



Title	寺尾寿自筆ノート[095]
Author(s)	寺尾, 寿
Citation	
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/89950
rights	Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

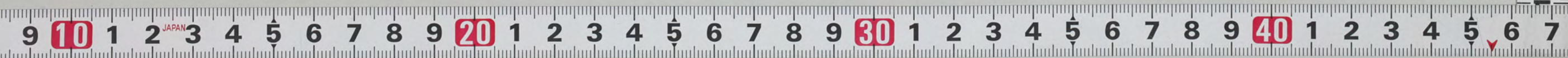
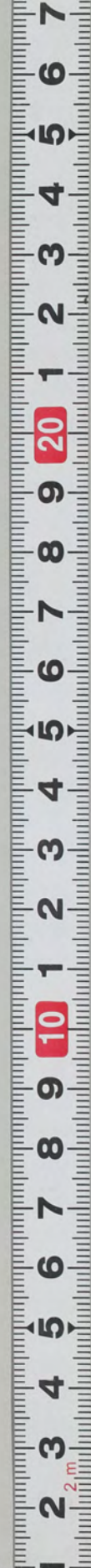


物理学

十一

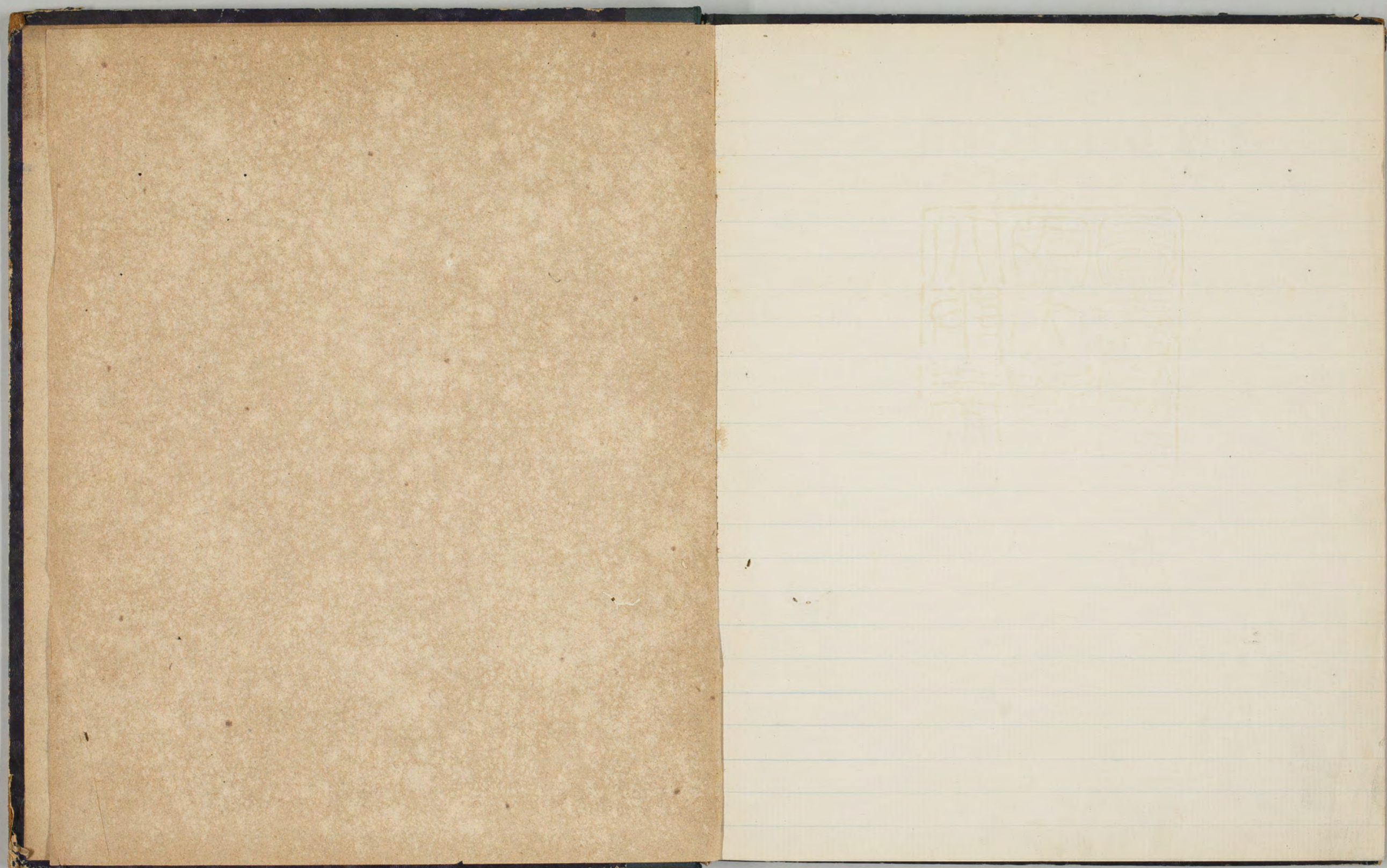
10 11

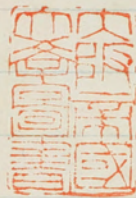
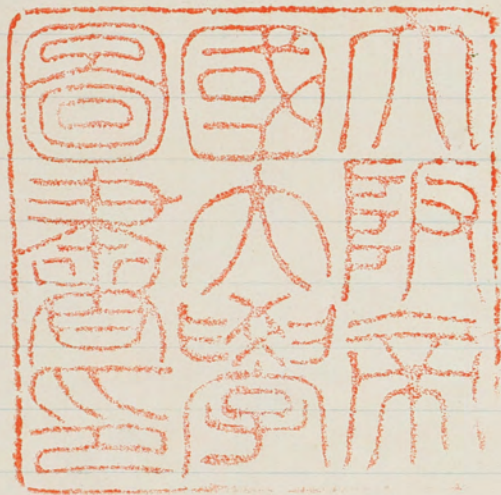
物理学











OPTIQUE.

NOUVELLE.

Introduction. —

Pendant longtemps on a considéré
les phénomènes comme dus au mouvement
de petits ^{corpuscules} bulles élastiques sans poids
allant en ligne droite dans le même
milieu et jouissant de propriétés parti-
culières. En 1645, Grimaldi publia
un ouvrage dans lequel il exposait les
faits nouveaux en contradiction avec
cette théorie appelée théorie de l'émission.
Qu'un faisceau de lumière parallèle
traverse un petit orifice et se ramasse
comme un cône dans le milieu de la lumière
actuelle du cône déterminée géométriquement
par la théorie de l'émission; il en conclut
que la lumière ne va pas en ligne droite.
Plus tard, Huyghens vint avec la même

question, puis le physicien anglais Young.
Mais c'est le physicien français Fresnel
qui a fait la théorie complète des
phénomènes lumineux. On l'appelle
théorie des ondulatoires.

Elle suppose l'existence d'une
matière de poids insaisissable par
nos sens, appelée éther
pénétrant tous les corps. Le mouvement
de cet éther qui remplit tous les espaces
se traduit par la vibration lumineuse
ou le mouvement de l'air se traduit par le
son. C'est ainsi que l'œil reçoit une impression
suivie d'une sensation acoustique.

Le mouvement de l'éther dans les
différents corps ne se propagerait pas
de la même manière, il se passe
même au sein des corps qui possèdent
toujours les éléments de ces et qui sont de
nature particulière pour chaque corps.

Il y a deux cas de mouvement
de l'éther c'est le cas des corps dits
opaques. Dans d'autres cas, le mouvement
de l'éther n'est pas étendu, mais la sensibilité
des vibrations peut changer. C'est le cas
des corps cristallins en général. Il est
clair que dans les corps amorphes comme
l'air, l'eau etc., il n'y a aucune
raison pour que les vibrations se
propagent plus vite dans un sens que
dans l'autre. Nous ne nous occuperons
d'abord que des corps amorphes.

Définitions. —

Dans un corps en vibration, il y
a deux sortes de vitesses à considérer
la vitesse de propagation que l'on appelle
vitesse de l'éther constant et la vitesse de
vibration ou vibration instantanée.
On appelle longueur d'onde la longueur
du milieu modifié pendant la durée
d'une vibration. Si donc on appelle

v la vitesse de propagation et T la
 durée d'une vibration, on aura, à l'égard
 la longueur d'onde :

$$\lambda = vT.$$

L'expérience montre que la vitesse
 de propagation est indépendante de la
 couleur, mais la durée de la vibration
 et par suite la longueur d'onde sont
 variables avec la couleur. Ainsi, nous
 déterminerons plus tard la longueur d'onde
 pour les différents couleurs et nous transformerons
 semblablement les nombres.

Pour le Rouge $\lambda = 0,000600$

Pour le Jaune $\lambda = 0,000500$

Pour le Violet $\lambda = 0,000400$

Il y aurait entre les couleurs une relation
 analogue à celle qui existe entre les sons
 de différents hauts.

Equation du point lumineux.

Un point lumineux est un centre
 de vibration d'air et d'éther entre en
 vibration sphérique. D'après ce que

nous avons dit en Acoustique, nous
 savons que la vitesse du point lumineux
 peut être représentée par :

$$v = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

a étant l'amplitude $2\pi \frac{t}{T}$ étant la phase

Equation du point éclairé.

Si on suppose un point situé à une
 distance r du centre de vibration, la
 vitesse de vibration de ce point pourra
 se représenter par :

$$v = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right)$$

l'origine des temps étant le commencement
 du mouvement du point lumineux.

Intensité de la lumière.

La formule qui donne la grandeur
 du choc produit sur la rétine pendant
 la durée d'une vibration est :

$$I = \frac{1}{2} m a^2 T$$

on étant la masse de la molécule d'éther
 vibrant. Sa conséquence pour les
 lumières de même durée de vibration
 l'intensité est parfaitement en carré

de l'intensité et l'on pourra rendre
à une même mesure des intensités.

Principe des interférences.

Si on considère une molécule d'éther
située sur la droite passant par deux
points lumineux, le mouvement de
cette molécule d'éther résultera de la
superposition des vitesses de vibration de ces
deux mouvements de 2 points lumineux. La différence
de marche est égale à un nombre pair
de fois $\frac{\lambda}{2}$ il y a maximum des l'amplitude du
mouvement résultant. Si la différence de marche
est un nombre impair de fois $\frac{\lambda}{2}$ il y a
minimum, et si les mouvements de deux
points lumineux sont égaux le mouve-
ment résultant est nul: on dit alors
qu'il y a interférence. Si les deux
points lumineux ne sont pas rigoureuse-
ment sur la même droite passant
par la molécule d'éther, il y a encore
interférence à peu près complète lorsque
la différence de marche est égale à un

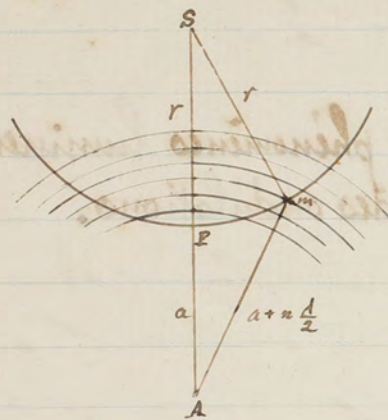
nombre impair de fois $\frac{\lambda}{2}$.

Explication des principaux phénomènes lumineux par la théorie des ondulations.

Il est clair qu'au lieu de supposer
un point lumineux vibrant avec
périodicité de façon qu'une sphère
luminée qui aurait pour centre le
point lumineux posséderait aux différents
instants consécutifs, les vitesses de vibration
consécutives de centre lumineux, on peut imaginer
de supprimer le point lumineux et de
le remplacer par un mouvement vibratoire
imprimé par un foyer quelconque
à la sphère lumineuse.

I. Propagation en ligne droite. —

Substituons au point lumineux S une
surface sphérique continue et légèrement
dans le même état vibratoire que
s'il y avait le point lumineux S. Sup-
posons l'œil placé en A et soit P
le point d'intersection de la sphère avec



la droite qui joint
l'œil au point S
c'est le pôle de la
sphère par rapport à A.
Je vais déterminer
quel qu'il y a une
très-petite portion

d'onde sphérique comprenant le point P
qui aura de la lumière à l'œil A.
Soit r le rayon de la sphère et a la distance AP.
On fait A comme centre plusieurs
des sphères ont des rayons égaux à a ,
 $a + \frac{1}{2}d$, $a + 2\frac{1}{2}d$, $a + 3\frac{1}{2}d$, ... en augmentant
constamment de $\frac{1}{2}d$ la longueur du rayon.
On détermine ainsi dans l'onde lumineuse
une série de petites zones. Soit un
un point d'un onde de rayon q et q soit

$$Am = a + n \frac{d}{2}$$

Proposons-nous de calculer le arc $Pm = s$
Pour cela considérons le triangle SAm dans
le triangle, on a :

$$Am^2 = AS^2 + Sm^2 - 2AS \times Sm \cos S$$

on trouve :

$$(a + n \frac{d}{2})^2 = (a+r)^2 + r^2 - 2(a+r)r \cos S.$$

c'est-à-dire :

$$a^2 + n^2 \frac{d^2}{4} + 2an \frac{d}{2} = a^2 + r^2 + 2ar - 2(a+r)r \cos S.$$

Cette équation détermine S . Remarquons
comme le montre la figure, que la somme
des arcs tels que s détermine représentant à
moins qu'on s'éloigne du point P.
Faisons le calcul dans le cas où s est
assez petit pour qu'on ne tienne compte
que des deux premiers termes dans son
développement ; alors l'équation précédente
peut s'écrire :

$$n^2 \frac{d^2}{4} + 2an \frac{d}{2} = r^2 + 2ar - 2(a+r)r(1 - \frac{S^2}{2r^2})$$

le quant d^2 est tout à fait négligeable
à côté des autres, et l'on aura approximativement,

$$2an \frac{d}{2} = r^2 + 2ar - 2ar - 2r^2 + (a+r) \frac{S^2}{r}$$

on trouve

$$2an \frac{d}{2} = (a+r) \frac{S^2}{r}$$

d'où

$$S^2 = \frac{2ar \frac{d}{2} \cdot n}{a+r}$$

on en fait

$$S = A \sqrt{n}.$$

Comme nous venant un petit ou
composé entre deux sphères concentriques
dont les rayons diffèrent de $\frac{\lambda}{2}$, il aura
pour valeur:

$$S_2 - S = \lambda(\sqrt{a+1} - \sqrt{a}) = \frac{\lambda}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}}$$

Le nombre varie très-peu quand on y
remplace a par $a+1$ pour peu que a
ait une valeur considérable. Par consé-
quent, les petites zones ainsi déterminées
sont sensiblement égales les unes que les autres
si l'on passe une certaine limite. Or, deux
zones concentriques sont à des distances
de A qui diffèrent de $\frac{\lambda}{2}$; d'après ce que
nous avons dit précédemment le moment
de point A résultant du moment de
ces deux zones concentriques sera nul.
Il n'y aura par conséquent que
les petites zones, contenant le point P
qui envoient de la lumière au point A ,
c'est pour cela que l'on a placé en
 A un récepteur sensiblement de la lumière
que suivant la direction SA ; mais

ce résultat aussi le fait remarquer par
Grimaldi.

Autre démonstration —. Reprenons l'éq.

$$(a + n\frac{\lambda}{2})^2 = (a+r)^2 + r^2 - 2r(a+r)\cos\frac{\theta}{r}$$

Développons cette relation, il vient alors,

$$a + n\frac{\lambda^2}{4} = 2r(a+r)(1 - \cos\frac{\theta}{r})$$

ou

$$a + n\frac{\lambda^2}{4} = 4r(a+r)\sin^2\frac{\theta}{2r}$$

J'appelle C la surface de la calotte sphérique
dont le base passe par le point m , aura:

$$C = 2\pi r \times 2r \sin^2\frac{\theta}{2r} = 4\pi r^2 \sin^2\frac{\theta}{2r}$$

Nous pouvons éliminer r entre cette formule
et l'équation précédente:

$$\frac{C}{a + n\frac{\lambda^2}{4}} = \frac{\pi r}{a+r}$$

J'ai

$$C = \frac{\pi r}{a+r} \left(a + n\frac{\lambda^2}{4} \right)$$

Cherchons la surface de la petite zone limitée
par une calotte sphérique, la calotte aura
pour

$$C' = \frac{\pi r}{a+r} \left(a(u+1)d + (u+1)^2 \frac{\lambda^2}{4} \right)$$

La valeur de la petite zone sera donc:

$$= C' - C = \frac{\pi r}{a+r} \left(ad + \frac{\lambda^2}{4}(u+1) \right)$$

La surface de la zone suivante aura pour

$$z' = \frac{\pi r}{a+r} \left(ad + \frac{\lambda^2}{4}(2n+3) \right)$$

D'où

$$z' - z = \frac{\pi r}{a+r} \times \frac{\lambda^2}{2}$$

La surface de l'une de ces zones est du même ordre que λ ; la différence entre deux zones consécutives est de l'ordre λ^2 ; cette différence est donc négligeable par rapport à la surface d'une zone. Il résulte de là que si toutes ces zones étaient à la même distance du point A et si elles se présentaient dans la même position par rapport à A, il y aurait interférence à peu près complète. Mais ces zones sont à des distances du point A croissantes. Or, l'amplitude du mouvement communiqué à une molécule d'éther est d'autant plus faible que la molécule lumineuse est plus éloignée. Considérons, en effet, deux causes sphériques de rayons r_1, r_2 ; soient v_1, v_2 les vitesses de vibration à des instants périodiques pour ces deux

causes et soient m_1, m_2 les masses en mouvement. On aura

$$m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2$$

D'où

$$\left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2 = \frac{m_2}{m_1}$$

Or les masses sont proportionnelles aux volumes; donc:

$$\left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2$$

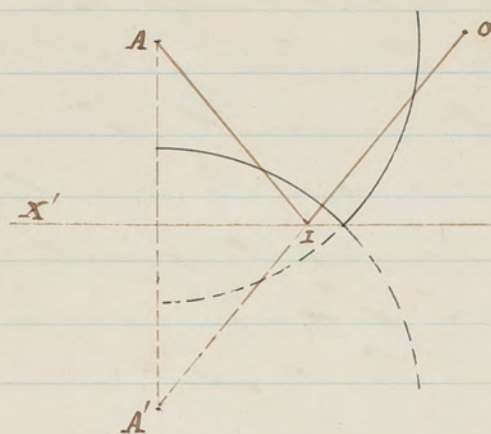
D'où

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

Donc la vitesse communiquée est en raison inverse de la distance. Donc la première cause aura une composante de la vitesse plus grande que l'autre. En second lieu, il y a interférence entre les vibrations issues de deux points et une molécule d'éther quelque que soit la condition que les deux points lumineux soient sensiblement sur la même droite passant par la molécule d'éther; or, cette condition est remplie pour deux zones voisines un peu éloignées du point A.

Mais pour des zones voisines du point
 P, elle n'est pas remplie. La première
 zone en particulier découpe sur le contour
 P un arc très-grand par rapport aux
 autres. Il résulte de là que cette zone
 est la source d'interférences avec les
 autres. En définitive, l'effet d'une zone
 voisine du point P n'est pas obtenu
 par l'effet de la zone voisine. Donc,
 il y aura autour du point P une très-petite
 cellule sphérique dont tous les points conti-
 bueront à former la vitre de vibration
 du point A. D'après cette théorie donc,
 la lumière irait du point S au point
 A simplement en ligne droite mais
 non rigoureusement, ce qui est bien
 d'accord avec l'expérience de Grimaldi.

II. Réflexion. —. Considérons une
 surface plane et une matière d'éther
 vibrant A. Si la surface n'est soumise à
 le mouvement se propagera indéfiniment
 en onde sphérique, mais l'existence



point A envoie lui-même des ondes
 sphériques dont l'ensemble en un instant
 sera encore une sphère, qui aura son
 centre au point A, symétrique de
 A par rapport à la surface réfléchissante.
 Pour un œil placé en O, nous verrons
 que la portion de l'onde qui l'éclaire
 est la partie P de l'onde lumineuse
 par rapport au point O; donc pour
 l'œil O, la lumière viendra dans la
 direction PO c'est-à-dire A'O. C'est donc
 le point I vibrant et les points voi-
 sins qui envoient de la lumière au
 point O. Or, le point I a reçu son

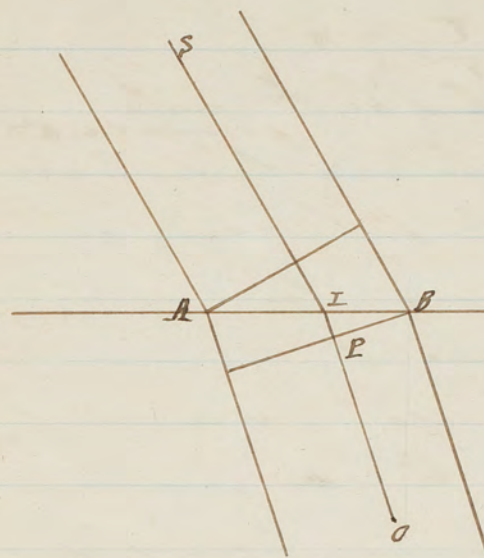
de cette surface
 va modifier
 en partie le
 mouvement.
 Chaque des
 points de la surface
 mis en mouve-
 ment par le

mouvement semblablement dans la
 direction AI . Dans la propagation
 de la lumière a fait suivant le chemin
 AIP . La direction IO ou la direction
 réfléchi correspond donc à la direction
 d'incidence AI . La figure montre que

1^o Le rayon incident et le rayon
 réfléchi sont dans le même plan que
 la normale au point d'incidence

2^o Les rayons incident et réfléchi font
 le même angle avec cette normale.

