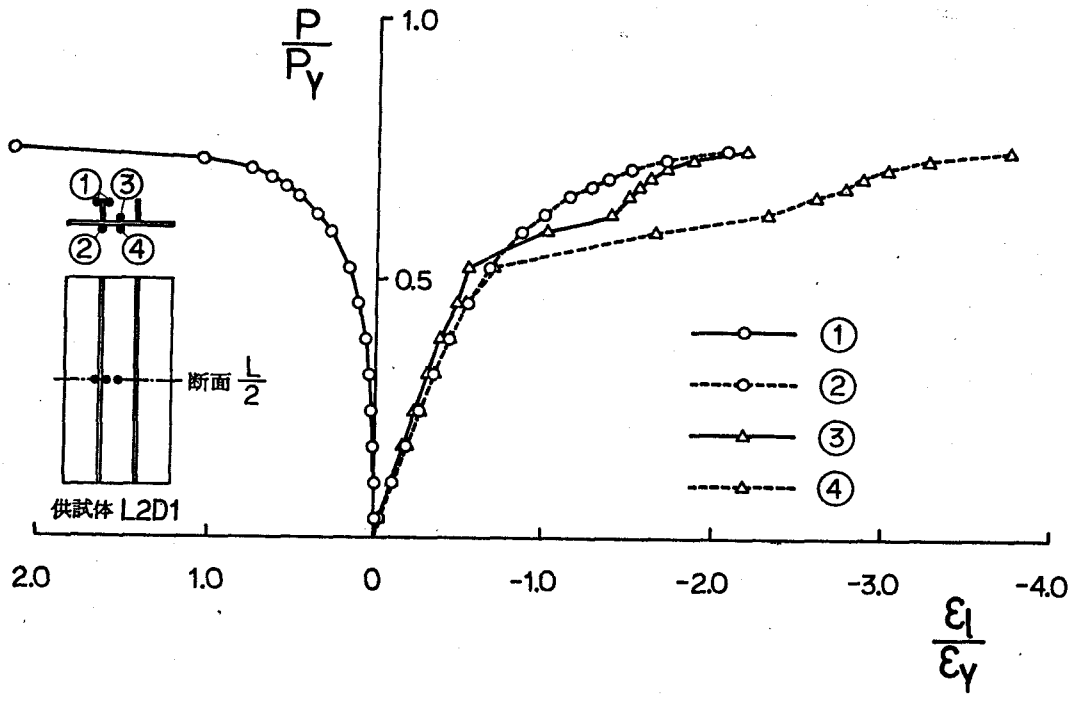
極限状態に至るまでの中央断面のたわみ波形を図－8.5.7に，又，極限状態における左右の補剛材のたわみ波形を初期たわみ波形と共に図－8.5.8

に示す。 これらの図に示すように，たわみ波形は，上下左右方向に2軸対称となった。

圧縮荷重と補剛板の中央断面における補剛材の軸方向ひずみ並びに板パネルの圧縮軸方向ひずみの関係を図-8.5.9に示す。 補剛材では荷重段階早期から偏心載荷による曲げモーメントを受けて曲げ応力度が漸増している。 一方，補剛板中央部における板パネルのひずみは，表側，裏側共に，$P/P_Y = 0.5$ 付近から急激に大きくなっている。 ここに P_Y は，補剛板の全断面圧縮降伏時の抵抗圧縮力である。 これは $P/P_Y = 0.5$ 付近



図－8.5.8 縦補剛材の初期のたわみ波形と破壊直前のたわみ波形



図－8.5.9 圧縮荷重と縦方向ひずみ

で，この部分における残留ひずみ ε_{rl} と圧縮荷重による圧縮軸方向ひずみ ε_l の和がちょうど降伏ひずみに達し塑性域に入ったためと思われる。

極限荷重 P_{gml} は 215 ton となり，その時の極限圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{gml}$ は，2,000 kg/cm² となった。

面内圧縮実験後，供試体の板パネルの残留変形を両辺単純支持ジグにセットしたままで鋼尺とストレートエッジで測定した。補剛材の残留変形については鋼尺とレベルを用いて測定した。補剛材間の板パネルの局部変形，及び補剛材の局部的なねじり変形は全く認められず，補剛板全体の変形のみが生じていた。

8．5．2 理論解析結果と実験結果の比較

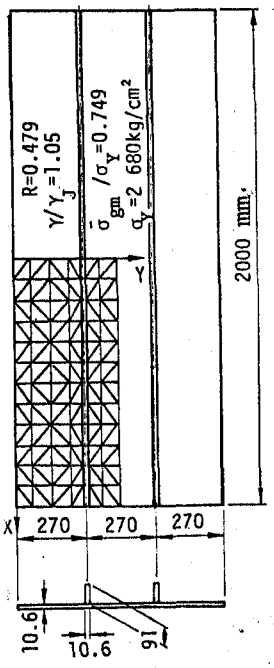
(1) 解析モデル

実験結果の2軸対称のたわみ波形及び形状の対称性を利用して，供試体の1/4を取り出し2.5節の解析法により数値計算を行った。幅厚比パラメータRが0.479であり，$\gamma/\gamma_J = 1.0$ であるので，2.5節の結論を参考にして，計算は図-8.5.10に示す12×6のメッシュ分割で NWN = 6 (W_{11}, W_{13}, W_{33}, W_{31}, W_{15}, W_{35}) として行った。すなわち，任意点のたわみ増分 ΔW は

$$\Delta W(X,Y) = \sum_{m=1,3} \sum_{n=1,3,5} \Delta W_{mn} \cdot \cos\frac{m\pi X}{200} \cdot \sin\frac{n\pi Y}{81} \quad \cdots (8.5.1)$$

と仮定している。

実験では，全体的な半波形のたわみ，すなわち，W_{11} モードのみが卓越していたので，解析でも W_{11} モードに対応する初期たわみ W_{110} のみを考慮することにした。



図－8.5.10
供試体 L 2 D 1 の
寸法諸元と解析モデル

実測した補剛材の初期たわみを最小2乗法により3角級数に当てはめ，それを基に以下のように初期たわみ波形を決定した。

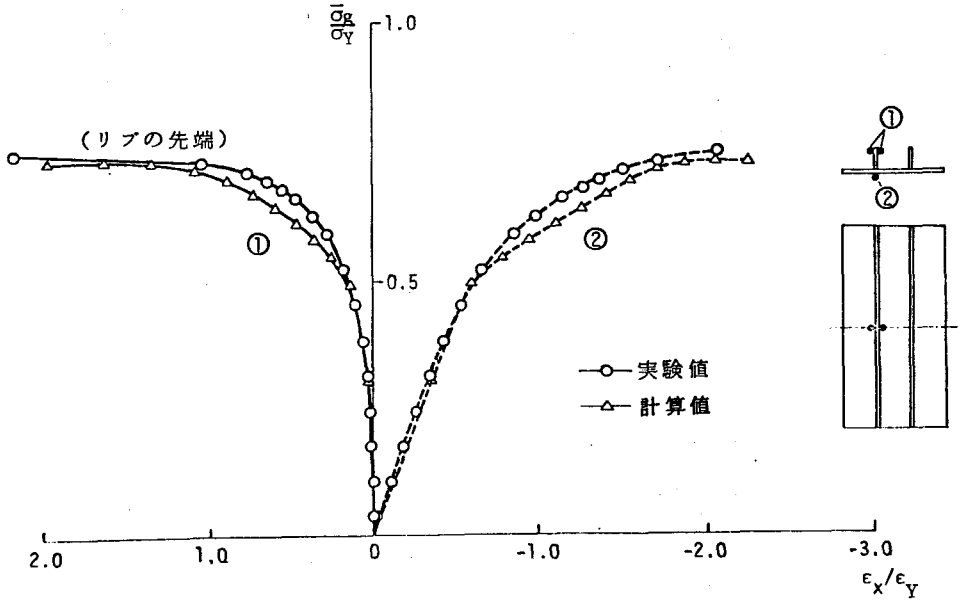
$$W_{i0} = 0.139 \cdot t \cdot \cos(\pi X/200) \cdot \sin(\pi Y/81) \quad \cdots (8.5.2)$$

又，残留応力については，今回の実測値に最もよく適合すると思われる表-8.5.3 の諸量を用いて，式(3.4.1)～式(3.4.13)に従って求めた図-8.5.3 及び図-8.5.4 に示すような分布形を用いた。

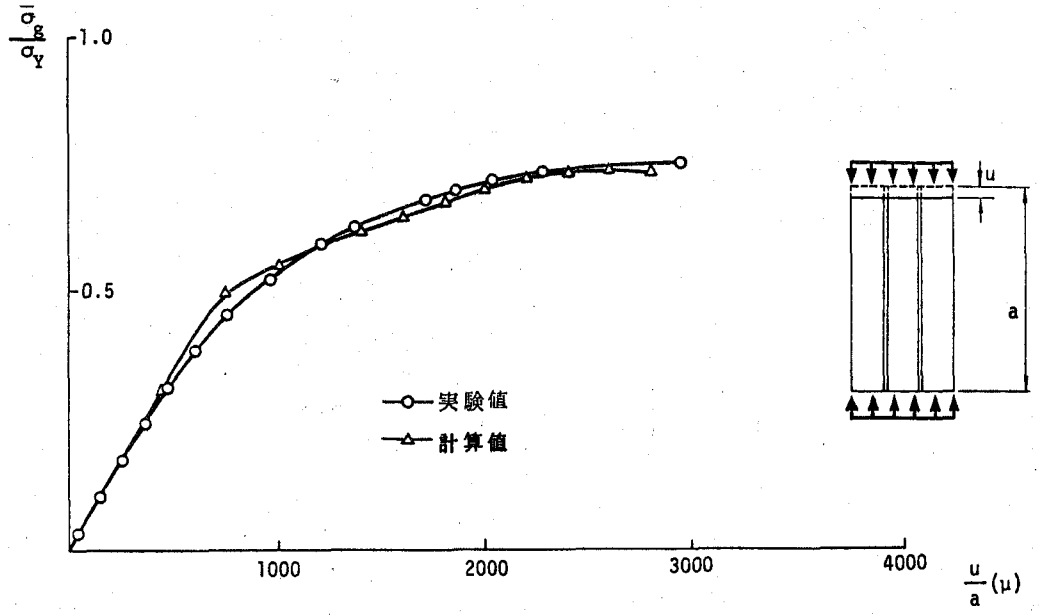
(2) 解析結果

解析並びに実験から得られた平均圧縮応力度 $\bar{\sigma}_g$ と，中央断面の補剛材先端とその接合辺の板パネルの軸方向ひずみ ε_x の関係を，それぞれ，降伏点，σ_Y，及び降伏ひずみ ε_Y (σ_Y/E) で無次元化して図-8.5.11 に示す。計算結果と実験結果は極めて良好な一致を示している。更に $\bar{\sigma}_g/\sigma_Y$ と平均圧縮ひずみ u/A (u: 強制圧縮変位) の関係を図-8.5.12 に示す。両者は極めて良好な一致を示している。

無次元極限応力度 $\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$ の実験値は0.749，計算値は0.735 となった。1.8% 低くめの，すなわち，若干安全側の極めて良好な計算値を得た。



図－8.5.11　計算値と実験値との比較 ($\bar{\sigma}_g/\sigma_Y - \varepsilon_x/\varepsilon_Y$)



図－8.5.12　計算値と実験値との比較（$\bar{\sigma}_g/\sigma_Y - \varepsilon_x/\varepsilon_Y$

3．6　結言

本章で得られた結論をまとめると以下のようになる。

（１）圧縮補剛板の理論解との対比及びその合理的設計に必要な基礎的資料として，種々の幅厚比パラメータ及び補剛材剛比を有する16体の補剛板の初期不整（残留応力，初期たわみ）の実測値及び極限強度の実験値を統一的に提示した。

（２）単一補剛板においては，連続補剛板の場合とは異なり補剛材の剛比を旧道路橋示方書あるいは新道路橋示方書で規定されている必要最小剛比より数倍程度大きくしても極限強度の大幅な増加は期待出来ないことを実験的に明らかにした。

（３）種々の実験値と比較して，7章で示した本実用計算法による計算値の誤差は，ほぼ＋5％～－10％の範囲内に入り，ばらつきも小さいことから本法の有用性が立証された。

（４）旧道路橋示方書及び新道路橋示方書で設計した連続補剛板の極限応

力度の下限値曲線（$\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y - R$ 曲線）を7章で提案した本実用計算法により求め，それらが，種々の実験値の下限値によく適合していることを示した。

（5）Murray 及び Horne-Narayanan の方法においても本実用計算法同様，ばらつきの少ない精度のよい解を得ることが出来る。

（6）英国のIDWRのPart Ⅱ及びPart Ⅲに示されている方法によって求めた補剛板の基準耐荷力は，20%程度安全側の値を与えることがわかった。

（7）実験値と比較することにより，2.5節で示した本弾塑性有限変位解析法の妥当性を示すことが出来た。

参考文献（第8章）

1) 伊藤文人・田島二郎：補剛材をもつた高張力鋼板による溶接角型短柱の圧縮試験，鉄道技術研究所報告，No. 313，1962年6月。

2) Dowling,P.J., S.Chatterjee, P.A.Frieze and F.M.Moolani : The experimental and Predicted collapse behaviour of rectangular stiffened steel box girders,International Conference on Steel Box Girder Bridges,London,13-14,February 1973.

3) Dorman,A.P. and J.B.Dwight : Tests on stiffened compression panels and plate panels,Int. Conf. on Steel Box Girder Bridges,1973.

4) Andrä.W., E.Beyer und L.Wintergerst : Beulversuche mit Bodenblechen von stählernen Hohlkasten,Der Bauingenieur,49,H10,1974.

5) Fukumoto,Y.,T.Usami and Y.Okamoto : Ultimate compressive strength of stiffened plates,the ASCE Specialty Conference on Metal Bridge,St. Louis,November 12-13,1974.

6) Horne,M.R. and R.Narayanan : Ultimate capacity of longitudinally stiffened plates used in box girders,Proc. Instn Civi. Engr,Part 2,Vol.61,June,1976.

7) 山田善一・渡辺英一・豊田厳：鋼箱桁の耐荷力に関する実験的研究，土木学会第30回年次学術講演会概要集，1975年10月。

8) 藤原稔・原道彦・雨宮栄一郎：補剛された板の圧縮耐荷力に関する実験的研究，土木学会第30回年次学術講演会概要集，1975年10月。

9) 金子忠男・井上啓一・雨宮栄一郎：上記（第2報），第31回土木学会年次学術講演会概要集，I－145，1976年10月。

10) 阪本謙二・阿部英彦・寺田博昌：補剛材つき板の座屈に関する研究，土木学会第31回年次学術講演会概要集，I－130，1976年10月。

11) 金子忠男・金井道夫・雨宮栄一郎：上記（第3報），第32回土木学会年次学術講演会概要集，I－285，1977年10月。

12) 金井道夫・佐伯彰一：補剛された板の限界状態——実物大供試体による実験的研究，土木学会第34回年次学術講演会概要集，I－114，1979年10月。

13) 前田幸雄・日笠隆司：補剛板の圧縮耐荷力について（その１），土木学会第３２回年次学術講演会概要集，Ⅰ－２８４，１９７７年１０月，（その２），土木学会関西支部年次学術講演会概要集，Ⅰ－６２，１９７８年６月。

14) 小松定夫・奈良敬・安松敏雄：箱桁の圧縮フランジの破壊実験について，土木学会関西支部年講概要集，Ⅰ－１４，昭和５４年６月。

15) 小松定夫・牛尾正之・北田俊行：補剛材を有する圧縮板の極限強度に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第２５５号，昭和５０年１２月，P.１～１４。

16) 小松定夫・牛尾正之・北田俊行・奈良敬：縦横に補剛された圧縮板の極限強度に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第２８８号，昭和５４年８月，P.１３～２８。

17) 小松定夫・北田俊行・岡田純一：初期不整を有する補剛された圧縮板の極限強度について，日本鋼構造協会第１１回大会研究集会，マトリックス解析法研究発表論文集，昭和５２年６月，P.１７５～１８０。

18) 小松定夫・北田俊行：初期不整を持つ補剛された圧縮板の極限強度の実用計算法，土木学会論文報告集，第３０２号，１９８０年１０月．

19) 小松定夫・北田俊行：補剛された圧縮板の弾塑性有限変位挙動の一解析手法，土木学会論文報告集，第２９６号，昭和５５年４月，P.１～１２。

第9章　圧縮鋼板及び圧縮補剛鋼板に関する各国示方書の設計規準に対する考察

9.1　緒言

本章においては，前章までに得られた圧縮板に関する理論的研究成果並びに圧縮補剛板に関する実験的及び理論的研究成果に基づき，以下の各国示方書で定められている圧縮板及び圧縮補剛板の基準耐荷力及び許容応力度について考察を加える。

その際，それぞれの国において荷重体系が異なるが，本章においては，本研究で得られた種々の極限応力度曲線を用いて，各国示方書で定める基準耐荷力曲線，許容応力度曲線及び安全率について若干の考察を加えることにする。

（1）旧道路橋示方書（1973）[I-42]（略して旧道示と言う）

（2）新道路橋示方書（1980）[I-191]（略して道示，あるいは新道示と言う）

（3）鋼鉄道橋設計標準（1975）[I-43] [I-185]（略して鉄道標準と言う）

（4）DIN 4114（1973）[I-17] [I-168]　（5）DASt Ri012（1978）[I-190]

（6）ÖNORM B4600/4（1975）[I-179]　（7）BS 153（1972）[I-165]

（8）IDWR（1973）[I-163]　（9）AASHTO（1979）[I-182]

更に，本章においては，以下に示す製作時の初期不整に対する道示の制限規準についても考察を加えている。

（1）自由突出圧縮フランジの初期たわみ

（2）次の構造要素における板継ぎ溶接部の目違い量

①自由突出圧縮フランジ

②圧縮補剛板の縦補剛材

③圧縮補剛板の板パネル

9．2　各国示方書における圧縮鋼板に関する設計規準の考察

9．2．1　板継ぎ溶接部の存在しない周辺単純支持板

初期たわみと残留応力の影響を考慮に入れた弾塑性有限変位理論に基づいた4.2節のパラメトリック解析の結果より得られた式(4.2.4)に示す本極限応力度曲線を用いて日本，ドイツ，イギリス，アメリカ及びオーストリアの示方書における圧縮鋼板の設計規準について考察する。

(1)旧道路橋示方書[I-42)]（1973）

旧道示の基準耐荷力曲線 $\bar{\sigma}_{mJ}$ と許容応力度曲線 σ_{aJ} を図-9.2.1に示す。旧道示では安全率 ν_B を1.7と定めている。今，実安全率 ν^* を次式で定義する。

$$\nu^* = \frac{\bar{\sigma}_m}{\sigma_{aJ}} \qquad \cdots\cdots (9.2.1)$$

ここに，$\bar{\sigma}_m$ は式(4.2.4)で与えられる本極限応力度であり，

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{aJ} &= \frac{\sigma_Y}{1.7} \quad ; \quad R \leq 0.7 \\ &= \frac{\sigma_Y}{1.7} \cdot \frac{0.49}{R^2} \quad ; \quad 0.7 < R < 0.84 \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots (9.2.2)$$

