



Title	密度勾配を持つプラズマ中におけるエネルギー輸送に関する研究
Author(s)	林, 宜章
Citation	大阪大学, 2022, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/91774">https://doi.org/10.18910/91774</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

# 博 士 学 位 論 文

題 目

密度勾配を持つプラズマ中における  
エネルギー輸送に関する研究

指 導 教 員

羽原英明 准教授

報 告 者

林 宜章

2020 年 7 月 16 日

大阪大学電気電子情報工学専攻 先進電磁エネルギー工学コース





# Abstract

In Fast ignition (FI) scheme[1], firstly a fuel pellet containing frozen deuterium and tritium is compressed by laser beams, secondly another heating laser is irradiated to create a hot spot in the imploded core. The energy transport process in FI scheme inherently involves varying background density plasmas. The situation occurs both in over-dense and under-dense region. The former occurs as fast-electrons produced by the heating laser travels into an imploded core. The latter occurs as a laser pulse propagates in a corona-plasma when a pellet without a guide-cone is used, or a pre-plasma formed on the solid target allocated on the tip of the guide-cone. The energy transport process in plasma often involves a quasi-stable structure such as a laser cavity in a laser wakefield[2] or a current filament formed by a weibel instability[3]. Furthermore, the characteristic scale length of these structure often depends on the background plasma density. Therefore, the scale length of these structures is expected to change smoothly as it goes through a varying density plasma. Such processes are non-linear process which involves a energy transfer between different scales. Such processes are important in FI scheme since it provides a mechanism of a core heating other than from a collisional process which is less effective when electrons have higher energy.

The author firstly considers an energy transport in the over-dense plasma. The author considers a dipole vortex structure, which is a specific solution of the Electron Magneto-Hydro-Dynamics(EMHD) model and can be considered as a model of a current structure formed when high energy electrons propagate in the imploded core. The 2D Particle-In-Cell (PIC) simulation of a propagation of the dipole vortex in an increasing density profile is performed. The simulation revealed the pinching of dipole lobes and rapid propagation of the structure towards high density region involving the shock formation and rapid dissipation of the beam energy, which is consistent with the EMHD simulation. In addition, new features such as the pinching of the two lobes of the dipole that forms a very strong shear developing Kelvin Helmholtz instability is found. A rapid transfer of the magnetic to kinetic energy of electrons have been observed as the vortex collapses.

The author secondly consider the energy transport in the under-dense plasma. The author consider the Laser Wakefield in the varying density profiles. The 2D PIC simulations revealed the laser wake has decelerating super-luminal phase speed in an increasing density profile, and

decelerating sub-luminal phase speed in a decreasing density profile. The gaussian type profile shows a smooth transition from a super-luminal to a sub-luminal phase speed. Trapping of electrons in a laser cavity is observed. The trapped electrons are accelerated and form a mono-energetic electron energy spectrum. Whereas A high energy electrons produced by a turbulence shows power-law like spectrum of order -2. Trapping of electrons in the cavity is suppressed in an increasing density profile due to the super-luminal phase speed. The laser cavity undergoes a drastic change of the structure from a stable parabolic shape to a shock-like structure, and sometimes to a turbulence. A bubble-like shape is observed in a high density plasma region. The result indicates the density gradient strongly affect the interaction of laser and plasma by a dynamic change of spatial scale of the wake structure during the laser propagation in the under-dense plasma.

The author also performed a estimate for a design of ultra-thin Plasma mirror which is important experiment device to study the effect of density gradient experimentally. The author performed 2D PIC simulations to study the interaction of an ultra-thin film plasma mirror. It shows that ultra-thin film plasma mirror can be used to protect the laser system from the harmful back-reflected light from the main target, apart from its original function of pre-pulse reduction.

- [ 1 ] M. Tabak, I, Hammer, M.E. Glinsky, et al., Phys. Plasmas **1** (1994).
- [ 2 ] T. Tajima and J. M. Dawson: Phys. Rev. Lett. **43** 267. (1979).
- [ 3 ] E. S. Weibel, Phys. Rev. Lett. **2**, 83-84 (1959).

# 目次

Abstract	i
第1章 序論	1
1.1 はじめに	1
1.2 核融合発電	1
1.3 慣性核融合	4
1.4 高速点火方式	5
1.5 高速電子におけるコア加熱過程	6
1.6 プラズマの集団的振る舞い	8
1.7 乱流の理論	9
1.8 プラズマにおける乱流	11
1.9 構造の自発形成	12
1.10 密度勾配による構造スケールの変化	13
1.11 密度勾配によるエネルギー伝達への影響	14
1.12 高強度レーザー実験	15
1.13 本論文の構成	16
第2章 プラズマの理論と計算手法	19
2.1 概要	19
2.2 プラズマの集団的ふるまい	19
2.2.1 プラズマ振動	19
2.2.2 流体方程式	19
2.2.3 プラズマの多体問題のフーリエ解析	20
2.2.4 デバイ遮蔽	23
2.2.5 Vlasov 方程式	24
2.2.6 粒子-波相互作用	25
2.2.7 プラズマ中の電磁場の伝播	26
2.2.8 スキン長	27
2.2.9 相対論的レーザー	28
2.2.10 規格化ベクトルポテンシャル	28

2.2.11	Pondermotive 力	31
2.3	Particle-In-Cell シミュレーション	31
2.3.1	基礎方程式	32
2.4	電子磁気流体 (EMHD) モデル	34
2.4.1	EMHD 方程式	34
2.4.2	G-EMHD 方程式	36
2.4.3	密度勾配中の磁気双極子の伝搬	37
2.4.4	磁気単極渦の PIC 計算	38
<b>第 3 章</b>	<b>非一様密度分布プラズマ中の磁気双極渦の伝播</b>	<b>41</b>
3.1	概要	41
3.2	導入	41
3.3	二次元 PIC による被一様密度分布中の双極渦構造の伝播計算	44
3.3.1	PIC シミュレーションを用いた双極渦構造の伝播計算	44
3.3.2	2つの単極渦を用いた双極渦近似解	44
3.3.3	プラズマ中の双極渦構造の伝播	45
3.3.4	非一様密度分布中の双極渦の分裂	49
3.3.5	磁場エネルギーから運動エネルギーへの変換	51
3.3.6	初期電場分布の影響、双極渦の安定化	56
3.3.7	EMHD 双極渦の厳密解	58
3.3.8	密度勾配に対する入射角の効果	58
3.3.9	波数空間におけるエネルギーの推移	63
3.4	結言	68
<b>第 4 章</b>	<b>非一様密度分布プラズマ中のレーザー航跡場の伝播</b>	<b>71</b>
4.1	概要	71
4.2	導入	72
4.2.1	レーザー航跡場加速	72
4.2.2	Wave breaking と Bubble regime	72
4.2.3	Flying mirror	74
4.2.4	レーザー航跡波の構造スケールの背景密度依存性	75
4.3	二次元 PIC による非一様密度分布をもつプラズマ中のレーザー航跡場の伝播計算	75
4.3.1	電子密度の時空図	79
4.3.2	単調密度分布中のレーザー航跡波の伝播	79
4.3.3	増加密度分布中のレーザー航跡波の伝播	85
4.3.4	減少密度分布中のレーザー航跡波の伝播	90

