



Title	多元速度回線交換網の性能評価に関する研究
Author(s)	小田, 稔周
Citation	大阪大学, 1991, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.11501/3086291">https://doi.org/10.11501/3086291</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

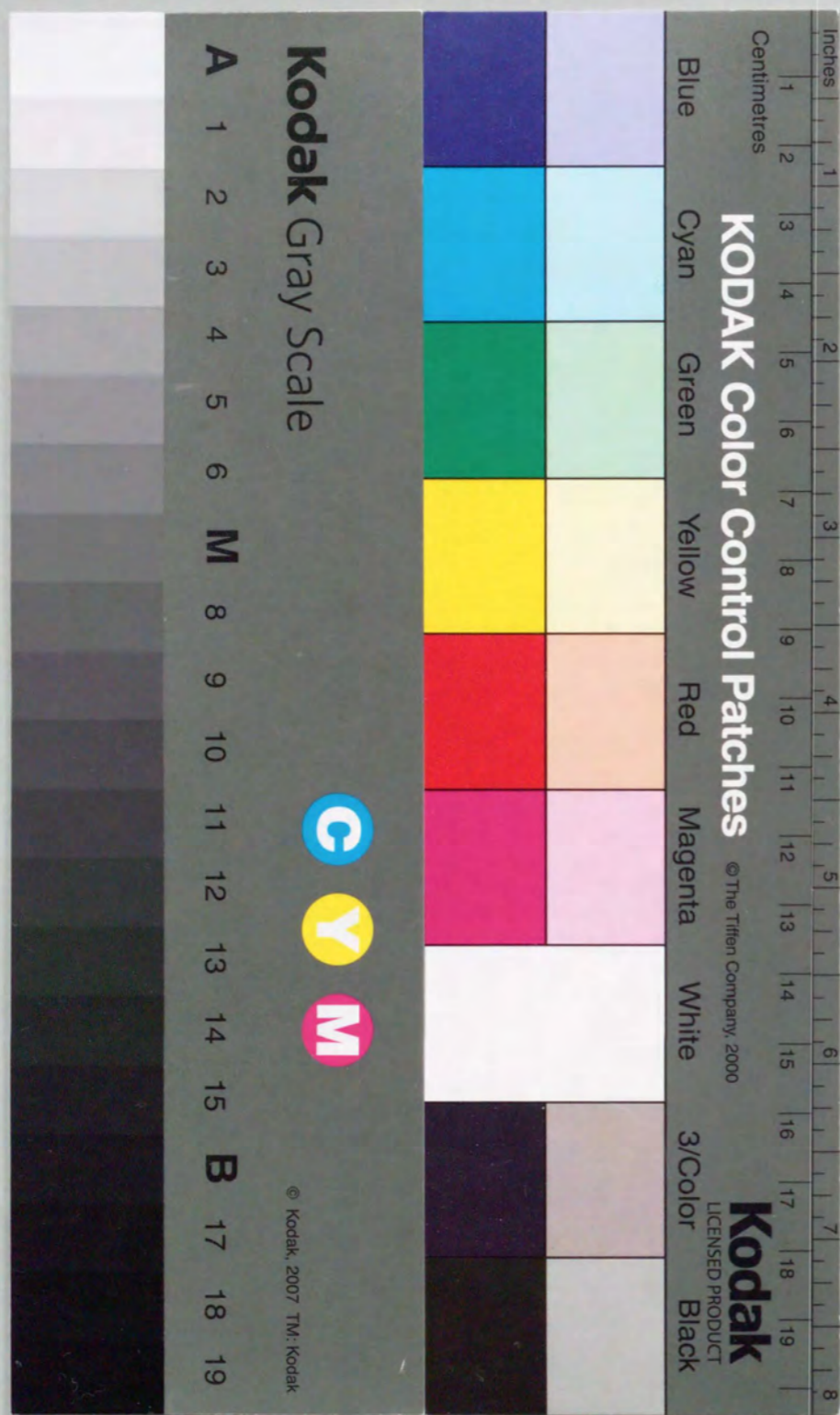
<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

多元速度回線交換網の性能評価  
に関する研究

平成3年5月

小田 稔周



①

多元速度回線交換網の性能評価  
に関する研究

平成3年5月

小田 稔周

## 内容梗概

本論文は、多元速度回線交換網の性能評価に関する一連の研究成果をまとめたものである。その主眼とするところは、多元トラヒック処理システムのトラヒック解析手法を開発し、多元速度回線交換網の構成・運用のための理論的基盤を構築することである。

本論文では、まず、各種の交換回線群に関連する様々なトラヒック流の数学的なモデル化を行うことを目的として、一般的なマルコフ型待ち行列システムにおける溢れトラヒックや運ばれるトラヒックなどの各種トラヒックに対する統一的なモーメント解析手法を提案し、漸化的に関連付けられた線形方程式群から構成されるモーメント計算公式を導出している。

次に、多元速度即時式回線群をはじめとする各種待ち行列システムへの本モーメント計算公式の適用例を述べている。それぞれの待ち行列システムに対して、その特徴を利用した効率的な数値計算手法を提案し、各種トラヒックのモーメントの数値例を示して、本公式の有効性を論ずるとともに、より一般的な待ち行列システムへの拡張法、ならびに適用可能な領域を明確にしている。

次に、多元速度迂回中継網を解析的に性能評価することを目的として、一次回線群における溢れ呼量の分散係数の近似計算法、および溢れ呼が加わる二次回線群での呼種別呼損率の近似計算法を提案し、これらを組み合わせることにより、近似的に呼種別総合呼損率を計算する手法を構成している。それぞれの近似計算法については、厳密計算法による結果との比較を行い、近似精度を評価している。

次いで、多元速度回線群における呼種別のサービス品質を制御するためのトラヒック制御法として、回線留保方式、分離高使群方式、分離最終群方式、仮想回線方式の4方式をとりあげ、それぞれの方式を適用した回線群モデルに対してモーメント計算公式を適用し、呼損率特性、溢れ呼量および運ばれる呼量の分散係数特性の定量的評価を行って、方式間の性能の差異を明らかにしている。

最後に、多元速度回線群においてより高効率に呼種別のサービス品質を制御する手法として、呼種別同時接続呼数を観測し適応的に留保量を変化させる回線留保方式を考え、マルコフ決定過程論に基づくトラヒック解析を行って、線形計画法による制御パラメータ値の効率的な最適化手法を提案している。この線形計画問題の構造的性質に着目し、最適制御パラメータ値の一性質を証明するとともに、最適制御による回線能率の向上度を明らかにしている。さらに、モーメント計算公式を適用して、最適制御下での溢れ呼量の特性を示し、最適制御と同時接続回線数のみを観測する従来の回線留保方式との性能比較を論じている。

# 目次

第1章 序 論	1
1.1 研究の背景と目的	1
1.2 本論文の主題に関連する代表的な研究	3
1.3 研究の内容	7
第2章 マルコフ型待ち行列システムにおけるトラヒックのモーメント解析	10
2.1 緒言	10
2.2 マルコフ型待ち行列モデル	11
2.3 モーメントによるトラヒック過程の表現	16
2.4 モーメント解析	19
2.4.1 個別トラヒックのモーメント解析	19
2.4.2 2次交差モーメントの解析	23
2.4.3 3次交差モーメントの解析	25
2.4.4 モーメント計算公式の特長	29
2.5 結言	29
第3章 モーメント計算公式によるトラヒック特性評価	31
3.1 緒言	31
3.2 M/M/1/1 待ち行列システムの溢れ呼特性	32
3.2.1 待ち行列のモデル	32
3.2.2 溢れ呼量のモーメントの陽表現	32
3.3 フィードバックのある $M^{[x]}/M/1/C$ 待ち行列システム	33
3.4 単元速度回線群における呼種別溢れ呼特性	34
3.4.1 回線群のモデル	34
3.4.2 溢れ呼過程の表現	38
3.4.3 呼種別溢れ呼量のモーメントに対する計算アルゴリズム	39
3.4.4 数値例	41
3.5 多元速度回線群における呼種別溢れ呼特性	44
3.5.1 2種のポアソン呼が加わる多元速度回線群のモデル	44
3.5.2 溢れ呼過程の表現	49

3.5.3	呼種別溢れ呼量のモーメントに対する計算アルゴリズム	49
3.5.4	数値例	51
3.6	超指数サービス時間をもつ待ち行列システム	59
3.6.1	一次回線群のモデル	59
3.6.2	溢れ呼過程の表現	61
3.6.3	溢れ呼量のモーメントに対する計算アルゴリズム	61
3.6.4	呼種別呼損率の近似計算法	62
3.6.5	数値例と考察	65
3.7	位相型待ち行列システムへの応用	68
3.8	結言	68
第 4 章	多元速度迂回中継網におけるトラフィック特性の近似解析	70
4.1	緒言	70
4.2	迂回中継網	70
4.3	厳密解析法	72
4.3.1	大規模線形方程式の反復的解法	73
4.3.2	適応的加速パラメータ修正による SOR 法	74
4.4	近似解析法	75
4.4.1	一次回線群における呼種別溢れ呼特性の計算手法	76
4.4.2	二次回線群における呼種別呼損率特性の近似計算法	81
4.5	結言	93
第 5 章	多元速度迂回中継網におけるサービス品質制御手法の比較評価	95
5.1	緒言	95
5.2	呼種別のサービス品質を制御する手法	96
5.2.1	回線留保方式 (Trunk Reservation : TR)	96
5.2.2	分離高使群方式 (Split High-usage Group : SH)	96
5.2.3	分離最終群方式 (Split Final Group : SF)	97
5.2.4	仮想回線方式 (Virtual Circuit : VC)	97
5.3	各制御方式を適用した回線群のトラフィック解析法	97
5.3.1	回線留保方式	97
5.3.2	分離高使群方式	98
5.3.3	分離最終群方式	101
5.3.4	仮想回線方式	101

5.4	数値例による比較評価	101
5.4.1	呼損率特性	101
5.4.2	溢れ呼量の分散係数特性	109
5.4.3	運ばれる呼量の分散係数特性	112
5.5	結言	115
第 6 章	多元速度迂回中継網における最適回線留保制御	116
6.1	緒言	116
6.2	回線留保制御の最適化	117
6.2.1	多元速度回線群のモデル	117
6.2.2	最適回線留保制御問題	119
6.3	変数変換による線形計画表現	119
6.4	マルコフ決定過程論に基づく線形計画表現	121
6.4.1	線形計画表現の導出	121
6.4.2	最適解の一性質	127
6.5	数値例と性能評価	128
6.6	近似最適制御法	135
6.6.1	同時接続回線数の観測による回線留保制御	135
6.6.2	数値例と考察	135
6.7	結言	137
第 7 章	結 論	138
	謝 辞	141
	参 考 文 献	142
	付録：本論文に関連する原著論文	149

# 第 1 章 序 論

## 1.1 研究の背景と目的

デジタル技術、計算機技術の進展に伴い、情報通信網は、電話サービスに加えて画像通信、ファクシミリ通信、データ通信などの多様な通信サービスを総合的に提供する ISDN (Integrated Services Digital Network) へと発展している。1970 年代から CCITT (国際電気通信諮問委員会) において ISDN に関する国際標準化作業が開始され、1984 年には 64kbit/s デジタル・チャネルの回線交換を基本として  $n \times 64\text{kbit/s}$  ( $n=1, 2, 6, 24, 30$  など) の複数種の情報転送速度を統一的なユーザ網インタフェースを通してユーザに提供する狭帯域 ISDN の基本的枠組みが勧告された。さらに、1988 年の CCITT 勧告では、具体的なインタフェース仕様、およびサービスの基本的な規定がまとめられている [9, 34]。わが国では、1988 年に、東京、大阪、名古屋で INS ネット 64 の基本インタフェースによる ISDN サービスが開始されている。国際 ISDN サービスは、1989 年より開始され、既に 5 か国以上を結ぶ網へと発展している。これと並行して、CCITT では、1985 年より ATM (Asynchronous Transfer Mode) 技術を基盤とする広帯域 ISDN に関する研究が本格的に進められている。CCITT 勧告 I.121 [10] では、150Mbit/s および 600Mbit/s のユーザ網インタフェースが規定されており、音声伝送から 140Mbit/s の動画像伝送までの広範な通信サービスに対する情報転送およびサービス総合化の基本的メカニズムが固まりつつある。

このような新しい複合サービス網では、No.7 信号方式に代表される共通線信号方式ならびに計算機制御技術の導入によって高度かつ多彩な通信網制御が可能となり、網内に混在する多様な通信トラヒックの性質に適合したトラヒック制御が実現されることとなる。例えば、帯域幅の異なるトラヒック種別ごとに制御法が異なる迂回ルーティング制御や、トラヒック種別ごとのサービス品質を制御する回線留保方式をはじめとする各種のトラヒック制御法の適用が考えられている。

現在の国際通信網においても、電話網や狭帯域 ISDN では、1 国に複数の国際交換機を設置する複数関門局構成とし、発着信国の複数関門局をメッシュ状に結ぶ交換網において迂回ルーティング制御を実現し、網全体として高信頼なトラヒック疎通能力を確保している。さらに、国際通信網では、時差のために、異なるタイムゾーンに属する発着局間においてトラヒック最繁時間帯が一致せず、24 時間トラヒックプロファイルが異なっている [67]。このため、閑散時間帯となっている第三国の遊休網資源を利用して繁忙時間帯となっている発着局間のトラヒックを疎通するよう、動的に第三国迂回ルートを変更する動的ルーティング [5, 80, 68] を導入すれば、網コストの低減、あるいは、サービス品質の向上が期待できる。24 時間国際トラヒックプロファイルは、電話、FAX、データなど通信サービス種別によっても大きく異なる [29] ため、通信サービス種別の相違まで考慮した迂回ルーティング制御を用いれば、より一層のサービス品質向上が期待できる。このように、トラヒック条件や網

状態に適合したきめ細かなトラヒック制御を実施することにより、網の収益性が増大するものと考えられる。共通線信号網における網制御情報転送技術の進展により、国際通信網においても、網状態に応じて即座に迂回ルート選択を変更してゆく適応ルーティングの導入が可能となりつつある。現在、このような柔軟な迂回ルーティング制御に基づく WIN (Worldwide Intelligent Network) [7] の構築に向けて、KDD、AT&Tをはじめとする国際通信キャリアが研究を進めている。

なお、ATM 技術を基盤とする広帯域 ISDN では、新たにセル遅延・損失が重要なサービス品質項目となるが、呼接続制御のレベルにおいては、バーチャル・サーキット [73] を単位とする仮想的回線交換機能により呼単位の迂回ルーティングが実現されてトラヒックが疎通されることとなるため、呼接続品質の観点からは、原理的に狭帯域 ISDN における回線交換網と同様である [33]。

ところで、回線交換を基本とする複合サービス網は多元速度回線交換網として特徴付けられるが、この種の交換網の性能評価、ならびに設計に対して、従来の電話網のような単元速度回線交換網を対象とした手法が適用できないことは明らかである。複合サービス網に対しては、トラヒック種別ごとのサービス品質の差異を考慮した網性能評価手法ならびに網設計手法が必要であり、その手法の研究はこの種のシステムの実用化を背景として緊急の課題である。

トラヒック理論の立場から、多元速度回線交換網の性能評価に関する主な基礎的検討課題は以下の通りである。

- (1) 多元速度回線交換網の性能評価においては、呼種別の総合サービス品質を評価することが主たる目的である。しかしながら、一般に、迂回中継網は大規模なシステムとなるため、そのまま網全体を 1 つのシステムとして扱うことが困難となる。そのため、網を各回線群に分割し、回線群間のトラヒック交流関係に従って回線群ごとのトラヒック特性評価を行った後、それらを組合わせて網全体としてのトラヒック特性を近似的に評価する手法がとられる。この場合、主として、後段の迂回ルートに加わる一次回線群からの迂回呼（一次回線群からの溢れ呼）の特性、ならびに直通呼と迂回呼が混在する二次回線群における呼種別のサービス品質特性が明確化すべき基本項目である。また、中継交換機に与える影響などを評価するためには、各回線群での運ばれる呼の特性についても明確にする必要がある。より一般的には、複数種の呼びが同時に加わる回線群での溢れ呼をはじめとする各種トラヒック過程を定量的に評価することが必要となる。さらに、これらの結果を応用して呼種別の総合サービス品質を定量的に評価するための手法を明らかにする必要がある。
- (2) 多元速度回線群では、速度の異なる呼種間での接続品質の不均衡や端数出線効果に基づく回線使用率低下などの問題が生ずるため、回線留保などのサービス品質制御手法を適当な回線群に適用して、これらの問題点を解決する必要がある。このため、方式選択を行うための各種制御方式間の特性比較や、最適制御パラメータの決定法とその性質などを明確にしておく必要があ

る。

本論文は、複雑なトラヒック処理システムに関わる各種トラヒックの特性を解明するための汎用的な理論解析手法を確立するとともに、多元トラヒック処理システムに対する高能率運用ならびにサービス品質確保のための効果的なトラヒック制御方式を解明し、これらを基盤として、上記の多元速度回線交換網に関する基本課題に対し実用的な解答を与えることを目的としている。

以下、本論文の主題に関連する代表的な研究、ならびに本研究の内容を概説し、本論文の位置付けと意義を明確にする。

## 1.2 本論文の主題に関連する代表的な研究

### [A] 待ち行列システムに関する各種トラヒックの解析

回線交換網における即時式回線群やバケット交換網における待時式回線群のトラヒック解析では、これら回線群が待ち行列システムとしてモデル化され、関連するトラヒックの諸特性を解明するための各種理論式が考察されてきている [3, 4, 23]。

溢れトラヒックに関する純理論的な研究に、Çinlar-Disney [12] の研究がある。Çinlar-Disney は、再生的到着過程に従うトラヒックが待ち室有限の単一指数サーバに加わる GI/M/1/N 待ち行列システムでの溢れトラヒック過程について、溢れ時点間隔が待ち行列システムを記述するセミマルコフ過程における再帰時間に等しいことを利用して解析し、溢れ時点間隔が再生的であることを示すとともに、入力トラヒックの到着間隔時間分布のラプラス・スチルチェス変換式を用いて表現した溢れ時点間隔分布のラプラス・スチルチェス変換式を導出している。この結果は、待時系の多段迂回モデルの重要な基礎理論を与えるものである。Disney らのマルコフ再生過程論を基礎とした純理論的アプローチによる一連の研究は、Disney-Kiessler による成書 [18] にまとめられている。解析の原理は、対象とするトラヒック過程の生起時点間隔分布を、待ち行列システムを記述するマルコフ再生過程のセミマルコフ核 [13] により表現することであり、待ち行列システムごとにセミマルコフ核を如何に構成し処理するかが中心的な問題となる。一方、町原 [58] は、マルコフ再生過程に従って到着するトラヒックが無限サーバ群に加わり超指数時間分布に従ってサービスを受ける  $MR/H_m/\infty$  待ち行列システムを解析し、定常分布の二項モーメント、およびサービス中であるサーバ総数の 1 次、2 次モーメントのセミマルコフ核による表現式を導出している。

Disney-Kiessler [18] と町原 [58] の両成果を組み合わせることによって、一般的な待ち行列システムに関連する各種トラヒックについて、Wilkinson [83] の定義に従ったモーメントを求める計算アルゴリズムを構成することが可能である。この計算アルゴリズムでは、待ち行列システムに関するセミマルコフ核のラプラス・スチルチェス変換式を含む行列を生成し、さらにその逆行列演算を行うことが必要になる。セミマルコフ核は、待ち行列システムにおける状態遷移の時間分布を直接的に表現す

るものであり、通常、密行列となる。このため、セミマルコフ核のラプラス・スチルチェス変換、およびそれを含む行列の逆行列を求めることは、比較的単純なマルコフ型待ち行列システムにおいても相当の計算量が必要になるものと考えられる。ただし、到着間隔分布やサービス時間分布が位相分布でなく再生的な一般分布であるような待ち行列システムの溢れトラヒック等に対する一般的解析法としては、マルコフ再生過程論に基づくアプローチ以外に現在有力な手法がない。

迂回ルーティングを行う交換網の性能評価を目的とした溢れ呼理論に関しては、Wilkinson[83]が先駆的な研究を行っている。Wilkinson は、呼びが仮想的な無限回線群に加わると仮定したときの同時接続呼数の平均  $a$  と分散  $v$  の比  $v/a$  (分散係数) をピークドネス係数 (Peakedness factor) と名づけ、溢れ呼の非ランダムな特性を表す指標として詳細に検討している。さらに、溢れ呼に関する実用的な解析法として、非ランダムな溢れ呼の生起呼量を仮想的無限回線群の状態に依存した近似式で表現することを提案するとともに、溢れ呼が加わる回線群に対する呼損率近似計算法として、等価ランダム法 (Equivalent Random Method) を提案している。等価ランダム法は、理論的根拠が明快であり、取扱い易く近似精度も良好であることから広く使われてきた。Kuczura[48] は、溢れ呼が加わる回線群の呼損率近似計算法として、非ランダムな溢れ呼の生起過程を断続ポアソン過程 (Interrupted Poisson Process : IPP) で近似する手法を提案し、2次および3次のモーメント整合法について、シミュレーション結果との比較評価を行い、近似精度が良好であることを示している。また、Fredericks[21] も同様の問題に対し、Hayward の近似法を拡張した等価輻輳モデル法を提案している。

複数の迂回呼が同時に加わる回線群における呼種別の溢れ呼量のモーメントを計算するためには、等価ランダム法等で求めた総溢れ呼量のモーメントを呼種別に分解することが必要である。この問題については、Katz[36] の研究をはじめ、Kuczura-Bajaj[49]、Manfield-Down[60]、Reneby[70]、Lindberger[54] 等の研究があり、呼種別入力呼量の1次、2次モーメントを用いて近似的に分解する各種手法が提案されている。

Delbrouck[15] は、Wilkinson[83] の提案を拡張して、非ランダムな入力呼を呼種ごとに状態依存型のポアソン到着過程で近似し、積形式となる回線群の定常分布から直接的に呼種別呼損率を計算するBPP法を提案している。Songhurst[74] は、複数の溢れ呼を1本とそれ以外の2組に分け、それぞれを個別のIPPで近似し、 $M, IPP_1, IPP_2/M/S/S$  待ち行列システムを解析することにより、呼種別呼損率を計算する手法を提案している。松本・渡辺[61, 62] は、待時系の迂回中継網への応用を主眼として、 $M, IPP_1, IPP_2/M/S/K$  待ち行列システムを解析し、呼種別溢れ呼量のモーメントを計算する手法を提案するとともに、多段迂回モデルへの応用法を示している。これらの手法はいずれも、近似システムに関するマルコフ過程の解析が基本となっており、その原理は、マルコフ過程でモデル化できる限り、多元トラヒック処理システムや各種トラヒック制御を適用した回線群モデルに対して、呼種別呼損率評価については容易に拡張することができる。ただし、呼種別溢れ呼量の2次以上

のモーメントの計算については、回線留保を行う回線群モデル[28, 41, 53]等への理論的拡張は困難である。

最近になり、音声バケットなどの非ランダムな到着過程をマルコフ変調ポアソン過程 (Markov-Modulated Poisson Process : MMPP) により近似する手法が、Heffes-Lucantoni[31]により提案され、Meier-Hellstern[63] は、複数のIPP呼入力のある待時式回線群をMMPP/M/1/K待ち行列システムでモデル化し、状態空間が大規模なシステムに対しても適用可能な定常分布の高速計算手法を提案している。さらに、呼種別溢れ呼量の2次、3次モーメントの計算式も示しているが、これは、本論文で述べる結果の特殊な場合に相当するものにすぎない。

Labetoulle[50] は、音声呼とデータ呼が混在する電話迂回中継網の性能評価を目的として、平均サービス時間が異なる複数種の迂回呼が加わる回線群モデルにおける呼種別呼損率の計算のためにIPP近似法の拡張を提案し、シミュレーション結果との比較により、近似精度が良好であることを示している。

Heffes-Holtzman[30] は、GI/M/S/S待ち行列システムにおける運ばれる呼の到着過程をセミマルコフ過程として定式化し、運ばれる呼量の分散係数を解析して、運ばれる呼は、輻輳により、入力呼よりもピーク性が抑えられ平滑化されることを明らかにしている。運ばれる呼量のモーメントは、回線群の受信側交換機のトラヒック特性に与える影響や直列接続された回線群のトラヒック特性を評価するために必要であるが、Heffes-Holtzmanの研究以降、より一般的な待ち行列システムへの発展は見られない。

大規模な通信網では、網全体の定常分布が積形式解[8, 45, 42, 51]となるような特殊な場合以外、網全体を1つのシステムとして扱うことが困難である。迂回中継網における端局間呼損率あるいは遅延時間の評価では、トラヒック入出力関係に従って、網構成要素である回線群間をトラヒックの低次モーメントを用いて関係づけ、回線群ごとに分割してトラヒック特性を解析する手法が広く用いられている。Kuehn[47] と Whitt[82] は、一般的な待ち行列網の近似解析法として同様な手法を適用しており、構成要素である各待ち行列システムを、到着トラヒック過程およびサービス時間分布の1次、2次モーメントにより特徴づけ、待ち行列システムからの出力過程等に対する近似解析法を提案している。この分解原理は汎用性の点で優れているが、近似精度の改善が必要とされている。

なお、計算量の増大を避けるため、複雑な迂回ルーティングを行う大規模電話網の設計に対しては、1次モーメントのみによる呼損率評価法もあるが[43, 44]、結果は一般的に危険側となる。

#### [B] 多元速度トラヒック処理システムのトラヒック解析

情報転送速度の異なる複数種の呼びを同時に扱う回線群での回線割当方式として、回線が全ての呼種に対して自由に割り当てられる方式 (非固定方式) と、回線群がグループ化され要求速度に従って固定的に回線が割り当てられる方式 (固定方式) とがある[20, 37, 69]。

非固定方式の回線群における呼損率特性については、従来より多くの研究があり [27, 20]、回線群の定常状態確率は積形式解で与えられることが知られている。Gimpelson[27] は、高速呼に対する待ち合わせ方式や群交換方式を導入した回線群モデルにおいても、呼種別呼損率がトラヒック混合比率に対して波状特性をもつことを最初に示している。

Kaufman[38] は、定常分布の積形式解がサービス時間分布に無関係に成立することを示し、さらに、接続中の回線数の定常分布を与える漸化式を導出している。

Delbrouck[16] は、迂回呼等の非ランダムな多元速度トラヒックが加わる非固定方式の回線群での呼種別呼損率評価のために、BPP 法を適用している。BPP 法における状態依存型のボアソン到着が仮定されるモデルにおいても、接続中の回線数の定常分布を与える一次元漸化式が成立することを示しており、容易な数値計算が可能となっている。しかしながら、回線留保等のトラヒック制御が課せられた回線群モデルに対しては、そのまま適用できない。

Ramaswami-Rao[69] は、非固定方式とコールバック処理を行う固定方式について、回線群の挙動を表現するマルコフ過程の無限小生成作用素を詳細に記述している。この結果を用いて呼種別呼損率の計算を行い、非固定方式が固定方式よりトラヒック的に効率が高いことを明らかにしている。

多元速度回線群における溢れ呼量や運ばれる呼量等のモーメント解析については、本論文の研究以前には研究例が見あたらない。本研究とほぼ同時期に、川島他 [40]、三宅他 [64] が、本研究とは異なる手法により、溢れ呼量のモーメント計算式を導出しているが、トラヒック制御等のない単純な非固定方式の多元速度回線群モデルに特化された解析手法および結果であるため、適用範囲が極めて限られている。また、[64] では、同様な回線群モデルでの溢れ呼量の分散係数に対し、高橋・秋丸 [76] が提案している拡散近似法を適用した近似計算法を検討しているが、適用領域が十分明確にされていない。特に、拡散近似法の性質から、高負荷以外の領域での近似精度が不十分であると考えられる。

非ランダム呼が加わる回線群での呼種別呼損率評価に関しては、前述の Delbrouck[16] の BPP 法による近似計算法がある。Dziong-Roberts[19] は、Delbrouck の単一回線群モデルに対する漸化式を拡張し、網モデルに対して BPP 法を適用した場合の同様な定常分布の漸化式を導出している。ただし、回線留保制御等が適用される場合には、積形式解が成立しないため一次元漸化式が成立せず、元の多次元マルコフ過程の定常分布を数値的に求める必要がある。

Le Gall[52] は、時間輻輳率に対する呼輻輳率を輻輳係数 (Congestion factor) と名づけ、呼種ごとの等価容量から輻輳係数を求めて呼種別呼損率を近似的に計算する等価容量法と呼ばれる独自の手法を考案しているが、近似精度が明確にされていない。

Lindberger[55] は、回線留保制御が適用された 2 種の入力がある二次回線群モデルに対して独自の近似計算法を提案し、その近似計算結果から、回線留保制御を用いてサービス総合化することにより、回線効率が大幅に向上することを示している。しかし、実用的には、3 種入力以上の場合への拡

張が必要である。

多元速度回線群では、回線留保等のトラヒック制御により、速度間のサービス品質の相違を適切に制御する必要がある [85, 75]。適応的回線留保による最適制御については、山口・秋山 [85] が非線形計画問題として定式化し、数値例による検討を行っている。最近になり、本論文における研究と同時期に、三宅 [65]、Ross-Tsang[72] により、マルコフ決定過程論に基づく研究が行われている。[65] では、政策反復法による独自の定式化がなされているが、回線設計上不可欠な呼種別呼損率条件が考慮されていない。[72] では、本研究と同様、線形計画法による定式化がなされているが最適制御の性質、近似最適制御との比較、溢れ呼量の分散係数特性など重要項目に対するきめ細かな検討が欠如している。

また、単元速度回線群モデルに対する Songhurst[74] の研究と同様、多元速度回線群モデルについても、回線留保以外のトラヒック制御に関する性能比較を行っておく必要があるが、この点については、研究例が見あたらない。

なお、ISDN の設計、容量割当てなどに関する一般的なアプローチを示す検討例として、Roberts-Hoang[71]、Ash[6]、Kashper[35] などがある。

### 1.3 研究の内容

本研究では、トラヒック処理システムに関わる各種トラヒック過程の解析手法、ならびに、迂回ルーティングを行う多元速度回線交換網の呼種別呼損率特性を算出する解析的手法を提案し、さらに、回線留保方式をはじめとする、呼種別呼損率を制御するためのトラヒック制御法の性能を解明している。

マルコフ型待ち行列システムにおけるトラヒックのモーメント解析 (第 2 章) では、通信回線群など多様なトラヒック処理システムに関連する各種トラヒック流の数学的なモデル化を行うことを目的として、一般的なマルコフ型待ち行列システムを対象に、溢れ客のトラヒックや待ち室に受け入れられる客のトラヒックなどのシステムに関連する各種トラヒックのモーメント解析法を提案している。一般的な待ち行列システムに関連するトラヒック過程を解析する統一的手法として、マルコフ再生過程論を用いない直接的な手法を提案するのは、本研究が最初である。まず、トラヒック過程を数学的に記述するため、トラヒック過程とマルコフ型待ち行列システムを関係付けるトラヒックセットおよび生起率行列を定義する。着目するトラヒックが加わるものと仮定した仮想的な無限サーバ群を考え、この仮想無限サーバ群におけるサービス中の客の数のモーメントを、着目しているトラヒックのモーメントと定義して、このモーメントと待ち行列システムの無限小生成作用素、定常分布、およびトラヒック生起率行列の間の関係を解析し、個別トラヒックの  $r$  次モーメント、および複数トラヒック間の 2 次、3 次交差モーメントに関する漸化的計算公式を導出している。このモーメント計算公式に基

づく解析法は、従来困難であった各種トラヒック処理システムに関するトラヒックのモーメントの定量的評価を可能にするものである。

モーメント計算公式によるトラヒック特性評価（第3章）では、導出したモーメント計算公式を各種のマルコフ型待ち行列モデルに適用した例を述べ、適用法を明確にするとともに、モデルごとに高速数値計算手法を提案している。集団到着型でフィードバックのある  $M^{[2]}/M/1/C$  待ち行列システムについては、フィードバックトラヒックを含めた到着トラヒック、溢れトラヒック、退去トラヒックの分散係数の解析例をあげ、回線留保制御が適用された単元速度回線群については、呼種別溢れ呼量の分散係数の解析例を示し、解くべき線形方程式の係数行列がバンド行列であることを利用した漸化的数値計算アルゴリズムを提案している。多元速度回線群については、2種のポアソン呼が加わる場合を考え、呼種別溢れ呼量の分散係数の解析を示している。また、超指数サービス時間分布に従う即時式回線群からの溢れ呼量の分散係数の解析例を示し、交差モーメントを用いた超指数サービス時間分布に対するトラヒック分解・合成法を提案している。本適用例では、さらに、溢れ呼が加わる二次回線群での呼種別呼損率近似法として、IPP 近似法を提案し、 $IPP/H_2/\infty$  待ち行列システムの解析を行って、3モーメント整合による IPP パラメータ決定法を提案している。最後に、位相型待ち行列モデルへの適用法について考察し、本モーメント計算公式の適用領域を明確にしている。

多元速度迂回中継網におけるトラヒック特性の近似解析（第4章）では、迂回ルーティングを行う多元速度回線交換網の呼種別総合呼損率を評価するためのトラヒック解析手法を提案している。網モデルとしてクラスタ網を考え、まず、厳密解析法として、大規模線形方程式の反復的解法による数値計算アルゴリズムを提案し、次に、大規模網への適用を目指した近似解析法として、回線群分解法に基づく手法を多元速度回線交換網へ拡張している。一次回線群からの溢れ呼については、モーメント計算公式によるトラヒック解析法を適用し、1次、2次モーメントの厳密計算アルゴリズム、および近似計算アルゴリズムをそれぞれ提案している。溢れ呼が加わる二次回線群での呼種別呼損率については、IPP 近似法、および発見的近似分解法による2種の近似解析法を提案し、計算アルゴリズムを示している。提案した厳密解析法、および近似解析法を用いて求めた数値例を示し、近似精度について考察を加えている。

多元速度回線交換網におけるサービス品質制御手法の比較評価（第5章）では、回線留保方式、分離高使群方式、分離最終群方式、および仮想回線方式の4方式をとりあげ、これらのトラヒック特性を解析し、性能比較を行っている。評価項目は、過負荷に対する呼種別呼損率特性、呼種別の溢れ呼量の分散係数特性、および呼種別の運ばれる呼量の分散係数特性とし、これらの分散係数については、モーメント計算公式を用いて解析している。多元速度回線群を対象としたサービス品質制御手法について、溢れ呼、および運ばれる呼の特性も含めた性能比較は、本研究が最初である。特に、回線留保方式を適用した場合、高負荷領域で非優先呼の運ばれる呼量のピーク性が増大することを、数値例により明らかにしている。

多元速度迂回中継網における最適回線留保制御（第6章）では、多元速度回線群において、呼種別同時接続呼数を観測して適応的に留保量を変化させる回線留保方式のトラヒック解析を行い、制御パラメータ値の最適化手法を提案している。従来、最適回線留保問題は非線形最適化問題として扱われてきたが[85]、まず、この問題が変数変換により容易に線形計画問題に変換できることを示している。また、新たに、本問題をマルコフ決定過程論の立場からモデル化し直し、変数変換による手法よりも制約条件式が少なく、従ってより高速な最適化が行える線形計画問題によって定式化している。線形計画問題による定式化は、呼種別呼損率制約等の線形制約条件を付加した問題に容易に拡張できる利点をもっている。低速呼と高速呼に個別の呼損率上限値を設定したモデル回線群に提案手法を適用し、数値例により、呼種別呼損率制約下での最適回線留保制御による回線使用率の改善度を明らかにするとともに、同時接続回線数のみを観測する近似最適制御との比較評価を行い、実用上は近似最適制御で十分である場合があることを示している。

以上が本論文の内容概要であるが、回線交換網、パケット交換網を問わず、ルーティング制御やトラヒック制御などに関するトラヒック的な検討では、回線群や有限バッファから溢れて次段の回線群などに迂回するトラヒック、接続され運ばれるトラヒック、さらには、サービスが終了した後続の回線群などに流れていくトラヒックなど、様々なトラヒックの特性を把握することが必要である。しかしながら、複雑なシステムについてはシミュレーション実験に頼らざるを得ないのが現状であり、膨大な計算量が必要になる。本研究で導出したモーメント計算公式によるトラヒック解析手法は、これまで解析的な評価が困難であった多元トラヒック処理システム等を含む広範なトラヒック処理システムに対して適用できるものであり、これにより、シミュレーション実験に比べて格段に短い計算時間で、厳密な特性値を評価することを可能にした。モーメント計算公式の汎用性により、本解析手法は、ISDN の設計のみならず、計算機システムや交換機システムの性能評価・設計[46, 45, 26]にも利用できるものであり、本解析手法の果たす役割は大きく、本研究の意義は極めて大きいものと考えている。また、本研究で提案する多元速度迂回中継網の性能評価手法は、新しい複合交換網の構成法に対する1つの基礎理論を与えるものであり、その重要性は今後さらに高まるものと考えている。

## 第2章 マルコフ型待ち行列システムにおけるトラヒックのモーメント解析

### 2.1 緒言

一般的なマルコフ型待ち行列システムに関連する各種トラヒックのモーメント解析法を問題にする。

迂回中継網の性能評価においては、一次回線群から溢れて二次回線群に加わる迂回トラヒックや回線群で運ばれて中継交換機に加わるトラヒックなどの特性を把握することが必要である。特に、網を構成する回線群の特性を個別に調べ、その後、網全体としての性能評価を行う分解手法を用いる場合には、分解要素である回線群を相互に結び付けるトラヒックの特徴付けが必要となる。回線交換網における回線群は、通常マルコフ型待ち行列システムとしてモデル化される。これに関連する各種トラヒック過程を適切に表現する手法が必要となるが、従来の電話網に関する研究では、2.3節で定義する呼量のモーメントの概念が広く用いられている。

溢れ呼などのモーメント解析に関する従来の研究では、比較的単純なモデルに限られていたが、本章では、これまでの理論が適用できない複雑なトラヒック制御が課せられた回線群に対しても適用可能にするよう、マルコフ過程で記述できる広範な待ち行列システムを対象とする。

まず、2.2節において、解析の対象である、有限状態空間を持つマルコフ型待ち行列モデルを導入する。このモデルを記述するマルコフ過程、その無限小生成作用素、ならびに平衡分布を定義する。本モデルにおける有限待ち室からの溢れトラヒックやサービスを完了して退去してゆく客のトラヒックなど、本システムに関連する各種トラヒック過程に注目する。これらのトラヒック過程は、マーク付き点過程と考えられ、その点過程に関する状態遷移と発生率を現わすトラヒックセットならびに生起率行列を定義する。2.3節では、本待ち行列システムに関連するトラヒックが仮想的な無限サーバ待ち行列システムに加わると仮定した新たな待ち行列モデルを導入する。この無限サーバ群においてサービス中であるサーバの数のモーメントを、注目しているトラヒックのモーメントとして定義する。また、複数のトラヒック過程を同時に扱う際に必要となるトラヒック間の相互相関を表す量として交差モーメントを定義する。さらに、トラヒックのピーク特性を表す指標として、分散係数を定義する。これらのモーメントを数学的に表現するために必要な記号を定義し、後の解析のための数学的準備を行なう。2.4節では、モーメント解析を行い、以下の結果を証明する。

- (1) 定理 2.1 として、モーメントベクトル間の漸化式を示す。
- (2) 系 2.1 として、 $r$  次モーメントの計算式を示す。
- (3) 定理 2.2 として、2 種のトラヒック間の 2 次交差モーメントベクトルに関する漸化式を示す。

- (4) 系 2.2 として、2 種のトラヒック間の 2 次交差モーメント計算式を示す。
- (5) 定理 2.3 として、3 種のトラヒック間の 3 次交差モーメントベクトルに関する漸化式を示す。
- (6) 系 2.3 として、3 種のトラヒック間の 3 次交差モーメントの計算式を示す。

さらに、上記の解析結果の適用範囲、利点、応用法などをまとめる。

### 2.2 マルコフ型待ち行列モデル

統計的な振る舞いが連続時間マルコフ過程  $X_t, t \in R_+$  で表されるマルコフ型待ち行列システム  $S$  を考える。ここで、ベクトル  $X_t$  は、マルコフ型待ち行列システム  $S$  の時間  $t$  における状態を示す確率変数とし、その状態空間を可算なベクトル状態空間  $E = \{s\}$  で表す。システム  $S$  は、集団到着過程が加わる待ち行列システムや集団サービス規律に従う待ち行列システムを含むものとする。また、待ち室が有限な待ち行列システムも含まれるものとし、そのような待ち行列システムに到着した客は、待ち室に空きがなければ、ブロックされ待ち室から溢れるものとする。さらに、単一の待ち行列システムばかりでなく、複数の待ち行列システムが相互に接続されたマルコフ型待ち行列網も、システム  $S$  として含める。

マルコフ過程  $X_t$  の無限小生成作用素と定常状態分布を、それぞれ  $|E|$  次正方形行列  $Q$ 、 $|E|$  次行ベクトル  $\pi$  で表す。ここで、 $|E|$  は、状態空間  $E$  の状態数を示すものとする。ベクトル  $\pi$  は、平衡方程式

$$\pi Q = 0, \quad (2.1)$$

および正規化条件

$$\pi e = 1, \quad (2.2)$$

を満たす。ここで、 $e$  は、全ての要素が 1 である列ベクトルを表すものとする。

ここでの解析の対象は、待ち行列システム  $S$  に関連する溢れ過程や出力過程などの各種のトラヒック過程である。システム  $S$  に関連するトラヒック過程が、 $K(\geq 1)$  個あるものとし、第  $k$  番目のトラヒック過程を考える。トラヒック過程は、点生起時の客数をマークとするマーク付き点過程である。簡単のため、今着目している点過程の各点に割付けられた客は、システム  $S$  内では、ある平均を持つ指数サービス時間分布に従ってサービスを受けるものと仮定する。また、各点での客数を  $g = 1, 2, \dots, G_k$  で表し、確率  $p_k^{[g]}$  で  $g$  人の客がいるものと仮定する。ここで、

$$\sum_{g=1}^{G_k} p_k^{[g]} = 1, \quad (2.3)$$

である。

システム  $S$  では、第  $k$  番目のトラヒック過程の点生起と同時に、状態遷移が起こる場合があることに注意する必要がある。点生起と状態遷移の関係を表現するために、文献 [18] の表記法に従い、トラヒック過程のトラヒックセット  $\theta$  を定義する。すなわち、システム  $S$  が状態  $s_1$  にあり第  $k$  番目のトラヒック過程の点生起により状態  $s_2$  に遷移するならば、トラヒックセット  $\theta_k$  は状態対  $(s_1, s_2)$  を要素として含む。点生起時点でシステムが状態  $s_1$  から移動しない場合には、状態対  $(s_1, s_1)$  がトラヒックセット  $\theta_k$  に含まれる。システム  $S$  の状態遷移と状態に依存した点生起率を表現するために、 $(s_1, s_2)$  要素の値が状態  $s_1$  から状態  $s_2$  への状態遷移を伴う点生起率と等しいような  $|E| \times |E|$  次の点生起率行列を定義する。第  $k$  番目のトラヒック過程の点生起率行列を  $A_k$  で表し、その過程に含まれる点のうち客数が  $g$  である点からなるトラヒック過程の点生起率行列を  $A_k^{[g]}$  で表す。ただし、

$$A_k = \sum_{g=1}^{G_k} A_k^{[g]}, \quad (2.4)$$

である。また、次のような行列  $\Psi_k^{(n)}$  を定義する。

$$\Psi_k^{(n)} = \sum_{g=1}^{G_k} g^n A_k^{[g]} \quad (2.5)$$

例：フィードバックのある  $M^{[x]}/M/1/C$  待ち行列システム

例として、図 2.1 に示すような、出力の一部が入力に加わるフィードバックのある待ち行列システムを考える。外部からの客の到着は、集団の到着が平均到着時間間隔  $1/\lambda$  のポアソン分布に従う集団到着過程であるものと仮定する。最大集団サイズは  $G = 2$  とし、到着集団サイズが  $g = 1, g = 2$  である確率をそれぞれ  $p^{[1]}, p^{[2]}$  で表す。ただし、 $p^{[1]} + p^{[2]} = 1$  である。ここで、 $\lambda_1 = \lambda p^{[1]}$ 、 $\lambda_2 = \lambda p^{[2]}$  とおく。サーバは 1 つとし、同時に 1 人の客を処理する。サービス規律は、FCFS (First-Come-First-Served) であるものとする。客のサービス時間は、平均サービス時間が  $1/\mu$  である負の指数分布に従うものとする。待ち室は有限とし、そのサイズを  $C$  とする。また、客がサービス終了直後入力側にフィードバックされる確率を  $q_f$  で表し、 $\mu_f = q_f \mu$ 、 $\mu_e = (1 - q_f) \mu$  なる記号を定義する。待ち室が有限であるため、到着客の一部はブロックされ損失となる。到着集団の受付方式として、ここでは、WBAS (Whole Batch Acceptance Strategy) 方式と PBAS (Partial Batch Acceptance Strategy) 方式を考える。WBAS 方式では、サイズ 2 の集団が到着したときに待ち室に  $C - 1$  人の客がいる場合、その到着集団内の客を全てブロックする。PBAS 方式では、同様の場合、待ち室内の空き分相当の客 1 人のみを受け入れ、到着集団内のその他の客はブロックする。

この待ち行列システム  $S$  の状態空間は、 $E = \{0, 1, 2, \dots, C\}$  である。WBAS 方式、PBAS 方

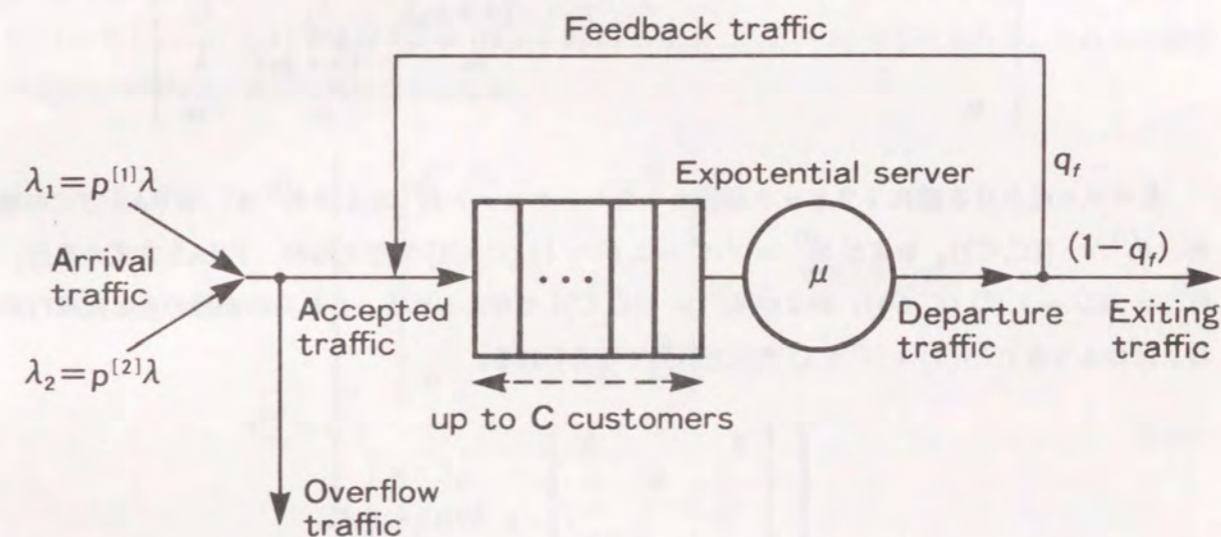


図 2.1 フィードバックのある集団到着型  $M^{[x]}/M/1/C$  待ち行列システム

式の到着集団受付方式を区別して

$$\tilde{\lambda} = \begin{cases} \lambda_1 & : \text{WBAS 方式,} \\ \lambda_1 + \lambda_2 & : \text{PBAS 方式,} \end{cases} \quad (2.6)$$

なるパラメータ  $\tilde{\lambda}$  を定義し、これを用いて本システム  $S$  のマルコフ過程  $X_t$  の無限小生成作用素  $Q$  を表すと、次のような  $(C+1) \times (C+1)$  正方行列で記述することができる。

$$Q = \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda_1 & \lambda_2 & & & & & 0 \\ \mu_e & -(\lambda + \mu_e) & \lambda_1 & \lambda_2 & & & & \\ & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & & \\ & & & \mu_e & -(\lambda + \mu_e) & \lambda_1 & \lambda_2 & \\ & & & & \mu_e & -(\tilde{\lambda} + \mu_e) & \tilde{\lambda} & \\ 0 & & & & & \mu_e & -\mu_e & \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