すると，旧道示の実安全率 ν^* は $R=0.7$ においてその最小値 ν^*_{min} が1.39となっていることが図-9.2.1及び図-9.2.12(a)よりわかる。旧道示の期待する安全率 $\nu_B=1.7$ からのこの約18%の安全率の低下分し初期不整，特に初期たわみの存在によるものであることが図-9.2.2及び図-9.2.3

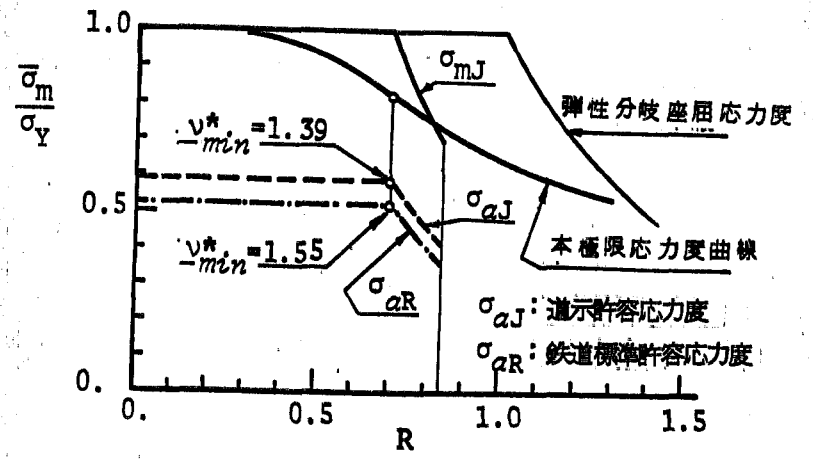
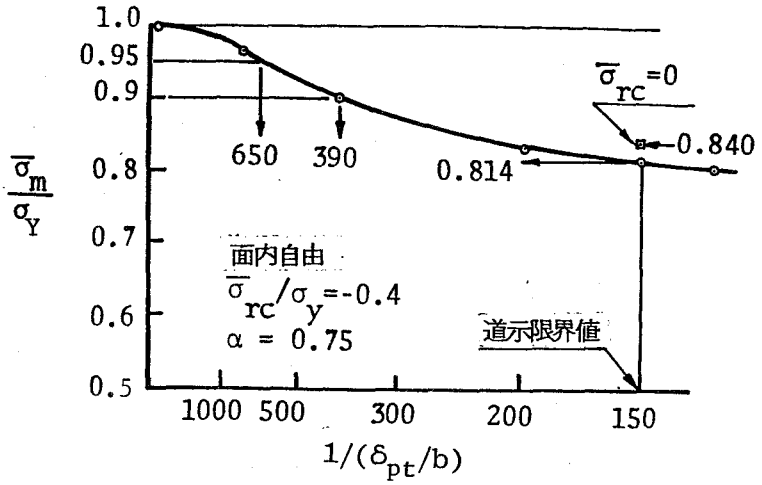


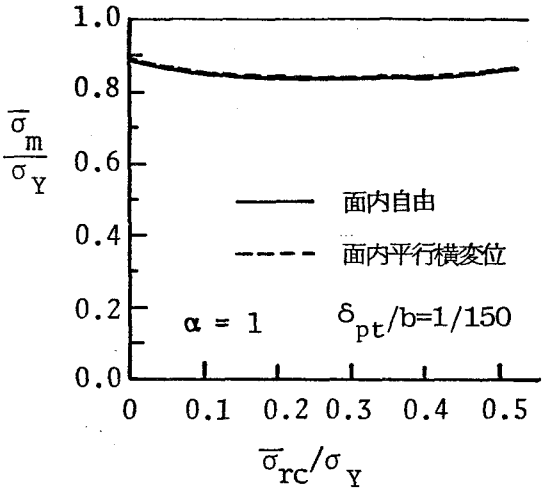
図-9.2.1　旧道示及び鉄道標準との対比（圧縮板）

からわかる。

具体的に説明すれば次の通りである。幅厚比パラメータに対する旧道示の限界値である$R=0.7$の場合について，初期たわみδ_{pt}と極限応力度$\bar{\sigma}_m$の関係を図－9.2.2に示している。道示の限界初期たわみ$\delta_{pt}/b=1/150$における極限応力度$\bar{\sigma}_m$の降伏点，σ_Yからの低下量は19％である。残留応力を一定にしたまま初期たわみを小さくしていくと，$\bar{\sigma}_m$をσ_Yまで高めることが出来る。すなわち，$R=0.7$で初期たわみがない板では，$\bar{\sigma}_m$は，残留応力に全く影響されないことがわかる。ところが，初期たわみが$\delta_{pt}=b/150$の板で残留応力のみを0とすると，$\bar{\sigma}_m$のσ_Yからの低下量は16％となり，3％だけ残留応力の影響を受けていることがわかる。図－9.2.3に同じく$R=0.7$で$\delta_{pt}/b=1/150$の場合の残留応力度$\bar{\sigma}_{rc}$と極限応力度$\bar{\sigma}_m$の関係を示している。残留応力度による極限応力度$\bar{\sigma}_m$の低下量は$|\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y|$が0.5以下では3％以下であることがわかる。以上のことより，幅厚比パラメータが$R\leq 0.7$の場合については極限応力度の低



図－9.2.2　初期たわみと極限応力度の関係
（圧縮板，R＝0.7）



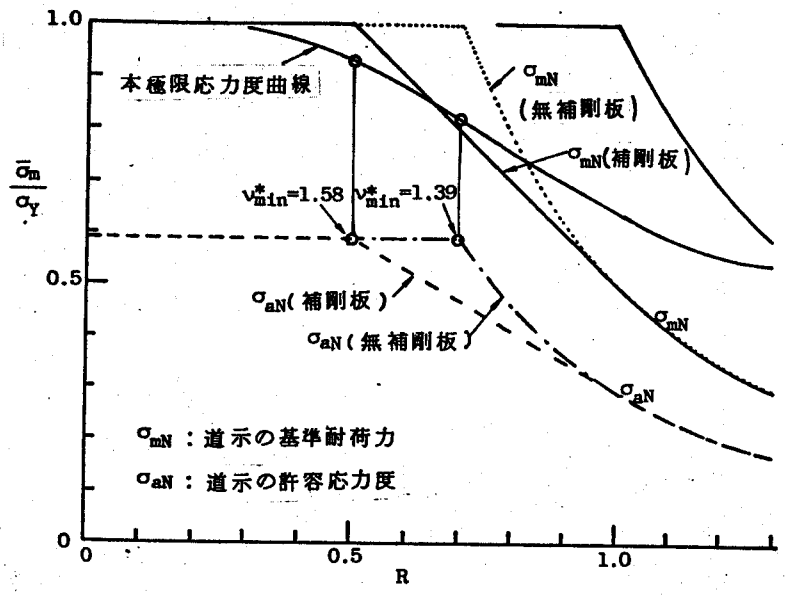
図－9.2.3　残留応力度と極限応力度の関係（圧縮板，R＝0.7）

下は主として初期にわみによるものであると言える。

さて，旧道示の許容圧縮応力度の本極限応力度に対する最小実安全率 ν_{min}^{*} =1.39の意味については確率論的な立場から議論すべきであると思われるのでここではこれ以上言及しないことにする。

（２）新道路橋示方書　（1980）[I-191]

新しい道路橋示方書においては，幅厚比パラメータRの適用範囲が0.84から1.0に拡張されている。又，架設時に一時的な圧縮応力を受ける板に対しては，幅厚比 b/t の使用限界を引張部材の場合の80まで広げられている。しかし，許容応力度曲線は式(9.2.2)と同様であるため，ν^{*} の最小値はR=0.7の時に生じ，旧道示と同様のことが言える。



図－９．２．４　道示との対比（圧縮板）

なお，新道示においては，補剛板の基準耐荷力曲線を式(9.4.5)～(9.4.7)のように定めている。従って，無補剛板と補剛板の基準耐荷力曲線は図-9.2.4に示すように0.5<R<1.0の範囲では異なる。これにより板パネルの局部破壊より低い応力度で補剛板全体が崩壊するのを防止出来ることになる。

（３）鋼鉄道橋設計標準（1974年改訂，1975年一部改正）[I-43), I-185)]

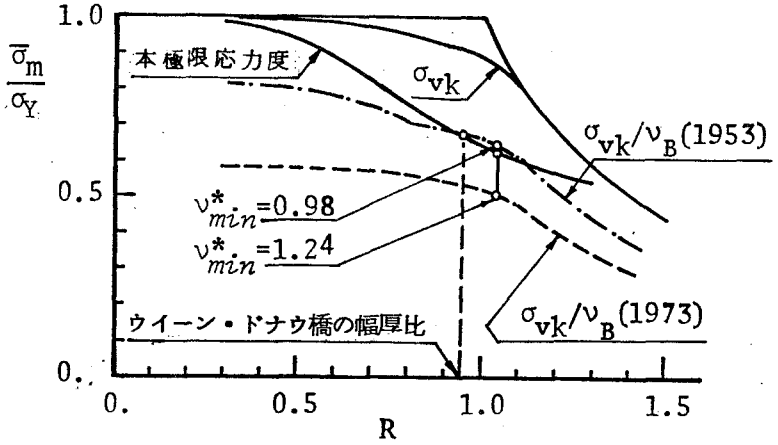
鉄道標準の基準耐荷力曲線は旧道示のものと全く同じであるが，安全率 ν_B

=1.9としているため許容応力度曲線は図-9.2.1に示すように道示の曲線より若干下回っている。従って，鉄道標準による許容応力度の本極限応力度に対する最小実安全率ν_{min}^*は1.55となり道示より若干大きくなっていることがわかる。（図-9.2.1，図-9.2.12(a)参照）

(4) DIN4114[I-171), I-168)] (1973)

DIN4114においては，弾性分岐座屈応力度から基準耐荷力σ_{vk}を読み取る表を提示している。

DIN4114の基準耐荷力曲線σ_{vk}及び1952年に定められた許容応力度曲線と[I-171)]1973年に暫定的に定められた許容応力度曲線[I-168)]を図-9.2.5に示す。1952年の規準の安全率ν_Bは幅厚比と共に変化するが幅厚比が大きい領域では1.35(一定)となっている。ところが，1969～1971年に海外で続発した鋼箱桁橋の落橋事故の後，安全率ν_Bが暫定的に1.71と改められた。[I-168)] 1952年及び1973年のDIN4114に従った許容応力度の本極限応力度に対する実安全率ν^*は，R=1.04で最も小さくなり，その最小実安全率ν_{min}^*はそれぞれ0.98，1.24となっている。ちなみに1969年にオーストリアのDanube河で落橋[I-9)]したNew Danube橋の幅厚比パラメータRは0.945であり，このR値におけるDIN4114(1952)の許容応力度の本極限応力度に対する実安全率ν^*は0.99となっており，New Danube橋の落橋事故が板パネルの局部圧縮破壊に原因していることを裏付けるも



図－9.2.5　DAST Rio12との対比（圧縮板）

のである。

しかし，現在はこのDIN4114に代り，暫定規準であるDASt Ri012[I-170)] (1978)が圧縮板の設計に用いられている。この暫定規準は，近々，公表される予定のDIN4114の改訂版の板構造部分の規準として採用されることになっている。

(5) DASt Ri012[I-170)] (1978)

DASt Ri012では，圧縮板(補剛板の場合も同様)の基準耐荷力曲線を次式で与えている。

$$\left.\begin{aligned} \bar{\sigma}_{mD}/\sigma_Y &= 1.0 && ; R \le 0.7 \\ &= 1.474 - 0.677R && ; 0.7 \le R \le 1.291 \\ &= \frac{1}{R^2} && ; 1.291 \le R \end{aligned}\right\} \quad \cdots (9.2.3)$$

ここに$\bar{\sigma}_{mD}$は，DASt Ri012の基準耐荷力とする。

又，安全率は，無補剛板の場合には，$\nu_B = 1.7$，補剛板の板パネルのような部分パネルでは，$\nu_B = 1.5$となっている。DASt Ri012の基準耐荷力曲線及び許容応力度曲線を図-9.2.6，実安全率曲線を図-9.2.12(b)に示す。ν^*は，$R = 1.0$の時最小値1.21(補剛板の板パネル)及び1.37(無補剛板)となる。

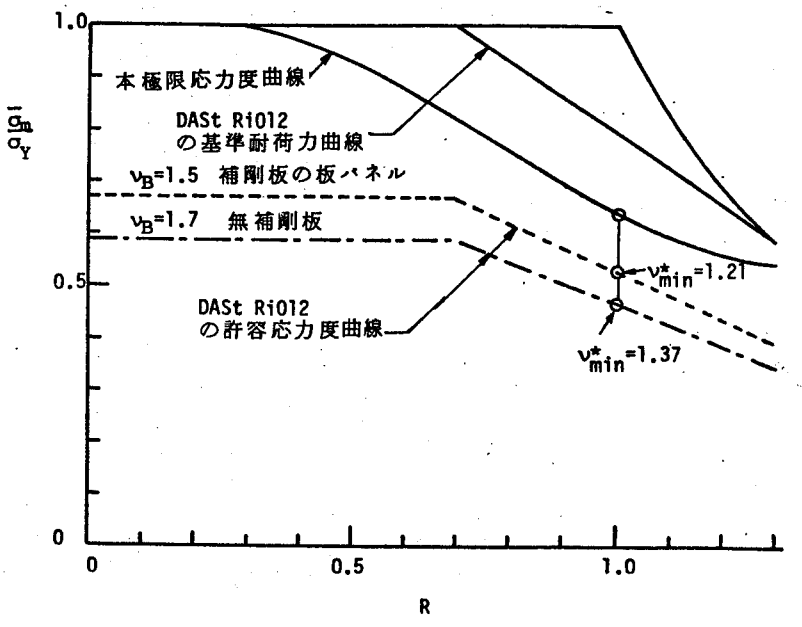


図-9.2.6 DIN4114との対比(圧縮板)

(6) ÖNORM B4600/4[I-179)] (1975)

ÖNORM B4600/4では，弾性分岐座屈応力度

σcrと弾塑性の影響を考慮した基準耐荷力σmöの関係を，鋼種別に表で与えている。又，安全率はνB=1.6としている。道示のSS41クラスに相当するÖNORM B4600/4のST 37材に対する基準耐荷力曲線及び許容応力度曲線を表-9.2.1及び図-9.2.7に，実安全率曲線を図-9.2.12(b)に示す。ν*は，R=1.05の時に最小値1.20となる。

(6) BS153[I-165] (1972)

BS153のPart 4の1.7「圧縮板」では鋼材の種類によって異なる有効幅公式を与えている。又，この有効幅beは溶接部材とそうでない場合では異なる。本極限応力度曲線は溶接部材を対象としているため，BS153の有効幅のうち溶接部材に対するもののみについて比較検討を行った。比較する鋼材としては道示のSS41(σY=2400kg/m²)とSM58(σY=4600kg/m²)の2種類とした。これらの鋼材はBS153のGrade 43とGrade 55に相当するものである。溶接部材の場合のGrade 43と55に対するBS153の有効幅公式は次の通りである。

i) Grade 43に対して，

$be = b : b/t \leq 30$

$be = 40t(b/t - 18)/(b/t - 14) : 30 \leq b/t \leq 80$ } .....(9.2.4)

ii) Grade 55に対して，

$be = b : b/t \leq 23$

表－9.2.1 ÖNORM B4600/4の基準耐荷力

σ_{cr} kg/cm²	R	$\bar{\sigma}_{mö}$ kg/cm²	$\bar{\sigma}_{mö}/\sigma_Y$
<1680	<1.195	$\bar{\sigma}_{mö}=\sigma_{cr}$	
1680	1.195	1680	0.700
1700	1.188	1699	0.708
1900	1.123	1848	0.770
2100	1.069	1947	0.811
2300	1.022	2020	0.842
2500	0.980	2075	0.865
2700	0.943	2117	0.882
2900	0.910	2151	0.896
3200	0.866	2190	0.913
3600	0.816	2228	0.928
4000	0.775	2255	0.940
4400	0.739	2276	0.948
4800	0.707	2292	0.955
5500	0.661	2312	0.963
6500	0.608	2331	0.971
8000	0.548	2349	0.979
10000	0.490	2362	0.984
20000	0.346	2384	0.993
>50000	>0.219	2400	1.000

(ST37材に対するもの)

$$be = 30t(b/t - 18)/(b/t - 10) : 23 \leq b/t \leq 60 \quad \} \cdots (9.2.5)$$

今，全断面有効とした場合の許容応力度 $\bar{\sigma}_{aB}$ を次式で与える。

$$\bar{\sigma}_{aB} = be/b \cdot \sigma_{aB} \cdots (9.2.6)$$

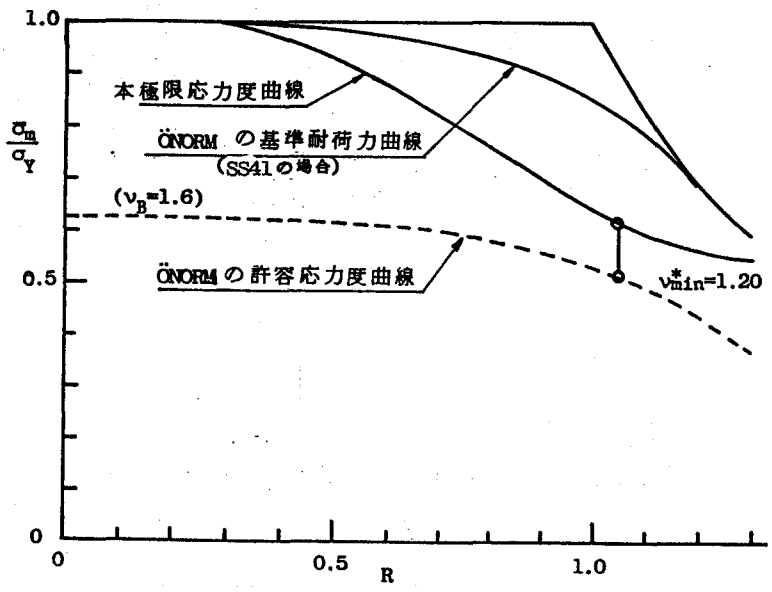
ここで，σ_{aB} は BS 153 で定められている有効幅部分に対する許容応力度である。式(9.2.6)を用いて関係式(9.2.4)及び式(9.2.5)を $\bar{\sigma}_{aB}$ と幅厚比パラメータRの関係式に置換すると次の通りになる。

i) SS41に対して

$$\left.\begin{aligned} &\bar{\sigma}_{aB}/\sigma_Y = 0.6 \ ; R \leq 0.533 \\ &\bar{\sigma}_{aB}/\sigma_Y = 0.6 \times 0.711 \times (1 - 0.320/R)/(R - 0.249) \ ; 0.533 \leq R \leq 1.422 \end{aligned}\right\} \cdots (9.2.7)$$