4.3.5	レーザー集光点の手前にピークをもつ密度分布 . . . . .	93
4.3.6	レーザー集光点にピークをもつ密度分布 . . . . .	97
4.3.7	レーザー集光点よりも後ろにピークをもつ密度分布 . . . . .	99
4.3.8	波数空間におけるエネルギーの推移 . . . . .	101
4.4	結言 . . . . .	104
<b>第 5 章 総括</b>		<b>107</b>
<b>謝辞</b>		<b>112</b>
<b>付 録 A 2DPIC シミュレーションによる極薄プラズマミラーの設計</b>		<b>114</b>
A.1	概要 . . . . .	114
A.2	導入 . . . . .	114
A.3	シミュレーションによる検討 . . . . .	116
A.3.1	反射率計測手法 . . . . .	118
A.3.2	シミュレーション結果 . . . . .	119
A.3.3	反射率のプラズマ密度依存性 . . . . .	121
A.4	結言 . . . . .	122

# 第1章 序論

## 1.1 はじめに

プラズマは原子核と電子が分離した状態であり、物質の第四の状態と言われる。原子核と電子の結びつく力は数十 eV 以上であり、これは温度に換算すると 10 万度にもなる。ただし蛍光灯やネオン管の内部のプラズマは熱平衡ではなく、イオン温度はほぼ室温であるが、電子にのみ高いエネルギーが投入されているために、電離が起こっている。一方恒星ではその莫大な重力により内部が超高温、高圧の環境になり、その構成ガスはプラズマ化している。プラズマは電離しているため電磁力による作用を受ける。このためプラズマの大局的な振る舞いは流体力学と電磁気学を組み合わせた電磁流体力学により扱われる。

流体力学においては乱流の理解が近年の物理的な主題となっている。流体理論はオイラーなどによって粘性のない流体の理論が完成されたが、この理論は流れの中の物体が全く抵抗を受けないという現実と全く異なる予測を導くために実用性がなかった。粘性を含んだ方程式はナビエーストークス方程式と呼ばれ、この解の性質はいまだに未解明であり、ミレニウム懸賞問題の一つにもなっている。流体の振る舞いは渦を生み出す働きである慣性力と渦を消そうとする粘性力の拮抗により決まり、これらの比をレイノルズ数とよぶ。乱流は高レイノルズ数、つまり慣性力が支配的となったときに生じ、流体運動に大きな影響を与える。例えば流体中を運動する抵抗はレイノルズ数が低い層流状態では速度に比例するが、レイノルズ数が高い乱流状態になると速度の二乗に比例するようになる。

高強度レーザーとプラズマの相互作用では、運動する粒子の密度がそれほど高くなかったため、主に運動論的側面から研究がなされてきた。しかし近年、高密度プラズマを対象とする研究を行う必要性が高くなり、その結果、従来はミクロな運動論効果が重要となる非常に短い時間スケールの現象でも、乱流の影響を調べる必要が生じてきた。以下では本論文の背景として、核融合プラズマと、プラズマ中の乱流について概要を示す。

## 1.2 核融合発電

プラズマ研究の大きな応用として、核融合発電がある。まず核融合反応について述べる。原子核の安定性は核力とクーロン力の拮抗によりもたらされる。原子核の陽子数が小さい場合は核力が支配的となり、大きい場合はクーロン力が支配的となる。このバランスは鉄が最も安定であり、

これより小さい原子数の原子は原子核の融合により、逆に大きい原子は分裂により余剰エネルギーを発生する。核融合反応は太陽をはじめ全ての恒星のエネルギー源である。

核融合反応が起こると、1 原子あたり MeV オーダーのエネルギーが得られる。これは化学反応により得られる 1 原子あたり eV オーダーのエネルギーと比較して 100 万倍の莫大なエネルギーであり、エネルギー効率が非常に高い。しかし核融合反応を起こすためには、原子核同士をクーロン力による障壁を超えて接近させる必要があり、このためには原子核を高エネルギーまで加速し、衝突させることが必要である。そのため、持続的な核融合反応を起こさせるには、一つ一つの粒子を加速しては効率が悪く、燃料全体を超高温、高密度に保つことが必要であり、恒星はその巨大な重力によりこの条件を達成している。

核融合反応を起こすのに必要なエネルギーを、反応によって生じたエネルギーが上回るための条件を点火条件と呼ぶ。核融合反応を持続的に起こす条件はローソン条件 [1] と呼ばれ、プラズマの核種密度  $n_p$  と閉じ込め時間  $\tau$  から、D-T 核反応の場合  $n_p\tau > 10^{14} \text{ s/cm}^3$  と表される。ローソン条件を重力ではなく、地上で達成するための方式としては、磁場核融合と慣性核融合がある。本論文と深く関わりのある慣性核融合は次節で説明するとして、まず磁場核融合について説明する。磁場核融合方式は磁場の力によりプラズマを閉じ込める方式で、 $n_p \sim 10^{14} / \text{cm}^3$  程度の密度のプラズマを、 $\tau \sim 1$  秒程度閉じ込めることによってローソン条件を目指す。磁場核融合ではトーラス状の磁場によりプラズマを閉じ込めるトカマク方式を中心に研究されている。トカマク方式ではトーラスの内周と外周の磁束密度の差により、電荷分離が生じる問題があるため、トーラスの円周方向の電流を流すことにより磁力線にねじれを加え、イオンの軌道がトーラスの内周と外周を均等に通るようにする方式が考えられている。この電流はトーラス中心のコイルにより誘導されるため、電流は継続的に流すことはできず、断続的となる欠点がある。ヘリカル方式では磁力線のねじれをはじめからコイルによって形成し、その中にプラズマを閉じ込める。このため定常的な運転が可能となる。トカマク型の実験炉としては、日本の JT60SA や現在フランスで建設中の ITER (図 1.1) などがある。ヘリカル型の実験炉としては、核融合研究所の LHD、ドイツの W7-X 1.2 などがある。