III. Réfraction. —. Supposons un
 entre lumineux plan à l'infini, et
 envoyant par propagation son mouve-
 ment vibratoire sur une surface plane
 qui transmet le mouvement. Le point
 S comme un faisceau cylindrique
 sur une surface AB . L'onde sphérique
 est plane en AC . Cherchons à qu'elle
 est devenue lorsque le mouvement
 vibratoire est arrivé en B . Nous avons
 démontré en Acoustique quel angle restait



plane mais
 a changé de
 direction.

Pour un œil
 placé en O , il
 apercevra la
 lumière dans la
 direction PO
 perpendiculaire
 à l'onde. Or,

le point P est éclairé par le point I
 qui reçoit le rayon SI . Donc le
 mouvement du point lumineux se communique
 au point O en suivant le chemin

Courbe acoustique, nous rayons

1^o Que les rayons incident et réfractés
 sont dans le même plan normal à
 la surface inflexible.

2^o Que le rapport des sinus des
 angles d'incidence et de réfraction est
 égal au rapport des vitesses de la lumière
 dans le premier et le second milieu

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V}{V'} = n$$

Ce rapport est appelé l'indice du ^{milieu} par rapport au ^{2^e}
 Si le premier milieu est de l'air
 et que le second soit de l'eau, on
 voit que l'expérience donne pour ce
 nombre plus grand que 1.

Foucault a voulu faire une vérification
 de ce fait à la suite de son expérience
 de la vitesse de la lumière dans l'air.
 Pour cela, à la même distance de son
 petit miroir concave fixe, il en a
 placé un autre identique mais sur
 l'axe du faisceau qui vient entre
 le miroir mobile et le grand miroir
 fixe, il a placé un tube plein d'eau
 fermé par deux glaces à ses deux extré-
 mités, avec une petite lentille produisant
 pour le longeur du faisceau un effet
 égal et contraire à celui de l'eau.
 Comme la vitesse de la ^{lumière} est différente
 dans l'eau et dans l'air le déplacement
 de l'image sera plus grand dans

l'eau que dans l'air si la vitesse

Pour distinguer les rayons réfléchis par
 l'un ou l'autre des miroirs fixes, il
 avait recouvert ces

plaques

et l'autre

d'une plaque de zinc
 non polie recouvrant
 la partie correspondante
 à la portion polie de la première.

L'une des images se présentait donc sous
 forme d'un trait occupant le milieu
 et l'autre sous la forme de deux traits.

Foucault a conclu ainsi que la
 théorie de Fournet avait raison.
 Dans la théorie de l'inversion, en effet,
 on trouvait que l'indice de réfraction
 doit être à $\frac{V'}{V}$, ce qui exigeait que
 la vitesse de la lumière fût plus grande
 dans l'eau que dans l'air. Cette théorie

de l'uniformité et donc en contradiction
avec

Remarque I.-. On admet que, comme
nous le avons dit, la durée d'une
vibration coïncide le cas échéant. Or,
un rayon coloré simple passant d'un
milieu dans un autre, ne change
pas de couleur; donc la durée d'une
vibration reste la même dans les
deux milieux. Si j'appelle λ, λ'
les longueurs d'onde dans les deux milieux; j'aurai

$$\lambda = VT \quad \lambda' = V'T$$

Dans

$$\frac{V}{V'} = \frac{\lambda}{\lambda'} = n$$

Dans pour une même couleur, l'indice
de réfraction est le rapport des longueurs d'onde
dans les deux milieux.

Remarque II.-. On appelle chemins
équivalents dans deux milieux les chemins
qui occupent la même nombre de longueurs
d'onde. Soient e, e' les épaisseurs de
deux lames transparentes non teintées

Dans les deux milieux; on aura alors,

$$e = VT$$

$$e' = V'T$$

donc

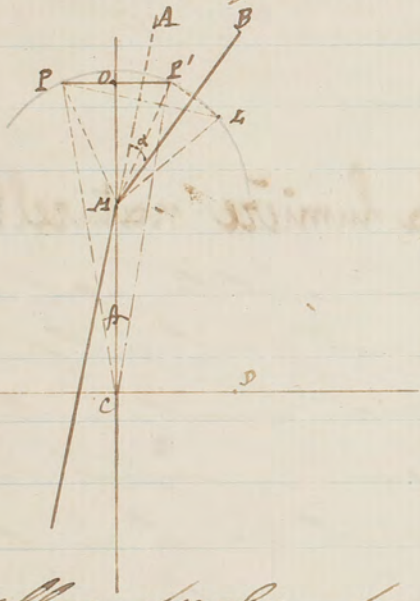
$$\frac{e}{e'} = \frac{V}{V'} = n$$

Le rapport de deux chemins équivalents
est l'indice du second milieu par
rapport au premier.

Interférence de la lumière naturelle.

Nous connaissons les conditions qui favorisent
le remplissage par quel que soit l'interférence
complète entre deux mouvements vibratoires.
La première, c'est que les rayons lumineux
soient parallèles; s'il ne l'est pas, l'interférence
n'est pas complète, l'interférence est presque complète
c'est le cas le plus général de la pratique.
La seconde condition est que les deux rayons
interfèrent savoir la même couleur c'est à dire
même longueur; la troisième qui présente une
difficulté est d'obtenir l'égale phase
des mouvements des deux points lumineux.
On connaît plusieurs procédés pour y arriver.

II. *Miroirs de Fresnel.* — Les miroirs de Fresnel sont deux petits miroirs plans faisant entre eux un angle voisin de π et formant chacun une image d'un point lumineux placé en avant. Soient donc



deux miroirs AB $A'B'$ devant les quels est placé un point lumineux qui donne dans le premier miroir une image P' dans le second une image P'' . Ce sont ces deux images P' et P'' que

nous allons prendre pour les deux points lumineux devant interférer, l'angle est égal au supplément de l'angle des deux miroirs, il sera donc aussi petit qu'on voudra. On peut placer ^{le point} le miroir plus qu'on veut des deux miroirs, On peut donc prendre les deux points P' P'' aussi rapprochés qu'on voudra. Ces deux points lumineux

sont identiques au point P et par suite identiques entre eux. Ils sont donc dans la même condition pour interférer. De fait si, soit les deux miroirs choisis une perpendiculaire sur la droite PP' . Il est facile de voir qu'elle passe par le milieu de PP' . Cette droite OP sera évidemment l'axe du phénomène. Les deux points P' P'' envoient un point C qui est la droite des vibrations dont la différence de marche est certainement nulle. Par conséquent cette droite est éclairée tout entière. Mais pour tout point en dehors de cette droite, les vibrations envoyées de P' P'' ont une différence de marche δ . Si cette différence est égale à $2n \frac{\lambda}{2}$, les amplitudes des deux mouvements s'ajoutent et il y a un point maximum d'intensité. Si au contraire on a $\delta = (2n+1) \frac{\lambda}{2}$, il y a obscurité. Il y a donc obscurité pour tous les points de l'espace pour lesquels la différence des distances aux points P' P'' est

est égal à $(u+2)\frac{1}{2}$, u est un nombre ^{entier} qq.
 Par conséquent dans un plan qq passant
 par PP' il y a une hyperbole réelle
 dont PP' sont les foyers. Il y a dans l'espace
 entier une hyperbolicoïde de révolution autour
 de la droite PP' . Il y a donc en défini-
 tion dans l'espace une infinité d'hyperboles
 réelles, chacune ^{différent} de la voisine
 de $2\frac{1}{2}$ dans la distance d'un point à un
 foyer; entre deux hyperbolicoïdes réelles,
 ou un hyperbolicoïde complètement éclairé
 et l'infinité de lumière ou un gradient
 d'un hyperbolicoïde complètement éclairé à
 un hyperbolicoïde complètement obscur.

Si l'on place un écran blanc perpen-
 diculaire à la droite PP' , on devra obtenir
 une ou plusieurs bandes de tous ces hyperbolicoïdes
 c'est-à-dire des hyperboles. Comme les foyers P, P'
 sont très rapprochés, il n'y aura pas une
 ou deux très voisines, chaque hyperbolicoïde
 se présente sensiblement comme deux plans
 confondus. Considérons une des hyperboles

qui résultera d'un plan passant par P, P'
 Prenons PP' pour axe des x et OTS pour axe des y .
 Son eq. sera

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

La distance PA' c'est-à-dire d étant égale à un
 nombre ^{infini} ~~grand~~ de $\frac{1}{2}$.

$$2a = u \frac{1}{2}$$

$$I' \text{ au } a = u \frac{1}{4}$$

$$\text{Posons } PP' = 2c$$

$$I' \text{ au } b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

L'équation de l'hyperbole pourra alors s'écrire

$$\frac{x^2}{u^2 \frac{1}{16}} - \frac{y^2}{c^2 - \frac{u^2}{16}} = 1$$

$I' \text{ au}$

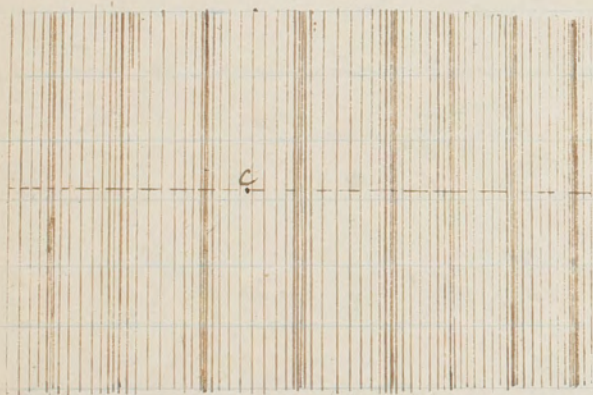
$$x^2 = u^2 \frac{1}{16} \left(1 + \frac{y^2}{c^2 - \frac{u^2}{16}} \right)$$

ou

$$x = \frac{u}{4} \sqrt{\frac{y^2 + c^2 - \frac{u^2}{16}}{c^2 - \frac{u^2}{16}}}$$

Si l'on se donne une valeur de y , c'est-à-dire
 si on fixe l'écran à une distance donnée
 de la droite PP' , cette formule déterminera
 l'abscisse du point I' intersection de l'écran
 avec l'hyperbole considérée, c'est-à-dire la distance

du point D ainsi déterminé au point C c'est
encore l'écart du point D. Et comme
l'hypothèse doit faire cette hypothèse
et les effets son interaction avec l'écran
se composera de deux doublets superposés,
l'un à la droite PP'. L'une passant par
le point D et l'autre qui est la même
par rapport au point C. Sur l'écran on
apercevra donc une bande colorée composée



au point C, puis
de chaque côté
des bandes obscures
puis au delà des
bandes brillantes
puis des bandes
obscures et ainsi
de suite.

L'expérience montre qu'on ne peut
obtenir ainsi un grand nombre de franges
parce qu'il n'est pas rigoureusement
un point lumineux, à moins qu'on
s'éloigne de l'ou de les rayons réfléchis

qui pourraient interférer avec points
vraiment de point différent du foyer L.

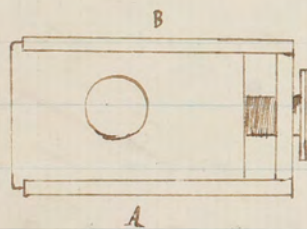
Remarquons que, si l'on opère avec
de la lumière blanche au lieu d'opérer
avec une lumière colorée d'un seul couleur,
on aura des franges présentant les couleurs
du spectre, parce qu'on peut isoler pour
chaque couleur qui compose la lumière
blanche le même raisonnement que nous
avons fait pour une couleur. Comme les
longueurs d'onde sont différentes pour les
différentes couleurs, les franges correspondant
à ces différentes couleurs ne se superposent
pas. Mais dans ce cas, on obtient très-peu
de franges parce qu'une frange d'ordre
déterminé peut se superposer à une frange
présentant la couleur complémentaire et
d'ordre voisin. On obtient ainsi au
plus 7 ou 8 franges.

Mesure de la longueur d'onde. —

Le formule précédente permet de calculer
la quantité λ pour une couleur donnée

si l'on connaît les autres quantités.

Fresnel prenant pour l'écran un verre dépoli, qui par diffusion au moyen d'une loupe, il observait les franges de l'écran. Aujourd'hui, on ne voit même plus les franges sur un écran ou les observe directement au moyen d'une loupe ou d'un micromètre de Fresnel. La loupe est montée sur un tube portant un réticule muni d'un fil vertical. Le tube est



porté par une pièce métallique servant glissière à frottement dans une rainure horizontale.

A, B. Cette pièce métallique

est graduée par une vis micrométrique qui sert à la forme l'écran. On vise d'abord la frange centrale C, on se porte la plus brillante en faisant coïncider le fil du réticule avec cette frange brillante. Puis on fait varier la vis micrométrique

jusqu'à ce que le fil du réticule coïncide avec une autre raie ou avec un minimum ce qui détermine x. Quant à y, c'est la distance de la loupe au point C; c'est la moitié de la distance PP'. On a donc tout ce qu'il faut dans cette formule pour calculer d.

Les résultats fournis par cette expérience montrent que d est une quantité très-petite et qu'on ne change pas beaucoup de d en variant la figure sans la forme.

$$x = \frac{nd}{4} \frac{\sqrt{y^2 + c^2}}{c}$$

Fresnel et les autres physiciens qui ont fait cette expérience ont trouvé qu'on a aussi approximativement:

$$x = \frac{ndy}{4c}$$

Cette formule approchée nous montre que x est proportionnel à n. L'expérience montre en effet que les franges sont équidistantes. — La seule difficulté pour

calculer λ par cette formule, c'est la
mesure de la longueur C . On ne pourra
effectuer directement cette mesure, car les
points P, P' sont virtuels, on la mesure
au moyen de l'angle $\beta = PCP'$. Il faut
donc viser successivement les points P, P'
sur une petite baignoire plane en C
et mobile sur un disque gradué,

à qui déterminera

— On peut encore employer
un autre moyen. L'angle PTH qui est
la moitié de l'angle PTP' est égal au
supplément de l'angle des deux miroirs. On
peut mesurer la distance $d = LT$. On a
alors

$$C = d \sin \alpha.$$

Donc revient donc à connaître α , l'angle
supplémentaire à l'angle des deux miroirs.

Remarque. — Ce procédé donne
sans λ un nombre qui varie de 4 à
4 à 6 millions de millièmes quand on passe
du rouge au violet. Appelons p le nombre
de vibrations qui s'effectuent dans une seconde

Il faut la durée T d'une oscillation, on a
 $p = \frac{1}{T}$ Or $\lambda = VT$.
Donc.

$$\lambda = \frac{V}{p}.$$

Or V est égal à environ 300 000 kilom.
ou 300 000 000 m. ou à 300 000 000 000 ^{m. 100}
et λ est égal pour le rouge à 6, pour le violet

$$p = \frac{300\,000\,000\,000}{6} = 50\,000\,000\,000$$

Il y aurait donc environ 500 ⁽¹⁰⁰⁾ milliards
de vibrations dans une seconde.

Remarque. — Les couleurs se
de la lumière blanche par séparation
interférence ou les miroirs de Fresnel, nous
avons dit que les franges, au lieu d'être
obscurcies, présentent des vibrations à cause
de la différence des valeurs de λ pour les
couleurs. La formule

$$x = \frac{ndy}{4C}$$

nous montre que pour une même valeur
de y , le minimum de lumière est plus rapproché
pour le violet que pour toutes les autres couleurs
car λ est égal à 4 pour le violet et plus

peut que les 2 des autres couleurs. Considérons
 par exemple la première frange sombre à droite
 de la frange centrale. Le premier minimum
 de lumière se fait plus tôt pour le violet
 que pour les autres couleurs. Donc pour
 l'écarter $\frac{4C}{4C}$ le violet sera écarté
 et par suite affectera la couleur complémentaire
 qui est le jaune. Pour les lignes ~~successives~~
 à comprises entre 4 et 8, s'étendant
 successivement tous les couleurs du spectre;
 mais il n'y aura jamais ~~un~~ qui soit
 écarté complètement. Par camignon à chaque
 couleur écarté, compensera la couleur complé-
 mentaire. Chaque frange sera terminée par
 la vent qui est le complément de la couleur

	couleurs écartés	Couleurs qui apparaissent
$d=4$	violet	jaune
	bleu	orange
	vert	rouge
$d=5$	jaune	violet
	orange	bleu
$d=6$	rouge	vert

après remarquons qu'il y aura très-peu
 de franges entre ces limites la nuit. Une
 frange n'apparaîtra au jaune vif,
 pour la valeur de n définie par l'éq.

$$\frac{n \cdot 6 \cdot 9}{4C} = \frac{(n+2) \cdot 4 \cdot 9}{4C}$$

J'ai l'encre.

$$n=4$$

Donc quand la différence de marche sera
 égale à $4 \cdot \frac{1}{2}$, il y aura superposition
 parfaite de deux franges. La première coïncidera
 à deux fois pour une frange brillante. Au delà
 par camignon le spectre est écarté.

II. Biprisme. — Le biprisme
 est un prisme isocèle à angle très-obtus
 fait en point le lumière plus sans
 le plan de symétrie des prisme. Considérons
 des rayons lumineux issus du point A
 et tombant sur les deux moitiés du
 prisme. Au point B où ils se réunissent, il y a un effet
 et prend le chemin ^{AB} comme il était issu
 d'un point B plus près de A . C'est la
 la longueur AB . Pour ab, nous avons que

$$\frac{\partial L}{\partial h} = \frac{g_i}{g_r} = \frac{\sin i}{\sin r} = n.$$

$L. eq. \frac{OL'}{OL} = n$

tous les rayons réfractés par le prisme
viendront à concourir au point $4'$. Le
point $4'$ sera le foyer conjugué du point
 4 pour les rayons passant du 1^{er} air dans
le vent. Puis à au point B , le rayon
luminieux se réfracte en 1^{er} en sortant de
la lame. Du point $4'$ émettant une
profonde ombre sur la face qui contient le

$$BC = CP \text{ of } i'$$
$$BC = CL' \frac{1}{2} r'$$

Done.

$$\frac{CH'}{CP} = \frac{Gc'}{Gr'} = \frac{\sin i'}{\sin r'} = n.$$

Le point L' étant fixe, le point P se me-
me. Donc tous les rayons lumineux qui
passent par le point L' au point P de la
côte du plan OL au point P'
symétrique de P . Par conséquent, les
rayons sortis du biseau viendront
à deux points P, P' qui sont à l'antiquité
entre eux; ils s'interféreront par consé-
quent si les points P, P' sont rapprochés.
on peut les rapprocher autant qu'on
voudra en augmentant l'angle du biseau.
Dans ce cas, la brach CL' est sensiblement
égale à la longueur OL' qui diffère peu

La longueur OL' , CP diffère donc par d de OL
 et le droit $P P'$ passera exactement par
 le point C . Soit $PL = c$. Appelons d
 la longueur OL . D'après la formule précédente,
 l'écart d'une frange sera donné par:

$$x = \frac{m d \lambda}{4C}$$

Pour mesurer C , remarquons que on a:

$$C = 4L' \tan \alpha$$

Or:

$$4L' = OL' - OL = (n-1)d.$$

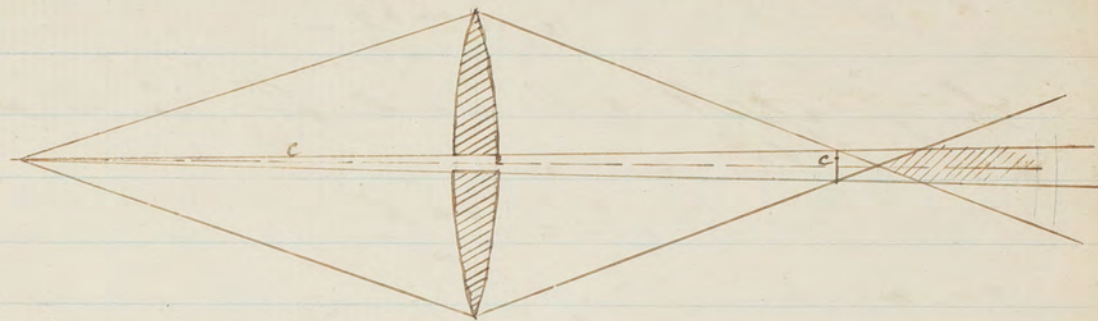
Donc:

$$C = (n-1)d \tan \alpha$$

Par suite:

$$x = \frac{m d \lambda}{4(n-1)d \tan \alpha}$$

III. Demi-lentille de Billard. —. On peut
 encore obtenir deux foyers lumineux symétriques
 de même couleur, tout à fait identiques
 entre eux, en prenant une lentille convergente,
 se composant en deux parties un plan passant
 par son axe principal faisant les deux moitiés
 à une petite distance l'une de l'autre
 mais sans qu'elles se touchent. Soit un
 point L placé au foyer de l'optique.



Le centre optique de la lentille primitive
 a été ainsi partagé en deux; il résulte
 que les deux moitiés de la lentille formeront
 chacune une image du foyer lumineux L
 le fait est d'autre part que la système agira
 triplement. Les deux points L, L' sont
 ainsi rapprochés l'un de l'autre que on
 voudra; il suffira de rapprocher les deux
 demi-lentilles. La distance des deux foyers
 lumineux L, L' qui sont dans la même
 condition sans interférence se mesurera
 ici facilement puisqu'il y a les deux points
 sont ici réels, ce qui n'aurait pas lieu
 dans les deux précédents procédés.