本モデルにおける溢れトラヒック過程のトラヒックセット  $\theta_o^{[1]}$  および  $\theta_o^{[2]}$  は、WBAS 方式の場合、 $\theta_o^{[1]} = \{(C, C)\}$ 、および  $\theta_o^{[2]} = \{(C-1, C-1), (C, C)\}$  で与えられ、PBAS 方式の場合、 $\theta_o^{[1]} = \{(C-1, C), (C, C)\}$ 、および  $\theta_o^{[2]} = \{(C, C)\}$  で与えられる。これらの過程の点生起率行列は、次のような  $(C+1) \times (C+1)$  次正方行列で与えられる。

$$A_o^{[1]} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & 0 & \lambda_1 \end{bmatrix} & ; \text{WBAS 方式,} \\ \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & 0 & \lambda_1 \end{bmatrix} & ; \text{PBAS 方式,} \end{cases} \quad (2.8)$$

$$A_o^{[2]} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} & ; \text{WBAS 方式,} \\ \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} & ; \text{PBAS 方式.} \end{cases} \quad (2.9)$$

待ち室内に受け入れられる客のトラヒック過程については、トラヒックセットが  $\theta_a^{[1]} = \{(i, i+1) : i = 0, 1, \dots, C-1\}$  および  $\theta_a^{[2]} = \{(i, i+2) : i = 0, 1, \dots, C-2\}$  で与えられる。これらの過程の点生起率行列は、次の行列で与えられる。

$$A_a^{[1]} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \lambda_1 \\ 0 & & 0 & \lambda_1 \end{bmatrix} & ; \text{WBAS 方式,} \\ \begin{bmatrix} 0 & \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \lambda_1 \\ 0 & & 0 & \lambda_1 + \lambda_2 \end{bmatrix} & ; \text{PBAS 方式,} \end{cases} \quad (2.10)$$

$$A_a^{[2]} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \lambda_1 & 0 \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \lambda_2 \\ 0 & & & 0 \end{bmatrix} ; \text{WBAS, PBAS 両方式.} \quad (2.11)$$

サービス終了後待ち行列システム外へ退去する客のトラヒック過程のトラヒックセット  $\theta_e^{[1]}$ 、およびフィードバックされる客のトラヒック過程のトラヒックセット  $\theta_f^{[1]}$  は、それぞれ  $\theta_e^{[1]} = \{(i, i-1) : i = 1, 2, \dots, C\}$ 、および  $\theta_f^{[1]} = \{(i, i) : i = 1, 2, \dots, C\}$  で与えられる。これらの過程の点生起率行

列は、それぞれ次の行列で与えられる。

$$A_e^{[1]} = \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ \mu_e & \ddots & \\ 0 & & \mu_e & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

$$A_f^{[2]} = \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ & \mu_f & \\ 0 & & \mu_f \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

サービス終了直後にサーバから退去する客のトラヒック過程のトラヒックセット  $\theta_d^{[1]}$  は、 $\theta_d^{[1]} = \theta_e^{[1]} + \theta_f^{[1]}$  で与えられる。この過程の点生起率行列は、

$$A_d^{[1]} = A_e^{[1]} + A_f^{[1]} \quad (2.14)$$

で与えられる。

### 2.3 モーメントによるトラヒック過程の表現

前章で定義したマルコフ型待ち行列システム  $S$  におけるトラヒック過程は、それに関連するマーク付き点過程で特徴付けられ、トラヒック負荷としては、マーク付き点過程と点生起時点に到着する客のサービス時間分布で特徴付けられる。マーク付き点過程は、点生起間隔時間分布とマーク値に相当する到着客数により特徴付けられる。点生起間隔を支配するシステム  $S$  はマルコフ過程によって表現されるため、ここで着目している点過程は、セミマルコフ核 (Semi-Markov kernel) によって記述されるマルコフ再生過程 (Markov renewal process) [12, 18] として定式化することができる。しかしながら、一般的なモデルにおいて、セミマルコフ核を解析的に求めることは困難であるため、トラヒック過程をマルコフ再生過程として扱うのは、限定されたモデル以外では、現実的でないと考えられる。よって、ここでは、トラヒックを容易に表現するための手法として、文献 [83] 等で用いられているモーメントによる表現法を採用することとする。

待ち行列システム  $S$  における  $k$  番目のトラヒック過程に対し、客のサービス時間が平均値  $1/\mu_k'$  の負の指数分布に従う仮想的なトラヒックを定義し、図 2.2 に示すような、 $k$  番目の仮想トラヒックが加わる仮想無限サーバ群を考える。 $k$  番目のトラヒックに対応する仮想無限サーバ群を  $S_k^H$  で表す。従来の定義 [83, 30, 48, 61] に従い、仮想無限サーバ群におけるサービス中のサーバの数のモー

Markovian queueing system  $S$

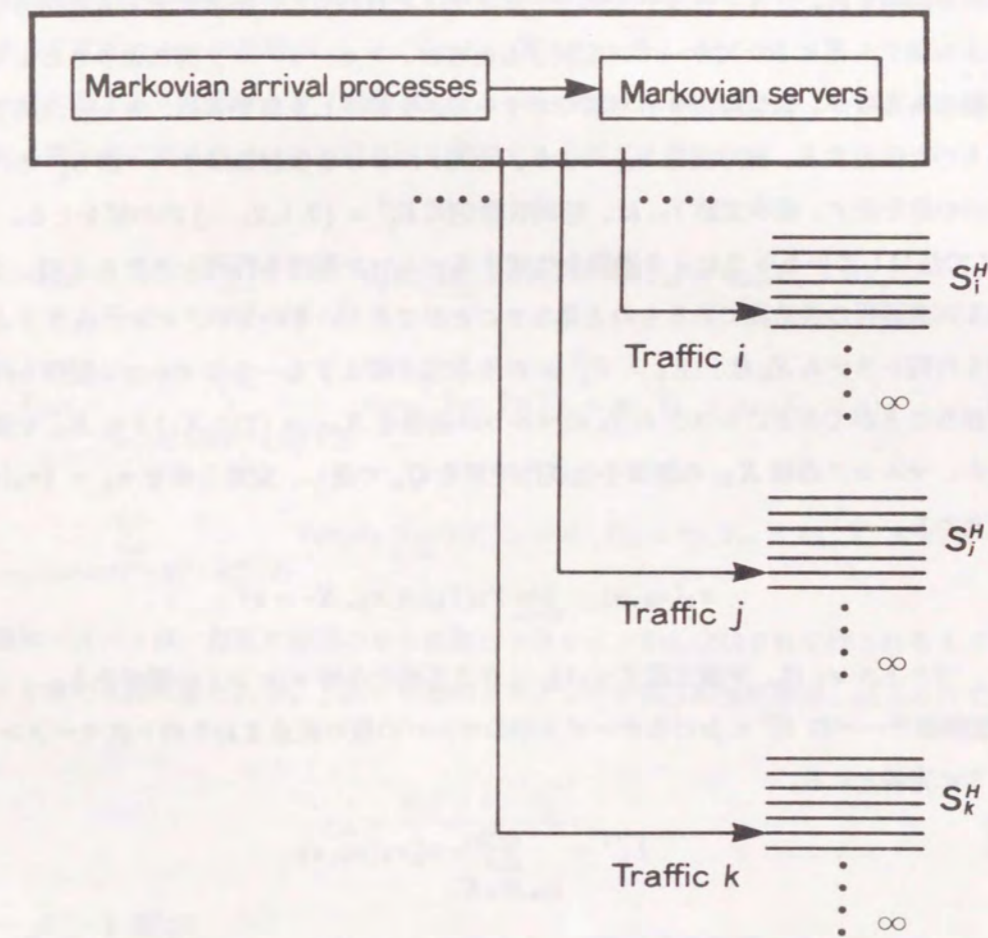


図 2.2 マルコフ型待ち行列システムと仮想無限サーバ

メントを対応するトラヒックのモーメントと定義する。ここでの定義は、システム  $S$  におけるサービス中のサーバの数のモーメントでないことに注意する。特に、前章のフィードバックのある待ち行列システムにおいて待ち室に入り込むトラヒックのように、本来はシステム  $S$  においてサービスされるものであるが、モーメントを求めるために仮想的に無限サーバ群にも同時に加わるとする場合には、システム  $S$  と仮想無限サーバ群との違いを明確にする必要がある。すなわち、サービスされる客のトラヒックについては、システム  $S$  に到着する客が入室許可されると同時に、仮想無限サーバ群でのサービスが開始され、システム  $S$  内でのサービス完了とは独立に、指数サービス時間分布に従って終了する。システム  $S$  においてサービスを終了した客は、フィードバック等によりさらにシステム内に留まる場合もあるが、仮想無限サーバ群でのサービスを終了した仮想客は、サービス終了と同時に消滅するものと仮定する。確率変数  $Y_{kt}$  により、時間  $t$  における仮想無限サーバ群  $S_k^H$  でのサービス中のサーバの数を表す。確率変数  $Y_{kt}$  は、無限状態空間  $E_k^H = \{0, 1, 2, \dots\}$  内の値をとる。

ここで注目しているトラヒック過程を生成するマルコフ型待ち行列システム  $S$  は、システム  $S_k^H$  に加わる到着過程の供給源であるものと見なすことができる。そのため、システム  $S$  と  $S_k^H$  とを合成した待ち行列システム  $S_k$  は、 $E_k = E_k^H \times E$  を状態空間とする一つのマルコフ型待ち行列システムとして扱うことができる。システム  $S_k$  のマルコフ過程を  $X_{kt} = (Y_{kt}, X_t), t \in R_+$  で表すものとする。また、マルコフ過程  $X_{kt}$  の無限小生成作用素を  $Q_k$  で表し、定常分布を  $\pi_k = \{\pi_k(n_k, s)\}$  で表す。すなわち、

$$\pi_k(n_k, s) = \lim_{t \rightarrow \infty} \Pr(Y_{kt} = n_k, X_t = s), \quad (2.15)$$

であり、ベクトル  $\pi_k$  は、平衡方程式  $\pi_k Q_k = 0$  と正規化条件  $\pi_k e = 1$  の解である。

仮想無限サーバ群  $S_k^H$  におけるサービス中のサーバの数の原点まわりの  $r$  次モーメント  $L_k^{(r)}$  は、次のように定義される。

$$L_k^{(r)} = \sum_{(n_k, s) \in E_k} n_k^r \pi_k(n_k, s). \quad (2.16)$$

以下では、システム  $S$  に関連するトラヒックを表現する方法として、式 (2.16) で定義されるモーメントを用いることとする。すべての次数のモーメントが得られれば、それによりトラヒックは厳密に記述される。ただし、高次のモーメントを計算するのは一般的に困難であると考えられ、そのため、通信網に関するトラヒック解析においては、支配的であり、かつ比較的容易に計算可能な低次のモーメントを用いて、トラヒックを近似的に表現する手法が広く採用されている。特に、支配的な要素と考えられる2次または3次までのモーメントが用いられる [48, 61]。

$\mu'_k$  が  $\mu_k$  に等しい場合、1次モーメント  $L_k^{(1)}$  は、 $k$  番目のトラヒックの平均呼量  $a_k$  に等しく、呼量の分散  $v_k$  は、

$$v_k = L_k^{(2)} - (L_k^{(1)})^2, \quad (2.17)$$

で与えられる。分散係数  $Z_k$  は、

$$Z_k = \frac{v_k}{a_k}, \quad (2.18)$$

と定義される。

システム  $S$  において複数のトラヒック過程が関係しており、それらを同時に扱う場合には、それらのトラヒックの相互相関性を評価することがしばしば要求される。そのような場合には、個々のトラヒックごとに個別の仮想無限サーバ群を設けた待ち行列システムにおいて、 $j$  番、 $k$  番のトラヒックに関する2次元マルコフ過程  $X_{jkt} = (Y_{jt}, Y_{kt}, X_t), t \in R_+$ 、および、 $i$  番、 $j$  番、 $k$  番の3種のトラヒックに関する3次元マルコフ過程  $X_{ijkt} = (Y_{it}, Y_{jt}, Y_{kt}, X_t), t \in R_+$  を考える。相互相関性の解析では、以下の交差モーメントの計算法を構築する必要がある。

$$L_{jk} = \sum_{(n_j, n_k, s) \in E_j^H \times E_k^H \times E} n_j n_k \lim_{t \rightarrow \infty} \Pr(Y_{jt} = n_j, Y_{kt} = n_k, X_t = s), \quad (2.19)$$

$$L_{jk^2} = \sum_{(n_j, n_k, s) \in E_j^H \times E_k^H \times E} n_j n_k^2 \lim_{t \rightarrow \infty} \Pr(Y_{jt} = n_j, Y_{kt} = n_k, X_t = s), \quad (2.20)$$

$$L_{ijk} = \sum_{(n_i, n_j, n_k, s) \in E_i^H \times E_j^H \times E_k^H \times E} n_i n_j n_k \lim_{t \rightarrow \infty} \Pr(Y_{it} = n_i, Y_{jt} = n_j, Y_{kt} = n_k, X_t = s), \quad (2.21)$$

これらの交差モーメントは、相互に相関のある複数のトラヒックから合成されて得られるトラヒックのモーメントを求める際に使われる。 $j$  番と  $k$  番のトラヒックの相互相関係数は、以下の式で定義される。

$$\rho_{jk} = \frac{L_{jk} - L_j^{(1)} L_k^{(1)}}{\sqrt{v_j v_k}}. \quad (2.22)$$

## 2.4 モーメント解析

以下の解析においては、 $M$  を2以上の整数とし、注目する如何なるトラヒックについても  $M+1$  次までのモーメントが存在し、有限の値をもつものと仮定する。

### 2.4.1 個別トラヒックのモーメント解析

まず、前節で定義したモーメント  $L_k^{(r)}$  について解析する。マルコフ過程  $X_{kt}$  とその無限小生成作用素  $Q_k$  および定常分布  $\pi_k$  を考える。このマルコフ過程の状態  $(n_k, s) \in E_k$  は辞書式順序に並んでいるものとし、関連する行列およびベクトルの要素はこの順序に従って配置されるものとする。

無限小生成作用素  $Q_k$  は、次のようなブロック分割構造をもつ行列 [66] で表される。

$$Q_k = \begin{bmatrix} \tilde{Q}_0 & \Lambda_k^{[1]} & \Lambda_k^{[2]} & \Lambda_k^{[3]} & \cdots & \Lambda_k^{[G_k]} & 0 & 0 & \cdots \\ \mu'_k I & \tilde{Q}_1 & \Lambda_k^{[1]} & \Lambda_k^{[2]} & \cdots & \Lambda_k^{[G_k-1]} & \Lambda_k^{[G_k]} & 0 & \cdots \\ 0 & 2\mu'_k I & \tilde{Q}_2 & \Lambda_k^{[1]} & \cdots & \Lambda_k^{[G_k-2]} & \Lambda_k^{[G_k-1]} & \Lambda_k^{[G_k]} & \cdots \\ 0 & 0 & 3\mu'_k I & \tilde{Q}_3 & \cdots & \Lambda_k^{[G_k-3]} & \Lambda_k^{[G_k-2]} & \Lambda_k^{[G_k-1]} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

ここで、

$$\tilde{Q}_i = Q - \Lambda_k - i\mu'_k I, \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.24)$$

と定義する。

要素  $\pi_k(n_k, s)$  を状態  $(n_k, s)$  について辞書式順序に並べたベクトル  $\pi_k$  を、 $n_k$  の値ごとの部分ベクトルに分割するものとする。  $|E|$  個の要素をもつ  $n_k$  番目の部分ベクトルを  $\pi_k(n_k) = (\pi_k(n_k, s) : s \in E)$  で表す。式 (2.23) のブロック分割構造に従えば、マルコフ過程  $X_{kt}$  の平衡方程式  $\pi_k Q_k = 0$  は、以下のように表現することができる。

$$\mu'_k \pi_k(1) + \pi_k(0)(Q - \Lambda_k) = 0, \quad \text{for } n_k = 0, \quad (2.25)$$

$$(n_k + 1)\mu'_k \pi_k(n_k + 1) - n_k \mu'_k \pi_k(n_k) + \pi_k(n_k)(Q - \Lambda_k) + \sum_{g=1}^{\bar{g}_k} \pi_k(n_k - g) \Lambda_k^{[g]} = 0, \quad \text{for } n_k \geq 1, \quad (2.26)$$

ここで、

$$\bar{g}_k = \begin{cases} n_k & : G_k - 1 \geq n_k \geq 1, \\ G_k & : n_k \geq G_k. \end{cases} \quad (2.27)$$

さらに、次の  $|E|$  次行ベクトル  $l_k^{(r)}$  を定義する。

$$l_k^{(r)} = \sum_{n_k=0}^{\infty} n_k^r \pi_k(n_k). \quad (2.28)$$

この行ベクトルを  $r$  次モーメントベクトルと呼ぶこととする。定義より、

$$L_k^{(r)} = l_k^{(r)} e, \quad (2.29)$$

$$l_k^{(0)} = \pi, \quad (2.30)$$

が成立する。

モーメントベクトル  $l_k^{(r)}$  の漸化関係として、次の定理が成り立つ。

定理 2.1 一連のモーメントベクトル  $l_k^{(h)}$ ,  $h = 1, 2, \dots, r, 1 \leq r \leq M$  について、次式が成立する。

$$l_k^{(r)}(r\mu'_k I - Q) = \sum_{h=1}^{r-1} l_k^{(h)} \left[ {}_r C_h \{Q + \sum_{w=1}^{r-h} {}_{r-h} C_w \Psi_k^{(w)}\} - {}_r C_{h-1} \mu'_k I \right] + \pi \sum_{w=1}^r {}_r C_w \Psi_k^{(w)}. \quad (2.31)$$

証明：式 (2.26) の  $n_k$  番目の式に、 $g$  を整数として、

$$(n_k + 1)^r = \sum_{h=0}^r (g+1)^{r-h} {}_r C_h (n_k - g)^h, \quad 1 \leq r \leq M, \quad (2.32)$$

を乗じて、以下の式を得る。

$$\begin{aligned} & \{(n_k + 1)^{r+1} \mu'_k \pi_k(n_k + 1) - n_k^{r+1} \mu'_k \pi_k(n_k)\} - \left\{ \sum_{h=0}^{r-1} {}_r C_h n_k^{h+1} \right\} \mu'_k \pi_k(n_k) \\ & + \left\{ \sum_{h=0}^r {}_r C_h n_k \right\} \pi_k(n_k)(Q - \Lambda_k) \\ & + \sum_{g=0}^{\bar{g}_k} \sum_{h=0}^r (g+1)^{r-h} {}_r C_h (n_k - g)^h \pi_k(n_k - g) \Lambda_k^{[g]} = 0, \quad \text{for } n_k \leq 1. \end{aligned} \quad (2.33)$$

この式を  $n_k = 0, 1, 2, \dots$  について総和することにより、次式を得る。

$$\begin{aligned} & \lim_{n_k \rightarrow \infty} (n_k + 1)^{(r+1)} \mu'_k \pi_k(n_k + 1) - \left\{ \sum_{k=0}^{r-1} {}_r C_h \mu'_k \left( \sum_{n_k=1}^{\infty} n_k^{h+1} \pi_k(n_k) \right) \right\} \\ & + \left\{ \sum_{h=0}^r {}_r C_h \left\{ \sum_{n_k=0}^{\infty} n_k^h \pi_k(n_k) \right\} + \pi_k(0) \right\} (Q - \Lambda_k) \\ & + \sum_{g=1}^{G_k} \sum_{h=1}^r (g+1)^{r-h} {}_r C_h \sum_{n_k=g}^{\infty} (n_k - g)^h \pi_k(n_k - g) \Lambda_k^{[g]} = 0. \end{aligned} \quad (2.34)$$

ここで、 $M+1$  次モーメントが有限の値をとることから、

$$\lim_{n_k \rightarrow \infty} (n_k + 1)^{(r+1)} \mu'_k \pi_k(n_k + 1) = 0, \quad \text{for } 1 \leq r \leq M, \quad (2.35)$$

が成り立つこと、および、式(2.28)を用いて式(2.34)を整理すると、次式が得られる。

$$l_k^{(r)}(r\mu'_k I - Q) = \sum_{h=1}^{r-1} l_k^{(h)} \left[ rC_h \{Q + \sum_{g=1}^{G_k} \{(g+1)^{r-h} - 1\} A_k^{[g]}\} - rC_{h-1} \mu'_k I \right] + \pi \sum_{g=1}^{G_k} \{(g+1)^r - 1\} A_k^{[g]}. \quad (2.36)$$

このことから、 $\Psi_k^{(n)}$  の定義式を用いると、式(2.31)が導出でき、上記の定理が証明される。

(証明終)

定理 2.1 より、次の系が容易に導かれる。

系 2.1  $r$  次モーメント  $L_k^{(r)}, 1 \leq r \leq M$  は、次式で与えられる。

$$L_k^{(r)} = \frac{1}{r\mu'_k} \left[ \sum_{h=1}^{r-1} l_k^{(h)} \{rC_h \sum_{w=1}^{r-h} rC_w \Psi_k^{(w)} e - rC_{h-1} \mu'_k e\} + \pi \sum_{w=1}^r rC_w \Psi_k^{(w)} e \right], \quad (2.37)$$

証明：ベクトル  $e$  を式(2.31)の両辺に右から乗じ、式(2.29)および

$$(r\mu'_k I - Q)e = r\mu'_k e, \quad (2.38)$$

を用いて整理すると、式(2.37)が得られる。

(証明終)

1 次、2 次モーメントに対する定理 2.1 および系 2.1 の漸化関係式は、

$$l_k^{(1)}(\mu'_k I - Q) = \pi \Psi_k^{(1)}, \quad (2.39)$$

$$l_k^{(2)}(2\mu'_k I - Q) = l_k^{(1)}(2\Psi_k^{(1)} + \mu'_k I) + \pi \Psi_k^{(2)}, \quad (2.40)$$

$$L_k^{(1)} = \frac{1}{\mu'_k} \pi \Psi_k^{(1)} e, \quad (2.41)$$

$$L_k^{(2)} = \frac{1}{\mu'_k} l_k^{(1)} \Psi_k^{(1)} e + \frac{1}{2\mu'_k} \pi \Psi_k^{(2)} e + \frac{1}{2} L_k^{(1)}, \quad (2.42)$$

と表される。

## 2.4.2 2 次交差モーメントの解析

次に、交差モーメント  $L_{jk}$  を計算するための公式を導出する。まず、次の条件付きモーメントを定義する。

$$l_{j(k)}(n_k, s) = \sum_{n_j=0}^{\infty} n_j \lim_{t \rightarrow \infty} \Pr(Y_{jt} = n_j, Y_{kt} = n_k, X_t = s). \quad (2.43)$$

この条件付きモーメント  $l_{j(k)}(n_k, s)$  を要素とし、これらを辞書式順序に並べたものを要素とするベクトルを  $l_{j(k)}$  で表す。ベクトル  $l_{j(k)}$  の  $n_k$  に対応する部分ベクトルを  $l_{j(k)}(n_k)$  で表す。さらに、2 次の交差モーメントベクトル  $l_{jk}$  を以下のように定義する。

$$l_{jk} = \sum_{n_k=0}^{\infty} n_k l_{j(k)}(n_k). \quad (2.44)$$

式(2.19)で定義されるモーメント  $L_{jk}$  について、

$$L_{jk} = l_{jk} e, \quad (2.45)$$

なる関係が成り立つ。

次の定理により、ベクトル  $l_{jk}$ 、 $l_j^{(1)}$ 、および  $l_k^{(1)}$  の間の線形関係が陽に示される。

定理 2.2 ベクトル  $l_{jk}$  は、次の式を満足する。

$$l_{jk} \{(\mu'_j + \mu'_k)I - Q\} = l_j^{(1)} \Psi_k^{(1)} + l_k^{(1)} \Psi_j^{(1)}. \quad (2.46)$$

証明：システム  $S$  および  $S_k^H$  からなるマルコフ型待ち行列システム  $S_k$  は、 $j$  番のトラヒックの発生源と見なすことができる。そこで、 $S_k$  および  $S_j^H$  からなるマルコフ型待ち行列システムに定理 2.1 を適用すると、ベクトル  $l_{j(k)}$  は、次式を満たすことがわかる。

$$l_{j(k)}(\mu'_j I_{\infty} - Q_k) = \pi_k \tilde{\Psi}_j^{(1)}. \quad (2.47)$$

ここで、 $I_{\infty}$  は、無限次の単位正方行列を表し、行列  $Q_k$  は、式(2.23)で与えられる。また、行列  $\tilde{\Psi}_j^{(1)}$  は、

$$\tilde{\Psi}_j^{(1)} = I_{\infty} \otimes \Psi_j^{(1)}, \quad (2.48)$$

と定義する。ここで、 $\otimes$  はクロネッカー積を表す。部分ベクトル  $l_{j(k)}(n_k)$  を用いると、式(2.47)は、次のように表される。

$$-\mu'_k l_{j(k)}(1) + l_{j(k)}(0)(\mu'_j I - Q + A_k) = \pi_k(0) \Psi_j^{(1)}, \quad \text{for } n_k = 0. \quad (2.49)$$

$$-(n_k+1)\mu'_k l_{j(k)}(n_k+1) + l_{j(k)}(n_k)\{(n_k\mu'_k + \mu'_j)I - Q + \Lambda_k\} \\ - \sum_{g=1}^{\bar{g}_k} l_{j(k)}(n_k-g)A_k^{[g]} = \pi_k(n_k)\Psi_j^{(1)}, \quad \text{for } n_k \leq 1. \quad (2.50)$$

$n_k$  番目の式に  $(n_k+1)$  を乗じ、 $n_k = 0, 1, 2, \dots$  について総和をとると、

$$- \lim_{n_k \rightarrow \infty} (n_k+1)^2 \mu'_k l_{j(k)}(n_k+1) + \mu'_k \sum_{n_k=0}^{\infty} n_k l_{j(k)}(n_k) \\ + \sum_{n_k=0}^{\infty} (n_k+1) l_{j(k)}(n_k) (\mu'_j I - Q + \Lambda_k) \\ - \sum_{g=1}^{G_k} \sum_{n_k=g}^{\infty} (n_k+1) l_{j(k)}(n_k-g) A_k^{[g]} = \sum_{n_k=0}^{\infty} (n_k+1) \pi_k(n_k) \Psi_j^{(1)}, \quad (2.51)$$

なる関係式が得られる。仮定より、

$$\lim_{n_k \rightarrow \infty} (n_k+1)^2 \mu'_k l_{j(k)}(n_k+1) = 0, \quad (2.52)$$

が成立すること、ならびに、式(2.44)および

$$l_k^{(1)} = \sum_{n_k=0}^{\infty} l_{j(k)}(n_k), \quad (2.53)$$

を用いて式(2.51)を整理すると、式(2.46)が得られる。

(証明終)

系 2.2 交差モーメント  $L_{jk}$  は、

$$L_{jk} = \frac{1}{\mu'_j + \mu'_k} (l_j^{(1)} \Psi_k^{(1)} + l_k^{(1)} \Psi_j^{(1)}) e, \quad (2.54)$$

で与えられる。

証明：式(2.46)にベクトル  $e$  を乗じ、

$$L_{jk} = l_{jk} e, \quad (2.55)$$

$$Qe = 0, \quad (2.56)$$

なる関係を用いて整理すると、式(2.54)が導出される。

(証明終)

$G_j = G_k = 1$  である場合には、 $\Psi_j^{(1)} = \Lambda_j$ ,  $\Psi_k^{(1)} = \Lambda_k$  であり、式(2.46)および(2.54)は、

$$l_{jk} \{(\mu'_j + \mu'_k)I - Q\} = l_j^{(1)} \Lambda_k + l_k^{(1)} \Lambda_j. \quad (2.57)$$

$$L_{jk} = \frac{1}{\mu'_j + \mu'_k} (l_j^{(1)} \Lambda_k^{(1)} + l_k^{(1)} \Lambda_j^{(1)}) e, \quad (2.58)$$

と表される。

### 2.4.3 3次交差モーメントの解析

前節までの定理および系により、個別トラヒックについては  $M$  次までのモーメントを、複数トラヒック間の相関については2次の交差モーメントを定量的に評価するための解析手法を与えた。電話網の性能評価・設計に対しては、通常、トラヒックの2次モーメントまでが考慮され、各種の解析的手法が考案されてきた。多くの場合、計算量と近似精度のトレードオフを考えると、実用上は2次モーメントまでで十分であると考えられる。

しかしながら、待時系迂回網の近似解析法として3次モーメントまでを用いた手法[61]や、電話網における溢れトラヒックの近似表現法として1次モーメント、2次モーメントと3次モーメントの比、および7次モーメントと8次モーメントの比を用いる手法[70]なども提案されており、各種の近似解析手法における近似精度向上のための方法として、3次以上のモーメントを用いることが考えられる。

本節では、簡単のため、点生起時の客数が常に1である、すなわち、 $G_i = G_j = G_k = 1$  であるような3種のトラヒック  $i, j, k$  に注目し、これらのトラヒック間の3次交差モーメント  $L_{jk2}$ ,  $L_{ijk}$  を計算する公式を導出する。

#### [A] 2種のトラヒック間の3次交差モーメント

$G_k = 1$  であることから、システム  $S$  および  $S_k^H$  からなるマルコフ型待ち行列システム  $S_k$  の無限小生成作用素  $Q_k$  は、

$$Q_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_0 & \Lambda_k & & & 0 \\ \mu'_k I & \bar{Q}_1 & \Lambda_k & & \\ & 2\mu'_k I & \bar{Q}_2 & \Lambda_k & \\ & & 3\mu'_k I & \bar{Q}_3 & \Lambda_k \\ 0 & & & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, \quad (2.59)$$

で与えられる。また、式(2.43)で定義したベクトル  $l_{j(k)}$  を用い、モーメントベクトル  $l_{jk^2}$  を次のように定義する。

$$l_{jk^2} = \sum_{n_k=0}^{\infty} n_k^2 l_{j(k)}(n_k). \quad (2.60)$$

式(2.20)で定義されるモーメント  $L_{jk^2}$  について、

$$L_{jk^2} = l_{jk^2} e, \quad (2.61)$$

なる関係が成り立つ。

次の定理により、ベクトル  $l_{jk^2}$ 、 $l_j^{(1)}$ 、 $l_{jk}$ 、および  $l_k^{(2)}$  の間の線形関係が陽に示される。

**定理 2.3** モーメントベクトル  $l_{jk^2}$  は、次の式を満足する。

$$l_{jk^2} \{(\mu'_j + 2\mu'_k)I - Q\} = l_j^{(1)} A_k + l_{jk} (2A_k + \mu'_k I) + l_k^{(2)} A_j. \quad (2.62)$$

**証明**：定理 2.2 の証明で述べたように、ベクトル  $l_{j(k)}$  は、次式を満たす。

$$l_{j(k)}(\mu'_j I_{\infty} - Q_k) = \pi_k \tilde{A}_j. \quad (2.63)$$

ここで、行列  $\tilde{A}_j$  は、

$$\tilde{A}_j = I_{\infty} \otimes A_j, \quad (2.64)$$

と定義する。部分ベクトル  $l_{j(k)}(n_k)$  を用いると、式(2.63)は、次のように表される。

$$-\mu'_k l_{j(k)}(1) + l_{j(k)}(0)(\mu'_j I - Q + A_k) = \pi_k(0) A_j, \quad \text{for } n_k = 0. \quad (2.65)$$

$$\begin{aligned} & -(n_k + 1)\mu'_k l_{j(k)}(n_k + 1) + l_{j(k)}(n_k) \{(n_k \mu'_k + \mu'_j)I - Q + A_k\} \\ & - l_{j(k)}(n_k - 1) A_k = \pi_k(n_k) A_j, \quad \text{for } n_k \leq 1. \end{aligned} \quad (2.66)$$

$n_k$  番目の式に  $(n_k + 1)^2$  を乗じ、 $n_k = 0, 1, 2, \dots$  について総和をとると、

$$\begin{aligned} & - \lim_{n_k \rightarrow \infty} (n_k + 1)^3 \mu'_k l_{j(k)}(n_k + 1) + \mu'_k \sum_{n_k=0}^{\infty} (2n_k + 1) n_k l_{j(k)}(n_k) \\ & + \sum_{n_k=0}^{\infty} (n_k + 1)^2 l_{j(k)}(n_k) (\mu'_j I - Q + A_k) \\ & - \sum_{n_k=1}^{\infty} (n_k + 1)^2 l_{j(k)}(n_k - 1) A_k = \sum_{n_k=0}^{\infty} (n_k + 1)^2 \pi_k(n_k) A_j, \end{aligned} \quad (2.67)$$

なる関係式が得られる。仮定より、

$$\lim_{n_k \rightarrow \infty} (n_k + 1)^2 \mu'_k l_{j(k)}(n_k + 1) = 0, \quad (2.68)$$

が成立すること、ならびに、式(2.31)、(2.46)などを用いて式(2.67)を整理すると、式(2.62)が得られる。

(証明終)

**系 2.3** 交差モーメント  $L_{jk^2}$  は、

$$L_{jk^2} = \frac{1}{\mu'_j + 2\mu'_k} (l_j^{(1)} A_k + 2l_{jk} A_k + l_k^{(2)} A_j) e + \frac{\mu'_k}{\mu'_j + 2\mu'_k} L_{jk}, \quad (2.69)$$

で与えられる。

**証明**：式(2.62)にベクトル  $e$  を乗じ、

$$L_{jk^2} = l_{jk^2} e, \quad (2.70)$$

$$Qe = 0, \quad (2.71)$$

なる関係を用いて整理すると、式(2.69)が導出される。

(証明終)

### [B] 3種のトラヒック間の3次交差モーメント

3種のトラヒック  $i, j, k$  間の3次交差モーメント  $L_{ijk}$  を解析するために、

$$l_{ij(k)}(n_k, s) = \sum_{n_i=0}^{\infty} \sum_{n_j=0}^{\infty} n_i n_j \lim_{t \rightarrow \infty} \Pr(Y_{it} = n_i, Y_{jt} = n_j, Y_{kt} = n_k, X_t = s), \quad (2.72)$$

なる条件付きモーメントを定義する。この条件付きモーメント  $l_{ij(k)}(n_k, s)$  を要素とし、これらを辞書式順序に並べたベクトルを  $l_{ij(k)}$  で表す。ベクトル  $l_{ij(k)}$  の  $n_k$  に対応する部分ベクトルを  $l_{ij(k)}(n_k)$  で表す。さらに、モーメントベクトル  $l_{ijk}$  を以下のように定義する。

$$l_{ijk} = \sum_{n_k=0}^{\infty} n_k l_{ij(k)}(n_k). \quad (2.73)$$

式(2.21)で定義されるモーメント  $L_{jk}$  について、

$$L_{ijk} = l_{ijk}e, \quad (2.74)$$

なる関係が成り立つ。

定理 2.4 モーメントベクトル  $l_{ijk}$  は、次の式を満足する。

$$l_{ijk}\{(\mu'_i + \mu'_j + \mu'_k)I - Q\} = l_{ij}A_k + l_{jk}A_i + l_{ki}A_j. \quad (2.75)$$

略証：システム  $S$  および  $S_k^H$  からなるマルコフ型待ち行列システム  $S_k$  は、 $i$  番目、 $j$  番目のトラヒック過程の発生源と見なすことができる。そこで、 $S_k$ 、 $S_i^H$  および  $S_j^H$  からなるマルコフ型待ち行列システムに定理 2.2 を適用すると、ベクトル  $l_{ij(k)}$  は、

$$l_{ij(k)}\{(\mu'_i + \mu'_j)I_\infty - Q_k\} = l_{i(k)}\bar{A}_j + l_{j(k)}\bar{A}_i, \quad (2.76)$$

を満たすことが分かる。これまでに示した解析と同様、まずベクトル  $l_{ij(k)}$ 、 $l_{i(k)}$ 、 $l_{j(k)}$  を  $n_k$  の値ごとの  $|E|$  次部分ベクトル  $l_{ij(k)}(n_k)$ 、 $l_{i(k)}(n_k)$ 、 $l_{j(k)}(n_k)$  に分割する。その後、各  $n_k$  の値に対する式に  $(n_k + 1)$  を乗じ、 $n_k = 0, 1, 2, \dots$  について総和して式(2.46)などを用いて整理することにより、式(2.75)を得る。

(証明終)

系 2.4 交差モーメント  $L_{ijk}$  は、

$$L_{ijk} = \frac{1}{\mu'_i + \mu'_j + \mu'_k} (l_{ij}A_k + l_{jk}A_i + l_{ki}A_j)e, \quad (2.77)$$

で与えられる。

証明：式(2.75)にベクトル  $e$  を乗じ、

$$L_{ijk} = l_{ijk}e, \quad (2.78)$$

$$Qe = 0, \quad (2.79)$$

なる関係を用いて整理すると、式(2.77)が導出される。

(証明終)

#### 2.4.4 モーメント計算公式の特長

前節で導出したモーメント計算公式の最大の利点は、以下の2点である。

- (1) モデル化および解析過程において、待ち行列システム  $S$  がマルコフ過程で記述されること以外何ら制限を設けておらず、導出したモーメント計算公式は、そのマルコフ過程の無限小生成作用素  $Q$  と定常分布  $\pi$  が陽に現れる表現形式になっている。その結果、無限小生成作用素と定常分布が定まるマルコフ型待ち行列システムであれば、本計算公式を適用することが可能である。したがって、本計算公式の適用範囲は極めて広く、トラヒック制御等が行われる複雑な待ち行列システムに対しても適用可能である。
- (2) マルコフ型待ち行列システム  $S$  の無限小生成作用素  $Q$  および定常分布  $\pi$  が与えられ、ここで導出した計算公式を用いてトラヒックのモーメントを数値計算する場合、計算量の点から見た最大の問題点は、モーメントベクトル  $l_k^{(r)}$ 、 $l_{jk}$  を未知数とする線形方程式(2.31)および(2.46)を解くことである。システム  $S$  のとりうる状態数が小さく線形方程式の次数が数十程度と小さい場合には、係数行列が密であっても通常高速な数値解法が可能であるが、次数が数千のオーダー以上となる密行列の場合には、現在の汎用計算機では膨大な計算時間を必要とし、実用的な時間内で計算することが困難となる。しかしながら、通常のトラヒック問題におけるマルコフ型待ち行列システムの無限小生成作用素は、ブロック3重対角構造等の特殊な構造を持つ疎な行列であることが多い[25, 39]。線形方程式(2.31)および(2.46)に現れる係数行列は、無限小生成作用素の構造をそのまま陽に引き継いでいるため、これらの線形方程式の解法において、無限小生成作用素の疎行列構造を直接利用した高速な数値計算技法[79, 78]を応用することができる。そのため、状態数が数十万のオーダーとなる回線交換網モデルに対しても、現実的な計算時間内で各種モーメント値を計算することが可能である。

#### 2.5 結言

通信網の性能評価において必要となる各種トラヒックのモーメントを計算するための公式群を導出した。

まず、対象とするシステムとしてマルコフ型待ち行列システムを定義し、このシステムに関する各種トラヒック過程の数学的表現法を述べた。特に、有限待ち室から溢れる客のトラヒック、有限待ち室に受け入れられる客のトラヒック、サービス終了後退去する客のトラヒックは、回線交換線群における迂回トラヒック、運ばれるトラヒック、パケット交換ノードからの出力トラヒックなどのモデルであり重要である。概念を明確にするため、フィードバックのある  $M^{[z]}/M/1/C$  待ち行列システムをとりあげ、各種トラヒック過程の具体的表現を示した。

以上の数学的モデルをもとに、個別トラヒックの $r$ 次モーメント、および複数種のトラヒック間の2次、3次交差モーメントについて解析した。その結果、モーメントベクトルなるベクトル量を定義すると、それに関する漸化的関係が成立することが判明した。この関係を利用して、個別トラヒックの $r$ 次モーメント、および交差モーメントを計算する漸化的解析アルゴリズムを構成した。

本計算公式では、解くべき線形方程式の係数行列がマルコフ型待ち行列システムの無限小生成作用素と同様の構造をもつため、システム特有の構造的特徴を利用した高速数値計算が可能であり、極めて有効性が高い。

## 第3章 モーメント計算公式によるトラヒック特性評価

### 3.1 緒言

即時式回線群や待時式回線群における溢れトラヒック、運ばれるトラヒック、フィードバックされるトラヒックなどの数学的なモデル化は、通信網や計算機システムに関する性能評価を行う上で重要な課題である。

本章では、第2章において導出したモーメント計算公式を各種のマルコフ型待ち行列システムに応用した例を示し、

- (1) モーメント計算公式の適用法、
- (2) 各応用例に適合した高速数値計算アルゴリズム、
- (3) 各応用例における各種トラヒックの特性、

を明らかにする。特に、上記(2)の高速数値計算アルゴリズムについては、モデルごとにマルコフ過程の無限小生成作用素の構造を明確にし、その疎行列構造を利用した線形方程式の高速数値解法を提案する。

3.2節では、最も単純な2状態のマルコフ過程で記述されるM/M/1/1待ち行列システムを取り上げ、モーメント計算公式を適用して、その溢れ呼量のモーメントを与える陽な解を導出する。この解析結果は、既に報告されている別手法[23]によって得られている結果と一致することを述べ、モーメント計算公式の正当性を示す。3.3節では、2.2節で待ち行列システムの例として述べたフィードバックのある $M^{[x]}/M/1/C$ 待ち行列システムにモーメント計算公式を適用し、溢れ客のトラヒック、受け入れられる客のトラヒック、およびサービス終了直後サーバから退去する客のトラヒックのモーメントの数値例を示す。本システムは、集団到着過程を入力とするシステムであり、到着集団に対するWBAS方式、PBAS方式によるモーメント特性の相違を示す。3.4節では、電話迂回網における回線群のように、ポアソン呼と前段からの溢れ呼が加わる即時式回線群モデルを考え、このモデルにモーメント計算公式を適用して呼種別の溢れ呼量の分散係数特性を求める。さらに、この回線群において回線留保制御を適用したモデルへの応用例についても述べ、溢れ呼特性に対する回線留保制御の影響を明らかにする。また、前段からの溢れ呼過程をIPPで近似した場合、マルコフ過程の無限小生成作用素がバンド行列となることを明示し、この性質を利用した高速数値計算アルゴリズムを提案する。3.5節では、即時式の多元トラヒック処理系において2種の速度の異なるポアソン呼が加わる場合を考え、呼種別のトラヒック特性を求める例を示す。特に、マルコフ過程の無限小生成作用素がブ

ロック三重対角構造を持つことを明示し、この性質に基づく高速数値計算アルゴリズムを提案する。3.6節では、M/H<sub>2</sub>/N/N 待ち行列システムのようにサービス時間が超指数分布に従う場合にも、前章の解析結果を応用して溢れ呼量等の特性を解析できることを示す。ここでは、まず、ベルヌーイ分割によって指数サービス時間分布を持つ複数トラヒック過程に分解し、その後、交差モーメントに関する計算公式を適用して相互相関性を求め、これを用いて単一のトラヒックに合成する手法を提案する。3.7節では、さらに一般的な待ち行列システムとして、位相型の到着過程およびサービス時間分布をもつ待ち行列システムへの応用について考察する。

### 3.2 M/M/1/1 待ち行列システムの溢れ呼特性

#### 3.2.1 待ち行列のモデル

平均到着時間間隔  $1/\lambda$  のポアソン呼が出線数 1 の即時式回線群に加わり、平均  $1/\mu$  の指数分布に従うサービス時間で処理される M/M/1/1 待ち行列システムを考え、このシステムから生ずる溢れ呼量のモーメントを、前章で導出したモーメント計算公式 (2.39) ~ (2.42) を適用して解析する。この M/M/1/1 待ち行列システムの状態は、 $s = 0$  (出線空き) と  $s = 1$  (出線使用中) で表される。このシステムはマルコフ過程で定式化でき、その無限小生成作用素  $Q$  は、

$$Q = \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda \\ \mu & -\mu \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

で与えられる。溢れ呼のトラヒックセットは  $\theta = \{(1, 1)\}$  であり、生起率行列  $A$  は、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

で与えられる。また、このマルコフ過程の定常分布は、

$$\pi = \left[ \frac{\mu}{\lambda + \mu}, \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \right], \quad (3.3)$$

で与えられる。

#### 3.2.2 溢れ呼量のモーメントの陽表現

線形方程式 (2.39) の係数行列  $(r\mu I - Q)$  の逆行列は、整数  $r$  について

$$(r\mu I - Q)^{-1} = \frac{1}{r\mu\{\lambda + (r+1)\mu\}} \begin{bmatrix} (r+1)\mu & \lambda \\ \mu & \lambda + r\mu \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

と表される。これらを式 (2.37) に代入することにより、M/M/1/1 待ち行列システムにおける溢れ呼量の 1 ~ 3 次モーメントとして

$$L^{(1)} = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \left(\frac{\lambda}{\lambda + \mu}\right), \quad (3.5)$$

$$L^{(2)} = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \left(\frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}\right) + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \left(\frac{\lambda}{\lambda + \mu}\right), \quad (3.6)$$

$$L^{(3)} = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 \left(\frac{\lambda}{\lambda + 3\mu}\right) + 3 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \left(\frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}\right) + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \left(\frac{\lambda}{\lambda + \mu}\right), \quad (3.7)$$

を得る。これらの結果は、文献 [4, 14, 23] 等にある M/M/N/N 待ち行列システムの溢れ呼理論から得られる結果と一致している。

本適用例のように、トラヒック源の定常分布と行列  $(r\mu I - Q)^{-1}$ ,  $r = 1, 2$  の陽表現が得られる場合には、モーメント計算公式によって、トラヒックのモーメントが陽に求められる。

### 3.3 フィードバックのある M<sup>[x]</sup>/M/1/C 待ち行列システム

2.2 節で述べたフィードバックのある M<sup>[x]</sup>/M/1/C 待ち行列システムにおける溢れ客のトラヒック、受け入れられる客のトラヒック、およびサービス終了直後サーバから退去する客のトラヒックの特性をモーメント計算公式を適用して調べる。

まず、式 (2.7) で与えられる無限小生成作用素  $Q$  を用いて、平衡方程式  $\pi Q = 0$  を解く。このモデルでは、 $n = C + 1$  から始め  $n = 2$  まで、順次  $n$  番目の式を  $n - 1$  番目の式に加えていくことにより、係数行列を上三角行列に変換でき、容易に定常分布  $\pi$  を求めることができる。

次に、 $\mu'_o = \mu'_a = \mu'_d = \mu$  とし、

$$\Psi_o^{(r)} = A_o^{[1]} + 2^r A_o^{[2]}, \quad (3.8)$$

$$\Psi_a^{(r)} = A_a^{[1]} + 2^r A_a^{[2]}, \quad (3.9)$$

$$\Psi_d^{(r)} = A_d^{[1]} + 2^r A_d^{[2]}, \quad (3.10)$$

なる生起率行列を式 (2.39)、(2.41)、(2.42) に代入し、線形方程式 (2.39) を解いて、それぞれ溢れ客のトラヒック、受け入れられる客のトラヒック、およびサービス終了直後サーバから退去する客のトラヒックの 1 次、2 次モーメントを求める。これらのトラヒックの分散係数をそれぞれ  $Z_o$ 、 $Z_a$ 、 $Z_d$  で表すと、これらの分散係数は、

$$Z_o = \frac{L_o^{(2)} - (L_o^{(1)})^2}{L_o^{(1)}}, \quad (3.11)$$

$$Z_a = \frac{L_a^{(2)} - (L_a^{(1)})^2}{L_a^{(1)}}, \quad (3.12)$$

$$Z_d = \frac{L_d^{(2)} - (L_d^{(1)})^2}{L_d^{(1)}}, \quad (3.13)$$

なる式から計算される。

ここで、線形方程式 (2.39) の数値解法では、係数行列  $(\mu I - Q)$  が式 (2.7) で与えられる無限小生成作用素  $Q$  と同様なバンド行列であることを利用した疎行列高速計算法が適用できる。このモデルでは、バンド状の非零部分のみを記憶させ、この部分にガウスの消去法を適用する。

図 3.1 に、3 種の分散係数  $Z_o$ 、 $Z_a$ 、 $Z_d$  の数値例を示す。この図より、以下のことがわかる。

- (1) PBAS 方式よりも WBAS 方式をとる場合の方が、溢れトラヒックのピーク性が高い。
- (2) PBAS 方式よりも WBAS 方式をとる場合の方が、受け入れられる客のトラヒックのピーク性が高い。
- (3) サーバから退去する客のトラヒック過程は、入りトラヒック量の増加とともに、ポアソン過程 (分散係数  $Z = 1$ ) に漸近する。

### 3.4 単元速度回線群における呼種別溢れ呼特性

本節では、回線留保制御を採用する即時式回線群モデルを考え、このモデルにおける呼種別溢れ呼量の特性を、モーメント計算式を用いて評価する。

回線留保制御は、各種通信網において呼種別のサービス品質を制御するための重要なトラヒック制御手法であり、従来、呼種別呼損率などのトラヒック諸特性が解析されている。しかしながら、非階位構成の動的迂回ルーティング網の回線群に回線留保制御を適用する場合には、そのような回線群から溢れて次段のルートに迂回していく迂回呼の特性を明らかにしておく必要がある [24]。ところが、従来の理論では、前段からの迂回呼が加わるような回線群で回線留保制御を適用したモデルからの溢れ呼の解析は困難であった [57]。前章で導出したモーメント計算式は、ポアソン呼だけでなく前段からの溢れ呼が加わる回線群であっても、マルコフ型待ち行列システムとしてモデル化できる限り適用可能である。