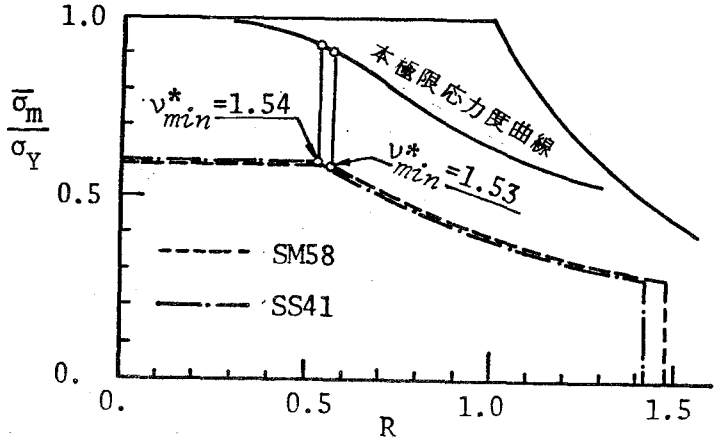
ii) SM58 に対して

$$\left.\begin{aligned} &\bar{\sigma}_{aB}/\sigma_Y = 0.588 \ ; R \leq 0.566 \\ &\bar{\sigma}_{aB}/\sigma_Y = 0.588 \times 0.566 \times (1 - 0.245/R)/(R - 0.1886) \ ; 0.566 \leq R \leq 1.477 \end{aligned}\right\} \cdots (9.2.8)$$



図－9.2.7　ÖNORM B4600/4 との対比（圧縮板）

式（9.2.7）及び式（9.2.8）に示す許容応力度曲線並びに本極限応力度曲線を図－9.2.8に示す。 BS153の許容応力度曲線は本極限応力度曲線と非常によく相似している。 従って，BS153の許容応力度の本極限応力度に対する実安全率ν^*の最大値と最小値の差が他の示方書の場合のそれと比較してかなり小さいことが図－9.2.12(a)及び(b)よりわかる。 その最小値ν_{min}^*はSS41の場合R=0.53で1.54，SM58の場合はR=0.57で同じく1.53となっている。 従って，BS153に規定されている有効幅公式（9.2.4），（9.2.5）は極限強度の観点からかなり合理的なものであることが明らかになった。

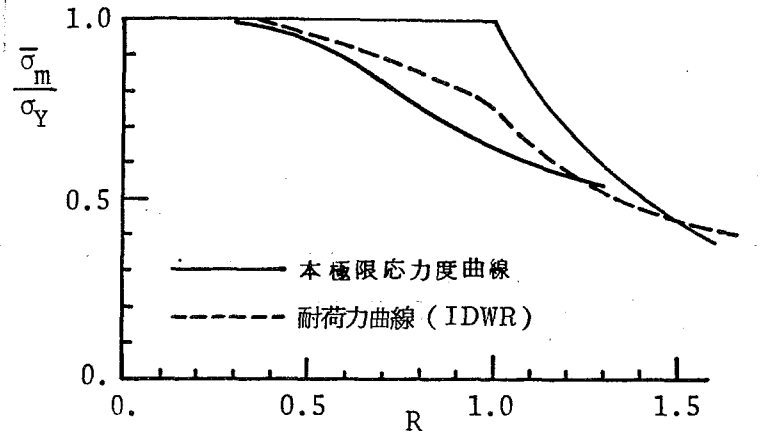


図－9.2.8　BS153との対比（圧縮板）

（7）IDWR[I-163]（1973）

a) Part Ⅱ

IDWRのPart Ⅱによる基準耐荷力曲線を図－9.2.9に示す。 IDWRではこの耐荷力を基にして限界状態設計法（Load and resistance factor design，荷重係数1.0～1.5 抵抗係数1.2）を適用しており，その実安全率については具体的な設計条件が与えられないと総

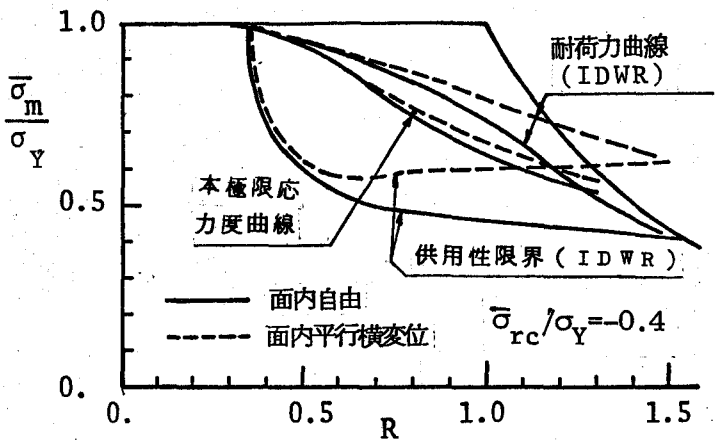


図－9.2.9　IDWR(Part Ⅱ)との対比（圧縮板）

合的に議論することは出来ないので両者の直接の比較にとどめておく。

b) Part Ⅲ

Part Ⅲでは，面内自由と面内平行横変位の場合の2通りについて耐荷力（Strength）と供用性限界（serviceability limit）を計算出来る図と式を示している。又，Part Ⅲでは定量的な残留応力及び初期たわみの取り扱いも可能となっている。この点が他の示方書と異なる点である。



図－9.2.10 IDWR(Part Ⅲ)との対比（圧縮板）

図－9.2.10に面内自由と面内平行横変位のそれぞれの場合についての基準耐荷力曲線と供用性限界曲線を示す。ただし，これらの曲線の算定に際して残留応力はいずれの場合も本極限応力度曲線の場合と同じく$\bar{\sigma}_{rc}/\sigma_Y=-0.4$と仮定した。又，残留応力の取り扱いについては次に示すPart Ⅲの18.1「初期不整」に掲げられている式を用いて残留応力を初期たわみに換算する計算法を採用した。

$$\Sigma\delta=\sqrt{\delta_0^2+8\cdot L_1^2\cdot\sigma_{R1}/\pi^2E} \qquad \cdots(9.2.9)$$

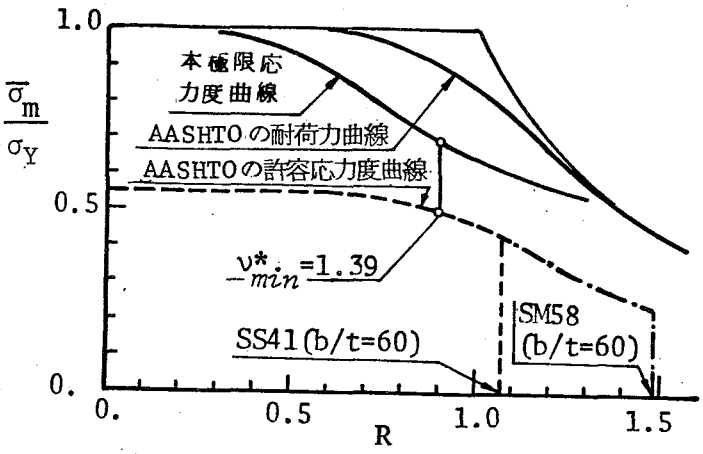
ここで，初期たわみδ_0としてはIDWRのPart Ⅳに規定されている最大初期たわみを用いた。図－9.2.9の基準耐荷力曲線は図－9.2.10の面内自由の場合の基準耐荷力曲線とよく一致している。

面内圧縮力のみを受ける板については，基準耐荷力に対してのみ荷重係数（1.0～1.5）と材料抵抗係数（1.2）を用いて設計するように定めているが，具体的な設計条件が与えられないと実安全率についての総合的な議論は出来

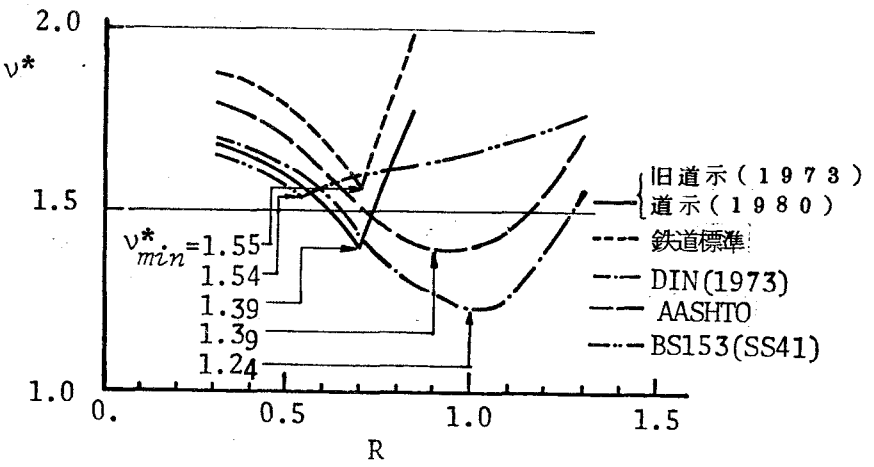
ない。

(7) AASHTO[I-182] (1979)

AASHTOの1.7.64節「合成箱桁」に示されている荷重係数設計法のために設けられている基準耐荷力曲線及び同じく1.7.49節「ボトムプレートの設計」に定められている許容応力度曲線を図-9.2.11に示す。R=0.95においてこの許容応力度の本極限応力度に対する実安全率ν^*は最小値ν_{min}^*=1.39となっていることが図-9.2.11及び図-9.2.12(a)よりわかる。



図－9.2.11 AASHTOとの対比（圧縮板）

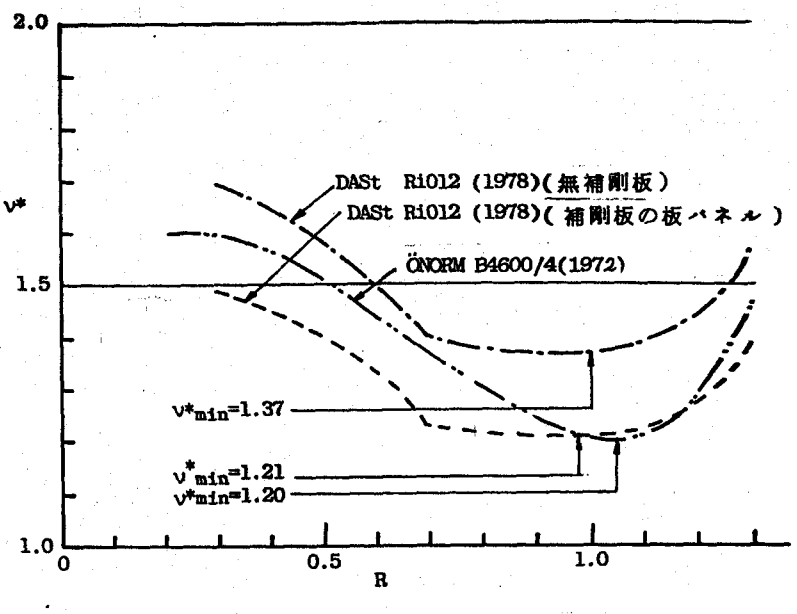


図－9.2.12 (a) ν^*－R曲線（圧縮板）

(8) 各国示方書の実安全率の比較

各国示方書による許容応力度の本極限応力度に対する実安全率ν^*及び最小実安全率ν_{min}^*を図-9.2.12(a),(b)及び表-9.2.2に示す。表-9.2.2より，最小実安全率ν_{min}^*は，ÖNORM B4600/4 (1975)の1.20が最も低く，鉄道標準の1.55が最も大きいことがわかる。我が国の道示の最小実安全率ν_{min}^*=1.39は他の示方書の最小実安全率と比較するとちょうど中間的なところにあることがわかる。又，図-9.2.12(a),(b)を見ると，

道示と鉄道標準ではR=0.7で急激に実安全率が低下し，Rが0.7から離れるにつれ急激に実安全率が増加することがわかる。DIN 4114，AASHTOについてはそれぞれR=1付近を中心として広範囲のR値に対して実安全率が低くなっている。



図－9.2.12 (b) ν^*－R曲線（圧縮板）

ところが，BS153ではRのすべての範囲で実安全率ν^*がほぼ一定していることがわかる。これはBS153の有効幅公式がかなり合理的な設計公式であることを示している。

更に，ν_{min}^*と各国示方書で期待する安全率ν_Bとの比も表-9.2.2の最下欄に示した。ν_{min}^*/ν_Bは0.7～0.9の範囲に分布している。すなわち，それぞれの示方書の基準耐荷力を定める時に考慮されなかった初期不整の影響が安全率の中に含められているのであるが，それが10～30%程度であることがわかる。

表－9.2.2 各国示方書の最小実安全率の比較（圧縮板）

示方書	道示 (1980)	鉄道標準 (1975)	DIN4114 (1973)	Dast Rio12 (1978) (1)	Dast Rio12 (1978) (2)	ÖNORM (1972)	BS153 (1972)	AASHTO (1973)
ν_B	1.7	1.9	1.71	1.7	1.5	1.6	1.7	1.8
ν_{min}^*	1.39	1.55	1.24	1.37	1.21	1.20	1.54	1.39
ν_{min}^*/ν_B	0.82	0.82	0.73	0.81	0.81	0.75	0.91	0.77

9．2．2　板継ぎ溶接部を有する圧縮板

ちょうど実安全率 ν^* が最も小さくなる $R=0.7$ の圧縮板について考察を行う。表－4.3.1に示した目違い量 e/t が $\mu+2\sigma$（超過確率4%），$\mu+3\sigma$（超過確率1%）及び道示の許容限界値である1/10（超過確率12%）の時の本極限応力度に対する道示の許容応力度の実安全率を計算して表－9.2.3に示す。

表－9．2．3　目違い量と極限応力度及び実安全率の関係（板パネル等厚モデル）

構造部分 / e/t	圧縮板 ①（等厚モデル Sp）		補剛板の板パネル②（等厚モデル Fp）	
	$\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_Y$	ν^*	$\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_Y$	ν^*
$\mu+2\sigma$ (1/7.86)	0.924	1.58	0.975	1.67
$\mu+3\sigma$ (1/6.22)	0.903	1.55	0.960	1.65
1/10	0.944	1.62	0.986	1.69

図－4.3.7の極限応力度曲線を用いた。
（R＝0．7，α＝2の場合）

（1）圧縮補剛板の板パネル

4．3節で述べたように，補剛材間の板パネルにおいては，両側辺固定の等厚モデル F_p を用いて耐荷力評価を行うのが妥当である。表－9．2．3の②列に示すように，超過確率が1%程度（$\mu+3\sigma$）の大きな目違い量が存在しても，その極限応力度の降伏点からの低下量は4%程度であり，圧縮強度という面からは，補剛板の板パネルの目違い量は，$t/6$ 程度まで緩和することが容認されると考える。

（2）周辺単純支持板

周辺単純支持の圧縮板において，補剛板の板パネルと同程度の目違い量が存在すると仮定した場合，$\mu+2\sigma$ 及び $\mu+3\sigma$ に相当する目違い量に対する本極限応力度及び実安全率は表－9．2．3の①列に示す通りである。道示の許容限界値である $e/t=1/10$ の時の実安全率は1.62となる。

9．3　各国示方書における自由突出圧縮板の設計規準に対する考察

9．3．1　板継ぎ溶接部の存在しない自由突出圧縮フランジ

（１）各国示方書の設計規準

a．旧道路橋示方書　（1973）

旧道示の自由突出圧縮フランジに対する許容応力度は，周辺単純支持板の場合と同様，式(9.2.2)で与えられる。ただし，幅厚比パラメータRには，式(2.3.283)に示す自由突出圧縮板に対する幅厚比パラメータR_sを用いる。

b．新道路橋示方書　（1980）

幅厚比h_s/t_sの適用範囲が引張部材に対する16まで拡張され，各鋼材ごとに，局部座屈による許容応力度の低減を必要としない幅厚比限界値が小数点以下1桁までの数値で与えられている点以外は旧道示と同様である。

C．鋼鉄道橋設計標準　（1975）

基準耐荷力曲線は旧道示と同一であるが，安全率ν_Bが1.9と大きくされているため，許容応力度が道示のそれより小さくなっている。

d．AASHTO　（1978）

以下の設計規準を設けている。

$$\frac{h_s}{t_s} \leq \mathrm{Min}\left\{ \frac{1625\ \mathrm{psi}}{\sqrt{\sigma_{aA}}} ;\ 12 \right\} \qquad \cdots\cdots (9.3.1)$$

ここに，σ_{aA}は許容応力度である。

式(9.3.1)をR_sの式に置き換えると

$$\frac{\sigma_{aA}}{\sigma_Y} \leqq \frac{0.2303}{R_s^2} ; \qquad R_s \leq R_{s\max} \qquad \cdots\cdots (9.3.2)$$

ここに，$R_{s\max}$は，$h_s/t_s = 12$の時のR_sの値であり，$\sigma_Y = 36{,}000$ psi及び100,000 psiのそれぞれに対して，0.672及び1.121となる。

AASHTOでは，$\sigma_{aA} = 0.55\bar{\sigma}_{mA}$としているので

$$\frac{\bar{\sigma}_{mA}}{\sigma_Y} = \frac{0.4187}{R_s^2} \qquad \cdots\cdots (9.3.3)$$

ここに，$\bar{\sigma}_{mA}$はAASHTOの基準耐荷力である。

e. BS153 (1972)

以下の設計規準を設けている。

$$h_s/t_s \leq 12 \qquad \cdots(9.3.4)$$

$\sigma_Y = 215\ N/mm^2$ の Grade 43 と $\sigma_Y = 450\ N/mm^2$ の Grade 55 に対して，式(9.3.4)を R_s の式に置き換えると以下のようになる。

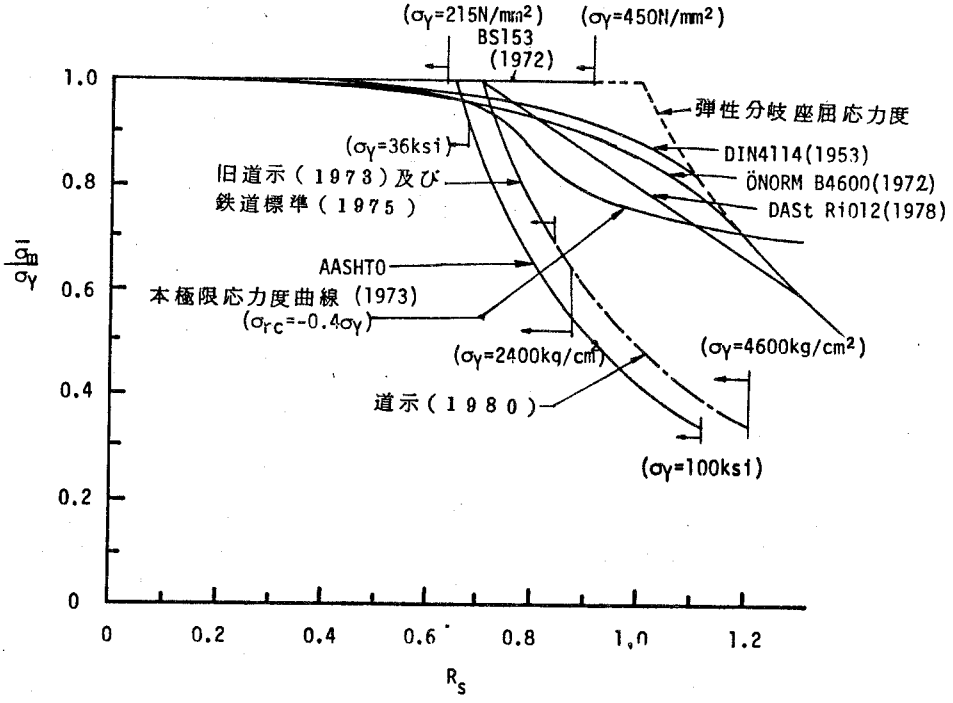
$$\left.\begin{aligned} R_s &\leq 0.627 \quad (\text{Grade 43}) \\ &\leq 0.908 \quad (\text{Grade 55}) \end{aligned}\right\} \qquad \cdots(9.3.5)$$

f. DIN4114 (1973), DASt Ri012 (1978), ÖNORM B4600/4 (1972)

