



|              |                                                                             |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Title        | SU(3) QCDにおけるDirac流モノポールとカラーの閉じ込め                                           |
| Author(s)    | 鈴木, 恒雄                                                                      |
| Citation     | サイバーメディアHPCジャーナル. 2022, 12, p. 9-12                                         |
| Version Type | VoR                                                                         |
| URL          | <a href="https://doi.org/10.18910/89338">https://doi.org/10.18910/89338</a> |
| rights       |                                                                             |
| Note         |                                                                             |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

# SU(3) QCD における Dirac 流モノポールとカラーの閉じ込め

鈴木 恒雄

大阪大学 核物理研究センター

## 1. はじめに

半世紀もの間、未解決となっている、素粒子の強い相互作用の理論である量子色力学 SU3QCD のカラーの閉じ込め問題を、超低温物質での超電導現象と電気―磁気を入れ替えたような、可換な磁氣的モノポールの真空凝縮による双対マクスナー効果の考えで解明する。QCD では、ゲージ場が特異的であると、ビアンキ恒等式の破れ(VMABI)が起こり、その破れが、可換な保存則をみたす磁氣的なモノポール流とみなせることを最近著者が発見した(1)。人為的なゲージ固定や QCD を拡張しなくても、QCD の磁氣的なモノポールが定義でき、連続極限を持っていること、連続極限でのモノポール有効作用をモデルである格子 SU2QCD でのモンテ・カルロ計算機実験で、ブロックスピン変換という方法を用いて示した(2,3)。

2021 年度の大阪大学サイバーメディアセンターの、『大規模計算機システム公募型利用者制度』として行った現実の SU3QCD を格子空間にのせた格子 QCD での大規模なモンテ・カルロ計算結果を 2 点についてまとめて報告する。大半の時間は、人為的なゲージ固定などのゲージ場の真空配位を滑らかにする操作なしで、VNABI による可換なモノポールが真空中に凝縮して、カラー電荷をもつクォークを閉じ込めているかを調べる計算にあてた。後で記すように、予想を裏付ける結果が一部得られたが、あまりにも事前予想より時間がかかることがわかり、連続極限での実現を示すための、様々な結合定数でスケール側を満たすかどうか、格子サイズを無限にする極限が取れるかどうかという点では、満足できる結果は得られなかった。そこで、21 年度残りの時間は、真空配位を滑らかにするゲージ固定を入れた、より大きな格子サイズでの計算を行い、これらのことを確かめてきている。

## 2. 完全な Abelian dominance と monopole dominance、双対マクスナー効果

通常第 2 種の超電導物質の場合、強い外部磁場が浸透した場合、磁束が超電導電流の効果で線形に絞られることが知られている。QCD でも、静的な重いクォーク対を真空中に置いた場合、クォーク対間に線形のポテンシャルが出ることが知られている。これが、可換なモノポール凝縮による超磁導磁流によって縛られているという描像が、双対マクスナー効果による閉じ込めである。これが起こっているとすると、非可換なポテンシャルにおける線形力における弦定数と呼ばれる観測量が、可換なポテンシャルの弦定数や、それへのモノポール流の寄与の部分の弦定数と一致すること、つまり完全な Abelian dominance, 完全な monopole dominance ということが起こることが期待される。ゲージ固定なしの計算で、SU2QCD で実際に期待通りのことが生じることが、筆者たちによって 2009 年にすでに報告されている(4)。このことをまず現実の SU3QCD で確かめることが、第一の目的であった。

### 2.1 完全な Abelian dominance

まず Abelian dominance を調べる計算は、 $12^4$ — $16^4$  の小さい格子で始めた。この計算は、格子空間を部分空間に分けて、各部分空間内ごとに平均操作をすることで、非常に誤差を低減することができる Multilevel 法を用いて、きれいな結果が得られた。表 1 に用いた格子サイズと真空配位数、内部平均操作数を載せる。

| Beta | 格子サイズ  | 格子間隔(fm) | 配位数 | 内部平均数  |
|------|--------|----------|-----|--------|
| 5.6  | $12^4$ | 0.2235   | 6   | 500 万  |
| 5.6  | $16^4$ | 0.2235   | 6   | 1000 万 |
| 5.7  | $12^4$ | 0.17016  | 6   | 500 万  |
| 5.8  | $12^4$ | 0.136422 | 6   | 500 万  |