#### 3.4.1 回線群のモデル

図 3.2 に、回線留保により制御される即時式回線群の解析モデルを示す。ポアソン呼入力 (呼種 1) の平均生起呼量を  $a_1$  で表し、溢れ呼入力 (呼種 2) 呼量の平均と分散係数をそれぞれ  $a_2$ 、 $v_2$  で

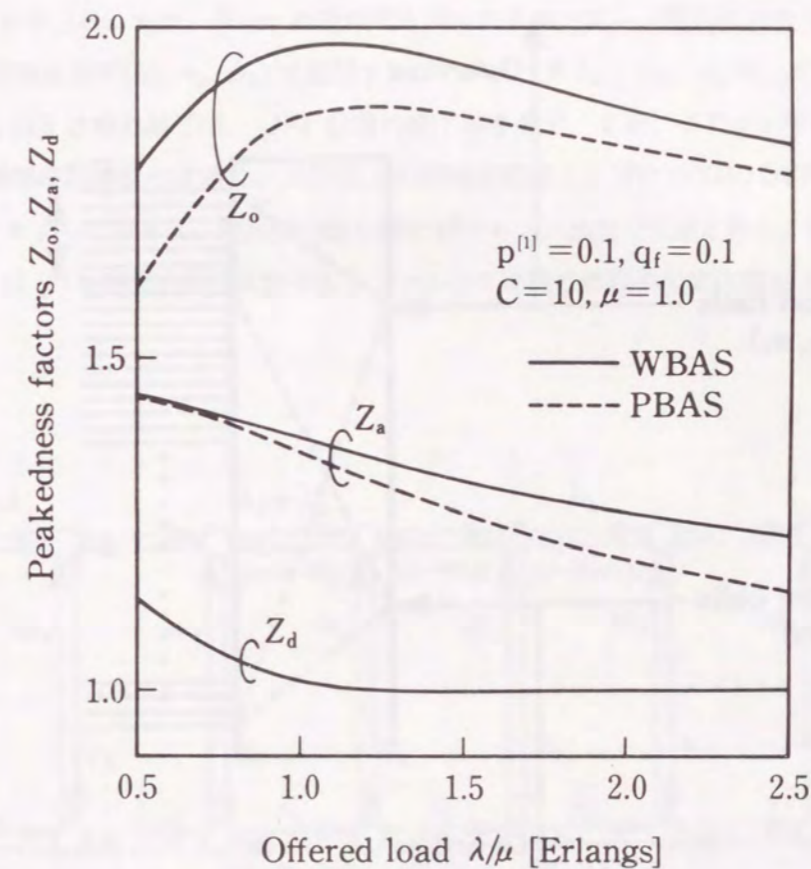


図 3.1  $M^{[x]}/M/1/C$  待ち行列システムにおけるトラヒックの分散係数特性

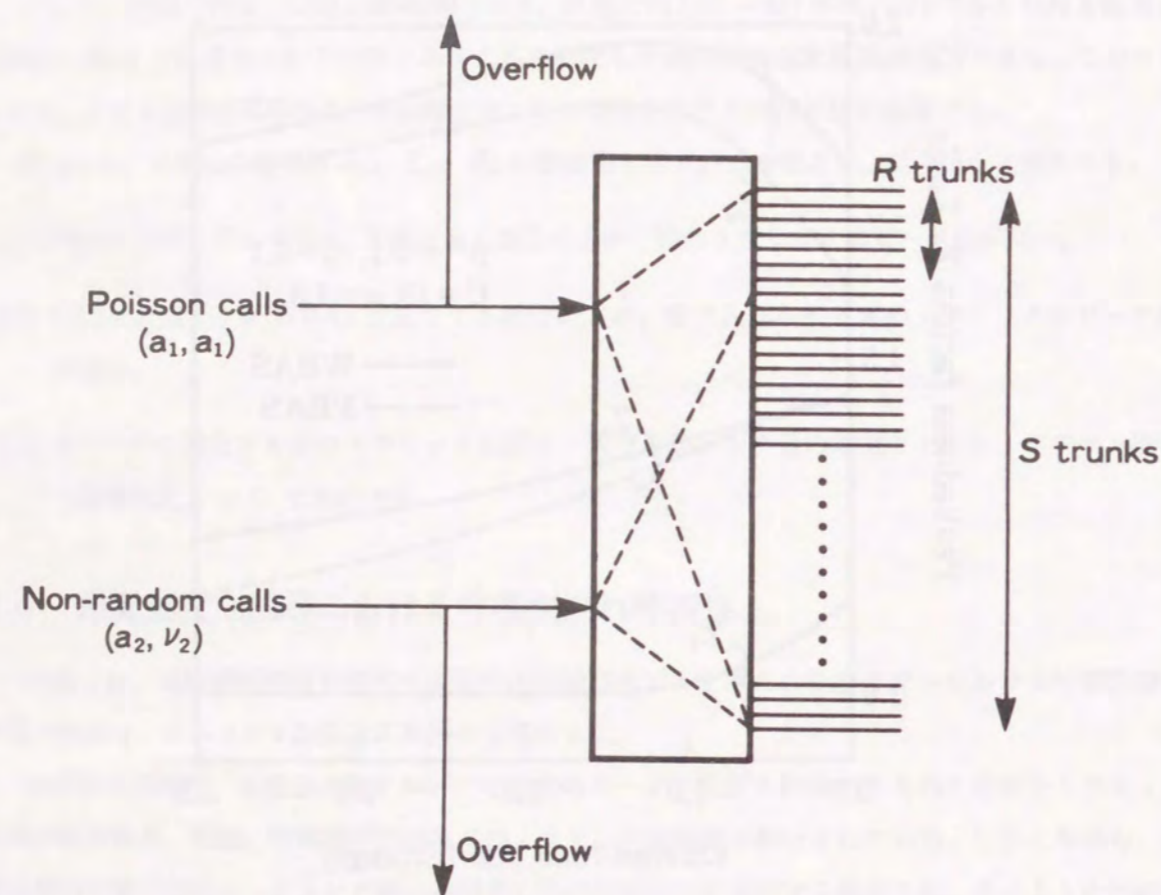


図 3.2 回線留保制御のある単元速度即時式回線群モデル

表す。この2種類の呼びが、回線数  $S$  の即時式完全線群に加わり、呼種1を優先呼として留保回線数  $R$  の回線留保制御を行うものとする。ここで、 $R$  は整数で、 $R$  が負の場合には、呼種2を優先呼として留保回線数  $R$  の回線留保制御を行うことを示すものとする。また、両呼種とも保留時間は、平均値  $1/\mu$  の指数サービス時間分布に従うものとし、ここでは  $\mu = 1$  において時間を  $1/\mu$  で正規化する。

溢れ呼過程は、継続ポアソン過程 ( Interrupted Poisson Process : IPP ) で精度良く近似できることが知られており、ここでは、Rapp の近似式を用いた2モーメント整合法 [23] を適用して溢れ呼 ( $a_2, v_2$ ) の到着過程を  $IPP(\lambda_2, \gamma_2, \omega_2)$  で近似する。パラメータ  $\lambda_2, \gamma_2, \omega_2$  は、それぞれ IPP の点生起率、IPP の ON 状態の終了率、OFF 状態の終了率を表す。また、ポアソン呼の生起率を  $\lambda_1 (= a_1\mu)$  で表す。即時式回線群の状態は、 $S$  回線上の同時接続数  $i$  と IPP の ON/OFF 状態を表す  $j (= 1/0)$  の組  $(i, j)$  によって表され、回線群の振る舞いはマルコフ過程で記述される。図 3.3 に状態遷移図を示す。状態  $(i, j)$  を辞書式順序に並べると、マルコフ過程の無限小生成作用素  $Q$  は、次のようなブ

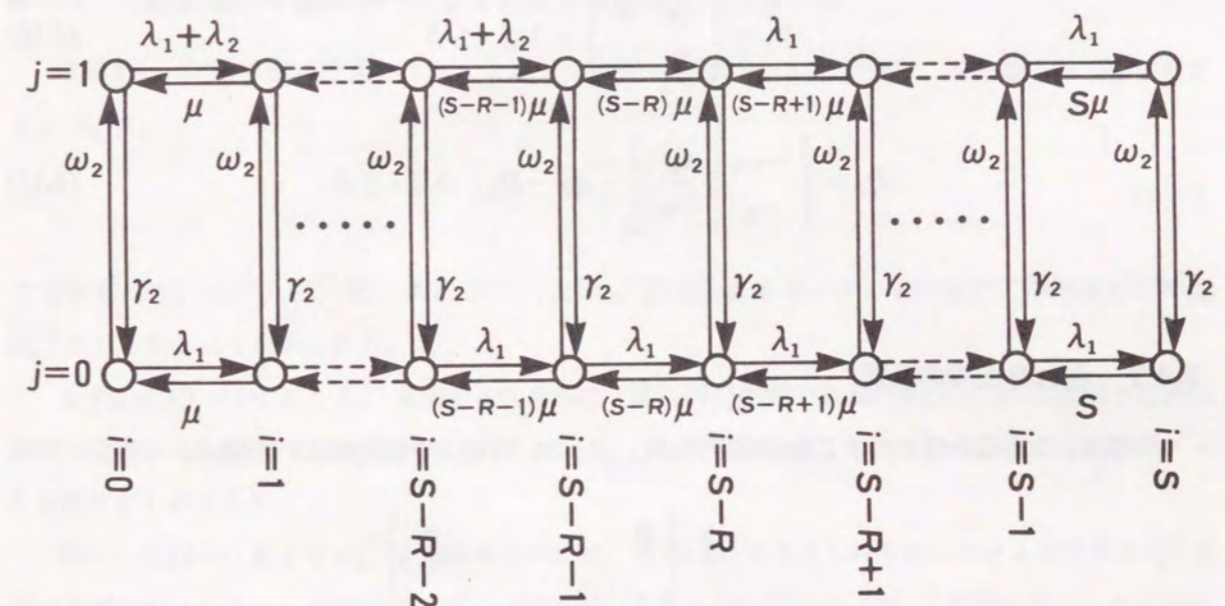


図 3.3 回線留保制御のある単元速度即時式回線群モデルの状態遷移図

ロック 3 重対角行列で表される。

$$Q = \begin{bmatrix} Q_0 & A_0 & & & 0 \\ B_1 & Q_1 & A_1 & & \\ & B_2 & Q_2 & A_2 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & B_{S-1} & Q_{S-1} & A_{S-1} \\ 0 & & & & B_S & Q_S \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

ここで、

$$A_i = \begin{cases} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_1 + \lambda_2 \end{bmatrix} & ; 0 \leq i \leq S-R-1, \\ \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_1 \end{bmatrix} & ; S-R \leq i \leq S-1, \end{cases} \quad (3.15)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} i\mu & 0 \\ 0 & i\mu \end{bmatrix} ; 1 \leq i \leq S, \quad (3.16)$$

$$Q_i = \begin{bmatrix} -\omega_2 & \omega_2 \\ \gamma_2 & -\gamma_2 \end{bmatrix} - A_i - B_i ; 0 \leq i \leq S, \quad (3.17)$$

である。

### 3.4.2 溢れ呼過程の表現

呼種 1、2 の溢れ呼に対する生起率行列  $A_1$ 、 $A_2$  は、呼種 1 を優先呼とした場合、

$$A_1 = \begin{matrix} & 0 \\ & \vdots \\ & \vdots \\ S-1 & 0 \\ S & \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \\ 0 & & & & \tilde{A}_1 \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

$$A_2 = \begin{matrix} & 0 \\ & \vdots \\ S-R-1 & 0 \\ S-R & \\ & \vdots \\ S & \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & 0 & \\ & & & \ddots \\ 0 & & & & \tilde{A}_2 \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

ただし、

$$\tilde{A}_1 = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_1 \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

$$\tilde{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}, \quad (3.21)$$

である。

### 3.4.3 呼種別溢れ呼量のモーメントに対する計算アルゴリズム

呼種  $n(=1, 2)$  の溢れ呼量の 1 次、2 次モーメントを  $L_n^{(1)}$ 、 $L_n^{(2)}$  で表し、分散係数を  $Z_n$  で表すと、 $Z_n$  は、

$$Z_n = \frac{L_n^{(2)} - (L_n^{(1)})^2}{L_n^{(1)}} \quad (3.22)$$

で与えられる。 $L_n^{(1)}$ 、 $L_n^{(2)}$  は、式 (2.39)、(2.41)、(2.42) なるモーメント計算公式を呼種ごとに適用することによって求められる。

まず、式 (2.41) により  $L_n^{(1)}$  を求めるためには、溢れ呼発生源である回線留保制御が適用された回線群の定常分布  $\pi$  を求める必要がある。この  $\pi$  は、平衡方程式  $\pi Q = 0$  の解で、正規化条件  $\pi e = 1$  を満たすものである。

次に、式 (2.42) により  $L_n^{(2)}$  を求めるためには、式 (2.39) で与えられるモーメントベクトル  $l_n^{(1)}$  を求めなければならない。本例では、式 (2.39) を解くための逆行列  $(\mu I - Q)^{-1}$  を陽に求めることは困難であるため、線形方程式

$$l_n^{(1)}(\mu I - Q) = \pi A_n, \quad n = 1, 2, \quad (3.23)$$

を解いて、モーメントベクトル  $l_n^{(1)}$  を求める。

平衡方程式と式(3.23)の係数行列は、非零要素の値が異なるだけで、式(3.14)で与えられる $Q$ から分かるとおり、共に次のような5重対角行列の構造をもっている。

$$P = \begin{bmatrix} c_0 & b_1 & a_2 & & & & & & 0 \\ d_0 & c_1 & b_2 & a_3 & & & & & \\ e_0 & d_1 & c_2 & b_3 & \ddots & & & & \\ & e_1 & d_2 & c_3 & \ddots & \ddots & & & \\ & & e_2 & d_3 & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & & e_3 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & a_{2S-1} \\ & & & & & \ddots & \ddots & \ddots & b_{2S-1} & a_{2S} \\ & & & & & & \ddots & \ddots & c_{2S-1} & b_{2S} & a_{2S+1} \\ & & & & & & & \ddots & d_{2S-1} & c_{2S} & b_{2S+1} \\ 0 & & & & & & & & e_{2S-1} & d_{2S} & c_{2S+1} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

そのため、 $\pi$ と $l_n^{(1)}$ を求めるのに同様な計算手順を適用することができる。そこで、行ベクトル $x$ 、 $y$ をそれぞれ変数、右辺定数項とし、式(3.24)の $P$ を係数行列とする線形方程式 $xP = y$ を考え、ガウスの消去法を適用することにより、以下の漸化式を得る。

$$x_i = -u_i x_{i+2} - v_i x_{i+1} + w_i, \quad 0 \leq i \leq 2S, \quad (3.25)$$

$$x_{2S+1} = w_{2S+1}, \quad (3.26)$$

ここで、

$$u_0 = \frac{e_0}{c_0}, \quad (3.27)$$

$$v_0 = \frac{d_0}{c_0}, \quad (3.28)$$

$$w_0 = \frac{y_0}{c_0}, \quad (3.29)$$

$$u_i = \frac{e_i}{t_i}, \quad 1 \leq i \leq 2S+1, \quad (3.30)$$

$$v_i = \frac{d_i - b_i u_{i-1} + a_i v_{i-2} u_{i-1}}{t_i}, \quad 1 \leq i \leq 2S+1, \quad (3.31)$$

$$w_i = \frac{y_i - b_i w_{i-1} + a_i (v_{i-2} w_{i-1} - w_{i-2})}{t_i}, \quad 1 \leq i \leq 2S+1, \quad (3.32)$$

$$t_i = c_i - b_i v_{i-1} + a_i (v_{i-2} v_{i-1} - u_{i-2}), \quad 1 \leq i \leq 2S+1, \quad (3.33)$$

$$a_1 = d_{2S+1} = e_{2S} = e_{2S+1} = u_{-1} = v_{-1} = w_{-1} = 0. \quad (3.34)$$

ただし、 $\pi$ の計算では、 $\pi_{2S+1}$ が式(3.26)によっては定まらないので、 $\pi_{2S+1}$ に適当な値をおき、式(3.25)の漸化式(ただし、 $w_{2S+1} = 0$ )によりすべての $\pi_i$ を計算した後、正規化条件を適用して $\pi$ を求める。

なお、以上の漸化式による計算手順は、複数の溢れ呼が加わるモデルにも容易に拡張が可能である。 $k$ 本の溢れ呼が加わる回線群モデルは、各溢れ呼の到着過程をIPPで近似するとすれば、 $k$ 本のIPPのON/OFF状態の遷移と同時接続呼数の状態遷移を記述する $k+1$ 次元マルコフ過程でモデル化できる。その無限小生成作用素とモーメントを求めるべきトラヒックの生起率行列を構成して、モーメント計算公式を適用する。 $k$ 本のIPPのON/OFFの組み合わせに対する状態数は $2^k$ 通りあり、無限小生成作用素はバンド幅 $2^k + 3$ のバンド行列となる。このため、平衡方程式および式(3.23)に対応する線形方程式にガウスの消去法を適用すれば、上記と同様な漸化式による計算手順が構成できる。

### 3.4.4 数値例

以上の計算手順を用い、即時式回線群モデルにおける呼種別溢れ呼量の分散係数をいくつかの例について計算した。ポアソン呼と前段からの溢れ呼の混合条件を表すパラメータとして、ポアソン呼混合率

$$\xi = \frac{a_1}{a_1 + a_2}, \quad (3.35)$$

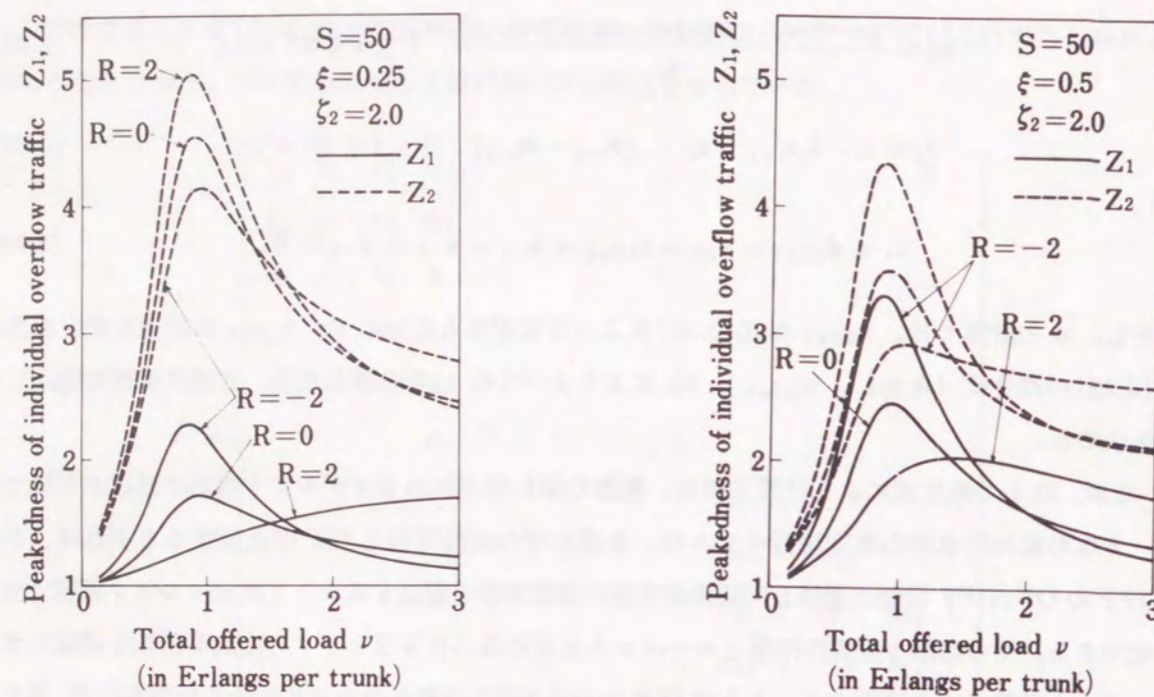
を定義する。また、回線群への負荷を表すパラメータとして、単位回線当たりの加わる総呼量

$$\nu = \frac{a_1 + a_2}{S}, \quad (3.36)$$

を定義する。

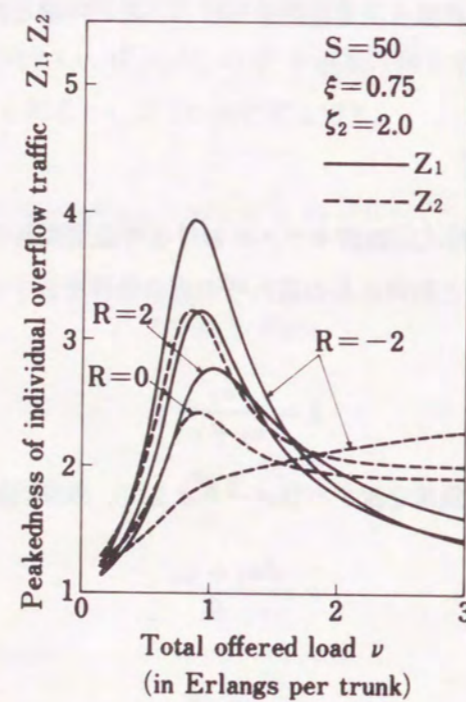
まず、図3.4に、回線数 $S = 50$ 、加わる溢れ呼量の分散係数 $\zeta_2 (= v_2/a_2) = 2.0$ 、ポアソン呼混合率(a) $\xi = 0.25$ 、(b) $\xi = 0.5$ 、(c) $\xi = 0.75$ とした場合について、 $\nu$ を変化させて計算した呼種別溢れ呼量の分散係数 $Z_1$ 、 $Z_2$ の特性例を示す。

次に、図3.5には、 $\nu = 1.0$ と固定し、ポアソン呼混合率 $\xi$ を変化させた場合の、 $Z_1$ 、 $Z_2$ の特性例を示す。



(a)

(b)



(c)

図 3.4 回線留保制御のある回線群モデルにおける呼種別溢れ呼量の分散係数特性  
(加わる呼量に対する特性)

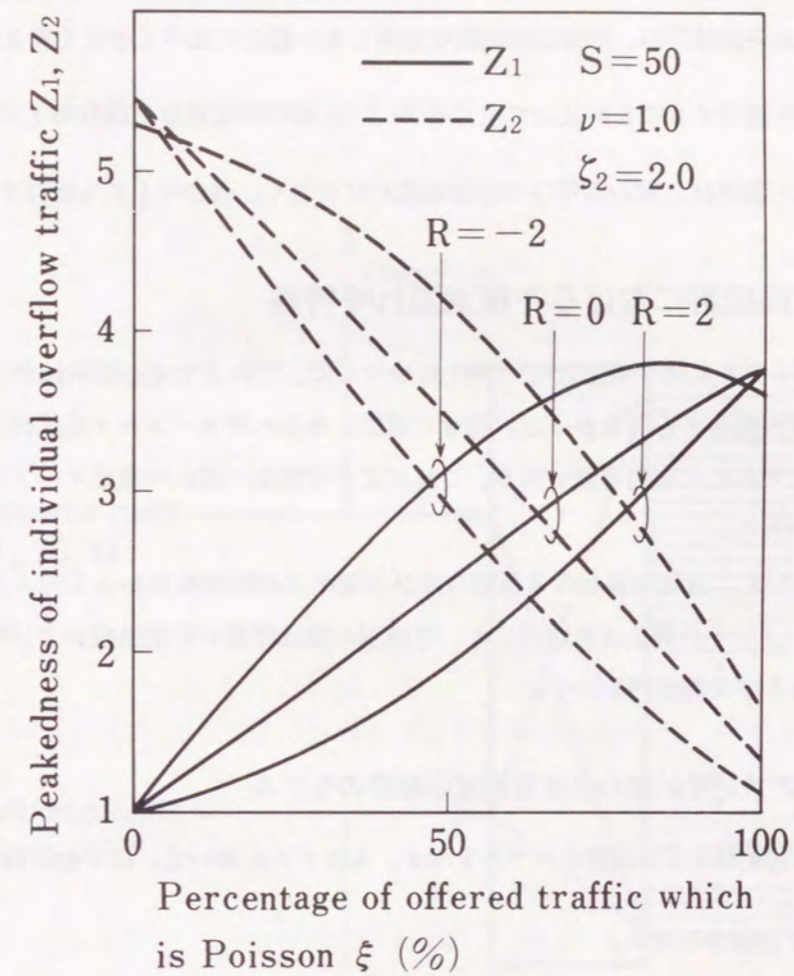


図 3.5 回線留保制御のある回線群モデルにおける呼種別溢れ呼量の分散係数特性  
(呼種の混合条件に対する特性)

これらの数値例から、以下のことが分かる。

- (1) 図3.4のいずれにおいても、 $\nu = 1.2$  付近までは、回線留保制御を適用しない場合に比べ、溢れ呼量の分散係数が、優先呼では小さくなり、逆に非優先呼では大きくなる。
- (2) ただし、入力トラヒックがほとんどポアソン呼あるいは溢れ呼となる混合条件では、非優先呼の溢れ呼量の分散係数が、回線留保制御を適用しない場合に比べて小さくなる場合がある。
- (3) 回線留保制御を適用することによって生ずる  $Z_1$ 、 $Z_2$  値の変化量は、混合率  $\xi$  によって異なる。
- (4)  $Z_1$  と  $Z_2$  の大小関係は、加わる呼びの分散係数だけでなく、混合率  $\xi$  にも依存する。

### 3.5 多元速度回線群における呼種別溢れ呼特性

多元速度回線群モデルに対する溢れ呼の特性については、これまでその解析法が見あらず、シミュレーション実験に頼らざるを得なかった。前章で導出した溢れ呼モーメント公式は、異速度の多元トラヒック処理システムにも適用可能であり、これにより呼種別の溢れ呼量のモーメントを定量的に求めることが可能である。

本節では、例として、速度の異なる2種類の呼びが即時式回線群に加わる2元トラヒック処理システムを考え、モーメント計算公式を適用して、呼種別の溢れ呼量の分散係数および呼種間の相関係数の数値計算法、ならびに数値例を示す。

#### 3.5.1 2種のポアソン呼が加わる多元速度回線群のモデル

図3.6に、2元速度即時式回線群のモデルを示す。本モデルにおいて、以下の仮定を設ける。

- (1) 回線群は、 $N$  回線からなる。
- (2) 基本呼 (single-slot call、低速呼、呼種1)、 $m$  倍呼 (multi-slot call、高速呼、呼種2) は、それぞれ平均到着時間間隔が  $1/\lambda_1$ 、 $1/\lambda_2$  のポアソン到着をし、それぞれ平均値が  $1/\mu_1$ 、 $1/\mu_2$  の指数サービス時間分布に従うものとする。次の記号を定義する。

- 呼種別の加わる呼量  $a_1, a_2$

$$a_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1}, \quad a_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2}, \quad (3.37)$$

- 加わる総呼量  $A$

$$A = a_1 + ma_2, \quad (3.38)$$

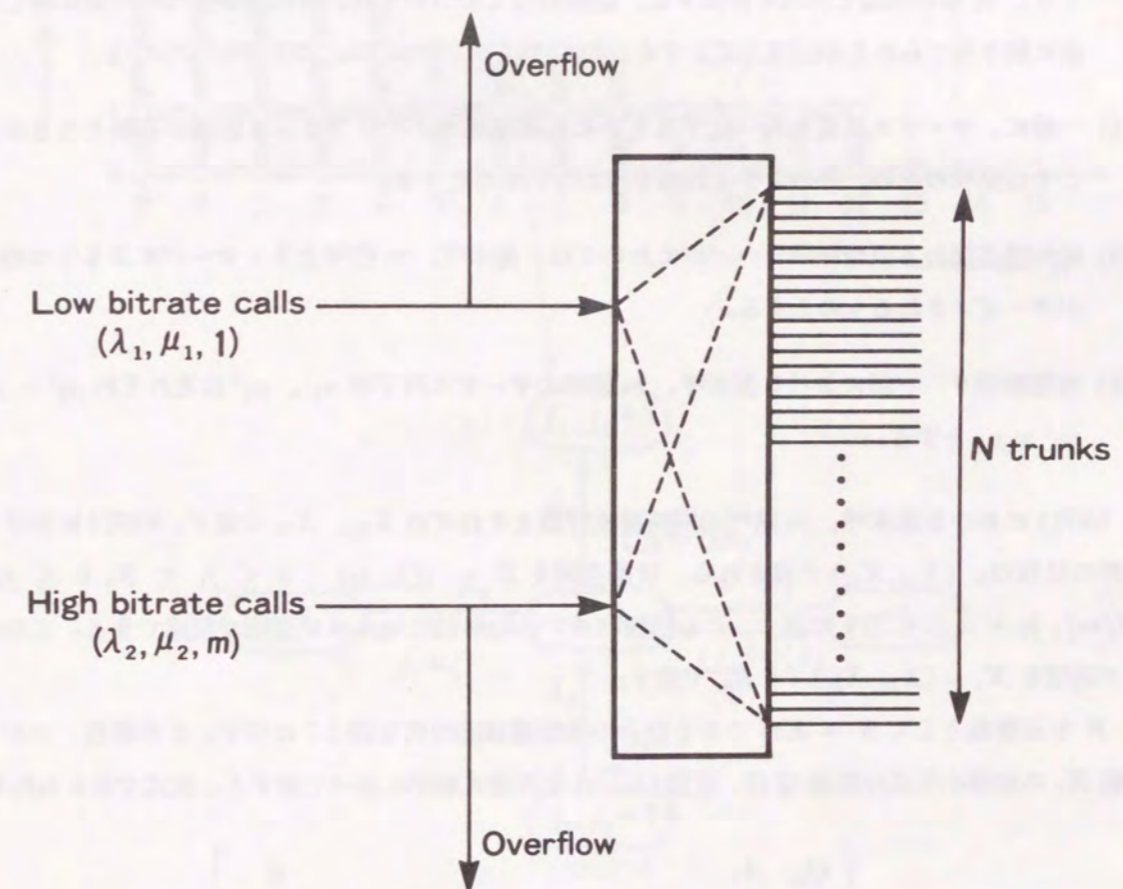


図3.6 2元速度即時式回線群モデル

- 呼種 2 の混合比率  $R_2$

$$R_2 = \frac{ma_2}{A}, \quad (3.39)$$

- 1 回線当たりの加わる呼量  $\nu$

$$\nu = \frac{A}{N}, \quad (3.40)$$

- (3) 基本呼、 $m$  倍呼は、それぞれ 1 本、 $m$  本の回線を同時に捕捉して接続され、到着時にそれぞれ 1 本以上、 $m$  本以上の空き回線がないときには呼損となる。サービス終了時には、それぞれ 1 本、 $m$  本の回線を同時に開放する。回線割当てについては、各回線が全ての呼種に対して自由に割り当てられる非固定方式とする。
- (4) 一般に、サービス品質を均一化するために回線留保などのトラフィック制御が必要となるが、ここでは簡単のため、そのような制御を行わないものとする。
- (5) 溢れ呼が加わる仮想無限サーバ群においては、基本呼、 $m$  倍呼とも 1 サーバにより 1 つの呼びがサービスされるものとする。
- (6) 仮想無限サーバ群における基本呼、 $m$  倍呼のサービス終了率  $\mu_1'$ 、 $\mu_2'$  はそれぞれ  $\mu_1' = \mu_1$ 、 $\mu_2' = \mu_2$  とする。

時間  $t$  における基本呼、 $m$  倍呼の同時接続呼数をそれぞれ  $X_{1t}$ 、 $X_{2t}$  で表す。時間  $t$  における回線群の状態は、 $(X_{1t}, X_{2t})$  で表される。状態空間を  $E = \{(j_1, j_2) : 0 \leq j_1 \leq N, 0 \leq j_2 \leq \lfloor N/m \rfloor, j_1 + mj_2 \leq N\}$  で表す。この回線群モデルの挙動はマルコフ過程で記述できる。このマルコフ過程を  $X_t = (X_{1t}, X_{2t}), t \in R_+$  で表す。

$K$  を正整数として  $N = Km$  である場合の状態遷移図の例を図 3.7 に示す。この場合、マルコフ過程  $X_t$  の無限小生成作用素  $Q$  は、状態  $(j_1, j_2)$  を辞書式順序に並べて表すと、次式で与えられる。

$$Q = \begin{bmatrix} Q_0 & A_0 & & & 0 \\ B_1 & Q_1 & A_1 & & \\ & B_2 & Q_2 & A_2 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & B_{N-1} & Q_{N-1} & A_{N-1} \\ 0 & & & & B_N & Q_N \end{bmatrix}, \quad (3.41)$$

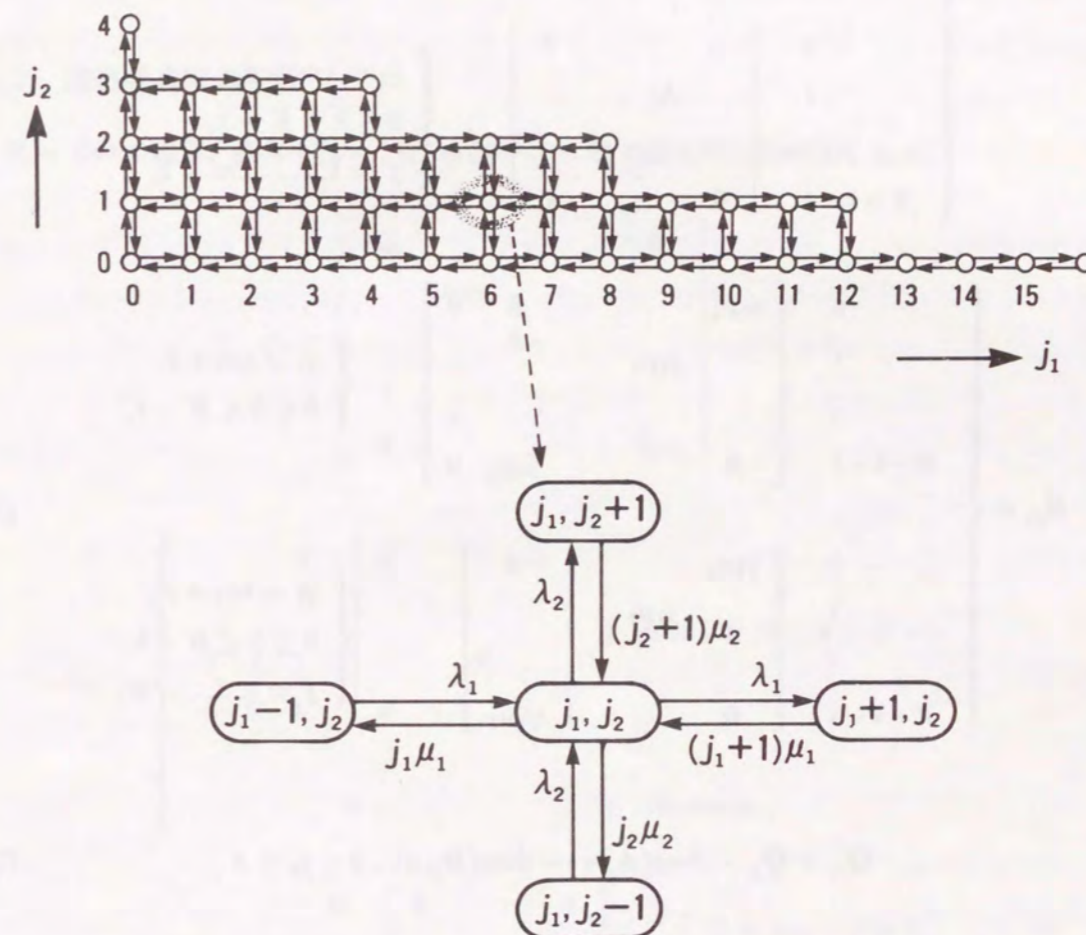


図 3.7 2 元速度即時式回線群モデルの状態遷移図

ここで、

$$A_{j_1} = \begin{cases} \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ K-k-1 \\ K-k \end{matrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \lambda_1 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & \lambda_1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} ; \begin{cases} j_1 = km, \\ 0 \leq k \leq K-1, \end{cases} \\ \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ K-k-1 \end{matrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \lambda_1 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & \lambda_1 \end{bmatrix} ; \begin{cases} j_1 = km + j', \\ 0 \leq k \leq K-1, \\ j' = 1, 2, \dots, m-1, \end{cases} \end{cases} \quad (3.42)$$

$$B_{j_1} = \begin{cases} \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ K-k-1 \end{matrix} \begin{bmatrix} j_1 \mu_1 & & 0 & 0 \\ & j_1 \mu_1 & & \vdots \\ & & \ddots & \vdots \\ 0 & & & j_1 \mu_1 & 0 \end{bmatrix} ; \begin{cases} j_1 = km + 1, \\ 0 \leq k \leq K-1, \end{cases} \\ \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ K-k-1 \end{matrix} \begin{bmatrix} j_1 \mu_1 & & 0 \\ & j_1 \mu_1 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & j_1 \mu_1 \end{bmatrix} ; \begin{cases} j_1 = km + j', \\ 0 \leq k \leq K-1, \\ j' = 2, 3, \dots, m, \end{cases} \end{cases} \quad (3.43)$$

$$Q_{j_1} = \hat{Q}_{j_1} - \text{diag}(A_{j_1} e) - \text{diag}(B_{j_1} e), \quad 0 \leq j_1 \leq S, \quad (3.44)$$

$$\hat{Q}_{j_1} = \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ \vdots \\ K-k-1 \\ K-k \end{matrix} \begin{bmatrix} -\lambda_2 & \lambda_2 & & & 0 \\ \mu_2 & -(\lambda_2 + \mu_2) & \lambda_2 & & \\ & \mu_2 & -(\lambda_2 + \mu_2) & \lambda_2 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & \mu_2 & -(\lambda_2 + \mu_2) & \lambda_2 \\ 0 & & & & \mu_2 & -\mu_2 \end{bmatrix} ; \quad j_1 = km - j' \geq 0, \quad 0 \leq k \leq K-1, \quad j' = 0, 1, 2, \dots, m-1, \quad (3.45)$$

である。式(3.44)中の  $\text{diag}()$  は、列ベクトル  $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  に対して

$$\text{diag}(v) = \begin{bmatrix} v_1 & & 0 \\ & v_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & v_n \end{bmatrix}, \quad (3.46)$$

なる対角行列を与える。

### 3.5.2 溢れ呼過程の表現

$N = Km$  の場合、基本呼 ( $i = 1$ )、 $m$  倍呼 ( $i = 2$ ) の溢れ呼生起率行列  $A_i$  は、

$$A_i = \begin{bmatrix} A_{i0} & & 0 \\ & A_{i1} & \\ & & A_{i2} \\ & & & \ddots \\ 0 & & & & A_{iN} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \quad (3.47)$$

$$A_{1j_1} = \begin{cases} \begin{matrix} 0 \\ \vdots \\ K-k-1 \\ K-k \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ & \ddots & \\ & & 0 \\ 0 & & & \lambda_1 \end{bmatrix} ; \quad j_1 = km, \quad 0 \leq k \leq K-1, \\ \\ 0 ; \quad \text{otherwise,} \end{cases} \quad (3.48)$$

$$A_{2j_1} = \begin{matrix} 0 \\ \vdots \\ K-k-1 \\ K-k \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ & \ddots & \\ & & 0 \\ 0 & & & \lambda_2 \end{bmatrix} ; \quad \begin{cases} j_1 = km - j' \geq 0, \\ 0 \leq k \leq K, \\ j' = 0, 1, \dots, m-1, \end{cases} \quad (3.49)$$

で与えられる。

### 3.5.3 呼種別溢れ呼量のモーメントに対する計算アルゴリズム

基本呼、 $m$  倍呼の溢れ呼量の 1 次、2 次モーメント  $L_i^{(1)}$ 、 $L_i^{(2)}$  は、式(2.39)、(2.41)、(2.42) なるモーメント計算公式により求められる。

まず、1次モーメント  $L_i^{(1)}$  を計算するためには、溢れ呼発生源である2元速度回線群モデルの定常分布  $\pi$  を計算しなければならない。しかしながら、このモデルの定常分布は、積形式解をもつことが容易に証明でき [38, 42, 51]、

$$\pi(j_1, j_2) = \frac{\frac{a_1^{j_1}}{j_1!} \frac{a_2^{j_2}}{j_2!}}{\sum_{(j_1, j_2) \in E} \frac{a_1^{j_1}}{j_1!} \frac{a_2^{j_2}}{j_2!}} \quad (3.50)$$

で与えられる。

次に2次モーメント  $L_i^{(2)}$  を求めるには、式(2.39)で与えられるモーメントベクトル  $l_i^{(1)}$  が必要であり、線形方程式

$$l_i^{(1)}(\mu_i I - Q) = \pi A_i, \quad (3.51)$$

を数値的に解いて求めることにする。この場合、前節の例のような直接的な漸化式を導出するのは困難であるが、線形方程式の一般的な解法であるガウスの消去法などの直接法やSOR(Successive Over-Relaxization)法などの反復法が利用可能である。この場合、線形方程式(3.51)の係数行列  $(\mu_i I - Q)$  が、ブロックサイズが変化するブロック3重対角行列であること、さらには、非主対角ブロックが対角要素のみをもつ極めて疎な行列であることを利用して、計算量およびメモリ量を節減することが可能である。以下の数値例では、LU分解法を用いて計算する。

2種の溢れ呼量に関する1次モーメントベクトル  $l_1^{(1)}$ 、 $l_2^{(1)}$  が計算できれば、呼種別の溢れ呼量の分散  $v_i$ 、分散係数  $Z_i$  は、

$$v_i = L_i^{(2)} - (L_i^{(1)})^2, \quad i = 1, 2, \quad (3.52)$$

$$Z_i = \frac{v_i}{L_i^{(1)}}, \quad i = 1, 2, \quad (3.53)$$

によって計算される。

2呼種間の2次交差モーメント  $L_{12}$  は、式(2.54)に対応する

$$L_{12} = \frac{1}{\mu_1 + \mu_2} (l_1^{(1)} A_2 + l_2^{(1)} A_1) e, \quad (3.54)$$

なる式を用いて計算できる。2呼種間の共分散  $Cov(1, 2)$ 、および相関係数  $\rho_{12}$  は、

$$Cov(1, 2) = L_{12} - L_1^{(1)} L_2^{(1)}, \quad (3.55)$$

$$\rho_{12} = \frac{Cov(1, 2)}{\sqrt{v_1 v_2}} \quad (3.56)$$

により計算される。

### 3.5.4 数値例

以上の計算手順により、まず、2元速度回線群モデルからの呼種別溢れ呼量の分散係数をいくつかの例について計算した。

図3.8に、 $\mu_1 = \mu_2 = 1$  である場合の基本呼の溢れ呼量の分散係数  $Z_1$  の特性を示す。ここで、回線数  $N = 24$ 、速度比 (a)  $m = 2$ 、(b)  $m = 4$ 、(c)  $m = 6$ 、(d)  $m = 8$  なる場合について、 $\nu = 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4$  のそれぞれに対し、 $R_2$  を変化させて分散係数  $Z_1$  を計算した。図3.9に、同様なトラヒック条件における  $m$  倍呼の溢れ呼量の分散係数  $Z_2$  の特性を示す。モーメント計算公式により求めた溢れ呼量の分散係数の特性を確認するために、 $m = 8$  で、負荷が大きい  $\nu = 0.8, 1.0, 1.2, 1.4$  なる場合について  $R_2 = 10\%, 30\%, 50\%, 70\%, 90\%$  なる点でシミュレーション実験を行った。その結果を図3.8、3.9に示した。なお、図3.9では、縦軸のスケールが図3.8に比べ4倍になっていることに注意しておく。

図3.10には、 $m = 8$  の場合について、回線数を2倍 ( $N = 48$ ) としたときの、 $m$  倍呼の溢れ呼量の分散係数  $Z_1$  の特性例を示す。

これらの数値例から、以下のことがいえる。

- (1) 異速度の多元トラヒック処理システムにおけるトラヒック処理特性の最大の特徴は、大群化効果と端数出線効果が複雑に絡み合って波状特性が現れることであるが、ここに示した図から明らかなように、溢れ呼量の分散係数においても波状特性が現れ、速度比  $m$  が大きくしかも  $K = S/m$  が小さいほどその特性が著しい。
- (2) 波状特性は単位回線当たりに加わる呼量  $\nu$  によっても異なり、溢れ呼量の分散係数が最大となる  $\nu$  の値は、2呼種の混合条件によって異なる。
- (3) 高速呼は、低速呼に比べて呼損率が大きく、溢れ呼量の分散係数が相対的に小さくなる。波状特性も、低速呼ほど著しくは現れない。また、 $\nu$  に対する変化も小さい。

次に、基本呼、 $m$  倍呼のサービス時間の相違が溢れ呼の特性に与える影響を調べるため、 $\mu_1 \neq \mu_2$  である場合の呼種別溢れ呼量の分散係数を計算した。図3.11に、 $m = 6, m = 8$  の場合の数値例を示す。これより以下のことが分かる。

- (1)  $\mu_1$  が  $\mu_2$  に比べて大きくなる（基本呼の平均サービス時間が相対的に短くなる）ほど、 $Z_1$  が大きくなり、溢れ呼がより集中的に偏って発生する傾向がある。
- (2)  $\mu_1$  が  $\mu_2$  に比べて大きくなるほど、 $Z_1$  の波状特性が著しくなる。

さらに、2種の溢れ呼量の相関を調べるため、相関係数  $\rho_{12}$  を計算した。図3.12に、 $m = 6, m = 8$  の場合の数値例を示す。これより以下のことがいえる。

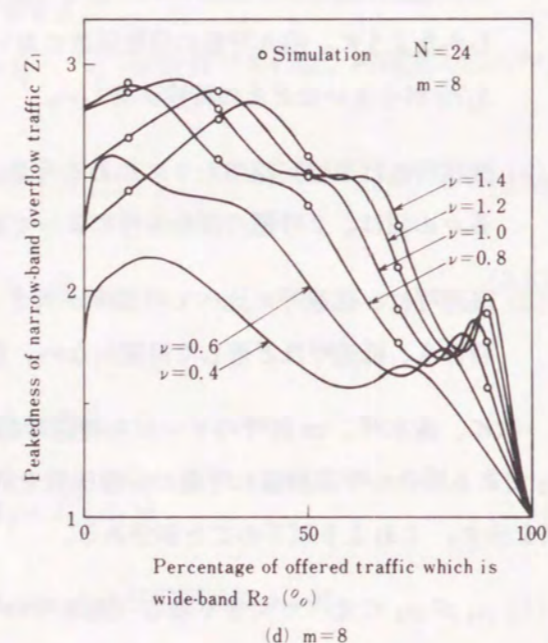
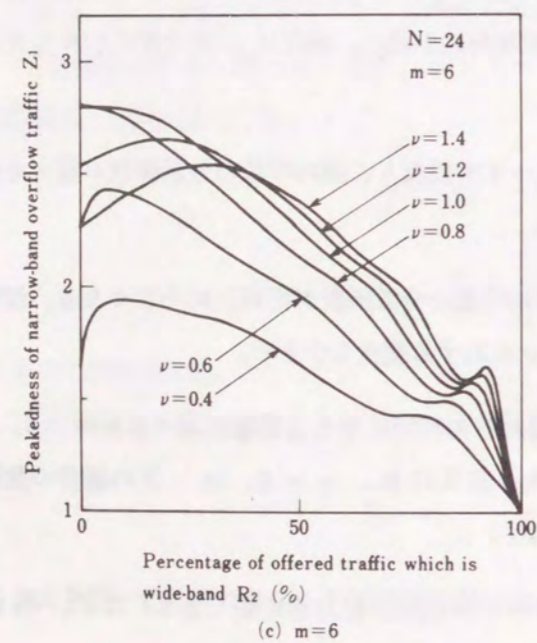
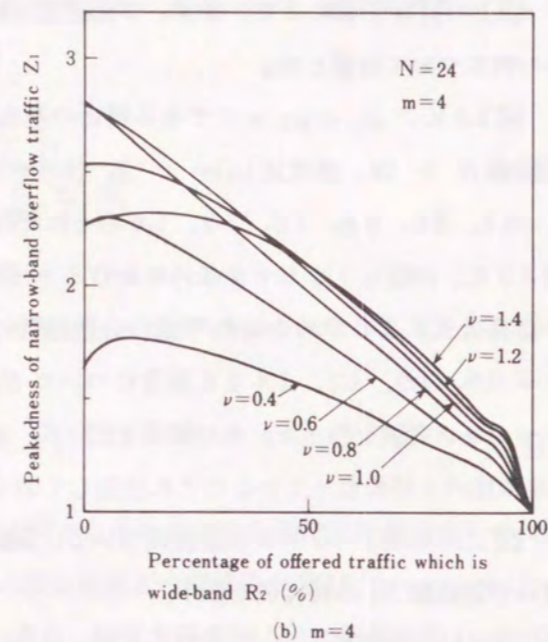
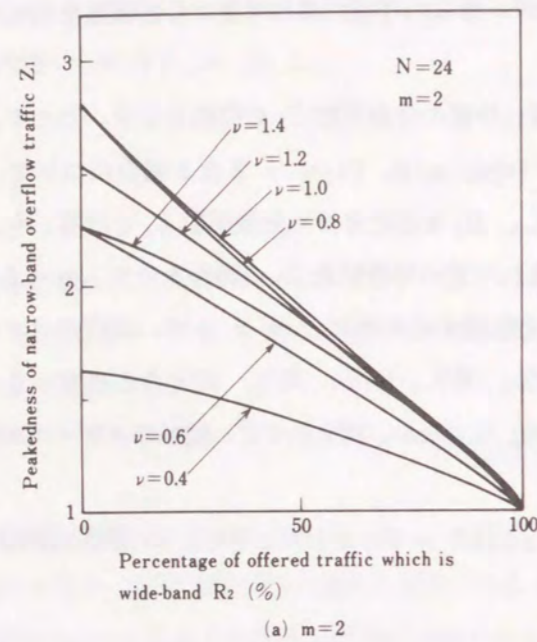