これらの示方書では，弾性分岐座屈応力度 σ_{cr} と基準耐荷力の関係を表あるいは式で与えている。σ_{cr} の計算に座屈係数 $k = 0.425$ を用いれば，他はすべて，周辺単純支持板の場合と同様の取り扱いとなる。

(2) 各国示方書の設計規準に対する考察

図-5.2.15に示したケースI すなわち突出幅 h_s の 1/100 の初期たわみ



図－9.3.1　各国示方書の基準耐荷力曲線と本極限応力度曲線との比較
（自由突出圧縮フランジ）

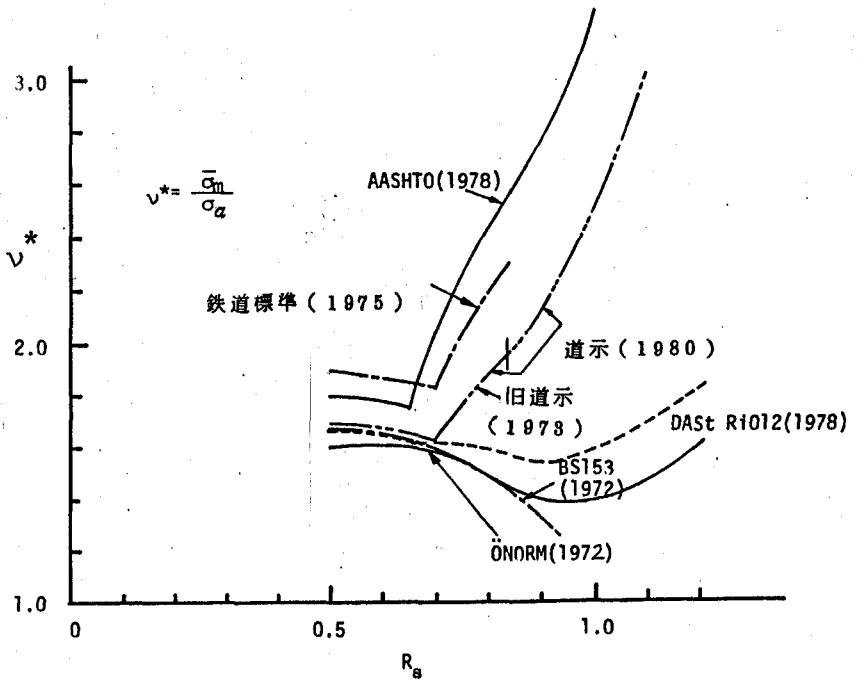
と0.4σ_Yの残留圧縮応力度を有し，一様相対圧縮変位を受ける3辺単純1辺自由板の場合の本極限応力度曲線並びに代表的な各国示方書の自由突出圧縮フランジに関する基準耐荷力曲線を対比して図-9.3.1に示す。

各国示方書の基準耐荷力曲線は以下に示すR_sの領域で，すべて本極限応力度曲線を上回り，危険側の値を与えている。

- 旧道示（1973），新道示（1980），鉄道標準（1975）……$R_s \leq 0.72$
- AASHTO（1978）……$R_s \leq 0.66$
- DIN4114（1953）……$R_s < 1.18$
- DASt Ri012（1978）……$R_s < 1.1$
- ÖNORM B4600/4（1972）……$0.66 < R_s < 1.18$
- BS 153（1972）……$R_s < 0.91$

更に，旧道示，新道示及び鉄道標準の基準耐荷力曲線は$R_s > 0.72$，AASHTOの耐荷力曲線は$R_s > 0.66$なる領域では，本極限応力度曲線に比較して，逆に非常に安全側の値を与えることがわかる。

次に，本極限応力度$\bar{\sigma}_m$を各国示方書で定める許容応力度σ_aで除した値$\bar{\sigma}_m/\sigma_a$を実安全率ν^*とし，ν^*とR_sの関係を図-9.3.2に示す。BS153，DASt Ri 012，ÖNORM B4600/4のν^*はR_sに対してほぼ一定値を示して



図－9.3.2　ν^*－R_s曲線（自由突出圧縮フランジ）

いるが，AASHTO，旧道示，新道示及び鉄道標準の場合は，R_Sに対して，ν^*の変化が著しく，R_Sが大なる領域では，安全率が大き過ぎる傾向が見られる。

又，ν^*の最小値ν^*_{min}を図-9.3.2から読みとり，ν^*_{min}に対応するR_S及び各国示方書で期待する主荷重に対する安全率ν_Bと共に表-9.3.1に示す。なおDASt Ri 012の場合，自由突出フランジは，全座屈板場（Gesamtfelder）であると考え，ν_Bにルクを採用した。BS 153，DASt Ri 012及びÖNORM B4600/4以外の示方書では，ν^*_{min}は，期待する安全率ν_Bの95%以下の値となっている。

表－9.3.1　最小実安全率ν^*_{min}
（自由突出圧縮フランジ）

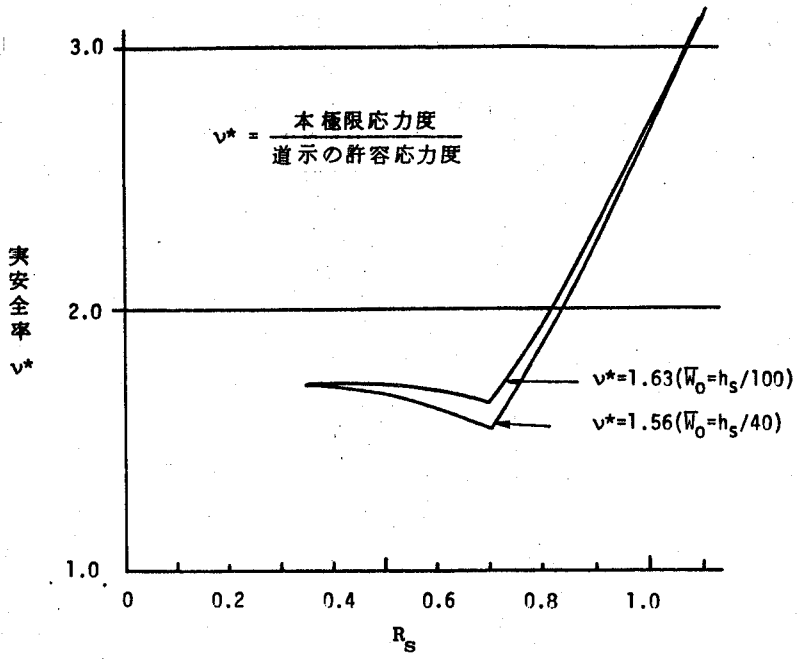
示方書	R_S	ν^*_{min}	ν_B	ν^*_{min}/ν_B
旧道示	0.7	1.63	1.7	0.96
道示	0.7	1.63	1.7	0.96
鉄道標準	0.7	1.83	1.9	0.96
AASHTO	0.65	1.75	1.8	0.97
BS153	0.9	1.33	1.7	0.78
DAST	0.9	1.54	1.7	0.91
ÖNORM	0.95	1.39	1.6	0.87

ν_B：各示方書で期待する安全率

9．3．2　自由突出圧縮フランジの合理的設計法並びに初期たわみの測定検査法について

道示では座屈係数$k=0.425$を有する自由突出圧縮板の幅厚比パラメータR_Sが0.7より小なる時，その極限応力度は，初期たわみが存在しない場合には降伏点σ_Yに等しくなることが期待される。ところで，5．3節の図-5.3.4に示した突出幅h_Sの1/100及び1/40の初期たわみw_0を有する自由突出圧縮フランジについての弾塑性有限変位理論による極限応力度曲線を用いて，道示の許容応力度に対して実安全率ν^*を求めると図-9.3.3に示すようになる。図-9.3.3より，ν^*は$R=0.7$の時に最小値を取り，$w_0/h_S=1/100$の場合，$\nu^*_{min}=1.63$，$w_0/h_S=1/40$の場合，$\nu^*_{min}=1.56$

となり道示で期待する安全率 $\nu_a = 1.7$ よりやや下回ることがわかる。ν^*_{min} = 1.63 及び 1.56 に対応する本極限応力度 $\bar{\sigma}_m$ は，それぞれ，$0.950\sigma_Y$ 及び $0.900\sigma_Y$ である。



図－9.3.3　実安全率曲線（自由突出圧縮フランジ）

なお，ここで，$\bar{w}_0/h_s = 1/100$ は，腹板とフランジの直角度に関する道示の許容規準である。表－3.2.2に示すように $\bar{w}_0/h_s = 1/40$ は，実測初期たわみの超過確率3%に相当する値であり，それに対して実測初期たわみが $\bar{w}_0/h_s = 1/100$ を超える確率は約36%である。

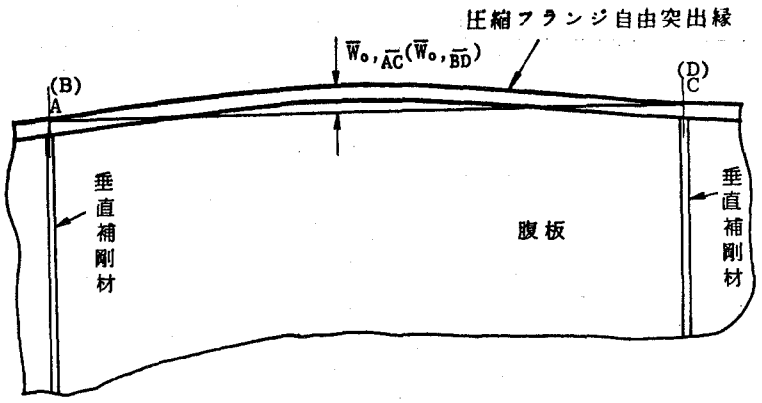
このような現状にかんがみ，設計規準をより合理的に修正するという見地から次のような3つの措置のいずれかを取ることが望まれる。

①現行の基準耐荷力度曲線をより合理的な曲線に変更する。例えば，残留応力と共に $\bar{w}_0 = h_s/\alpha_a$ なる初期たわみを持つ自由突出圧縮板の極限応力度曲線を基準耐荷力曲線として採用する。ここに h_s/α_a については後述する。

②幅厚比パラメータの適用範囲を $R_s = 0.7$ より小さくする。例えば $R_s \leq 0.45$ とすれば，超過確率8%の初期たわみに対しても，降伏点 σ_Y の95%の極限応力度を確保することが出来る。

③現在のところ，道示には，自由突出圧縮フランジの初期たわみに対する

明確な規準がないので，出来るだけ早い時期に設定することが望まれる。そしてそれに対して例えば，図－9.3.4に提案するような初期たわみの測定検査法を設けることも考えられる。すなわち，図－3.2.2及び図－9.3.4を参照して，垂直補剛材位置における自由突出圧縮フランジの自由縁上の2点を結ぶ直線 $\overline{AC}$ 及び $\overline{BD}$ を基準線とし，両自由縁に沿ったそれぞれの初期たわみの絶対最大値 $\overline{w}_{o,\overline{AC}}$ 及び $\overline{w}_{o,\overline{BD}}$ を実測する。



図－9.3.4　初期たわみ測定検査法

基準線 $\overline{AC}$ 及び $\overline{BD}$ は，ストレッチ，ピアノ線，あるいはトランシット（あるいはレベル）の望遠鏡の中心線で設定すればよい。そして，$\overline{w}_{o,\overline{AC}}$ 及び $\overline{w}_{o,\overline{BD}}$ に対して以下のような初期たわみ規準を設定する。

$$\overline{w}_{o,\overline{AC}} \quad \text{and} \quad \overline{w}_{o,\overline{BD}} \leq h_s/\alpha_s \qquad \cdots (9.3.6)$$

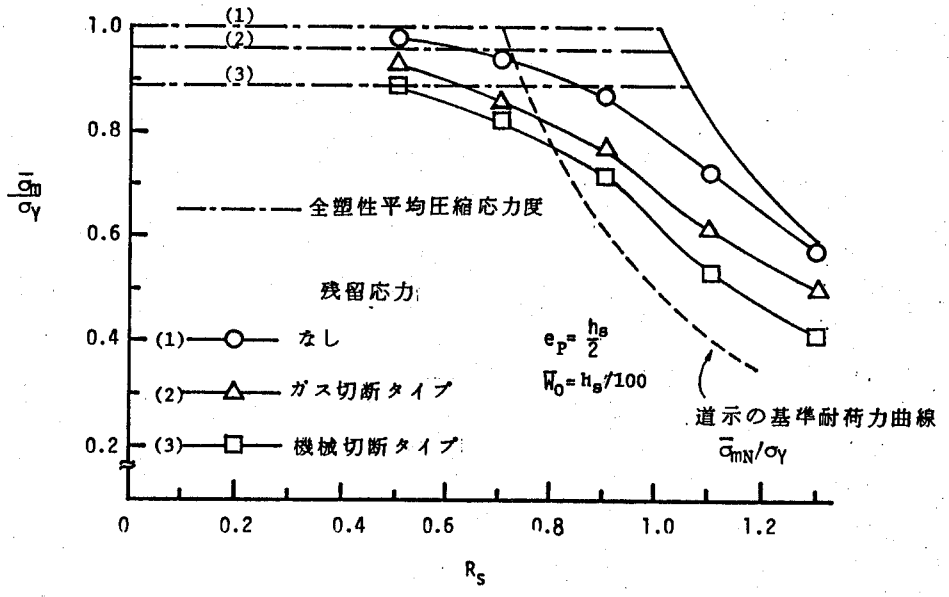
その際，初期たわみの許容値 h_s/α_s として，どの程度の値を採用すべきかについては，学識経験者，橋梁発注者及び橋梁製作者等の意見を十分に聴取し，慎重に決められるべきであると考える。

9．3．3　種々の圧縮力を受ける自由突出圧縮板

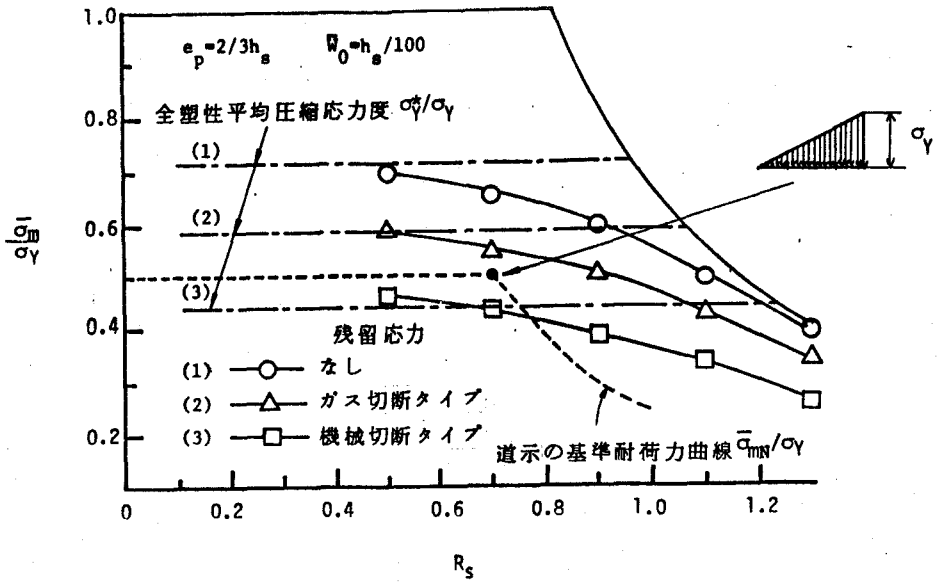
自由突出板に対する道示の規準では，$k=0.425$ を用いた幅厚比パラメータ R_s が0.7以下であれば，図－5.2.2に示すような分布形状の圧縮応力を受けるすべての突出板において，その最大圧縮応力度（σ_{1c}）が降伏点 σ_y に達するまで板は座屈しないとしている。すると，道示で期待す

る基準耐荷力 $\bar{\sigma}_{mN}$ は，図－5.2.1に示したケースⅠ～Ⅴのそれぞれに対して，σ_Y，$0.5\sigma_Y$，σ_Y，$0.5\sigma_Y$，$0.25\sigma_Y$ となる。これらの値と表－5.2.1の値を比較すると，ケースⅢのガス切断タイプと機械切断タイプ及びケースⅣの機械切断タイプでは，$\bar{\sigma}_{mN}$ 以下の平均応力度で断面が全断面降伏に達することがわかる。ケースⅢとⅣの場合について，本解析で求めた極限応力度 $\bar{\sigma}_m$ を降伏点 σ_Y で無次元化した値 $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ と，道示の $\bar{\sigma}_{mN}$ を σ_Y で無次元化した値 $\bar{\sigma}_{mN}/\sigma_Y$ を比較してそれぞれ図－9.3.5と図－9.3.6に示す。$\bar{\sigma}_{mN}/\bar{\sigma}_m$ は，$R_S=0.7$ の時に最も低く，ケースⅠ～Ⅴに対するそれぞれの値は，表－9.3.2に示すようになる。表－9.3.2より，ケースⅢのガス切断タイプと機械切断タイプ及びケースⅣの機械切断タイプでは，本極限応力度 $\bar{\sigma}_m$ は，道示で期待する基準耐荷力 $\bar{\sigma}_{mN}$ の95％を確保出来ず，それぞれ，86％，82％，86％となっている。

ケースⅢ及びⅣのような荷重を受ける自由突出板の強度設計については，今後，十分に検討する必要があるように思われる。



図－9.3.5　Rs と $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ の関係（自由突出板，ケースⅢ）



図－9.3.6　Rsと $\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$ の関係（自由突出板，ケースⅣ）

表－9.3.2　道示の基準耐荷力と本極限応力度との比較
（自由突出板，Rs＝0.7）

ケース / 残留応力	ケースⅠ		ケースⅡ			ケースⅢ			ケースⅣ		
	0	(a)	0	(b)	(c)	0	(b)	(c)	0	(b)	(c)
$\bar{\sigma}_{mN}/\sigma_Y$	1.0		0.5			1.0			0.5		
$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$	0.950	0.952	0.727	1.104	1.264	0.939	0.858	0.822	0.658	0.550	0.430
$\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_{mN}$	0.95	0.95	1.45	2.21	2.53	0.94	0.86	0.82	1.32	1.1	0.86