誤差を小さくする内部平均と呼ばれる部分格子空間内での平均操作で、500 万から 1000 万という膨大な計算をしていることがわかる。最後に統計誤差をとる真空配位数は少なくとも、非常に小さな誤差で求まることがわかる。最終結果は、 $12^4$  で結合定数  $\beta_F=5.8$  の場合の例では、弦定数  $s_F/s_A=0.98(10)$  となり、誤差の範囲で完全な Abelian Dominance が得られた。他のケースも同様であった。

## 2.2 完全な monopole dominance

続いて、monopole dominance の計算であるが、これは非局所相互作用が入るため、Multilevel 法が使えない。SU2QCD の場合で、小さい格子サイズでも数万個の真空配位が必要であることがわかっていたので、SU3 では 10 万個のオーダーで真空配位が必要であることを予想し、SU2 の場合と同様に、データが取りやすい有限温度系の  $24^3 \times 4$  の小さい格子で、 $\beta_F=5.6$  という点でまず計算した。ところが、SU2 での計算から予想した 10 倍程度の真空配位数では、全く信号が誤差に隠れてしまい、結局ほぼ 100 万個の真空配位と、それを補完するためのランダムゲージ変換(RGT)した真空配位や、カラーの違いを 8 個のうち 5 種類まで混ぜて、合計約 90 万  $\times$  2000 個の真空配位数で平均操作を行った。

| beta | 格子              | 格子<br>間隔 | 配位<br>数 | RGT | カラー<br>数 |
|------|-----------------|----------|---------|-----|----------|
| 5.6  | $24^3 \times 4$ | 0.2235   | 91 万    | 400 | 5        |

それideようやくきれいなデータが取れた。図 1 がそれである。弦定数は  $s_F=0.178(10)$ ,  $s_A=0.16(3)$ ,  $s_m=0.17(2)$  と誤差の範囲で完全な Abelian および monopole dominance が得られた。

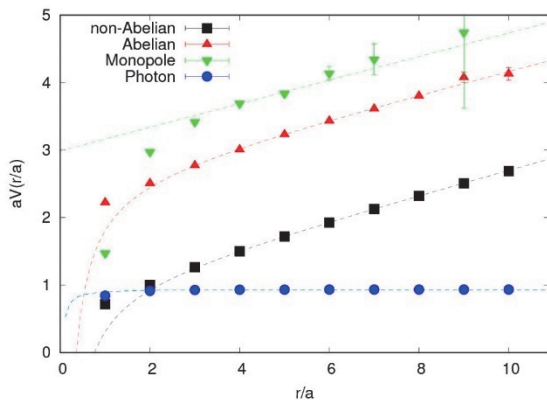


図1 non-Abelian, Abelian, monopole のポテンシャル

## 2.3 可換双対マイスナー効果の直接測定

クォーク対の周りの可換な電場やモノポール磁流などを測定することで、可換双対マイスナー効果を直接測定することができる。やはりゲージ固定しない計算で、100 万個の真空配位を用いて計算した。まず電場の各成分ごとの相関を測定した。

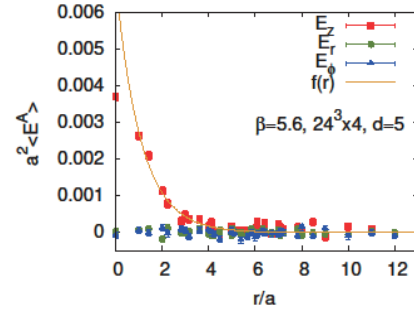


図2 電場の各成分 クォーク対の方向は z

図 2 からわかるように電場は z 成分だけをもっている。今度はモノポール流の各成分を測定した。

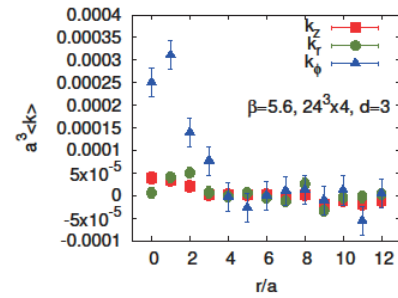


図3 モノポールも各成分

クォーク対の方向に、垂直に回転するモノポールのみが効いていることがわかる。つまりソレノイド型のモノポールによって、電場が絞られていることがわかる。このことは以下の直接測定からもわかる。