図 3.8 2 元速度回線群モデルにおける基本呼の溢れ呼量の分散係数特性 ( $N=24$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = 1$ )

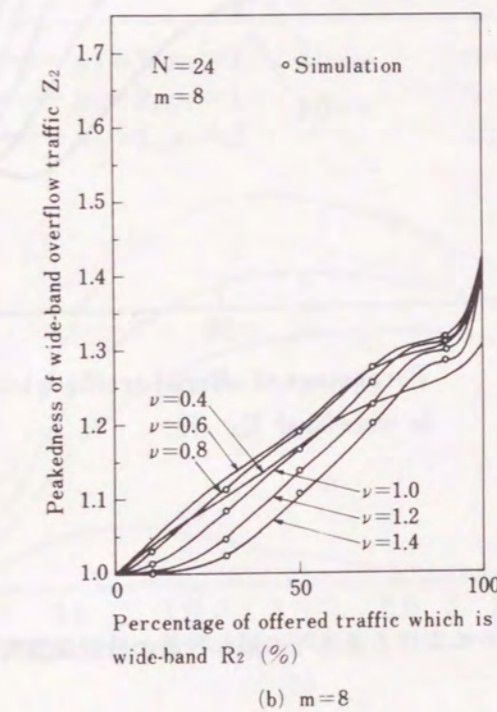
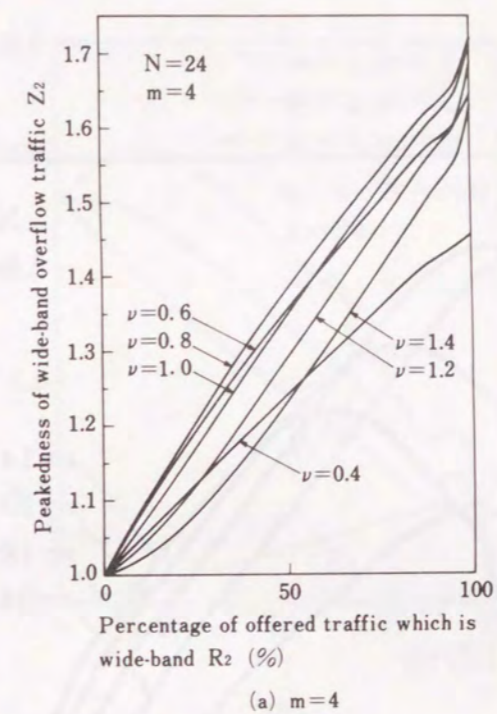


図 3.9 2 元速度回線群モデルにおける  $m$  倍呼の溢れ呼量の分散係数特性 ( $N=24$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = 1$ )

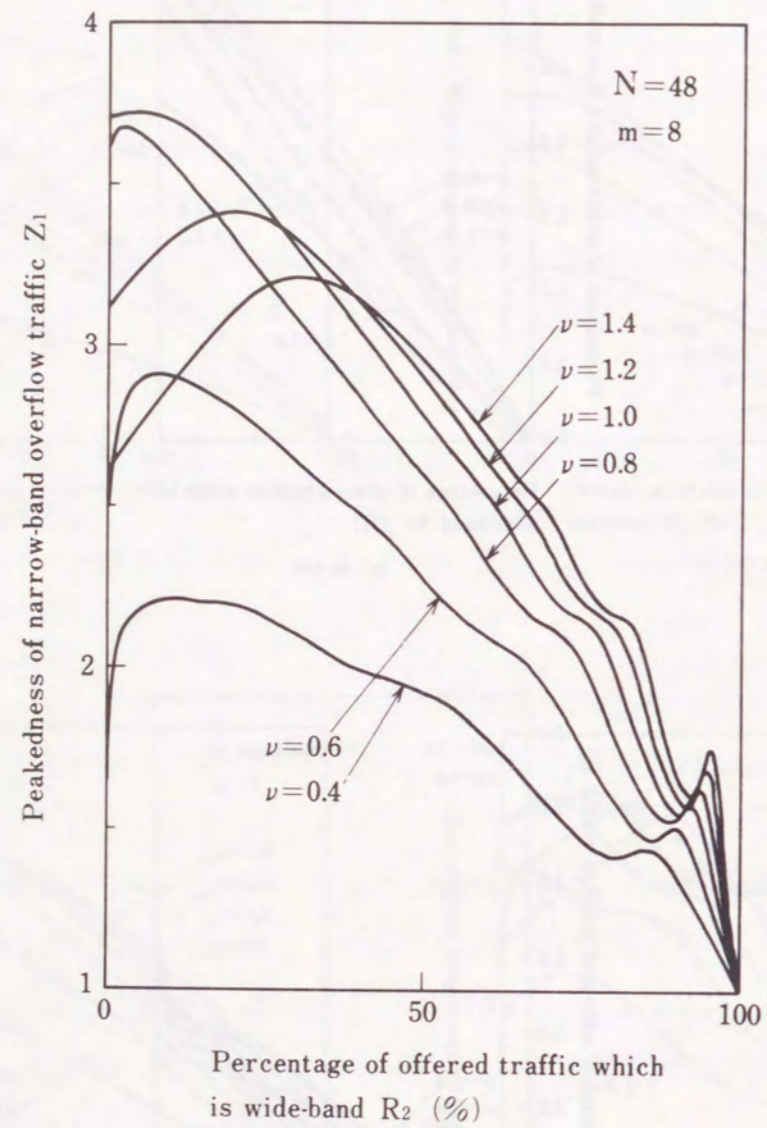
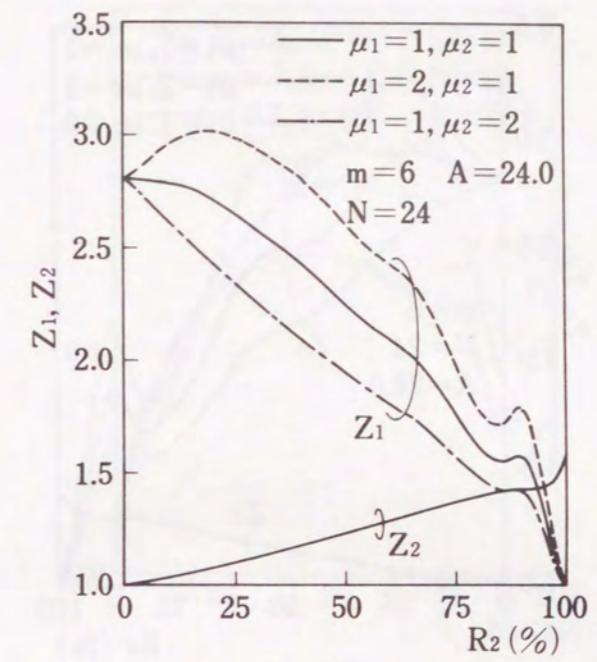
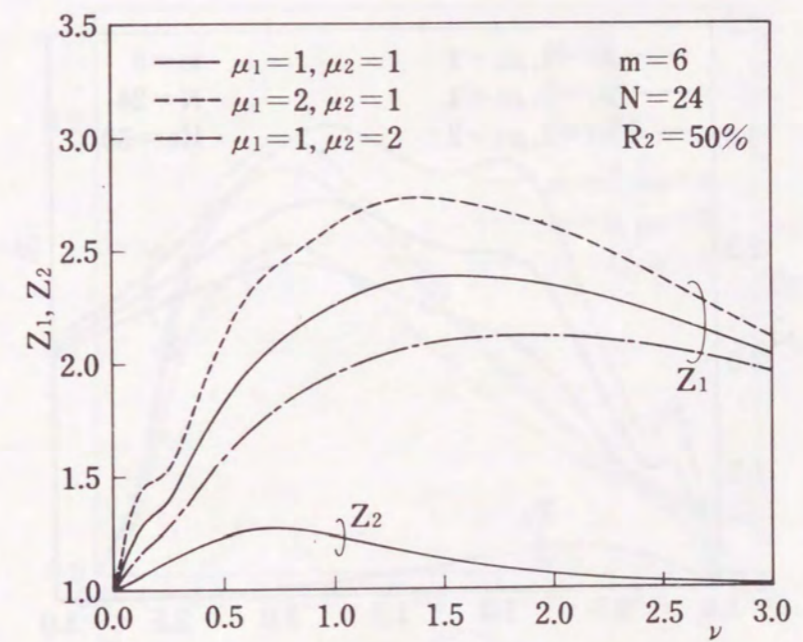


図 3.10 2 元速度回線群モデルにおける基本呼の溢れ呼量の分散係数特性 ( $N = 48, \mu_1 = \mu_2 = 1$ )

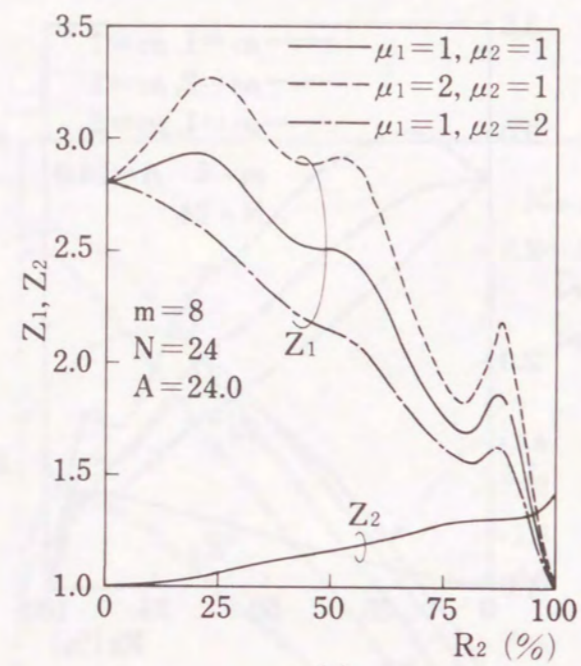


(a)

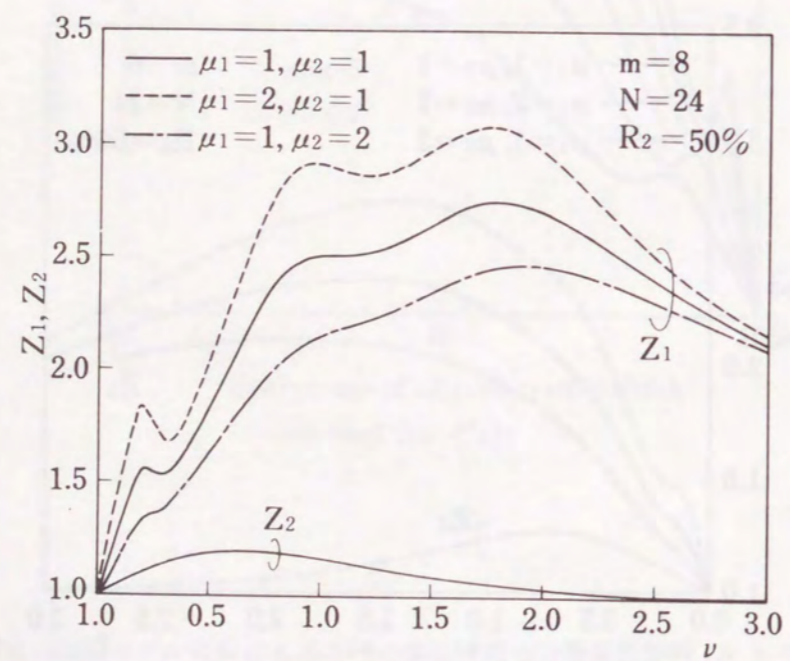


(b)

図 3.11 2 元速度回線群モデルにおける呼種別溢れ呼量の分散係数特性 ( $N = 24, \mu_1 \neq \mu_2$ )

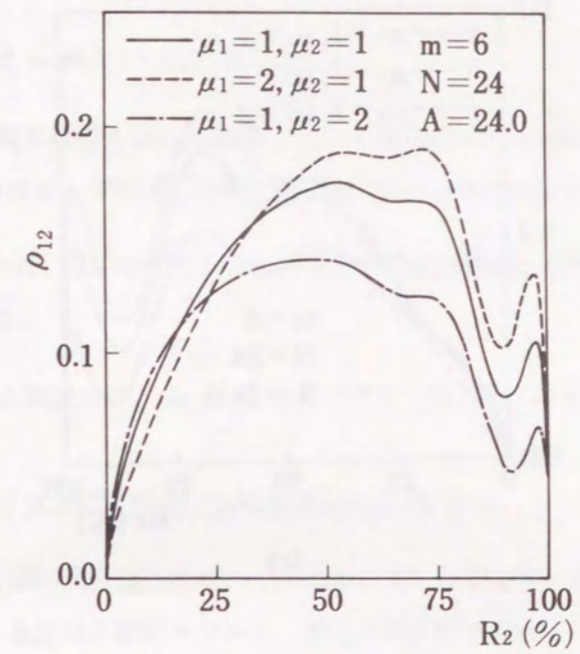


(c)

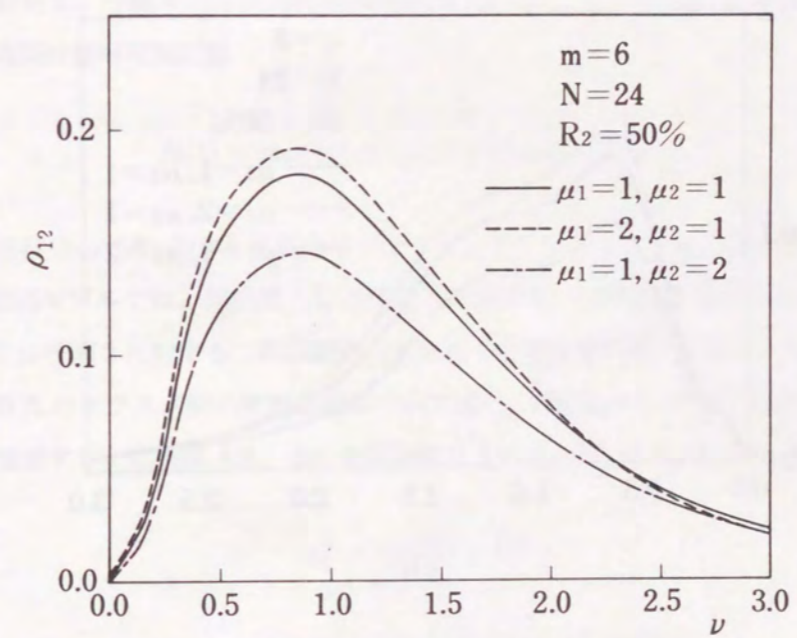


(d)

図3.11 のつづき

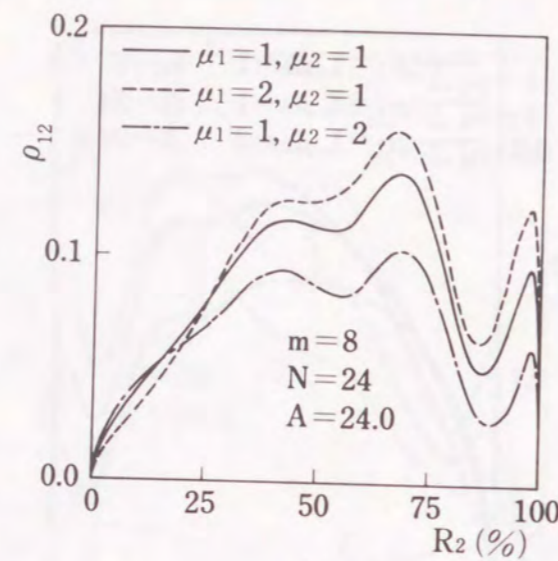


(a)

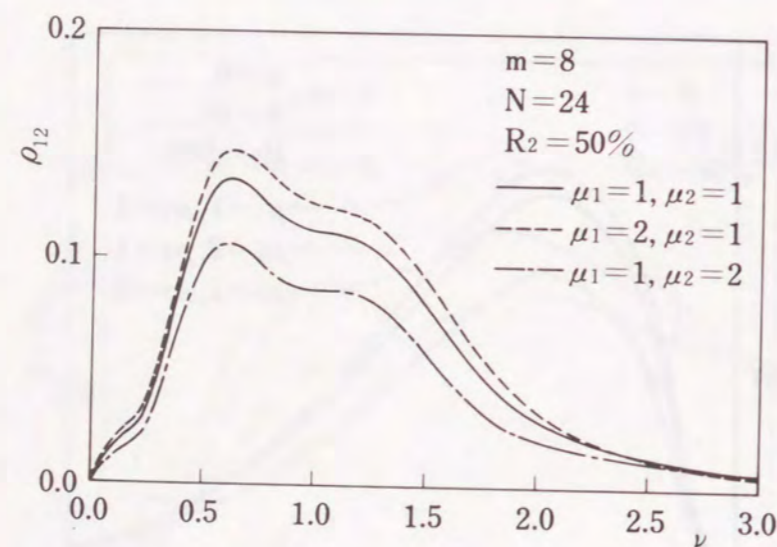


(b)

図3.12 2元速度回線群モデルにおける呼種別溢れ呼量の相関係数特性 ( $N = 24$ ,  $\mu_1 \neq \mu_2$ )



(c)



(d)

図3.12のつづき

(1) 溢れ呼量の相関係数も  $R_2$  の変化に対して波状特性を示す。

(2) 波状特性は、速度比  $m$  が大きいほど著しい。

(3) 波状特性のため一概には言えないが、総じて、 $m$  が小さいほど相関係数  $\rho_{12}$  は大きくなる。これは、 $m$  が小さいほど、2呼種間の類似性が増大するためであると考えられる。

(4)  $R_2 = 50\%$  付近までは、 $R_2$  の増加とともに  $\rho_{12}$  はほぼ直線的に増加するが、それを越えると波状特性が著しくなる。

(5)  $R_2$  が 25% を越える領域では、 $\mu_1$  が  $\mu_2$  に比べ大きいほど  $\rho_{12}$  が大きくなる。

### 3.6 超指数サービス時間をもつ待ち行列システム

図 3.13 に示すような即時式迂回中継網モデルにおいて、呼びのサービス時間が超指数分布に従う場合を考える。このような迂回中継網モデルは、例えば電話網においてファクシミリなど音声通話とは異なるサービス時間分布をもつみなし通話が混在する場合のトラヒックモデルとして重要であると考えられる。

図 3.13 において、呼種  $k = 1, 2$  の呼びは到着率  $\lambda_k$  のポアソン到着をするものとし、呼種  $k$  の呼びのサービス時間は確率密度関数

$$f_k(t) = p_{k1}\mu_1 \exp(-\mu_1 t) + p_{k2}\mu_2 \exp(-\mu_2 t), \quad (3.57)$$

なる 2 次の超指数分布 ( $H_2$  分布) に従うものとする。ここで、 $p_{k1} + p_{k2} = 1$  である。

本迂回中継網モデルでは、回線群 AB が呼種 1 に対する一次回線群 (または高使群) であり、回線群 AC、BC は呼種 2 に対する二次回線群 (またはこの場合最終群) である。以下では、回線群 AB、AC からなる局 A のクラスタ網の性能評価について述べ、超指数サービス時間分布を考慮した溢れ呼の解析手法を提案する。回線群 AB、AC の回線数をそれぞれ  $N_1$ 、 $N_2$  で表す。呼種  $k$  の呼量を

$$a_k = \lambda_k \left( \frac{p_{k1}}{\mu_1} + \frac{p_{k2}}{\mu_2} \right), \quad (3.58)$$

で表す。また、クラスタ網モデルでの呼種  $k$  の総合呼損率を  $B_k$  で表す。

#### 3.6.1 一次回線群のモデル

一次回線群 AB のモデルは  $M/H_2/N_1/N_1$  待ち行列システムとして定式化できるが、これは、2 種のポアソン呼がそれぞれ  $p_{11}\lambda_1$ 、 $p_{12}\lambda_2$  の到着率で  $N_1$  回線の即時式回線群に加わり、平均サービ

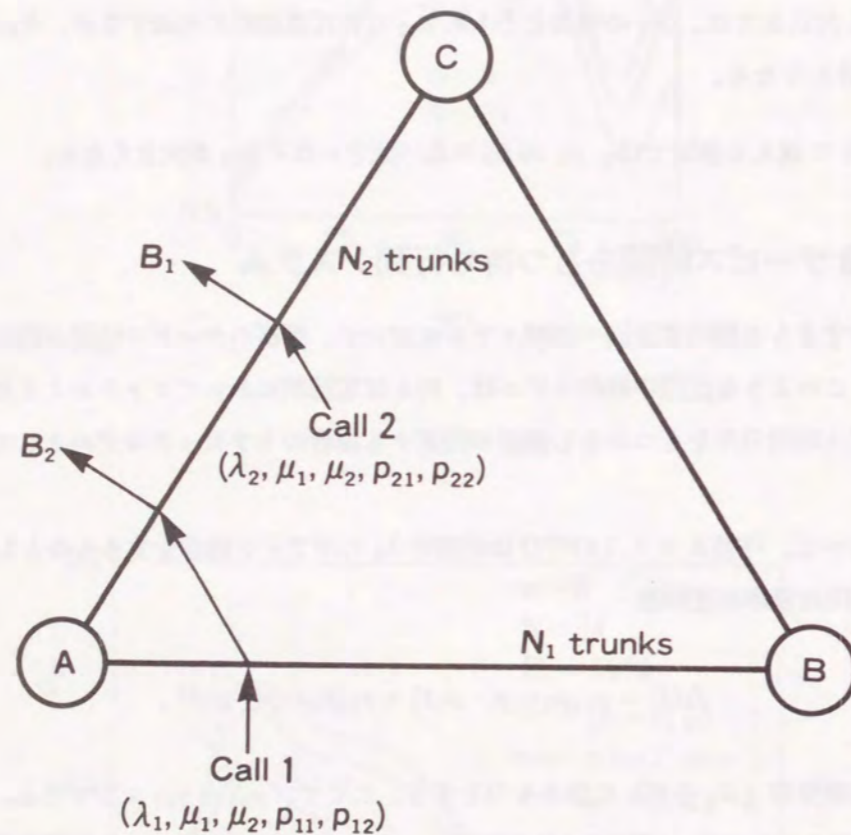


図 3.15 超指数サービス時間分布の即時式迂回中継網モデル

ス時間がそれぞれ  $1/\mu_1$ 、 $1/\mu_2$  である指数時間分布に従ってサービスを受ける  $M_1, M_2/M_1, M_2/N_1/N_1$  待ち行列システムと等価である。このため、本回線群からの溢れトラヒックの特性を解析するためのトラヒックモデルとして、前節で述べた多元速度回線群モデルにおいて  $m = 1$  とした場合と等価なモデルがそのまま適用できる。ただし、本来加わるトラヒックは到着率比が  $\rho_{11}$ 、 $\rho_{12}$  である 2 種のポアソン呼を合成したものであるため、対応する溢れトラヒックも 2 種のポアソン呼に対応する溢れトラヒックを合成したものである。従って、厳密には、 $M_1, M_2/M_1, M_2/N_1/N_1$  待ち行列システムにおける 2 種の溢れ呼量の呼種別のモーメントおよび交差モーメントを求め、相関を考慮して合成される溢れ呼量のモーメントを計算する必要がある。

$M_1, M_2/M_1, M_2/N_1/N_1$  待ち行列システムのマルコフ過程  $X_t = (X_{1t}, X_{2t})$ ,  $t \in R_+$  の無限小生成作用素を  $Q$  で表し、定常分布を  $\pi$  で表す。これらは、前節の多元速度回線群のモデルにおいて  $m = 1$  とした場合のマルコフ過程の無限小生成作用素(式(3.41))、ならびに定常分布(式(3.50))で与えられるので、ここでは詳細な記述は省略する。ただし、記号  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  はそれぞれ  $p_{11}\lambda_1$ 、 $p_{12}\lambda_2$  に置き換える。

### 3.6.2 溢れ呼過程の表現

$M_1, M_2/M_1, M_2/N_1/N_1$  待ち行列システムにおける 2 種の溢れ呼の生起率行列  $A_1$ 、 $A_2$  も同様に、前節の多元速度回線群モデルにおける式(3.47)において  $m = 1$  とした場合の行列で与えられる。ただし、記号  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  はそれぞれ  $p_{11}\lambda_1$ 、 $p_{12}\lambda_2$  に置き換える。

### 3.6.3 溢れ呼量のモーメントに対する計算アルゴリズム

$M_1, M_2/M_1, M_2/N_1/N_1$  待ち行列システムにおける 2 種の溢れ呼量の 1～3 次モーメント  $L_i^{(1)}$ 、 $L_i^{(2)}$ 、 $L_i^{(3)}$ 、 $i = 1, 2$  は、モーメント計算公式

$$L_i^{(1)} = \frac{1}{\mu_i} \pi A_i e, \quad i = 1, 2, \quad (3.59)$$

$$L_i^{(2)} = \frac{1}{\mu_i} l_i^{(1)} A_i e + L_i^{(1)}, \quad i = 1, 2, \quad (3.60)$$

$$L_i^{(3)} = \frac{1}{\mu_i} l_i^{(2)} A_i e + 2L_i^{(2)} - L_i^{(1)}, \quad i = 1, 2, \quad (3.61)$$

$$l_i^{(1)}(\mu_i I - Q) = \pi A_i, \quad i = 1, 2, \quad (3.62)$$

$$l_i^{(2)}(2\mu_i I - Q) = l_i^{(1)}(2A_i + \mu_i I) + \pi A_i, \quad i = 1, 2, \quad (3.63)$$

により求められる。

これら2種の溢れトラヒックを合成して得られるトラヒックの2次、3次モーメントを求めるために、次の計算式で与えられる交差モーメント  $L_{ij}$ 、 $L_{ij^2}$  を計算する。

$$L_{ij} = \frac{1}{\mu_i + \mu_j} (l_i^{(1)} A_j + l_j^{(1)} A_i) e, \quad i, j = 1, 2, \quad (3.64)$$

$$L_{ij^2} = \frac{1}{\mu_i + 2\mu_j} (l_i^{(1)} A_j + 2l_{ij} A_j + l_j^{(2)} A_i) e + \frac{\mu_j}{\mu_i + 2\mu_j} L_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \quad (3.65)$$

$$l_{ij} \{(\mu_i + \mu_j) I - Q\} = l_i^{(1)} A_j + l_j^{(1)} A_i, \quad i, j = 1, 2, \quad (3.66)$$

$$l_{ij^2} \{(\mu_i + 2\mu_j) I - Q\} = l_i^{(1)} A_j + l_{ij} (2A_j + \mu_j I) + l_j^{(2)} A_i, \quad i, j = 1, 2. \quad (3.67)$$

これらのモーメント値が求めれば、合成トラヒックの1～3次モーメント  $L_o^{(1)}$ 、 $L_o^{(2)}$ 、 $L_o^{(3)}$  は、

$$L_o^{(1)} = L_1^{(1)} + L_2^{(1)}, \quad (3.68)$$

$$L_o^{(2)} = L_1^{(2)} + 2L_{12} + L_2^{(2)}, \quad (3.69)$$

$$L_o^{(3)} = L_1^{(3)} + 3L_{12^2} + 3L_{21^2} + L_2^{(3)}, \quad (3.70)$$

により計算できる。

モーメントベクトルを求めるのに必要な線形方程式の数値解法においては、前章の場合と同様、係数行列の疎行列性を利用した効率的なアルゴリズムが活用できる。

### 3.6.4 呼種別呼損率の近似計算法

次に、呼種別の総合呼損率  $B_1$ 、 $B_2$  に対する近似計算法として、前項で解析した一次回線群からの溢れトラヒック過程を IPP により近似する手法を考える。通常、モーメント整合法によって IPP のパラメータを決定するが、本モデルにおいて3モーメント整合法[61]を適用するためには、まず IPP/H<sub>2</sub>/∞ 待ち行列システムにおける同時接続数の1～3次モーメントを解析し、モーメント整合のためのパラメータ決定式を導出する必要がある。

IPP を表す3パラメータを  $(\lambda, \gamma, \omega)$  とする。ここで、 $\lambda$  は IPP が ON 状態でのポアソン呼の到着率を、 $\gamma$  は ON 状態の終了率を、 $\omega$  は OFF 状態の終了率をそれぞれ表す。IPP に従って到着する呼びのサービス時間は、迂回呼  $k = 1$  に対する式(3.57)の  $H_2$  分布に従うものとする。IPP 到着過程は、ON、OFF の2状態からなるマルコフ過程を考え、ON 状態のときに発生するポアソン呼

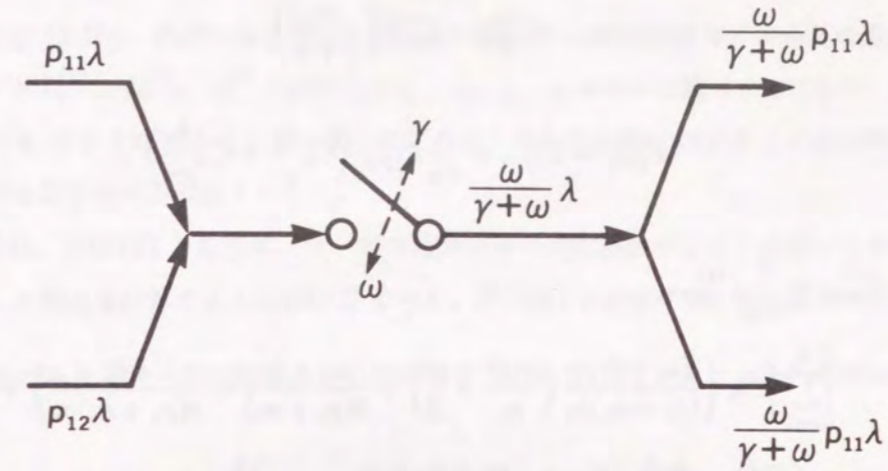


図 3.14 ポアソン呼の合成・分解と IPP におけるスイッチング機構

がそのまま到着する過程である。図 3.14 に、IPP の点生起機構のモデルを示す。この2状態のマルコフ過程の無限小生成作用素  $Q_{IPP}$ 、および定常分布  $\pi_{IPP}$  は、

$$Q_{IPP} = \begin{matrix} \text{OFF} & \begin{bmatrix} -\omega & \omega \\ \gamma & -\gamma \end{bmatrix} \\ \text{ON} \end{matrix}, \quad (3.71)$$

$$\pi_{IPP} = \left( \frac{\gamma}{\gamma + \omega}, \frac{\omega}{\gamma + \omega} \right), \quad (3.72)$$

である。ON 状態において到着する呼びで平均サービス時間が  $1/\mu_1$  であるものの生起率行列を  $A_1$ 、同じく平均サービス時間が  $1/\mu_1$  であるものの生起率行列を  $A_2$  で表すと、これらは、

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & p_{11}\lambda \end{bmatrix}, \quad (3.73)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & p_{12}\lambda \end{bmatrix}, \quad (3.74)$$

で与えられる。以上の  $Q_{IPP}$ 、 $\pi_{IPP}$ 、 $A_1$ 、 $A_2$  を式(3.59)～(3.63)と同様の計算式に代入して整理すると、IPP/H<sub>2</sub>/∞ 待ち行列システムにおける同時接続呼数の1～3次モーメント  $L_{IPP}^{(1)}$ 、 $L_{IPP}^{(2)}$ 、

$L_{IPP}^{(3)}$  を与える式として次の関係式を得る。

$$L_{IPP}^{(1)} = C_0 \lambda \left( \frac{\omega}{\gamma + \omega} \right), \quad (3.75)$$

$$L_{IPP}^{(2)} = L_{IPP}^{(1)} + \frac{\lambda}{C_0} L_{IPP}^{(1)} \left( C_1 \frac{\delta_1}{\sigma_1} + C_2 \frac{\delta_2}{\sigma_2} \right), \quad (3.76)$$

$$L_{IPP}^{(3)} = \frac{\lambda}{C_0} L_{IPP}^{(1)} \cdot \left[ \sum_{i=1}^2 \left[ C_{3i} \left\{ \frac{(\mu_i + \delta_i) \gamma}{(\mu_i + \sigma_i) \sigma_i} \left( \frac{p_{1i} \lambda}{\mu_i} + \frac{1}{2} \right) + \frac{\mu_i + \delta_i}{2(\mu_i + \sigma_i)} + \frac{\omega \delta_i}{2(\mu_i + \sigma_i) \sigma_i} \right\} + C_{4i} \frac{\delta_i}{\sigma_i} \right] + \left( \frac{\mu_2 \delta_1}{\sigma_1} + \frac{\mu_1 \delta_2}{\sigma_2} \right) \left( C_5 \lambda \frac{\mu_1 + \mu_2 + \omega}{\mu_1 + \mu_2 + \gamma + \omega} + C_6 \right) \right], \quad (3.77)$$

ここで、

$$\sigma_i = \mu_i + \gamma + \omega, \quad i = 1, 2,$$

$$\delta_i = \mu_i + \omega, \quad i = 1, 2,$$

$$C_0 = \frac{p_{11}}{\mu_1} + \frac{p_{12}}{\mu_2},$$

$$C_1 = \frac{p_{11}}{\mu_1} \left( \frac{p_{11}}{\mu_1} + \frac{2p_{12}}{\mu_1 + \mu_2} \right),$$

$$C_2 = \frac{p_{12}}{\mu_2} \left( \frac{p_{12}}{\mu_2} + \frac{2p_{11}}{\mu_1 + \mu_2} \right),$$

$$C_{31} = \frac{p_{11}}{\mu_1} \left( \frac{p_{11}}{\mu_1} + \frac{3p_{12}}{2\mu_1 + \mu_2} \right),$$

$$C_{32} = \frac{p_{12}}{\mu_2} \left( \frac{p_{12}}{\mu_2} + \frac{3p_{11}}{\mu_1 + 2\mu_2} \right),$$

$$C_{41} = \frac{p_{11}}{\mu_1} \left( \frac{2p_{11}}{\mu_1} + \frac{3p_{12}}{\mu_1 + 2\mu_2} \right),$$

$$C_{42} = \frac{p_{12}}{\mu_2} \left( \frac{2p_{12}}{\mu_2} + \frac{3p_{11}}{2\mu_1 + \mu_2} \right),$$

$$C_5 = 3 \frac{p_{11}}{\mu_1} \frac{p_{12}}{\mu_2} \frac{1}{\mu_1 + \mu_2} \left( \frac{2p_{11}}{2\mu_1 + \mu_2} + \frac{2p_{12}}{\mu_1 + 2\mu_2} \right),$$

$$C_6 = 3 \frac{p_{11}}{\mu_1} \frac{p_{12}}{\mu_2} \frac{1}{\mu_1 + \mu_2} \left( \frac{\mu_1}{2\mu_1 + \mu_2} + \frac{\mu_2}{\mu_1 + 2\mu_2} \right),$$

である。式(3.75)、(3.76)、(3.77)の $L_{IPP}^{(1)}$ 、 $L_{IPP}^{(2)}$ 、 $L_{IPP}^{(3)}$ に一次回線群モデルからの溢れ呼量の1～3次モーメント $L_o^{(1)}$ 、 $L_o^{(2)}$ 、 $L_o^{(3)}$ の値を代入し、 $\lambda$ 、 $\gamma$ 、 $\omega$ について解くことにより、溢れ呼の生起過程を近似するIPPを求めることができる。このようにして求めたIPPにより迂回呼の到着過程を近似する手法を以下では近似法Iと呼ぶ。

さらにここでは、近似法Iとは別に、サービス時間分布の変動係数が1より大きいことを無視し呼量のみに着目した簡易な計算による近似法IIを考え、近似法Iと比較する。近似法IIでは、

[ステップ1] 呼量のみを考え一次回線群からの溢れ呼をM/M/N<sub>1</sub>/N<sub>1</sub>システムからの溢れ呼で近似する。

[ステップ2] 呼量の平均と分散のみを考慮し指数サービス時間分布の場合の等価ランダム法により二次回線群からの総溢れ呼量を求める。

[ステップ3] Wallströmの近似分解式[70]を適用する。

の3ステップにより呼種別総合呼損率を計算する。

### 3.6.5 数値例と考察

図3.15に、一次回線群からの溢れ呼量の分散係数 $Z$ の特性例を示す。ここで、超指数分布としてMorseの定義式[23]を用いた。 $C_f$ はその変動係数を表す。この図から以下のことが分かる。

- (1) 超指数サービス時間分布の変動係数 $C_f$ が増大すると、溢れ呼量の分散係数 $Z$ は逆に小さくなる。
- (2) 溢れ呼量の分散係数 $Z$ は $\nu = 0.9$ 周辺で最大となり、このことは変動係数 $C_f$ の値にほとんど影響されない。

図3.16に、近似法で求めた呼種別総合呼損率特性の数値例を示す。シミュレーション実験値との比較により、IPP近似に基づく近似法Iの近似精度が極めて良好であることが分かる。近似法IIでは、 $C_f$ が1より大きいことなどを無視していることなどから近似法Iに比べ精度は劣るものの、 $C_f$ の変化に対し溢れ呼量の分散係数があまり敏感でない(図3.15)ためその誤差はさほど大きくない。従って、近似法Iを用いることにより詳細に網効率の向上を図ることが可能となるだけでなく、 $C_f$ が1に近い場合には、計算の容易性と $C_f = 1$ で溢れ呼量の分散係数は安全側となることから、近似法IIのような簡易手法も有効な近似法であるといえよう。

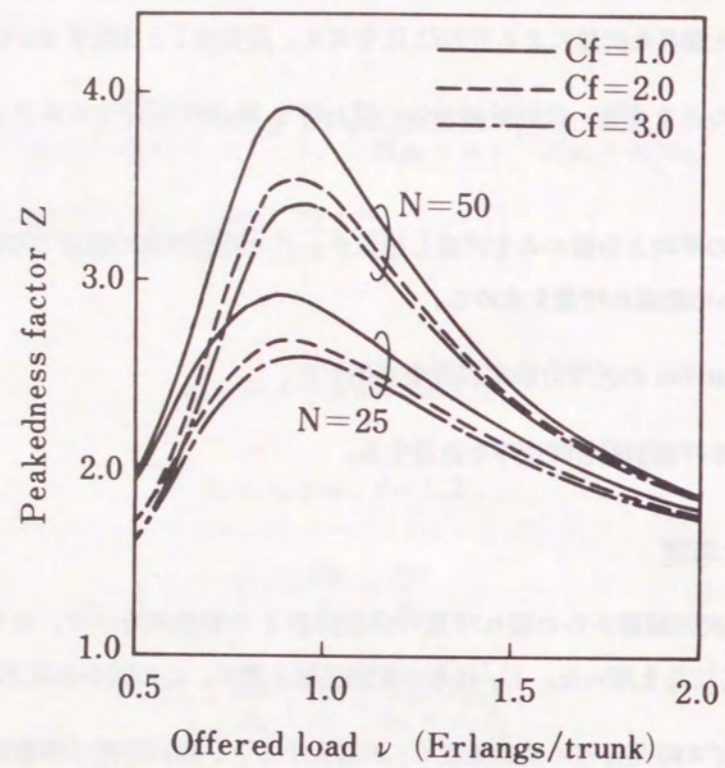


図 3.15 超指数サービス時間分布の回線群モデルにおける溢れ呼量の分散係数特性

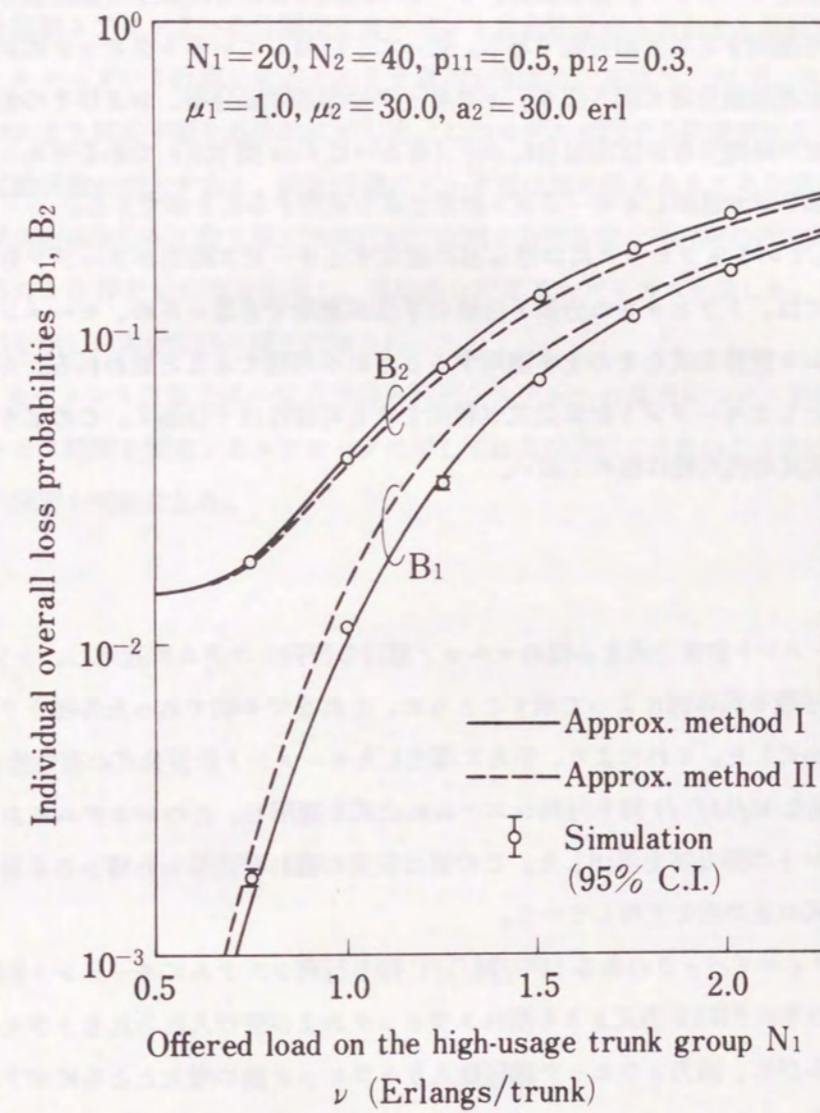


図 3.16 超指数サービス時間分布の迂回中継網モデルにおける呼種別総合呼損率

### 3.7 位相型待ち行列システムへの応用

第2章におけるモーメント計算公式の導出過程では、注目しているトラヒックにおける客の要求するサービス時間が指数分布に従うものと仮定した。しかしながら、前節の単純な  $M/H_2/N/N$  待ち行列システムへの適用例において述べたように、トラヒックの分解・合成の手法を併用することにより、第2章で導出したモーメント計算公式は、サービス時間分布が3次以上の超指数分布であるより一般的なモデルにも適用することが可能である。従って、注目しているトラヒックにおける客の要求するサービス時間が超指数分布に従う限り、トラヒックの到着間隔分布、およびその他のトラヒックにおける客のサービス時間分布が位相型 [46, 66] (あるいは Cox 型 [23]) であるマルコフ型待ち行列システムに対して第2章で導出したモーメント計算公式を適用することができる。

しかし、注目しているトラヒックにおける客の要求するサービス時間がアーラン分布 [46, 66] に従うモデルに対しては、トラヒックの分解・合成の手法が適用できないため、モーメントの厳密計算に第2章のモーメント計算公式をそのまま適用することは不可能であると思われる。ただし、近似的な計算手法の一部としてモーメント計算公式が利用できる可能性は十分高く、このような応用面を含めモーメント計算公式の汎用性は極めて高い。

### 3.8 結言

本章では、モーメント計算公式を各種のマルコフ型待ち行列システムに適用し、トラヒックのモーメントを計算する手順を具体例によって示すとともに、これまで不明であった各種トラヒックのモーメント特性を明らかにした。これにより、新たに導出したモーメント計算公式の有効性を裏付けた。

まず、最も単純な  $M/M/1/1$  待ち行列システムに公式を適用し、このシステムにおける溢れ呼量の1～3次モーメントの陽な解を導出した。この解は従来の溢れ呼理論から導かれる解に一致し、本モーメント計算公式の正当性を支持している。

前章で述べたフィードバックのある  $M^{[2]}/M/1/C$  待ち行列システムにモーメント計算公式を適用し、WBAS 方式の方が PBAS 方式よりも溢れトラヒックおよび受け入れられるトラヒックのピーク性が高いこと、ならびに、出力トラヒック過程は入りトラヒック量の増大とともにポアソン過程に漸近することを明らかにした。

次に、回線留保方式によって制御される単元速度回線群にモーメント計算公式を適用し、呼種別溢れ呼量のモーメントを求めるための効率的な計算アルゴリズムを導出した。この回線群モデルにおける呼種別トラヒックのモーメント解析は、電話網などの性能評価において重要であるが従来未解決となっていた問題であり、本モーメント計算公式により解決された。数値例からは、回線留保制御により、溢れ呼量のピーク性が優先呼では小さくなり非優先呼では大きくなることなどを明らかにした。

4番目の例として、本論文の主題である多元速度回線群モデルにモーメント計算公式を適用し、

数値計算法、および呼種別溢れ呼量のモーメントの数値例を示した。数値例より、呼種別溢れ呼量のモーメントおよび相関係数は、低速呼 / 高速呼の混合比率の変化に対して波状特性を示すこと、速度比が大きいほどその波状特性は著しいこと、低速呼の溢れは平均サービス時間が高速呼のそれに比べて短くなるほどピーク性が高くなることなどを明らかにした。

さらに、超指数分布に従うサービス時間を要求する客のトラヒックに対しても、指数サービス時間分布に従う複数トラヒックへの分解法とモーメント合成法を組み合わせた解析手法を用いることにより、導出したモーメント計算公式がそのまま適用できることを述べ、 $M/H_2/N/N$  待ち行列システムへの適用例により解析手順を具体的に示した。このモデルに関する数値例により、超指数サービス時間分布の変動係数が増大すると、溢れ呼量のピーク性は逆に低くなることを明らかにした。また、サービス時間が超指数分布に従う単元速度迂回中継網における総合呼損率の近似計算法として、3モーメント整合法による IPP 近似法を提案し、具体的な計算アルゴリズムを示した。クラスタ網モデルに関する数値例を示し、本近似法の精度評価を行った。

最後に、モーメント計算公式の位相型待ち行列システムへの適用について考察した。アーラン分布に従うサービス時間を要求するトラヒックに対しては直接適用できないことを述べ、公式の汎用性、および理論的限界を明確にした。

## 第4章 多元速度迂回中継網におけるトラヒック特性の近似解析

### 4.1 緒言

音声、データ、画像等の多様な通信サービスを総合的に扱う ISDN では、異なる情報転送速度および異なる通話時間を要求する多種類の通信トラヒックが同一網内に混在することとなる。このため、網を構築し運用していくためには、網におけるトラヒック種別ごとのサービス品質を明らかにしておく必要がある。狭帯域 ISDN における回線交換系、ならびに ATM 技術を基盤とする広帯域 ISDN のネットワークレベルにおいては、呼びごとの交換接続機能により複数種の通信トラヒックを処理するため、各通信トラヒックに対する接続品質が主要なサービス品質項目である。さらに、従来の電話網と同様、ISDN においても迂回ルーティング制御が利用されるものと考えられ、このため、多元速度の通信トラヒックを扱う迂回中継網を対象とし、トラヒック種別ごとの接続品質の差異を考慮した網設計手法を開発することが必要になる。

本章では、一次回線群、二次回線群からなる迂回中継網モデルを考え、呼種別呼損率近似計算手法を問題にする。4.2 節では、迂回ルーティング制御の原理を述べ、2 階層の多元速度迂回中継網モデルを考え、網性能評価項目である呼種別総合呼損率を定義する。4.3 節では、一次回線群と二次回線群を組み合わせたクラスタ網モデル全体を記述するマルコフ過程を考え、この過程を直接解析することにより呼種別総合呼損率の厳密値を計算する厳密解析法について述べる。4.4 節では、網を構成する回線群ごとに特性を解析、評価し、それらの結果を組み合わせる呼種別総合呼損率を近似的に計算する手法を述べる。まず、一次回線群における呼種別の溢れ呼特性について、近似計算手法、計算アルゴリズム、および、呼種別溢れ呼特性の数値例を示し、近似計算手法の精度を評価する。ついで、二次回線群における呼種別呼損率の近似計算手法として、