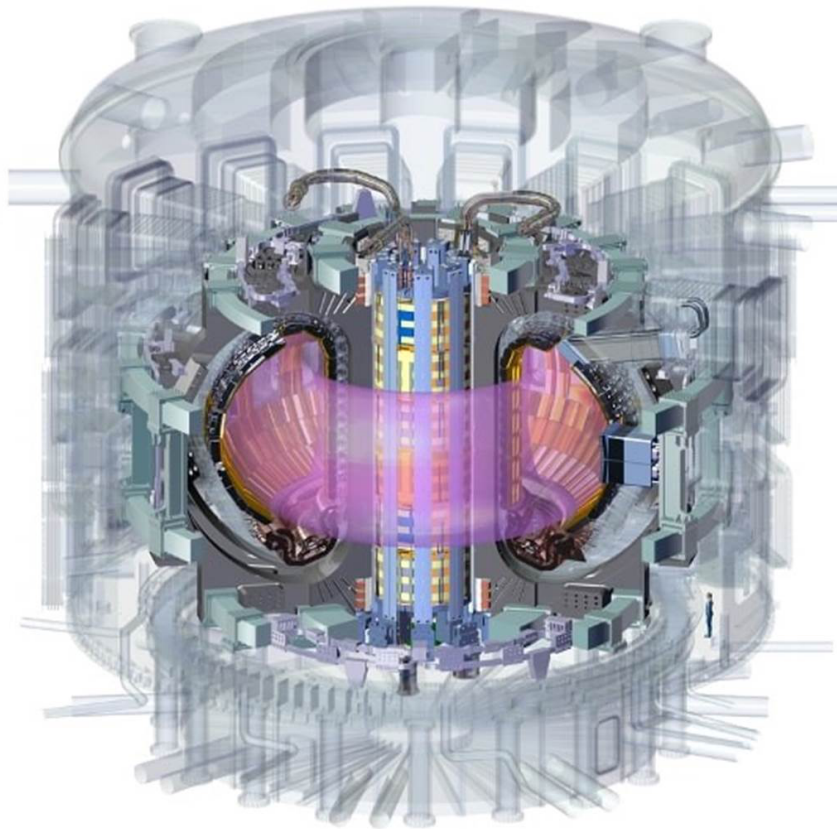


図 1.1. 国際核融合炉 ITER[2]。ITER はフランスのカダラッシュで建設中の世界で最も大規模なトカマク型の核融合炉である。エネルギー増倍率 5-10、最大 8 分間の核融合プラズマの維持を目指す。

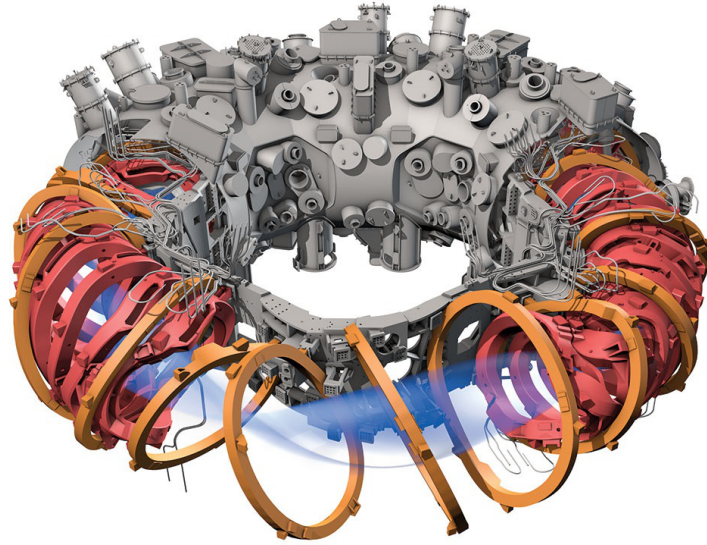
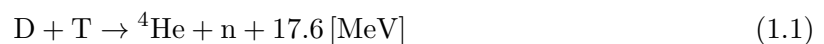


図 1.2. Wendelstein 7-X[3]。ヘリカル型の実験炉としては現在世界最大である。磁力線にねじれを加えることで本質的に安定な閉じ込めを目指している。2018 年に粒子密度  $2 \times 10^{20} \text{m}^{-3}$ 、イオン温度  $1.7 \text{keV}$  を達成した [4]。

### 1.3 慣性核融合

慣性核融合はプラズマを短時間で急激に圧縮し、プラズマがクーロン反発力により膨張するまでに十分な反応を起こす方式である。慣性核融合は  $n_p \sim 10^{26} / \text{cm}^3$  という高密度プラズマを、 $\tau \sim 1$  ピコ秒という非常に短い時間飲み閉じ込めることでローソン条件の達成を目指す。プラズマを圧縮する方式としては、レーザーにより燃料球を圧縮するレーザー核融合、円筒形に配置されたワイヤーに電流を流すことで生じる磁場を用いてプラズマを圧縮する Z ピンチなどがある。

現在実現を目指している核融合反応は重水素（Deuteron）とトリチウム（Tritium）からヘリウム核と中性子が生成する DT 反応であり、核融合反応の中では反応断面積が非常に高いため実現しやすい。



レーザー核融合は凍結した重水素とトリチウムからなる球状燃料に対して周囲からレーザーを照射し、高温高密度プラズマを生成することにより実現される。この過程は爆縮と言われる。爆縮の方法として、間接照射と直接照射がある (図 1.3)。間接照射では高強度レーザーをホーラムと呼ばれる金の筒の内側に照射し、レーザー光を X 線に変換する。その変換効率は 70~80% 程度と比較的高い [5]。生じた X 線によってホーラムの中心にある DT カプセルが加熱され、爆縮が生じる。間接照射方式は国立点火施設 (NIF) により研究が進められている。近年 NIF では Burning Plasma の達成が報告された [6]。そこでは核融合反応により  $1.3 \text{ MJ}$  のエネルギーが得られた。これはカプセルに投入したエネルギーの約 5 倍に相当し、レーザーのエネルギーの 70% に相当する。一方、

直接放射方式は直接レーザーを球ターゲットに照射し、球外郭を急激にアブレーションさせることで燃料を内部に爆縮させる。この手法はレーザーをX線に変換する手間を省くため非常にエネルギー効率がいいが、精密な球対象照射が求められ、難易度が高い。

