

Title	ON THE BOUNDEDNESS OF SOLUTIONS AND THE ATTRACTIVITY PROPERTIES FOR NONLINEAR SECOND-ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS
Author(s)	坂田, 定久
Citation	大阪大学, 1982, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/906">https://hdl.handle.net/11094/906</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名・(本籍)	さか 坂	た 田	まだ 定	ひさ 久
学位の種類	工	学	博	士
学位記番号	第	5695	号	
学位授与の日付	昭和57年3月25日			
学位授与の要件	基礎工学研究科 数理系専攻 学位規則第5条第1項該当			
学位論文題目	非線形2階微分方程式の解の有界性及び吸引性について			
論文審査委員	(主査) 教授 竹之内 脩 (副査) 教授 坂和 愛幸 教授 有本 卓			

### 論 文 内 容 の 要 旨

本論文に於ては、非線形2階常微分方程式  $(E_1)$   $(a(t)x')' + h(t, x, x') + c(t)f(x)g(x') = e(t, x, x')$   
 $(E_2)$   $(a(t)x')' + b(t)f_1(x)g_1(x')x' + c(t)f_2(x)g_2(x') = e(t, x, x')$  について、その解の有界性及び解とその  
導関数の零への収束性を扱った。

1. 方程式  $(E_1)$  に対して、J. S. W. Wong を初めとして、 $a(t)$ ,  $c(t)$  などに単調性を仮定しない条件設定の下で、有界性が扱われて来た。また、J. R. Graef & P. W. Spikes は  $e(t, x, x')$  に関してある条件を仮定して解の有界性の問題を論じている。本論文では、これらの仮定をさらに緩和して有界性の問題に対し相当一般的な十分条件を与えた。
2. 方程式  $(E_2)$  に於て  $f_2(x) = f_3(x)x$ ,  $f_3(x) > 0$  の場合に有界な解が零に収束するための一つの十分条件を与えた。
3. T. A. Burton は一般化された Lienard 方程式について、すべての解がその導関数をも含め零に収束するための必要十分条件を与えている。我々は J. P. LaSalle の semi-invariant set に関する結果を改良したものを用い、先づ  $(E_2)$  のすべての解がその導関数をも含め有界であるための条件を示し、次いですべての解がその導関数をも含め零に収束するための必要十分条件を与えた。
4. 更に、 $f_2(x) = f_3(x)x$ ,  $f_3(x) > 0$  の場合には解の零への収束の一様性が成立つことを示し、 $(E_2)$  が零解を持つ場合の大域的漸近安定性のための必要十分条件を示した。

以上で用いた主要な方法は Liapunov による V-function を適当に構成し、これを活用することである。

## 論文の審査結果の要旨

本研究は、2階非線形非自励系常微分方程式

$$(E_1) \quad (a(t)x')' + b(t)f_1(x)g_1(x)x' + c(t)f_2(x)g_2(x') = e(t, x, x')$$

$$(E_2) \quad (a(t)x')' + h(t, x, x') + c(t)f(x)g(x') = e(t, x, x')$$

に対する解の漸近的性質を調べたものである。

まず、一般的な  $(E_2)$  型の方程式に対し、条件：適当な正数  $M, k$  に対し、 $|y| \geq k$  で  $\frac{y^2}{g(y)} \leq M \int^y \frac{v}{g(v)} dv$ . および条件：正値可積分な連続関数  $r_1(t), r_2(t)$  があって、 $|e(t, x, y)| \leq \frac{a(t)|c'(t)|}{Mc(t)} + r_1(t) + r_2(t)|y|$ . その他二、三の条件のもとで、すべての解が有界であることを示している。

ついで、 $(E_1)$  型の方程式について、すべての解が、その導関数も含め  $t \rightarrow \infty$  のとき 0 に近づくための条件を求めている。なかでも、いくつかの条件のもとに、

$$(i) \text{ 解の一様有界性} \quad (ii) \text{ 0 の吸引力} \quad (iii) \int_0^{\pm\infty} |f_1(x) + f_2(x)| dx = \pm\infty$$

が同値であることを証明している。このような条件の同値性を見ることはこの種の結果としては珍しく、また非常に興味ある結果であり、評価できる。方法としては、Liapounov の方法により、適当な Liapounov 関数を構成するのであるが、その議論の間に LaSalle の定理の拡張など今後の研究に大いに役立つ手段を提供している。

ここで扱われた方程式は理工学系の実際問題にも屢々現れ、本論文で得られた結果は、従来の条件を含んで、さらに広い範囲のものに適用でき、応用価値の高いものである。

以上により、本論文は博士論文として価値あるものと認められる。