La formule que donne l'écart de

chaque frange sera encore

$$x = \frac{m \lambda}{4C}$$

Si j'appelle e l'écart des bords des deux lentilles on aura:

$$\frac{C}{e} = \frac{p + p'}{p}$$

Or on a

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

Donc

$$\frac{C}{e} = \frac{p + \frac{pf}{p-f}}{p} = 1 + \frac{f}{p-f} = \frac{p}{p-f}$$

Dans la formule de x on a:

$$x = \frac{m \lambda}{4ep} (p-f)$$

On voit que x augmente quand p augmente; on peut donc faire varier la largeur de la frange en faisant varier la distance du foyer à un système des deux lentilles.

Expérience de Fizeau et Foucault.-.

Fizeau, avec ses deux miroirs, avait obtenu qu'un petit nombre de franges; lorsque la différence de marche augmente les franges deviennent de plus en plus embrouillées. Les raies de lumière que

vous possédez ne sont jamais mono-chromatiques, c'est-à-dire d'une seule couleur correspondant à une longueur d'onde déterminée. Pour une même raie lumineuse, la longueur d'onde est toujours un peu variable entre deux limites. Alors on verra d'abord des franges quand le maximum de lumière de la longueur d'onde maximum coïncidera avec la lumière ^(monochrome) de la longueur d'onde minimum de la frange suivante.

De plus, il n'est pas possible d'obtenir des vibrations bien régulières avec une même source pendant un certain temps à une ^{certaine} distance. Les rayons qui interfèrent à un certain point du ^{espace} viennent bien de deux points identiques à chaque instant, mais au moment où deux ondes interfèrent ces ondes peuvent être d'amplitudes différentes ou même de sens d'une façon tout différente, pour laquelle ne sont portées en même temps des

Dans points d'interrogation. Plus la différence
de marche augmenta, plus il parut
y avoir de variation dans l'état de
la source lumineuse. Cette variation
s'ajouta donc à la première pour expliquer
que le nombre des franges qu'on obtenait
et toujours très petit.

M. M. Fizeau et Foucault ont
déplacé ^{l'expérience} le miroir de Fresnel par ailleurs
à une même distance. Ils ont augmenté ainsi
la différence de marche ^{de} due au déplacement
du miroir, sans avoir rendu les deux
points virtuels miroirs identiques qu'ils
ne l'étaient dans l'expérience de Fresnel.
Ils ont pu obtenir ainsi des franges
avec de grandes différences de marche.

M. M. Fizeau et Foucault plaçaient
un écran sur lequel tombaient les
franges, mais cet écran portait une petite
fente par laquelle ils faisaient passer
une frange seule. Dernière cette fente
pour recueillir la frange, se trouvant

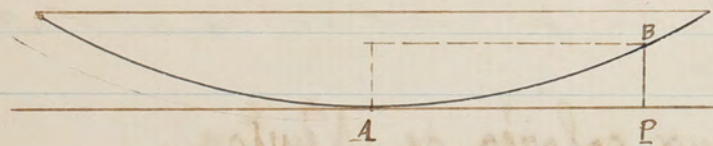
un cylindre sur lequel on plaçait
des prismes et une lunette pour observer
la frange transmise à travers le prisme.
Ils obtenaient un spectre lumineux dans
lequel une bande noire est tenue à l'endroit
de la couleur du spectre dont la couleur
était telle qu'elle fût identique pour cette
position de la fente. En faisant varier
la différence de marche par le déplacement
du miroir, on varia cette bande noire
et la frange dans le spectre. M. M.
Fizeau et Foucault, au moyen d'un
spectroscope composé de 7 prismes, ont compté
jusqu'à 500 franges. Leur fente était
placée sur la frange centrale avant le
déplacement du miroir.

Anneaux colorés de Newton.

Newton a produit des anneaux
colorés par la réflexion au moyen d'une
surface de grandeurs quelconque. Pour cela
il prit une plaque parfaitement polie en verre, il
plâtra une lunette sphérique sur sa face convexe

repasant sur le plan le rayon de la sphère
qui forme cette face et le tiers, considérons
de façon que cette face diffère peu d'un plan.
Les anneaux qu'il obtient seront donc
centrés au point de contact de la lentille avec
le miroir; les anneaux sont de deux
sortes, les uns produits par réflexion, les autres
par transmission, et ces deux sortes d'anneaux
sont complémentaires l'un de l'autre.

Considérons une surface sphérique et
son plan
tangent en
point A. Soit
B un point
de la sphère.



Calculons BP,
distance de
point au plan tangent. On a :

$$AP^2 = BP(2R - BP)$$

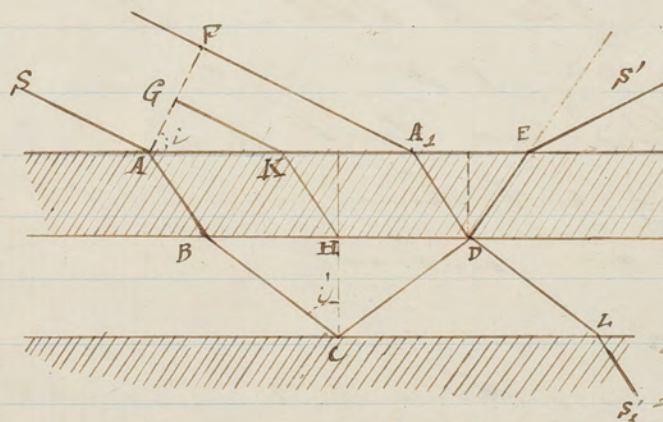
ou $AP^2 = 2R \cdot BP - BP^2$
ou bien approximativement :

$$AP^2 = 2R \cdot BP$$

On sait de la qu'à une certaine épaisseur
de la lame d'air compose une distance AP
dont le carré est proportionnel à l'épaisseur.

Théorie. — Les anneaux de Newton

appelés aussi anneaux des lames minces
sont dus à l'interférence de la lumière
réfléchi sur les deux faces qui limitent
la lame d'air. Considérons un rayon
lumière tombant en un point de la face
plane de la lentille, il vient renversé, après
être réfracté dans le verre, la 1^{re} face
de la lame d'air.



Une partie transmet
la lame d'air et
vient renverser
la 2^e face de la
lame d'air. Ceci,
si l'on considère un autre

rayon passant directement en A, et parallèle
au premier rayon. Une partie de ce rayon
suit un chemin analogue au premier

mais une autre partie se réfléchit en D
 vers la première face de l'air et sous la même direction
 S'E que la première. Ces deux rayons ^{synchro-} sont
 du soleil, convergent et se rencontrent en E,
 causant une différence de marche quel qu'il
 soit de calculs, ou une différence optique
 des chemins ABCD et FA₁D. Mais le
 chemin AB est égal au chemin A₂D, la
 différence de chemin sera égale à BCD - FA₁.
 Pour traiter le problème d'une façon
 générale, supposons qu'on remplace la
 lame d'air par une lame transparente
 d'indice n . Alors la différence de
 marche sera $2n BC - FA$. Appliquons
 à la règle d'incidence aux points A et C,
 et c'est l'épaisseur de la lame de verre et E
 celle de la lame d'air, on aura:

$$BC = \frac{e'}{\cos i'}$$

Si nous joignons les milieux G, H, K de AF,
 AA₂ et BD, nous aurons:

$$FA_1 = 2 GK = 2 AK \sin i \\ = 2 e' \sin i \operatorname{tg} i'$$

Donc la différence de marche sera:

$$\delta = 2n \frac{e'}{\cos i'} - 2e' \sin i \operatorname{tg} i'$$

Or nous savons quel on a:

$$n \sin i' = \sin i$$

Donc:

$$\delta = 2n e' \left(\frac{1}{\cos i'} - \operatorname{tg} i' \sin i \right)$$

ou

$$\delta = 2n \frac{e'}{\cos i'} (1 - \sin^2 i) = 2n \frac{e'}{\cos i'} \times \cos^2 i$$

ou enfin:

$$\delta = 2n e' \cos i'$$

Mais si nous supposons en outre
 que les rayons sont transmis au lieu
 d'être réfléchis, nous aurons une autre
 valeur pour δ . Il est facile de voir
 sur la figure que ces deux expressions
 de δ sont égales. Donc dans tous les
 cas, la différence de marche est égale à
 $2n e' \cos i'$. Si δ est une différence de marche
 est égal à un nombre pair de longueurs
 d'onde, il y aura maximum de lumière
 si elle est égale à un nombre impair de
 fois $\frac{\lambda}{2}$, on aura un minimum de lumière.

Cas. pour la différence de marche.
 On aura,
 $2n e' \cos i' = 2K \frac{\lambda}{2}$ A. brillant
 $2n e' \cos i' = (2K+1) \frac{\lambda}{2}$ A. obscur

On voit que les anneaux brillants
 sont tels que $2n e' \cos i'$ sera proportionnel
 soit à la série des nombres pairs, et
 la même quantité pour les anneaux
 obscurs sera proportionnelle aux nombres
 impairs. — D'après cette théorie, il
 semblerait que les anneaux par réflexion
 et par transmission seraient identiques;
 mais l'expérience montre au contraire
 qu'ils sont complémentaires. C'est là un
 fait général que nous retrouverons dans
 tous les phénomènes d'interférence.
 Lorsqu'un rayon se réfléchit dans
 un milieu sur une surface qui le
 sépare d'un milieu moins réfringent,
 il se comporte comme si avait subi un retard
 d'une demi-longueur d'onde. Il résulte de là
 que si l'on considère les rayons réfléchis comme
 l'un d'eux se réfléchit sur un

le même milieu l'air, il faudra
 augmenter la différence de marche d'une
 demi-longueur d'onde. Alors les anneaux
 brillants réfléchis correspondront aux anneaux
 obscurs transmis et réciproquement.

Cas particulier. — Considérons d'abord
 les interférences sur les rayons incidents
 sont sensiblement normaux à la face
 extérieure de la lentille; alors i' est sensiblement
 égal à $\frac{\pi}{2}$; la différence de marche
 pour les anneaux transmis sera $2n e'$
 et pour $2n e' + \frac{\lambda}{2}$ pour les anneaux
 réfléchis. — Or, nous avons vu que
 e' est proportionnel au carré du diamètre
 correspondant. Donc lorsque $2n e'$ sera
 un nombre pair de fois $\frac{\lambda}{2}$ on aura
 un anneau brillant transmis et un anneau
 obscur réfléchi. Si $2n e'$ est un nombre
 impair de fois $\frac{\lambda}{2}$, on aura un anneau
 obscur transmis et un anneau brillant réfléchi.
 Le résultat est le même quand i' est
 quelconque. On se rend compte de la vérité

1^{re} loi. — Les conies des diamètres
des anneaux brillants varient comme
la racine des nombres pairs pour les
anneaux ternaires et comme la racine des
nombres impairs pour les anneaux
réflexes, et vice versa.

2^{me} loi. — Les conies des diamètres
varient comme la racine de l'inclinaison.
En effet, on peut écrire la formule
suivante

$$\frac{2n e'}{n e} = r.$$

3^{me} loi. — loi des indices. — Pour un
anneau d'un même ordre et de même inclinaison,
le carré du diamètre est en raison
inverse de l'indice de réfraction de
la lame qui répare la lentille du p^{er} plan.

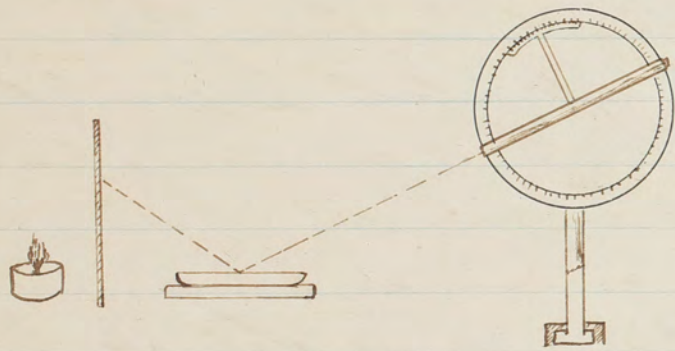
4^{me} loi. — loi des couleurs. — Voici
comment Newton énonçait cette même
loi: Les conies des diamètres décroissent
comme les racines carrées des longueurs
des cordes qui tombent sous les tons de la
gamme musicale.

D'après notre théorie, le carré du
diamètre, toutes choses égales d'ailleurs,
est proportionnel à la longueur d'onde
correspondante à la couleur considérée.
Vérifications expérimentales. — 1^{re} loi.

Newton a mis la première loi au moyen
d'un compas fléchant fixé au-dessus
d'une lentille, il rapprochait les points du
compas jusqu'à ce que les anneaux appa-
russent à deux points diamétralement
opposés de maximum ou de minimum
de lumière, et il a pu constater que les
anneaux se succédaient ^{de telle façon que les diamètres} comme les racines
des nombres
en pairs.

2^e Loi des inclinaisons. — Cette loi n'est
pas ^{très} comme de Newton, il se rapprochait
par une feuille une figure qui se
rapprochait beaucoup. Pour de petites inclinaisons
il a trouvé la loi des racines des inclinaisons
mais pour les inclinaisons supérieures à 50°
il avait une formule empirique des compl^{ex}.
Cela tient à l'imperfection des moyens

employés par Newton. etc. etc. De la poutre
 et de la poutre. Les inclinaisons très grandes
 jusqu'à $86^{\circ} 14'$. Voici comment
 l'appareil est disposé. La lumière est fournie
 par une bougie qui est placée sur une table.



Sur une tige
 verticale munie
 d'un trépied
 est attachée
 une pièce ^{mobile} portant
 une lunette;
 cette pièce

mobile peut tourner autour de la tige
 et la lunette peut tourner ^{par rapport à} dans la pièce
 dans un plan vertical. Elle fait sans
 avoir une échelle qui glisse sur une règle
 graduée vertical de même centre que la
 lunette. Le pied de l'axe vertical qui supporte
 la lunette est mobile dans une rainure
 horizontale au moyen d'un vis micrométrique
 (perpendiculairement au plan du tableau).
 La lunette étant disposée de la sorte pour

venir à l'infini en regardant que les rayons
 d'une même incidence, incidence qui
 l'on lit sur la règle graduée. Pour
 mesurer le diamètre d'un anneau, on
 commence par venir au centre, puis on
 agit sur le vis micrométrique pour
 déplacer la lunette jusqu'à ce qu'elle vienne
 en contact chaque fois avec le vis micromé-
 trique la division de la règle lue, on
 donne par un maximum de lumière
 puis on refait l'expérience en partant
 de l'autre côté du centre pour contrôler
 les premières expériences. On a ainsi les diamètres
 des anneaux pour une incidence donnée.
 Pour changer l'incidence, on suffit d'augmenter
 ou de diminuer l'inclinaison de la lunette.
 On a ainsi vérifié la loi des inclinaisons.
 Cet appareil sert à vérifier les
 trois autres lois.

3^e loi des indices. —. L'appareil est
 placé de ^{sorte} que l'on ait au-dessus de la table
 le doigt qui est toujours un peu gras et

qu'on mette une goutte d'eau; l'eau se répandra sur la surface du verre qui ne sera plus touchée par le doigt. Orphée la lentille de façon que son centre coincide exactement avec la ligne de séparation de la région sèche et de la région mouillée. Orphée nous a montré de la lentille, la même une d'air et sans l'acte d'eau.

Mais tout a semblé que la science même dans l'eau coincide avec la science même dans l'air. Soit e l'épaisseur correspondante au p même dans l'air et e' l'épaisseur correspondante au p même dans l'eau.

La science A dans l'air est e dans l'eau sont pour épaisseurs $6e$ et $8e'$ et l'eau aura,

$$6e = 8e'$$

$$e = \frac{4}{3}e'$$

$$e = 4e'$$

car l'indice de l'eau est $\frac{4}{3}$. Dans l'épaisseur $4e$ au rayon même de l'indice; ce qui coincide bien avec notre thèse.

4^e Loi des couleurs. — Les tons de

gaume mineure semblent se représenter par les notes.

la si ut re mi fa sol la
1 $\frac{2}{8}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{16}{9}$ 2

Les longueurs des cordes qui donnent ces notes sont représentées par:

1 $\frac{8}{9}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{9}{16}$ $\frac{1}{2}$.

Ce sont là des nombres dont les racines cubiques sont proportionnelles aux longueurs d'onde correspondant aux différents couleurs.

Principe d'Young. — Nous avons vu que la difficulté théorique qui s'est présentée pour distinguer les couleurs réfléchies des couleurs transmises. C'est Young qui a levé cette difficulté en disant que un rayon réfléchi de l'air se trouve change de signe de la même vibration tendu que rien ne change quand il a réfléchi du verre même; et que en général les rayons réfléchis de plusieurs uns en autre plus réfléchissant qu'un changement de signe. Il a justifié cette hypothèse en faisant une série

L'indice est compris entre celui du b. b. et celui du plan nitre au dessous. On peut faire par exemple une lame d'essence de sassafras au lieu d'un mélange d'essence de girofle et de laurier; une lentille de saumon et un plan de flint. On constate alors que les anneaux réfléchis sont à centre blanc et les anneaux transmis à centre noir.

On peut faire encore une autre expérience; former une lentille dont une moitié soit en crown et l'autre moitié en flint. Alors les anneaux réfléchis sont d'une des moitiés, de la partie crown ou de la partie flint. L'une des moitiés de chaque anneau sera complémentaire de l'autre.

Il faudrait par conséquent dans la suite lorsqu'on aura une réflexion d'un milieu sur un autre plus réfringent, ajouter ou retrancher au chemin parcouru physique une quantité égale à $\frac{1}{2}$ pour avoir ce que l'on appelle chemin optique.

Expérience de M. Fizeau.

M. Fizeau a pu compter un grand nombre d'anneaux en augmentant la différence de marche des rayons qui interfèrent. Pour cela, il construisit la forme générale de l'appareil de M. M. Dufour et Desains mais il remplaça une vis micrométrique verticale qui permet de déplacer peu à peu la lentille de plan. M. Fizeau a compté ainsi 400 anneaux très nets entre le centre; de 400^{ème} au 500^{ème} la netteté va en diminuant; de 500^{ème} au 600^{ème} elle va en augmentant; au delà de 600^{ème} la netteté revient à l'état primitif. Il a compté ainsi 40 séries d'anneaux, chacune comprenant plus de 500 anneaux, il a vu ainsi plus de 20 000 anneaux brillants.

Application à la mesure des dilatations des cristaux (M. Fizeau). — M. Fizeau a fait construire une règle de téflon en acier forgé d'un angle de 45[°] et d'un métal d'1/2 c.m d'épaisseur et de 4 c.m de diamètre. La règle



et supporte par
 pair vis du même
 métal et sont
 les pas sont très-
 petits. 1/4 de millimètre
 et sont les types traversant
 le dique en trois
 points égaux et sont
 situés au voisinage de la circonférence.
 Les extrémités supérieures de ces vis terminées en pointes ^{massives}
 dépassent le dique d'acier d'une certaine
 longueur variable à volonté. Sur ces pointes
 pointes, au face un dique de verre dont
 la face inférieure peut ^{être} ^{facilement} amenée
 à être parallèle à la ^{face supérieure} ^{du} dique d'acier. Les
 têtes des trois vis placées près de la partie
 inférieure forment les divisions permettant
 de la faire tourner d'une quantité de ^{comme} ^{la} ^{partie} ¹ ^{tête}
 et cet appareil ne dépasse pas 5 centimètres,
 et il peut être fabriqué au centre d'une étuve
 en cuivre de façon à y arriver à une
 température stationnaire bien connue à l'avance.