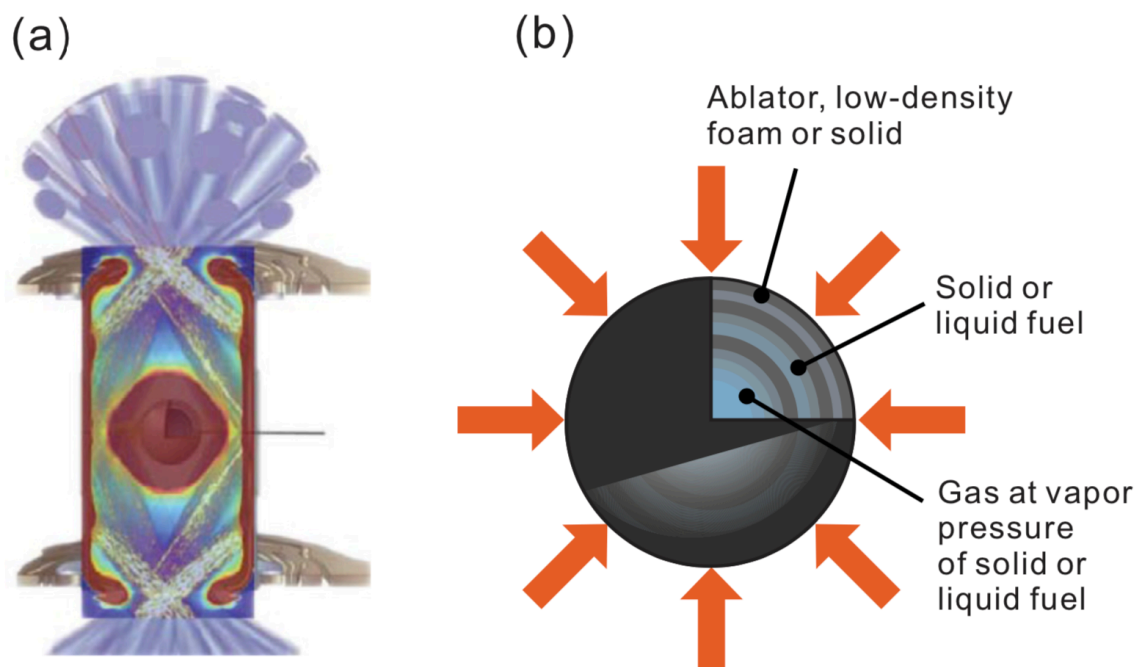


図 1.3. 爆縮の方式 [7]。(a) 間接照射方式。ホーラム (金の筒) の内部にレーザーが照射され、X 線に変換される。生じた X 線は中心のコアを加熱、圧縮する。(b) 直接照射方式。燃料ペレットを直接レーザーにより加熱、圧縮する。

## 1.4 高速点火方式

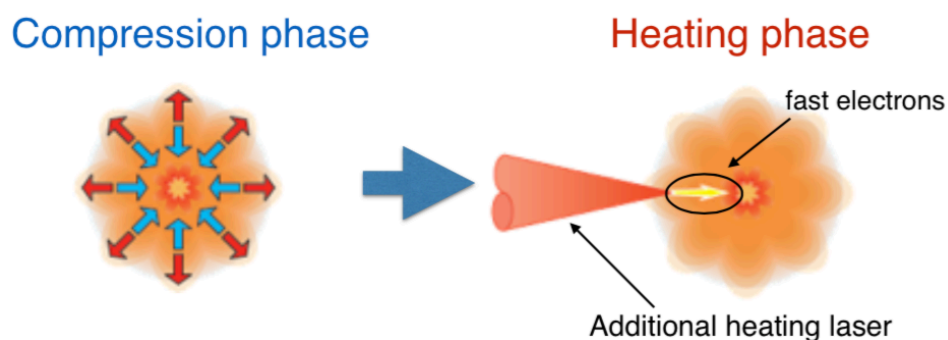


図 1.4. 高速点火概念図

一方、点火の方式には中心点火方式と高速点火方式がある。中心点火方式 [8] はレーザーによる爆縮のみによってローソン条件を満たす高温高压プラズマを作り出す方式である。爆縮のみによって高温高压を達成するために、レーザー照射タイミングの正確な同期と爆縮コアの高い球対称性が要求される。高速点火核融合方式 [9] では爆縮によって生じた高温高密度プラズマに追加熱レーザーを照射し、コアにホットスポットを形成する方式である。高速点火方式では圧縮と加熱の段階を分けることにより、爆縮コアの球対称性に対する要求を緩和することができる。また点火レーザーと爆縮レーザーそれぞれについてパラメータを設定することができる。

追加熱レーザーのエネルギーはプラズマの臨界密度面で反射されるため、レーザーのエネルギーはコア中心部へ直接伝播することができない。このため、臨界密度面でレーザー光から高速電子へと効率的にエネルギーを変換し、高速電子によってコアを加熱する方法が考えられている。

## 1.5 高速電子におけるコア加熱過程

高速電子によるコアの加熱過程はクーロン衝突によるものと、プラズマの集団的な相互作用による加熱が考えられる。クーロン衝突の断面積は電子のエネルギーが大きいほど小さくなる。図 1.5 に示すように電子のエネルギーが MeV オーダーになると、電子の飛程はコア径のスケール ( $10\mu\text{m}$ ) を超えてしまう。このため、電子は衝突によってはコアにエネルギーを付与することができないと考えられる。