- (1) IPP 近似法
- (2) 発見的近似分解法

を提案し、呼損率特性の数値例を示して、提案近似計算手法の精度を評価する。

### 4.2 迂回中継網

図 4.1 に示す 3 つの交換ノード A、B、C を結ぶ 3 角網を考える。各ノードペア間には速度が異なる 2 種類のトラヒックがあり、これが網に加わるものとする。2 種類のトラヒックの速度比を整数値  $m$  とする。回線群 AB はノード A、B 間のトラヒックが加わる一次回線群であり、一次回線群か

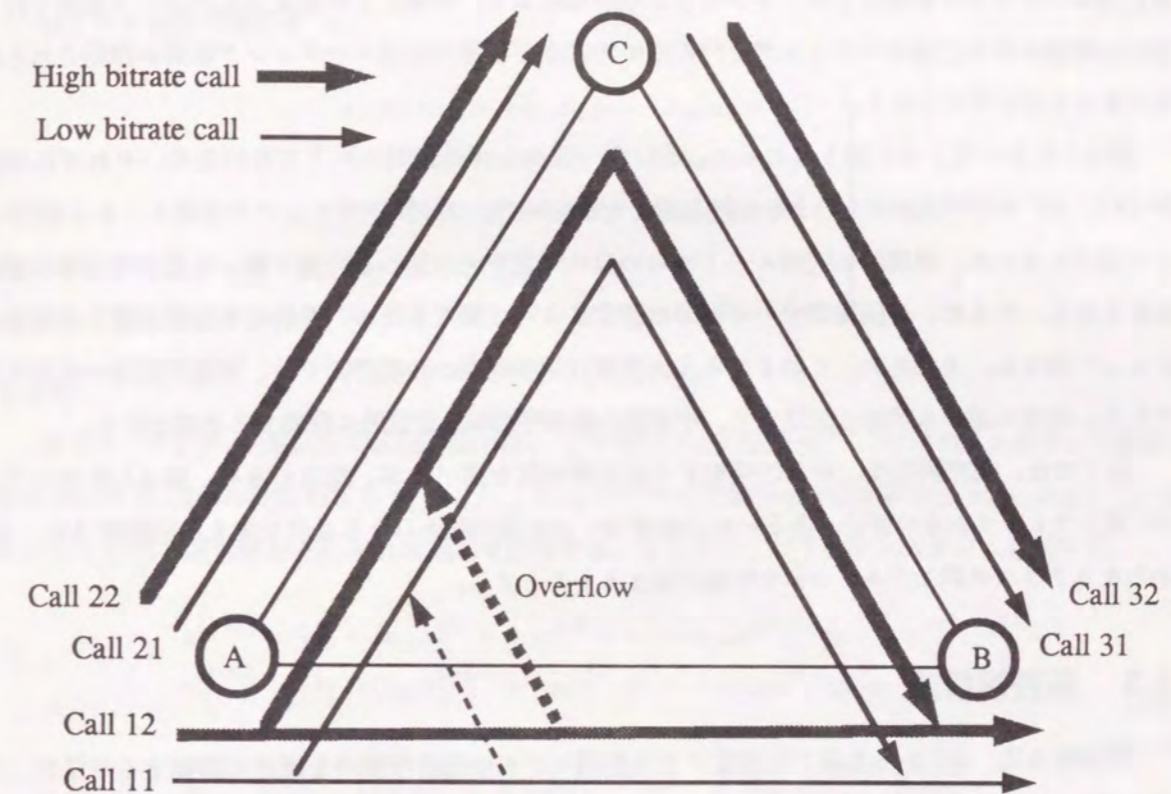


図 4.1 2 元速度迂回中継網モデル

らの溢れ呼は二次回線群 AC、BC のタンデム接続による迂回ルートに加わるものとする。ノード C では、二次回線群 AC、BC に空き回線があれば、A、B 間の呼びを迂回中継機能により接続する。二次回線群 AC または BC に空き回線がなければ、A、B 間の呼びは呼損となり消滅する。一方、ノード A、C 間のトラヒック、ノード B、C 間のトラヒックは、それぞれ直通ルートである回線群 AC、BC に加わり、呼びの到着時にそれぞれ回線群 AC、BC に空き回線がないときには呼損となり、呼びは消滅する。ここでは、低速呼、高速呼とも同様に一次回線群から溢れ、二次回線群に加わる迂回ルーティングを考えるが、トラヒック条件等により、呼種ごとに異なる迂回ルート選択を行う方式や呼種により迂回ルーティングを行わない方式など各種の迂回ルーティング制御が採用される場合があるものと考えられる。

図 4.1 において、AC 間トラヒック、BC 間トラヒックは迂回ルートがないため、それぞれ回線群 AC、BC での呼損率がそのまま接続品質となる。一方、AB 間トラヒックは直通ルートと迂回ルートで運ばれるため、最終的に迂回ルートからの溢れ呼量を元の加わる呼量で割った総合呼損率が接続品質となる。さらに、各回線群での呼損率は速度によって異なるため、最終的な接続品質も当然速度によって異なる。そのため、このような多元速度迂回中継網の性能評価では、発着間関係の区別だけでなく、速度の違いも明確に区別して、呼種別の総合呼損率を定量的に評価する必要がある。

以下では、厳密解析法、および提案する近似解析法を述べるが、簡単のため、図 4.1 において、BC 間トラヒックがない場合、あるいは回線群 BC が無限回線からなる場合を考え、回線群 AB、AC からなるクラスタ網モデルについて性能評価するものとする。

### 4.3 厳密解析法

回線群 AB、AC からなる 2 元速度クラスタ網モデルの総合呼損率を厳密に評価する手法は、このモデル全体の挙動を記述する確率過程を考え、これを直接解析することである。

時間  $t$  における回線群 AB での基本呼、 $m$  倍呼の同時接続呼数をそれぞれ  $X_{AB1t}$ 、 $X_{AB2t}$  で表し、回線群 AC での基本呼、 $m$  倍呼の同時接続呼数をそれぞれ  $X_{AC1t}$ 、 $X_{AC2t}$  で表す。この 2 元速度クラスタ網モデルの全体の挙動は、4 次元マルコフ過程  $\tilde{X}_t = (X_{AB1t}, X_{AB2t}, X_{AC1t}, X_{AC2t})$  で記述される。

マルコフ過程  $\tilde{X}_t$  の定常分布、無限小生成作用素をそれぞれ  $\tilde{\pi}$ 、 $\tilde{Q}$  で表す。平衡方程式および正規化条件はそれぞれ  $\tilde{\pi}\tilde{Q} = 0$ 、 $\tilde{\pi}e = 1$  と表される。この平衡方程式には冗長な等式が 1 つ含まれているが、その冗長な等式を正規化条件式で置き換えて得られる線形方程式を新たに  $xA = b$  と記す。

#### 4.3.1 大規模線形方程式の反復的解法 [79, 78]

クラスタ網における各回線群のサイズが大きくなるとマルコフ過程  $\tilde{X}_t$  の状態空間は膨大となり、定常分布  $\tilde{\pi}$  を求めるために、大規模な疎行列  $A$  を係数行列とする線形方程式  $xA = b$  を解く必要がある。大規模な行列を係数行列とする線形方程式の数値解法では、計算時間が膨大となるため直接法を適用することは困難であり、一般に、変数の近似値を反復的に代入して厳密解に収束させる反復的近似解法が用いられる。

解くべき線形方程式を

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \cdots + a_{3n}x_n &= b_3 \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \cdots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned} \right\}, \quad (4.1)$$

と表す。

ガウス-ザイダル (Gauss-Seidel) 法では、 $x_i$  の第  $k+1$  近似解  $x_i^{(k+1)}$  を求めるために、 $i$  番目の式において  $x_i$  以外の変数のうち  $x_1, x_2, \dots, x_{i-1}$  については第  $k+1$  近似解を、 $x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_n$  については第  $k$  近似解をそれぞれ代入して計算する。すなわち、以下のアルゴリズムを用いる。

$$\left. \begin{aligned} x_1^{(k+1)} &= \{b_1 - (a_{12}x_2^{(k)} + a_{13}x_3^{(k)} + \cdots + a_{1n}x_n^{(k)})\} / a_{11} \\ x_2^{(k+1)} &= \{b_2 - (a_{21}x_1^{(k+1)} + a_{23}x_3^{(k)} + \cdots + a_{2n}x_n^{(k)})\} / a_{22} \\ &\vdots \\ x_n^{(k+1)} &= \{b_n - (a_{n1}x_1^{(k+1)} + a_{n2}x_2^{(k+1)} + \cdots + a_{nn-1}x_{n-1}^{(k+1)})\} / a_{nn} \end{aligned} \right\}. \quad (4.2)$$

ある収束条件に到達するまで、この代入計算を  $k$  について反復に行い、その結果を線形方程式の解とする。

SOR (Successive Over-Relaxization) 法では、ガウス-ザイダル法の収束を加速するため、各反復において近似値更新の際に過大修正を加える。すなわち、 $x_i$  の第  $k+1$  近似解  $x_i^{(k+1)}$  を求める段階において修正量

$$\Delta x_i^{(k+1)} = \hat{x}_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}, \quad (4.3)$$

を求め、これに修正係数  $\omega (\geq 1.0)$  を乗じて修正量を拡大し  $x_i^{(k+1)}$  を

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \omega \Delta x_i^{(k+1)}, \quad (4.4)$$

により求める。アルゴリズムは以下のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}_1^{(k+1)} &= \{b_1 - (a_{12}x_2^{(k)} + a_{13}x_3^{(k)} + \cdots + a_{1n}x_n^{(k)})\}/a_{11} \\ x_1^{(k+1)} &= x_1^{(k)} + \omega(\hat{x}_1^{(k+1)} - x_1^{(k)}) \\ \hat{x}_2^{(k+1)} &= \{b_2 - (a_{21}x_1^{(k+1)} + a_{23}x_3^{(k)} + \cdots + a_{2n}x_n^{(k)})\}/a_{22} \\ x_2^{(k+1)} &= x_2^{(k)} + \omega(\hat{x}_2^{(k+1)} - x_2^{(k)}) \\ &\dots\dots\dots \\ \hat{x}_n^{(k+1)} &= \{b_n - (a_{n1}x_1^{(k+1)} + a_{n2}x_2^{(k+1)} + \cdots + a_{nn-1}x_{n-1}^{(k+1)})\}/a_{nn} \\ x_n^{(k+1)} &= x_n^{(k)} + \omega(\hat{x}_n^{(k+1)} - x_n^{(k)}) \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

ある収束条件に到達するまで、 $k$  について反復的に代入計算を行う。

収束判定には、第  $k+1$  近似解の残差ベクトル

$$y^{(k+1)} = xA - b, \quad (4.6)$$

とスレシヨールド値  $\epsilon$  を用いて、

$$\frac{\|y^{(k+1)}\|^2}{\|y^{(k)}\|^2} < \epsilon, \quad (4.7)$$

なる判定条件などを用いる

#### 4.3.2 適応的加速パラメータ修正による SOR 法

SOR 法では、最適な加速パラメータ  $\omega$  を求めることが問題となる。このため、次のように適応的に加速パラメータを修正する手法が考えられている [78]。

- (1) 初期値  $\omega^{(0)}$  を設定する。
- (2)  $k$  に関する反復の  $h$  回毎に  $\omega^{(k)}$  を修正する。
- (3) 第  $k$  近似解が求まった時点での  $\omega^{(k+1)}$  の値を以下により求める。

$$\rho^{(k+1)} = \left( \frac{\|y^{(k+1)}\|^2}{\|y^{(k)}\|^2} \right)^2, \quad (4.8)$$

$$\kappa^{(k+1)} = \frac{\rho^{(k+1)} + \omega^{(k)} - 1.0}{\omega^{(k)} \sqrt{\rho^{(k+1)}}}, \quad (4.9)$$

$$\omega^{(k+1)} = \frac{2.0}{1.0 + \sqrt{1.0 - (\kappa^{(k+1)})^2}}. \quad (4.10)$$

$\omega^{(0)} = 1.0$ ,  $h = 10$  とし、上記の加速パラメータ修正手順を用いる SOR 法をいくつかのクラスタ網モデル例に適用して収束速度を調べた。その結果、パラメータ  $\rho^{(k)}$  および  $\omega^{(k)}$  の値が 1.0 を越え、解が発散してしまう場合があることが分かり、上記のアルゴリズムをそのまま適用することはできないことが判明した。これに対する解決策として、ここでは、

‘ 上記 (3) での  $\omega^{(k+1)}$  の計算において、 $\rho^{(k+1)} \geq 1.0$ 、または  $\kappa^{(k+1)} \geq 1.0$  となったときには、 $\omega^{(k+1)} = \omega^{(0)}$  とする ’

という修正を加えることを提案する。この修正を施したアルゴリズムを用いて数値実験したところ、実験に用いたモデル例に関する限り発散を抑えることができるとともに、さらに収束速度も大幅に改善されることが判明した。次節で示す呼種別総合呼損率の厳密値は、この修正を加えたアルゴリズムを適用して求めたものである。

#### 4.4 近似解析法

迂回中継網の性能を厳密に評価することはシステム規模の増大とともに計算量の点で困難となるため、効率的な近似評価手法が不可欠となる。即時系、待時系を問わず、従来より、回線群あるいはリンクの独立性 [43, 46] を仮定して回線群あるいはリンクごとに独立に性能評価を行い、その結果を組み合わせる近似的に網全体の性能を評価する手法が用いられている。特に、ここで考えるクラスタ網モデルでは、回線群のタンデム接続による回線群の相互作用を考慮する必要がないため、このような回線群分離手法が有効である。

電話網のような回線交換型迂回中継網の性能評価では、網を構成する回線群に分割し、

- (1) 各回線群に加わる呼びの到着過程を明らかにする、
- (2) 回線群のトラヒック解析を行い呼種ごとの呼損率を評価する、
- (3) 次段の回線群へさらに迂回する呼種についてその生起過程を解析する、

の 3 ステップの解析を行って呼種別総合呼損率を評価している。例えば、一次回線群、二次回線群からなる 2 階層の網モデルでは、一次回線群の性能評価およびそこからの溢れトラヒックの解析を行った後、その結果を用いて二次回線群の性能評価を行う。ここで、相互に迂回し合う回線群については、溢れトラヒックが他方の到着トラヒックとなるため、これら 3 ステップを反復的に適用し [24]、迂回トラヒックと到着トラヒックの整合性が得られた時点でのトラヒック特性評価結果を求めて網全体の評価結果とする。

多元速度迂回中継網の性能評価においても、網を回線群に分割し、上記のような 3 ステップの解析を行う近似手法の採用が考えられる。以下、この考えのもとで考案した、一次回線群における呼種

別溢れ呼特性の近似計算手法、および、二次回線群における呼種別呼損率特性の近似計算手法について述べる。

#### 4.4.1 一次回線群における呼種別溢れ呼特性の計算手法

##### [A] 呼種別溢れ呼量のモーメント

図 4.1 に示したクラスタ網モデルにおける一次回線群 AB のモデルは、3.5 節の多元速度回線群モデルと同様であるが、ここでは、回線留保制御が適用される場合も含めたモデルについて考察する。すなわち、3.5.1 項の仮定 (1)、(2)、(3)、(5)、(6) を設け、(4) については以下のように仮定する。

- (4)  $m$  倍呼の迂回ルーティングを行わない場合も想定して、 $m$  倍呼を優先呼、基本呼を非優先呼とする回線留保制御が適用されるものとする。ここでは、同時接続回線数の観測による回線留保とし、基本呼換算の留保回線数を  $Tr$  で表す。

ただし、 $N = N_1$  とする。

回線群における時間  $t$  での基本呼、 $m$  倍呼の同時接続呼数をそれぞれ  $X_{1t}$ 、 $X_{2t}$  で表す。時間  $t$  における回線群の状態は、 $(X_{1t}, X_{2t})$  で表される。この回線群モデルの挙動はマルコフ過程で記述できる。このマルコフ過程を  $X_t = (X_{1t}, X_{2t}), t \in R_+$  で表す。状態空間を  $E = \{(j_1, j_2) : 0 \leq j_1 \leq N - Tr, 0 \leq j_2 \leq \lfloor N/m \rfloor, j_1 + mj_2 \leq N\}$  で表す。 $N = 16, m = 4, Tr = 4$  のときの状態遷移図を図 4.2 に示す。この過程に関連するベクトルならびに行列の要素は、状態ベクトル  $(i_1, i_2)$  について辞書式順序に並べられるものとする。詳細な記述は省略するが、マルコフ過程  $X_t$  の無限小生成作用素、ならびに定常分布をそれぞれ  $Q, \pi$  で表す。 $\pi$  は、平衡方程式  $\pi Q = 0$  と正規化条件  $\pi e = 1$  を解いて求める。ただし、回線留保制御が適用されている場合には、定常分布  $\pi$  は 3.4 節に示した積形式解とならないため、数値的に線形方程式を解く。

呼種 1、2 の溢れ呼に関するトラヒックセット  $\theta_{o_1}, \theta_{o_2}$  は、 $\theta_{o_1} = \{((j_1, j_2), (j_1, j_2)) : N - Tr \leq j_1 + mj_2 \leq N\}$ 、および  $\theta_{o_2} = \{((j_1, j_2), (j_1, j_2)) : N - m + 1 \leq j_1 + mj_2 \leq N\}$  で与えられる。呼種  $i$  の溢れ呼生起率行列を  $A_{o_i}, i = 1, 2$  で表す。呼種  $i$  の溢れ呼量の 1 次、2 次モーメント、および 2 次交差モーメントをそれぞれ  $L_{o_i}^{(1)}, L_{o_i}^{(2)}, L_{o_1 o_2}$  で表すと、以下のモーメント計算公式が成り立つ。

$$L_{o_i}^{(1)} = \frac{1}{\mu_i} \pi A_{o_i} e, \quad i = 1, 2, \quad (4.11)$$

$$L_{o_i}^{(2)} = \frac{1}{\mu_i} l_{o_i}^{(1)} A_{o_i} e + L_{o_i}^{(1)}, \quad i = 1, 2, \quad (4.12)$$

$$L_{o_1 o_2} = \frac{1}{\mu_1 + \mu_2} (l_{o_1}^{(1)} A_{o_2} + l_{o_2}^{(1)} A_{o_1}), \quad (4.13)$$

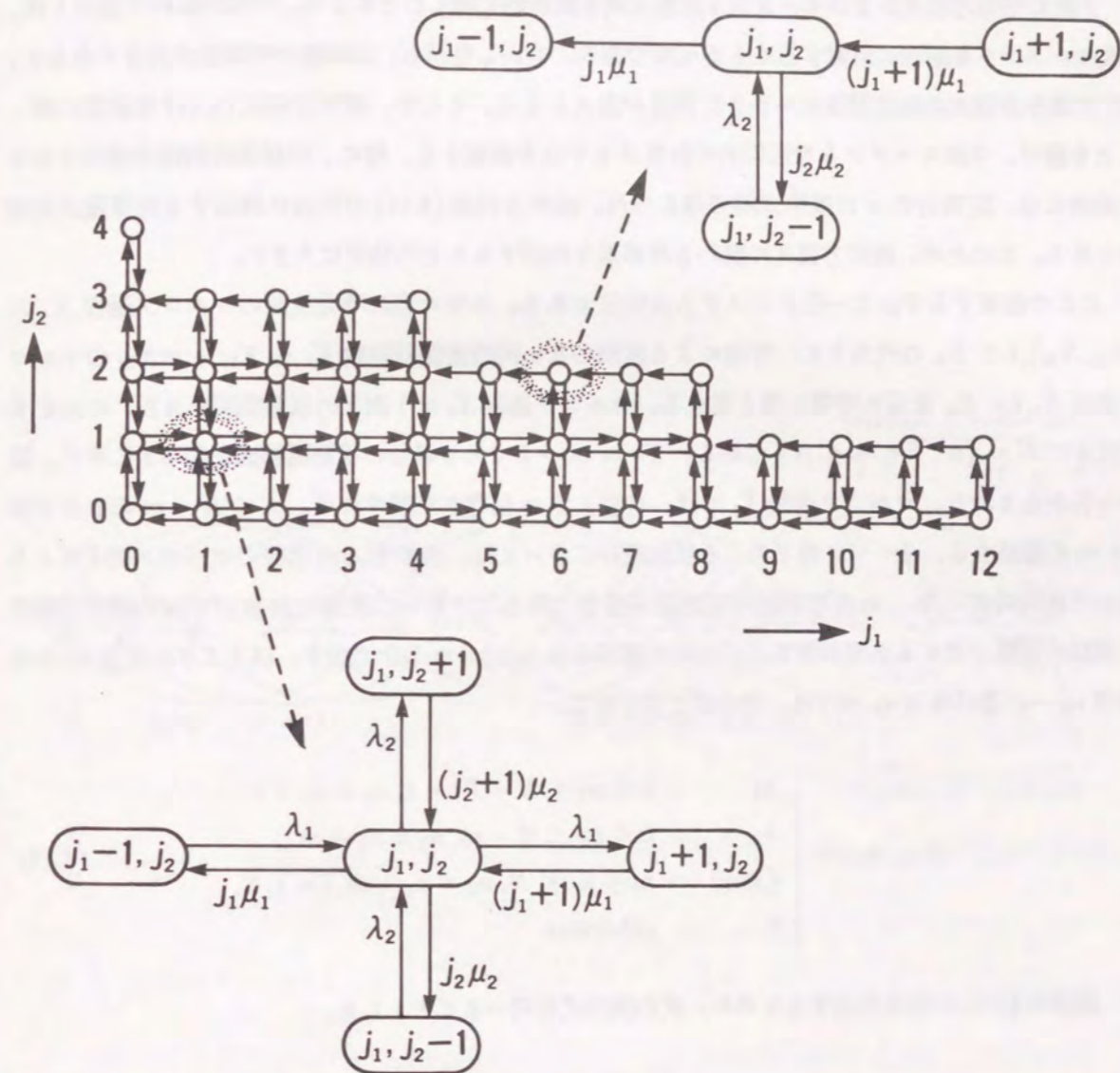


図 4.2 回線留保制御のある 2 元速度回線群モデルの状態遷移図例 ( $N = 16, m = 4, Tr = 4$ )

$$l_{o_i}^{(1)}(\mu_i I - Q) = \pi \Lambda_{o_i}, \quad i = 1, 2. \quad (4.14)$$

#### [B] 2次モーメントの近似計算法

上記の平衡方程式およびモーメント計算公式を数値的に解くことにより、呼種別溢れ呼量の1次、2次モーメントを厳密に計算することが可能である。しかしながら、回線数や呼種数が大きくなると、 $|E|$ 次線形方程式の数値解法にかかる計算量が膨大となる。そこで、線形方程式(4.14)を厳密に解くことを避け、2次モーメントを近似的に計算する手法を提案する。特に、回線留保制御が適用されない場合には、定常分布 $\pi$ は積形式解で与えられ、線形方程式(4.14)の解法に対応する計算量が支配的となる。このため、線形方程式に関わる計算量を削減することの効果は大きい。

ここで提案する手法は一種のシステム近似法である。本来の溢れ呼発生源のマルコフ過程 $X_t = (X_{1t}, X_{2t})$ ,  $t \in R_+$ の代わりに、呼種による区別のない同時接続回線数 $\hat{X}_t = X_{1t} + mX_{2t}$ のマルコフ過程 $\hat{X}_t$ ,  $t \in R_+$ を溢れ呼発生源と考える。マルコフ過程 $\hat{X}_t$ は1次元の状態空間をもち、これを $\hat{E}$ で表す。 $\hat{E} = \{n : 0 \leq n \leq N\}$ である。 $Tr = m - 1$ である場合の状態遷移図を図4.3に示す。図から分かるとおり、マルコフ過程 $\hat{X}_t$ では、状態 $j$ で $m$ 倍呼が到着すれば、 $n \leq N - m$ のとき状態 $n + m$ に遷移する。サービス終了による状態遷移については、基本呼、 $m$ 倍呼のサービス終了によりそれぞれ同時に1本、 $m$ 本の接続中の回線が空きとなることから、状態 $n$ において $n$ の減少方向に2種類の遷移を考える必要がある。これらの遷移率を $\xi_i(n)$ ,  $i = 1, 2$ で表す。以上より、状態 $n_1$ から状態 $n_2$ への遷移率 $q(n_1, n_2)$ は、次の式で表される。

$$q(n_1, n_2) = \begin{cases} \lambda_1 & : 0 \leq n_1 \leq N - Tr - 1, n_2 = n_1 + 1, \\ \lambda_2 & : 0 \leq n_1 \leq N - m, n_2 = n_1 + m, \\ \xi_i(n_1) & : m \leq n_1 \leq N, n_2 = n_1 - m, i = 1, 2, \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.15)$$

遷移率 $\xi_i(n)$ の値を決定するために、次の関係式を用いることとした。

$$\xi_i(n) = \mu_i E[j_i | j_1 + mj_2 = n], \quad i = 1, 2. \quad (4.16)$$

ここで、 $E[j_i | j_1 + mj_2 = n]$ は、一回線群における呼種 $i$ の同時接続呼数 $j_i$ の条件付き期待値を表し、 $\pi$ を用いて、

$$E[j_i | j_1 + mj_2 = n] = \frac{\sum_{(j_1, j_2), j_1 + mj_2 = n} j_i \pi(j_1, j_2)}{\sum_{(j_1, j_2), j_1 + mj_2 = n} \pi(j_1, j_2)}, \quad i = 1, 2, \quad (4.17)$$

と表される。式(4.16)と(4.17)により与えられる遷移率 $\xi_i(n)$ を用いれば、マルコフ過程 $\hat{X}_t$ の定常

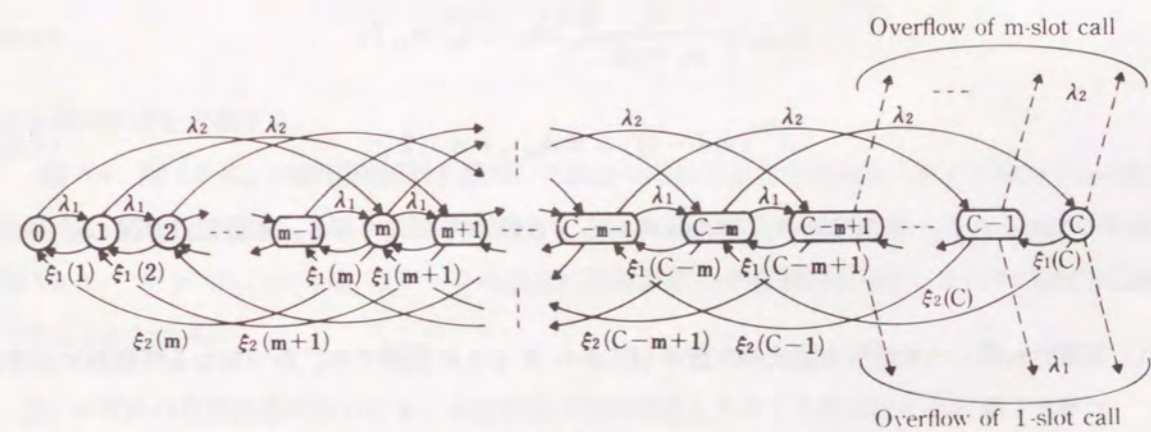


図4.3 マルコフ過程 $\hat{X}_t$ の状態遷移図( $Tr = m - 1$ )

分布  $\hat{\pi}$  は、

$$\hat{\pi}(n) = \sum_{(j_1, j_2) \in E_n} \pi(j_1, j_2), \quad (4.18)$$

で与えられる。ここで、 $E_n = \{(j_1, j_2) : j_1 + mj_2 = n\} \subset E$  である。

マルコフ過程  $\hat{X}_t$  にモーメント計算公式を適用することにより、呼種  $i$  の溢れ呼量の 1 次、2 次モーメントの近似値  $\hat{L}_{o_i}^{(1)}$ 、 $\hat{L}_{o_i}^{(2)}$ 、 $\hat{L}_{o_1 o_2}$  は、

$$\hat{L}_{o_i}^{(1)} = \frac{1}{\mu_i} \hat{\pi} \hat{\Lambda}_{o_i} \mathbf{e}, \quad i = 1, 2, \quad (4.19)$$

$$\hat{L}_{o_i}^{(2)} = \frac{1}{\mu_i} \hat{l}_{o_i}^{(1)} \hat{\Lambda}_{o_i} \mathbf{e} + \hat{L}_{o_i}^{(1)}, \quad i = 1, 2, \quad (4.20)$$

$$\hat{L}_{o_1 o_2} = \frac{1}{\mu_1 + \mu_2} (\hat{l}_{o_1}^{(1)} \hat{\Lambda}_{o_2} + \hat{l}_{o_2}^{(1)} \hat{\Lambda}_{o_1}), \quad (4.21)$$

$$\hat{l}_{o_i}^{(1)} (\mu_i \mathbf{I} - \hat{Q}) = \hat{\pi} \hat{\Lambda}_{o_i}, \quad i = 1, 2, \quad (4.22)$$

なる式で与えられる。式 (4.22) が式 (4.14) に対応する線形方程式である。本近似計算法の最大の利点は、

- (1) 数値的に解くべき線形方程式の次数が  $|E|$  から  $N + 1$  に削減され、かつ加わる呼種数に依存して増大しない、
- (2) 線形方程式 (4.22) の係数行列は、バンド幅  $2m + 1$  のバンド行列である、

ことから、高速な数値計算が可能となることである。

#### [C] 溢れ呼特性の数値例と評価

溢れ呼量の分散係数の数値例を示し、近似手法の精度を評価する。

一次回線群モデルからの呼種 1、2 の溢れ呼量の分散係数を  $Z_1$ 、 $Z_2$  で表す。 $m$  倍呼の溢れ呼量を基本呼換算し、基本呼の溢れ呼量と合成することによって求まる全溢れ呼量の分散係数を  $Z$  で表す。これらの分散係数は、以下の式により計算される。

$$Z_i = \frac{v_i}{a_i}, \quad i = 1, 2, \quad Z = \frac{v}{a}. \quad (4.23)$$

ここで、

$$a_i = L_{o_i}^{(1)}, \quad (4.24)$$

$$v_i = L_{o_i}^{(2)} - (L_{o_i}^{(1)})^2, \quad (4.25)$$

$$a = a_1 + ma_2, \quad (4.26)$$

$$v = v_1 + 2mCov(o_1, o_2) + m^2 v_2, \quad (4.27)$$

$$Cov(o_1, o_2) = L_{o_1 o_2} - a_1 a_2, \quad (4.28)$$

である。 $Z_i$ 、 $Z$  に対応する近似値を  $\hat{Z}_i$ 、 $\hat{Z}$  で表す。近似精度を表す指標として、

$$r_i = \frac{\hat{Z}_i - Z_i}{Z_i}, \quad (4.29)$$

$$r = \frac{\hat{Z} - Z}{Z}, \quad (4.30)$$

なる相対誤差を定義する。

図 4.4、図 4.5 に、回線留保制御を適用した場合の溢れ呼量の分散係数、および相関係数の数値例を示す。図 4.6、4.7 に、 $N = 48$ 、 $m = 4, 6$ 、 $Tr = 0$  の場合の相対誤差  $r_i$ 、 $r$  の数値例を示す。図 4.8 に、 $N = 48$ 、 $m = 6$ 、 $Tr = 5$  の場合の相対誤差  $r_i$  の数値例を示す。これらの数値例から以下のことがいえる。

- (1) いずれの分散係数についても、本近似法では厳密値より小さな近似値を与える。
- (2)  $\mu_1/\mu_2 = 1$  の場合、いずれの近似値も厳密値に極めて近く、本近似法は、 $\mu_1/\mu_2$  が 1 に近い範囲では良好な近似精度をもつものと考えられる。
- (3)  $\mu_1$  が  $\mu_2$  に比べ大きくなると近似精度が低下する。この傾向は特に基本呼について著しい。
- (4) 回線留保制御を適用する場合には、近似精度が低下する。
- (5) 総合的には、基本呼よりも  $m$  倍呼に対する近似精度の方が良好である。

#### 4.4.2 二次回線群における呼種別呼損率特性の近似計算法

##### [A] 計算手法

図 4.9 に示すクラスタ網モデルを考える。ここで、以下の記号を用いる。

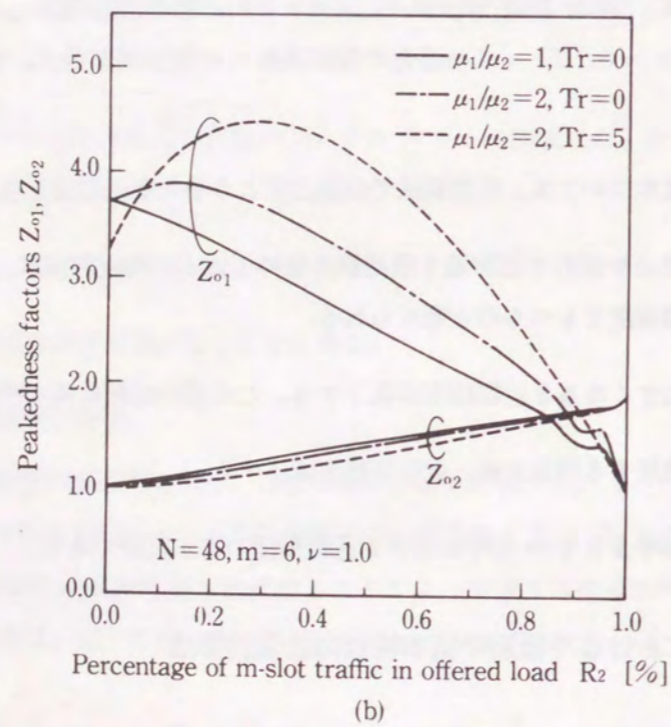
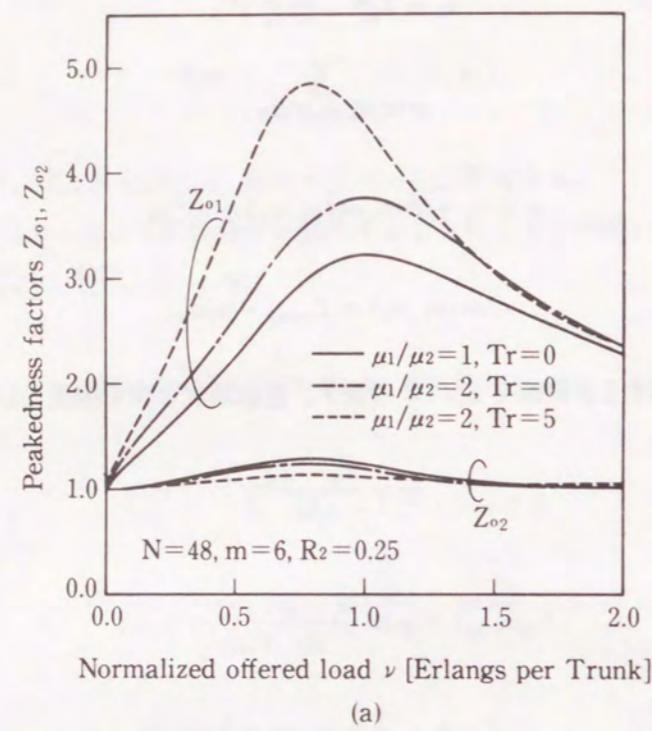


図 4.4 回線留保制御のある 2 元速度回線群モデルにおける呼種別溢れ呼量の分散係数特性

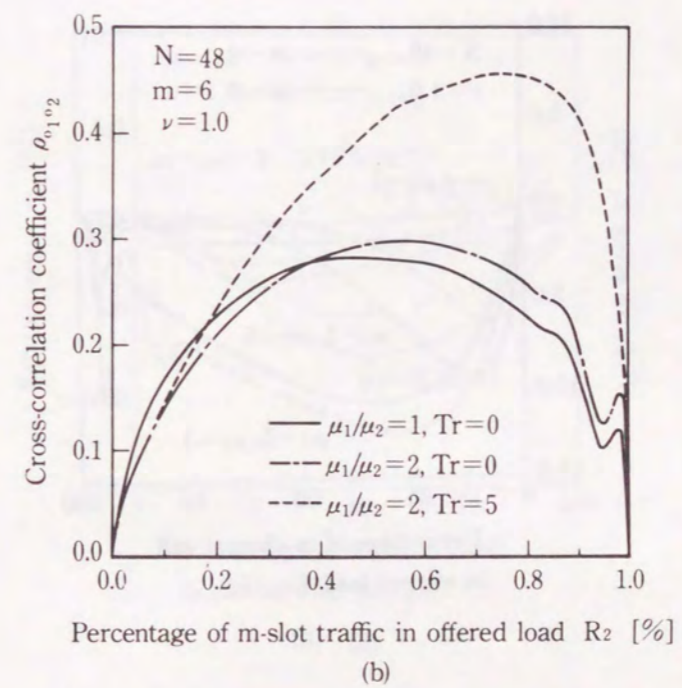
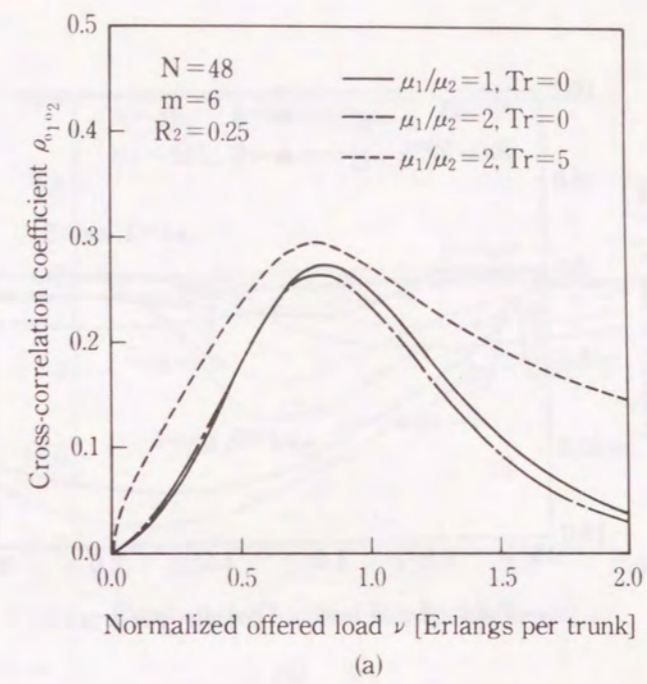
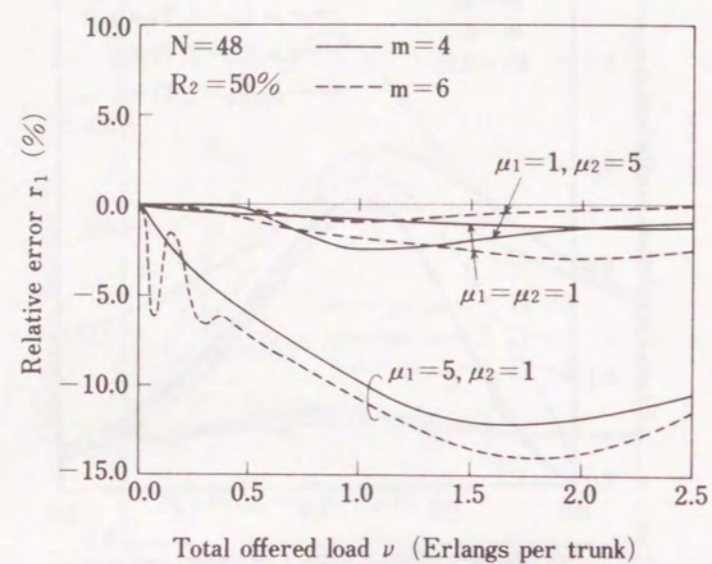
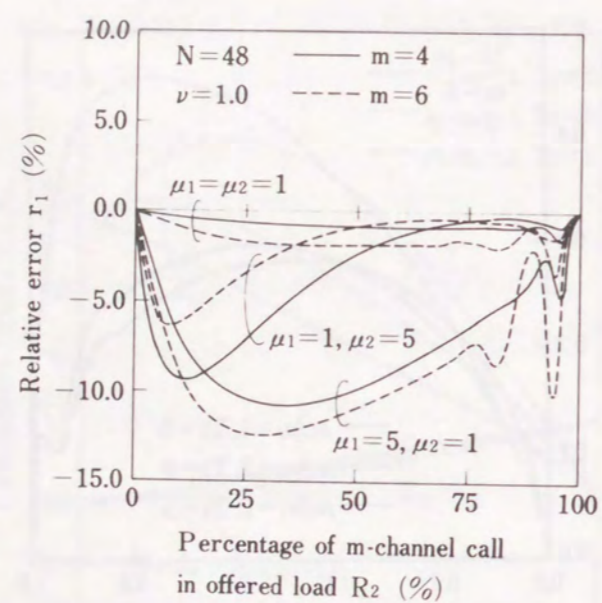


図 4.5 回線留保制御のある 2 元速度回線群モデルにおける呼種別溢れ呼量の相関係数特性

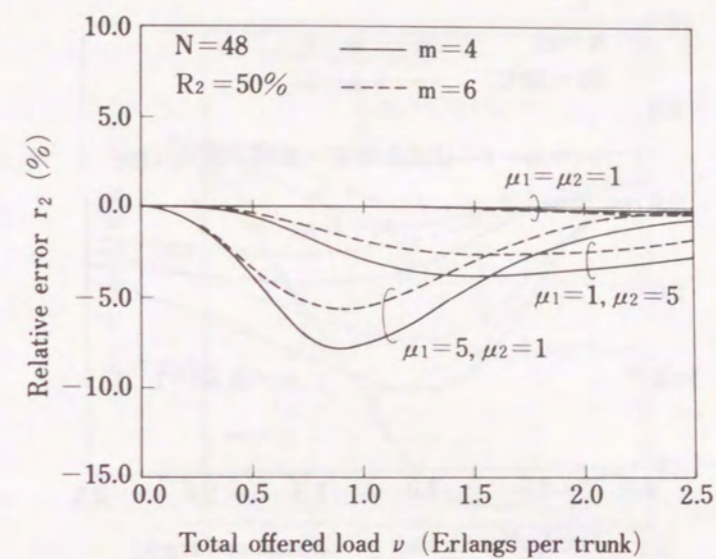


(a)

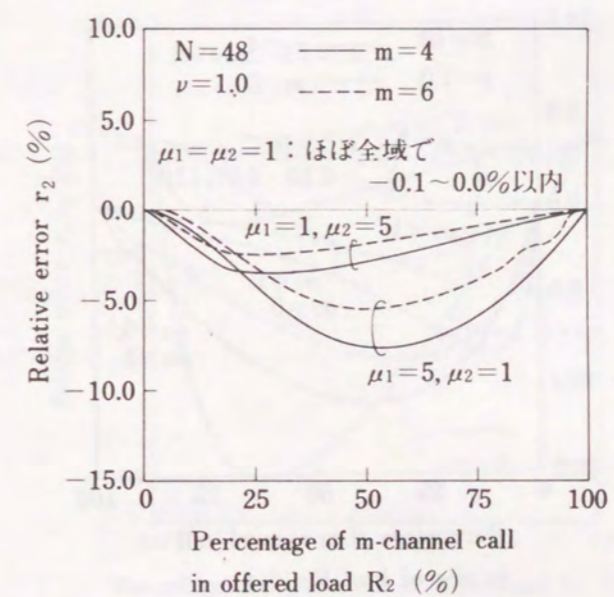


(b)

図 4.6 相対誤差  $r_1, r_2$  の数値例 ( $T_r = 0$  の場合)

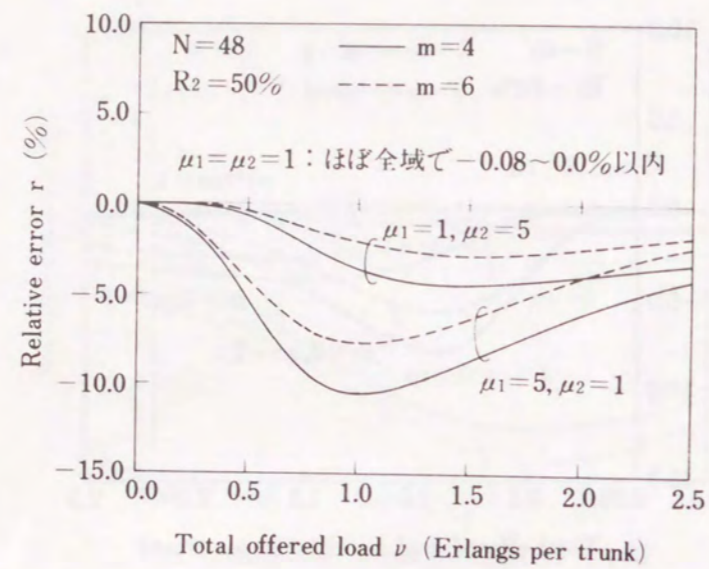


(c)

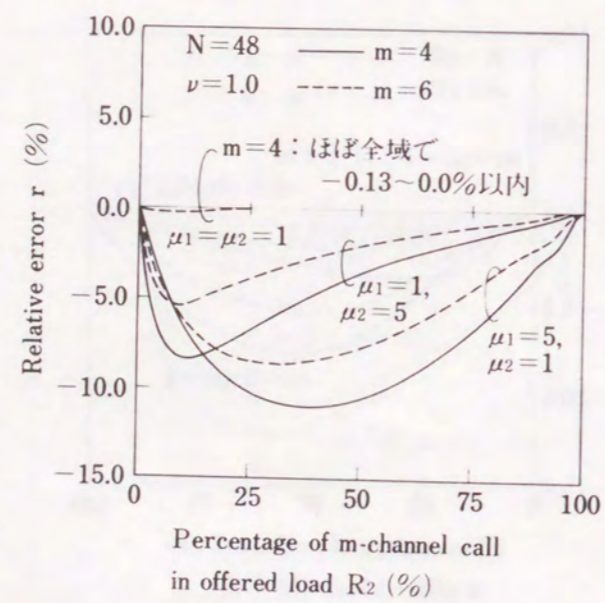


(d)

図 4.6 のつづき

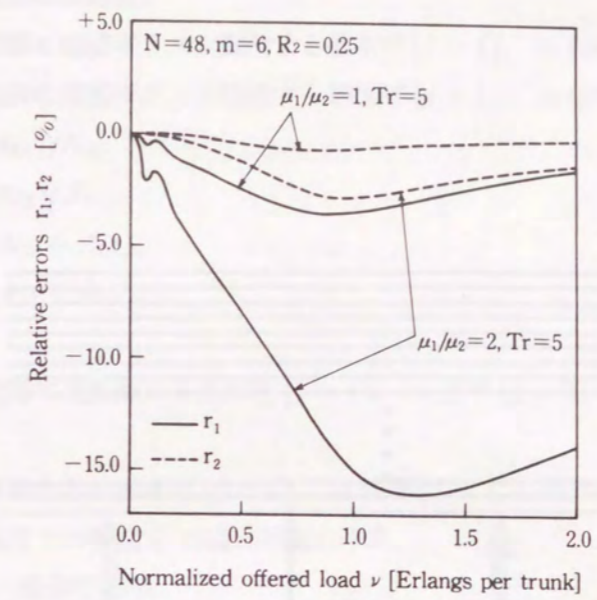


(a)

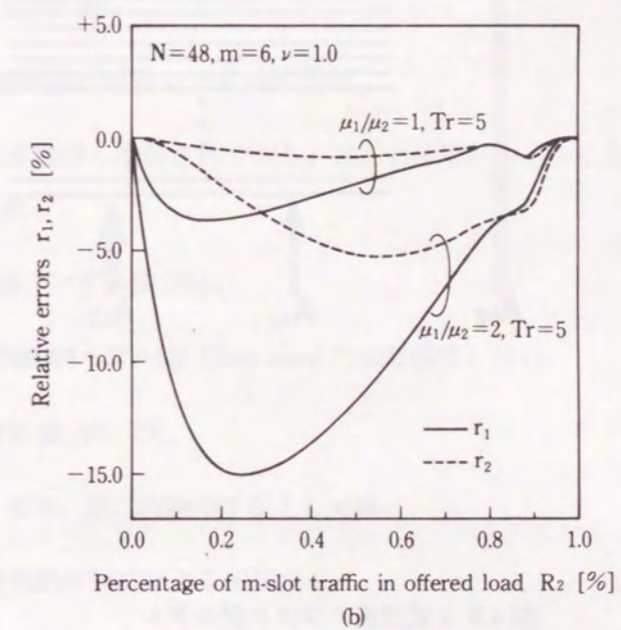


(b)

図 4.7 相対誤差  $r$  の数値例 ( $Tr=0$  の場合)



(a)



(b)

図 4.8 相対誤差  $r_1, r_2$  の数値例 ( $Tr=5$  の場合)

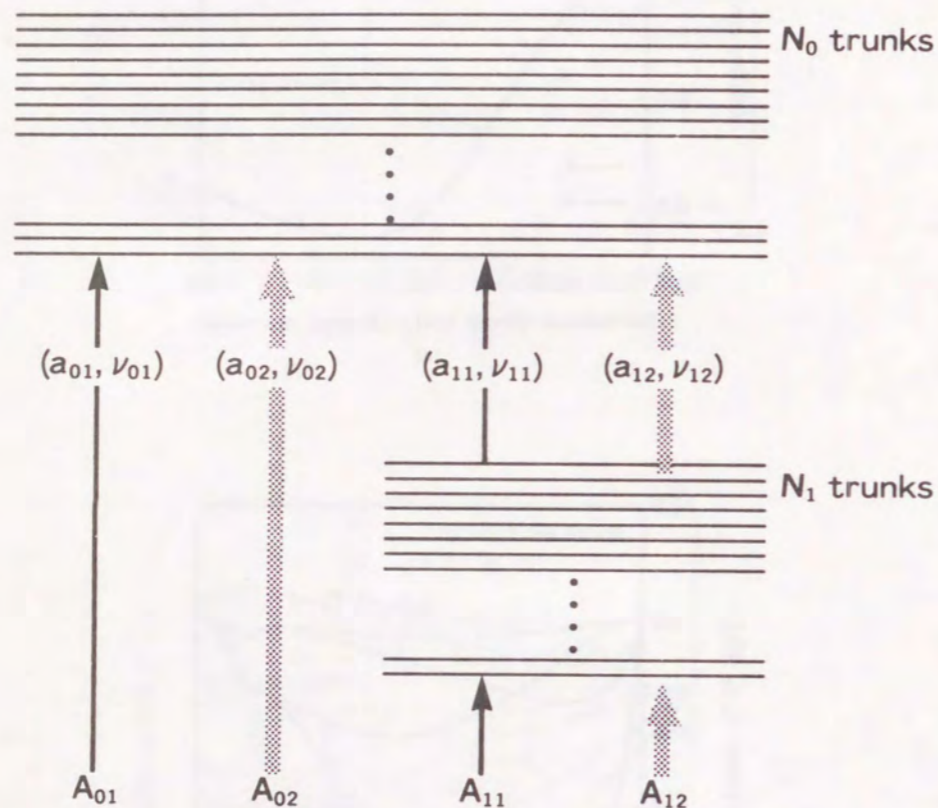


図 4.9 2 元速度クラスター網モデル

- $N_2$  = 二次回線群の回線数,
- $N_1$  = 一次回線群の回線数,
- $A_{0j}$  = 二次回線群に直接ボアソン到着する基本呼 ( $j = 1$ )、 $m$  倍呼 ( $j = 2$ ) の呼量の平均,
- $A_{1j}$  = 一次回線群に直接ボアソン到着する基本呼 ( $j = 1$ )、 $m$  倍呼 ( $j = 2$ ) の呼量の平均,
- $\nu_0$  =  $(A_{01} + A_{02})/N_0$ ,
- $\nu_1$  =  $(A_{11} + A_{12})/N_1$ ,
- $R_{02}$  =  $m A_{02}/(A_{01} + A_{02})$ ,
- $R_{12}$  =  $m A_{12}/(A_{11} + A_{12})$ ,
- $a_{0j}$  =  $A_{0j}$ ,
- $\nu_{0j}$  = 二次回線群に直接加わる基本呼 ( $j = 1$ )、 $m$  倍呼 ( $j = 2$ ) の呼量の分散,
- $a_{1j}$  =  $A_{1j}$ ,
- $\nu_{1j}$  = 一次回線群からの基本呼 ( $j = 1$ )、 $m$  倍呼 ( $j = 2$ ) の溢れ呼量の分散,
- $\bar{a}_{ij}$  = 二次回線群での呼種  $ij$  の溢れ呼量の平均,
- $B_{ij}$  = 呼種  $ij$  の総合呼損率.