0：残留応力なし　(a)：自己平衡タイプ　(b)：ガス切断タイプ　(c)：機械切断タイプ

9.3.4　板継ぎ溶接部に目違い量を有する自由突出圧縮板

表－5.4.2及び表－5.4.3に示した極限応力度に対して道示の許容応力度の実安全率を求め，それぞれ表－9.3.3及び9.3.4に示す。

（1）自由突出圧縮フランジ

自由突出圧縮フランジでは，図－3.3.6に示すように，等厚継手より変厚偏心継手の場合が多く，5.4.1節で示した結論よりわかるように目違い量の有無はあまり圧縮耐荷力に影響しない。更に，今回実測したような目違い

量が等厚継手に生じたとしても，表－9.3.3に示すように，ほとんど極限強度の低下は認められない。 又，実安全率も道示で期待する1.7が確保されていることがわかる。 従って，圧縮耐荷力という面からは，道示の目違い量に対する制限規準 e/t = 1/10 はもうすこし緩和してもよいものと思われる。

（２）圧縮補剛板の縦補剛材

表－9.3.4に示すように，e/t = 1/10（実測値の超過確率7%に相当）の目違い量に対して，R_s = 0.7の縦補剛材では，約1.5%の強度の低下が認められる。 超過確率が1%の μ+3σ の目違い量 e/t = 1/6.92 に対しても3%程度の強度低下しか認められない。 従って，圧縮耐荷力という面からは，道示の目違い量の制限規準 e/t = 1/10 は，やはりもうすこし緩和してもよいものと思われる。

表－９．３．３　目違い量と極限応力度及び実安全率の関係（自由突出フランジ等厚モデル）

構造部分 / e/t	自由突出フランジ	
	$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$	ν*
μ+2σ (1/10.5)	0.995	1.71
μ+3σ (1/8.25)	0.991	1.70
1/10	0.995	1.71

図－5.4.8 の極限応力度曲線を用いた。（R = 0.7，α = 4 の場合）

表－９．３．４　目違い量と極限応力度及び実安全率の関係（縦補剛材）

構造部分 / e/t	縦補剛材	
	$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$	ν*
μ+2σ (1/8.97)	0.981	1.68
μ+3σ (1/6.92)	0.971	1.66
1/10	0.986	1.69

図－5.4.8 の極限応力度曲線を用いた。（R = 0.7，α = 5 の場合）

９．４　各国示方書における圧縮補剛板に関する設計規準に対する考察

９．４．１　各国示方書の設計規準

（１）旧道路橋示方書（1973）[I-42]

旧道示規準の考え方に従うと，補剛板の極限応力度 $\bar{\sigma}_{mJ}$ 及び許容応力度 σ_a は以下のようになる。

① $R=b/t\sqrt{\sigma_Y/E\cdot 12(1-\nu^2)/\pi^2 k} \leq 0.7$ の場合 $(k=4)$

$$\bar{\sigma}_{mJ}/\sigma_Y = 1.0 \quad \cdots (9.4.1)$$

$$\sigma_a/\sigma_Y = 1/\nu_B \quad \cdots (9.4.2)$$

ここに，ν_B は安全率で1.7である。

② $0.7 \leq R \leq 0.7\times 1.2 = 0.84$ の場合 $(k=4)$

$$\bar{\sigma}_{mJ}/\sigma_Y = 0.49/R^2 \quad \cdots (9.4.3)$$

$$\sigma_a/\sigma_Y = 0.288/R^2 \quad \cdots (9.4.4)$$

補剛材の必要最小剛比 γ_J については式(6.3.3)及び(6.3.6)で与え，$\gamma \geq \gamma_J$ となる補剛板を設計するように定められている。

$\gamma \geq \gamma_J$ では，補剛板は全体座屈を起こさず，補剛板の強度は，補剛材間の板パネルの強度に等しいという考え方に基づいている。

(2) 道路橋示方書 (1980)[I-191]

道示に従うと，補剛板の極限応力度 $\bar{\sigma}_{mN}$ は，以下のようになる。

① $R \leq 0.5$ の場合 $(k=4)$

$$\bar{\sigma}_{mN}/\sigma_Y = 1.0 \quad \cdots (9.4.5)$$

② $0.5 \leq R \leq 1.0$ の場合 $(k=4)$

$$\bar{\sigma}_{mN}/\sigma_Y = 1.5 - R \quad \cdots (9.4.6)$$

③ $1.0 \leq R$

$$\bar{\sigma}_{mN}/\sigma_Y = \frac{0.5}{R^2} \quad \cdots (9.4.7)$$

ただし，$R \geq 1.0$ は，架設時のみ容認されるもので，いかなる場合でも $b/t \leq 80$ という制限が設けられている。更に，補剛材の必要最小剛比 γ_N も6.3.(2)節で述べたようになった。

道示においても，$\gamma \geq \gamma_N$ となるように補剛板を設計することになる。

安全率 ν_B は旧道示と同様1.7であり，許容応力度 σ_a は以下の通りとなる。

$$\sigma_a = \bar{\sigma}_{mN} / 1.7 \qquad \cdots (9.4.8)$$

（3）鋼鉄道橋設計標準[I-43), I-185)]

1974年の鉄道標準[I-43)]及び1975年の鋼橋設計内規[I-185)]に従うと，

① $R \leq 0.7$ の場合（$k=4$）

$$\bar{\sigma}_{mR} / \sigma_Y = 1.0 \qquad \cdots (9.4.9)$$

$$\sigma_a / \sigma_Y = 1/1.9 \qquad \cdots (9.4.10)$$

ここに，$\bar{\sigma}_{mR}$ は鉄道標準で定める基準耐荷力，1.9は安全率である。

② $0.7 \leq R \leq 0.84$ の場合（$k=4$）

$$\bar{\sigma}_{mR} / \sigma_Y = 0.49 / R^2 \qquad \cdots (9.4.11)$$

$$\sigma_a / \sigma_Y = 0.258 / R^2 \qquad \cdots (9.4.12)$$

補剛材の必要最小剛比 γ_R は，1974年の規準では式(6.3.3)及び(6.3.6)で与えられる道示の γ_J と同じであるが，1975年の内規では，$\gamma_R = 5\gamma_J$ と改訂している。

（4）DIN4114（1952年[I-17)]，1973[I-168)]）

基準耐荷力 σ_{VK} は，補剛板の弾性分岐座屈応力度 σ_{cr} を用いて，換算表から読み取るようになっている。許容応力度 σ_a は次式で与えられる。

① 1952年の規準

$$\sigma_a = \sigma_{VK} / \nu_B \qquad \cdots (9.4.13)$$

安全率 ν_B は，幅厚比によって異なるが，幅厚比が大きい領域では1.35である。

② 1973年の暫定規準

$$\sigma_a = \sigma_{VK} / \nu_B \ , \quad (\nu_B = 1.71) \qquad \cdots (9.4.14)$$

DIN4114では，補剛材の必要最小剛比 γ^* に弾性線形座屈理論に基づいて求めた値を用いることとしている。

しかし，現在は，このDIN4114は使用されておらず，将来改定版のDIN 4114 が出されるまで，次に述べるDASt Ri012 が設計指針として用いられている。

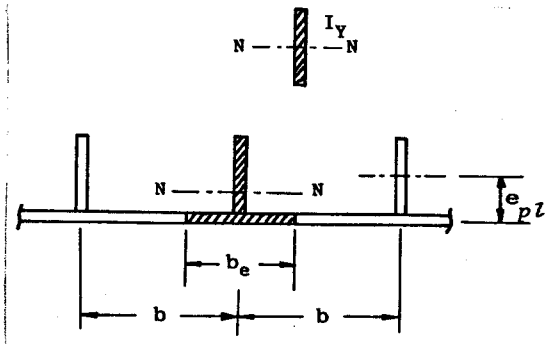
（5）DASt Ri012 (1978)[I-170]

道示，鉄道標準，DIN4114 及びAAHTOでは，補剛材の取り付けられている板の表面回りで補剛材の断面2次モーメントを計算することになっている。しかし，DAST Ri012 及び ÖNORM B4600/4では，図-9.4.1に示すように，補剛材と板パネルの有効幅部分からなるT型断面（矩形断面りブの場合）の重心軸回りの断面2次モーメントを用いることとしている。有効幅公式としては，式（9.2.3）の板パネルの基準耐荷力曲線と同様の次式を示している。

$$\frac{b_e}{b} = \begin{cases} 1.0 & ; \ (R \leq 0.7) \\ 1.474 - 0.677R & ; \ (0.7 \leq R \leq 1.291) \\ 1/R^2 & ; \ (1.291 \leq R) \end{cases} \quad \cdots (9.4.15)$$

ただし，いかなる場合でも $b_e \leq a/3$ としている。ここに，aは，横補剛材間隔である。

この断面2次モーメントを用いて求めた補剛材剛比 γ と 補剛材1本の断面積比 δ（$= h_s \cdot t_s / Bt$）を用いて，補剛板の弾性分岐座屈応力度 σ_{cr} を求める。すると，補剛板の極限応力度は，式(9.2.3)から求めることが出来る。ただし，幅厚比パラメータRには以下のR_gを用いる。



図－9.4.1 補剛材の断面2次モーメントの計算
(DASt Ri012, ÖNORM B4600/4)

$$R_g = \sqrt{\frac{\sigma_Y}{\sigma_{cr}}} = \frac{B}{t}\sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \cdot \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k_g}} \qquad \cdots (9.4.16)$$

ここに，k_gは，補剛板全体の座屈係数であり，その最大値は$4\times(n_s+1)^2$となる。 n_sは縦補剛材本数。

補剛板に対する安全率は$\nu_B = 1.7$としている。

（6）ÖNORM B4600/4 [I-179]

ÖNORM B4600/4の設計方法をDASt Ri012に比べると以下の点を除いて両者しおおよそ同じである。

①板パネルの有効幅に関する公式を明記せず，用いる有効幅公式は設計者の自由にしている。

②補剛板の座屈応力度σ_{cr}と基準耐荷力$\bar{\sigma}_{m\ddot{o}}$の関係を表－9.2.1で与えている。 この関係式がDASt Ri012のものと異なる。

③安全率ν_Bを1.60としている。

なお，ÖNORM B4600/4においては，図－9.4.1に示すような板パネルの有効幅部分と補剛材とからなるT型断面の断面2次モーメントの計算式として次式を示している。

$$I = I_Y + F_S \cdot \frac{e_{PL}}{1 + \frac{F_S}{t \cdot be}} \qquad \cdots (9.4.17)$$

ここに，I_Yは，補剛材のみの重心軸回りの断面2次モーメント，e_{PL}はこの重心軸と板パネルの中央面の距離である。

（7）AASHTO (1973) [I-182]

基準耐荷力曲線は同規準の1.7.64節「合成箱桁（Composite box girder）」に示されている荷重係数設計法のための耐荷力曲線により求める。 又，許容応力度に対しては，1.7.49節「ボトムプレートの設計（Design of bottom flange plates）」に定められている許容応力度曲線を用いる。 すると，

① $R \leq 0.59$の場合 （$k \leq 4$）

$\bar{\sigma}_{mA}/\sigma_Y = 1.0$ ……(9.4.18)

$\sigma_a/\sigma_Y = 0.55$ ……(9.4.19)

② $0.59 \leq R \leq 1.28$ の場合 $(k \leq 4)$

$\bar{\sigma}_{mA}/\sigma_Y = 0.592(1 + 0.687 \sin C\pi/2)$ ……(9.4.20)

$\bar{\sigma}_a/\sigma_Y = 0.55 - 0.224(1 - \sin C\pi/2)$ ……(9.4.21)

ここに, $C = (6650 - 5200R)/3580$ ……(9.4.22)

③ $R \geq 1.28$ の場合 $(k \leq 4)$

$\bar{\sigma}_{mA}/\sigma_Y = 0.98/R^2$ ……(9.4.23)

$\sigma_a/\sigma_Y = 0.532/R^2$ ……(9.4.24)

ただし，以上の式(9.4.18)～式(9.4.24)は $E = 2.1 \times 10^6 kg/cm^2$ として誘導したものであり，幅厚比パラメータRは $k(\leq 4)$ の関数である。又，幅厚比 b/t は60を越えないようにするのがよいとしている。

補剛板が上式で示した強度を確保するためには次式で示す剛度Iの補剛材が必要であるとしている。

$I = 0.07 \cdot k^3 \cdot (N_s - 1)^4 \cdot t^3 \cdot b$; (N_s=3,4,5,6に対して) ……(9.4.25)

$I = 0.125 k^3 t^3 b$; (N_s=2に対して) ……(9.4.26)

又，座屈係数kは原則として4以下を用いるものとしている。

なお，AASHTOでは，縦横比αが式(1.79)で示したようなα_0よりも大きい補剛板を対象としているため，補剛板の設計はαに独立に行うことが出来る。従って，$\alpha < \alpha_0$なる補剛板では，非常に安全側の設計を行うことになる。

AASHTOで期待する安全率ν_Bは約0.55すなわち約1.8である。

(7) IDWR[I-163]

① Part II

IDWRのPart IIIの製作規準を満足する補剛板の耐荷力を求める時に

用いられるのがPart Ⅱの設計規準である。ここでは補剛板を組み立てる時のビード断面積Aw，補剛板寸法及びその降伏点を用いて，補剛板の基準耐荷力を求める設計図表を提示している。その際，補剛材の先端が降伏する時を限界状態とみなす場合と，補剛板の板パネルが崩壊する時を限界状態とみなす場合の2通りを考えて，それらに対して耐荷力を計算し，いずれか小さい方を採用することにしている。Awは，補剛板に含まれる残留圧縮応力度を計算するために用いる。

②Part Ⅲ

ＩＤＷＲの製作規準を満足しない補剛板あるいは初期たわみ量の大きさが既知である補剛板の耐荷力を求める時に用いられるのがPart Ⅲの強度計算法である。Part Ⅲにおいては，以下のいずれかが満足された時に補剛板は極限状態に達するとしている。

i) 補剛材の先端が降伏点に達した時。

ii) 補剛材がねじり座屈を起こした時。

iii) 補剛材間の板パネルが極限状態に達した時。

iv) 補剛材と板パネルの接合辺での軸方向応力度が同規準で定める値σ_{BL}に達した時。ここで，σ_{BL}は，補剛板の弾性分岐座屈応力度と初期たわみの関数となっている。

以上の応力照査のうち，i)，iv)の照査は，板パネルの有効幅部分と補剛材からなる柱の弾性線形解析により行うこととしている。又，板パネルの有効幅には，接線有効幅（tangent effective width）と割線有効幅（secant effective width）の2種を示し，補剛板の弾性分岐座屈応力度の計算には接線有効幅，有効補剛材の応力解析には割線有効幅を用いるものとしている。以上の計算は，すべて図と式を用いて計算出来るようにはしているが，この方法を設計に用いるには，あまりにも繁雑過ぎるように思われる。

9．4．2　本実験値に基づく各国示方書の設計規準に対する考察

8章の実験で得られた極限応力度 $\bar{\sigma}_{gm}^{*}$ を式(6.4.2)で示した換算降伏点 σ_Y^{*} で無次元化した値を $k\bar{\sigma}^{*}$ とする。すなわち，

$$k\bar{\sigma}^{*} = \bar{\sigma}_{gm}^{*} / \sigma_Y^{*} \qquad \cdots (9.4.27)$$

同じく，各国示方書に提示されている基準耐荷力 $\bar{\sigma}_{gm}$ を降伏点 σ_Y で無次元化した値を $k\bar{\sigma}$ とする。更に，この $k\bar{\sigma}$ と $k\bar{\sigma}^{*}$ との比を次式のように定義する。

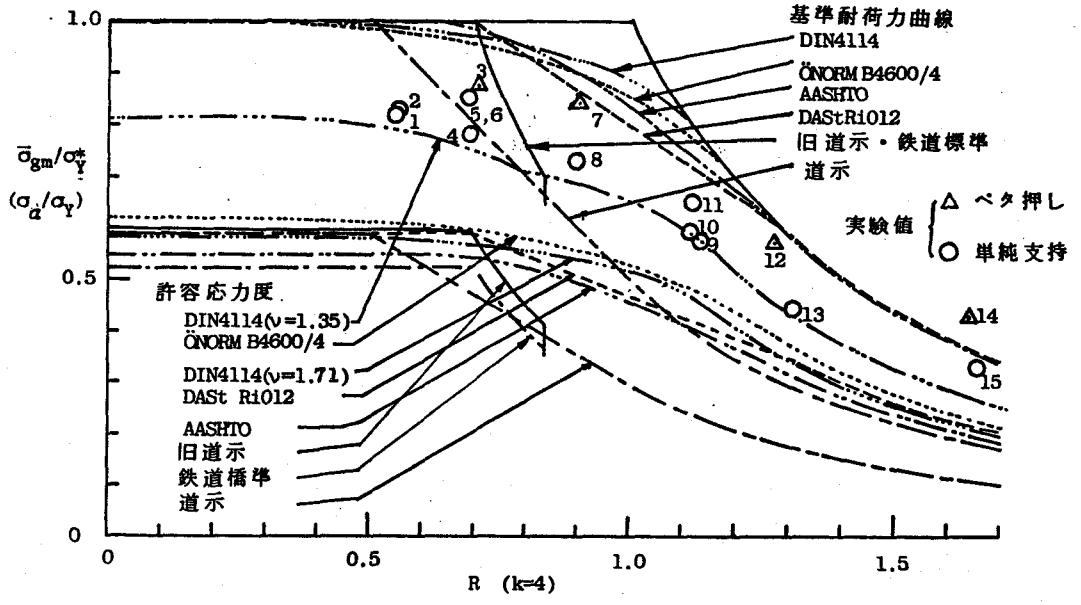
$$\mu = k\bar{\sigma}^{*} / k\bar{\sigma} \qquad \cdots (9.4.28)$$