L'étuve étant en cuivre jaune très-
 épais dont la température est connue, elle est
 chauffée au moyen d'un ^{thermomètre} ^{par thermomètre} ^{à alcool}.
 Lorsqu'on veut mesurer la dilatation d'
 un métal dans une direction donnée, il
 faut tailler le métal ^{perpendiculairement} ^{à la}
 direction en lame de 5 à 10 ^{mm} d'épaisseur
 terminée par deux faces planes et parallèles,
 ment parallèles. On place cette lame sur
 le dique de verre par des vis en cuivre
 la plaque de verre jusqu'en contact
 avec la face inférieure du métal à une
 distance de 200 ^{microns} afin que la lame puisse
 dilater librement. Si l'appareil est transporté
 il faudra déposer la face inférieure sur
 le plan sur une feuille d'or afin que
 les ^{deux} ^{sur la} ^{face} ^{supérieure} ^{de} ^{la} ^{lame} ^{de} ^{cuivre} ^{ne} ^{soient} ^{pas} ^{en} ^{contact} ^{avec} ^{la} ^{face} ^{inférieure} ^{du} ^{diqué} ^{d'acier}
 ne se mélangent pas à la lumière réfléchie
 sur la face inférieure et qu'on soit sûr
 de faire les plus beaux et les plus forts
 systèmes de lignes rectangulaires très-fines
 espacées de 1 m. m. afin d'expulser, ^{facilement} ^{les} ^{impuretés}

qui se trouve entre la lame et le degré d'air.
 M. Fizeau avait marqué la position de
 une de ces vagues de lumière (l'air)
 vagues qui devaient lui venir de haut
 de après. On mesura de première approxi-
 mation, M. Fizeau fait tomber sur la
 surface de verre un faisceau de lumière
 jaune provenant d'une lampe à alcool.
 Dans l'oculaire on a devant du verre.
 On observe alors des anneaux non circulaires, dus à la
 réflexion sur la face inférieure du verre
 de verre et sur la face supérieure de la
 lame de cristal. On note alors rigoureuse-
 ment la température t et on note la
 position des franges par rapport à 10 points
 par exemple. Soit alors h la distance
 du centre de verre et d'air et c
 l'épaisseur de la lame de cristal; la
 différence de marche des rayons est
 $2(h-c)$. Si d est la longueur d'onde
 du jaune, les franges sont déterminées par l'équation:

$$2(h-c) = n \frac{d}{2}$$

D'air

$$h-c = n \frac{d}{4}$$

On porte alors la température à t' ;
 les franges se déplacent peu à peu en
 s'éloignant du centre par exemple; ce qui
 suppose une diminution dans la différence de marche.
 On compte avec soin le nombre des
 franges ainsi déplacées et la fraction de
 frange, comme précédemment. Soit p ce
 nombre. On aura alors

$$h'-c' = (n+p) \frac{d}{4}$$

Soit α le coefficient de dilatation du
 cristal dans la direction donnée et
 p celui de l'air; on aura,

$$c' = c \{1 + \alpha(t'-t)\}$$

$$h' = h \{1 + p(t'-t)\}$$

D'air

$$c'-c = c\alpha(t'-t)$$

$$h'-h = hp(t'-t)$$

D'air

$$(h'-c') - (h-c) = (hp - c\alpha)(t'-t)$$

Or les deux équations précédentes de l'expansion
 on tire en retranchant,

$$h' - h - (e - e') = f \frac{\lambda}{4}$$

Donc:

$$(ph - ex)(t' - t) = f \frac{\lambda}{4}$$

On connaît donc x si on connaît p .
 Mais p est variable avec la température
 l'air et M. Fizeau a déterminé, pour
 plus de précision, p sur son appareil
 lui-même. Pour cela, il a recommencé
 l'expérience en couvrant la lame de cristal
 interféré. Il obtient une équation
 analogue:

$$ph_2(t_2 - t) = f \frac{\lambda}{4}$$

Cette équation déterminant p .

Cette méthode permet par conséquent
 d'obtenir le coefficient de dilatation du
 cristal dans une direction quelconque.

Application à la détermination de l'épaisseur
 des couches très-minces. —. Lorsqu'un corps
 solide est recouvert d'une couche très-mince
 d'un corps opaque, il peut donner une combinaison
 avec un autre corps une substance transparente
 qu'il est facile de mesurer l'épaisseur de

cette couche transparente. M. Fizeau, pour mesurer
 l'épaisseur d'une feuille d'argent collée à une
 lame de verre, a placé un petit grain d'iodure
 sur la lame; il obtenait ainsi de l'iodure
 d'argent transparent, de sorte qu'il avait
 ainsi une bicouche d'iodure d'argent et une
 petite lentille d'iodure d'argent. Il se
 produisit par la réflexion sur les deux faces
 de cette lentille transparent des anneaux colorés.
 Du nombre des anneaux, M. Fizeau déduit
 l'épaisseur de la couche d'iodure d'argent. Si on
 effectue d'ya il anneaux semblables on se mettra
 rapidement la plus grande différence de
 marche sera $2ne$ qui sera égal à $m\lambda$

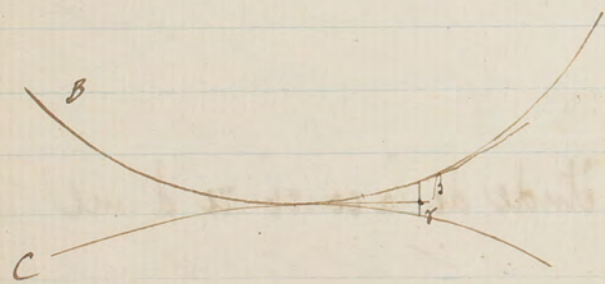
$$2ne = m\lambda$$

on obtient l'indice de l'iodure d'argent.
 D'où

$$e = \frac{m}{n} \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Application à l'étude de la courbure d'une
 surface polie. —. Quand on veut étudier la courbure
 d'une surface polie, transparente ou non, on
 l'applique sur une surface recouverte d'une

il y a alors production d'anneaux colorés.
 Pour tous les points qui sont sur un même anneau,
 l'épaisseur de la lame est la même; les
 anneaux ne sont donc circulaires, quasi
 la surface est de révolution autour d'une
 droite le sommet étant le point de contact
 avec la surface plane. La forme de ces anneaux
 indiquera par conséquent la forme de la
 surface. Mais, cette méthode exige que
 l'on possède d'abord une surface plane.
 On peut y parvenir si l'on possède
 trois surfaces de révolution; car alors on
 peut déterminer leurs rayons de courbure
 au sommet. On suppose en effet connaître
 à sommet deux de ces surfaces B et C.



Imaginons même
 le plan tangent
 commun. Considérant
 le même anneau
 l'épaisseur commune
 d'un tel anneau
 pour une incidence

normale une $\beta + \gamma$ On aura par conséquent

$$\beta + \gamma = m \frac{\lambda}{2}$$

Remplaçons la surface B par la surface A
 et soit m' le rang de l'anneau du même
 rayon que le précédent. L'épaisseur sera
 $\gamma + \alpha$ et l'on aura :

$$\gamma + \alpha = m' \frac{\lambda}{2}$$

Si on remplace la surface C par la surface
 B, on aura encore :

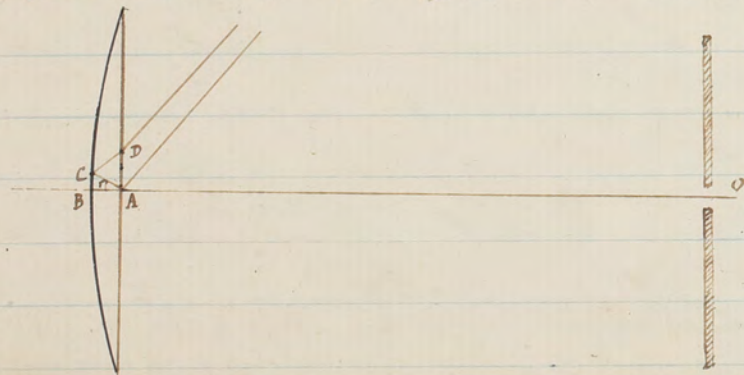
$$\alpha + \beta = m'' \frac{\lambda}{2}$$

Ces trois équations déterminent α , β et γ .
 Connaissant α , β , γ , on en déduit
 les rayons de courbure des diverses surfaces
 au sommet. — C'est avec l'une des
 surfaces de révolution que nous pourrions
 étudier la forme d'une surface quelconque.
 Pour cela, on place cette surface en
 contact de la surface de révolution au son
 sommet. Il se produira des anneaux
 colorés qui seront circulaires si la surface
 nouvelle est de révolution autour d'une même
 droite ^{de révolution} que dans tous les cas, le rayon

Les anneaux ne sont pas circulaires. Comme on connaît
 l'écart de la distance de chacune des surfaces
 au plan tangent commun l'étude des anneaux
 donnera la distance de point de la surface
 nouvelle à ce plan tangent commun.

Anneaux colorés des lames épaisses.

Les anneaux colorés des lames épaisses
 se produisent dans un grand nombre de
 cas. Considérons seulement le cas de
 Newton. Il paraît une petite plaque
 carrée dont la face convexe est étendue.
 Il y a un cercle perpendiculaire à l'axe
 de la surface de sorte que le centre du
 miroir coïncide avec un trou σ pratiqué
 dans l'écran. Le miroir l'écran et



en voisinage du point σ on place un p.
 lumineux si de plus la petite qui est le
 miroir σ ^{est} face plane et recouvert d'une
 ligne convexe de rayon ou de pression
 fine, il y a produit une diffusion de
 lumière et on observe les anneaux
 des anneaux colorés. Considérons un rayon
 lumineux incident sur l'axe AP. Pour
 le point voisinage du sommet, on
 peut remplacer la petite par une surface
 face parallèle. Une partie du rayon incident
 OA pénètre la surface ^{AB} régulièrement et vient
 en A et au point A une partie se diffuse
 mais une partie aussi du rayon OA
 se diffuse en passant au point A vient
 en C pour se réfléchir régulièrement en D
 il se ^{et vient} réfracte en sortant pour se réfléchir
 avec le premier rayon et il lui est parallèle.
 Ces deux rayons ont été en effet tous deux
 diffusés, réfléchis et réfractés. Ils sont donc
 dans la même condition, ils sont donc
 dans la même condition pour interférer.

Leur différence de marche est:

$$\delta = 2(AC - AB)$$

Or, on a:

$$AB = AC \cos r = c$$

Donc

$$\delta = 2c \left(\frac{1}{\cos r} - 1 \right)$$

Donc on aura des anneaux colorés quand on aura:

$$2c \left(\frac{1}{\cos r} - 1 \right) = m \frac{\lambda}{2}$$

Appelons p le rayon de courbure et d la distance de l'écran à la lame. On a:

$$p = d \tan i$$

et de plus: $\sin i = n \sin r$

Il faut l'indice de la lame. Si entre ces deux équations on élimine i et r , on aura la relation qui détermine p et la loi des anneaux. On obtient cette relation sans forme simple mais approchée. En prenant un miroir de très-grand rayon, les rayons des anneaux qu'on aperçoit sont toujours assez petits pour que le sinus de i diffère peu des tangente.

Alors on pourrait écrire:

$$p = d \sin i = n d \sin r$$

et il vaudrait éliminer r entre deux équations.

On tire ainsi:

$$p^2 = d^2 \frac{n^2}{c} \cdot m \frac{\lambda}{2}$$

en remplaçant $\cos r$ par les deux premières termes de son développement.

On voit sans peine qu'on, pour les anneaux de même ordre, les rayons sont proportionnels à la distance de la lame à l'écran. 2° le rayon est proportionnel à la racine des indices, 3° et est en raison inverse de la racine carrée de l'épaisseur de la lame. 4° enfin, pour une lame donnée, les carrés des rayons de la suite des anneaux s'additionnent et forment, comme la suite des carrés entiers.

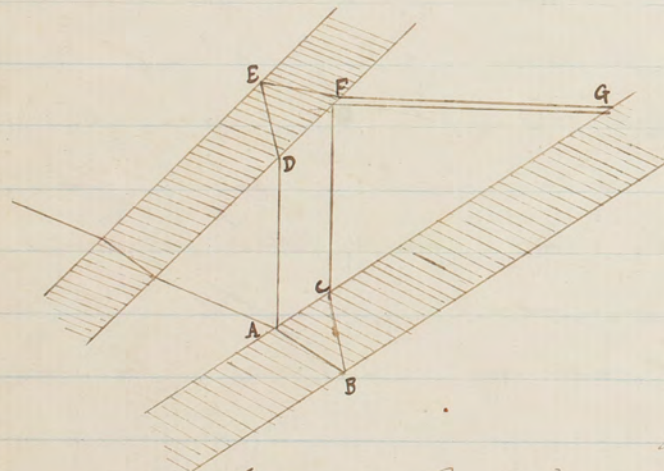
On peut obtenir encore des anneaux sans que l'écran soit tout à fait perpendiculaire à l'axe de la lentille c'est-à-dire que le foyer & coincide exactement

avec son image. On obtient alors des anneaux qui ont leur centre au point

et les anneaux qui ont un anneau brillant passe par le même point. foyer et image; mais ces anneaux sont moins éclatants que ceux des interférences.

Franges de Brewster. — Les franges

de Brewster sont dues à une interférence produite par une lame épaisse. Supposons



une lame épaisse, à faces parallèles, légèrement inclinées l'une sur l'autre, et considérons un rayon lumineux incident au voisinage de la normale. Le

rayon traverse la première lame, une partie se réfléchit sur la première face de la 2^e lame puis sur la ^{1^{re}} face de la 1^{re} lame. Une autre partie se réfléchit sur la 2^e face de la

2^e lame puis sur la seconde face de la première. Les deux portions sortent sensiblement parallèles et interfèrent.

Il y a une différence de marche qui dépend de l'angle des lames et de leur épaisseur. Les deux portions de chemins AD et ^{CE} EF sont égales puis que les points A, C sont très voisins. On le prouve dans le cas où l'inclinaison est très petite et la différence normale. Mais pour le cas général. Appelons m l'indice de réfraction des deux lames épaisse, m' l'indice de réfraction de la substance qui sépare les deux lames (elle peut être l'air). Le chemin optique parcouru par le premier rayon est

$$m(AB + BC) + m'CF$$

Le chemin du second est

$$m'AD + m(DE + EF)$$

La différence de marche est donc

$$D = m(AB - DE) + m'(CF - AD)$$

Cette différence de marche est variable pour les différents rayons parallèles qui

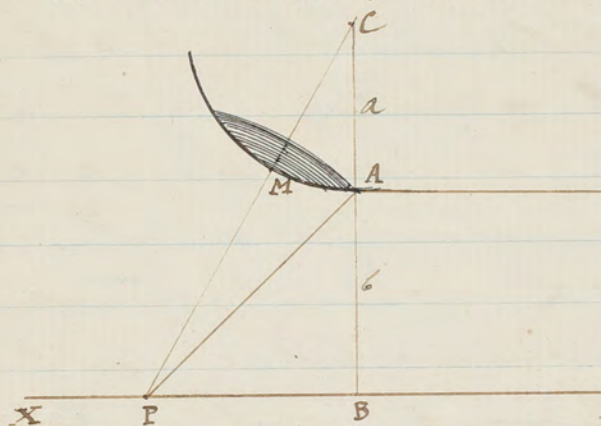
tombant sur les ^{lames} qui elles sont inclinées
 légèrement. Sans les rayons incidents sur
 des points qui sont sur une droite
 parallèle à l'axe des deux lames ont
 la même différence de marche mais cette
 différence est variable quand la distance
 du point de contact à l'axe est variable.
 On pourra ainsi obtenir par superposition
 des franges rectilignes parallèles à l'axe
 des deux lames.

Diffraction.

Définition. — L'expérience de Grimaldi
 à laquelle il résulte que la lumière ne se propage
 toujours en ligne droite dans un milieu
 homogène est la première expérience de diffraction
 citée. En général, on appelle phénomène de
 diffraction les phénomènes résultant de l'interférence
 des ondes incomplètes.

I. — Diffraction par un écran indéfini dans un sens. —

Supposons un écran horizontal indéfini
 dans un sens et un point lumineux C situé
 au-dessus de l'écran dans le plan vertical
 tangent au bord
 de l'écran et
 soit un autre
 écran indéfini dans
 deux sens
 parallèle au premier
 qui reçoit de la
 lumière envoyée
 par le point C . Soit la



lumière se propageait rigoureusement en ligne
 droite, tout point de BX recevrait de la
 lumière qui vient en diminuant graduellement
 du point B vers X . Mais tout point point
 de la portion BX' reçoit sans l'obscurité ^{complète}. L'expérience
 montre qu'il n'en est pas de tout ainsi.
 On constate dans la partie géométriquement
 éclairée des franges parallèles à l'axe ^{ou}
 voisinage du point B c'est-à-dire une succession

de maximum et de minimum de lumière.
L'on observe de plus dans l'anneau δ de B
une certaine quantité de lumière. Young
avait expliqué ce fait par une interférence
se produisant entre les rayons directs arrivant en
un point et les rayons réfléchis sur le bord A de
l'écran. Mais cette explication ne paraissant
s'admettre que pour les franges des parties
éclairées; car elle ne s'explique pas l'illumination
de la portion $\delta X'$. Fresnel a montré
de plus que le phénomène ne dépend pas de
la nature du bord de l'écran A quel soit même
ou épais, poli ou non poli.

Théorie élémentaire de Fresnel. — Fresnel
explique la diffraction en s'appuyant sur
le principe de Huyghens qui suppose une modification
fréquente l'onde émise par le point C n'est pas
entière au delà du point A. Considérons
l'onde sphérique qui passerait par le point A.
Nous savons que nous pourrions remplir le
point δ par le point sphérique de tous les
points arrivant maintenant constamment par

un pénétré artificiel dans le état du cas réel.

Soit P un point quelconque XX' et soit
M le point où la droite CP rencontre
l'onde. Si cette onde était continue, le
point P serait éclairé par la portion
de l'onde très voisine du point M. Mais
cette onde est limitée d'un côté, par consé-
quent du point A il n'y aura pas interférence
entre les lumières issues par les différents
zones qu'on obtient en passant du
point P les sphères de rayons égal à
 $P/M + n \frac{\lambda}{2}$, n étant un nombre entier quel.
Soit $m, m', m'', \dots$ les amplitudes des zones,
ment relatives envoyés dans différentes
zones au point P alors l'amplitude
de l'onde au point P sera

$$(1) \quad A = m - m' + m'' - m''' + \dots$$

Si donc on s'arrête à un nombre pair
de zones, le second membre sera plus
petit que A et si on s'arrête à un nombre
impair, l'amplitude sera plus grande que A.
Il y aura donc un maximum au point P

si l'on a AK contient un nombre pair
de ses éléments, et maximum si ce nombre
est impair. — Dans ce cas, on a
aussi :

$$\delta = PA - PM = K \frac{\lambda}{2}$$

Pour

Il y a

$$\delta = 0 \text{ ou } \frac{\lambda}{2}$$

minimum de lumière

$$\delta = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$$

maximum de lumière.

Pour les points tels que δ n'est pas un
nombre entier de fois $\frac{\lambda}{2}$, la lumière aura
une intensité intermédiaire entre le maximum
et le minimum. Nous faisons remarquer
en passant que l'éq. (2) est la même que
celle que décrit Pierre Young pour sa théorie
des interférences en A , il n'y a donc rien
d'étonnant que cette théorie puisse expliquer
une partie de fait auparavant tel.

Nous faisons calculer les éléments des
franges. δ peut s'écrire :

$$AP + AC - PC = K \frac{\lambda}{2}$$

ou

$$AP - PC = K \frac{\lambda}{2} - AC.$$

Pour une valeur déterminée de K , le lieu

des points satisfaisant à cette relation est
une hyperbole ayant pour foyers les points
 A et C et pour une ligne directrice la tangente $K \frac{\lambda}{2} - AC$.
Prenons pour axes les axes de symétrie de la
cavité. L'équation de l'hyperbole sera :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

x et y étant les coordonnées. On a :

$$2a = a - K \frac{\lambda}{2} \quad a = AC.$$

La quantité $K \frac{\lambda}{2}$ est très petite par rapport
à la quantité a , de sorte que on a approximativement

$$a = \frac{a}{2}$$

Quant à la quantité b elle est égale à :

$$b = \sqrt{\frac{aK\lambda}{4}}$$

et ad

$$b = \frac{1}{2} \sqrt{aK\lambda}$$

Alors l'équation de l'hyperbole s'écrit :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 K \lambda} = \frac{1}{4}$$

Si le point P appartient à l'une de ces
hyperboles, alors x est égal à $\frac{a}{2} + b$ la
quantité AB que j'appelle b .

$$x = \frac{a}{2} + b.$$

et

$$y = \sqrt{\frac{K\lambda}{a}} \sqrt{b(a+b)}$$

ce qui on peut écrire sous une autre forme

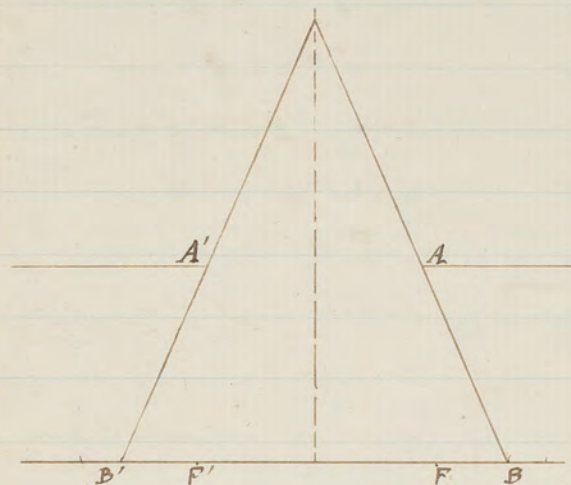
en fonction de δ .

$$y = \sqrt{2\delta} \sqrt{b + \frac{a}{2}}$$

y est donc proportionnel à la racine de δ .
Pour $\delta = 0$, il y a minimum de lumière

pour $\delta = 1$, il y a maximum. C'est
que la distance de deux franges lumineuses varie
comme la racine des racines carrées des nombres
impairs et que pour les franges sombres,
cette distance varie comme la racine des nombres
pairs.

Il est clair que l'interférence
n'est pas complète, il y a une différence entre les cas obtenus que dans le cas
d'une interférence complète; les franges sont
donc moins belles que dans le cas que nous
avons précédemment étudié. Fresnel se rendit
de son micromètre pour mesurer y ; mais
il y avait une difficulté pour déterminer
exactement la position du point B car il y
a la réflexion de lumière. Il put voir alors
deux arcs en regard et se ^{placant} fait lui-même
facilement au bord de l'écran et le plaça de
manière que deux arcs fussent. Il avait alors



deux systèmes de
franges et l'un
avait:

$$\frac{BB'}{AA'} = \frac{a+b}{6}$$

J'en ai $BB' = AA' \frac{a+b}{6}$

Or, $BB' = FF'$, F, F' étant
deux franges symétriques
et égales à $2y$. On

peut mesurer FF' par le micromètre, BB'
s'obtient par la mesure de AA' , $2y$ se
détérmine donc par deux mesures.

