Form 3

Abstract of Thesis

Name　（Evan William Chandra）	
Title	An analysis of nonlinear partial differential equations: quasilinear elliptic problems and semilinear parabolic problems (非線型偏微分方程式の解析：準線型楕円型問題と半線型放物型問題)

Abstract of Thesis

This thesis is devoted to the study of quasilinear elliptic partial differential equations and the semilinear parabolic differential equations. Both elliptic and parabolic partial differential equations are known to have applications in various fields outside of mathematics. Hence, it is necessary to develop a deep understanding for the behavior of solutions to the aforementioned type of partial differential equations to develop a strong mathematical framework which can be useful for mathematical models used in science and engineering fields for practical purposes. We focus on quasilinear elliptic partial differential equations in Chapter 2 and proceed to focus on semilinear parabolic equations in Chapter 3 and Chapter 4.

The first study in Chapter 2 aims to establish the existence of functions which can be represented by its generalized mean value that is also known as p-mean value. Here, we use Perron's Method suitable for our problem to establish the existence of the aforementioned functions which are called (variationally) p-harmonious functions. The second aim of this study is to show the uniform convergence of p-harmonious functions to p-harmonic functions for game-theoretic p-Laplace equation. We obtain this result by using an appropriate approximation scheme. When $p=2$, our results here revert to the asymptotic mean value property for harmonic functions.

The second study in Chapter 3 aims to obtain the blow-up rate of semilinear heat equations with subcritical nonlinear term under Ambrosetti-Rabinowitz condition in an unbounded domain. We use variable transformation and parabolic argument to obtain our main results here. Moreover, we also extend the results from single equation case to a system of equations.

The third study in Chapter 4 aims to establish the existence of time-global solutions to a system of semilinear heat equations with subcritical nonlinearity under Ambrosetti-Rabinowitz condition in a bounded smooth domain. We use the compactness of the orbit in scale-invariant Lebesgue space and blow-up argument to obtain our results. For single equation, this method is also applicable for the critical case in the sense of Sobolev embedding.

Finally, we give conclusions for each study and explain possible future research based on the results presented here in Chapter 5.

様式 7

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨 及 び 担 当 者

氏　　名　（　Evan William Chandra　）	
論文審査担当者	（職）　氏　名 主 査　教　授　石渡通徳 副 査　教　授　小林孝行 副 査　教　授　関根順 副 査　准教授　岡部考宏

論文審査の結果の要旨

本論文は非線型偏微分方程式の現代数学的観点からの研究を主たるテーマとし、主たる数学的内容は第二章から第四章にかけて展開されている。第二章ではゲーム理論的pラプラス作用素に関する漸近的平均値の定理の数理とその周辺の数理が論じられている。調和函数に対しては球上の平均値関数が自身と一致することが知られているが、本論文では一般の p に対し、新たに定義された平均値と自身が一致する関数 (p-harmonious 函数) の存在及び、球の半径が 0 に収束する極限において p 調和函数がp-harmonious函数に収束することが得られた。第三章では非斉次非線型項をもつ半線型放物型方程式の有限時間爆発解に対する爆発レートの評価が論じられている。べき型非線型項に対しては Giga-Kohn による後方自己相似変換に基づく爆発レートの評価が得られているが、べき型に限らない一般非線型項については後方自己相似変換された方程式のエネルギー構造が煩雑であるためこれまでほとんど結果が存在しなかった。論文著者はこのエネルギー構造を、Ambrosetti-Rabinowitz 条件に基づく的確な評価を与えることで分析し、一般非線型項の場合に対する爆発評価を得た。第四章では非斉次非線型項をもつ半線型放物型方程式系の時間大域解の時間大域的有界性が論じられている。この有界性を与える手法には様々なものがあるが、Ishiwataによって提案された、スケール不変ルベーグ空間における軌道のコンパクト性と有界性の関係を与える手法のみ、ソボレフ臨界指数をもつ非線型項に対処できる。論文著者はこの手法を劣臨界増大をもつ一般非線型項、及び臨界増大をもつべき型非線型項を持つ放物型方程式系に応用し、時間大域的有界性を明らかにした。本博士論文は、既存の手法では解析が困難な非線型偏微分方程式に対する知見を、注意深い観察と膨大な計算の下に明らかにするものであり、審査委員会において、博士論文としての学術的価値は十分高いものと判断された。以上の理由により、本論文は博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。