$k\bar{\sigma}^{*}$，$k\bar{\sigma}$ 及び μ の値を，表－9.4.1 及び図－9.4.2 に示す。

更に，各国示方書の許容応力度 σ_a を σ_Y で無次元化した値の $k\bar{\sigma}^{*}$ に対する実安全率 ν^{*} を次式で定義する。

$$\nu^{*} = k\bar{\sigma}^{*} / (\sigma_a / \sigma_Y) \qquad \cdots (9.4.29)$$

ν^{*} の値を表－9.4.2 に示す。



図－9．4．2　極限応力度及び許容応力度と幅厚比パラメータ

表－9.4.1　実験結果及び各国示方書の基準耐荷力と本実験値との比較
（圧縮補剛板）

供試体	実験結果			旧道示		道示		鉄道標準[3]		DIN4114		DASt Ri012		ÖNORM		AASHO		PII[1]		PIII[1]	
	P_{gm} (t)	$k_{\bar{\sigma}}^{*}$	$k_{\bar{\sigma}}$	$k_{\bar{\sigma}}$	μ	$k_{\bar{\sigma}}$	μ	$k_{\bar{\sigma}}$	μ	$k_{\bar{\sigma}}$	μ	$k_{\bar{\sigma}}$	μ	$k_{\bar{\sigma}}$	μ	$k_{\bar{\sigma}}$	μ	$k_{\bar{\sigma}}$	μ	$k_{\bar{\sigma}}$	μ
A_1-1	225	0.82	0.94	x	x	x	x	x	x	x	x	1.00	0.820	0.978	0.838	0.800	1.03	0.67	1.22	0.62	1.32
A_1-2	235	0.83	0.97	°1.00	°0.83	x	x	1.00	0.83	x	x	1.00	0.830	0.972	0.854	0.831	1.00	0.70	1.19	0.65	1.28
A -1	325	0.87	1.44	0.98	0.89	0.794	1.10	0.98	0.89	0.97	0.90	0.996	0.873	0.955	0.911	0.571	1.52	♣	♣	♣	♣
A_0-1	280	0.78	1.25	x	x	x	x	x	x	x	x	0.929	0.840	0.932	0.837	0.593	1.32	0.57	1.37	0.54	1.44
A_0-2	310	0.85	1.33	°1.00	°0.85	0.813	1.05	1.00	0.85	°0.97	°0.88	1.00	0.850	0.959	0.886	0.705	1.21	0.71	1.20	0.61	1.39
A_0-3	330	0.85[2]	1.34	1.00	0.85	0.811	1.05	1.00	0.85	0.97	0.88	1.00	0.850	0.958	0.887	0.809	1.05	0.72	1.18	0.61	1.39
B -1	244	0.84	1.39	—	—	0.603	1.39	—	—	0.93	0.90	0.867	0.969	0.901	0.932	0.422	1.99	♣	♣	♣	♣
B_0-1	210	0.73	1.19	—	—	0.604	1.21	—	—	0.93	0.78	0.868	0.841	0.902	0.809	0.423	1.73	0.48	1.52	0.53	1.38
E_0-1	95	0.57[2]	0.78	—	—	0.388	1.47	—	—	°0.77	°0.74	0.706	0.807	0.760	0.75	0.261	2.18	0.42	1.36	0.54	1.06
E_0-2	104	0.59[2]	0.78	—	—	0.403	1.46	—	—	0.80	0.74	0.720	0.819	0.778	0.758	0.353	1.67	0.50	1.18	0.51	1.16
E_0-3	125	0.65[2]	0.83	—	—	0.399	1.63	—	—	0.80	0.81	0.717	0.907	0.774	0.840	0.451	1.44	0.50	1.30	0.58	1.12
C -1	170	0.57	0.78	—	—	0.310	1.84	—	—	0.62	0.92	0.615	0.927	0.621	0.918	—	—	♣	♣	♣	♣
C_0-1	140	0.44	0.64	—	—	0.291	1.51	—	—	°0.58	°0.76	0.582	0.756	0.582	0.756	—	—	0.38	1.16	0.40	1.10
D -1	95	0.43	0.57	—	—	0.187	2.30	—	—	0.37	1.16	0.374	1.15	0.374	1.15	—	—	♣	♣	♣	♣
D_0-1	75	0.33	0.45	—	—	0.182	1.81	—	—	°0.36	°0.92	0.365	0.904	0.365	0.904	—	—	0.31	1.06	0.29	1.14

1）：IDWRのPartⅡ，PartⅢ，2）：板と補剛材の降伏点が異なるもの，
——：規準外の幅厚比，×：所定の補剛材剛比を有しないもの，$k_{\bar{\sigma}}^{*}$：$k_{\bar{\sigma}}$ の実験値（実側の降伏点で無次元化），$k_{\bar{\sigma}}$：$k_{\bar{\sigma}}$ の実験値（公称降伏点で無次元化）
3）：1974年の必要最小剛比の規準を満足するもの。

$k_{\bar{\sigma}}=\bar{\sigma}_{gm}/\sigma_Y$

表－9.4.2　各国示方書の許容応力度の本実験値に対する実安全率

（圧縮補剛板）

供試体	旧道示		鉄道標準[3]		道示		DIN(1952)		DIN(1973)		DASt Ri012		ÖNORM		AASHTO	
	σa/σy*	ν*	σa/σy*	ν*	σa/σy*	ν*	σa/σy*	ν*	σa/σy*	ν*	σa/σy	ν*	σa/σy	ν*	σa/σy*	ν*
A_1-1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	0.588	1.39	0.611	1.34	0.440	1.86
A_1-2	°0.59	°1.41	0.53	1.56	X	X	X	X	X	X	0.588	1.41	0.608	1.37	0.458	1.81
A-1	0.58	1.50	0.52	1.67	0.467	1.86	0.75	1.16	0.58	1.50	0.586	1.48	0.597	1.46	0.310	2.81
A_0-1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	0.546	1.43	0.583	1.34	0.322	2.42
A_0-2	°0.59	°1.44	0.53	1.60	0.478	1.78	0.75	1.13	0.57	1.49	0.588	1.45	0.599	1.42	0.388	2.19
A_0-3	0.59	1.44	0.53	1.60	0.478	1.78	0.75	1.13	0.57	1.49	0.588	1.45	0.599	1.42	0.456	1.86
B-1	–	–	–	–	0.355	2.37	0.69	1.22	0.54	1.56	0.510	1.65	0.563	1.49	0.229	3.67
B_0-1	–	–	–	–	0.355	2.05	0.69	1.06	0.54	1.35	0.510	1.43	0.564	1.29	0.230	3.17
E_0-1	–	–	–	–	0.228	2.50	0.58	0.98	0.45	1.27	0.415	1.37	0.475	1.20	0.142	4.01
E_0-2	–	–	–	–	0.237	2.49	0.59	1.00	0.47	1.26	0.424	1.39	0.486	1.21	0.192	3.07
E_0-3	–	–	–	–	0.235	2.77	0.59	1.10	0.47	1.38	0.422	1.54	0.484	1.34	0.245	2.65
C-1	–	–	–	–	0.182	3.13	0.46	1.24	0.36	1.58	0.362	1.58	0.388	1.47	–	–
C_0-1	–	–	–	–	0.171	2.57	0.43	1.02	0.34	1.29	0.342	1.29	0.364	1.21	–	–
D-1	–	–	–	–	0.110	3.91	0.28	1.54	0.22	1.95	0.220	1.95	0.234	1.84	–	–
D_0-1	–	–	–	–	0.107	3.08	0.27	1.22	0.21	1.57	0.215	1.54	0.228	1.45	–	–
ν_B	1.7		1.9		1.7		1.35		1.71		1.7		1.6		1.8	

—：規準外の幅厚比を有するもの，×：所定の補剛材剛比を有しないもの，
○：所定の必要最小剛比を有するもの，ν*：安全率，3）：１９７４年の必要最小剛比の規準を満足するもの。

（１）旧道路橋示方書

表－9.4.1より，旧道示規準を満足する供試体の極限応力度は降伏点に達しておらず，その実験値に対する比νが0.83～0.89になっていることがわかる。旧道示の必要最小剛比を有する供試体A_1-2，A_0-2において，それらの極限応力度の降伏点からの低下量は約15%となり，実安全率ν*は約1.4となっている。このように安全率ν_B=1.7のうち初期不整により0.3に相当する部分の耐荷力の低減があるが，この低減量は安全率1.7の中に完全に吸収されることが明確になった。

（２）鋼鉄道橋設計標準の検討

表－8.2.1より，この規準の幅厚比を満足する供試体はA_1-1，A_1-2，

A-1, A_0-1, A_0-2, A_0-3の6体であるが，1975年の内規[I-185]で定められている必要最小剛比の規準を満足する供試体は一体もないことがわかる。そこで，1974年の鉄道標準の必要最小剛比の規準を満足する供試体であるA_1-2, A-1, A_0-2, A_0-3の4体について考察を行う。

表-9.4.1より，同示方書で定める基準値k_0の実験値に対する比νは，一番小さいもので0.83であり旧道示と全く同じであることがわかる。しかし，実安全率ν^*は1.55となり旧道示のν^*=1.41より若干安全であることが表-9.4.2よりわかる。これは，鉄道標準では安全率ν_Bを1.9と旧道示より大きくしているためである。

（3）道路橋示方書

補剛材剛比γが本規準で定める必要最小剛比γ_nより大なる実験供試体は，A-1, A_0-2, A_0-3, B-1, B_0-1, E_0-1, E_0-2, E_0-3, C-1, C_0-1, D-1, D_0-1の12体であることが表-8.2.1よりわかる。図-9.4.2より，これらの実験値は，すべて，道示の基準耐荷力曲線より上側に位置し，この基準耐荷力曲線は安全側の耐荷力を与えることがわかる。しかし，表-9.4.1より，Rが1.0より大なる供試体E, C, Dシリーズの実験値に対する係数νは1.47～2.30と非常に大きく，Rが大なる領域では，道示の基準耐荷力曲線は非常に安全側の耐荷力を与えることがわかる。又，図-9.4.2を見るとわかるように，道示の基準耐荷力曲線及び許容応力度曲線は，DASt Ri012, AASHTO, ÖNORM B4600/4のそれらよりかなり安全側に位置していることがわかる。

表-9.4.2より，実安全率ν^*も，期待する安全率ν_B=1.7を十分確保していることがわかる。

（4）DIN 4114の検討

1952年に定められた旧規準に基づく許容応力度の実安全率ν^*は0.98～

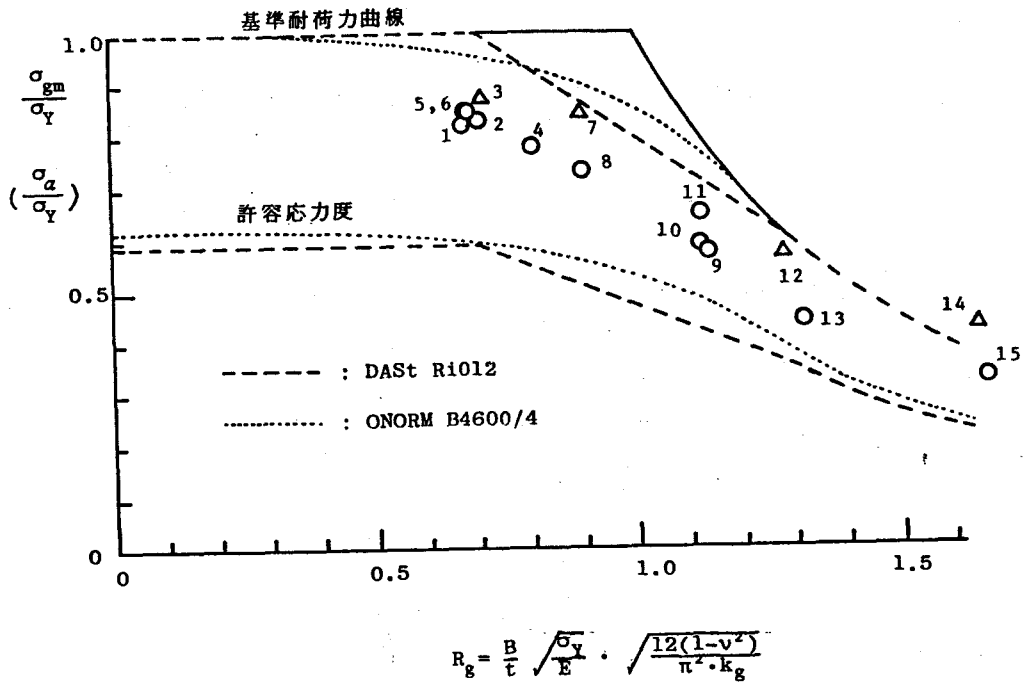
1.54となり1.0を下回るものもあることが表-9.4.2よりわかる。更に同表より，安全率$\nu_B=1.71$の暫定規準の実安全率ν^*は最も低い場合で1.26となっていることがわかる。

(5) DASt Ri012

図-9.4.3にDASt Ri012の基準耐荷力曲線及び許容応力度曲線と実験値を対比して示す。ただし，この図においては，図-9.4.2と異なり，横軸に式(9.4.16)により与えられる幅厚比パラメータR_gを取った。プロットした実験値の$\bar{\sigma}_{gm}^*/\sigma_Y^*$と$R_g$の関係はほぼDASt Ri012の基準耐荷力曲線に平行していることがわかる。供試体Co-1に対してνは最小値0.756を取ることが表-9.4.1でわかる。又，この供試体に対して，ν^*も最小値1.29を取り，$\nu^*/\nu_B=0.76$となる(表-9.4.2)。

(6) ÖNORM B4600/4

ÖNORM B4600/4の基準耐荷力曲線及び許容応力度曲線と実験値を

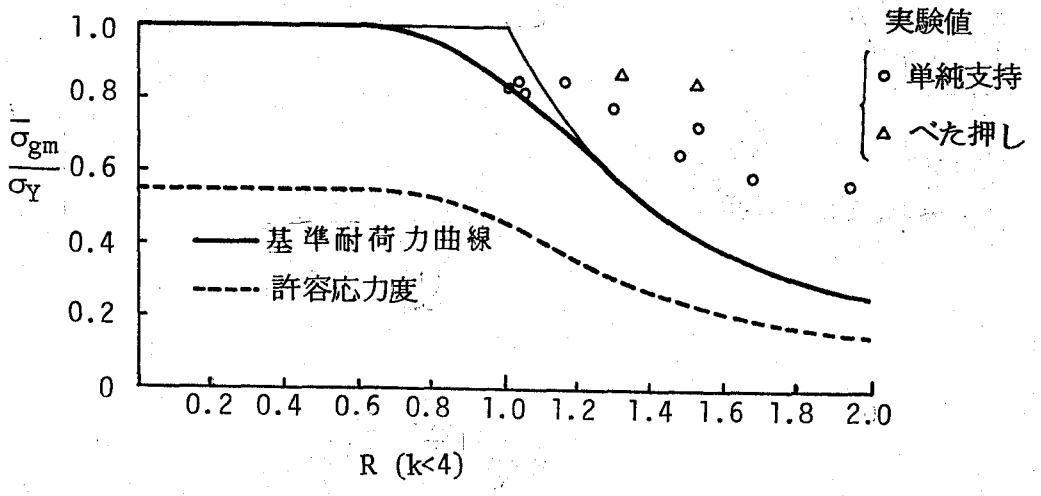


図－9.4.3　DASt R1o12及びÖNORM B4600／4の基準耐荷力と実験値との比較　　(圧縮補剛板)

対比して同じく図-9.4.3に示す。ÖNORM B4600/4の基準耐荷力曲線はDASもRi012のそれと類似しているが，$0.3 \leq R_g \leq 0.8$の範囲では，後者の方が大きめの値を示し，$0.8 \leq R_g \leq 1.29$の範囲では前者の方が大きめの値を示している。$R_g \geq 1.29$の範囲では両者は同じ値を示す。ÖNORM B4600/4においては，μの最小値は，供試体E_0-1の場合に，0.75を取る（表-9.4.1）。又，この時，実安全率ν^*も最小値1.20を取り，ν^*/ν_Bは0.75となる（表-9.4.2）。

（7）AASHTOの検討

幅厚比規準$b/t \leq 60$を満足する供試体はA_1-1，A_1-2，A-1，A_0-1，A_0-2，A_0-3，B-1，B_0-1，E_0-1，E_0-2，E_0-3の11体である。表-9.4.1及び表-9.4.2より，μの最小値は，供試体A_1-2の場合に，1.00を示し，又この時，実安全率ν^*も最小値1.81となり非常に安全側の規準であることがわかる。又AASHTOに基づく座屈係数Rを用いて求めたRによって実験結果をプロットすると図-9.4.4のようになる。本実験供試体の縦横比α_gはすべてα_0以下であり，$\alpha_g > \alpha_0$なる補剛板を対象



図－9.4.4　AASHTO　の基準耐荷力と実験値との比較
（AASHTO　の座屈係数kを用いたプロット，圧縮補剛板）

とにAASHTOは，$\alpha_g < \alpha_0$なる補剛板に対しては非常に安全な規準であることが図-9.4.4よりわかる。

又，本実験の供試体の補剛材剛度$\bar{I}$を式（9.4.25）に代入し座屈係数kを求め表-8.2.1に付記した。非常に補剛材剛度の大きい供試体E_0-3を除く他のすべての供試体でkが2以下となっていることが同表よりわかる。

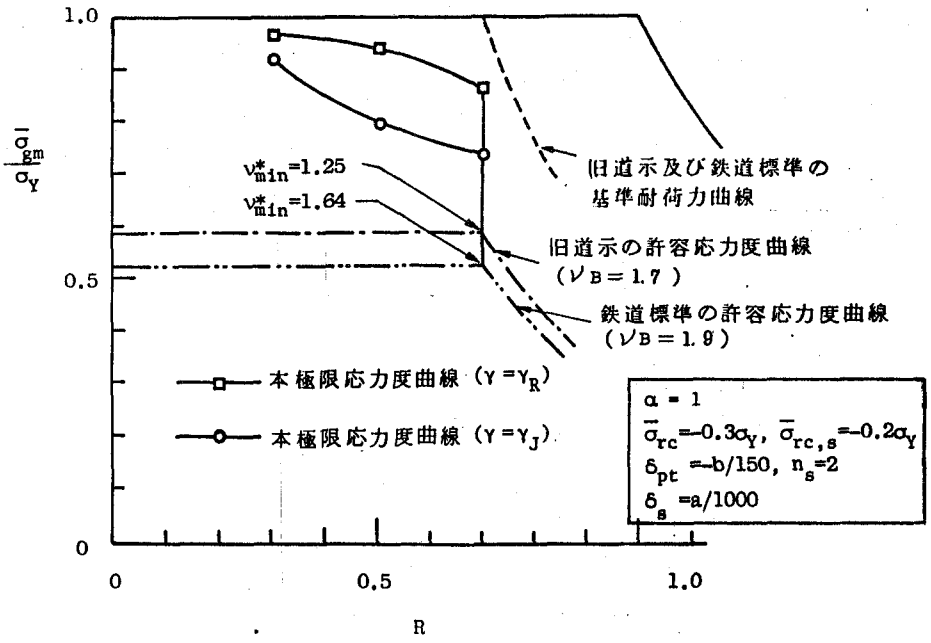
（8）IDWR

PartⅡ，PartⅢの両規準のそれぞれの場合について，基準耐荷力を算出した。その計算に必要な残留応力度の値としては，表-8.2.5に示す実測の平均残留圧縮応力度$\bar{\sigma}_{rc}$を用いた。又，PartⅢに基づく強度計算に必要な板パネル及び補剛材の初期たわみには実測値を用いた。更にPartⅢにおいては，残留応力が極限応力度に及ぼす影響を考慮出来る2種の計算法が提示されている。そのうち本研究では，残留応力度を初期たわみに換算する方法を採用した。