Les mesures ainsi effectuées ^{sont} montrent
que la théorie obéissante que nous avons
faite donne des franges un peu plus
larges que l'expérience ne l'accorde.
Mais Fresnel a-t-il donné de ce phénomène
une théorie complète qui s'accorde bien
avec les résultats de l'expérience.

Théorie complète. — Considérons
l'écran d'un petit arc MA et le point P.
Offérons à la longueur de l'arc MA , $MA = dz$

Il faudra prendre ces intégrales entre des limites convenables déterminées par la position du point A par rapport au point B. Tout revient donc à calculer ces intégrales. Pour simplifier l'écriture Fourni par:

$$v^2 = \frac{2(a+b)z^2}{ab\alpha}$$

$$q = \frac{\pi}{2}$$

Alors

$$dz = dv \sqrt{\frac{ab\alpha}{2(a+b)}}$$

Donc:

$$A = \sqrt{\frac{ab\alpha}{2(a+b)}} \cos qv^2 dv$$

$$B = \sqrt{\frac{ab\alpha}{2(a+b)}} \sin qv^2 dv$$

Donc on aura:

$$I = \frac{ab\alpha}{2(a+b)} \left\{ \left(\int \cos qv^2 dv \right)^2 + \left(\int \sin qv^2 dv \right)^2 \right\}$$

ou

$$I = \frac{ab\alpha}{2(a+b)} X$$

En intégrant par parties, on a

$$\int_{v'}^{v''} \cos qv^2 dv = \left(\frac{\sin qv^2}{2qv} \right)_{v'}^{v''} - \int_{v'}^{v''} \sin qv^2 d \frac{1}{2qv}$$

On a toujours:

$$\int_{v'}^{v''} \sin qv^2 d \frac{1}{2qv} = \frac{1}{2q} \left(\frac{1}{v'} - \frac{1}{v''} \right)$$

Remarquons que v est proportionnel à z quand v, v'' sont très grands, cette quantité est très petite et change de signe quand qv^2 varie de π . De même on a:

$$\left(\frac{\sin qv^2}{2qv} \right)_{v'}^{v''} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin qv''^2}{qv''} - \frac{\sin qv'^2}{qv'} \right)$$

quantité très petite aussi dans le même cas. Donc en définitive $\int_{v'}^{v''} \cos qv^2 dv$ est une quantité très petite quand z est très grand. Donc si l'on considère une ou qq à une distance ^{suffisante} la vibration enragée par et que l'on néglige; de sorte que l'influence de la partie correspondante de l'autre sur la vibration du point B sera insensible, car ce que l'on a déduit sans $\int \cos qv^2 dv$ se déduirait de la même façon sans $\int \sin qv^2 dv$. Par suite si dans le calcul de ces intégrales l'une des limites est grande, on pourra la remplacer par l'infini sans changer sensiblement leur valeurs. Par conséquent X sera s'écrire:

$$X = \left(\int_0^{\infty} \cos qv^2 dv + \int_0^{MA} \cos qv^2 dv \right)^2$$

$$+ \left(\int_0^{\infty} \sin qv^2 dv + \int_0^{MA} \sin qv^2 dv \right)^2$$

Mais $\int_0^{\infty} \cos qv^2 dv$ est une intégrale définie
dont on connaît la valeur: on a:

$$\int_0^{\infty} \cos qv^2 dv = \int_0^{\infty} \sin qv^2 dv = \frac{1}{2}$$

Donc:

$$X = \left(\frac{1}{2} + \int_0^{MA} \cos qv^2 dv \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + \int_0^{MA} \sin qv^2 dv \right)^2$$

Tousel a employé un artifice pour
calculer chacune de ces intégrales. Il
suppose qu'on ait calculé l'intégrale
 $\int_0^i \cos qv^2 dv$ de 0 à une certaine limite $\int_0^i \cos qv^2 dv$
par exemple, et il propose de calculer
la valeur de l'intégrale:

$$\int_0^{i+t} \cos qv^2 dv$$

Pour ce faisant:

$$v = i + u$$

Plus en prenant u assez petit pour

qu'on puisse négliger son carré, on aura:

$$\begin{aligned} \int_0^{i+t} \cos qv^2 dv &= \int_0^{i+t} \cos q(i+u)^2 du = \int_0^{i+t} \cos qi^2 du + \int_0^{i+t} \cos qiu du \\ &= \cos qi^2 \int_0^{i+t} du + \int_0^{i+t} \cos qiu du \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (i+t) \cos qi^2 + \frac{1}{qi} (\sin qit + \sin qit^2) \\ &= \frac{1}{qi} \{ \sin q(i^2 + 2it) - \sin qi^2 \} \end{aligned}$$

Cette intégrale devient 0 pour $i = 0$.

Nous pourrions faire par exemple successivement
 $t = 0, 1$. En ajoutant à chaque valeur de
 i déterminée au $\{$ successivement $0, 1$ en t on obtient
de proche en proche les valeurs de l'intégrale
 $\int_0^{i+t} \cos qv^2 dv$ entre deux limites distinctes de 0, 1,
c'est-à-dire qu'on remplacera successivement i
par la série des nombres entiers de 0, 1; on aura en définitive la somme
cherchée quel que soit MA.

On peut se représenter une seule face
d'un point au point sans observer la distance
du point considéré au point 0 et point
ordonnée de l'intégrale correspondante. On trouve

une courbe sinusoïdale présentant des maxima
et minima alternatifs. On peut ensuite
calculer directement les maxima et minima.
Si en effet, nous appelons C et S les
intégrales, on a

$$x = (\frac{1}{2} + C)^2 +$$

Il est maximum si x est maximum
Il suffit que l'on ait :

$$(\frac{1}{2} + C)dC + (\frac{1}{2} + S)dS = 0$$

Si dC et dS sont connues, on a donc une
une équation qui détermine les des intégrales
en fonction de l'angle pour les maxima
et minima. — Les résultats obtenus par
Foucault d'après cette méthode sont con-
formes avec l'expérience. Remarquons que
la différence entre un maximum et un
minimum demeure constamment la même
d'où il résulte que le nombre de franges.

Loi des Franges de M. Dufet. —.

Reprenant l'équation

$$(\frac{1}{2} + C)dC + (\frac{1}{2} + S)dS = 0$$

On peut écrire

$$(\frac{1}{2} + C) \cos 2\psi^2 + (\frac{1}{2} + S) \sin 2\psi^2 = 0$$

D'où

$$\tan 2\psi^2 = - \frac{\frac{1}{2} + C}{\frac{1}{2} + S}$$

Nous avons dit que C et S sont égaux
à $\frac{1}{2}$ pour les franges d'ordre zéro ; donc
pour ces franges, on a

$$\tan 2\psi^2 = -1$$

D'où

$$\frac{\pi}{2} \psi^2 = \frac{3\pi}{4} + K\pi$$

On trouve que la formule qui donne les
maxima est :

$$\frac{\pi}{2} \psi^2 = (2n+1)\pi - \frac{\pi}{4}$$

Pour les minima la formule est :

$$\frac{\pi}{2} \psi^2 = 2n\pi - \frac{\pi}{4}$$

Donc les franges sombres sont données par

$$\psi^2 = 4n - \frac{1}{2}$$

et les franges brillantes par :

$$\psi^2 = 4n + 2 - \frac{1}{2}$$

Pour S on trouve :

$$S = (2n - \frac{1}{4}) \frac{\lambda}{2}$$

La théorie complète détermine donc de $\frac{1}{4}$ à $\frac{\lambda}{2}$
la différence de marche des franges d'ordre

Voici pour l'obscurité

$$x = \sqrt{2(2n - \frac{1}{2})} \frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{b(a+b)}{a}}$$

Cette loi trouve aussi exactement pour les franges d'ordres élevés et encore la même pour les autres. On la vérifie par le calcul. Voici un tableau qui le montre :

Ordres des franges.	Théo. élément.	Théo. complète.	Loi de Ruel.
1	2,000	1,873	1,871
2	2,829	2,739	2,739
3	3,465	3,391	3,391
4	4,000	3,937	3,937
5	4,473	4,418	4,418
6	4,899	4,848	4,848
7	5,293	5,244	5,244

Ce tableau donne les valeurs de δ d'après R., la théorie élémentaire, 2^e la théorie complète, 3^e enfin la loi de M. Ruel. On voit que ces deux dernières résultats s'accordent parfaitement excepté pour la frange du premier rang

où il y a une différence de 4,802.

Elle est donc générale pour les franges produites par un écran.

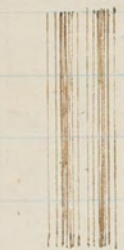
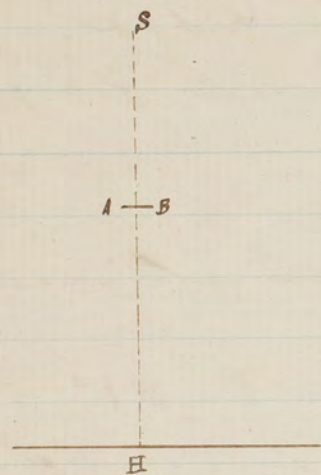
Si le point que l'on considère se trouve dans l'ombre géométrique, on aura alors :

$$X = (\frac{1}{2} - C)^2 + (\frac{1}{2} - S)^2$$

On a fait le calcul de X pour les différents points caractéristiques de l'écran et l'on trouve une série de nombres qui sont constamment en diminuant, il n'y a donc ni maxima ni minimum et l'intensité de la lumière va constamment en décroissant à mesure qu'on s'éloigne du point B.

II. Diffraction par un fil, une aiguille, une broche,.....

Soit un point lumineux S et un écran indéfini. L'opposons une ligne AB perpendiculaire au plan du tableau et symétrique par rapport à la perpendiculaire SH abaissée de S sur l'écran. Les ordres élevés par le point S sont ceux

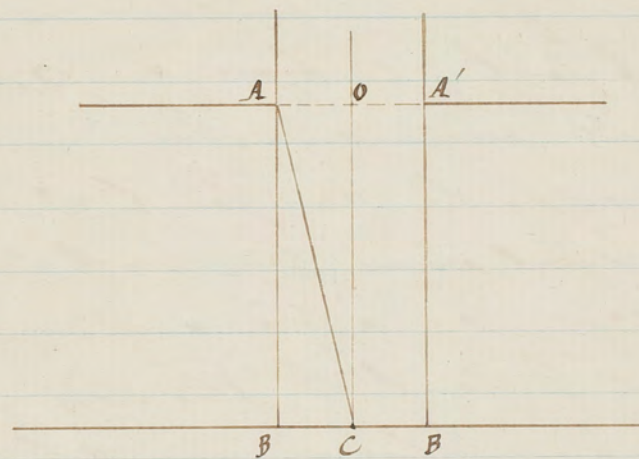


mesurements.
Au point H
il y aura de la
lumière car les
portions de l'onde
intérieures de chaque
côté de l'aiguille
envenant de la
lumière au point
H sans différence

de marche. De part et d'autre du
point H il y aura des franges car il y aura
des différences de marche entre les
portions éclairantes. — Les premières franges
sont surtout visibles, le reste paraît comme
de l'aiguille ou l'éclair paraît comme l'ombre
de deux aiguilles voisines. Il n'est
de même si l'onde lumineuse est
arrêtée en partie par un diaphragme ; l'onde
partielle par le diaphragme présente toujours un
point central lumineux.

III. Diffraction par une fente.

Supposons un écran présentant une
fente très fine et considérons de la lumière
parallèle tombant sur cette fente et
recueillie sur un écran distant. Soit O
le milieu de AA'



et C le milieu de
BB'. Prenons la
droite OC et AC.
Supposons que
le point C soit tel
que la différence
entre AC et OC est
égale à une longueur

$$d'onde : AC - OC = 2 \frac{\lambda}{2}.$$

Alors dans la portion de l'onde AA' je
pourrai déterminer deux zones qui inter-
fèrent entre elles, de sorte qu'il n'y aura
pas de lumière au point C. Ce lieu
appelé ra la longueur AA' on aura :

$$x^2 = d(\lambda + 2x) = \lambda d + 2dx.$$

x^2 est négligeable devant λd et d est l'axe.

III

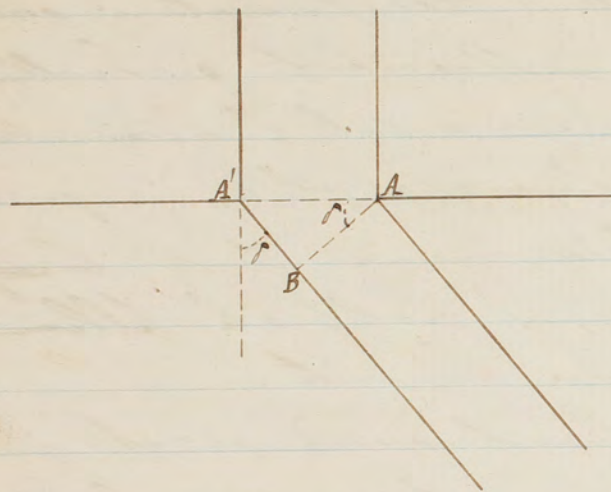
I^{er} cas $a^2 = 2\lambda x$

Donc quand on a ceci, il n'y a pas au point C la lumière de couleur λ . Pour tout point plus éloigné que C, il n'y aura plus interférence complète, car à mesure que le point C s'éloigne de O, la différence AC-OC diminue, et si le point C se rapproche du point O, il y aura encore du point obscur pour cette couleur. Si donc on agit avec une lumière homogène, le point le plus éloigné pour lequel il y a interférence sera déterminé par $x = \frac{a^2}{2\lambda}$. Puis si on rapproche l'œil ou l'écran ou passera par une succession d'obscurité et de lumière. L'obscurité correspond à $2u \frac{\lambda}{2}$ et les maximum de lumière à $(2u+1) \frac{\lambda}{2}$ pour AC-OC ou se voit de la lumière blanche, on verra successivement les diverses couleurs opposées de la première couleur qui disparaît, c'est le violet; par conséquent à cette distance

on voit la couleur complémentaire qui est le jaune. En se rapprochant graduellement, disparaissent successivement le blanc, le vert, le jaune, l'orange et le rouge et apparaissent en même temps le ~~bleu~~ ^{indigo}, le ~~orange~~, le rouge, le violet, le blanc le vert... et ainsi de suite.

On remarque facilement aussi qu'il y a des franges dans la portion BB', de même que dans la portion géométriquement obscure. Nous ne traiterons complètement que le cas où l'œil ou l'écran qui reçoit la lumière vient situé à l'infini, c'est à dire qu'on observera les franges au moyen d'une lunette disposée pour viser à l'infini. Les franges seront alors situées au foyer de l'objectif.

Théorie élémentaire. — Soit AA' le cylindre incident. Quand dans la lumière diffractions dans une direction quelconque AB et menons AB perpendiculaire à cette direction. Supposons que AA' contienne



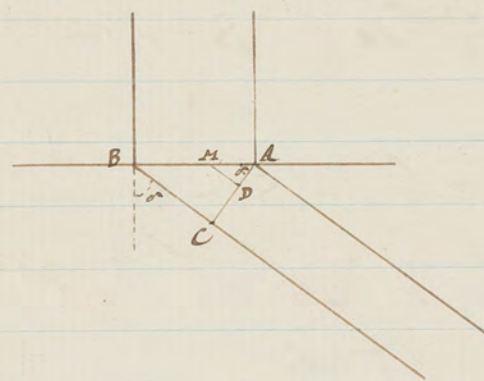
un nombre exact
de zones dont
chaque une est
à la voisine
dans la direction
commun A'B une
différence de marche
égale à $\frac{\lambda}{2}$. Nous
aurons alors un

maximum de lumière pour cette direction.
Supposons ^{un minimum} en effet qu'elle contienne
quatre 2 portions ayant un retard de
 $\frac{\lambda}{2}$ l'une sur l'autre; alors il y aura
interférence complète dans cette direction
il en sera la même si le nombre
de zones est un nombre pair. Il y aura
un maximum de lumière si
ce nombre est impair. Supposons
la direction du rayon lumineux: Que

$$A'B = AA' \sin \delta$$

AA' étant perpendiculaire à la direction
de A'B; si A'B est égal à un nombre

pair de fois $\frac{\lambda}{2}$, on aura l'obscurité;
si A'B est égal à un nombre impair
de fois $\frac{\lambda}{2}$, il y aura un maximum de lumière.
Théorie complète. —. Considérons un



élément du profil
de la zone située
à une distance x
du point A. Le retard
de cet élément sur les
vibrations de A est:

$$MD = x \sin \delta.$$

Par conséquent

la vitesse relative communiquée à une onde
située à l'infini dans la direction BC
est égal à:

$$v = dx \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x \sin \delta}{\lambda} \right)$$

de pendant pour lequel des temps de
le commencement des vibrations envoyés par le point
A. Cette formule peut s'écrire:

$$v = dx \sin 2\pi \cos \frac{2\pi x \sin \delta}{\lambda} - dx \cos 2\pi \sin \frac{2\pi x \sin \delta}{\lambda}$$

Pour avoir la vibration résultant de
tous les éléments de x , si nous appelons ρ

la distance AB, nous aurons la formule:

$$V = \sin 2\pi \frac{t}{T} \int_0^a \cos \frac{2\pi x \sin \sigma}{\lambda} dx - \cos 2\pi \frac{t}{T} \int_0^a \sin \frac{2\pi x \sin \sigma}{\lambda} dx$$

Pasons

$$C = \int_0^a \cos \frac{2\pi x \sin \sigma}{\lambda} dx \quad S = \int_0^a \sin \frac{2\pi x \sin \sigma}{\lambda} dx$$

Alors:

$$V = C \sin 2\pi \frac{t}{T} - S \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

L'intensité de la lumière peut se représenter par

$$I = \int_0^T V^2 dt$$

I est la durée d'une oscillation, or,

$$V^2 = C^2 \sin^2 2\pi \frac{t}{T} + S^2 \cos^2 2\pi \frac{t}{T} - 2CS \sin 2\pi \frac{t}{T} \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

ou

$$V^2 = \frac{C^2}{2} (1 - \cos 4\pi \frac{t}{T}) + \frac{S^2}{2} (1 + \cos 4\pi \frac{t}{T}) - CS \sin 4\pi \frac{t}{T}$$

ou

$$V^2 = \frac{1}{2} (C^2 + S^2) - \frac{1}{2} (C^2 - S^2) \cos 4\pi \frac{t}{T} - CS \sin 4\pi \frac{t}{T}$$

On a donc:

$$I = \frac{1}{2} (C^2 + S^2) T \quad (\text{tous les autres termes sont nuls.})$$

Donc I est proportionnel à $C^2 + S^2$.

$$I = K (C^2 + S^2)$$

Calculons maintenant C et S . On a

$$C = \frac{a}{2\pi \sin \sigma} \sin \frac{2\pi a \sin \sigma}{\lambda}$$

et

$$S = \frac{a}{2\pi \sin \sigma} \left(1 - \cos \frac{2\pi a \sin \sigma}{\lambda} \right)$$

Donc:

$$I = \frac{2Ka^2}{4\pi^2 \sin^2 \sigma} \left(1 - \cos \frac{2\pi a \sin \sigma}{\lambda} \right)$$

ou

$$I = \frac{4Ka^2}{4\pi^2 \sin^2 \sigma} \sin^2 \frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda}$$

ce qui se peut écrire

$$I = Ka^2 \left(\frac{\sin \frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda}} \right)^2$$

Pasons pour simplifier l'écriture:

$$u = \frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda}$$

Alors:

$$I = K' \frac{\sin^2 u}{u^2}$$

I est une simple fonction de u ou u ,
il a un maximum ou minimum, si l'on

$$\frac{dI}{du} = 0$$

c'est d. $\frac{\sin u}{u} \cdot \frac{u \cos u - \sin u}{u^2} = 0$

D'où $\sin u = 0$ $\text{tg } u = u$.

En prenant $\frac{du}{dx}$ en compte facilement que les minima sont donnés par

$$\sin u = 0$$

et les maxima par

$$\text{tg } u = u$$

Les franges sombres sont données dans les cas:

$$u = n\pi \quad \text{c'est d.} \quad \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = n\pi$$

ou $a \sin \theta = n\lambda$

c'est d. $BC = n\lambda$

Et l'on voit qu'il y a obscurité complète.

Pour les maxima, on a:

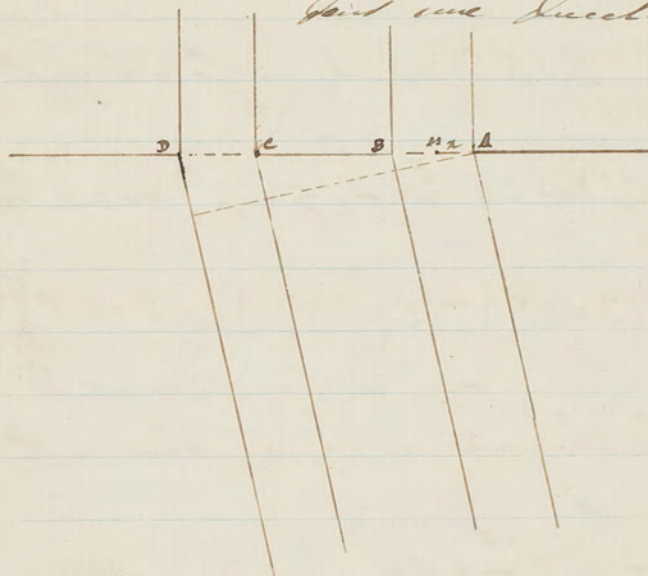
$$I = K' \cos^2 u$$

L'intensité est donc ici variable

Si l'on agit avec de la lumière blanche, la valeur de a pour laquelle l'intensité d'un certain ordre est nulle fait approcher le contour complémentaire comme nous l'avons dit précédemment.