同一速度の複数呼種が加わる二次回線群での呼種別呼損率近似計算手法として、従来より、

- (1) 総溢れ呼量  $x$  の近似計算、
- (2) 総溢れ呼量の呼種別溢れ呼量  $x_i$  への近似分解、

の 2 段階からなる手法が数多く検討されており、良好な結果が得られるものと報告されている [81]。

第一段階の手法としては、

- (1) Wilkinson の等価ランダム法 [83]、
- (2) Fredericks の等価輻輳モデル法 (Hayward の式の拡張) [21]、
- (3) Kuczura らの IPP 法 [48, 49]、

などが知られている。また、第二段階の手法としては、

- (1) Lindberger の発見的分解式による手法 [54]

$$\frac{x_i}{x} = \frac{(1 + \eta) E a_i}{(1 + \eta E) a} + \left[ 1 - \frac{(1 + \eta) E}{1 + \eta E} \right] \frac{v_i}{v}, \quad (4.31)$$

- (i)  $\eta = -1$  : Kuczura らの分解式 [48]、
- (ii)  $\eta = 0$  : Wallström の分解式 [70]、
- (iii)  $\eta = 1$  : Lindberger の分解式 [54]、

(2) Fredericks の分解式による手法 [22]、

(3) Manfield らの分解式による手法 [60]、

が知られている。また、Delbrouck[15, 16] は、迂回呼到着過程を状態依存型の到着率をもつポアソン過程で表現するという Wilkinson[83] の近似理論を拡張した BPP 法を提案している。

上記の手法のうち、IPP 法、BPP 法以外の手法では、そのままの形で多元速度回線群モデルに適用することはできない。しかし、 $m$  倍呼を基本呼換算した等価な呼量、分散によって表現し、もとの二次回線群モデルを等価な単元速度の二次回線群モデルで置き換えることができれば、上記の近似法を適用することが可能となる。以下に、IPP 近似法、および発見的近似分解法を提案する。ここでは、一次回線群が 1 本であるクラスタ網モデルを前提に述べるが、両近似手法とも一次回線群が 2 本以上の場合へ容易に拡張可能である。

#### • IPP 近似法

一次回線群から溢れて迂回する基本呼、 $m$  倍呼の二次回線群への到着過程をそれぞれ個別の IPP で近似する。時間  $t$  での二次回線群における基本呼、 $m$  倍呼の同時接続呼数をそれぞれ  $X_{1t}$ 、 $X_{2t}$  で表す。時間  $t$  での迂回基本呼の IPP の ON/OFF 状態、および迂回  $m$  倍呼の IPP の ON/OFF 状態をそれぞれ  $X_{IPPt}^{(1)}$ 、 $X_{IPPt}^{(2)}$  で表す。これら 2 種の IPP 呼が加わる二次回線群は、4 次元マルコフ過程  $X_t^* = (X_{1t}, X_{2t}, X_{IPPt}^{(1)}, X_{IPPt}^{(2)})$ ,  $t \in R_+$  で定式化される。このマルコフ過程の平衡方程式を解き、定常分布  $\pi^*$  を求めて呼種別呼損率を計算する。

#### • 発見的近似分解法

提案する発見的近似分解法は以下のステップからなる。

[ステップ 1] 二次回線群に加わる呼びをすべて基本呼換算して表す。

$$a_{ij}^* = m_j a_{ij}, v_{ij} = m_j^2 v_{ij}, i = 0, 1, j = 1, 2, m_1 = 1, m_2 = m. \quad (4.32)$$

[ステップ 2] 二次回線群に加わる総呼量  $a$ 、ならびにその分散  $v$  を次式により求める。

$$a^* = \sum_{i,j} a_{ij}^*, \quad (4.33)$$

$$v^* = \sum_{i,j} v_{ij}^* + 2m \text{Cov}(11, 12), \quad (4.34)$$

ここで、 $\text{Cov}(11, 12)$  は、呼種 11、12 の呼量の共分散を表す。

[ステップ 3] 非ランダム呼 ( $a^*, v^*$ ) が加わる二次回線群からの総溢れ呼量  $\bar{a}$  を 2 モーメント整合法による IPP 近似法を用いて求める。

[ステップ 4] 入力呼について、

$$a_j^* = a_{0j}^* + a_{1j}^*, v_j^* = v_{0j}^* + v_{1j}^*, j = 1, 2, \quad (4.35)$$

溢れ呼について、

$$\bar{a}_j = \bar{a}_{0j} + \bar{a}_{1j}, j = 1, 2, \quad (4.36)$$

とおき、速度別の溢れ呼量  $\bar{a}_j$  を次式により求める。

$$\bar{a}_j = \bar{a} \frac{v_j^*}{v_1^* + v_2^*}, j = 1, 2. \quad (4.37)$$

[ステップ 5] 呼種ごとの溢れ呼量  $\bar{a}_{ij}$  を次式を用いて求める。

$$\bar{a}_{ij} = \bar{a}_j \left[ w_j \frac{a_{ij}^*}{a_j^*} + (1 - w_j) \frac{v_{ij}^*}{v_j^*} \right], i = 0, 1, j = 1, 2, \quad (4.38)$$

ここで、

$$w_j = \frac{(1 + \eta_j) E_j}{1 + \eta_j E_j}, \quad (4.39)$$

$$E_j = \frac{\bar{a}}{a^*}, \quad (4.40)$$

$$\eta_j = \frac{\max_i(Z_{ij})}{\min_i(Z_{ij})} - 2. \quad (4.41)$$

上記の計算手順における式 (4.37) は、呼種 11、12 の溢れ呼間の相関を無視して、Lindberger[54] による異速度呼が加わる一次回線群からの呼種別溢れ呼量の近似分解式をそのまま適用したものである。式 (4.38) は、式 (4.31) の Lindberger の分解式である。式 (4.40) では、 $E_j = \bar{a}_j / a_j$  とせず、経験的に良い結果が得られている  $\bar{a} / a$  を用いた。式 (4.41) は、分散係数の大きい呼種に対して矛盾した結果となるのを抑制するために選んだパラメータ [54] である。

#### [B] 呼損率特性の数値例と評価

表 4.1 に、クラスタ網モデル例について求めた総溢れ呼量  $\bar{a}$  および総合呼損率  $B_{ij}$  の数値例を示す。表には、比較のため、4.3 節で提案した厳密解析法を用いて求めた厳密解も示した。 $\bar{a}$ 、 $B_{ij}$  の

表4.1 呼種別総合呼損率の厳密値と近似値の例

( $N_0=72, N_1=48, m=6, \mu_1=10, \mu_2=1, \nu_0=0.7, R_{02}=50\%$ )

$R_{12}(\%)$	$\nu_1$	$\bar{a}^E$		$B_{01}^E$		$B_{02}^E$		$B_{11}^E$		$B_{12}^E$	
		$\bar{a}^1$	$\bar{a}^2$	$B_{01}^1$	$B_{01}^2(\%)$	$B_{02}^1$	$B_{02}^2(\%)$	$B_{11}^1$	$B_{11}^2(\%)$	$B_{12}^1$	$B_{12}^2(\%)$
20	0.8	2.538		1.116		8.158		0.087		2.263	
		2.502	2.365	1.113	1.262	8.125	7.459	0.123	0.127	1.778	1.662
	1.0	4.476		1.905		12.524		0.385		7.215	
		4.389	4.291	1.904	2.143	12.426	11.838	0.568	0.574	5.829	5.703
	1.2	7.995		3.335		19.545		1.053		15.141	
		7.904	7.777	3.346	3.371	19.360	18.578	1.468	1.494	13.067	12.755
50	0.8	3.350		1.368		9.712		0.112		2.793	
		3.279	3.193	1.366	1.546	9.708	9.198	0.125	0.144	2.419	2.386
	1.0	5.991		2.242		14.563		0.350		6.969	
		5.821	5.873	2.252	2.473	14.625	14.234	0.445	0.465	6.088	6.461
	1.2	10.132		3.525		20.969		0.782		12.967	
		9.877	10.009	3.573	3.828	21.183	20.564	1.069	1.013	11.567	12.400
80	0.8	4.156		1.594		11.056		0.114		3.782	
		4.121	4.056	1.594	1.759	11.053	10.596	0.089	0.123	3.017	3.038
	1.0	7.345		2.521		16.183		0.285		6.782	
		7.267	7.364	2.529	2.593	16.217	15.676	0.256	0.315	6.558	7.110
	1.2	11.941		3.723		22.278		0.562		11.552	
		11.811	12.022	3.755	3.541	22.811	21.336	0.558	0.601	11.176	12.335

上付添字1、2、Eは、それぞれIPP近似法、発見的近似分解法、厳密解析法の解であることを示す。近似解析法では、一次回線群からの溢れ呼量のモーメントとして、いずれの場合も厳密値を用いた。このため、表4.1に示される誤差は、溢れ呼量の1次、2次モーメントを用いた回線群分解法の誤差、および二次回線群における呼損率近似計算の誤差である。なお、FACOM M380S汎用計算機による本表の数値計算では、IPP近似法、発見的近似分解法でそれぞれ1.79秒、0.20秒のCPU時間が必要であった。厳密解析法では、10分から20分の範囲のCPU時間であった。表から以下のことが分かる。

- (1) IPP近似法は、特に総溢れ呼量に関する近似精度、および高負荷時における呼種別呼損率が良好であるといえる。
- (2) いずれの近似解法においても、 $R_2$ が大きい、すなわち、 $m$ 倍呼の割合が多い場合の方が近似精度が高い。
- (3) 発見的分解近似法は、計算量が少なく、総合呼損率の粗い推定には十分有効である。

## 4.5 結言

多元速度迂回中継網における呼種別総合呼損率の解析法について考察し、厳密解析法、および回線群分解による近似解析法を考案した。

厳密解析法については、クラスタ網モデルへの具体的適用法について述べた。大規模な平衡方程式の数値計算アルゴリズムとして、適応的加速パラメータ修正によるSOR法を採用し、既存のパラメータ修正アルゴリズムを改良して収束性能を改善した。クラスタ網モデルにおける呼種別総合呼損率の数値計算を行い、近似解析法の評価のための数値データとして示した。

近似解析法については、網を回線群に分割し、一次回線群からの迂回トラヒック特性を近似解析する手法、および二次回線群における呼種別呼損率を近似解析する手法をそれぞれ考案し、具体的計算アルゴリズムを示すとともに、数値例を示して評価した。

一次回線群からの迂回呼の生起過程は、一次回線群を表現するマルコフ型待ち行列システムにおける溢れトラヒックのモーメントを解析することにより特徴付けることができる。まず、モーメント計算公式を直接適用した1次、2次モーメントの厳密計算法を示した。次に、縮約したマルコフ型待ち行列システムを用いて一次回線群を近似的に記述するシステム近似法を導入し、縮約システムでの溢れトラヒックのモーメントを求めて、これを本来のシステムにおける溢れトラヒックのモーメントとする近似解析法を述べた。回線留保制御が適用される場合も含めた回線群モデルについて検討し、回線留保制御による影響についても考察した。各種の数値例から、低速呼、高速呼の平均サービス時間の差が小さい場合には、提案した近似解析法の近似精度は極めて良好であること、その差が大きい

場合および留保量が大きい場合には、近似精度が劣化するため改良が必要であることを明らかにした。

二次回線群における呼種別呼損率の近似解析法として、呼種別 IPP 近似法、および発見的近似分解法を提案した。数値例から、IPP 近似法における総溢れ呼量の近似精度が特に良好であること、発見的近似分解法は計算量が極めて少なく呼種別呼損率の概略評価には十分有効であることを示した。

## 第 5 章 多元速度迂回中継網におけるサービス品質制御手法の比較評価

### 5.1 緒言

多元速度回線交換網においては、大群化効果やトラヒック変動吸収効果などの点で、複数種の通信トラヒックによって回線群を共有させる多元トラヒック処理方式が有利である。しかしながら、前章の数値例からも分かるとおり、多元トラヒック処理方式をとる多元速度回線群では、端数出線効果等により、一般に低速呼に比べ高速呼の接続品質が大きく劣化する傾向があり、呼種別の接続品質が速度クラスによって大きく異なってしまう接続品質の不均衡の問題が生じる。このため、網を高効率に運用しつつ呼種別の接続品質に対する要求値を満足させ、かつ過負荷に対してできる限り良好な接続品質特性を実現するために、各回線群において回線留保方式等のサービス品質制御手法を併用する必要がある。

多元速度回線群に対して適用可能なサービス品質制御手法として、回線留保方式の他に、CCITT において検討されている分離回線群方式 [11] や接続呼数そのものを制御する仮想回線方式などが考えられる。回線留保方式は高能率性の点で優れているが、分離回線群方式などを含めた他の方式との特性の比較は十分に明らかにされておらず、この点の検討を行っておくことが必要である。

本章では、速度の異なる 2 種類の即時呼が加わる多元速度回線群を考え、この回線群に対して適用可能な

- (1) 回線留保方式、
- (2) 分離高使群方式、
- (3) 分離最終群方式、
- (4) 仮想回線方式、

の 4 方式のトラヒック特性を解析し、性能比較を行う。ここでは、これら 4 方式を適用した場合のトラヒック特性として、

- (1) 過負荷に対する呼種別呼損率特性、
- (2) 呼種別の溢れ呼量の分散係数特性、
- (3) 呼種別の運ばれる呼量の分散係数特性、

について考える。5.2 節では、多元速度回線群モデル、および上記 4 方式の制御法と特徴を述べる。5.3 節では、各制御方式を適用した回線群について、上記の 3 つのトラヒック特性評価項目を解析手法を示す。5.4 節では、前節の解析結果を用いて求めたトラヒック特性評価項目の数値例を示し、4 方式の性能を明らかにする。さらに、これらの数値例をもとに、多元速度回線交換網へのサービス品質制御手法の適用法についても考察する。

## 5.2 呼種別のサービス品質を制御する手法

速度の異なる 2 種類の呼びが加わる即時式回線群モデルを考える。3.5.1 項の仮定 (1)、(2)、(3) を設ける。

このような多元速度回線群に適用するサービス品質制御法は、2 種類の即時呼のうち一方を優先呼、他方を非優先呼としてそれぞれの呼びの接続品質を制御するものであり、ここでは、制御を適用しない場合に高呼損率となる  $m$  倍呼を優先呼に選ぶものと仮定する。

サービス品質制御手法としては、回線留保方式、分離高使群方式、分離最終群方式、および仮想回線方式を取りあげる。以下、それぞれについて、制御方法ならびに特徴を述べる。

### 5.2.1 回線留保方式 (Trunk Reservation : TR)

一般的には、両呼種の同時接続呼数の状態に適応した回線留保制御（次章を参照）が考えられるが、ここでは、優先呼の生起に備えて留保する回線数  $r$ （基本呼換算）を設定する方式を考える。これは、非優先呼の到着時に同時接続回線数を観測し、空き回線数が留保回線数  $r$  以下であればその非優先呼を呼損とすることにより、呼種別呼損率を制御する手法である。回線群中の各回線は、すべて同等であり、いずれも優先呼、非優先呼によって共有される。

### 5.2.2 分離高使群方式 (Split High-usage Group : SH)

本方式は、回線群を仮想的に共有部分と優先呼に対する専用部分に分離し、専用部分を共用部分の前位に設けることによって呼種別呼損率を制御する手法である。ただし、 $h$  は  $m$  の整数倍の値をとるものとする。優先呼は、到着時にまず専用部分の空き回線を選択し、空き回線がなければ共用部分の空き回線を選択する。優先呼の呼損は、最終的に共用部分で生ずる。一方、非優先呼は、共用部分に空き回線があるときのみ回線を捕捉し、それ以外では、すべて呼損となる。本方式は、回線群中の各回線が同等でなく仮想的に分離されている点で、回線留保方式と本質的に異なっている。

### 5.2.3 分離最終群方式 (Split Final Group : SF)

本方式では、分離高使群方式と同様、回線群を仮想的に共用部分と優先呼に対する専用部分に分離するが、専用部分を共用部分の後位に設けることにより呼種別呼損率を制御する手法である。ここで、専用部分の回線数（基本呼換算）を  $f$  で表す。ただし、 $f$  は  $m$  の整数倍の値をとるものとする。優先呼は、共用部分、専用部分の空き回線のみを選択する。本方式は、分離高使群方式と同様、回線が同等でなく仮想的に分離されている点では回線留保方式と異なっている。

### 5.2.4 仮想回線方式 (Virtual Circuit : VC)

本方式は、非優先呼の同時接続呼数の上限値を  $N - v$  と設定し、非優先呼の到着時に同時接続呼数が  $N - v$  であればその非優先呼を呼損とする制御方式である。ここで、 $v$  を制御パラメータとする。本方式は、同時接続回線数でなく非優先呼の同時接続呼数に対して制限を設けている点で上記の回線留保方式とは異なるが、回線群中の各回線は、すべて同等であり、いずれも優先呼、非優先呼によって共有される。

## 5.3 各制御方式を適用した回線群のトラヒック解析法

前述のように、サービス品質制御を適用する回線群からさらに後段の迂回ルートに呼びが迂回する場合も考慮し、次のような項目について解析する。

- (1) 呼種別呼損率：基本呼、 $m$  倍呼の呼損率をそれぞれ  $b_1$ 、 $b_2$  で表す。
- (2) 呼種別溢れ呼量の分散係数：基本呼、 $m$  倍呼の溢れ呼量の分散係数をそれぞれ  $Z_{O1}$ 、 $Z_{O2}$  で表す。
- (3) 呼種別の運ばれ呼の分散係数：運ばれる基本呼、 $m$  倍呼の分散係数をそれぞれ  $Z_{C1}$ 、 $Z_{C2}$  で表す。

### 5.3.1 回線留保方式

回線留保方式を適用する回線群における時間  $t$  での基本呼、 $m$  倍呼の同時接続呼数をそれぞれ変数  $X_{1t}^T$ 、 $X_{2t}^T$  で表し、マルコフ過程  $X_t^T = (X_{1t}^T, X_{2t}^T), t \in R_+$  を考える。ここで、 $X_{1t}^T$ 、 $X_{2t}^T$  は  $0 \leq X_{1t}^T \leq N - r$ 、 $0 \leq X_{2t}^T$ 、 $0 \leq X_{1t}^T + mX_{2t}^T \leq N$  を満たす整数値を取り、この状態空間を  $E^T$  で表す。上付添字  $T$  は回線留保方式を適用していることを示す。この過程に関連するベクトルならびに行列の要素は、ベクトル  $(X_{1t}^T, X_{2t}^T)$  の辞書式順序に並べられるものとする。

解析手法は4.4.1項[A]と同様である。呼種別呼損率 $b_1$ 、 $b_2$ は、過程 $X_t^T$ の平衡方程式 $\pi^T Q^T = 0$ と正規化条件 $\pi^T e = 1$ を解いて定常分布 $\pi^T$ を求めることにより計算できる。ただし、回線留保制御が適用されている場合には、定常分布 $\pi^T$ は積形式解とならないため、数値的に線形方程式を解く。

溢れ呼量のモーメントは、モーメント計算公式を適用して計算することが可能である。ただし、ここでは回線留保制御が適用されるため、この点を反映した無限小生成作用素 $Q^T$ 、および溢れ呼生起率行列 $A_{O_i}^T$ を用いる。呼種 $i$ の溢れ呼量の1次、2次モーメントを $L_{O_i}^{(1)T}$ 、 $L_{O_i}^{(2)T}$ で表すと、モーメント計算公式は以下のように表される。

$$L_{O_i}^{(1)T} = \frac{1}{\mu_i} \pi^T A_{O_i}^T e, \quad i = 1, 2, \quad (5.1)$$

$$L_{O_i}^{(2)T} = \frac{1}{\mu_i} l_{O_i}^{(1)T} A_{O_i}^T e + L_{O_i}^{(1)T}, \quad i = 1, 2, \quad (5.2)$$

$$l_{O_i}^{(1)T} (\mu_i I - Q^T) = \pi^T A_{O_i}^T, \quad i = 1, 2. \quad (5.3)$$

運ばれる呼についても同様に、仮想無限サーバ群を仮定し、呼種 $i$ の到着呼が接続されるのと同時に仮想無限サーバ群においても呼びが新たに接続されるものとする。仮想無限サーバ群上の呼びは、元の回線群上の呼びとは独立に平均値 $1/\mu'_i = 1/\mu_i$ の指数サービス時間分布に従ってサービスされるものと仮定する。呼種 $i$ の運ばれる呼量の1次、2次モーメント $L_{C_i}^{(1)T}$ 、 $L_{C_i}^{(2)T}$ は、運ばれる呼の生起率行列を $A_{C_i}^T$ で表すと、

$$L_{C_i}^{(1)T} = \frac{1}{\mu_i} \pi^T A_{C_i}^T e, \quad i = 1, 2, \quad (5.4)$$

$$L_{C_i}^{(2)T} = \frac{1}{\mu_i} l_{C_i}^{(1)T} A_{C_i}^T e + L_{C_i}^{(1)T}, \quad i = 1, 2, \quad (5.5)$$

$$l_{C_i}^{(1)T} (\mu_i I - Q^T) = \pi^T A_{C_i}^T, \quad i = 1, 2. \quad (5.6)$$

なるモーメント計算公式により計算できる。

### 5.3.2 分離高使群方式

$m$ 倍呼の優先呼として分離高使群方式を適用した回線群のモデルは、図5.1に示すモデル、すなわち専用部分を一つの回線群とし、そこからの優先呼の溢れ呼が更に共通部分に対応する回線群に加わる回線モデルと等価である。そこで、計算を容易にするため、専用部分からの溢れ呼過程をIPPで近似し、専用部分と共用部分を分離してトラヒック特性を解析する。

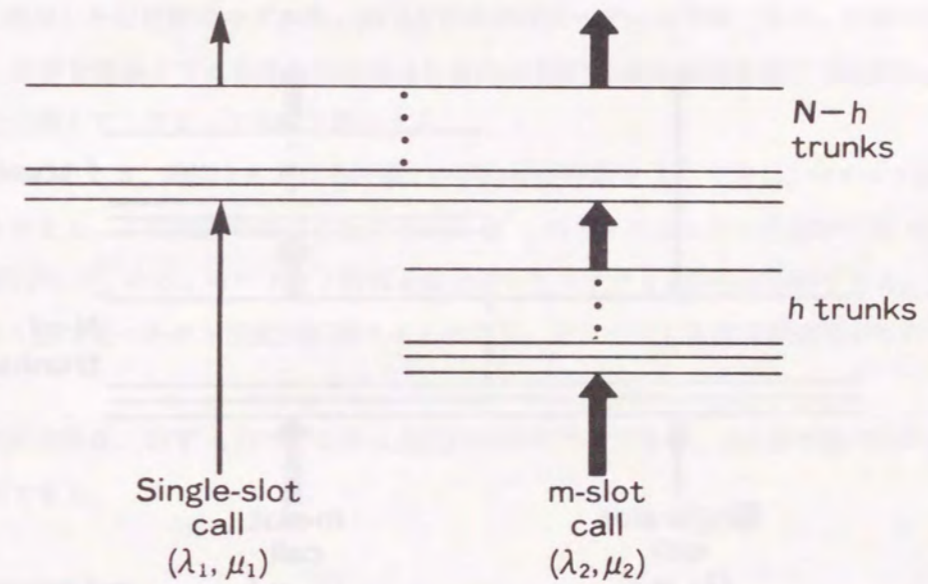


図 5.1 分離高使群方式の回線群モデル

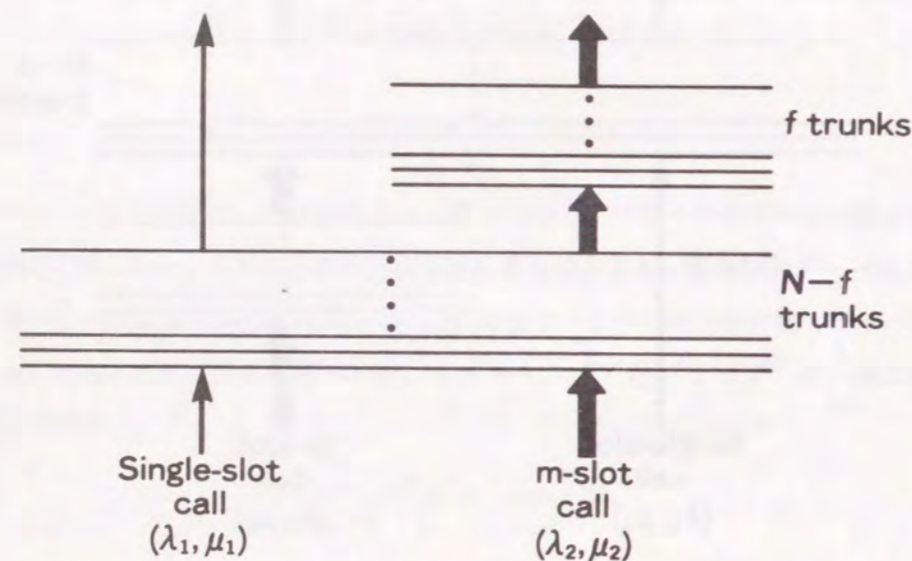


図 5.2 分離最終群方式の回線群モデル

$m$  倍呼専用部分は、IPP 入力のある単元速度回線群モデルであり、3.4 節で述べた計算手法等がそのまま利用できる。

時間  $t$  での IPP の ON/OFF 状態、および共用部分における呼種  $i$  の同時接続呼数をそれぞれ変数  $X_{IPPt}^H$ 、および  $X_{it}^H$  で表す。IPP の状態遷移を含めた共用部分の挙動を記述する 3 次元マルコフ過程  $X_t^H = (X_{1t}^H, X_{2t}^H, X_{IPPt}^H)$  を考える。この過程の無限小生成作用素  $Q^H$ 、呼種  $i$  の溢れ呼の生起率行列  $A_{O_i}^H$ 、運ばれる呼の生起率行列  $A_{C_i}^H$  を求め、これらをモーメント計算公式に代入して計算することにより所望のモーメント特性を近似的に求めることが可能である。ただし、運ばれる  $m$  倍呼の分散係数特性については、専用部分と共用部分の相関を無視した解析となっている。

### 5.3.3 分離最終群方式

本方式を適用した回線群のモデルは、図 5.2 に示す迂回モデルと等価である。分離高使用率方式の場合と同様、計算を容易とするため、共用部分からの  $m$  倍呼の溢れ過程を IPP で近似し、専用部分と共用部分を分離してトラヒック特性を解析する。

共用部分については、時間  $t$  における呼種  $i$  の同時接続呼数を  $X_{it}^F$  で表し、マルコフ過程  $X_t^F = (X_{1t}^F, X_{2t}^F)$  を考える。この過程の無限小生成作用素  $Q^F$ 、呼種  $i$  の溢れ呼の生起率行列  $A_{O_i}^F$ 、運ばれる呼の生起率行列  $A_{C_i}^F$  から、モーメント計算公式を用いてトラヒック特性が解析できる。共用部分のモデルは、3.5 節で述べた多元速度回線群モデルであり、そこで示した計算手法等がそのまま利用できる。

$m$  倍呼専用部分は、IPP 入力のある単元速度回線群モデルであり、3.4 節で述べた計算手法等がそのまま利用できる。

### 5.3.4 仮想回線方式

回線留保方式の場合と同様、時間  $t$  での呼種  $i$  の同時接続呼数を  $X_{it}^V$  で表し、回線群全体の挙動を記述するマルコフ過程  $X_t^V = (X_{1t}^V, X_{2t}^V)$  を考える。マルコフ過程  $X_t^V$  の状態遷移図を図 5.3 に示す。この過程の無限小生成作用素  $Q^V$ 、呼種  $i$  の溢れ呼の生起率行列  $A_{O_i}^V$ 、運ばれる呼の生起率行列  $A_{C_i}^V$  から、モーメント計算公式を適用して所望の特性値が計算できる。

## 5.4 数値例による比較評価

### 5.4.1 呼損率特性

ある負荷を標準負荷  $(A_s, R_{2s})$  と定めるとき、この標準負荷に対する過負荷度を  $\eta = A/A_s$  ( $R_2$  一定のまま総負荷が増大するとき)、 $\eta_1 = \lambda_1/\lambda_{1s}$  (基本呼負荷のみが増大するとき)、 $\eta_2 = \lambda_2/\lambda_{2s}$

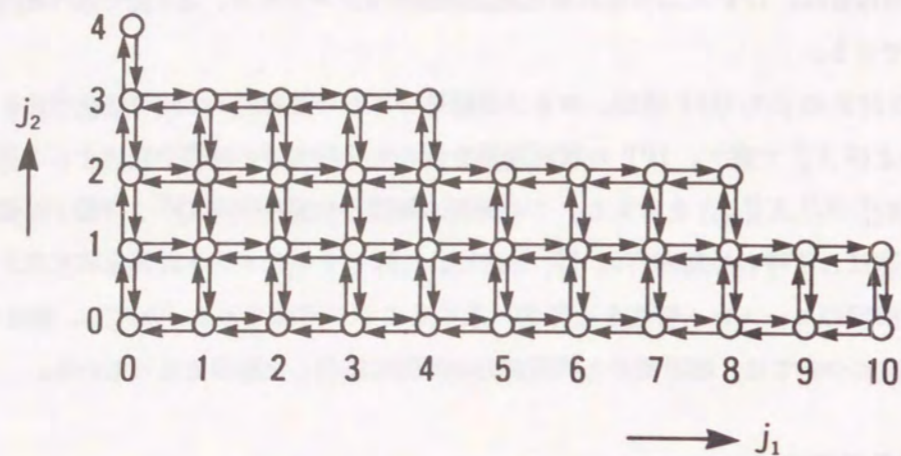


図 5.3 仮想回線方式を適用した 2 元速度回線群モデルの状態遷移図例 ( $N = 16, m = 4, v = 6$ )

( $m$  倍呼負荷のみが増大するとき) で表す。下付添字  $s$  により標準負荷であることを示すものとする。

$m = 6$  の場合に回線数  $N = 72$  と固定して制御パラメータを変化させた場合の呼損率特性を図 5.4 ~ 5.7 に示す。ここでは、 $\nu_s = 0.65, R_{2s} = 0.25, \mu_1 = 10, \mu_2 = 1$  を標準負荷とし、 $\eta_1 = 1.3, \eta_2 = 1.3, \eta = 1.3$  とした場合を明示している。

また、 $m = 6, A_s = 100erl, R_{2s} = 0.5, \mu_1 = 10, \mu_2 = 1$  を標準負荷、 $B_1 = B_2 = 0.01$  を基準呼損率として回線数  $N$  が最小となるよう回線数  $N$  と制御パラメータ値を求め、これを基準点として、 $\eta_1, \eta_2$  を変化させた場合の呼損率特性を図 5.8 ~ 5.11 に示す。回線数と制御パラメータ値は表 5.1 にまとめて示しておく。

表 5.1 呼損率条件  $B_1 = .01, B_2 = .01$  での回線数

	TR	SH	SF	VC
必要総回線数 $N$	39	145	143	146
制御パラメータ	$r=5$	$h=66$	$f=18$	$\nu=82$

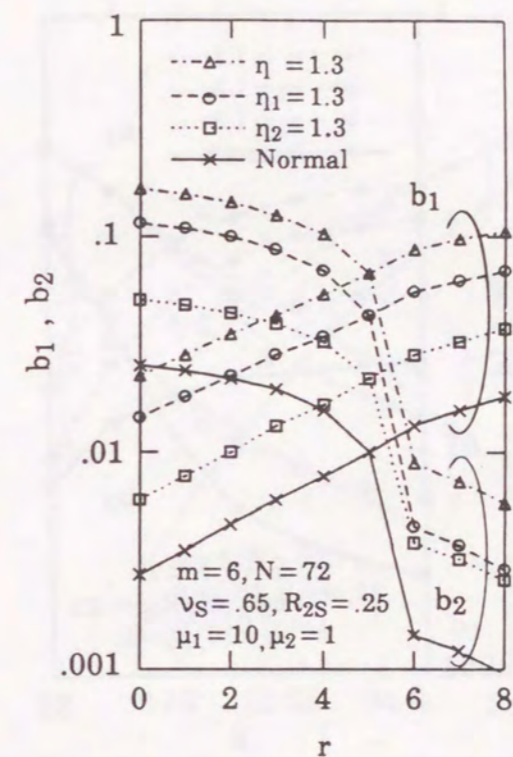


図 5.4 回線留保方式の呼種別呼損率特性

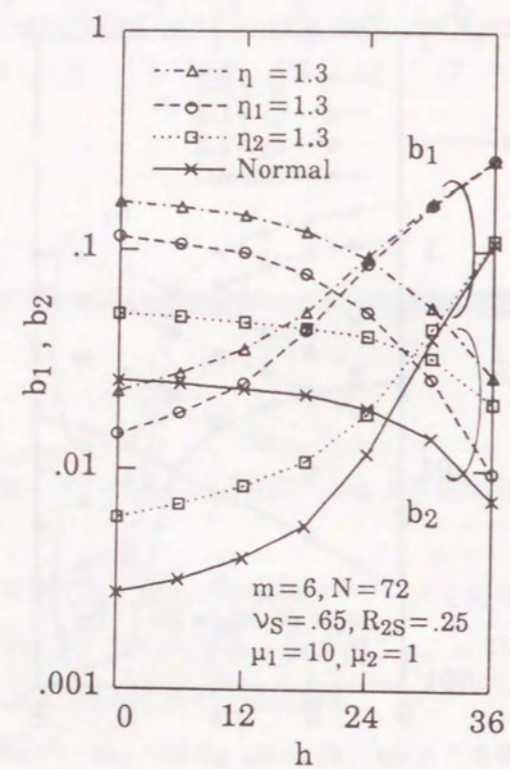


図 5.5 分離高使群方式の呼種別呼損率特性

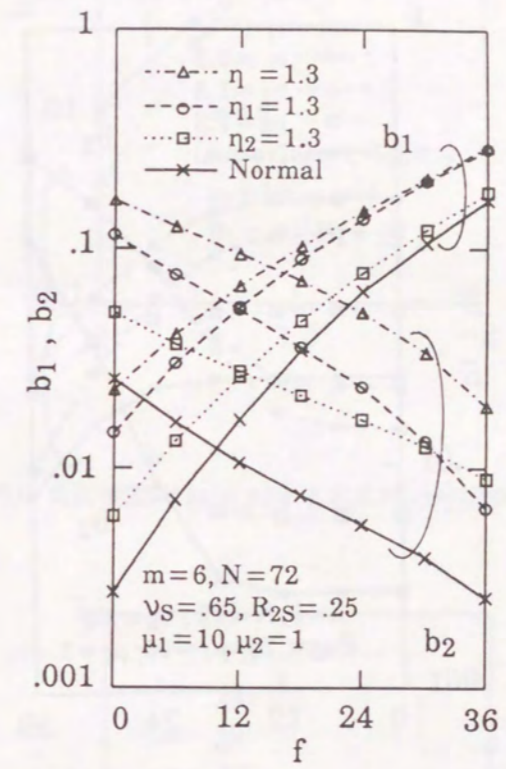


図 5.6 分離最終群方式の呼種別呼損率特性

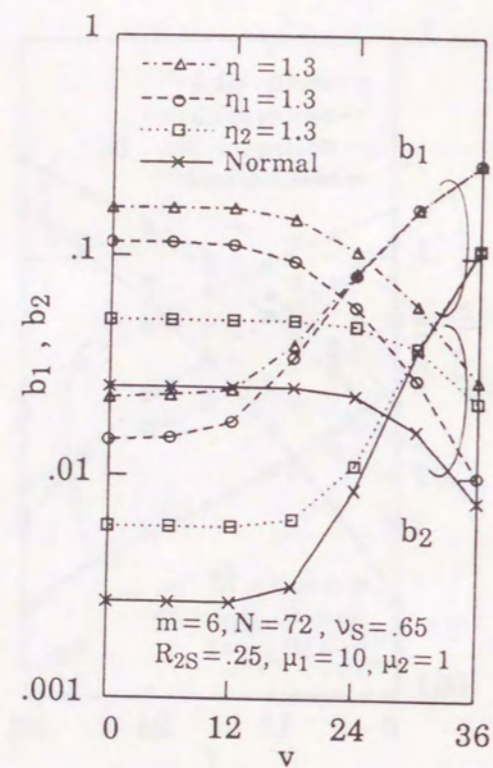


図 5.7 仮想回線方式の呼種別呼損率特性

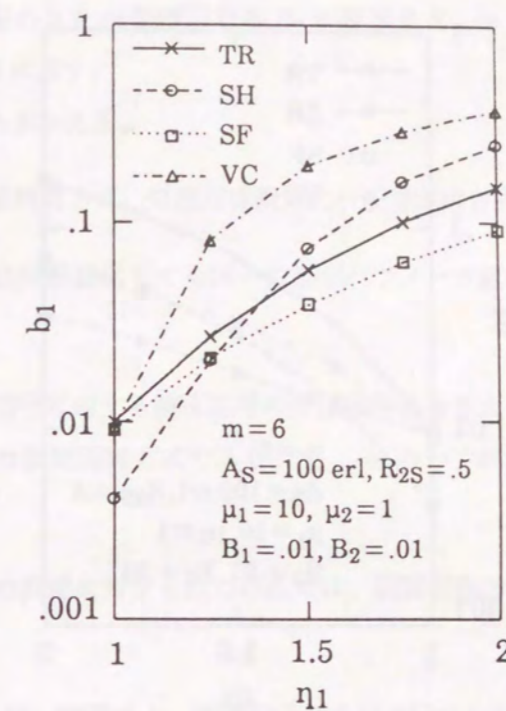


図 5.8 負荷変動率  $\eta_1$  に対する基本呼の呼損率特性

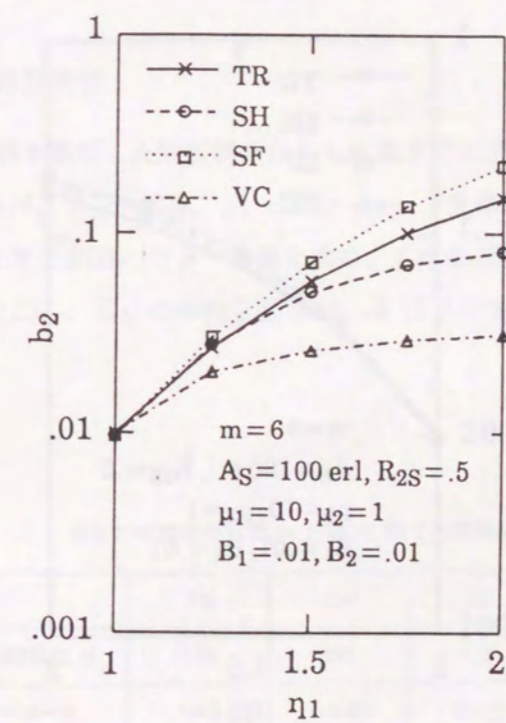


図 5.9 負荷変動率  $\eta_1$  に対する  $m$  倍呼の呼損率特性

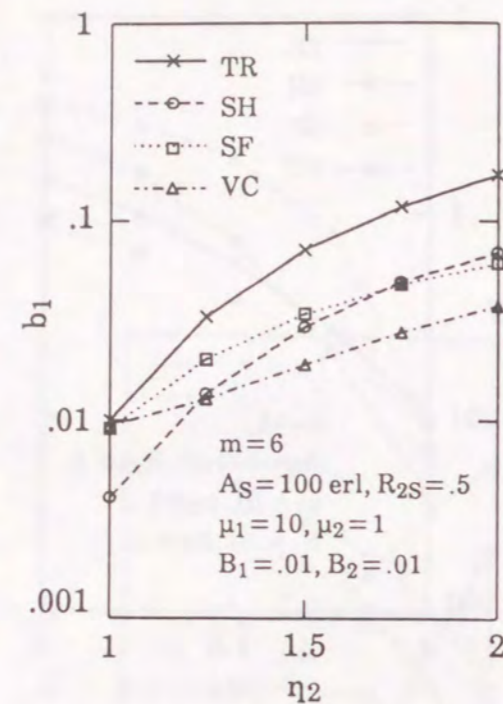


図 5.11 負荷変動率  $\eta_2$  に対する  $m$  倍呼の呼損率特性

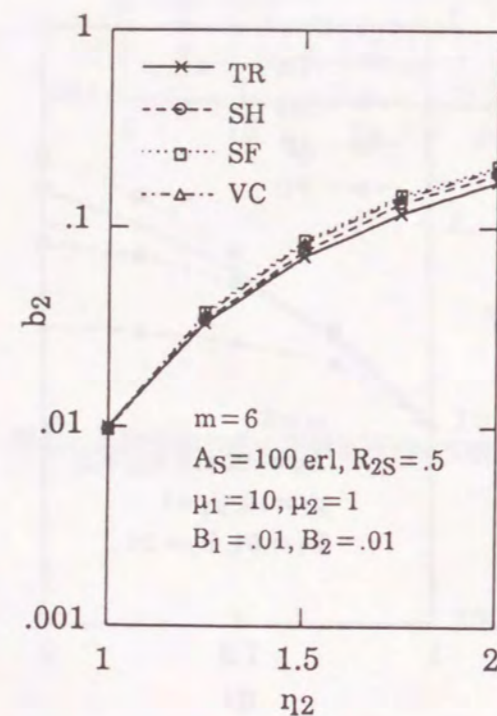


図 5.10 負荷変動率  $\eta_2$  に対する基本呼の呼損率特性

さらに、加わる呼量一定のまま  $m$  倍呼混合率  $R_2$  が標準点  $R_{2s} = 0.5$  から変化した場合の呼種別呼損率特性を図 5.12、5.13 に示す。

これらより、以下のことがいえる。

- (1) 回線留保方式、分離最終群方式、分離高使群方式、仮想回線方式の順に回線使用率が高い。
- (2) 回線留保方式では、負荷が変化しても同一の制御パラメータ値により類似した呼損率配分特性が得られる。
- (3) 図 5.9、5.10 は、圧迫呼に対する被圧迫呼の呼損率特性を与えているが、被圧迫呼の呼損率の増加が最も小さいのは仮想回線方式であり、 $\eta_1$ 、 $\eta_2$  のいずれが変化するかによって大きく異なる。
- (4) トラヒック混合比率の変動に対する耐力の点では、回線留保方式と分離最終群方式が優れている。

上記 (1)、(2) の点からは、網構成上、回線留保方式が有利である。しかしながら、過負荷時の被圧迫呼に対する特性を補償するために、何らかの網管理手法を併用すべきであると考えられる。ただし、単元速度の呼びを扱う場合には、回線留保方式を用いても被圧迫呼の呼損率の増加度は分離高使群方式などほとんど差はない。

#### 5.4.2 溢れ呼量の分散係数特性

次に、サービス品質制御を適用した回線群からさらに基本呼が次段の回線群に迂回する場合を想定し、 $m = 6$ 、 $A_s = 100 \text{ erl}$ 、 $R_{2s} = 0.5$ 、 $\mu_1 = 10$ 、 $\mu_2 = 1$  を標準負荷、 $B_1 = 0.1$ 、 $B_2 = 0.01$  を基準呼損率として回線数  $N$  と制御パラメータ値を求め、これを基準点として  $\eta_1$ 、 $\eta_2$  を変化した場合の溢れ呼量の分散係数  $Z_{O1}$ 、 $Z_{O2}$  の特性を図 5.14、5.15 に示す。回線数と制御パラメータ値を表 5.2 示す。