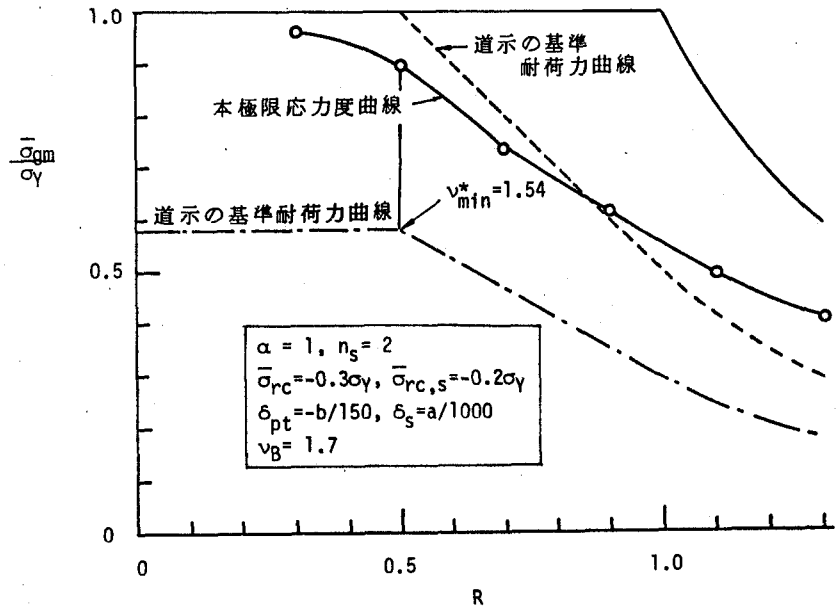
表-9.4.1に示すμの値がすべて1より大となっていることからIDWRはPartⅡ，PartⅢ共に十分安全側の規準であることがわかる。ただし，IDWRでは，限界状態設計法を適用し，各荷重に対する荷重係数が異なっているため，具体的設計例が与えられないと，どの程度の実安全率及び実荷重係数を有するかを具体的に議論することは出来ない。

9.4.3 弾塑性有限変位解析結果に基づく各国示方書における設計基準に対する考察

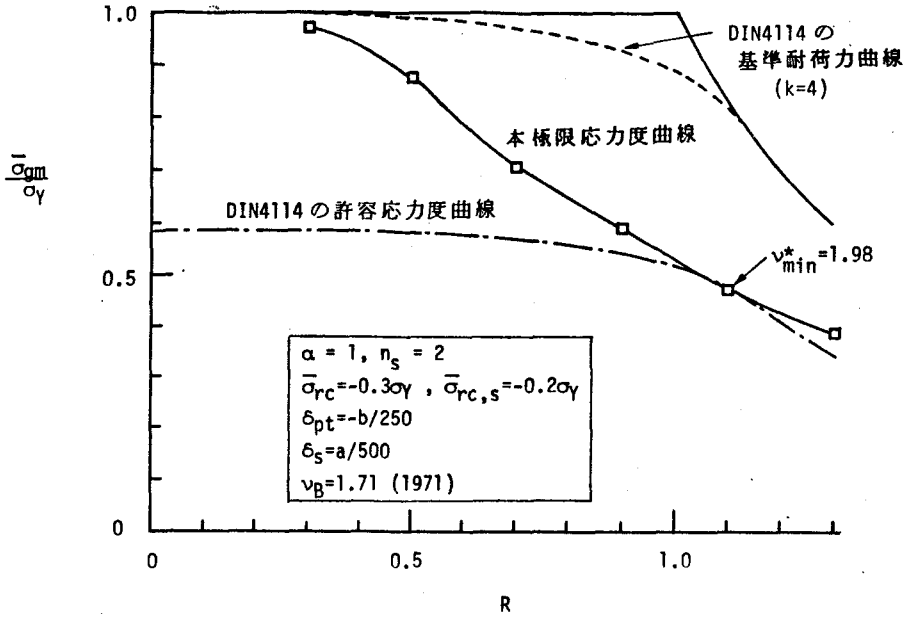
6章で示した弾塑性有限変位解析により得られた極限応力度曲線と各国示方書の基準耐荷力曲線及び許容応力度曲線を対比して図-9.4.5～9.4.9に示す。更に，各国示方書の許容応力度の本極限応力度に対する実安全率ν^*を図-9.4.10に，ν^*の最小値を表-9.4.3に示す。



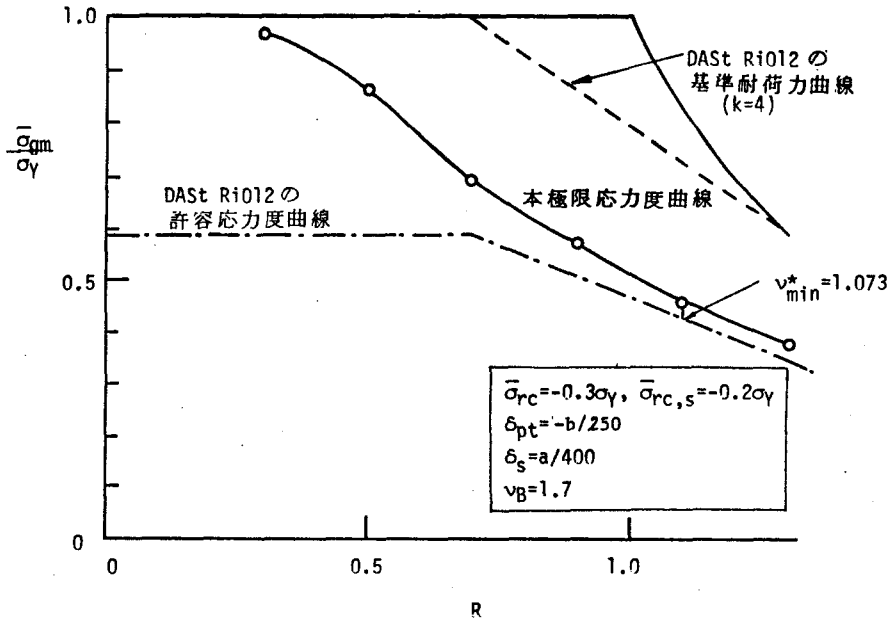
図－9.4.5　旧道示及び鉄道標準の基準耐荷力の検討（圧縮補剛板）



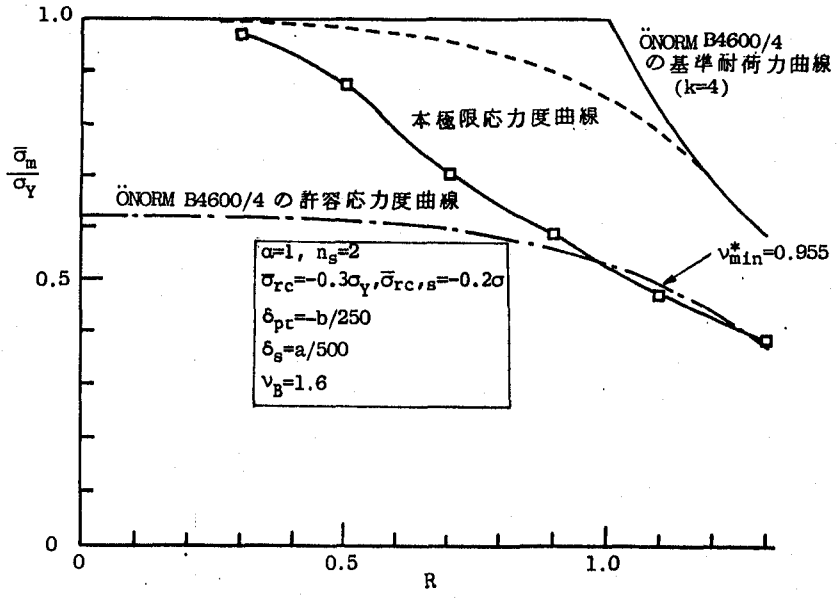
図－9.4.6　道示の規準耐荷力の検討（圧縮補剛板）



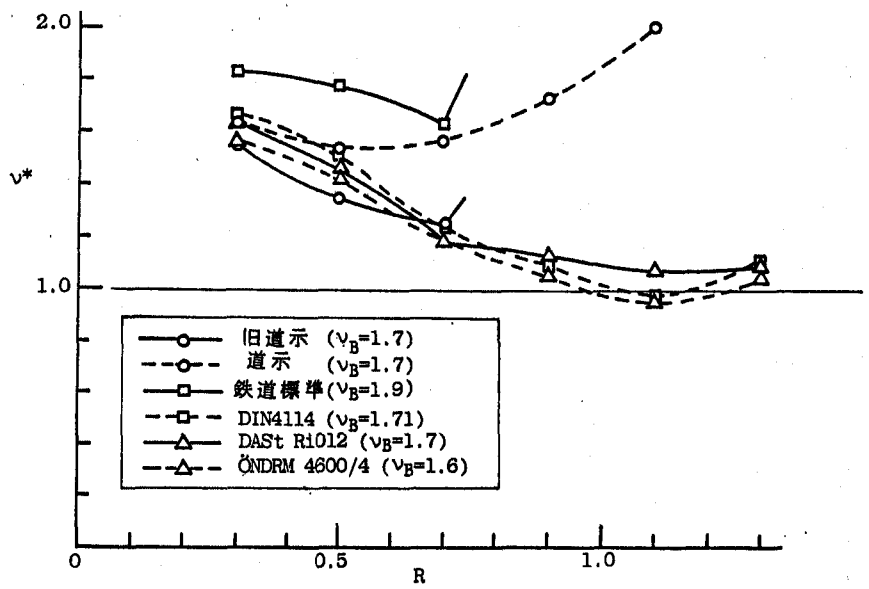
図－９．４．７　ＤＩＮ４１１４の規準耐荷力の検討（圧縮補剛板）



図－９．４．８　ＤＡＳｔ Ｒｉｏ１２の基準耐荷力の検討（圧縮補剛板）



図－9.4.9　ÖNORM B4600／4 の基準耐荷力の検討（圧縮補剛板）



図－9.4.10　実安全率曲線（圧縮補剛板）

なお，本極限応力度を計算する時の補剛板の補剛材剛比 γ には，それぞれの示方書で定める必要最小値を用いた。ただし，DASt Ri012 及び ÖNORM B4600/4 では，必要最小剛比という考え方が存在しないので，弾性線形座屈理論に基づく必要最小剛比 γ^* を準用した。なお，DASt Ri012 及び ÖNORM B4600/4 のいづれの場合も，式(9.4.17)を用いて補剛材の剛比 γ を求めても γ は，γ^* より大きい値となった。そしてRとしては式(9.4.16)による R_g を用いる。すなわち，$R=R_g$ とする。初期たわみには，3.1.1(2)節で示した各国示方書で定める許容限界値を用いた。ただし，DIN 4114 の場合は，DIN 1079[11] で定める許容限界値($\delta_{pl}=-b/250$，$\delta_s=a/500$)を採用した。残留応力については，3.4節で示した推定上限値($\bar{\sigma}_{rc}=-0.30\sigma_Y$，$\bar{\sigma}_{rc,s}=-0.20\sigma_Y$)を用いた。

道示の $R>0.87$ の領域を除いて，すべての示方書の基準耐荷力曲線は本極限応力度曲線を上回り，危険側の値を与えていることがわかる。
DIN4114 の設計規準はもはや実際に使用されていないが，Rが1.11付近で，その許容応力度は本極限応力度を下回っていることがわかる。
更に，ÖNORM B4600/4 においても，$1.0<R<1.25$ の範囲においては，その許容応力度が本極限応力度を下回っていることがわかる。
表-9.4.3に示した実安全率の最小値 ν^*_{min} は，表-9.4.2に示した実験値に対する実安全率よりもかなり下回っている。これは，実験においては，初期たわみや残留応力などの初期不整の上限値の組合せ状態が実際に出現する確率が小さいためであると考えられる。このような初期不整の上限値の組合せ状態を想定し

表－9.4.3　最小実安全率
（圧縮補剛板）

示方書	R	ν^*_{min}	ν_B	ν^*_{min}/ν_B
旧道示	0.7	1.25	1.7	0.74
道示	0.5	1.54	1.7	0.91
鉄道標準	0.7	1.64	1.9	0.86
DIN4114	1.1	0.98	1.71	0.57
DAST Ri012	1.1	1.703	1.7	0.63
ÖNORM4600/4	1.1	0.955	1.6	0.60

た本極限応力度に対するν^*_{min}は，DIN4114，DASt Ri.012及びÖNORM B4600/4では，1に近い値を示しており，これらの示方書で設計した補剛板を用いると，再び落橋事故が起こる可能性がないとは言えない。道示では，ν^*_{min}=1.54となり，同示方書で期待する安全率の90%の安全率が確保されていることがわかる。

9.5 結言

（1）板幅bの1/150の初期たわみと降伏点σ_Yの40%の残留圧縮応力度を有し，一様相対圧縮変位を受ける周辺単純支持板の弾塑性有限変位解析より得られた本極限応力度曲線と各国示方書で定める周辺単純支持板に対する許容応力度を比較して以下の点が明らかになった。

① 各示方書で規定している許容応力度の本極限応力度に対する実安全率ν^*は幅厚比パラメータRにより変化するが，その最小値ν^*_{min}は，道路橋示方書（1980），鋼鉄道橋設計標準（1975），DIN4114（1973），DASt Ri.012（1978），ÖNORM B4600/4（1972），BS153（1972）及びAASHTO（1978）の場合，それぞれ，1.39，1.55，1.24，1.37，1.20，1.54及び1.39となった。
又，各示方書で期待する安全率ν_Bに対するν^*_{min}の比は，上記示方書の順に，それぞれ，0.82（1.7），0.82（1.9），0.73(1.71)，0.81（1.7），0.75(1.6)，0.91(1.7)及び0.77(1.8)となる。ここに，（ ）内の数字は，各示方書で定めるν_Bの値である。

② Rに対するν^*の変化状態から判断してBS153の有効幅公式の合理性が本極限応力度曲線によって立証することが出来た。

③道路橋示方書の実安全率ν^*は1.39であり，道路橋示方書の期待する安全率1.7より18%のくい込みが認められた。この18%の安全率の

くい込みのうち初期にわみによるものが15%，残留応力によるものが3%であることがわかった。

（2）板継ぎ溶接部の目違い量に対する道路橋示方書の規準 $e/t \leq 1/10$ は，補剛板の板パネルに対しては，圧縮強度という観点から考えると，もう少し緩和してもよいことがわかった。

（3）超過確率4%の目違い量を有する $R=0.7$ の周辺単純支持の圧縮板においては，本極限応力度に対する道路橋示方書の許容応力度の実安全率 ν^* は1.58となった。道示の許容限界値である板厚の1/10の目違い量を有する圧縮板の場合には，$\nu^*=1.62$ となった。

（4）突出幅 h_s の1/100の初期にわみと $-0.4\sigma_Y$ の残留圧縮応力度を有し，一様相対圧縮変位を受ける3辺単純支持1辺自由板の弾塑性有限変位解析により得られた本極限応力度 σ_m と各国示方書で定める自由突出圧縮フランジに対する許容応力度 σ_a を比較して以下の点が明らかになった。

①実安全率 σ_m/σ_a の最小値 ν^*_{min} は，道路橋示方書，鋼鉄道橋設計標準，AASHTO，BS 153，DAST Ri012，ÖNORM B4600/4 の場合，それぞれ，1.63，1.83，1.75，1.33，1.54及び1.39となった。更に，ν^*_{min}/ν_B は，それぞれ，0.96，0.96，0.97，0.78，0.91及び0.87となった。

②道路橋示方書，鋼鉄道橋設計標準及びAASHTOでは，初期不整の上限値を有する場合でも，各示方書で期待する安全率の95%は確保出来ることがわかった。

（5）自由突出圧縮フランジの初期たわみ測定検査法を早急に設ける必要があることを示した。又，そのための測定検査法について言及した。

（6）載荷辺の中央あるいは，自由縁から $h_s/3$ 点に剛棒を介して集中圧縮力を受ける自由突出板においては，その極限応力度が道路橋示方書で期待

する基準耐荷力の90%を確保出来ない場合も起こり得るので，この種の自由突出板の強度設計については，今後十分に検討する必要があることがわかった。

（7）自由突出圧縮板の板継ぎ溶接部に存在する目違い量は，圧縮強度という面からはほとんど問題にならないことがわかった。

（8）道路橋示方書，DIN 4114，DASt Ri012，ÖNORM B4600/4 及び AASHTO の補剛板の許容応力度の本実験値に対する実安全率 ν^* の最小値は，それぞれ，1.86，1.26，1.29，1.20，1.81 となった。

（9）縦補剛材2本，縦横比1の連続補剛板を離散化モデル化し，弾塑性有限変位解析を行うことによって求めた極限応力度の本推定下限値と各国示方書の許容応力度を比較することによって以下の点が明らかになった。

①道路橋示方書，鋼鉄道橋設計標準，DIN 4114，DASt Ri012 及び ÖNORM B4600/4 で定める許容応力度の本推定下限値に対する実安全率の最小値 ν^*_{min} は，それぞれ，1.54，1.64，0.98，1.073 及び 0.955 となった。

②更に，ν^*_{min}/ν_B は，上記示方書の順に，0.91，0.86，0.57，0.63 及び 0.60 となった。

③DIN 4114 及び ÖNORM B4600/4 で ν^*_{min} が1を下回るRの領域は，それぞれ，1.05～1.15 及び 1.0～1.25 の範囲であった。

④実験値に対する各国示方書の実安全率は，本推定下限値に対する実安全率よりかなり上回っていた。これは，実験においては，初期にわみや残留応力などの初期不整が推定上限値の組合せ状態で出現する確率が小さいためであると考えられる。

参　考　文　献　（第９章）

1) DIN1079, Stählerne Strassenbrücken,Grundsätze für die bauliche Durchbildung,September 1970.