IV. Diffraction par deux fentes égales.

Considérons deux fentes égales parallèles de largeur a séparées par un espace plein de largeur b , et venant sous la lumière les rayons dans une direction. Considérons



une section quelconque $AP = x$ de la figure. Il s'agit de savoir à x un certain point de la section, il en résulte pour un point placé à l'infini, en arrivant devant la vitre, quelle

$$v = dx \sin \pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x \sin \theta}{\lambda} \right)$$

en prenant pour origine des temps le moment où les vibrations du point A arrivent au point considéré. Ceci peut s'écrire:

$$v = dx \sin \pi \left(\frac{t}{T} \cos \theta - \frac{x \sin \theta}{\lambda} \right) - dx \cos \pi \left(\frac{t}{T} \cos \theta - \frac{x \sin \theta}{\lambda} \right)$$

La vitesse du point situé à l'infini sera la somme de ces éléments prise de a à $a+b$ et de $a+b$ à $2a+b$. On a donc:

$$V = \sin 2\pi \frac{t}{P} \left\{ \int_0^a \cos \frac{2\pi x \sin \sigma}{\lambda} dx + \int_{a+b}^{a+b} \cos \frac{2\pi x \sin \sigma}{\lambda} dx \right\} \\ - \cos 2\pi \frac{t}{P} \left\{ \int_0^a \sin \frac{2\pi x \sin \sigma}{\lambda} dx + \int_{a+b}^{a+b} \sin \frac{2\pi x \sin \sigma}{\lambda} dx \right\}$$

Appellons C, C', S, S' ces 4 intégrales définies
alors on aura:

$$V = (C + C') \sin 2\pi \frac{t}{P} + (S + S') \cos 2\pi \frac{t}{P}$$

J'ai

$$V^2 = \frac{1}{2} \left\{ (C + C')^2 + (S + S')^2 \right\} - \frac{1}{2} \left\{ (C + C')^2 - (S + S')^2 \right\} \cos 4\pi \frac{t}{P} \\ - (C + C')(S + S') \sin 4\pi \frac{t}{P}.$$

Or, l'intensité de lumière envoyée dans cette
direction est donnée à:

$$I = \int_0^P V^2 dt$$

On aura donc:

$$KI = (C + C')^2 + (S + S')^2$$

Il nous reste à calculer ces 4 intégrales définies.
Nous avons trouvé:

$$C = a \frac{\sin \frac{2\pi a \sin \sigma}{\lambda}}{\frac{2\pi a \sin \sigma}{\lambda}}$$

$$S = a \frac{\sin^2 \frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda}}$$

On trouve de même:

$$C' = a \frac{\sin \frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda}} \cdot \cos \frac{\pi(3a+2b) \sin \sigma}{\lambda}$$

$$S' = a \frac{\sin \frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda}} \sin \frac{\pi(3a+2b) \sin \sigma}{\lambda}.$$

On a donc:

$$C + C' = 2a \frac{\sin \frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda}} \cos \frac{\pi(a+b) \sin \sigma}{\lambda} \cos \frac{\pi(a+b) \sin \sigma}{\lambda}$$

$$S + S' = 2a \frac{\sin^2 \frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda}} \left(\cos^2 + \sin^2 \right) \frac{\pi(a+b) \sin \sigma}{\lambda}$$

J'ai

$$KI = a^2 \left(\frac{\sin \frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda}} \right)^2 \cos^2 \frac{\pi(a+b) \sin \sigma}{\lambda}$$

Il y aura une absorption complète si l'on
en l'autre des facteurs de KI est nul.
Il y a donc deux systèmes de franges
dont le premier est défini par:

$$\frac{\pi a \sin \sigma}{\lambda} = n\pi$$

ou

$$a \sin \sigma = n\lambda$$

et l'autre par:

$$\frac{\pi(a+b) \sin \sigma}{\lambda} = n\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{2n+1}{2} \pi$$

Il paraît qu'il y a d'autres franges s'élevant à d'autres valeurs de δ qui rendent I minimum; mais il n'y a que deux systèmes de franges qui soient complètement semblables. Il y a certaines directions pour lesquelles les franges de deux systèmes se confondent. Il suffit que l'on ait:

$$\frac{a}{2n} = \frac{a+b}{2n'+1}$$

n et n' étant des nombres entiers. Il suffit que l'on ait:

$$\frac{a}{b} = \frac{2n}{2n'+1}$$

Ce qui aura toujours lieu si a et b sont deux nombres commensurables.

Le premier système de franges est le même que celui qui avait lieu pour une fente, le second est donc produit par l'interférence de la portion de l'onde passant par l'une des fentes avec la portion passant par l'autre. — Il est facile de traiter le même phénomène par une théorie élémentaire.

V. Diffraction par plusieurs fentes égales, parallèles et équidistantes.

Ce problème se traite comme le précédent; chacun des deux termes de δ donnera dans l'intégration de V une intégrale prise entre 0 et a , $a+b$ et $2a+b$, $3a+b$, ... On pourra écrire:

$$V = \sin \pi \frac{t}{D} \int_{0+a+b}^{0+2a+b} \cos 2\pi \frac{x \sin \delta}{\lambda} dx - \cos 2\pi \frac{t}{D} \int_{0+b}^{0+2a+b} \sin 2\pi \frac{x \sin \delta}{\lambda} dx$$

Il faut prendre toutes les valeurs entières depuis zéro jusqu'à n . En appelant $C, C', C'', \dots, S, S', S'', \dots$ les intégrales définies ainsi trouvées, on aura

$$I = (C + C' + C'' + \dots)^2 + (S + S' + S'' + \dots)^2$$

On trouve d'une façon générale:

$$C = \frac{\lambda}{2\pi \sin \delta} \left\{ \sin \frac{2\pi (n+1)a + pb}{\lambda} \sin \delta - \sin \frac{2\pi (pa + pb) \sin \delta}{\lambda} \right\}$$

$$S = \frac{\lambda}{2\pi \sin \delta} \left\{ \cos \frac{2\pi (n+1)a + pb}{\lambda} \sin \delta - \cos \frac{2\pi (pa + pb) \sin \delta}{\lambda} \right\}$$

Dans la somme des quantités telles que C

nous avons à faire la somme des quantités
entre parenthèses. On aura :

$$\Sigma C = \frac{\lambda}{\pi \sin \delta} \sin \frac{\pi a \sin \delta}{\lambda} \frac{\sin \frac{n \pi (a+b) \sin \delta}{\lambda}}{\sin \frac{\pi (a+b) \sin \delta}{\lambda}} \cos \frac{\pi (a+b) \sin \delta}{\lambda}$$

$$\Sigma S = \frac{\lambda}{\pi \sin \delta} \sin \frac{\pi a \sin \delta}{\lambda} \frac{\sin \frac{n \pi (a+b) \sin \delta}{\lambda}}{\sin \frac{\pi (a+b) \sin \delta}{\lambda}} \sin \frac{\pi (a+b) \sin \delta}{\lambda}$$

On aura donc en faisant la somme des cosinus :

$$I = a^2 \left(\frac{\sin \frac{\pi a \sin \delta}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin \delta}{\lambda}} \right)^2 \frac{\sin^2 \frac{n \pi (a+b) \sin \delta}{\lambda}}{\sin^2 \frac{\pi (a+b) \sin \delta}{\lambda}}$$

Il y a encore deux systèmes de franges
absolument semblables dont le premier est
défini par :

$$a \sin \delta = K \pi$$

et le second par :

$$(a+b) \sin \delta = \frac{K'}{n} \lambda$$

K' n'étant pas divisible par n , car si
 K' est divisible par n , le second facteur
de I n'est pas un. Enfin, le second
facteur passe lui-même par des maximums
et des minimums définis par :

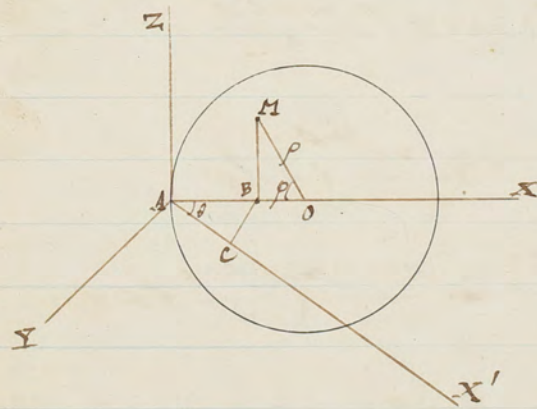
$$\frac{n \pi (a+b) \sin \delta}{\lambda} = n \frac{K'}{n} \pi \frac{(a+b) \sin \delta}{\lambda}$$

équation qui est vérifiée par

$$\frac{\pi (a+b) \sin \delta}{\lambda} = K_1 \pi$$

VI. Diffraction par une ouverture circulaire.

Considérons des rayons lumineux tombant
normalement sur un écran percé d'une
ouverture circulaire et examinons les rayons
diffusés dans une certaine direction.
Prenons trois axes de coordonnées
le diamètre AX , la perpendiculaire AZ , et la
dans le plan de l'écran et la perpendiculaire AY .



perpendiculaire à ce plan.
Prenons que l'on
regarde les rayons diffusés
perpendiculairement
au plan ZAX qui
fait un angle θ avec
le plan des zx et zy .

Soient un élément dm de l'ouverture circulaire.
Le rayon de la lumière qui est émise par dm
est égal à BC , la droite BC est perpendiculaire

liée à AX' . Or, l'élément ds est égal à $p dp d\varphi$, le rayon BC est égal à $AB \sin \theta$ c'est-à-dire $(R - p \cos \varphi) \sin \theta$. Donc la vitesse vibrationnelle corrigée dans la direction considérée par l'élément est une fois à :

$$v = p dp d\varphi \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{(R - p \cos \varphi) \sin \theta}{\lambda} \right)$$

Pour avoir la vitesse totale corrigée dans la direction considérée j'ai aussi à faire l'intégrale double. On peut s'écrire :

$$v = p dp d\varphi \left[\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{R \sin \theta}{\lambda} \right) \cos 2\pi \frac{p \cos \varphi \sin \theta}{\lambda} + \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{R \sin \theta}{\lambda} \right) \sin 2\pi \frac{p \cos \varphi \sin \theta}{\lambda} \right]$$

Donc :

$$V = \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{R \sin \theta}{\lambda} \right) \iint p \cos \frac{2\pi p \cos \varphi \sin \theta}{\lambda} dp d\varphi + \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{R \sin \theta}{\lambda} \right) \iint p \sin \frac{2\pi p \cos \varphi \sin \theta}{\lambda} dp d\varphi$$

ou

$$V = C \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{R \sin \theta}{\lambda} \right) + S \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{R \sin \theta}{\lambda} \right)$$

L'intensité de la lumière corrigée dans la direction p est proportionnelle à $\int V^2 dt$. Mais remarquons que S est nul, à cause de l'égalité en valeur absolue des éléments

correspondant à φ et à $\pi + \varphi$. Alors on se ramène à :

$$V^2 = C^2 \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{R \sin \theta}{\lambda} \right)$$

et on aura :

$$I = C^2 \int_0^T \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{R \sin \theta}{\lambda} \right) dt$$

Calculons maintenant C^2 . On a :

$$C = \int_0^R \int_0^{2\pi} p \cos \frac{2\pi p \cos \varphi \sin \theta}{\lambda} dp d\varphi$$

Posez :

$$\frac{R \sin \theta}{\lambda} = \frac{m}{\pi}$$

J'ai

$$\frac{\pi \sin \theta}{\lambda} = \frac{m}{R}$$

Alors :

$$C = \int_0^R \int_0^{2\pi} p \cos \frac{2\pi p \cos \varphi m}{R} dp d\varphi$$

Développant en série, on a :

$$I = -\pi^2 R^4 \left(1 - \frac{m^2}{2} + \frac{m^4}{(1.2)^2 \cdot 3} - \frac{m^6}{(1.2.3)^2 \cdot 4} + \dots \right)$$

On a calculé cette quantité pour les différentes valeurs de m et on a dressé le tableau suivant :

$\frac{m}{\pi} = \frac{R \sin \theta}{\lambda}$	maxima	minima	Differences pour les maxima	Differences pour les minima.
0,000	1,000	"		
0,640	0,017	0	0,819	0,506
0,819	0,01700	"		
1,116	"	0	0,514	0,503
1,333	0,00415	"		
1,619	"	0	0,514	0,501
1,847	0,00165	"		
2,120	"	0		

L'inspection de ce tableau montre que si l'on ne compte pas le maximum central, la différence entre deux valeurs de m correspond à un maximum et correspond et égal à 0,514. Pour les minima, il n'y a guère pas à faire cette restriction. Donc on pourrait écrire pour les minima $\frac{R \sin \theta}{\lambda} = 0,640 + (n-1) 0,501$.
c'est-à-d.

$$\frac{R \sin \theta}{\lambda} = 0,11 + \frac{n}{2}$$

J'ai

$$\sin \theta = \frac{(0,22 + n) \lambda}{2R}$$

On peut en tirer la loi suivante.

Pour un rayon θ donné déterminé, le sinus de l'angle qui détermine est donné et en raison inverse du diamètre de l'ouverture.

Remarque générale. — Lorsque dans l'étude de la diffraction, nous avons parlé de franges sombres, il est entendu que nous employons la lumière monochromatique c'est-à-d. d'un couleur déterminée. Si on emploie de la lumière blanche, les minima de lumière ne sont pas bien pour la même valeur de θ pour les différents couleurs lorsque une couleur disparaît, on aperçoit la couleur complémentaire. Les franges sont donc colorées et les couleurs s'y disposent d'une façon qu'il est facile de prévoir. Les rayons pour lesquels λ est le plus petit disparaissent d'abord

le violet disparaîtra dans le premier
et le spectre commencera par le
jaune.

Applications. — I. Pouvoir optique
d'une lunette. — Lorsque la lumière blanche ou
la lumière P entre par l'objectif d'une
lunette, il se produit toujours un phénomène de
diffraction. Or on dit que le pouvoir optique d'une
lunette est d'autant ^{plus} grand que l'on peut observer
nettement dans l'oculaire plus rapproché l'onde
l'autre; on voit donc que le pouvoir optique
d'une lunette dépend du phénomène de diffraction
qui se produit dans son intérieur. Si la
lunette est très grande et n'est pas bien opti-
mique, l'image qu'elle donne de l'étoile n'est
pas un point net, mais une petite tache sans
contours déterminés. Si au contraire la lunette
est bien optique, d'après ce que nous
avons dit, l'image de point, d'étoile
par exemple se présentera sous forme d'un point
brillant entouré d'un anneau sombre léger
et lui-même entouré d'un anneau brillant

et ainsi de suite alternativement. Si l'on
observe avec la lunette une étoile double $\sigma^1 \sigma^2$
deux étoiles qui se confondent à l'œil nu
sensiblement, le phénomène de diffraction des
deux étoiles se superposent; de sorte qu'on
n'aperçoit rien de net et la netteté est
d'autant moins grande que les anneaux
de diffraction sont plus grands. Le pouvoir
optique d'une lunette est donc d'autant
plus grand que les anneaux obscurs sont
de plus petits. Or d'après ce que
nous avons dit précédemment, le sinus de
l'angle θ c'est-à-dire le demi-diamètre apparent
est proportionnel à l'inverse du diamètre
de la lunette. Voilà pourquoi on appelle
pouvoir optique d'une lunette l'inverse
du diamètre de l'ouverture qui est sensible-
ment 2θ . Par conséquent le pouvoir optique
peut sensiblement s'écrire :

$$p = \frac{1}{2\theta}$$

ou en appelant D le diamètre de la lunette :

$$p = \frac{D}{13,33}$$

Il résulte de cette formule que pour
voir deux étoiles distantes d'un arc de
il faudrait faire $2\theta = 1''$ d'où

$$D = 13,33$$

c'est à dire qu'il faudrait une lunette dont
le diamètre fut égal à 13 c.m. 33.
Avec une lunette de même d. d'apellé on
aurait :

$$\frac{1}{2\theta} = \frac{100}{13,33}$$

d'où $2\theta = 0,1333$

C'est la raison pour laquelle on
cherche à donner aux lunettes astronomiques
les diamètres les plus considérables.

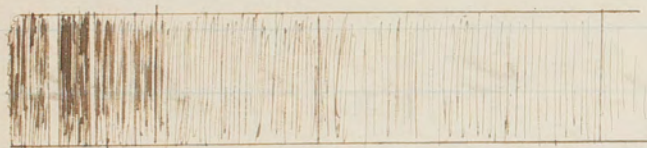
II Réseaux. — On appelle réseaux de
petits appareils présentant à la lumière une
succession d'espaces transparents et sombres
parallèles et équidistants qui donnent naissance
à des phénomènes de diffraction que l'on
observe de deux manières différentes par
transparence en plaçant le réseau entre
l'œil et la source lumineuse, ou bien par
réflexion en plaçant l'œil entre le réseau

et la source de la lumière. Les réseaux
par transparence s'observent généralement
sur des traits peints sur une lame de verre
et les réseaux par réflexion sur des traits
peints sur métal. Les lignes de Barton
sont une application des réseaux par
réflexion.

1^o Réseaux par transparence

Pour produire des réseaux par transparence
on se sert d'une feuille lumineuse ter-
minée. Sur le trajet de la lumière, on place
la lame de verre ou de plaie un très grand
nombre de traits parallèles; on peut obtenir
sous l'ensemble du phénomène au moyen d'une
lunette ou bien voir sans l'instrument le
phénomène propre au moyen d'une lunette
d'œil obs. à grand écartement. En ligne droite
on donne l'image de la feuille lumineuse
qui est blanche. Le phénomène est
symétrique par rapport à cette image blanche.
De chaque côté, on aperçoit un petit
spectre de peu de largeur le violet en

dedans et le rouge au dehors. et séparé
de l'unge de l'autre par un espace blanc.



centre du
phénomène

Puis au delà
de ces premiers
spectres, s'en
trouvent d'autres
plus larges que
les premiers et
séparés des premiers

par des intervalles beaucoup plus petits que les
précédents. Vient ensuite d'autres spectres
plus larges encore séparés des précédents par
un espace très-petit même négatif c'est à
dire que ces nouveaux spectres paraissent enfoncés
dans les précédents. Les spectres suivant
enfonçant de plus en plus et étant de
moins en moins éclairés, qu'ils sont
plus éloignés, on n'y aperçoit bientôt qu'une
bande blanche qui résulte de la combinaison
des couleurs.

Les études les plus importantes faites sur
les visons sont dues à Fraunhofer

Il étudiait ces visons au moyen d'une
lunette vissée à l'infini c'est à dire que son
œil n'apercevait que les phénomènes de
diffraction dus à des rayons parallèles.

Le vison était placé verticalement au
centre d'un cercle gradué sur lequel
sa lunette était mobile mais constamment
dirigée vers le centre. Il a constaté que
ces spectres présentent des raies parallèles
à la plate lumineuse absolument comme des
spectres formés par les prismes. Et a
pris ces raies pour point de repère et
en voyant toujours la même raie, il a obtenu
la loi expérimentale suivante.

1^{re} La déviation des mêmes raies dans
les spectres successifs croissent comme
des nombres entiers

2^{de} Les déviations des différents raies d'un
même spectre sont proportionnelles à
la longueur d'onde de la lumière composante.

3^{de} Les déviations sont en raison inverse

de la longueur occupée par l'ensemble d'ordre n sombre et d'ordre $n+1$ brillant.

Si donc on appelle S la somme d'interfrange sombre et d'interfrange brillant du rang du spectre, λ la longueur d'onde d'une couleur déterminée, on aura la relation :

$$Sd = m\lambda$$

d désignant la distance de cette couleur.

Remarquons que il résulte immédiatement de cette formule que des spectres vont en s'éloignant continuellement, le violet étant toujours le plus rapproché du centre. Il est facile de calculer le rang du spectre auquel correspondra le suivant. En effet, le rapport des longueurs d'onde du rouge à celle du violet est sensiblement $\frac{5}{4}$ ou $\frac{5}{2}$.

Le rang d'un spectre de rang m coïncidera avec le violet de rang $m+1$ si l'on a :

$$m \times 3 = (m+1) \times 2$$

ce qui donne

$$m = 2$$

La longueur de ces spectres augmente. En effet, d étant proportionnelle à la longueur d'onde et au rang du spectre, si nous cherchons la longueur angulaire du spectre de rang n , en appelant λ_r et λ_v les longueurs d'onde du rouge et du violet, on aura pour la distance du violet

$$Sd = m\lambda_v$$

et pour le rouge :

$$Sd' = m\lambda_r$$

donc

$$S(d' - d) = m(\lambda_r - \lambda_v)$$

Pour le spectre suivant, cette longueur sera $(m+1)(\lambda_r - \lambda_v)$ elle croît donc comme la suite des nombres entiers.