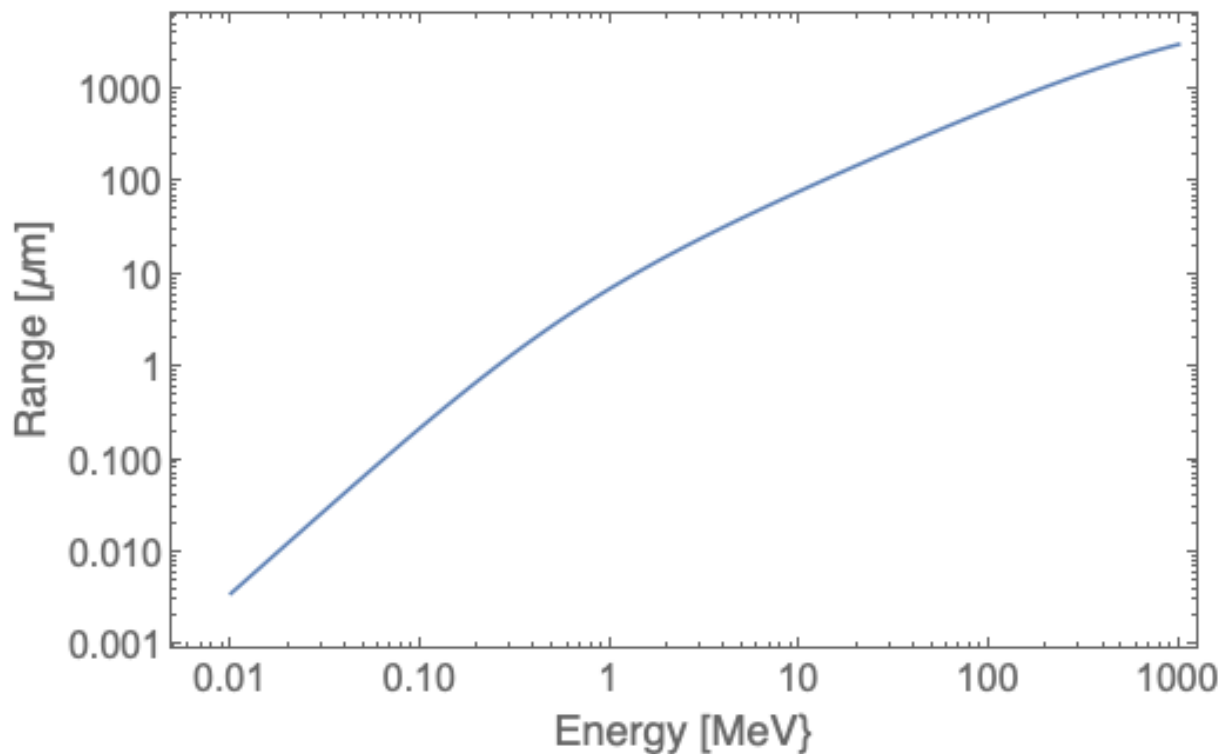
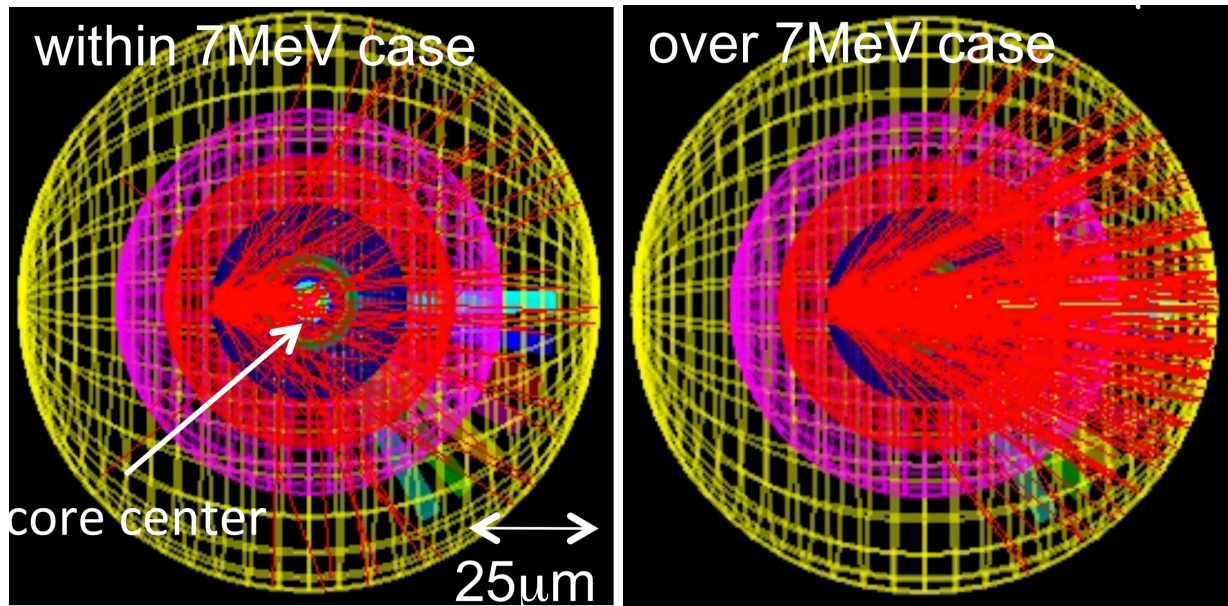


図 1.5. 300 g/cm<sup>3</sup> の水素に対する電子の飛程。NIST ESTAR の水素に対する CSDA より作成。電子のエネルギーが 1 MeV より大きくなると、飛程は 10 μm を超えることが分かる。

実際に、大阪大学の高速点火実験 [10] で得られた高い変換効率を解析するため、カスケードを含む衝突過程のみを考慮したモンテカルロ・シミュレーションを用いて、高速点火を模擬した燃料コアへのエネルギー伝達計算が行われた [11]。このシミュレーションでは爆縮実験のデータより得られた最大密度  $1.6 \times 10^{25}/\text{cm}^3$ 、構成物資  $\text{C}_8\text{D}_8$ 、温度 300 eV の爆縮コアの密度プロファイルに対し、二次元 PIC シミュレーションにより得られたエネルギー分布、発散角分布をもつ高速電子をコア中心から 50 μm 離れた位置から照射した。その結果、0.5 MeV 以下の電子はコアに 80% 以上のエネルギーを付与するが、1 MeV 以上の電子は 50% 以下しかエネルギーを付与しないことが分かった。図 1.6 はシミュレーションにより得られた粒子の軌跡を表す。7 MeV 以下の電子の軌跡（図 1.6(a)）と比較して、7 MeV 以上の電子の軌跡（図 1.6(b)）は、コアと相互作用せずほぼ通過していることが分かる。





(a) 7 MeV 以下の電子の軌跡

(b) 7 MeV 以上の電子の軌跡

図 1.6. 高速点火を模擬したモンテカルロ・シミュレーションにより得られた粒子の軌跡。(a) 7 MeV 以下の電子の軌跡。(b) 7 MeV 以上の電子の軌跡。球の色は密度を表し、外側が  $10^{23}/\text{cm}^3$  を表し、密度が 10 倍変化するにつれ、異なる色で描かれている。電子は左端から入射される。電子ビームは、スポット径  $20\ \mu\text{m}$ 、 $0 \sim 30\ \text{deg}$  の放出角分布、 $0 \sim 30\ \text{MeV}$  のエネルギー分布をもつ [11]。

## 1.6 プラズマの集団的振る舞い

プラズマの加熱プロセスはまだ解明されていないことが多い。例えば太陽コロナが太陽表面と比べ 100 万 K もの高温である理由はいまだ解明されていない。プラズマの加熱プロセスが容易ではない理由に、プラズマの集団的な振る舞いがある。プラズマ中の粒子は衝突が起こる距離よりも長距離を伝わる電磁場により、互いに結びついており、この結びつきにより互いにエネルギーの伝達を行う。この効果は Langmuir によって実験的に発見された [2]。この実験では、無衝突プラズマ、すなわち平均自由行程が容器の大きさを超えるような場合でも、プラズマ中の電子の速度分布が Maxwell 分布をとること、電子ビームが無衝突プラズマ中においても減衰されることが分かった。これは電子の集団的な運動と電子プラズマ波が互いにエネルギーを伝達するために生じる。このようなプラズマの集団的相互作用により、クーロン衝突が働かないような高エネルギーの電子がコアに対してエネルギーを付与する可能性がある。プラズマ中では Weibel 不安定性 [5] や二流体不安定性 [14] など波を形成する不安定性や、Rayleigh–Taylor 不安定性 [15] や Kelvin–Helmholtz 不安定性などの渦を作り出す不安定性がある。とくに後者の不安定性は乱流形成に関わっている可能性がある。