2) 小松定夫・北田俊行：初期不整を有する圧縮板の極限強度特性に関する研究，土木学会論文報告集，第270号，昭和53年2月，P.1～14。

3) 小松定夫編：鋼橋部材の形状初期不整と耐荷力の統計学的研究，5.2自由突出フランジ及び板継ぎ部，JSSC日本鋼構造協会誌，Vol.16，№170，1980年4月，（分担執筆）。

4) 小松定夫・北田俊行：初期不整を有する自由突出圧縮鋼板の極限強度特性について，土木学会論文報告集，（投稿中）

5) 小松定夫・牛尾正之・北田俊行：補剛材を有する圧縮板の極限強度に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第255号，昭和51年11月，P.47～61。

第10章　結　論

本論文では，圧縮鋼板及び圧縮補剛鋼板に関する強度特性を究明し，それらの合理的設計を推進するに必要な基礎的資料を提供するために実施した理論的並びに実験的研究について詳述した。

以下，本論文で得られた主要な結論を章別に要約する。

第1章においては、まず，1969年から1971年に続発した鋼箱桁橋の落橋事故の1因が，線形座屈理論に基づく設計法にあったことを示した。そして本論文のように，弾塑性有限変位理論の立場から圧縮板及び圧縮補剛板の極限強度特性を明らかにすると共に，実橋の圧縮板及び圧縮補剛板に含まれる初期たわみ，残留応力，板継ぎ部目違い量及び同角変形量などの初期不整の大きさを調査する必要性があることを述べた。次に，圧縮板及び圧縮補剛板の極限強度に関する既往の研究について述べ，本研究の位置づけを歴史的な立場から明確にした。上記落橋事故後の我が国及び欧米各国では，設計規準の再検討がなされ，最近は，それらの本格的なあるいは暫定的な改訂が行われていることを示し，このように，緊迫した我が国及び欧米各国の現状及び問題点を調査し，本研究を進める上での考察の対象とした。更に，本研究の目的と内容を明記した。

第2章においては，まず，弾塑性解析手法としてのハイブリッド法を提案し，この方法が精度，計算時間の点で非常に優れていることを示した。次に，初期たわみ，残留応力及び板継ぎ部目違い量を有する圧縮板の弾塑性有限変位理論を有限要素法を用いて定式化した。更に，この圧縮板の理論を一次元柱部材の場合に簡易化することにより，圧縮柱の弾塑性有限変位挙動に対する1解析法を導いた。第8章で提案する補剛板の極限応力度の実用計算法で用いる有効補剛材の極限応力度曲線を作成する際に，この方法は大いに有用であった。更に，筆者が提案し

た上記の有限要素法にモーダルアナリシス的手法を導入した一解析手法（混用法）を開発し，初期たわみと残留応力を有する圧縮補剛板の弾塑性有限変位解析を可能にした。

第3章においては，鋼橋の板要素に含まれる初期不整について取り扱い，以下の点を明らかにした。①我が国の実橋の自由突出圧縮フランジの初期たわみのばらつきは，ワイブル分布及びガンマ分布によく適合することがわかった。②同じく自由突出圧縮フランジの両自由縁を通じての絶対最大初期たわみ $\bar{w}_o$ の平均値は突出フランジの片側幅 hs の 1／108，標準偏差は hs／154 となった。③道路橋示方書の腹板とフランジの直角度規準である $\bar{w}_o/hs = 1/100$ を越える確率は，ワイブル分布と考えた場合 36.7%，ガンマ分布と考えた場合 36.2% となった。④実橋の板継ぎ溶接部の目違い量及び角変形量の実測値もワイブル分布及びガンマ分布によく適合することがわかった。⑤実測の絶対最大目違い量と最小板厚の比 e_{max}/t_{min} の平均値は自由突出圧縮フランジで 1／23.3，補剛板の板パネルで 1／16.7，補剛材等厚継手で 1／22.0，標準偏差は，それぞれ，1／38.3，1／29.8 及び 1／30.3 となった。⑥実測の絶対最大角変形量と測定長の比 θ_{max}/G の平均値は，上記構造要素の順に，それぞれ，1／350，1／417 及び 1／374 となり，標準標差は，それぞれ，1／362，1／596 及び 1／359 となった。⑦実測の e_{max}/t_{min} が道路橋示方書の許容限界値 1／10 を越える確率は，上記同順に，3%，12% 及び 7% となった。⑧一部に実物大模型を含む各種補剛板模型による残留応力の測定を実施し，補剛板の残留応力分布の算定公式を提示すると共に，残留応力度の推定上限値の提案値を鋼種別に示した。⑨提案した補剛板の板パネルの平均残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc}$ は，SS41，SM50，SM53，SM58 及び HT80 の場合において，それぞれ，降伏点 σ_Y の 0.3，0.25，0.23，0.20，015 倍である。⑩同じく補剛材の平均残留圧縮応力度 $\bar{\sigma}_{rc,s}$ は，上記鋼種順に，それぞれ，$0.2\sigma_Y$，

$0.17\sigma_Y$，$0.16\sigma_Y$，$0.15\sigma_Y$及び$0.12\sigma_Y$である。

第4章においては，一様相対圧縮変位を受ける周辺単純支持板に対して，弾塑性有限変位理論に基づくパラメトリック解析を行い以下の結論を得た。①板幅bの1／150の初期たわみと－0.4σ_Yの残留圧縮応力度を有する周辺単純支持板を対象とし，その側辺の面内横方向変位の条件が自由と平行移動の2種類の場合の極限応力度曲線（$\bar{\sigma}_m/\sigma_Y$－R曲線）を設計資料として提示した。ここに，$\bar{\sigma}_m$は平均圧縮応力度の極限値であり，Rは幅厚比パラメータである。②この本極限応力度曲線は種々の実験値の下限値によく適合していることがわかった。③板継ぎ溶接部が存在する補剛板の板パネル（R＝0.7）においては，超過確率が1％程度の大きな目違い量となっているのに対して，その極限応力度の降伏点からの低下率は4％程度と極めて小さく，圧縮強度という面からは，目違い量はほとんど問題にならないことがわかった。④板継ぎ溶接部を有するR＝0.7の周辺単純支持板においては，超過確率が4％及び1％の目違い量に対応する極限応力度の降伏点からの低下率は，それぞれ7.6％及び9.7％となった。⑤変厚偏心継手においては，薄い方の板が厚い方の板に補強される傾向が現われた。⑥板継ぎ溶接部に角変形量を有する板に対しては，その最大初期変形量と同じ大きさの初期たわみを有する板継ぎ部のない板に置き換えて，その極限応力度を求めれば，安全側の良好な近似値を得ることが出来る。

第5章においては，1）まず．自由突出圧縮板を突出値h_sの1／100の初期たわみ及び－0.4σ_Yの残留圧縮応力を含む3辺単純支持1辺自由の等方性板にモデル化し，弾塑性有限変位理論を適用した解析結果より以下に示すような主な結論を得た。①載荷方法及び残留応力分布をパラメータに種々の極限応力度曲線を提示した。②一様相対圧縮変位を受ける場合の極限応力度曲線は各種実験値の下限値によく適合した。③単純支持側辺に沿って集中圧縮力を受ける場合におい

ては，横倒れ現象が起こらなかった。2）次に自由突出圧縮フランジの実測初期たわみに基づいた極限強度解析の結果，以下の結論を得た。①超過確率が36％（$\bar{W}_0/h_S=1/100$）及び3％（$\bar{W}_0/h_S=1/40$）の初期たわみを有する幅厚比パラメータR_Sが0.7の自由突出圧縮フランジでは，それぞれ，降伏点から約5％及び10％の強度低下が認められた。②$\bar{W}_0/h_S=1/40$及び$1/100$の初期たわみを有する自由突出圧縮フランジの極限応力度曲線を提示した。3）板継ぎ溶接部が存在する$R_S=0.7$の自由突出圧縮板の弾塑性有限変位解析を行った結果，以下のことがわかった。①超過確率が1％程度の大きな目違い量に対しても，極限応力度の降伏点からの低下量は極めて小さく，圧縮強度という面からは，自由突出板の板継ぎ部目違い量の存在はあまり問題にならないものと思われる。②板継ぎ部の角変形量については，周辺支持板の場合同様，初期たわみ波形に置き換えて極限強度を求めれば，安全側の良好な近似値を得ることが出来る。

第6章においては，第2章で開発した混用法を用い，曲げに対して十分剛な横補剛材を有し，その横補剛材間の補剛板パネルの縦横比が1で，2本の縦補剛材を有する実際的な連続補剛板を離散化モデル化し，弾塑性有限変位解析を実施して以下の代表的結論を得た。①補剛材剛比γを旧道路橋示方書で定める必要最小剛比γ_Jあるいは，道路橋示方書で定める必要最小剛比γ_Nの5倍に大きくしても，縦補剛材位置で節とならない全体的たわみモードが最も卓越していた。②補剛板の極限応力度$\bar{\sigma}_{gm}$は補剛材間の板パネルの初期たわみの大きさにはほとんど左右されないことがわかった。③補剛材剛比γをγ_Jあるいはγ_Nより大きくした時の$\bar{\sigma}_{gm}$の増加率は補剛材間の板パネルの幅厚比パラメータRが大きくなるほど大となる。$\gamma=5\gamma_J$とした時の$\bar{\sigma}_{gm}$の増加率は，$R=0.3$の場合，5.4％，$\gamma=5\gamma_N$とした時の増加率は$R=0.7$の場合，17.3％，$R=1.3$の場合，53.9％となった。④$R=0.7$，$\gamma/\gamma_N=1$で板パネルの降伏点の2.0倍の降伏点の縦補

剛材を有するハイブリッド補剛板の極限応力度$\bar{\sigma}_{gm}$／σ_Y^*は，等質補剛板の場合に比し，12.6％の増加が認められる。ここに，σ_Y^*は全断面圧縮降伏時の平均圧縮応力度である。⑤設計の便に供するため，$\gamma=\gamma_J$，$\gamma=\gamma_N$，$\gamma=\gamma_R$，$\gamma=\gamma^*$なる4種の補剛材剛比を有する連続圧縮補剛板の極限応力度曲線を提示した。ここに，γ^*は，弾性線形座屈理論から求まる必要最小剛比，γ_Rは，鋼鉄道橋設計標準で定める必要最小剛比であり$5\gamma_J$と一致する。

第7章においては，箱桁橋の圧縮フランジ等の比較的縦横比が小さく，かつ，初期たわみと残留応力を同時に有する圧縮補剛板の極限応力度を，柱モデルアプローチにより，近似的に計算出来る実用計算法を提示した。この計算法においては，補剛材間の板パネルの有効幅 be をまず決定し，次にこの板パネルの有効幅部分と補剛材からなるT形断面柱の極限応力度を決定することが必要である。有効幅に関しては，第4章において図式で示した種々の極限応力度曲線をそのまま有効幅曲線（$b_e/b-R$）として用いることにした。更に，T形断面柱の極限応力度曲線については，2.4節で開発した圧縮柱の弾塑性有限変位解析法を用いて，各種極限応力度曲線を図示した。従って，卓上計算機を用いた手計算でも本実用計算法の実行が可能となる。又，2.5節で開発した混用法を用いて，本実用計算法の検証を行いその有用性と適用範囲を示した。

第8章においては，圧縮補剛板の理論解の検証を行うための資料として，種々の幅厚比パラメータ及び補剛材剛比を有する16体の補剛板の初期不整の実測値及び極限応力度の実験値を統一的に提示し，以下の結論を得た。①第7章で提案した本実用計算法による解と実験値との誤差は，ほぼ＋5％～－10％の範囲内に入り，ばらつきも小さいことから本実用計算法の有用性が立証された。②2.5節で示した本弾塑性有限変位解析法（混用法）の妥当性を示した。

第9章においては，以上の章において得られた結論を用いて，各国示方書の圧縮鋼板及び圧縮補剛鋼板の設計規準の検討を行った。その結果，以下のことがわかった。(1)第4章で提示した本極限応力度曲線と各国示方書で定める周辺単純支持板に対する許容応力度 σ_a を比較して以下の点が明らかになった。①各示方書で定める許容応力度 σ_a の本極限応力度 $\bar{\sigma}_m$ に対する実安全率 ν^* ($=\bar{\sigma}_m/\sigma_a$) は，Rにより変化するが，その最小値 ν^*_{min} は，道路橋示方書，鋼鉄道橋設計標準，DIN4114，DAST Ri012，Ö NORM B4600/4，BS153及びAASHTOの場合，それぞれ，1.39，1.55，1.24，1.37，1.20，1.54及び1.39となった。②各示方書で期待する安全率 ν_B と ν^*_{min} の比 ν^*_{min}/ν_B は，上記示方書の順にそれぞれ，0.82，0.73，0.81，0.75，0.91，0.77 となった。(2)板継ぎ溶接部の目違い量に対する道路橋示方書の許容限界値 e/t = 1/10 は，補剛板の板パネルにおいては，圧縮強度という面からは，もうすこし緩和してもよいことがわかった。(3)超過確率4％の目違い量を有するR = 0.7の周辺単純支持の圧縮板においては，本極限応力度に対する道路橋示方書の許容応力度の実安全率 ν^* は，1.58 となった。e/t = 1/10 の目違い量を有する板の場合には，ν^* = 1.62 となった。(4)第5章で示した $\bar{W}_0/h_s = 1/100$ と $\bar{\sigma}_{rc,s} = -0.4\sigma_Y$ なる初期不整を有する本極限応力度と各国示方書の自由突出圧縮フランジに対する許容応力度を比較して以下の点が明らかになった。① ν^*_{min} は，道路橋示方書，鋼鉄道橋設計標準，AASHTO，BS153，DAST Ri012，Ö NORM B4600/4 の場合，それぞれ 1.63，1.83，1.75，1.33，1.54 及び 1.39 となった。② ν^*_{min}/ν_B は，上記同順に，0.96，0.96，0.97，0.78，0.91，及び0.87となった。(5)自由突出圧縮フランジの初期たわみの測定検査法を早急に設ける必要があることを示した。又，そのために，1つの測定検査法を提示した。(6)載荷辺の中央点から自由縁よりにある載荷辺上の点に剛棒を介して集中圧縮力を受ける自由突出板においては，

その極限応力度は，道路橋示方書で期待する基準耐荷力の９０％ を確保出来ない場合も起こり得るので，この種の自由突出板の強度設計については，今後十分に検討する必要があることがわかった。(7)第８章で示した実験値に対する各国示方書の補剛板の許容応力度の実安全率 ν^* の最小値は，道路橋示方書，DIN4114，DAST Ri012，ÖNORM B4600／4，及びAASHTO の場合，それぞれ，1.55，1.26，1.29，1.20，及び 1.81 となった。(8)連続補剛板の弾塑性有限変位解析を行うことによって第６章で求めた極限応力度の本推定下限値と各国示方書の許容応力度を比較することによって以下の点が明らかになった。① ν^*_{min} は，道路橋示方書，鋼鉄道橋設計標準，DIN4114，DAST Ri012，ÖNORM B4600／4 の場合，それぞれ，1.54，1.64，0.98，1.073 及び 0.955 となった。② ν^*_{min} ／ν_B は，上記同順に，0.91，0.86，0.57，0.63 及び 0.60 となった。③本実験値に対する ν^*_{min} は，本理論値に対する ν^*_{min} よりかなり上回っていた。これは，実験においては，初期たわみや残留応力などの初期不整が推定上限値の組合せ状態で出現する確率が小さいためであると考えられる。

第１０章においては，本研究で得られた主な結論をまとめて示した。

このように，本論文においては，(1)まず，初期たわみ，残留応力及び板継ぎ部目違い量などの初期不整を有する無補剛圧縮鋼板の弾塑性有限変位解析法を有限要素法を用いて確立し，(2)その解析法を用いて，周辺単純支持の圧縮鋼板及び自由突出圧縮鋼板の極限強度特性を明らかにすると共に，この種の圧縮板の設計の便に供するため，種々の極限応力度曲線を提示した。(3)更に，実橋の板要素に存在する形状初期不整の実測調査を行い，自由突出圧縮フランジの初期たわみ，同じく板継ぎ溶接部初期不整（目違い量及び角変形量）並びに圧縮補剛板の板パネルと縦補剛材の同初期不整の大きさの程度を統計学的に把握し，(4)これらの初期不整と極限応力度の関係を確率論的あるいは準確率論的に明らかにした。(5)更に，

有限要素法を用いた圧縮板の解析法にRayleigh - Ritz法を導入した混用法を開発し，離散モデル化した圧縮補剛板の弾塑性有限変位解析を可能にした。(6)これと併行に，一部に実物大模型を含む各種補剛板模型による残留応力の測定を実施し，補剛板の残留応力分布の決定法を提示すると共に，残留応力度の推定上限値の提案値を示した。(7)そして，この残留応力分布と道路橋示方書で定める限界の初期たわみを有する補剛板の極限応力度を上記混用法を用いて厳密に解析することにより圧縮補剛板の極限強度特性を明らかにすると共に，圧縮補剛板の設計の便に供するための種々の極限応力度曲線を提示した。(8)更に，圧縮補剛板に関しては，柱モデルアプローチを用いることにより，かなりの精度でしかも簡単な図式計算で極限応力度の推定が可能な実用計算法を提案した。(9)又，周辺単純支持の条件で一様相対圧縮変位を補剛板に作用させる一連の破壊実験を実施し，圧縮補剛板の上記実用計算法及び混用法を用いた弾塑性有限変位解析法の検証を行った。

（10）最後に，以上の研究成果を用いて，各国示方書の圧縮鋼板及び圧縮補剛鋼板の設計規準の安全性について考察を加えた。

以上，圧縮板及び圧縮補剛板に関して行った本研究で得られた代表的な結論をまとめた。圧縮補剛板の極限強度特性を更に十分に把握するためには補剛板の縦横比及び補剛材本数を種々変化させたパラメトリック解析を行うことが必要である。更に，本研究においては，補剛板の最適設計法という問題までは言及しなかった。これらの問題については，今後の研究課題として，精力的に取り組みたいと考えている。その際，本研究で開発したRayleigh-Ritz法と有限要素法の混用理論は，この種のパラメトリック解析において有力な武器として大いに役に立つと確信している。

謝　辞

本論文は，昭和４５年４月１日から昭和５３年３月３１日までの８年間，筆者が，大阪大学　小松定夫教授の御指導を賜わり，同大学で実施した圧縮鋼板及び圧縮補剛鋼板に関する一連の研究成果を核としてまとめ上げたものである。未熟な筆者に対する同教授の超人的と思われる御指導力と御忍耐力がなければ本論文は有り得なかったものと思われます。又，本論文の執筆に当っては，御多忙すぎる御研究活動にもかかわらず，優先的に筆者のまずい原稿に目を通していただき，御懇切なる御指導と不断の御激励を賜わりました。ここに，深く感謝申し上げます。

大阪大学　伊藤冨雄教授，上田幸雄教授，浜田実教授，及び前田幸雄教授には，本論文をまとめるに当り貴重な御助言を賜わりました。ここに厚く感謝の意を表します。

筆者の所属する大阪市立大学工学部土木工学科橋梁研究室の中井博教授には，本論文をまとめるに当り，貴重な御助言を賜わると共に，種々の御便宜をはかっていただきました。ここに深謝の意を表します。

本研究の一連の実験において筆者と労を共にしていただきました日立造船株式会社技術研究所強度研究室の牛尾正之主任研究員に対して，ここに感謝の意を表します。

又，大阪大学時代に，筆者が本研究を実施する上で，何かと御便宜をはかって下さいました小松研究室の西村宣男講師及び川谷充郎助手に対してここに感謝の意を表します。

更に，本研究を実施する上で，当時大阪大学あるいは大阪大学大学院の学生であった金田典夫氏，牧野正恒氏，宮崎清司氏，矢野修一氏，岡田純一氏，竹谷栄一氏，奈良敬氏，吉田孝司氏，山岡寛臣氏，小島治雄氏及び現在大阪市立

大学大学院学生の坂口三代治氏，加茂年彦氏らの御協力を得たことを付記しここに感謝の意を表します。

筆者の所属する大阪市立大学の研究室の助手である酒造敏広氏及び同大学院学生の坂口三代治氏と加茂年彦氏には，本論文の膨大な図表のトレース及びタイプ打ちを手伝っていただきました。どうも有り難うございました。

同じく，筆者の所属する研究室の技術員である山下千尋氏には，本論文の清書のお手伝いをしていただきました。どうも有り難うございました。

更に，本研究を実施するに当り，文部省から科学研究補助金として，昭和48年度（一般B，代表者小松教授），昭和51年度（奨励A），昭和52年度（一般B，代表者小松教授），昭和53年度（試験研究1，代表者小松教授）及び昭和54年度（一般D）の5回に渡り補助を受けました。ここに感謝の意を表します。

又，日本鋼構造協会からは，IDM委員会（委員長　小松教授）の調査研究活動の一環として昭和53年度に研究補助を授かりました。ここに感謝の意を表します。

幸運にも，このように多くの方々の御指導，御助言及び御協力が得られましたことは，筆者にとりましては，望外の喜びと感じる次第であります。