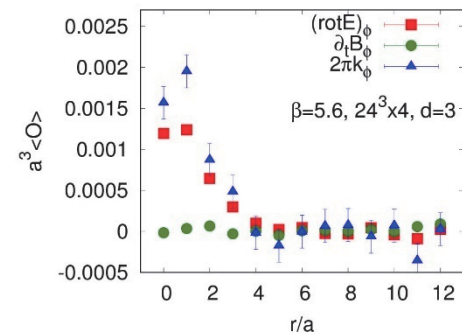


図4 双対アンペール則の測定

図 4 に電場がクーロン型のみであれば、電場の

rotation はゼロになるはずであるが、ゼロでなくその値がソレノイド型のモノポール流で再現していることを示す計算結果を示す。

電場の振舞から電場の絞られ方を示す浸透長という長さが測定され、モノポール磁流の密度との相関から相関長という長さが測定できる。この長さの比は、通常の超電導現象でもよく知られており、Ginzburg-Landau パラメータと呼ばれ、真空がどういうタイプのモノポール凝縮相にあるのかという指数となっている。SU2QCD では、タイプ 2 の真空に近いタイプ 1 とタイプ 2 の境界付近であったが、SU3QCD での直接測定はこれまでなかった。今回ゲージ固定などを持ち込まずに、初めて直接測定でそのタイプを決めることができた。

| d | Ginzburg-Landau 係数 |
|---|--------------------|
| 3 | 0.87(5)            |
| 4 | 0.93(7)            |
| 5 | 0.83(9)            |
| 6 | 0.9(2)             |

この表で示している d は、クォーク対間の格子間隔単位での距離である。この結果から、距離依存性は少なく、いずれも SU2QCD と違い、弱いタイプ 1 の真空であることが分かった。

以上のゲージ固定内の計算結果は、いずれも世界初の結果で、大変興味深いものであるが、連続極限でも同様のことが起こっていることを示すには、SU2QCD で行ったように、いろいろな結合定数 beta で、しかも格子サイズを無限大にしても変化しないことを示すことが必要である。だが、あまりにも計算時間がかかるため、2021 年度では不可能であった。これらの結果は、2021 年夏と秋に行われた国際会議で発表(5-7)され、現在論文(8)として投稿中である。

### 3. 滑らかな真空配位での連続極限の研究

2021 年度後半から、ゲージ固定なしでの SU3QCD 計算は、現時点では、これ以上進めることが難しいと判断し、格子上で出てくる連続極限を持たないモノポールを出来るだけ減らすような真空配位を用意して計算することにした。そのためには、本来必要がないゲージ固定をせざるを得ない。そこで方針と

しては、SU2QCD で行ったように、これまでの研究で汚いモノポールを大きく減らすことが知られている、最大可換ゲージ(MA)や Maximal Center Gauge(MCG)などいくつかのゲージ固定を行った真空配位をとって、我々の描像が SU3QCD でも連続極限を持っているかの研究にとりかかった。まずはゲージ固定が容易にできる MA ゲージのケースで計算を始めた。これらの計算は、いずれもまだ研究進展中で、途中経過である。

#### 3.1 完全な Abelian dominance と monopole dominance の連続極限

まず、完全な Abelian dominance と monopole dominance が見えているか、さらに結果が連続極限の存在を示すスケーリング則を満たすか、また格子サイズ効果が抑えられているかを調べた。まずは、 $32^4$  と  $48^4$  も格子サイズで、結合定数は Wilson 作用で 4 点、真空配位数は 320-384 個で調べる。現在は  $32^4$  が取れている。完全な Abelian dominance を MA ゲージで調べる研究は、すでに菅沼氏たちによって肯定的な結果が発表されている(9)。完全な monopole dominance については、彼らは 1 点でのみ行っているが(10)、スケーリングを調べるために表に示すような異なる結合定数 4 点でそれぞれ調べた。

| Beta        | 5.8     | 6.0      | 6.2      | 6.4     |
|-------------|---------|----------|----------|---------|
| $S_A / S_F$ | 1.03(1) | 1.123(2) | 1.13(3)  | 1.40(1) |
| $S_M / S_F$ | 0.87(1) | 0.827(7) | 1.100(7) | 1.01(3) |
| $S_P / S_F$ | 0.0062  |          |          |         |

上段は、Abelian/Full, 中段は Monopole/Full, 下段は Photon/Full の一例のみ載せた。まだ予備的なデータではあるが、完全な Abelian dominance に加えて、beta が大きいところで、完全な monopole dominance も見えている。 $48^4$  の格子サイズのデータも取ってきている。