## 1.7 乱流の理論

流体における乱流過程もまた多くが未解明の分野である。流体の運動はミクロなスケールでは熱力学、マクロなスケールでは流体力学で説明されるが、この2つのスケール間でエネルギーがどのようにやりとりされるかという問題が乱流の問題である。例えば角砂糖が紅茶に溶けきる時間を熱による拡散のみを考えて計算すると数日のオーダーになるが、実際には対流の効果により数秒のオーダーで拡散する。また流体中の熱伝導も対流の効果により熱運動のみを問題にした熱伝導率よりもはるかに早く熱伝導は進行する。このように流体のマクロな運動はミクロの運動と接続しており、独立して考えることはできない。例えば断熱された容器の中に液体をみたしプロペラを回転させたとき、プロペラによって生じたマクロな流体の動きは、即時に熱エネルギー変換されるわけではない。しかしながらある程度の時間がたてば液体は徐々に加熱されていく。このような過程を理解するためには、マクロなスケールからミクロなスケールへのエネルギーの流れ、そしてその流れの速さを考える必要がある。

流体だけではなくあらゆるエネルギー伝達においてもスケールが重要である。例えば電磁波のうち、ラジオ波はメートルスケールの導体中の電流を、マイクロ波は分子振動を、可視光は軌道電子の振動を、X線は内核電子を誘起する。基本的にあらゆる現象においてエネルギー伝達は同じスケール同士で起こり、異なるスケール間にはほとんどエネルギー的に断絶されている。しかしながら先ほど述べたように異なるスケール間でもある程度のエネルギーのやり取りがあり、その多くは非線形効果と呼ばれる現象である。例えばラマン散乱では軌道電子の振動と同スケールのエネルギーである、可視光のうち一部が、それよりも大きなスケールである分子振動にエネルギーを伝達する。

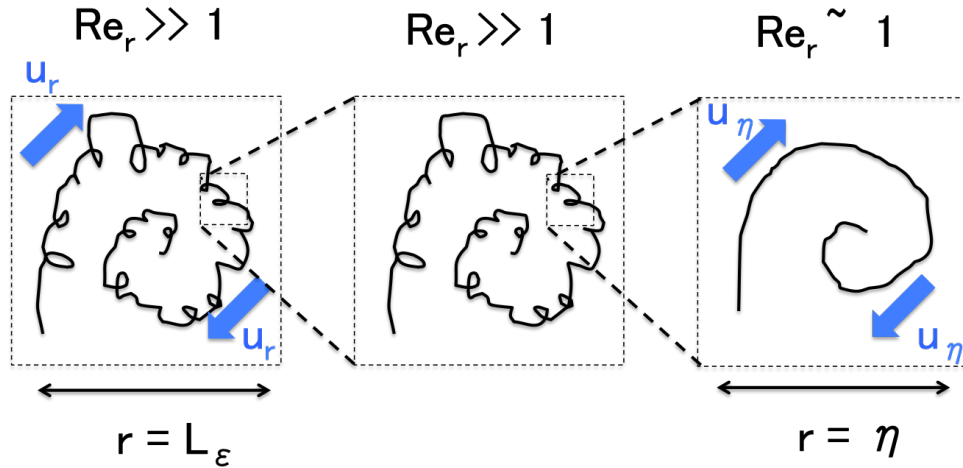


図 1.7. 渦の階層構造。  $Re_r \gg 1$  のとき、渦の構造はスケール不変性をもつ。大きな渦はその部分に小さな渦を含み、それらの渦は大きな渦全体と統計的に相似である。  $Re_r \sim 1$  のとき粘性の効果が大きくなり、スケール不変性が崩れる。

Kolmogorov、Richardson は以上に述べたような乱流の概念を最初に考察した二人である [16, 17]。

彼らは乱流を常に変化する異なるスケールの渦の複合とみなした。いま半径  $r$ 、流速  $u_r$  の渦を考える。このとき、この渦がその形状を保つ時間は慣性時間と呼ばれ、 $T_I \sim r/u$  程度である。また渦が粘性により消失する時間を粘性時間とよび、 $T_\nu \sim r^2/\nu$  程度である。ここで  $\nu$  は動粘性係数である。この2つの時間の比

$$Re_r = \frac{T_\nu}{T_I} = \frac{u_r r}{\nu} \quad (1.2)$$

は渦のレイノルズ数を表す。 $Re_r \gg 1$  のとき、慣性時間は粘性時間よりも短いため、渦は粘性により消失する前に、別のスケールの渦へと変化する。そして  $Re_r \ll 1$  のとき、渦は粘性により消失する。Kolmogorov はこのモデルに対して以下のように仮定をした。大きく異なるスケールの渦どうしは独立しており、異なるスケール間のエネルギーの伝達は、スケールが近い渦どうしで生じる。乱流の振る舞いは  $Re_r \gg 1$  のスケールでは、スケール不変性を持つ。図 1.7 に渦の階層構造を示す。大きな渦は小さな渦を部分にもち、それぞれの部分の渦は全体と統計的に相似である。ここで異なるスケールへのエネルギーの移行レート  $\epsilon$  は、渦の運動エネルギー  $u_r^2$  を渦の存続時間  $T_I$  で割った量と見積もることができる。

$$\epsilon = \frac{u_L^2}{T_I} = \frac{u_L^3}{L_\epsilon} \quad (1.3)$$

ここで  $L_\epsilon$  は最も大きい渦のスケールである。スケール不変性の仮定から、このエネルギー移行レートは  $Re_r \gg 1$  を満たす全てのスケールで同じであると考えられる。これより渦の流速は

$$u_r \sim (\epsilon r)^{1/3} \quad (1.4)$$

である。

スケール不変性が成り立たなくなる  $Re_r \sim 1$  のときの長さ、流速はそれぞれ、Kolmogorov 長、Kolmogorov 速度と呼ばれ、以下の式で表される。

$$\eta = \left( \frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4}, \quad u_\eta = (\nu\epsilon)^{1/4} \quad (1.5)$$

これらから最も大きな渦と小さな渦のスケール比は以下のように表される。

$$L_\epsilon/\eta = Re_L^{3/4} \quad (1.6)$$

以上のような仮定から、乱流状態のエネルギー Spektral が以下のように見積もれる。波数あたりのエネルギーは

$$u_r^2/k \sim (\epsilon k^{-1})^{2/3} k^{-1} = \epsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (1.7)$$

であるため、エネルギー Spektral  $E(k)$  は



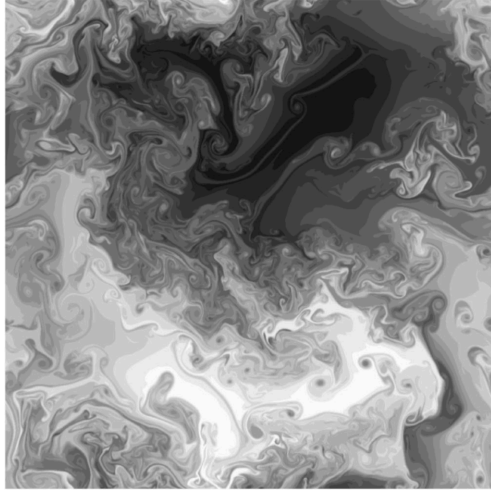
$$E(k) = C\epsilon^{2/3}k^{-5/3} \quad (1.8)$$