表 5.2 呼損率条件  $B_1 = .1$ 、 $B_2 = .01$  での回線数

	TR	SH	SF	VC
必要総回線数 $N$	119	141	137	141
制御パラメータ	$r=9$	$h=90$	$f=54$	$\nu=90$

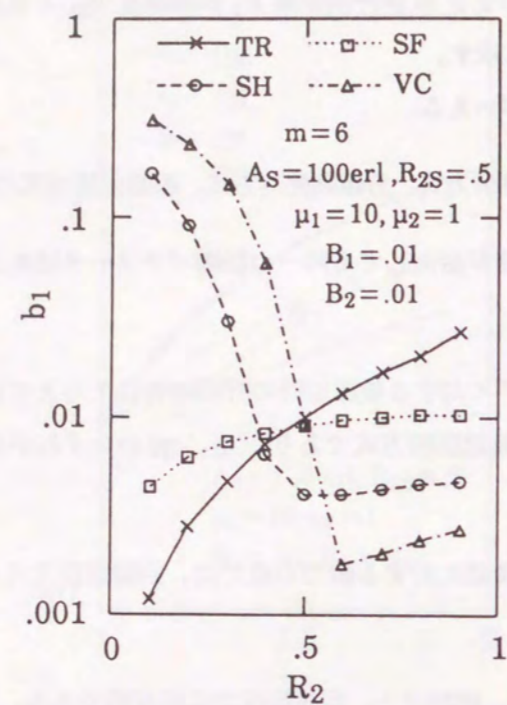


図 5.12  $m$  倍呼混合率  $R_2$  に対する基本呼の呼損率特性

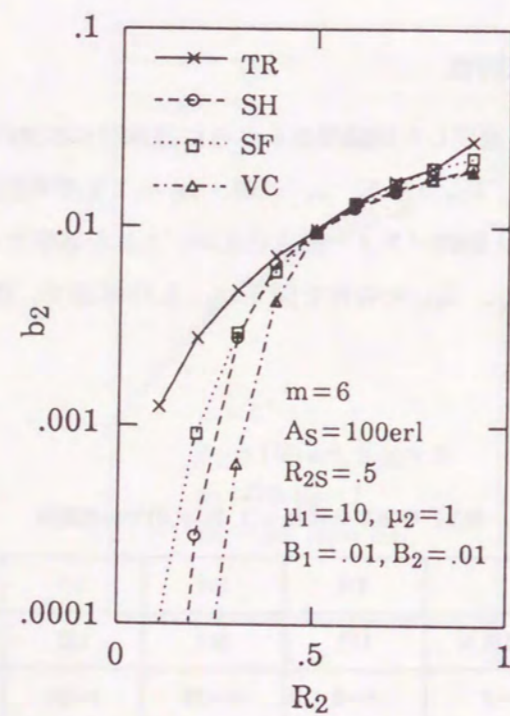


図 5.13  $m$  倍呼混合率  $R_2$  に対する  $m$  倍呼の呼損率特性

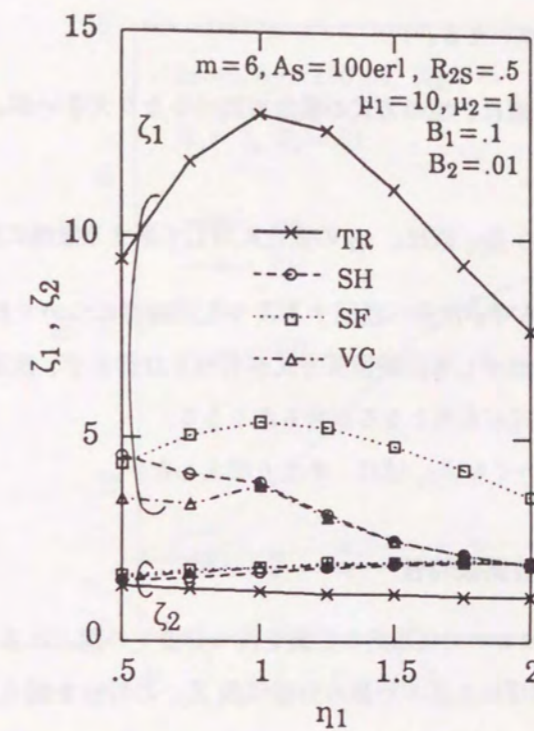


図 5.14 負荷変動率  $\eta_1$  に対する溢れ呼量の分散係数特性

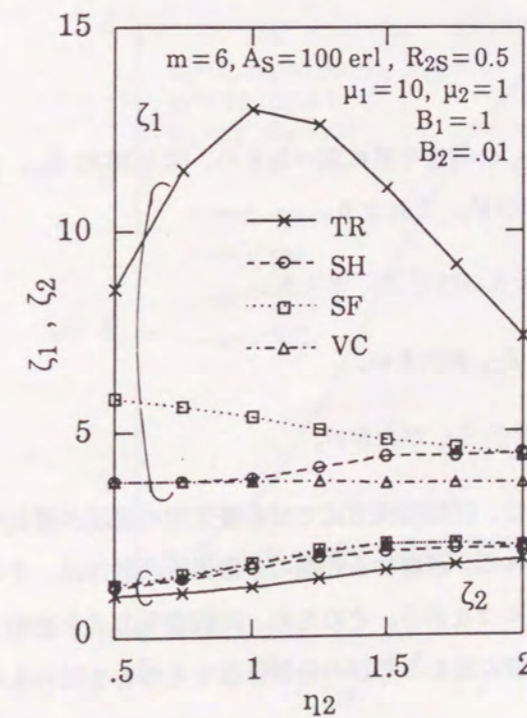


図 5.15 負荷変動率  $\eta_2$  に対する溢れ呼量の分散係数特性

これらより、以下のことがいえる。

(1) 回線留保方式での  $Z_{O1}$  値は、他の方式の場合に比べかなり大きい、負荷の変化に対して大幅に変化する。

(2) 回線留保以外の方式での  $Z_{O1}$  値は、 $\eta_2$  の変化に対してあまり敏感に変化しない。

上記(1)のことから、基本呼が次段へ迂回するような回線群については、迂回先での回線使用率が低下する可能性があるため必ずしも回線留保方式が有利とは言えず、次段の回線群に与える影響も考慮すると回線留保以外の方式が有利となる場合もありうる。

なお、いずれの方式においても  $Z_{O2}$  値は、あまり増大しない。

#### 5.4.3 運ばれる呼量の分散係数特性

ここでは、回線留保方式において特徴的な性質を持つ非優先の運ばれる呼の特性について調べる。前節と同様の条件下での、運ばれる基本呼量の分散係数  $Z_{C1}$  の特性を図 5.16、5.17 に示す。これより、

(1) 回線留保方式を適用した回線群では、 $Z_{C1}$  が 1 より大きく、負荷の増加とともに急増する。

(2) 他の方式でも  $Z_{C1}$  が 1 以上となる場合があるが、ほとんど 1 に近くかつ負荷の変化に対して敏感でない、

ことがわかる。

回線留保方式における  $Z_{C1}$  の特性を更に調べるため、図 5.18 に  $R_2$ 、 $\mu_1/\mu_2$ 、留保回線数  $r$  の各種組合せに対する  $Z_{C1}$  特性を示す。これより、

(1)  $m$  倍呼混合比率  $R_2$  が大きいほど  $Z_{C1}$  が大きい、

(2) 比  $\mu_1/\mu_2$  が大きいほど  $Z_{C1}$  が大きい、

(3) 留保回線数  $r$  が大きいほど  $Z_{C1}$  が大きい、

ことがわかる。これらの特性は、回線留保方式では非優先呼の接続が優先呼の到着により断続的に制限されるためであると考えられる。運ばれる呼量の分散係数の増加は、その回線群の着側交換機における共通機器等の使用率低下につながる。そのため、回線留保方式を適用する場合、交換機共通機器の設計等にあたっては、回線群に加わる呼びの分散係数をそのまま用いたのでは大きく危険側となることがあり、注意が必要である。

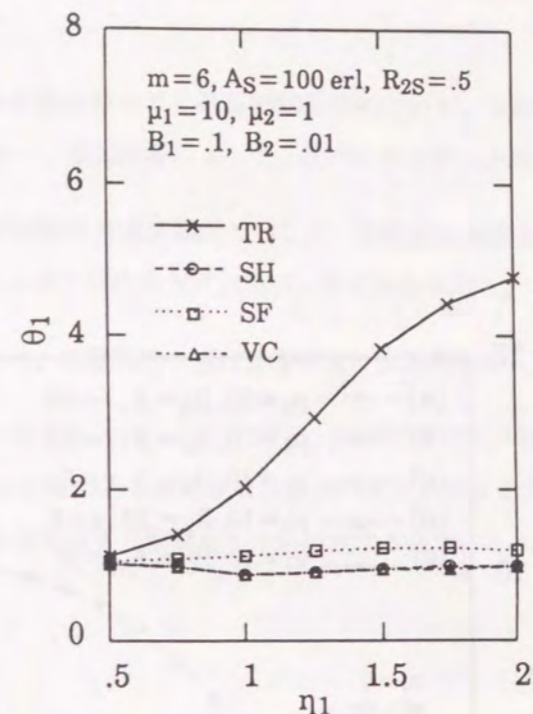


図 5.16 負荷変動率  $\eta_1$  に対する基本呼の運ばれる呼量の分散係数特性

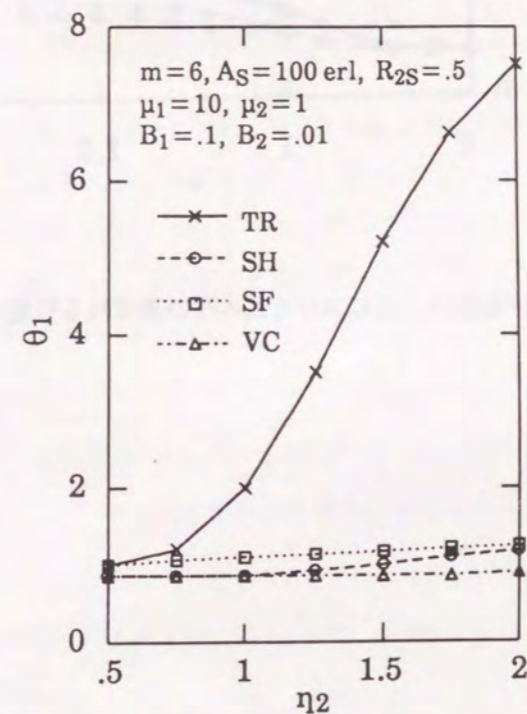


図 5.17 負荷変動率  $\eta_2$  に対する基本呼の運ばれる呼量の分散係数特性

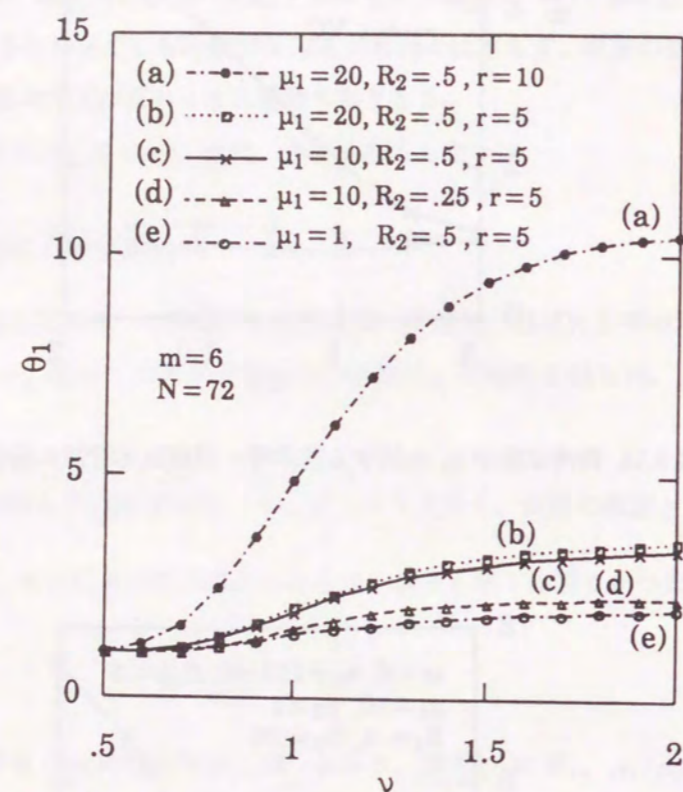


図 5.18 回線留保方式における基本呼の運ばれる呼量の分散係数特性

## 5.5 結言

多元速度回線群に対する4種のサービス品質制御手法について、それぞれの制御手法のもとでのトラヒック特性の解析法を示し、数値計算によって、次のことを明らかにした。

- (1) 回線利用率の点では回線留保方式が優れているが、過負荷に対する被圧迫呼の呼損率特性やトラヒックのピーク特性の点では他の方式が有利となる場合がある。
- (2) 回線留保方式においては、非優先呼の運ばれる呼量の分散係数が1より大きくなる場合がある。

回線効率、および運用の容易さの点から、実用上、回線留保方式が導入しやすく、有力な方式といえよう。ただし、回線留保制御のある多元速度回線群の運用実績はまだ見あたらないため、導入にあたっては、上記(1)などの他に与える影響にも十分注意する必要がある。

## 第6章 多元速度迂回中継網における最適回線留保制御

### 6.1 緒言

多元速度回線群におけるサービス品質制御法として、回線留保方式が網資源の効率的利用の点で優れていることを、前章において示した。前章で取り扱った回線留保方式は、回線群の使用率、すなわち同時接続回線数のみを観測して到着呼の受付制御を行うものである。しかしながら、より柔軟な回線留保制御として、呼びの到着時におけるシステムの詳細な情報、すなわち、呼種別同時接続呼数の組み合わせを観測して制御する方式が考えられ、そのような方式によれば、さらに高効率な制御が行えるものと考えられる。このようにシステムの状態に適応して制御する方式では、最適な制御パラメータ値の決定が問題となる。適応型回線留保方式については、山口・秋山[85]により先駆的な研究が行われており、最適留保量を決定するための最適化問題が非線形計画問題として定式化されている。

本章では、適応型回線留保方式を適用した多元速度回線群のトラヒック解析を行い、状態に依存する留保量の最適値を求める問題に対する効率的な最適化手法を提案する。この提案手法で定式化した線形計画問題の性質から、最適制御の一性質を理論的に証明する。また、前章で述べた同時接続回線数のみを観測して制御する実現性の高い近似最適制御との比較を行い、実用上近似最適制御でも十分であることを示す。

6.2節では、適応型回線留保方式を適用する多元速度回線群のモデルを示す。このモデルにおけるマルコフ過程の平衡方程式を示し、これを用いて、適応型回線留保方式における最適制御パラメータ決定問題を非線形計画問題として定式化する。6.3節では、最適制御パラメータ決定問題に対する第一の解法として、非線形計画問題を線形計画問題に変換する手法を示し、この変換で必要となる新たな線形制約について述べる。6.4節では、本最適化問題に対する第二の解法として、マルコフ決定過程理論に基づく線形計画表現による手法を示す。主として、以下の結果を述べる。

- (1) 命題6.1として、線形計画表現を示す。新たに導出する線形制約が成立することを、未定変数を考慮して定義したマルコフ過程の平衡方程式を用いて証明する。
- (2) さらに、本定式化から、最適制御パラメータ値のもつ一性質を演繹的に裏付けし、命題6.2として、最適制御パラメータ値の零、非零の個数に関する性質を述べる。

6.5節では、最適制御の効果を示すため、最適制御によって得られる回線使用率改善度を計算し、各種の負荷条件下での数値例を示す。6.6節では、同時接続回線数のみの観測による近似最適制御と適応型最適制御とを数値例により比較する。

### 6.2 回線留保制御の最適化

#### 6.2.1 多元速度回線群のモデル

速度の異なる2種のポアソン呼が加わる即時式多元速度回線群モデルを考える。図6.1に、回線群モデルを示す。回線留保方式は、高速呼を優先呼として低速呼の接続を規制するものとする。本モ

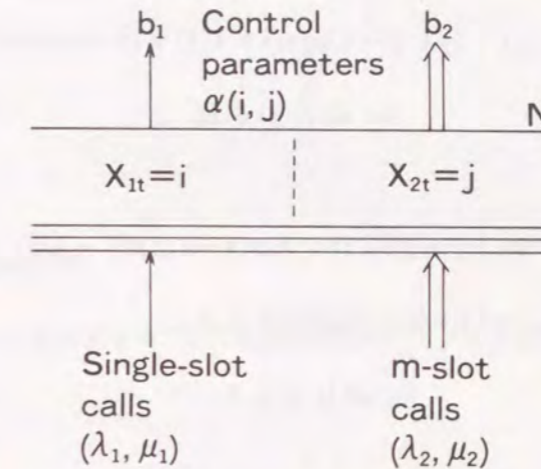


図6.1 適応型回線留保制御のある2元速度即時式回線群モデル

デルにおいて、3.5.1項の仮定(1)、(2)、(3)、(5)、(6)を設ける。

時間 $t$ における基本呼、 $m$ 倍呼の同時接続呼数をそれぞれ $X_{1t}$ 、 $X_{2t}$ で表す。時間 $t$ における回線群の状態は、 $(X_{1t}, X_{2t})$ で表される。適応型回線留保方式に関して、次のような仮定を設ける。

- (4) 回線群の状態が $(X_{1t} = i, X_{2t} = j)$ でかつ上記の仮定(3)によって呼損とならないとき、到着した基本呼を確率 $\alpha(i, j)$ で接続し、確率 $(1 - \alpha(i, j))$ で呼損とするよう制御する。

仮定(4)の方式を適用した回線群モデルのマルコフ過程を $X_t = (X_{1t}, X_{2t})$ ,  $t \in R_+$ で表す。マルコフ過程 $X_t$ の有限状態空間を

$$E = \{(i, j) : 0 \leq i, j, 0 \leq i + mj \leq N\}, \quad (6.1)$$

で表す。状態空間 $E$ の部分空間として、

$$E_i = \{(i, j) : 0 \leq i, j, 0 \leq i + mj \leq N - m\}, \quad (6.2)$$

$$E_b = \{(i, j) : 0 \leq i, j, N - m + 1 \leq i + mj \leq N - 1\}, \quad (6.3)$$

$$E_e = \{(i, j) : 0 \leq i, j, i + mj = N\}, \quad (6.4)$$

を定義する。ここで、 $E = E_i + E_b + E_e$ である。マルコフ過程  $X_t$  の定常分布を  $\pi = \{\pi(i, j) : (i, j) \in E\}$  で表す。定常分布  $\pi$  は、以下の平衡方程式と正規化条件を満たす。

$$\begin{aligned} \{\lambda_1 \alpha(i, j) + \lambda_2 + i\mu_1 + j\mu_2\} \pi(i, j) &= \lambda_1 \alpha(i-1, j) \pi(i-1, j) \\ &+ \lambda_2 \pi(i, j-1) + (i-1)\mu_1 \pi(i+1, j) + (j+1)\mu_2 \pi(i, j+1), \\ &\text{for all } (i, j) \in E_i, \end{aligned} \quad (6.5)$$

$$\begin{aligned} \{\lambda_1 \alpha(i, j) + i\mu_1 + j\mu_2\} \pi(i, j) &= \lambda_1 \alpha(i-1, j) \pi(i-1, j) \\ &+ \lambda_2 \pi(i, j-1) + (i-1)\mu_1 \pi(i+1, j), \\ &\text{for all } (i, j) \in E_b, \end{aligned} \quad (6.6)$$

$$\begin{aligned} (i\mu_1 + j\mu_2) \pi(i, j) &= \lambda_1 \alpha(i-1, j) \pi(i-1, j) + \lambda_2 \pi(i, j-1), \\ &\text{for all } (i, j) \in E_e, \end{aligned} \quad (6.7)$$

$$\sum_{(i, j) \in E} \pi(i, j) = 1, \quad (6.8)$$

$$\pi(i, j) \geq 0, \quad (i, j) \in E. \quad (6.9)$$

ここで、

$$0 \leq \alpha(i, j) \leq 1, \quad (i, j) \in E, \quad (6.10)$$

である。

$\alpha(i, j)$  の集合を  $\alpha = \{\alpha(i, j) : (i, j) \in E\}$  と定義する。 $(i, j) \in E_e$  に対しては、 $\alpha(i, j) = 0$  とする。ある値をもつ集合  $\alpha$  が与えられたとき、上記の平衡方程式から定常分布  $\pi$  が定まり、そのときの基本呼、 $m$  倍呼の呼損率  $b_1$ 、 $b_2$  は、

$$b_1 = \sum_{(i, j) \in E} \{1 - \alpha(i, j)\} \pi(i, j), \quad (6.11)$$

$$b_2 = \sum_{(i, j) \in E_b + E_e} \pi(i, j), \quad (6.12)$$

により求まる。

また、回線群により運ばれる総呼量  $A_c$  は、

$$A_c = a_1(1 - b_1) + ma_2(1 - b_2), \quad (6.13)$$

により求まり、そのときの回線使用率  $\eta$  は、

$$\eta = \frac{A_c}{N} \quad (6.14)$$

で与えられる。

### 6.2.2 最適回線留保制御問題

次の最適化問題の解として求まる  $\alpha^*$  を、最適回線留保パラメータと定義する。

[最適化問題  $P$ ] 制約条件

- (1) 平衡方程式 ((6.5) ~ (6.7))、
- (2) 正規化条件 ((6.8))、
- (3) 不等式 (6.9)、(6.10)、
- (4) 呼種別呼損率条件  $b_k \leq B_k, k = 1, 2$ 、

の下で、 $\eta(\pi, \alpha)$  を最大化する。

ここで、 $B_1$ 、 $B_2$  は、それぞれ基本呼、 $m$  倍呼の接続品質を規定するために設定される許容呼損率値を表す。

従って、適応型回線留保方式における最適制御問題は、最適化問題  $P$  として定式化されるが、この定式化では、式 (6.5) ~ (6.7) において  $\pi(i, j)$  と  $\alpha(i, j)$  の積が現れていることから、問題が非線形最適化問題となっており、このままでは扱いにくく効率的な最適化計算が困難である。

### 6.3 変数変換による線形計画表現

前章で定式化した最適化問題  $P$  の非線形性を避けるために、

$$y(i, j) = \alpha(i, j) \pi(i, j), \quad (6.15)$$

なる新たな変数  $y = \{y(i, j) : (i, j) \in E\}$  を導入し、問題を変換する。この  $y$  を用いると、式 (6.5) ~ (6.7) は、

$$\begin{aligned} \lambda_1 y(i, j) + (\lambda_2 + i\mu_1 + j\mu_2)\pi(i, j) &= \lambda_1 y(i-1, j) \\ &+ \lambda_2 \pi(i, j-1) + (i-1)\mu_1 \pi(i+1, j) + (j+1)\mu_2 \pi(i, j+1), \\ &\text{for all } (i, j) \in E_i, \end{aligned} \quad (6.16)$$

$$\begin{aligned} \lambda_1 y(i, j) + (i\mu_1 + j\mu_2)\pi(i, j) &= \lambda_1 y(i-1, j) \\ &+ \lambda_2 \pi(i, j-1) + (i-1)\mu_1 \pi(i+1, j), \\ &\text{for all } (i, j) \in E_b, \end{aligned} \quad (6.17)$$

$$\begin{aligned} (i\mu_1 + j\mu_2)\pi(i, j) &= \lambda_1 y(i-1, j) + \lambda_2 \pi(i, j-1), \\ &\text{for all } (i, j) \in E_e, \end{aligned} \quad (6.18)$$

と書き換えられる。正規化条件は式 (6.8) のままである。

制約条件 (6.9)、(6.10) は、

$$0 \leq y(i, j) \leq \pi(i, j), \text{ for all } (i, j) \in E, \quad (6.19)$$

と、また、呼種別呼損率制約は、

$$\sum_{(i, j) \in E} \{\pi(i, j) - y(i, j)\} \leq B_1, \quad (6.20)$$

$$\sum_{(i, j) \in E_b + E_e} \pi(i, j) \leq B_2, \quad (6.21)$$

と書き換えられる。

従って、最適化問題  $P$  は、 $\pi$ 、 $y$  を変数とし式 (6.16) ~ (6.21) を制約式とする線形計画問題に変換することができる。線形計画問題に対しては、シンプレックス法 [56] や内点法 [1, 2] に代表される既存手法を適用することによって最適解を求めることができる。最適解  $(\pi^*, y^*)$  が求めれば、最適回線留保パラメータ  $\alpha^*$  は、

$$\alpha^*(i, j) = \frac{y^*(i, j)}{\pi^*(i, j)} \quad (6.22)$$

によって求められる。

本手法では、元の非線形計画問題を、システムの挙動を記述するマルコフ過程の平衡方程式および定常分布を用いて、線形計画問題に帰着させた。そのため、目的関数式、および制約式の表現が直接的で理解しやすいという利点がある。しかし、その反面、変数変換に伴って新たに変数間の大小関係を規定する制約式 (6.19) が必要となり、制約式の数は、総計  $2|E| + 2$  となる。ただし、変数の数は、総計  $2|E|$  である。

## 6.4 マルコフ決定過程論に基づく線形計画表現

前節で示した線形計画問題に変換したうえでの最適化は、制約式の数の増加が問題である。計算速度の点では、より制約式の少ない定式化が望ましい。そこで、本節では、前節とは異なった面から問題をとらえ直し、制御パラメータに対応する制約式を必要としない線形計画問題による定式化を考案する。

### 6.4.1 線形計画表現の導出

まず、時間  $t$  において到着した基本呼に対する接続拒否 / 許可の決定を表す確率変数  $X_{\delta t}$  を定義する。この接続拒否、および許可の決定を、値  $d = 0$ 、および  $d = 1$  でそれぞれ表す。回線群の状態  $(X_{1t} = i, X_{2t} = j)$  に依存して、変数  $X_{\delta t}$  は次の集合内の値を 1 つとる。

$$D_{ij} = \begin{cases} \{0, 1\} & : \text{for all } (i, j) \in E_i + E_b, \\ \{0\} & : \text{for all } (i, j) \in E_e, \end{cases} \quad (6.23)$$

接続拒否 / 許可の選択は、次のような確率的な機構により決定されるものとする。トラヒック種別に関係なく呼びの到着、あるいはサービス終了の時点で、回線群は次の状態  $(i, j)$  へ遷移するか、あるいは現状態  $(i, j)$  に留まる。このとき同時に、状態  $(i, j)$  に滞在中に新たに到着する基本呼に対して接続を拒否するか、許可するか決定が、ある確率でなされる。この確率は、呼びの到着あるいはサービス終了の事象が発生する直前の状態にのみ依存する。ここで、呼びの到着時点で呼損が起こる場合には、回線群は他の状態へ遷移しないが、次に到着する基本呼に対する接続拒否 / 許可の選択結果はある確率で変化することに注意する。

3次元マルコフ過程  $X_{Dt} = (X_{1t}, x_{2t}, X_{\delta t})$ ,  $t \in R_+$  を考える。マルコフ過程  $X_{Dt}$  の状態空間を  $E_D = \{(i, j, d) : (i, j) \in E, d \in D_{ij}\}$  で表し、定常分布を  $p = \{p(i, j, d) : (i, j, d) \in E_D\}$  で表す。図 6.2 に、マルコフ過程  $X_{Dt}$  の状態遷移の例を示す。

セミマルコフ過程 (Semi-Markov process) に対する平均利得線形計画表現 (Average-reward linear programming formulation) [32, 17, 77] をマルコフ過程  $X_{Dt}$  に適用し、マルコフ過程  $X_{Dt}$  の

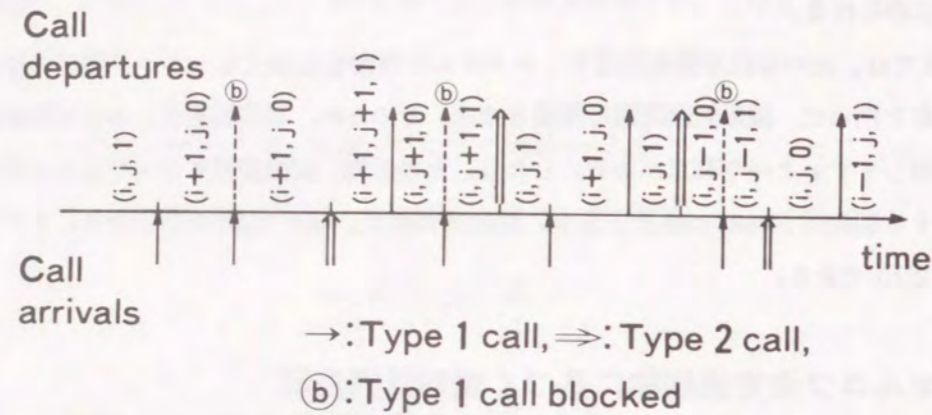


図 6.2 マルコフ過程  $X_D$  の状態遷移例

各状態における滞在時間が指数分布であること、および、その平均滞在時間が  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 、 $\mu_1$ 、 $\mu_2$  を用いて表現できること、の 2 点を利用することにより、最適回線留保パラメータを決定する線形計画問題を導くことができる。また、マルコフ過程  $X_{Dt}$  における平均利得最大化問題を定式化し、不要な変数を削除することにより、同様な線形計画問題を導出することもできる。以下では、後者の手法による証明を示す。

まず、必要な記号  $r(i, j, d)$  および  $q(k, l, d, i, j)$  を定義する。

$$r(i, j, d) = i + mj, \text{ for all } (i, j, d) \in E_D, \quad (6.24)$$

$$q(k, l, d, i, j) = \begin{cases} \lambda_1 1\{d=1, (k, l) \in E_i + E_b\} + \lambda_2 1\{(k, l) \in E_i\} + k\mu_1 + l\mu_2, & \text{for } (k, l) = (i, j) \in E, \\ \lambda_1 1\{d=1, (k, l) \in E_i + E_b\}, & \text{for } (k, l) = (i-1, j) \in E, \\ \lambda_2 1\{(k, l) \in E_i\}, & \text{for } (k, l) = (i, j-1) \in E, \\ k\mu_1, & \text{for } (k, l) = (i+1, j) \in E, \\ l\mu_2, & \text{for } (k, l) = (i, j+1) \in E, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (6.25)$$

式 (6.24) の  $r(i, j, d)$  は、状態  $(i, j, d)$  における同時接続回線数を表す利得関数である。また、式 (6.25) の  $q(k, l, d, i, j)$ 、 $(k, l) \neq (i, j)$  は、方策が  $d$  で回線接続状態が  $(k, l)$  である状態から回線接続状態

$(i, j)$  への遷移率を表す。

命題 6.1 呼種別呼損率条件を含まない適応型回線留保制御による回線使用率最大化問題は、次の線形計画問題として定式化できる。

$$\text{Maximize } Z_D = \sum_{(i, j, d) \in E_D} r(i, j, d)p(i, j, d), \quad (6.26)$$

subject to

(1)

$$\sum_{d \in D_{ij}} q(i, j, d, i, j)p(i, j, d) = \sum_{(k, l, f) \in E_D} q(k, l, f, i, j)p(k, l, f), \quad \text{for all } (i, j) \in E, \quad (6.27)$$

(2)

$$\sum_{(i, j, d) \in E_D} p(i, j, d) = 1, \quad (6.28)$$

(3)

$$p(i, j, d) \geq 0, \text{ for all } (i, j, d) \in E_D. \quad (6.29)$$

最適回線留保パラメータ  $\alpha^*$  は、この線形計画問題の最適解  $p^*$  を用いて、

$$\alpha^*(i, j) = \frac{p^*(i, j, 1)}{\sum_{d \in D_{ij}} p^*(i, j, d)}, \text{ for all } (i, j) \in E_i + E_b, \quad (6.30)$$

で与えられる。

証明：マルコフ過程  $X_{Dt}$  を考える。呼びの到着およびサービス終了の各時点での次の方策  $d = 0$  または  $d = 1$  の選択確率は、目的関数、すなわち、回線使用率を最大にするよう決定すべき未知変数である。マルコフ過程の状態  $(i, j, d) \in E_D$  において呼種  $k$  の呼びの到着により次の方策として  $f$  が選択される確率を  $\sigma_k(i, j, d, f)$  で表す。ここで、 $f = 0, 1$  であり、 $k = 1, 2$  である。同様に、マルコフ過程の状態  $(i, j, d) \in E_D$  において呼種  $k$  の呼びのサービス終了により次の方策として  $f$  が選択される確率を  $\phi_k(i, j, d, f)$  で表す。 $\sigma_k$  および  $\phi_k$  について、次の式がそれぞれ成り立つ。

$$\sigma_k(i, j, d, 0) + \sigma_k(i, j, d, 1) = 1, \text{ for all } (i, j, d) \in E_D, k = 1, 2, \quad (6.31)$$

$$\sigma_1(i-1, j, 1, 0) = \sigma_2(i, j-1, d, 0) = 1, \text{ for all } (i, j) \in E_D, d = 0, 1, \quad (6.32)$$

$$\phi_k(i, j, d, 0) + \phi_k(i, j, d, 1) = 1, \text{ for all } (i, j, d) \in E_D, k = 1, 2. \quad (6.33)$$

図 6.3 に、マルコフ過程  $X_{Dt}$  の状態遷移図を示す。

上記の記号を用いて、マルコフ過程  $X_{Dt}$  の平衡方程式は以下のように記述される。

(1)  $(i, j) \in E_i$  なる状態  $(i, j, 0)$  については、

$$\begin{aligned} & \{\lambda_1 \sigma_1(i, j, 0, 1) + \lambda_2 + i\mu_1 + j\mu_2\}p(i, j, 0) = \\ & \lambda_1 \sigma_1(i-1, j, 1, 0)p(i-1, j, 1) + \lambda_2 \sum_{d \in D_{ij-1}} \sigma_2(i, j-1, d, 0)p(i, j-1, d) \\ & + (i+1)\mu_1 \sum_{d \in D_{i+1j}} \phi_1(i+1, j, d, 0)p(i+1, j, d) \\ & + (j+1)\mu_2 \sum_{d \in D_{ij+1}} \phi_2(i, j+1, d, 0)p(i, j+1, d), \end{aligned} \quad (6.34)$$

(2)  $(i, j) \in E_i$  なる状態  $(i, j, 1)$  については、

$$\begin{aligned} & \{\lambda_1 + \lambda_2 + i\mu_1 + j\mu_2\}p(i, j, 1) = \\ & \lambda_1 \sigma_1(i, j, 0, 1)p(i, j, 0) + \lambda_1 \sigma_1(i-1, j, 1, 1)p(i-1, j, 1) \\ & + \lambda_2 \sum_{d \in D_{ij-1}} \sigma_2(i, j-1, d, 1)p(i, j-1, d) \\ & + (i+1)\mu_1 \sum_{d \in D_{i+1j}} \phi_1(i+1, j, d, 1)p(i+1, j, d) \\ & + (j+1)\mu_2 \sum_{d \in D_{ij+1}} \phi_2(i, j+1, d, 1)p(i, j+1, d), \end{aligned} \quad (6.35)$$

(3)  $(i, j) \in E_b$  なる状態  $(i, j, 0)$  については、

$$\begin{aligned} & \{\lambda_1 \sigma_1(i, j, 0, 1) + \lambda_2 \sigma_2(i, j, 0, 1) + i\mu_1 + j\mu_2\}p(i, j, 0) = \\ & \lambda_2 \sigma_2(i, j, 1, 0)p(i, j, 1) + \lambda_1 \sigma_1(i-1, j, 1, 0)p(i-1, j, 1) \\ & + \lambda_2 \sum_{d \in D_{ij-1}} \sigma_2(i, j-1, d, 0)p(i, j-1, d) \\ & + (i+1)\mu_1 \sum_{d \in D_{i+1j}} \phi_1(i+1, j, d, 0)p(i+1, j, d), \end{aligned} \quad (6.36)$$

(4)  $(i, j) \in E_b$  なる状態  $(i, j, 1)$  については、

$$\begin{aligned} & \{\lambda_1 + \lambda_2 \sigma_2(i, j, 1, 0) + i\mu_1 + j\mu_2\}p(i, j, 1) = \\ & \{\lambda_1 \sigma_1(i, j, 0, 1) + \lambda_2 \sigma_2(i, j, 0, 1)\}p(i, j, 0) \\ & + \lambda_1 \sigma_1(i-1, j, 1, 1)p(i-1, j, 1) + \lambda_2 \sum_{d \in D_{ij-1}} \sigma_2(i, j-1, d, 1)p(i, j-1, d) \\ & + (i+1)\mu_1 \sum_{d \in D_{i+1j}} \phi_1(i+1, j, d, 1)p(i+1, j, d), \end{aligned} \quad (6.37)$$

(5)  $(i, j) \in E_e$  なる状態  $(i, j, 0)$  については、

$$(i\mu_1 + j\mu_2)p(i, j, 0) = \lambda_1 p(i-1, j, 1) + \lambda_2 \sum_{d \in D_{ij-1}} p(i, j-1, d), \quad (6.38)$$

ここで、 $E_D$  の要素でない  $(i, j, d)$  については  $p(i, j, d) = 0$  である。

以上の平衡方程式 (6.34) ~ (6.38) と正規化条件 (6.31)、(6.32)、(6.33)、(6.28)、(6.29) を制約条件とし、式 (6.26) を目的関数とする線形計画問題の最適解  $(p^*, \sigma^*, \phi^*)$  は、元の多元速度回線群モデルにおいて運ばれる総呼量を最大化する方策の選択確率、およびそのときの定常的振る舞いを与える。

$p^*$  が求まれば、回線群モデルの定常分布は、

$$\pi^*(i, j) = \sum_{d \in D_{ij}} p^*(i, j, d), \text{ for all } (i, j) \in E, \quad (6.39)$$

により計算される。また、PASTA(Poisson Arrivals See Time Average) 定理 [84] より、最適回線留保パラメータ  $\alpha^*$  は、式 (6.27) で与えられる。

以上の定式化では、 $\sigma$ 、 $\phi$  と  $p$  との積が現れることから非線形計画問題となっている。そこで、状態  $(i, j) \in E_i$  について、式 (6.34) と (6.35) を辺々加え合わせ、式 (6.31)、(6.32) および (6.33) を用いて整理すると、式 (6.27) を得る。同様に、状態  $(i, j) \in E_b$  について、式 (6.36) と (6.37) を辺々加え合わせ、式 (6.31)、(6.32) および (6.33) を用いて整理すると、式 (6.27) を得る。状態  $(i, j) \in E_e$  については、式 (6.38) が式 (6.27) と等価である。

以上により、命題 6.1 が証明された。

(証明終)

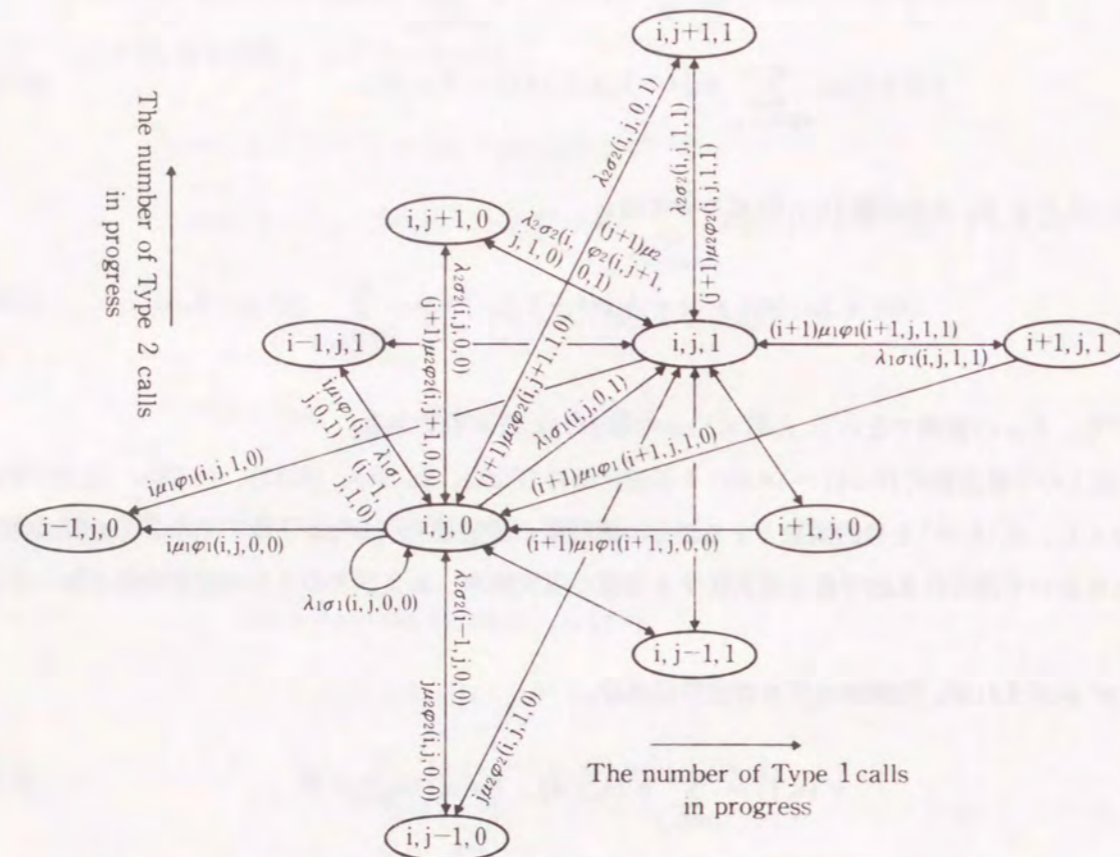


図 6.3 マルコフ過程  $X_D$  の状態遷移図

命題 6.1 で示した線形計画問題は、呼種別呼損率制約を含まないが、この制約条件は、変数  $p$  に関する線形な制約式

$$\sum_{(i,j) \in E} p(i,j,0) \leq B_1, \quad (6.40)$$

$$\sum_{(i,j) \in E_b + E_e} \{p(i,j,0) + p(i,j,1)\} \leq B_2, \quad (6.41)$$

で表される。これより、命題 6.1 の線形計画問題に式 (6.40)、および (6.41) を付加した線形計画問題は、最適化問題  $P$  と等価な問題となる。

本節で示した最適化問題  $P$  に対する線形計画表現の最大の利点は、制御パラメータ  $\alpha$  に関連する制約条件式を必要としないことであり、したがって総計  $|E| + 3$  本の線形制約条件式のみで十分である。ただし、式 (6.27) には冗長な式が 1 つ含まれていることに注意する。以上により、制約式数の比較から、前節で示した線形計画表現よりも、本節のマルコフ決定過程論に基づく線形計画表現の方が短時間に最適解を計算できるものと期待できる。

#### 6.4.2 最適解の一性質

前項で導出した線形計画表現における変数の数と制約式数の関係に着目し、可能解領域の端点の性質を適用することにより、最適回線留保パラメータ  $\alpha^*$  の値に関する一性質を解析的に証明することができる。

以下では、命題 6.1 における線形計画問題に呼種別呼損率制約のうち  $n(=0,1,2)$  個を付加した問題に関する命題を示す。

**命題 6.2** 式 (6.26) ~ (6.29) に呼種別呼損率条件 (6.40) および (6.41) のうちの  $n(=0,1,2)$  個の制約式を付加して得られる線形計画問題が最適解をもつトラヒック条件下では、 $|E_i| + |E_b|$  個の回線留保パラメータ  $\alpha(i,j)$  のうち高々  $n$  個のパラメータが  $0 < \alpha^*(i,j) < 1$  なる範囲内の実数値をとり、他はすべて 0 または 1 をとるような最適回線留保制御が存在する。

証明：文献 [32, pp.183-184] の手法に従って証明する。

まず、最適解においてすべての状態  $(i,j) \in E$  に関し  $\sum_{d \in D_{ij}} p^*(i,j,d) > 0$  であるものと仮定する。制約式は高々  $|E| + n$  個の独立な式を含んでいるため、線形計画問題の性質から、高々  $|E| + n$  個の変数のみが正値をとる最適解が存在する [56]。仮定より、各状態  $(i,j) \in E$  について少なくとも 1 つの  $p^*(i,j,d)$  が正値をとるため、高々  $n$  個の状態  $(i,j) \in E$  でのみ 2 つの  $p^*(i,j,d)$ ,  $d = 0,1$  が正値をとり、他の状態  $(i,j) \in E$  ではただ 1 つの  $p^*(i,j,d)$  が正値をとる。このため、高々  $n$  個の状態

$(i, j) \in E$  でのみ  $0 < \alpha^*(i, j) < 1$  の範囲から値を取り、他の状態  $(i, j) \in E$  ではすべて  $\alpha^*(i, j) = 0$  または 1 となる。

次に、集合  $E_0 = \{(i, j) : \sum_{d \in D_{ij}} p^*(i, j, d) (= \pi^*(i, j)) = 0, (i, j) \in E\}$  が空でないものと仮定する。このとき、 $(i, j, d) \in \{(k, l, f) : (k, l) \in E_0, f \in D_{kl}\}$  に対応する変数ならびに式 (6.27) 内の等号制約式を削除して得られる縮小された等価な線形計画問題によって元の線形計画問題を置き換える。縮小された線形計画問題は、 $E$  が  $E - E_0$  で置き換わる以外は元の線形計画問題と同様な構造をもち、状態  $(i, j) \in E - E_0$  について  $\sum_{d \in D_{ij}} p^*(i, j, d) > 0$  である。このため、縮小された線形計画問題に対して上記の議論が適用でき、高々  $n$  個の状態  $(i, j) \in E - E_0$  でのみ  $0 < \alpha^* < 1$  の範囲から値を取り、他のすべての状態  $(i, j) \in E - E_0$  においては  $\alpha^*(i, j) = 0$  または 1 となる。

(証明終)

本命題は、最適解において有効な呼損率制約式、すなわち等号によって満たされる呼損率制約式の数だけの状態  $(i, j) \in E$  に関してのみ確率的に基本呼の接続許可 / 拒否の方策を決定すればよく、他の状態では固定的な方策をとれば十分であるような最適回線留保制御が存在することを示している。このことは、そのような最適制御を選択すれば、実現が容易であることを意味している。

## 6.5 数値例と性能評価

最適化問題  $P$  に対する線形計画表現に標準的なシンプレックス法を適用することにより、最適回線留保に関する各種数値例を得ることができる。以下では、IBM 社製線形計画ソフトウェアパッケージ MPSX/370 を用いて各種トラヒック条件下における最適回線留保パラメータとそのときの呼種別呼損率および回線使用率を数値に求め、これらの数値例を基に、最適回線留保の振る舞い、ならびに有効性を評価する。

まず、 $m$  倍呼混合比率  $R_2$  を固定し、単位回線当たりの加わる呼量  $\nu$  の各値に対して最適回線留保パラメータ  $\alpha^*$  を求めた。図 6.4、図 6.5 に、 $N = 48$ 、 $m = 6$  で、呼種別呼損率上限値を  $B_1 = B_2 = 0.06$  とした場合の呼種別呼損率特性の数値例を示す。図 6.4 では、 $\mu_1 = \mu_2 = 1.0$  の場合を、図 6.5 では、 $\mu_1 = 10.0$ 、 $\mu_2 = 1.0$  の場合をそれぞれ示す。また、図 6.6 に、 $N = 60$  の場合の呼種別呼損率特性を示す。いずれの数値例においても、何らトラヒック制御を行わない場合の呼種別呼損率特性を比較のために示した。これらの結果から以下のことがいえる。

- (1) 与えられた呼種別呼損率制約を満たす最大の正規化負荷  $\nu_{max}$  が存在する。
- (2)  $m$  倍呼のサービス終了率に対する基本呼のサービス終了率の比  $\mu_1/\mu_2$  が大きいほど、最大実行可能負荷  $\nu_{max}$  が大きい。すなわち、比  $\mu_1/\mu_2$  が大きいほど、回線使用率の改善効果が大きい。

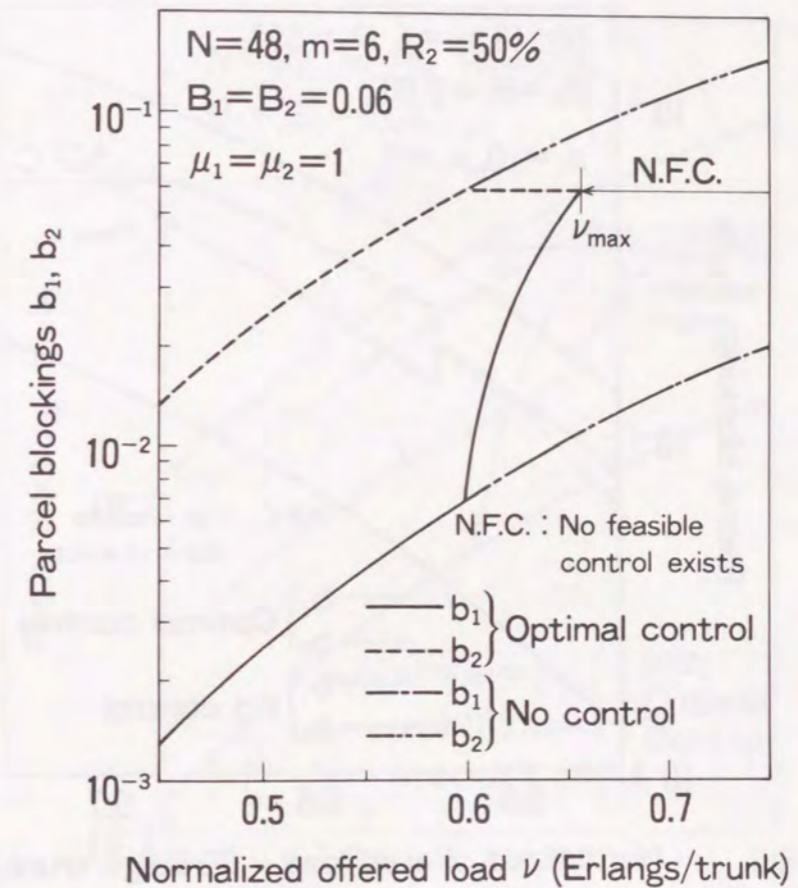


図 6.4 最適回線留保制御下での呼種別呼損率 ( $N = 48$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = 1$ )