#### 3.2 Monopole 密度の連続極限

次に、SU2QCD でも行った monopole 密度が連続極限を持っているかどうかの研究を行った。ここで SU2QCD でも行ったように、ブロックスピン変換を行う。格子間隔  $a(\beta)$  を 2 倍、3 倍、4 倍、6 倍、8 倍、12 倍にした格子空間を考慮する。もとの格子上でのモノポールを  $k_m(s)$  と書くと、n 回ブロックされ

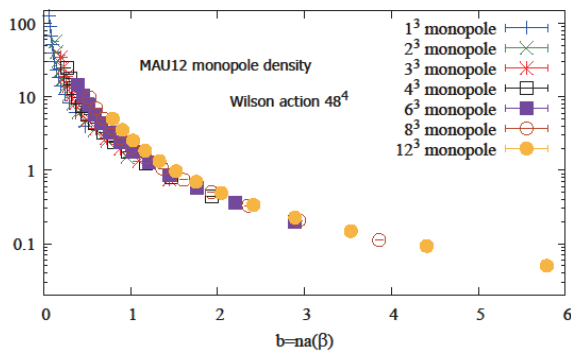
た格子上でのモノポールを次のように定義する。

$$k_{\mu}^{(n)}(s_n) = \sum_{i,j,l=0}^{n-1} k_{\mu}(ns_n + (n-1)\hat{\mu} + i\hat{\nu} + j\hat{\rho} + l\hat{\sigma})$$

ここで  $s_n$  は、ブロックされた格子上での格子点である。このブロックされたモノポールを使って、その密度を測定する。密度は、

$$\rho = \frac{\sum_{\mu, s_n} \sqrt{\sum_a (k_{\mu}^{(n)a}(s_n))^2}}{4\sqrt{3}V_n b^3}$$

と定義されるこの密度は、本来結合定数  $\beta$  と  $n$  の 2 変数に依存する関数であるが、 $b=na(\beta)$  という積で表すと、実は 1 変数  $b$  のみによっていることがきれいに観測された。これはまさに期待されたスケーリング則が満たされていることを示す。今回は  $n=12$  までしかブロックしなかったが、もっと大きな格子をとって  $n$  を無限大までいくとすると、 $a(\beta)=0$  つまり連続極限を見ることになる。つまり  $b$  という 1 変数だけの関数になるということは、連続極限を表していることである。この SU3 で初めて得られたデータを図 5 に示す。SU2QCD と同様の結果が得られた。現在は、MA ゲージという特別なゲージの場合だけであるが、連続ではゲージの選択によらないはずである。SU2QCD のケースのように、他の滑らかなゲージ条件での計算をするべく研究中である。



#### 4. SU3 不変な双対マيسナー効果描像

計算機実験ではないが、われわれの描像が、これまでの Abelian monopole 凝縮に基づく双対マيسナー効果のアイデアとどこが違っているかの理論的な研究も行った。一番問題なのは、本当に欲しいこと

は、SU3 で非可換カラーを持った状態はすべて閉じ込められ、SU3 の singlets のみが外に出てくるということで、このことは可換な双対効果で証明できる可換電荷をもった状態のみ閉じ込めるという描像とは異なる。我々の場合は、これまでのアイデアと異なり、一切のゲージ固定なしに SU3 を保ったまま可換モノポール凝縮を議論しているの、これが実現していることを明確に示せる。これらの点を、これまでのほかの立場と比較して考察し、現在論文として投稿中である。

#### 参考文献

- (1) T. Suzuki, hep-lat: arXiv:1402.1294 (2014)
- (2) T.Suzuki, K.Ishiguro and V.Bornyakov, Phys. Rev. D97, 034501 (2018); D97, 099905(E) (2018)
- (3) T.Suzuki, Phys. Rev D97, 034509 (2018)
- (4) T.Suzuki, et al., Phys.Rev. D80, 054504 (2009)
- (5) T.Suzuki, A.Hiraguchi and K.Ishiguro, Lattice 2021 July 27, 2021
- (6) T.Suzuki, A.Hiraguchi and K.Ishiguro, vConf21, August 3, 2021
- (7) T.Suzuki, XXXIII International (ONLINE) Workshop on High Energy Physics "Hard Problems of Hadron Physics: Non-Perturbative QCD & Related Quests, November 8-12, 2021
- (8) K.Ishiguro, A. Hiraguchi and T.Suzuki, to be submitted to PRD.
- (9) N. Sakumichi and H. Suganuma, Phys. Rev. D 90, 111501 (2014).
- (10) T. Suzuki, hep-lat arXiv:2204.11514