と求まる。これは“Kolmogorov の -5/3 乗エネルギースペクトル”と呼ばれ、多くの乱流に当てはまることが知られている。

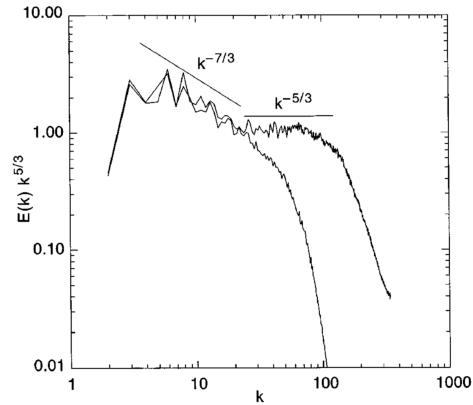
Richard Feynman が「乱流は物理学で最も重要な未解決問題である」と述べたように乱流は難問であり、現在もまだ十分に解明されたとは言えない。乱流における異なるスケールへのエネルギー輸送の法則は長年の懸念であり、異なるスケールにおいてエネルギー輸送率が一定であるという Kolmogorov の仮定は直接的な観測が長らくなされていなかったが、近年ボーズ・アインシュタイン凝縮体を用いた実験により、エネルギー輸送率の直接観察がなされ、Kolmogorov の仮定を裏つける結果となっている [18]。この実験ではレーザーを用いた井戸型ポテンシャルにボーズ・アインシュタイン凝縮を閉じ込め、音波により乱流を発生させている。通常の乱流ではエネルギーカスケードの末端のスケール (Kolmogorov 長) は粘性により決まるが、この実験セットアップでは系からのエネルギー損失は量子化されており井戸型ポテンシャルのポテンシャルで調節できるため、実質的に Kolmogorov 長を操作できることになる。これにより、より直接的な方法でエネルギー輸送の観測が可能となっている。このように乱流の研究は現在でもホットな話題であり多くの発見が見つかっている。後述するように、本論文では、フーリエ解析を用いて Kolmogorov の -5/3 乗エネルギースペクトルを調べ、高密度プラズマ中での乱流とエネルギー輸送について新たな知見を示している。

## 1.8 プラズマにおける乱流

プラズマにおける乱流は、磁場の効果により通常の流体における乱流と異なる性質をもつことが知られている。Biskamp et. al [19] は 2 次元 EMHD シミュレーションにより乱流をシミュレーションし、エネルギー波数分布の解析を行った。図 1.8(a) は形成された乱流の様子を示す。エネルギー分布は図 1.8(b) のようになり、 $kd_e > 1$  の領域では Kolmogorov の -5/3 乗則に従うが、 $kd_e < 1$  の領域では  $E(k) \sim k^{-7/3}$  に従うことが明らかとなっている。ここで  $d_e$  はプラズマの電子スキン長  $\omega_p/c$  を表す。次章で示すように、スキン長より大きいスケールではプラズマと磁場の凍りつき条件が成り立つ。このときスケールの大きな渦の存続時間が長くなり、波数分布がより急峻になることが知られている。



(a) EMHD シミュレーションにより得られた乱流の渦度分布



(b) 運動エネルギーの波数分布

図 1.8. EMHD シミュレーション [19] の結果。(a) 渦度の分布。乱流は大きなスケールの渦と小さな渦の階層構造をもち、フラクタル図形と同様のスケール不変性をもっている。(b) 運動エネルギーの波数分布。縦軸は  $E(k)k^{5/3}$  を表し、Kolmogorov 則に従う分布は横軸に並行な直線となる。スキン長より大きなスケールでは  $-7/3$  条則、それより小さなスケールでは  $-5/3$  乗則に従うことが分かる。

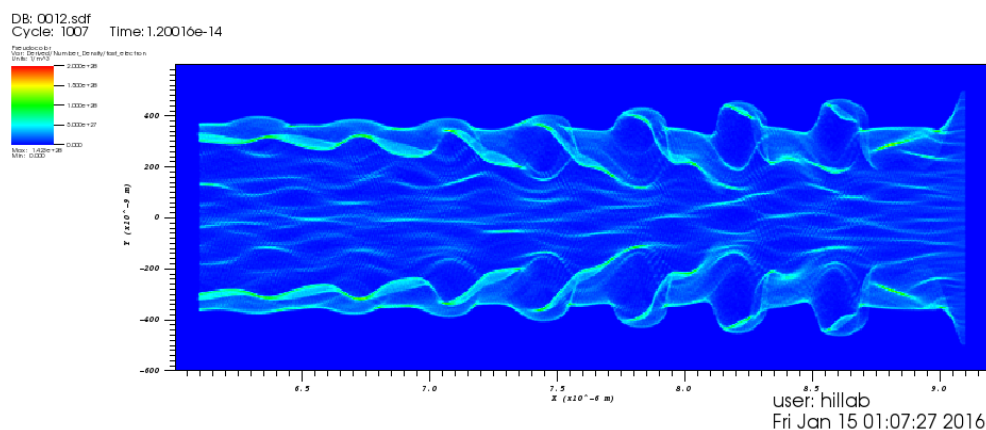
同じ EMHD シミュレーションにより、高速電子を模擬した磁場構造に対する乱流が研究されている [1]。高速電子がプラズマ中を伝播する際、電子の移動によって生じた電荷分布により電場が生じ、この電場によって高速電子の進行方向と逆方向の電子流が誘起される。この電流は帰還電流と呼ばれる。コアに進入する電子流とそれに伴って生じる帰還電流は、互いに対抗方向の流れが重なる状況を作り出す。このような状況では、Weibel 不安定性 [5] により電子流の方向と垂直な成分を持つ磁場が生成し、電子流は進行方向と垂直な方向に互いに分離し、プラズマのスキン長程度の径のフィラメントを形成する。流体中に互いに対向方向の流れが接近するような状況を流れのシアと呼ばれ。シアは Kelvin-Helmholtz 不安定性により渦を形成する。プラズマの線形的な応答が支配的な層流状態では、ある特定の波数、周波数をもつ波動にエネルギーが付与されるが、乱流の発生により、異なる波数間のエネルギー伝播が生じることで、波動に蓄積されたエネルギーが急速に開放され熱エネルギーへ変換されることが期待される。

