

Title	Hyperellipticity of Offsets to Rational Plane Curves
Author(s)	Fukushima, Masato
Citation	
Issue Date	
Text Version	ETD
URL	http://hdl.handle.net/11094/911
DOI	
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

【10】

氏 名	福 島 将 人
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 2 3 3 8 9 号
学 位 授 与 年 月 日	平 成 21 年 9 月 25 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第4条第1項該当 情報科学研究科情報基礎数学専攻
学 位 論 文 名	Hyperellipticity of Offsets to Rational Plane Curves (平面有理曲線のオフセットの超楕円性)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 日 比 孝 之 (副査) 教 授 伊 達 悦 朗 教 授 和 田 昌 昭 名 誉 教 授 坂 根 由 昌

論 文 内 容 の 要 旨

以下本文記載

コンピュータを用いた形状設計 (CAGD) の分野では、有理曲線や区分的有理曲線が有理ベジエ曲線や非一様B-スプライン曲線 (NURBS) として用いられ、有理曲線のオフセット曲線がしばしば必要とされる。しかしながら、平面有理曲線のオフセット曲線は一般には有理曲線ではない。このような背景から、代数曲線 (とくに有理曲線) のオフセット曲線の種数などが研究されている。Arrondo, SendraとSendraは[1]において、超

曲面の一般化されたオフセット（超曲面への一般化ではなく、従来のオフセットの概念を拡張して一般化したもの。従って、代数曲線の一般化されたオフセットも存在する。）についてシンプルとスペシャルな成分の概念を導入し、有理超曲面の一般化されたオフセットが可約ならばその各成分は有理であり、超曲面の一般化されたオフセットが可約ならば、そのシンプル成分は元の超曲面と双有理同値であるということを示した。また彼らは[2]において、特異点に関するある条件を満たす代数曲線（有理曲線とは限らない）の一般化されたオフセット曲線について、その種数を元の曲線の種数と次数より求める公式を導いた。

本論文では、平面有理曲線のオフセット曲線に限定して、その種数について考察した。具体的には、スペシャル成分を持たないオフセット曲線について、元の曲線のプロパーな有理パラメータから定義される超楕円曲線（有理曲線、楕円曲線の場合もある）とオフセット曲線との間の双有理変換を構成することで、スペシャル成分を持たないオフセット曲線が一般に超楕円曲線であることを示した。特に、この結果と上で紹介した[1]の結果から、平面有理曲線のオフセット曲線の種数が決定される。

参考文献

- [1]E. Arrondo, J. Sendra, J.R. Sendra, Parametric generalized offsets to hypersurfaces, Journal of Symbolic Computation, 23 (1997), 267-285.
- [2]E. Arrondo, J. Sendra, J.R. Sendra, Genus formula for generalized offset curves, Journal of Pure and Applied Algebra, 136 (1999), 199-209.
- [3]M. Fukushima, Hyperellipticity of Offsets to Rational Plane Curves, Journal of Pure and Applied Algebra, to appear.

論文審査の結果の要旨

コンピュータを用いた形状設計の分野では、有理曲線や区分的有理曲線が有理ベジエ曲線やNURBSとして用いられており、そのオフセット曲線がしばしば必要となる。しかしながら、平面有理曲線のオフセット曲線は一般には有理曲線ではない。このような背景から、有理曲線のオフセット曲線の性質が研究されている。Arrondo, Sendra, Sendra は、一般化されたオフセット曲線を定義し、これに対して、シンプルとスペシャル成分の概念を定義し、オフセット曲線が可約ならば、各成分は有理曲線であることを示している。また、Arrondo, Sendra, Sendra は、スペシャル成分をもつ場合の特徴付けを与えている。

本論文では、スペシャル成分を持たないオフセット曲線に対して、一般的には、オフセット曲線は超楕円曲線であることを示した。証明は、元の曲線のプロパーな有理パラメータから定義される超楕円曲線とオフセット曲線との間の双有理変換を構成する方法を用いており、非常に独創的なものである。さらに、定理の系として、オフセット曲線の種数は、距離によらないこと示した。また、種数を具体的に計算する方法を与えている。有理曲線の場合には、Arrondo, Sendra, Sendraが、特異点に関するある条件のもとで、種数を求める公式を導いているが、彼らの結果とは異なり、本論文の結果は特異点に関する条件を必要としないものである。また、Arrondo, Sendra, Sendraにより、スペシャル成分を持つ場合には、オフセット曲線の成分は、有理曲線になることが示されているので、本論文により、オフセット曲線の種数を決定する問題は完全に解決された。

よって、博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。