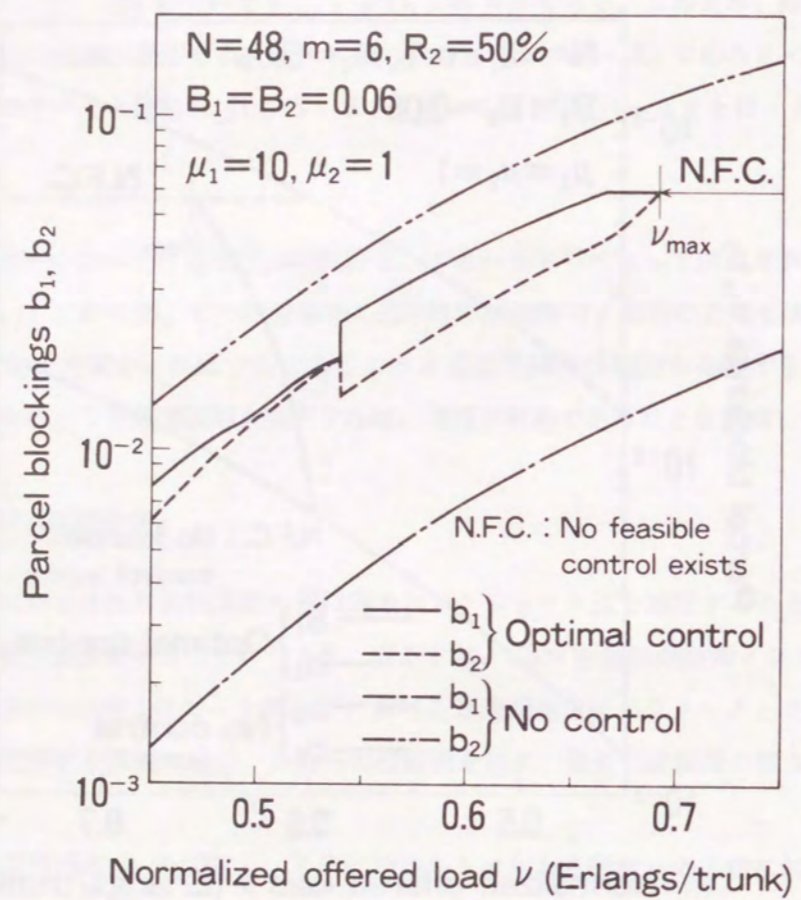


図 6.5 最適回線留保制御下での呼種別呼損率 ( $N = 48, \mu_1 = 10, \mu_2 = 1$ )

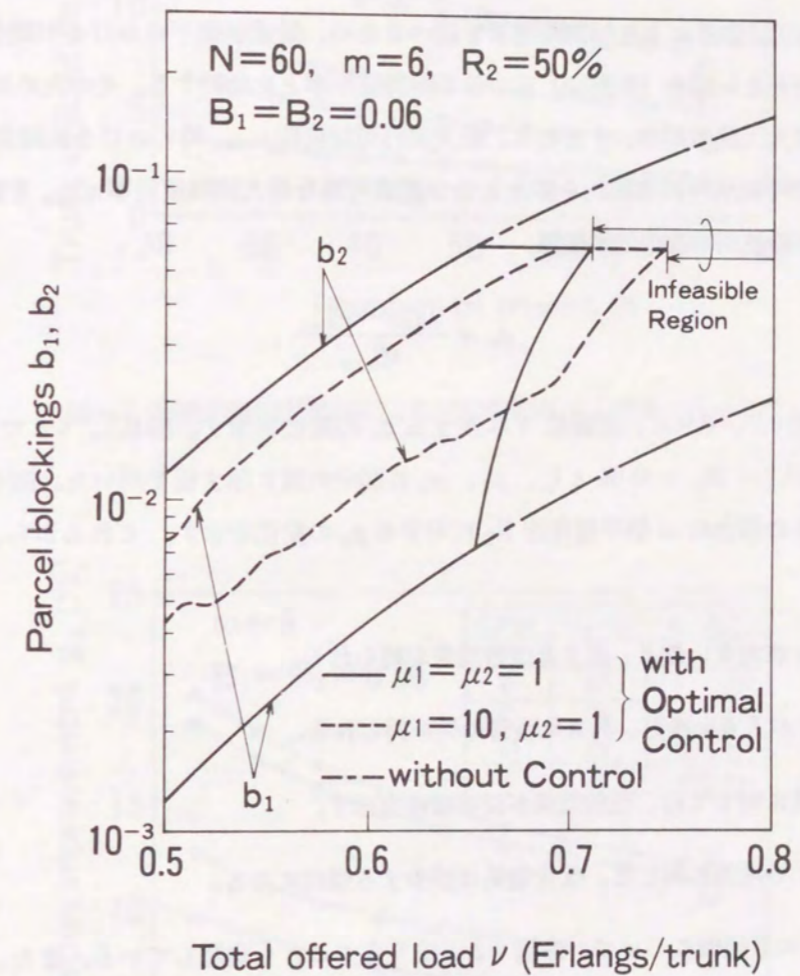


図 6.6 最適回線留保制御下での呼種別呼損率 ( $N = 60$ )

(3) 回線数の多い大束の回線群ほど、最大実行可能負荷  $\nu_{max}$  が大きい。すなわち、大束の回線群ほど、回線使用率の改善効果が大きい。

(4)  $\nu < \nu_{max}$  である領域では、 $\mu_1 = \mu_2 = 1.0$  のとき、回線群は  $b_1 < b_2$  となるよう制御される。一方、 $\mu_1 = 10.0$ 、 $\mu_2 = 1.0$  のときは、 $b_1 > b_2$  となるよう制御される。このことから分かるように、呼種別呼損率上限値により制約を受けないトラヒック条件においても、回線使用率を向上させるために  $m$  倍呼を優先し基本呼の接続を制限するような最適制御が存在する。

次に、最適回線留保による制御の効果を調べるため、最適制御下における回線使用率と何らトラヒック制御を行わない場合（無制御）における回線使用率とを比較する。そのために、最適制御によって達成可能な最大回線使用率、すなわち、最大実行可能負荷  $\nu_{max}$  時における回線使用率  $\eta_{max}$ 、および、無制御下で呼種別呼損率制約を満たしつつ達成可能な最大回線使用率  $\eta_{max}^0$  を数値的に求め、最適制御による回線使用率改善効果指標

$$g_u = \frac{\eta_{max} - \eta_{max}^0}{\eta_{max}^0}, \quad (6.42)$$

を計算した。図 6.7、6.8 に、回線数  $N$  に対する  $g_u$  の変化を示す。図 6.7、6.8 ではそれぞれ  $m = 4$ 、 $m = 6$ 、 $B_1 = B_2 = 0.06$  とし、 $\mu_1$ 、 $\mu_2$  は図中の表に示す値を用いた。図 6.9、6.10 には、回線数  $N = 24$  の場合の  $m$  倍呼混合比  $R_2$  に対する  $g_u$  の変化を示す。これらから、以下のことがいえる。

- (1) 速度比  $m$  が大きいほど、大きな改善効果が得られる。
- (2) 比  $\mu_1/\mu_2$  が大きいほど、大きな改善効果が得られる。
- (3)  $R_2$  の変化に対しては、改善効果が波状特性を示す。
- (4) 回線数  $N$  の増加に対して、改善効果は減少する傾向にある。

なお、上記の数値例について、命題 6.2 が成り立つことも確認している。また、上記の数値例に関する限り、 $\alpha^*(i, j) < 1$  となる状態  $(i, j) \in E$  は、 $i + mj \geq N - m$  なる領域で直線  $i + mj = N - m$  の近くに現れる傾向があることを認めている。

ここでは、基本呼のみを規制する回線留保制御について述べたが、上述の最適化手法は、到着する基本呼、 $m$  倍呼をそれぞれ確率  $(1 - \alpha(i, j))$ 、 $(1 - \beta(i, j))$  でブロックするような一般的な回線留保制御にも容易に拡張できる。実際に、最適制御パラメータ値  $\alpha^*$  と  $\beta^*$  を同時に求めるための線形計画問題を定式化し、シンプレックス法により計算したところ、上記の数値例についてはすべての状態  $(i, j) \in E$  において  $\beta(i, j) = 1$  となる最適解が得られることが分かった。これらの結果は、 $m$  倍呼を規制しない最適制御と等価である。

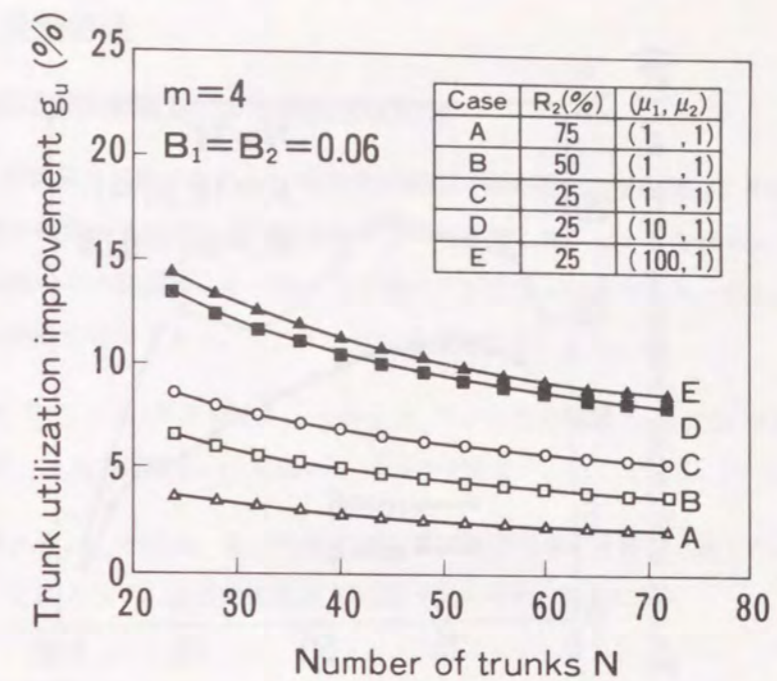


図 6.7 最適回線留保制御による回線使用率向上効果 ( $m = 4$ )

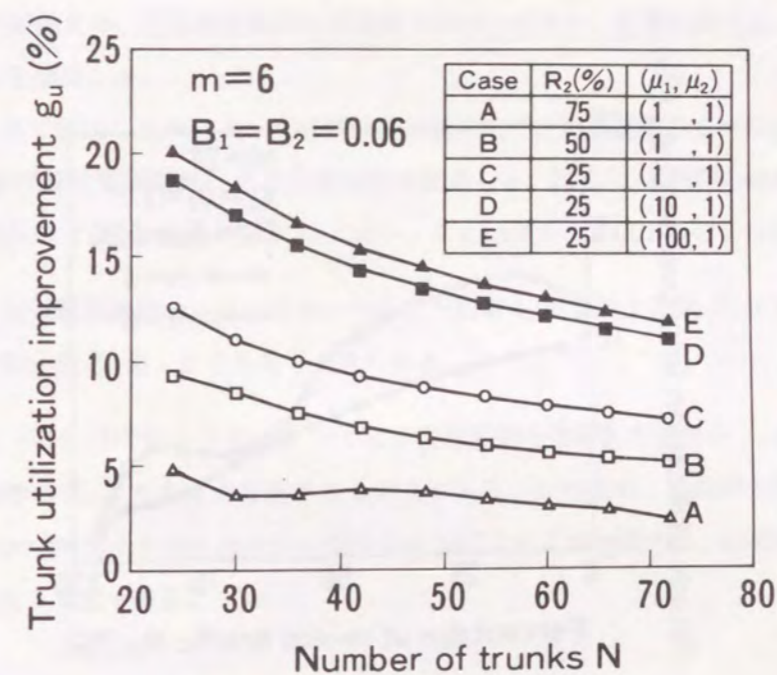


図 6.8 最適回線留保制御による回線使用率向上効果 ( $m = 6$ )

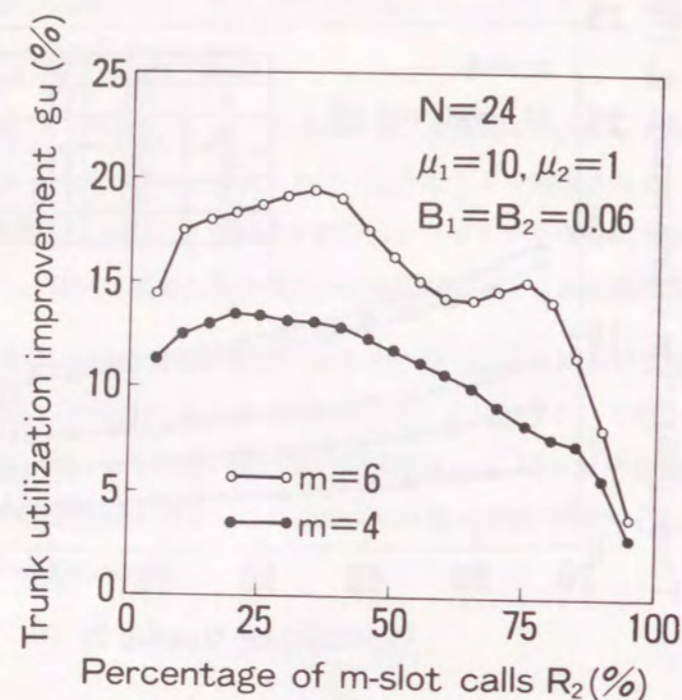


図 6.9 トラヒック混合条件に対する回線使用率向上効果の変化 ( $N = 24, \mu_1 = \mu_2 = 1$ )

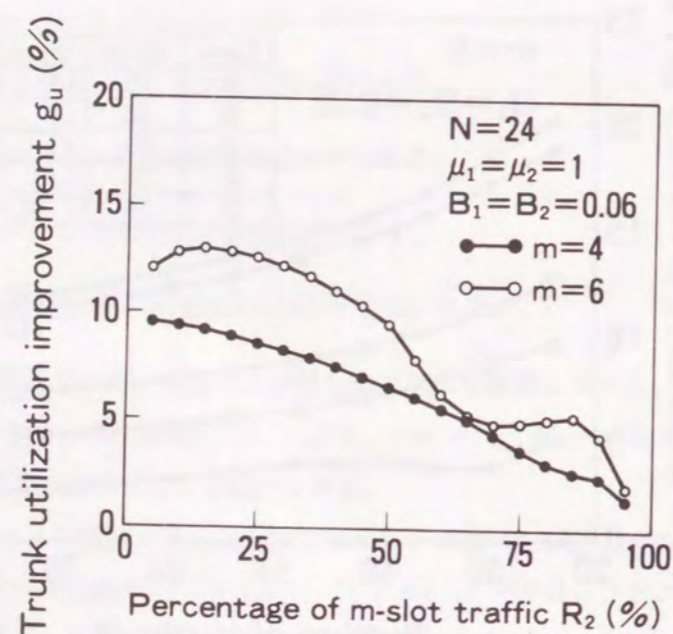


図 6.10 トラヒック混合条件に対する回線使用率向上効果の変化 ( $N = 24, \mu_1 = 10, \mu_2 = 1$ )

## 6.6 近似最適制御法

### 6.6.1 同時接続回線数の観測による回線留保制御

以上までは、回線群の状態すなわち呼種別同時接続呼数の組合せを観測し、その観測結果に依存して基本呼の接続を規制する最適回線留保制御について考察した。しかしながら、5.2 節で述べたような同時接続回線数のみの観測による回線留保制御の方が実現が容易であり、また、最適な留保回線数  $r$  を求めるのも極めて容易である。そこで、近似最適制御法として、

ある整数  $r, 0 \leq r \leq N$  に対し、 $i + mj \geq N - r$  なる状態  $(i, j)$  では  $\alpha(i, j) = 0$ 、  
 $i + mj < N - r$  なる状態  $(i, j)$  では  $\alpha(i, j) = 1$  とする

回線留保制御を考える。この場合、各  $r$  の値に対する回線使用率を計算し、最大の回線使用率を与える  $r$  値を求めることによって、近似的に最適な制御パラメータが得られる。

### 6.6.2 数値例と考察

近似最適制御の性能を調べるため、同一のトラヒック条件における最適制御、近似最適制御それぞれについて呼種別呼損率特性を計算した。図 6.11 に正規化負荷  $\nu$  に対する呼種別呼損率の変化の例を示す。ここでは、呼種 2 の呼損率に対し上限値  $B_2 = 0.01$  を定める制約のみを考えている。この他の例も含めた数値例から、近似最適制御の回線使用率向上効果が、最適制御によって得られる効果にかなり近いことを確認した。

さらに、第 2 章で導出したモーメント計算公式を適用して、最適制御あるいは近似最適制御を適用した回線群における呼種別溢れ呼量の分散係数を計算した。図 6.11 と同様の条件における呼種 1 の溢れ呼量の分散係数  $Z_1$  の数値例を図 6.12 に示す。この結果から、以下のことがいえる。

- (1) 最適制御、近似最適制御のいずれにおいても、呼損率  $b_2$  が制約上限値  $B_2$  に等しくなる負荷領域では、分散係数  $Z_1$  が 1 よりかなり大きくなる。
- (2) 高負荷条件 (図 6.12 では  $\nu \geq 0.55$ ) 下では、最適制御を適用した場合の  $Z_1$  は近似最適制御を適用した場合の  $Z_1$  よりも大きな値となる場合がある。このため、回線群の動作点が高負荷領域にあり、かつ呼種 1 の溢れが次段の回線群に迂回するような網では、近似最適制御の方がむしろ有利となる場合もある。

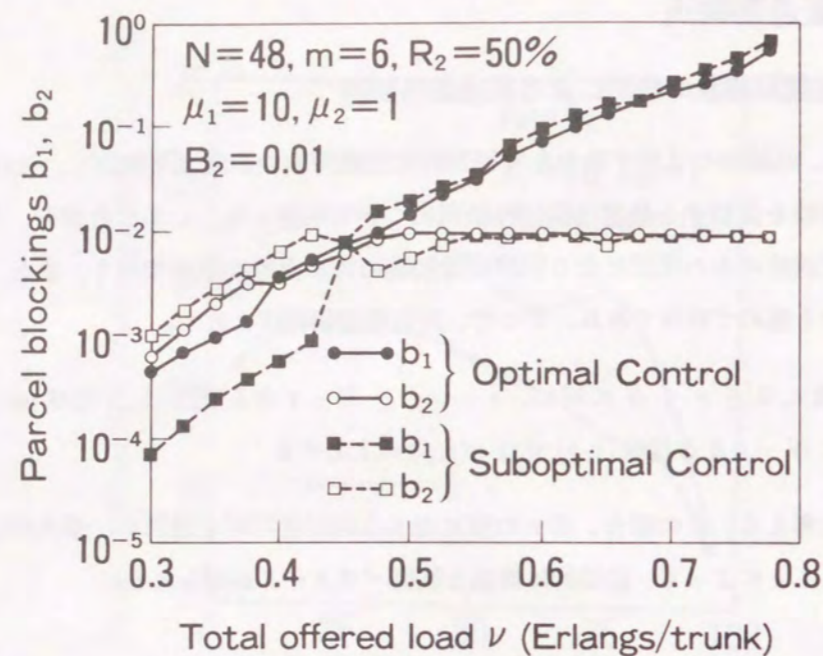


図 6.11 最適制御と近似最適制御における呼種別呼損率

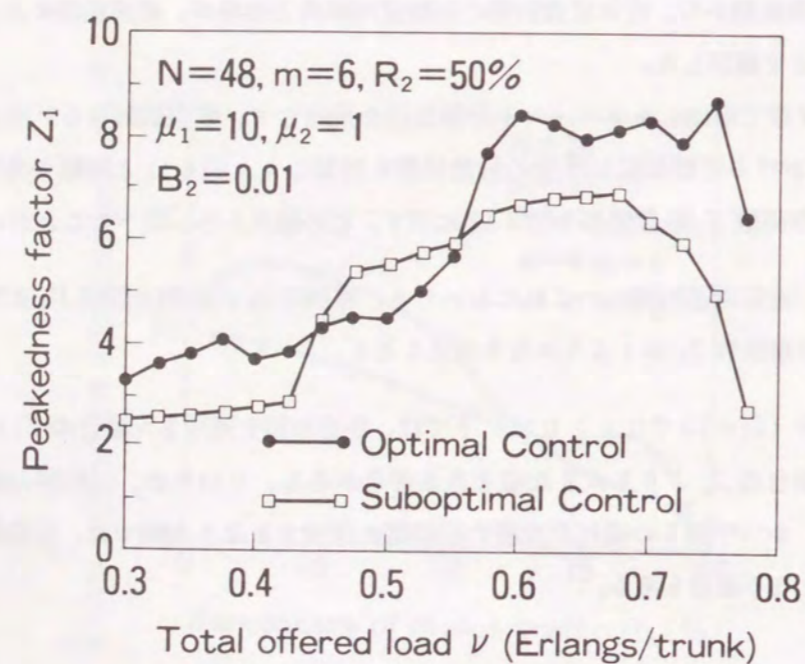


図 6.12 最適制御と近似最適制御における基本呼の溢れ呼量の分散係数

## 6.7 結言

多元速度回線群における適応型回線留保制御方式について検討し、最適制御パラメータの効率的な計算手法を考案して、最適制御による回線使用率向上効果を明らかにした。

提案したマルコフ決定過程論に基づく制御パラメータの最適化法は、計算効率の点で優れているだけでなく、最適解の重要な性質を裏付ける数学的構造をも明示している。解くべき線形計画問題の変数と制約式の数の関係に着目し、線形計画問題の一般的性質を当てはめることによって、最適制御パラメータのとりべき値が実数であるものは高々呼損率制約式数しかないことを理論的に証明した。

数値例を示し、速度比が大きく、低速呼の平均サービス時間が高速呼のそれに比べて短いほど、最適回線留保制御による回線使用率向上効果は大きいことなどを明らかにした。最適回線留保によって 10% 以上の回線使用率向上効果が得られる場合もあり、この効果は大きいという結論を得た。

さらに、回線群の状態を部分的にのみ観測して制御する近似最適制御との性能比較を行い、実用的には、近似最適制御で十分であることを明らかにした。

## 第7章 結 論

これからの情報通信網は複合サービス網として発展する。このような複合サービス網の設計・運用に対する基礎理論として、多元速度回線交換網の性能評価に関する理論的研究について述べた。

以下に、本研究によって得られた主要な成果を要約する。

一般的なマルコフ型待ち行列システムにおけるトラヒックの解析とその応用について：

- (1) 一般的なマルコフ型待ち行列システムに関する各種トラヒックのモーメントに対する統一的解析手法を提案し、汎用的なモーメント計算公式群を構築した。
- (2) 個別トラヒックの  $r$  次モーメントベクトルを  $r-1$  次以下のモーメントベクトルで表すベクトル漸化式を導出し、 $r$  次モーメントの計算手順を確立した。複数トラヒック間の2次、3次交差モーメントベクトルを与えるモーメントベクトル漸化式を導出し、トラヒック合成操作で必要となる相関係数、および3次交差モーメントの計算手順を確立した。
- (3) 提案した解析法は、マルコフ型待ち行列システムに適用でき、適用範囲が極めて広く、汎用性の点で優れていること、さらに、解くべき線形方程式の係数行列がマルコフ型待ち行列システムの無限小生成作用素と同様の構造をもつため、システム特有の構造的特徴を利用した高速数値計算が可能であり、極めて有効性が高いことを明らかにした。
- (4) モーメント計算公式をこれまで不明であった各種トラヒックのモーメント評価に応用して、具体的計算手順およびモーメント特性の例を示し、本計算公式の新規性、汎用性、有効性を立証した。
- (5) フィードバックのある集団到着型  $M^{[x]}/M/1/C$  待ち行列システムにモーメント計算公式を適用し、WBAS方式の方がPBAS方式よりも溢れトラヒックおよび受け入れられるトラヒックのピーク性が高いこと、ならびに、出力トラヒック過程は入りトラヒック量の増大とともにポアソン過程に漸近することを明らかにした。
- (6) 回線留保方式によって制御される単元速度回線群にモーメント計算公式を適用し、呼種別溢れ呼量のモーメントを求めるための効率的な計算アルゴリズムを考案した。この問題は従来未解決となっていた懸案課題であり、それを解決したという意義をもつ。
- (7) 多元速度回線群モデルにモーメント計算公式を適用し、数値計算法、および呼種別溢れ呼量のモーメントの数値例を示した。呼種別溢れ呼量のモーメントおよび相関係数は、低速呼/高速呼の混合比率の変化に対して波状特性を示すこと、速度比が大きいほどその波状特性は著しいこと、低速呼の溢れは、平均サービス時間が高速呼のそれに比べて短くなるほどピーク性が高くなることを明らかにした。

- (8) 超指数サービス時間のトラヒックに対しても、トラヒック分解・合成法を用いることにより、モーメント計算公式が応用できることを示した。 $M/H_2/N/N$  待ち行列システムへの適用例から、超指数サービス時間分布の変動係数が増大すると、溢れ呼量のピーク性は逆に低くなることを明らかにした。さらに、サービス時間が超指数分布に従う単元速度迂回中継網における呼種別総合呼損率の近似計算法として、3モーメント整合法によるIPP近似法、および発見的分解近似法を提案し、IPP法の近似精度が優れていること、ならびに発見的分解近似法が実用的であることを示した。
- (9) モーメント計算公式の位相型待ち行列モデルへの理論的拡張に関し、アーラン分布に従うサービス時間のトラヒックに対しては直接適用できないことを述べ、計算公式の汎用性、および理論的限界を明確にした。

多元速度回線群における迂回トラヒック特性の解析、ならびにサービス品質制御手法について：

- (1) 多元速度クラスタ網モデルにおける一次回線群からの迂回トラヒック特性の近似解析法を提案した。回線留保制御のある一次回線群を、同時接続回線数のみに着目した一次元マルコフ過程でモデル化し、呼種数に関する次元の増加を回避できるモーメント近似計算手順を示した。厳密解析結果との比較により、低速呼、高速呼の平均サービス時間の差が小さい場合には、提案した近似解析法の近似精度は極めて良好であること、その差が大きい場合および留保量が大きい場合には、近似精度が劣化することを明らかにした。
- (2) 二次回線群における呼種別呼損率の近似解析法として、呼種別IPP近似法、および発見的近似分解法を提案した。厳密解析結果との比較により、IPP近似法における総溢れ呼量の近似精度が特に良好であること、発見的近似分解法は計算量が極めて少なく呼種別呼損率の概略評価には十分有効であることを明らかにした。
- (3) 適応的加速パラメータ修正によるSOR法のパラメータ修正アルゴリズムを改良し、厳密解析法での平衡方程式やモーメントベクトル漸化式の解法で必要となる大規模線形方程式の数値計算に適用した際の収束性能を改善した。
- (4) 多元速度回線群に対する4種のサービス品質制御手法のトラヒック解析法を示した。これらの方式を比較して、回線使用率の点では回線留保方式が優れているが、過負荷に対する被圧迫呼の呼損率特性やトラヒックのピーク特性の点では他の方式が有利となる場合があることを明らかにした。
- (5) 回線留保方式においては、高負荷領域で非優先呼の運ばれる呼量の分散係数が1より大きくなる場合があることを明らかにし、運用にあたっては着側交換機等へのトラヒック的影響に注意が必要であることを示した。

- (6) 多元速度回線群での適応型回線留保制御に対する最適制御パラメータ決定法として、線形計画法による効率的な計算手法を提案した。
- (7) マルコフ決定過程論に基づく線形計画問題の構造に着目し、最適制御パラメータのとりべき値が実数であるものは高々呼損率制約式数しかないことを理論的に証明した。
- (8) 最適回線留保制御によって10%以上の回線使用率向上効果が得られる場合があり、速度比が大きく、低速呼の平均サービス時間が高速呼のそれに比べて短いほど、その効果が大きいことを明らかにした。
- (9) 回線群の状態を部分的にのみ観測して制御する近似最適制御との性能比較を行い、実用的には、近似最適制御で十分であることを明らかにした。

本論文では、サービス総合網の設計理論の確立を目指して、多元速度回線交換網に対するトラヒック解析手法および網性能評価手法を課題とし、新しい手法を考案するとともに、多元速度回線交換網の振る舞いについての新しい知見を得た。本研究成果を大容量化および広範なサービス総合化が急速に進展する広帯域ISDNに対する実用手法へと発展させてゆくためには、次元の爆発に対処可能な高速計算手法の開発、ならびに近似手法のさらなる高精度化への努力が要求される。本研究が、将来の広帯域複合サービス網の設計理論に対する1つの礎石とならんことを願って、本論文を締めくくるところとしたい。

## 謝 辞

本研究の遂行と論文の作成にあたって数多くの方々から御支援をいただいた。

大阪大学名誉教授 中西義郎博士には、本研究について終始御支援をいただくとともに、本論文のとりまとめにあたり懇切なる御助言と御指導をいただいた。さらに、大学院生時代の指導教官としてシステム工学の分野への御導きをいただき、以来今日に到るまで、公私にわたりお世話を賜った。心から御礼申し上げる。大阪大学教授 手塚慶一博士には、研究内容について有益なる御討論をいただき、本論文のとりまとめにあたって御指導を賜った。学生時代には通信交換工学の分野を御教授いただき、本研究の糧のひとつとなっている。心から感謝申し上げます。大阪大学教授 倉園貞夫博士、同森永規彦博士、大阪産業大学教授 村田正博士、大阪大学助教授 中野秀男博士、大阪大学助手 榎原博之博士には、研究内容について有益なる御討論、御示唆をいただいた。ここに、深く感謝申し上げます次第である。

本研究の遂行ならびに取りまとめの機会を与えていただいた、国際電信電話株式会社常務取締役野坂邦史博士に深く御礼申し上げます。また、常々御指導、御鞭撻を賜った、研究所長小野欽司博士、同次長浦野義頼博士、同主幹研究員安藤純利氏に深く感謝申し上げます。ネットワーク開発本部交換部長森弘道氏には、研究所御在籍の折り本研究の契機をお与えいただくとともに、今日まで常に上司として御指導をいただいた。心から御礼申し上げます次第である。同交換部交換技術1課長池田佳和氏、計画第2部通信網技術1課長松本潤博士、研究所交換グループリーダー若原恭氏、同主任研究員藤岡雅宣氏には、上司として常に適切な御指導を賜るとともに、研究内容について有益なる御討論をいただいた。心から厚く御礼申し上げます。

通信網の計画問題に関して、常に深い見識を持って御教授いただいた小山通信センター副センター長浅羽観次氏に厚く御礼申し上げます。

研究所網設計ソフトウェアグループリーダー伊藤泰彦博士には、直属の上司として常に御指導を賜り、さらに、本論文をまとめるに際して、一方ならぬ御尽力をいただいた。ここに心から厚く御礼申し上げます。また、研究所主任研究員渡辺裕博士には、共同研究者として終始御討論いただき、本研究の遂行に御協力を賜った。厚く御礼申し上げます。

末筆ながら、本研究の過程において、有益なる御討論と御助言を賜った、研究所主任研究員渡辺文夫博士をはじめとする研究所網設計ソフトウェアグループおよび交換グループ各位に深く感謝の意を表す次第である。また、留学時代に本研究のきっかけとなる待ち行列解析理論の分野の研究を御指導いただき、以来御支援を賜った米国コロンビア大学助教授 Aurel.A.Lazar 博士に深く感謝申し上げます。

## 参考文献

- [1] I.Adler, N.Karmarkar, M.G.C.Resende and G.Veiga, "An implementation of Karmarkar's algorithm for linear programming," Working paper, Oper. Res. Center., Univ. of Calif., Barkeley, May 1986.
- [2] I.Adler, N.Karmarkar, M.G.C.Resende and G.Veiga, "Data structure and programming technique for the implementation of Karmarkar's algorithm," ORSA J. of Comp., Vol.1, No.2, pp.84-106, Spring 1989
- [3] 秋丸, クーバ, 通信トラヒック工学. オーム社, 1985 年.
- [4] 秋山 稔, 近代通信交換工学. 電気書院, 1973 年.
- [5] G.R.Ash, R.H.Cardwell and R.P.Murray, "Design and optimization of networks with dynamic routing," Bell Syst. Tech. J., Vol.52, No.9, pp.1787-1820, October 1981.
- [6] G.R.Ash, "Traffic network routing, control, and design for the ISDN era," Traffic Engineering for ISDN Design and Planning edited by M.Bonatti and M.Decina (Proc. of the 5th ITC Seminar, Lake Como, Italy), North-Holland, pp.245-254, 1988.
- [7] G.R.Ash, et al., "Robust design and planning of a worldwide intelligent network," IEEE J. Selected Areas in Commun., Vol.7, No.8, pp.1219-1230, October 1989.
- [8] F.Baskett, K.M.Chandy, R.R.Muntz and F.G.Palacios, "Open, closed, and mixed networks of queues with different classes of customers," J. of A.C.M., Vol.22, No.2, pp.248-260, April 1975.
- [9] CCITT Recommendation I.120, Integrated Services Digital Networks (ISDNs). Blue Book, 1988.
- [10] CCITT Recommendation I.121, Broadband Aspects of ISDN. Blue Book, 1988.
- [11] CCITT Recommendation E.525, Service Protection Methods. Blue Book, 1988.
- [12] E.Çinlar and R.L.Disney, "Stream of overflow from a finite queue," Oper. Res. Vol.15, pp.131-134, 1967.
- [13] E.Çinlar, *Introduction to Stochastic Processes*. Prentice-Hall, 1975.
- [14] R.B.Cooper, *Introduction to Queueing Theory (2nd Edition)*. North-Holland, 1981.
- [15] L.E.N.Delbrouck, "A unified approximate evaluation of congestion functions for smooth and peaky traffics," IEEE Trans. Commun., Vol.COM-29, No.2, pp.85-91, February 1981.
- [16] L.E.N.Delbrouck, "On the steady-state distribution in a service facility carrying mixtures of traffic with different peakedness factors and capacity requirements," IEEE Trans. Commun., Vol.COM-31, No.11, pp.1209-1211, November 1983.
- [17] C.Derman, *Finite State Markovian Decision Processes*. Academic Press, 1970.
- [18] R.L.Disney and P.C.Kiessler, *Traffic Processes in Queueing Networks*. The Johns Hopkins University Press, 1987.
- [19] Z.Dziong and J.W.Roberts, "Congestion probabilities in a circuit-switched integrated services network," Performance Evalation, Vol.7, pp.267-284, 1987.
- [20] O.Enomoto and H.Miyamoto, "An analysis of mixtures of multiple band-width traffic on time division switching networks," Proc. of 7th ITC, 635, Stockholm, Sweden, June 1973.
- [21] A.Fredericks, "Congestion in blocking systems - a simple approximation technique," Bell Syst. Tech. J., Vol.59, No.6, pp.805-827, July-August 1981.
- [22] A.Fredericks, "Approximating parcel blocking via state dependent birth rates," Proc. of 10th ITC, 5.3-2, Montreal, Canada, June 1983.
- [23] 藤木, 雁部, 通信トラヒック理論. 丸善, 1980 年.
- [24] 福岡, 小田, 渡辺, "国際企業網における動的回線留保制御," 信学技報, IN90-61, pp.1-8, 1990 年 10 月.
- [25] D.P.Gaver, P.A.Jacobs and G.Latouche, "Finite birth-and-death models in randomly changing environments," Adv. Appl. Prob., Vol.16, pp.715-731, 1984.
- [26] E.Gelenbe and I.Mitrani, *Analysis and Synthesis of Computer Systems*. Academic Press, 1980.
- [27] L.A.Gimpelson, "Analysis of mixture of wide- and narrow-band traffic," IEEE Trans. Commun., COM-13, No.3, pp.258-266, September 1965.
- [28] A.Girard, "Dimensioning of telephone networks with nonhierarchical routing and trunk reservation," Proc. of 3rd International Network Planning Symposium, 6.3.1, Tarpon Springs, USA, June 1986.

- [29] N.Hattori and K.Yamada, "Traffic characteristics of the international telex calls," Proc. of 7th ITC, 443, Stockholm, Sweden, June 1973.
- [30] H.Heffes and J.M.Holtzman, "Peakedness of traffic carried by a finite trunk group with renewal input," Bell Syst. Tech. J., Vol.52, No.9, pp.1617-1642, November 1973.
- [31] H.Heffes and D.M.Lucantoni, "A Markov modulated characterization of packetized voice and data traffic and related statistical multiplexer performance," IEEE J. Selected Areas in Commun., Vol.SAC-4, No.6, pp.856-868, September 1986.
- [32] D.P.Heyman and M.J.Sobel, *Stochastic Models in Operations Research Vol.II : Stochastic Optimization*. McGraw-Hill, New York, 1984.
- [33] J.H.Hui, "Resource allocation for broadband networks," IEEE J. Selected Areas in Commun., Vol.SAC-6, No.9, pp.1598-1608, December 1988.
- [34] 岩崎昇三 監修, ISDN I シリーズ国際標準とその技術. オーム社, 1987 年.
- [35] A.N.Kashper, "Bandwidth allocation and network dimensioning for international multiservice networks," Traffic Engineering for ISDN Design and Planning edited by M.Bonatti and M.Decina (Proc. of the 5th ITC Seminar, Lake Como, Italy), North-Holland, pp.293-298, 1988.
- [36] S.S.Katz, "Statistical performance analysis of a switched communications network," Proc. of 5th ITC, 142, New York, USA, June 1967.
- [37] L.Katzschner and R.Scheller, "Probability of loss of data traffics with different bit rates hunting one common PCM-channel," Proc. of 8th ITC, 525, Melbourne, Australia, November 1976.
- [38] J.S.Kaufman, "Blocking in a shared resource environment," IEEE Trans. on Commun., Vol.29, No.10, pp.1474-1481, October 1981.
- [39] 川島, 能條, "トラヒック理論における状態方程式の性質と一数值解法," 研実報, Vol.33, No.2, pp.219-229, 1984 年 2 月.
- [40] 川島, 他, "異速度通信混在回線からのあふれ呼特性の解析," 昭 61 信学総全大, 1815, 1986 年 3 月.

- [41] K.Kawashima, "Trunk reservation models in telecommunications systems," Teletraffic Analysis and Computer Performance Evaluation edited by O.J.Boxma, J.W.Cohen and H.C.Tijms, North-Holland, pp.29-36, 1986.
- [42] F.P.Kelly, *Reversibility and Stochastic Networks*. Wily, 1979.
- [43] F.P.Kelly, "Blocking and routing in circuit-switched networks," Teletraffic Analysis and Computer Performance Evaluation edited by O.J.Boxma, J.W.Cohen and H.C.Tijms, North-Holland, pp.29-36, 1986.
- [44] F.P.Kelly, "Routing in circuit-switched networks : Optimization, shadow prices and decentralization," Adv. Appl. Prob., Vol.20, pp.112-144, 1988.
- [45] H.Kobayashi, *Modeling and Analysis : An Introduction to System Performance Evaluation Methodology*. Addison-Wesley Publishing Co., Inc., 1978.
- [46] L.Kleinrock, *Queueing Systems Vol.I,II*. John Wily and Sons, Inc., 1975 : 手塚 他訳, 待ち行列システム理論 (上)(下). マグロウヒル好学社, 1979 年.
- [47] P.J.Kuehn, "Approximate analysis of general queueing networks by decomposition," IEEE Trans. Commun., COM-27, No.1, pp.113-126, January 1979.
- [48] A.Kuczura, "The interrupted Piosson process as an overflow process," Bell Syst. Tech. J., Vol.52, No.3, pp.437-448, March 1973.
- [49] A.Kuczura and D.Bajaj, "A method of moments for the analysis of a switched communication network's performance," IEEE Trans. Commun., COM-25, No.2, pp.185-193, February 1977.
- [50] J.Labetoulle, "Mixing of traffic on a trunk group : Calculation of blocking probabilities using an extension of the ERT method," Proc. of 11th ITC, 5.2B-1, Kyoto, Japan, September 1985.
- [51] A.A.Lazar and T.G.Robertazzi, "The geometry of lattices for Markovian queueing networks," Columbia Universty, CTR Research Report, 1986.
- [52] P.Le Gall, "Overflow traffic combination and cluster engineering," Proc. of 11th ITC, 2.2B-1, Kyoto, Japan, September 1985.

- [53] P.Lindberg, et al., "Trunk reservation and grade of service issues in circuit-switched integrated networks," Proc. of 12th ITC, 5.4A.3, Torino, Italy, June 1988.
- [54] K.Lindberger, "Simple approximations of overflow system quantities for additional demands in the optimization," Proc. of 10th ITC, 5.3-3, Montreal, Canada, June 1983.
- [55] K.Lindberger, "Blocking for multi-slot heterogeneous traffic streams offered to a trunk group with reservation," Traffic Engineering for ISDN Design and Planning edited by M.Bonatti and M.Decina (Proc. of the 5th ITC Seminar, Lake Como, Italy), North-Holland, pp.151-160, 1988.
- [56] D.G.Luenberger, *Linear and Nonlinear Programming (Second Edition)*. Addison Wesley, 1984.
- [57] F.Machihara, "On overflow processes for a trunk group with trunk reservation," Trans. of IECE Japan, Section E, Vol.E65, No.5, pp.249-256, May 1982.
- [58] F.Machihara, "An infinitely-many server queue having Markovian renewal arrivals and hyperexponential service times," J. Ope. Res. Soc. of Japan, Vol.29, No.4, pp.338-350, December 1986.
- [59] 町原, 白井, "超指数保留時間分布をもつ即時式回線群の設計," 信学論 (B), Vol.J70-B, No.6, pp.613-618, 1987年1月.
- [60] D.Manfield and T.Downs, "Decomposition of traffic in loss systems with renewal input," IEEE Trans. Commun., Vol.COM-27, No.1, pp.44-58, January 1979.
- [61] J.Matsumoto and Y.Watanabe, "Individual characteristics of queueing systems with multiple Poisson and overflow inputs," IEEE Trans. Commun., COM-33, No.1, pp.1-9, January 1985.
- [62] 松本 潤, "待時系におけるあふれ呼理論に関する研究," KDD 研究所, 研究報告第126号, 1985年12月.
- [63] K.S.Meier-Hellstern, "Parcel overflows in queueing with multiple inputs," Proc. of 12th ITC, 5.1B.3, Torino, Italy, June 1988.
- [64] 三宅, 他, "異速度通信混在回線からのあふれ呼特性の解析," 信学技報, IN86-104, pp.1-6, 1986年12月.

- [65] 三宅 功, "異速度通信混在回線の最適回線留保制御," 昭 62 信学情報・システム全大, 475, 1967年11月.
- [66] M.F.Neuts, *Matrix-Geometric Solutions in Stochastic Models*. The Johns Hopkins University Press, 1981.
- [67] T.Ohta, "Network efficiency and network planning considering telecommunication traffic influenced by time difference," Proc. of 7th ITC, 425, Stockholm, Sweden, June 1973.
- [68] M.Pioro and B.Wallström, "Multihour optimization of non-hierarchical circuit switched communication networks with sequential routing," Proc. of 11th ITC, 4.4A-3, Kyoto, Japan, September 1985.
- [69] V.Ramaswami and K.A.Rao, "Flexible time slot assignment - A performance study for the integrated services digital network," Proc. of 11th ITC, 2.1A-3, Kyoto, Japan, September 1985.
- [70] L.Reneby, "On individual and overall losses in overflow systems," Proc. of 10th ITC, 5.3-5, Montreal, Canada, June 1983.
- [71] J.W.Roberts and A.Hoang Van, "Characteristics of services requiring multi-slot connections and their impact on ISDN design," Traffic Engineering for ISDN Design and Planning edited by M.Bonatti and M.Decina (Proc. of the 5th ITC Seminar, Lake Como, Italy), North-Holland, pp.97-115, 1988.
- [72] K.W.Ross and D.H.K.Tsang, "Optimal circuit access policies in an ISDN environment : A Markov decision approach," IEEE Trans. Commun., Vol.COM-37, No.9, pp.934-939, September 1989.
- [73] M.Schwartz, *Telecommunication Networks*. Addison-Wesley, 1987.
- [74] D.Songhurst, "Protection against traffic overload in hierarchical networks employing alternative routing," Proc. of Network Planning Symp., Paris, pp.214-220, October 1980.
- [75] 高木謙三, 小久保和人, "多元トラヒック回線留保均一化呼損率の表現," 信学論誌, Vol.J70-B, No.7, pp.890-893, 1987年7月.
- [76] 高橋, 秋丸, "待ち行列システムにおける最小通過時間の拡散近似とその応用," 信学論 (B), Vol.J69-B, No.10, pp.1046-1053, 1986年10月.

- [77] H.C.Tijms, *Stochastic Modelling and Analysis : A Computational Approach*. John Wiley and Sons Ltd., 1986.
- [78] 戸川隼人, マトリクスの数値計算. オーム社, 1971 年.
- [79] R.S.Verga, *Matrix Iterative Analysis*. Prentice-Hall, 1962 : 渋谷 他訳, 計算機による大型行列の反復解法. サイエンス社, 1972 年.
- [80] Y.Watanabe, J.Mastumoto and H.Mori, "Design and performance evaluation of international telephone networks with dynamic routing," Proc. of 11th ITC, 4.3A-3, Kyoto, Japan, September 1985.
- [81] 渡辺, 小田, "迂回中継網設計手法の精度評価", 信学技報 IN87-96, pp.19-24, 1987 年 12 月.
- [82] W.Whitt, "The queueing network analyzer," Bell Syst. Tech. J., Vol.63, No.9, pp.2779-2815, November 1983.
- [83] R.I.Wilkinson, "Theories for toll traffic engineering in the U.S.A.," Bell Syst. Tech. J., Vol.35, No.2, pp.421-514, March 1981.
- [84] R.W.Wolff, "Poisson arrivals see time average," Oper. Res., Vol.30, pp.223-231, 1982.
- [85] 山口, 秋山, "多元トラヒック処理の一方式(回線予測留保方式)," 信学論(A), Vol.J53-A, No.6, pp.496-497, 1970 年 9 月.

## 付録：本論文に関する原著論文

- [1] 小田, 渡辺, "ポアソン呼とあふれ呼の加わる回線留保系からのあふれ呼解析," 昭和 61 信学全大, 1823, 1986 年 3 月.
- [2] T.Oda, Y.Wakahara and M.Furuya, "An efficient design support system for facility planning of international transmission networks," The Proc. of Networks'86, 3.3, Tarpon Springs, Florida, June 1986.
- [3] 小田, 渡辺, "複数の情報転送速度を扱う回線交換網におけるあふれ呼特性," 信学技報 SE86-49, pp.1-6, 1986 年 7 月.
- [4] 小田, 渡辺, "迂回回線系におけるサービス品質制御手法の検討," 信学技報 IN86-60, pp.37-42, 1986 年 8 月.
- [5] 小田, 渡辺, "ポアソン呼とあふれ呼が加わる異速度呼混在回線群からのあふれ呼の特性," 昭和 61 信学部大, 91, 1986 年 9 月.
- [6] 小田, 渡辺, "速度の異なる呼びが加わる回線留保系からのあふれ呼の特性," 昭和 61 信学部大, 92, 1986 年 9 月.
- [7] 小田, 渡辺, "マルコフ形サービス系からのあふれ呼のモーメント公式," 信学論, Vol.J69-B, No.12, pp.1576-1587, 1986 年 12 月.
- [8] 小田, 渡辺, "動的ルーティングを用いる国際 ISDN の設計," 信学情ネ / 交換第 2 種研究会予稿, pp.127-130, 1987 年 2 月.
- [9] 小田, 渡辺, "異速度通信回線交換網におけるトラヒック特性の近似解析," 信学技報 IN86-133, pp.43-48, 1987 年 3 月.
- [10] 小田, 渡辺, "多速度の回線留保系における運ばれる呼の特性," 昭和 62 信学情・シ部大, 92, 1987 年 11 月.
- [11] 小田, 渡辺, "多元速度即時式回線群における最適回線留保制御とその特性," 信学技報 IN87-97, pp.25-30, 1987 年 12 月.
- [12] 小田, 渡辺, "マルコフ形サービス系からの複数あふれ呼間の相関に関するモーメント公式とその応用," 信学論, Vol.J71-B, No.3, pp.313-321, 1988 年 3 月.

- [13] T.Oda and Y.Watanabe, "A method for analyzing circuit-switched networks with multiple bit rate classes," The Proc. of 12th ITC, 5.1A.6, Torino, Italy, June 1988.
- [14] 小田, 福岡, 渡辺, "多元速度即時式回線群におけるサービス品質制御手法の特性比較," 信学技報 IN88-63, pp.13-18, 1988年7月.
- [15] 小田, 福岡, 渡辺, "多元速度回線群のためのサービス品質制御手法の比較," 昭和63 信学秋全大, B-238, 1988年9月.
- [16] 小田, 渡辺, "呼種別呼損率制約のある多元速度即時式回線群の最適回線留保制御," 信学論, Vol.J71-B, No.9, pp.1077-1080, 1988年9月.
- [17] 小田, 福岡, 渡辺, "多元速度即時式回線群におけるサービス品質制御手法の特性比較," 信学論, Vol.J72B-I, No.4, pp.255-263, 1989年4月.
- [18] T.Oda and Y.Watanabe, "Optimization of international ISDNs with dynamic routing under reliability constraint," Trans. of IEICE, Vol.E73, No.2, pp.212-219, February 1990.
- [19] T.Oda and Y.Watanabe, "Optimal trunk reservation for a group with multislot traffic streams," IEEE Trans. on Commun., Vol.38, No.7, pp.1078-1084, July 1990.
- [20] T.Oda and Y.Watanabe, "Moment analysis for traffic associated with Markovian queueing systems," to appear in IEEE Trans. on Commun., Vol.39, No.5, May 1991.