Théorie

Nous supposons d'abord que la lumière employée est une lumière blanche. Les usages ne sont autre chose qu'un phénomène de diffraction par un certain nombre de fentes parallèles et équidistantes. Reprenons la formule qui donne l'intensité

de la lumière sur: diffractions dans la direction δ :

$$I = a^2 \left(\frac{\sin \frac{\pi a \sin \delta}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin \delta}{\lambda}} \right)^2 \left(\frac{\sin \frac{n \pi (a+b) \sin \delta}{\lambda}}{\sin \frac{\pi (a+b) \sin \delta}{\lambda}} \right)^2$$

a et b représentent la largeur et l'intervalle des fentes. Pour simplifier l'écriture, posons:

$$\frac{\pi a \sin \delta}{\lambda} = u \quad \frac{\pi (a+b) \sin \delta}{\lambda} = z$$

La formule devient alors:

$$I = a^2 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \left(\frac{\sin uz}{\sin z} \right)^2$$

Nous avons à rechercher les maxima et minima de a produit de deux facteurs variables. Cela serait très compliqué en opérant directement. Nous allons donc étudier séparément les deux facteurs. Commençons d'abord le premier facteur $\left(\frac{\sin u}{u} \right)^2$. Prenons sa dérivée

$$\frac{\sin u}{u} \cdot \frac{u \cos u - \sin u}{u^2} = 0$$

Cette eq. se décompose en deux:

$$\frac{\sin u}{u} = 0 \quad \frac{u \cos u - \sin u}{u^2} = 0$$

Les racines de l'équation $\frac{\sin u}{u} = 0$ sont les mêmes que celles de $\sin u = 0$. c'est à d.

$$u = K\pi$$

Quant à la seconde équation ses racines sont les mêmes que celles de l'eq:

$$u \cos u - \sin u = 0$$

c'est à d.

$$\tan u = u$$

Il y a une racine et une seule entre tous les nombres tels que $2p\frac{\pi}{2}$ et $(2p+1)\frac{\pi}{2}$ p étant un nombre entier quelconque.

Il est clair que les racines de l'eq. $u = K\pi$ correspondent à des minima puisqu'elles annulent I . Les racines de l'eq. suivante qui sont précisément comprises entre les précédentes rendent donc la fonction maximum. En résumé donc, la fonction $\left(\frac{\sin \frac{\pi a \sin \delta}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin \delta}{\lambda}} \right)^2$ sera minimum pour les valeurs de δ telles que

$$a \sin \delta = K\lambda$$

et maximum pour les valeurs de $a \sin \delta$ comprises entre $2p\frac{\lambda}{2}$, $(2p+1)\frac{\lambda}{2}$, ces valeurs

étant toujours très voisines de $(2p+1)\frac{\pi}{2}$
et tendant vers cette limite.

$$2p\frac{1}{2} < a \sin \delta < (2p+1)\frac{1}{2}$$

Considérons maintenant le second facteur

$$\left(\frac{\sin n z}{\sin z}\right)^2$$

Preons sa dérivée par rapport à z :

$$\frac{\sin n z}{\sin z} \cdot \frac{n \sin z \cos n z - \sin n z \cos z}{\sin^2 z} = 0$$

équation qui se décompose en:

$$\frac{\sin n z}{\sin z} = 0 \quad \frac{n \sin z \cos n z - \sin n z \cos z}{\sin^2 z} = 0.$$

Les racines de la première équation sont
données par $\sin n z = 0$ c'est-à-d.:

$$n z = K \pi$$

K étant un nombre entier qui n'est pas
multiple de n ; car si K était divisible
par n , il est facile de voir que le rapport
 $\frac{\sin n z}{\sin z}$ ne serait pas égal à zéro. En effet il se
présente sous forme $\frac{0}{0}$ et si on prend le
rapport des dérivées $\frac{n \cos z}{\cos z}$, on voit que
cette quantité n'est pas nulle.

Les racines de la 2^e équation sont données par

$$\tan n z = n \tan z$$

Cette équation présente deux groupes de
solutions. Le premier groupe va composer
des valeurs de z qui annulent en même
temps les deux termes de la 2^e c'est-à-d.:

$$z = K \pi$$

K étant un nombre entier quelconque.

Si l'on substitue à la place de z des
quantités différant entre elles de $\frac{\pi}{n}$ on
trouve qu'il y a une racine et une
seule entre $(2p-1)\frac{\pi}{2n}$, $(2p+1)\frac{\pi}{2n}$
 p étant un nombre entier tel qu'on ait

$$2p+1 < n$$

ce qui fait donc $n-2$ racines entre
0 et π . En ajoutant à chacune
de ces racines $q\pi$ (q étant un entier
quelconque) on a encore des racines; il y a
donc en général $n-2$ racines comprises
entre $q\pi$ et $(q+1)\pi$; elles forment le
2^e groupe des solutions de l'équation

$$\tan n z = n \tan z.$$

Les relations de l'éq $\sin u z = 0$ correspondent
à des minima puisqu'elles rendent
l'intermittence I nulle; par suite les
relations de l'éq. $\tan u z = u \tan u$ représentent
des maxima séparés par ces minima.
Les racines du premier groupe correspondent
à ce qu'on appelle maxima principaux et
les relations du 2^e groupe à des maximas
secondaires; il est facile de voir en effet
que ces seconds maxima sont beaucoup
plus petits que les premiers. En effet,
si l'on fait $z = K\pi$ dans le rapport
 $\frac{\sin u z}{\sin z}$ il devient $\frac{0}{0}$ sa valeur sera
la même que celle de $\frac{u \cos z}{\cos z}$ qui est
 u^2 ; pour $z = K\pi$, les maximas sont donc
tous égaux à u^2 et elles sont équidistantes.
Quant aux maxima secondaires, il faut
être facile de trouver leurs valeurs. L'éq
 $\tan u z = u \tan z$ peut s'écrire:

$$\frac{\sin^2 u z}{1 - \sin^2 u z} = \frac{u^2 \sin^2 z}{1 - \sin^2 z}$$

ou $\sin^2 u z - \sin^2 u z \sin^2 z - u^2 \sin^2 z + u^2 \sin^2 u z \sin^2 z = 0$

cà d.

$$\sin^2 u z \left\{ 1 + (u^2 - 1) \sin^2 z \right\} = u^2 \sin^2 z$$

J'ai

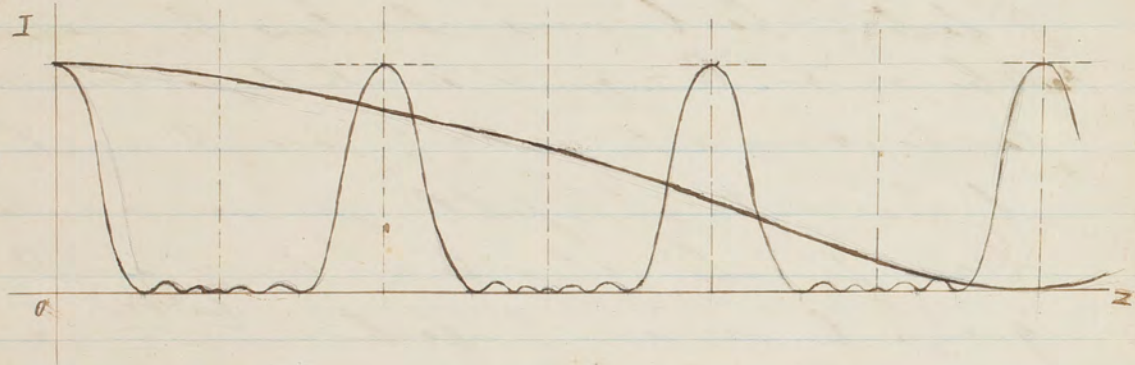
$$\frac{\sin^2 u z}{\sin^2 z} = \frac{u^2}{1 + (u^2 - 1) \sin^2 z}$$

Le premier membre de l'éq est précisément
le facteur dont nous cherchons les maximums.
Pour les racines de z qui n'annulent pas $\sin z$ c'est-à-d.
pour les racines autres que $K\pi$ le second membre
est beaucoup plus petit que son numérateur.
Donc pour les valeurs de z du second
groupe de racines, le facteur $\frac{\sin^2 u z}{\sin^2 z}$ a
une valeur beaucoup plus petite que u^2
c'est-à-d. que les maxima principaux.

Ces maxima secondaires sont symétriques
par rapport aux milieux des intervalles
de deux maxima principaux; ils ne
sont donc pas équidistants ni égaux.

En résumé donc le 2^e facteur présente
1^o des minima tous nuls et équidistants
2^o des maxima principaux séparés par
 $z = K\pi$ ou bien $(a+b)\sin \delta = K\pi$ tous
égaux et équidistants. 3^o des maxima

secondaires inégales au nombre de $n-2$
entre deux maxima principaux consécutifs
et tous beaucoup plus petits que
ces derniers. Voici une représentation
graphique de la variation de cette fonction.



Dans la pratique, b a une valeur beaucoup
plus grande que a de sorte que le premier
facteur varie beaucoup plus lentement
que le second puis que les minima du
premier facteur ont lieu pour $\text{ind} \delta = \frac{\pi a}{\lambda}$
et les maxima principaux du second facteur
ont lieu pour $\text{ind} \delta = \frac{\pi b}{\lambda}$. Si l'intensité
 I ne dépendait que de la variation du
second facteur, voyez comment le
phénomène se présenterait; on aurait une

suite de bandes égales brillantes, équidistantes et
indépendantes du nombre des fentes et correspondant
aux max. princ.; puis entre deux de ces bandes
il y aurait $n-2$ lignes d'illumination correspondantes
aux maxima secondaires; on ne
distingue jamais ces bandes secondaires;
car n est toujours assez grand et ces
bandes sont assez resserrées pour que
l'ensemble présente une tinte uniforme
grise presque noire. L'influence du
premier facteur se fait sentir par deux
effets principaux. 1^o Il diminue l'éclat
des maxima principaux du second qui se
présentent avant le premier minimum
du premier facteur. Comme du reste le premier
facteur donne très vite pour ces maxima
même s'il en résulte que l'intensité
donne correspondant au maxima princ.
du 2^e s'affaiblira très vite et les bandes
brillantes perdent rapidement de leur éclat
à mesure qu'elles s'éloignent de la bande centrale. 2^e L'angle
minimum du premier facteur coïncide avec

un maximum principal du second on
coincide sensiblement, alors l'intensité
est nulle en ce maximum. Pour qu'il
en soit ainsi, il suffira que nous ayons,

$$\frac{K\lambda}{a} = \frac{K'\lambda}{a+b}$$

ou

$$\frac{a+b}{a} = \frac{K'}{K}$$

ou si l'on veut:

$$\frac{b}{a} = \frac{K'-K}{K}$$

Si donc le rapport $\frac{b}{a}$ est commun à celle
et à une forme telle que $\frac{K'-K}{K}$, la bande
d'ordre K manquera. Ce fait fut observé
d'une bande brillante avait été remarquée
par Fraunhofer et sa loi peut se
vérifier par l'expérience.

Supposons maintenant que nous ayons
une lumière blanche, alors toutes
les bandes brillantes, à l'exception de
la centrale et remplie par des spectres
puisque les λ de toutes les couleurs ne
sont pas égaux; le violet sera à
l'extérieur. La déviation d'une couleur de

longueur λ d'onde λ sera donnée par la formule:

$$(a+b)\sin\delta = K\lambda$$

Nous avons dit que l'on n'aperçoit que
les premières bandes à cause de la variation
du premier facteur; par suite d'ailleurs
les bandes visibles et brèves faibles et non perçues
diffèrent peu de l'axe; de sorte qu'on aura

$$(a+b)\delta = K\lambda$$

avec une approximation suffisante.

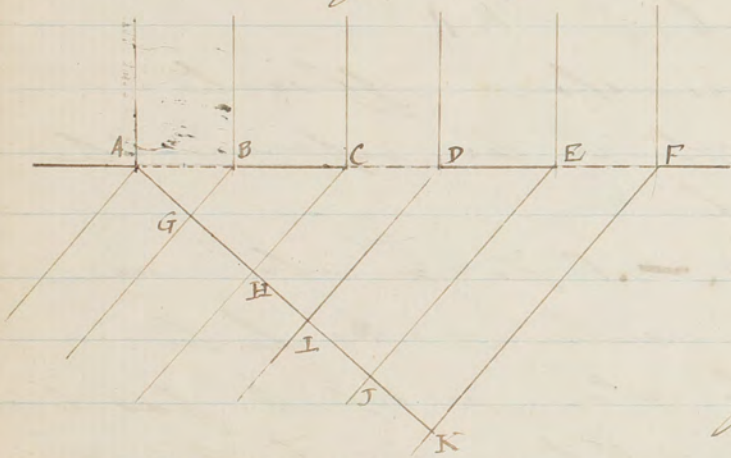
C'est précisément la loi expérimentale
de Fraunhofer.

Remarque. — 1^o La déviation ne
dépend pas du nombre n des fentes.

2^o La déviation ne dépend pas de
 a et de b séparément mais de leur somme
 $a+b$ qui est appelé un élément de réseau.
Quand a augmente, l'éclat augmente
mais la vitesse diminue plus rapidement
à cause de la variation de l'intensité
due au premier facteur.

Théorie élémentaire. — Considérons
n fentes parallèles équidistantes sur lesquelles,

tenue une onde plane, la direction des rayons
 étant normale au plan des fentes. Les fentes
 envoient de la lumière dans toutes les directions.
 Mais si l'on suppose que les portions d'onde
 qui passent par les différentes fentes interfèrent les uns
 avec les autres, il est clair que l'intensité lumineuse
 sera la plus grande possible dans une direction



de même longueur
 les vibrations de
 la lumière envoyée
 dans cette direction
 seront en concordance
 c'est à dire chaque
 fente enverra dans
 cette direction considérée

des vibrations ayant un retard égal à un
 nombre pair de $\frac{\lambda}{2}$ sur les vibrations des
 molécules qui occupent la même place dans
 les autres fentes c'est à dire longueur CH par exemple
 sera égal à $N\lambda$.

$$CH = N\lambda$$

Si on appelle a et b la longueur des fentes

et l'épaisseur opaque, on aura

$$CH = (a+b) \sin \theta$$

θ étant la direction, donc quand on envoie
 une lumière homogène, on aperçoit des maxima
 de lumière dans les directions θ qui satisfont
 à l'équation

$$(a+b) \sin \theta = N\lambda$$

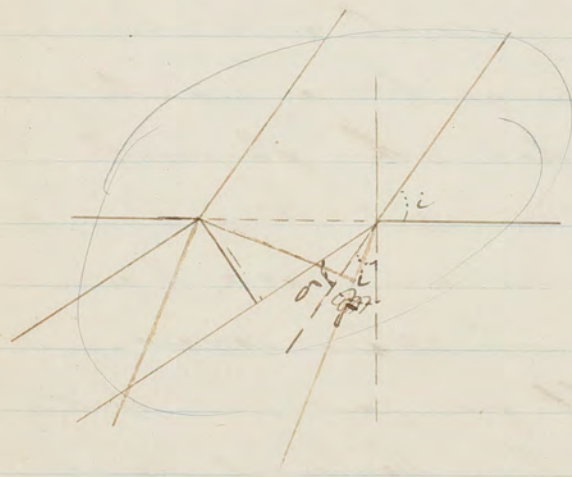
Si l'on envoie de la lumière blanche, les
 maxima des différents couleurs se juxtaposent
 dans l'ordre des grandeurs de λ , le violet
 étant à l'intérieur.

Mesure de la longueur d'onde.

Les meilleures mesures de longueur d'onde
 ont été effectuées sur les spectres des réseaux.
 Il y a en effet plusieurs avantages à utiliser
 des spectres de réseaux plutôt que des phénomènes
 de l'interférence exposés précédemment et
 plutôt que des spectres prismatiques. En effet,
 dans le spectre d'un réseau il n'y a pas de
 point de repère, les raies qui forment le
 spectre se sont pas des directions proportionnelles
 elles quand on passe d'un réseau à un

autre. Dans les phénomènes d'interférence,
 il faudrait se servir de lumière homogène.
 mais les sources lumineuses des colonnes de
 pyroxène ne sont jamais homogènes et l'on
 peut constater par suite des erreurs considérables sur
 le résultat. Si l'on utilise les visons, au contraire,
 on obtient des spectres des raies nettement
 marquées et dans lesquels les déviations d'une
 même raie sont les mêmes si l'on change
 de réseau c'est que les déviations des différents
 raies sont proportionnelles, comme le montre
 l'expérience de Fraunhofer la même que
 notre théorie. M. Argstrom en opérant
 par la méthode de Fraunhofer a déterminé
 avec assez d'exactitude les longueurs ^{d'onde} des diverses
 couleurs correspondantes à des raies déterminées.
 Pour mesurer la déviation, il mettait son
 réseau aussi exactement que possible, il
 n'avait guère lieu sur son goniomètre la
 déviation corrigée. Malheureusement on peut
 faire des erreurs considérables, sur la perpendicularité
 relative de la lumière au plan du réseau.

On ne peut pas mesurer la somme des déviations
 de la même raie de part et d'autre de
 la fente centrale, parce que le phénomène n'est
 jamais complètement symétrique par rapport
 à la ligne médiane. L'expérience de M.
 Argstrom avait donné lieu une incertitude
 que M. Mascart a levé en utilisant
 d'une lumière oblique. Il est facile de
 voir que le retard des vibrations d'une
 molécule située à une distance x de l'origine



est $x[\sin i + \sin(\theta - i)]$
 i étant l'incidence
 et θ la déviation
 des rayons diffractés sur les
 incidents. Les lois du
 phénomène s'obtiennent
 donc en remplaçant $\sin \theta$
 par $\sin i + \sin(\theta - i)$ dans
 la formule qui exprime la loi pour le cas
 de lumière incidente normale. La mesure
 de la lumière pour une couleur déterminée
 sera donnée à l'unité par la formule,

$$(a+b) \{ \sin i + \sin(\delta - i) \} = K\lambda$$

Comme le phénomène n'est jamais net
que pour de petites déviations de même pour
de petites incidences, $\sin i$ et $\sin(\delta - i)$ diffère-
ront très peu de i et de $\delta - i$, on aura
en faisant cette approximation :

$$(a+b)\delta = K\lambda$$

ce qui veut la même loi que dans le cas
de la perpendicularité. Ceci montre qu'il
n'est pas besoin que le plan de vision
soit rigoureusement normal à la lumière
incidente. M. Mascart a montré par
l'expérience comme par cette formule,
que pour une raie ^{donnée} dans un spectre d'ordre K
il y a une déviation minimum quand on
fait varier l'incidence. Nous voyons que
cette formule se réfère que pour un spectre
donné ^{de même} et pour une raie donnée il faut
un réseau donné, a, b, λ, K , sont des constantes.
On a donc :

$$\sin i + \sin(\delta - i) = C$$

ce que l'on peut écrire :

$$2 \sin \frac{\delta}{2} \cos(\frac{\delta}{2} - i) = C$$

Quand δ a un minimum $\sin \frac{\delta}{2}$ a un
minimum puis que $\frac{\delta}{2}$ est plus petit que
 $\frac{\pi}{2}$, le produit $\sin \frac{\delta}{2} \cos(\frac{\delta}{2} - i)$ étant
constant le premier facteur a un minimum
quand le second a un maximum c'est-à-dire
quand on aura

$$\cos(\frac{\delta}{2} - i) = 1 \quad \text{ou} \quad \frac{\delta}{2} - i = 0$$

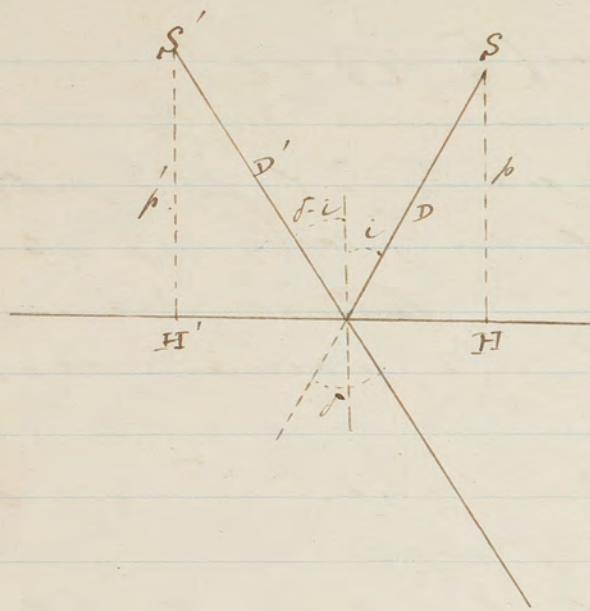
c'est-à-dire

$$\delta = 2i$$

Le minimum de déviation a donc lieu
lorsque le rayon est également incliné
sur le réseau et sur la lumière diffractée.
M. Mascart a constaté que si l'on re-
place dans le cas de déviation minimum
les traits sont beaucoup plus nettes, on
a d'abord :

$$2(a+b) \sin i = K\lambda$$

M. Mascart a fait encore une autre
remarque. En général, le collimateur employé
pour envoyer la lumière incidente n'envoie
pas la lumière tout à fait parallèle.
Les rayons forment un certain foyer en S



et après qu'ils
ont été réfléchis
ils semblent
venir de
point situé à
une distance D'
différente de celle
de l'objet D , les
distances étant compa-
rées sur les rayons.

Calculons la distance D' du point S' . Pour
cela, appelons p, p' les distances $SH, S'H'$ au plan
du miroir, alors nous aurons pour un spectre déterminé

$$\sin i + \sin(\delta - i) = \frac{\lambda}{a+b}$$

$$p \tan i + p' \tan(\delta - i) = C$$

Pasons $\delta - i = r$

Alors en différentiant, il vient :

$$\cos i + \cos r \frac{dr}{di} = 0$$

$$\frac{p}{\cos^2 i} + \frac{p'}{\cos^2 r} \frac{dr}{di} = 0$$

Donc

$$\frac{p}{\cos^3 i} = \frac{p'}{\cos^3 r}$$

Or on a :

$$p = D \cos i$$

$$p' = D' \cos r$$

Par conséquent :

$$\frac{D}{\cos^3 i} = \frac{D'}{\cos^3 r}$$

ou

$$D' = D \frac{\cos^2 r}{\cos^2 i}$$

Si le miroir est placé dans la direction
du minimum de déviation on a $i = r$
et $D' = D$, et si la lame a été mise
d'abord au point pour voir la source
 S , elle sera encore mise au point pour
voir la source S' , il n'y aura donc
aucun besoin de toucher à la lame pendant
toute la durée de l'expérience.

En usant dans la mesure de la longueur
d'onde sera toujours le faire sans une
incidence correspondant à un minimum.

2° Résonance par réflexion.

Les miroirs par réflexion sont généralement
montés de petites plaques métalliques striées
de stries parallèles et équidistantes.

Le phénomène est le même que dans les
insolaires par transmission mais toutefois
moins brillants. La théorie est la
même, les espaces noirs remplaçant
les flots et les espaces dépolis remplaçant les
espaces obscurs; il suffira de vérifier obse-
rément les mêmes calculs.

Analyse des Radiations solaires Absorption ^{et} Emission de la lumière.

Raies du spectre. — Le spectre
solaire large et est produit dans les meilleures
conditions au moyen de prisme tant de
plusieurs prismes présentant un grand nombre
de raies obscures parallèles aux couleurs; il en
résulte que la variation de l'indice de réfraction
dans le spectre solaire n'est pas continue pendant
qu'il y a des endroits où la lumière manque. Les raies
du spectre qui apparaissent à l'œil nu se heurtent
parait en plusieurs lignes juxtaposées quand on
le regarde à l'aide d'une lunette fort grossissante.
Fraunhofer qui a étudié le premier les raies du
spectre conclut que les raies du spectre solaire re-
placent ^(à la même place) toujours dans le même ordre ce sont ces raies
qui servent de point de repère aux diverses couleurs
dont on veut mesurer les indices. Si, au lieu
de se servir de la lumière solaire, on emploie

une lumière artificielle, il se présente deux cas. Quand
le gaz lumineux est fourni d'une substance solide
ou liquide incandescente, on ne remarque généralement
rien de spécial. Mais si le gaz lumineux
est un gaz en combustion, on a des raies.
Wheatstone en étudiant les spectres produits par
la lumière électrique, a constaté que les raies sont
variables avec la nature des métaux entre lesquels
jaillit l'étincelle ce qui fait venir à l'idée
d'attribuer à la réaction métallique qui se produit
entre les deux pôles la production de ces raies.
C'est à cet effet. Bunsen et Kirchhoff que
l'on doit les travaux les plus importants
sur ce sujet. L'instrument dont ils se
servaient c'est le spectroscope. C'est un
appareil composé d'une collimation et de deux
prismes disposés de telle façon que les mêmes
faisceaux de lumière les traversent tous, ce
qui fait que le spectre est très étalé.
Le spectre est obtenu au moyen d'une lentille.
Le tout est fixé sur une sorte de
goniomètre, les prismes occupant le centre.

Ces physiciens ont montré qu'un
métal quels que soient les éléments dans lesquels
il entre produit toujours les mêmes raies.
Donc chaque métal est caractérisé par ces
raies. Si une fois on a fait le tableau des
raies produites par un métal avec le spectre
correspondant qui elles occupent pour un spectre donné,
on possède un instrument d'analyse
très-rapide et très-sûr. C'est à cette
analyse qu'on donne le nom d'analyse spectrale.
C'est elle qui a permis de constater que le
radium se trouve partout dans l'atmosphère
et qui a permis de découvrir le césium
et le rubidium par exemple. Bunsen et
Kirchhoff de thallium par exemple. Lamy
et enfin de l'indium. Cependant cependant
que les métaux alcalins et alcalino-terreux
présentent seuls un petit nombre de raies
caractéristiques, les autres métaux en présentent
un grand nombre et par suite sont moins
faciles à reconnaître. Les observations se font
en trempant un fil de platine dans la

dissolution quel on veut étudier et en plaçant
ce fil dans la flamme d'un bec de gaz
placé derrière le collimateur.

Absorption. — L'absorption de la
lumière se fait de deux manières différentes,
soit par diffusion soit par transmission.
Les couleurs que présentent les objets colorés
sont les couleurs complémentaires des couleurs
absorbées par la surface colorée. Ainsi les
substances blanches diffusent également toutes
les couleurs de la lumière solaire. Les substances
noires n'en diffusent aucune. Les substances
colorées n'en diffusent qu'une partie en
absorbant les autres. Or le manteau en faisant
tomber un spectre solaire sur une étoffe
colorée, cette étoffe ne diffuse c'est-à-dire n'envoie
à l'œil que la couleur du spectre qui est la
même que celle qu'elle présente au soleil.
Ainsi un verre rouge ^{ne} diffuse que la partie
rouge du spectre, un verre vert que la partie
verte. — L'absorption par transmission
suit la même loi que la diffusion rayonnante.

C'est-à-dire si une lumière d'intensité I
et de couleur donnée traverse un corps transparent,
l'intensité de la lumière transmise est donnée par :

$$I' = I \alpha^x$$

$I \alpha$ étant l'intensité du rayon lumineux qui
a traversé une épaisseur de 1 millimètre (α étant
exprimée en millimètres) α est appelé le
coefficient d'absorption. Le coefficient pour
une même substance est variable avec la
couleur de la lumière, il est plus petit pour
le violet que pour le rouge en général quoi
qu'il y ait certaines substances pour lesquelles
c'est l'inverse. Il semble que la lumière
solaire qui a traversé une certaine épaisseur
d'un objet transparent aura plus la même
couleur à la sortie qu'à l'entrée. Ainsi
l'eau des lacs et des mers grandit et ^(devient) ~~semble~~ ^{paraît} bleue tandis que par transmission
elle est rouge. On peut faire l'expérience
en prenant un long tube de grand diamètre
quel on remplit d'eau bien limpide.
Si l'on fait tomber un faisceau lumineux

parallèlement à l'axe de la tige, la lumière inférieure
à la face antérieure est légèrement colorée en
bleu tandis que la lumière qui vient se faire à
l'autre extrémité par transmission est légè-
rement orangée. Il en est de même pour
l'air que pour l'eau. L'air est généra-
lement bleu par diffusion, mais par trans-
mission, il est légèrement orangé. Enfin
il y a des substances dont le coefficient de
transmission ne croît pas continuellement
quand on passe de l'une des extrémités du spectre
à l'autre c'est à dire que ces substances traversées
par la lumière absorbent plus fortentien-
ment une couleur intermédiaire à celles des
extrémités du spectre, comme par exemple
le sulfat de Didyme; de sorte qu'un
spectre produit par des rayons lumineux qui
ont traversé ces substances, présentant
une bande obscure de la place de la couleur
qui elle absorbe le plus complètement.
Parmi ces substances, il faut citer les
gaz; mais les bandes obscures sont ici beau-

coup plus fines que pour les solides et liquides.
De la réfraction des raies du spectre.

Brewster a remarqué depuis longtemps
que les raies du spectre ne sont pas les mêmes
pendant tout le cours d'une journée
quelques-unes augmentent le matin et le soir
c'est à dire quand les rayons solaires ont à traverser
une plus grande couche d'air. M. Fresnel
a recommencé ces expériences en remplaçant
le soleil par le feu de bois résineux et
il a constaté que plus la distance du foyer
lumière au spectre est considérable, plus les
raies sont obscures. On a donc attribué
ces raies à l'air et à la vapeur d'eau
et on les a appelées raies telluriques
chaque cette explication est une conjecture
et la question n'est pas encore tranchée.

Remarque. — Les peintres pensent
représenter tout ce qui se trouve sur la
terre en déposant sur un tableau des
substances présentant les mêmes colorations
dans les mêmes proportions; mais il n'y

peuvent jamais représenter le ciel. En effet, le ciel est éclairé directement par les rayons solaires, tandis que les couleurs dont dispose une peinture ^{sur} ne se font de même que par la diffusion de la lumière sur la toile.

La proportion de la lumière qui arrive dans l'œil après avoir diffusé sur un objet gazeux à la surface de la terre est toujours plus faible que celle qui arrive directement du ciel. C'est dans une peinture qui représente un paysage avec une portion du ciel, le rapport de l'intensité de la lumière sur la portion du ciel et sur la portion terrestre est-il beaucoup au-dessous de la réalité.

Emission. —. Quand on chauffe des sels et des ligures jusqu'à une température élevée ils peuvent devenir lumineux et généralement cette lumière est colorée, sa couleur est variable avec la température. Les spectres observés provenant de cette lumière

sont généralement continus et ne présentent pas de raies. Il en est de même quand dans une lumière se trouve une substance solide ou liquide en incandescence. Mais au contraire, si la lumière est émise par un gaz incandescent on aperçoit des raies ^{distinctes} les gaz, par conséquent, qui nous l'avons vu, absorbent certains rayons lumineux quand un faisceau lumineux les traverse, de façon à présenter dans les spectres de petites lignes obscures bien définies. Ici, lorsque c'est une même substance de la lumière, à des raies qui semblent être les précédentes. En un mot, les spectres donnés par un gaz en incandescence présentent des raies disposées irrégulièrement pour les couleurs du spectre et ce qu'il y a de curieux, c'est que ce n'est pas les mêmes gaz d'alcool à la température ordinaire pour le faire traverser par un faisceau solaire comme on les employait comme gaz lumineux, on obtient de tels premiers cas, ^{les raies obscures} et dans le second les raies

brillants qui occupent la même place.
Cette substance dans qui étant incandescente
à la profunde d'émettre des raies brillantes
possède aussi ^{à profunde} de donner les mêmes raies
obscurer quand elle est traversée par la lumière
blanche. M. M. Bunsen et Kirchhoff
ont fait à ce sujet des expériences nombreuses,
puis M. Foucault puis M. Fizeau.
La raie du Sodium est une raie caractéristique
de la partie jaune. En plaçant un morceau
de sodium dans l'eau voltaïque, on obtient
des résultats variables avec les conditions d'expérience.
Quand dès que le morceau a été introduit
le sodium s'évapore; de sorte que la lumière
traverse la vapeur du sodium; on a alors
une raie obscure. Quelques moments après,
cette vapeur prend feu et on a une
raie brillant à la même place.

On a donné une raison théorique de cette
coïncidence de l'absorption et de l'émission
de la lumière, en admettant que une
substance gazeuse soit susceptible d'émettre

en vibrations de longueur d'onde déterminée.
Si la lumière est blanche c'est à dire contenant
toutes les longueurs d'onde tombe sur un
gaz, ce gaz entre en vibration en absor-
bant une grande partie de la force vive de
l'éther qui vibre avec la même longueur
d'onde c'est à dire qu'il y a absorption
d'une lumière de couleur déterminée.
Si au contraire le foyer lumineux n'est autre
chose que ce gaz incandescent, il est clair
que pour la même raison que le spectre
présente à un fort maximum de lumière
pour la couleur correspondant à la longueur
d'onde du gaz vibrant. La lumière comme
en chaleur, il y a donc identité entre
le pouvoir émissif et le pouvoir absorbant
d'une même substance.

Radiations non lumineuses.

Outre les rayons qui sont imperceptibles à
notre œil, il y a dans un faisceau de lumière
blanche, d'autres rayons qui paraissent de propriétés
différentes. Plus exactement, si on suppose

un faisceau de lumière blanche le comparant par
la mesure, les déviations des différents rayons colorés
augmentent constamment quand la longueur d'onde
diminue. Si l'on observe l'endroit du spectre
qui possède la plus grande longueur d'onde, on
constate que il y a encore des vibrations qui produi-
sent plus de sensation au l'oeil mais affectent
energiquement le système électrique. De même
si on observe des vibrations lumineuses de plus petite
longueur d'onde, on constate que il y a encore
des vibrations capables de produire des actions
chimiques comme par exemple transformation
de l'iode d'argent en substance insoluble
dans l'hypo-sulfite de soude. Or ces
propriétés chimiques et colorifiques ne s'appartiennent
pas exclusivement aux rayons ultra-violets et aux
rayons ultra-rouges à l'exclusion des rayons lumineux.
Les rayons lumineux jouissent encore de ces deux
propriétés. En un mot, parmi les vibrations
de diverses longueurs d'onde, il y a que celles
comprises entre deux limites données qui produisent
une sensation au l'oeil. La plus faible d'entre

elles et d'autres plus faibles encore agissent
chimiquement; les plus grandes des vibrations
lumineuses et d'autres plus grandes produisent
des phénomènes colorifiques. On a donc tout
à dire que il existe trois spectres, le spectre
colorifique, le spectre lumineux et le spectre
chimique ou ultra-violet. Car il n'y a que un
spectre, la partie la moins déviée est surtout
colorifique, la partie la plus déviée est surtout
favorable aux phénomènes chimiques et la
partie centrale à la sensation lumineuse
sans que il y ait de limite entre ces différents
parties. — M. Fournier a de même démontré
que si l'on prend une source monochromatique
lumineuse et qu'on la laisse à même temps
et que par un prisme on en décompose
l'intensité lumineuse d'une certaine fraction
on aura aussi diminuée dans la même
proportion l'intensité colorifique c'est à
dire qu'il y a identité entre les agents qui produisent
le coloris et la lumière en même temps.
Le spectre colorifique serait très faible

au violet. Si on représente les intensités colorées
figées par les ordonnées d'une courbe, cette courbe
partirait de l'origine au violet et s'élèverait
vers le rouge; au début, elle s'élèverait un peu
jusqu'à un point un peu plus éloigné qui
est un maximum; elle descendrait de nouveau
vers le violet de la manière que la longueur
de la bande soit sensiblement le double de celle
de ^{la courbe} spectre lumineux; le maximum colorifique
est donc en dehors du spectre lumineux.

Quant au spectre chimique, la courbe
des intensités varie suivant la nature de la
substance chimique employée; en général
l'intensité chimique croît en partant du
rouge jusqu'à ^{vers le} milieu du jaune, puis diminue
et présente un minimum entre le vert et le bleu, ensuite
augmente considérablement d'un façon à présenter
un maximum un peu au delà du violet
chimique avant de s'annuler au bleu
du spectre lumineux.

Pour le spectre lumineux, il est nous
apparaît que le maximum est dans le jaune.

On a pu constater qu'il y a des raies
dans le spectre ultra violet aussi bien que
dans le spectre lumineux et en très-grand
nombre. On a désigné les principales d'entre
elles par les lettres de l'Alphabet qui suivent celles
servant à désigner les raies du spectre lumineux.
Les lettres A B C D E F G H désignent
les raies du spectre lumineux. La raie A est
dans le rouge, la raie H à l'extrémité du
violet. Parmi les autres intermédiaires, la
plus remarquable est la raie D du jaune
c'est la raie du sodium. Les raies du
spectre ultra-violet sont appelées M, N,
P, Q, R, S, T.

De même, en opérant avec une pile
Humboldt électrique linéaire, on trouve dans
le spectre colorifique des raies; mais on ne
leur a pas donné de nom.

Quant aux raies spectrales

Transformation des radiations.

Nous avons vu dans ce qui précède que certaines substances absorbent en partie certaines radiations. Comme il ne peut y avoir de destruction de force vive, il faut que ces radiations se transforment en d'autres radiations pour conserver la même force vive. Un exemple de ces transformations vient celui-ci.

Si l'on fait tomber sur une lame métallique enduite de vain de fer une faisceau lumineux, nous savons qu'il se produit différents phénomènes. La plaque absorbe ^{certaine} part des rayons lumineux; puis s'échauffe, et on peut lui faire des vibrations colorifiques dans toutes les directions les mêmes que la même lumière a donnée. Nous connaissons aussi le phénomène de fluorescence qui consiste dans la transformation de vibrations obscures et colorifiques en vibrations colorifiques et lumineuses. On fit feu de platine placé au foyer d'un brûleur qui recevait un grand

nombre de vibrations colorifiques parallèles peut s'échauffer jusqu'au rouge. Bien des fois, M. Egnell avait allumé son cigare à un pareil foyer.

Nous allons étudier maintenant d'autres phénomènes qui font voir que les radiations lumineuses colorifiques et ultra-violettes peuvent se transformer les unes dans les autres. Ces phénomènes sont appelés phosphorescence et fluorescence.

I. Phosphorescence. — Certaines substances présentent le phénomène de phosphorescence qui consiste dans ^{une} illumination des objets persistante au moment où ils ont été éclairés. Ainsi le diamant (après avoir été exposé longtemps au soleil) brille encore dans l'obscurité. Les sulfures alcalino-terreux sont dans le même cas. Exposés à la lumière et portés dans l'obscurité, ils conservent la propriété de briller. Si on expose un corps phosphorescent à l'action d'un courant, à l'électricité, ou même au frottement, mais au abrégé beaucoup la durée du phénomène. Il agit

faute de 'étudier' quelles étaient les langues
 d'où qui peuvent produire une phosphorescence.
 Je a constaté que les vibrations de l'éther donnent
 naissance aux phénomènes de phosphorescence
 commençant dans le violet et se terminant être
 maximum pour les rayons de la partie ultra-
 violette c'est à dire se réunissent tout de
 rayons ultra-violet pour produire la phase
 phosphorescente. C'est donc une transformation des
 rayons d'une plus grande réfrangibilité en rayons
 de réfrangibilité moindre.

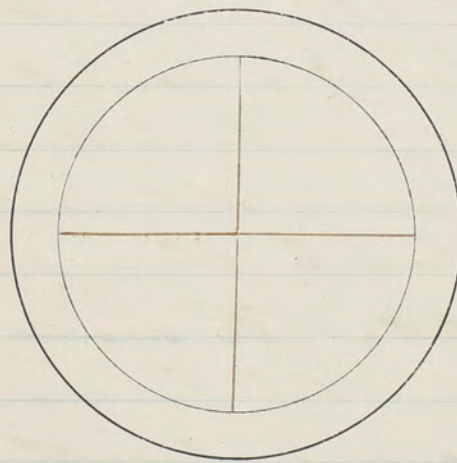
II. Fluorescence. — Il y a certains
 phénomènes qui se produisent pendant l'action
 des rayons incidents et ne dure après que
 pendant un temps appréciable. Herschell
 a constaté le premier ces phénomènes. Il se
 réalisait pour lui d'une dissolution de sulfate
 de quinine renfermé dans un vase transparent
 dans lequel il faisait tomber un faisceau de
 rayons lumineux. La surface qui reçoit ce ^{faisceau} prend un
 aspect particulier. C'est une tache blanchâtre
 un peu lactescente. Et de plus le faisceau

qui a produit une fois le phénomène ne peut
 plus le produire une seconde fois. Ce phéno-
 mène avait été appelé diffusion épipolique.

M. Stœr a constaté qu'il est dû aux rayons
 ultra-violet.

Phosphoroscope. — Le phosphoroscope est
 un appareil dû à M. E. Becquerel et qui
 est destiné à mesurer le phénomène de phospho-
 rescence. Cet appareil se compose de deux disques
 dont les centres sont sur une même horizontale.

Chacun d'eux est percé de 4 trous en
 forme de secteurs dans
 une position rectangu-
 laire. Les ouvertures ne
 se correspondent pas deux
 à deux; de sorte que
 les espaces de l'un des
 disques correspondant aux
 espaces pleins de l'autre.



Les deux disques sont maintenus sur un axe
 horizontal. Entre les deux disques on place
 l'objet à étudier et celui-ci ^{une} des etc,

l'appareil ^{ou fait tomber} un faisceau de rayons lumineux
au ultra-violet dans l'appareil. L'objet
est alors éclairé. Mais au ^{l'obscur} par l'autre
côté ^{ou} ne s'opère dans ^{que} ~~pas~~ si il est lumineux
après que les rayons lumineux ont cessé de le frapper.

Si l'objet est photosensible, une réaction
très-rapide se produit à l'œil & apparaît
l'objet illuminé pourvu que la durée du
phénomène soit au moins égale au temps que
met la vaine à tourner d'un 8^{ième} de tour.

On pourra dans l'avenir peu à peu le système du système
de façon à mesurer
la vitesse pour laquelle le phénomène d'illumina-
tion se rapporte plus. A ce moment, la
durée de phénomène, au 8^{ième} de tour du temps que
met la disquette ^{est égale} à faire une révolution entière.

Conclusion. —. Tous les phénomènes
que nous venons d'étudier ^{sont} ~~des~~ argument
cristallins contre le système de l'émission.
Qu'en est-il de ces phénomènes, il est évident
par ce système tandis qu'il s'agit des conséquences
très-simples de la théorie des ondes lumineuses
qui se font voir en mécanique.