## 1.9 構造の自発形成

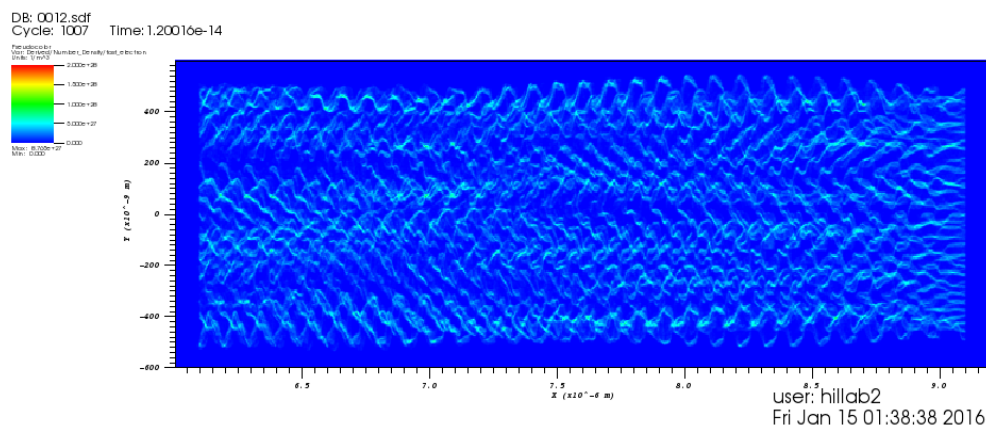
Prigogine[21] はエネルギーの流れが存在する非平衡な系では、自発的に秩序だった構造が形成されるという散逸構造の理論を提唱した。このような例としては台風やベナール渦などがある。台風やベナール渦は温度差により生じた対流が自発的に形成する準定常構造であり、局所的には低エントロピーな構造であるが、この構造により拡散よりも速く温度差が解消されていることから、巨視的にみればエントロピー増大の過程といえる。プラズマの場合、電流の空間的な異方性から

Weibel 不安定性により形成されるプラズマチャンネルなどがある。このように非熱平衡系で自発的に生じる巨視的な構造が散逸構造であり、プラズマの場合この構造は背景密度によりその構造長が決まることが多い。本研究では次に述べるようにその構造長の背景密度への依存の効果を調べる。

## 1.10 密度勾配による構造スケールの変化



(a) 背景プラズマ密度が  $10 N_c$  の場合



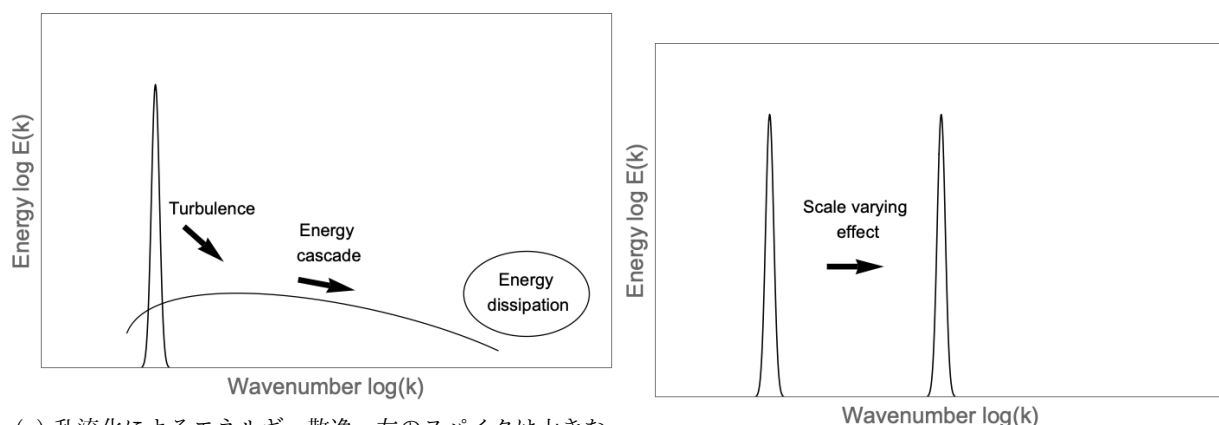
(b) 背景プラズマ密度が  $100 N_c$  の場合

図 1.9. (a)  $10 N_c$  (b)  $100 N_c$  の背景密度のプラズマをを伝播する電子ビームのシミュレーション。ビームのスケールは  $3 \mu\text{m} \times 4 \mu\text{m}$ 。電子ビームの密度は  $1 N_c$ 、エネルギーは  $10 \text{ MeV}$ 。Weibel 不安定性と二流体不安定性によりスキン長程度のスケールの構造が発達している。

プラズマの現象は密度に依存する構造スケールをもつことが多い。例えば、Weibel 不安定性 [9]、フィラメント不安定性 [8] により生じるフィラメント径はスキン長  $\lambda_d = c/\omega_p$  程度で成長率が最大になる。図 1.9 は 2D PIC シミュレーションで得られた電子ビームの電子密度分布である。Weibel 不安定性と二流体不安定性により、ビーム進行方向に垂直な方向と鉛直な方向に周期構造が現れ

ている。図 1.9(a),(b) より、この周期構造の空間スケールが異なる背景プラズマ密度では異なることが分かる。またレーザー航跡波によりできるレーザー空洞の空間スケールはプラズマ波長程度  $\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$  となることが知られている [23]。

## 1.11 密度勾配によるエネルギー伝達への影響



(a) 乱流化によるエネルギー散逸。左のスパイクは大きなスケールの擾乱を表してゐる。このエネルギーが小さなスケールに伝わり、最終的に熱に変わる。このようなスケール間のエネルギーの移り変わりは

Kolmogorov-Richardson energy cascade と呼ばれる。

(b) 密度構造による構造スケールの変化。プラズマにより形成された構造のスケールは密度に依存するため、波数間のエネルギーの移り変わりを誘起すると考えられる。

図 1.10. 異なる波数間のエネルギーのやりとり

つまりプラズマ中をエネルギーが伝播する場合に、特定のスケール長の構造が伴い、そのスケール長は背景密度に依存する。密度勾配中では構造のスケールは連続的に変化し、このときエネルギーが異なる波数間を移動すると予想される (図 1.10(b))。一方で流体における乱流現象は Kolmogorov-Richardson energy cascade (図 1.10(a)) と呼ばれる過程により大きな構造から小さな構造へエネルギーが移り変わることが分かっている。このため密度勾配による構造長の変化は乱流化の起因となりうる。高速点火方式において、レーザーにより発生した高速電子は爆縮コアへ進入する際に密度勾配を通過する。またプレパルスにより生じるプレプラズマとレーザーとの相互作用においても、レーザー光波は密度勾配中を伝播する。このため密度勾配のエネルギーの伝達過程への影響の理解は高速点火方式の実現において重要である。

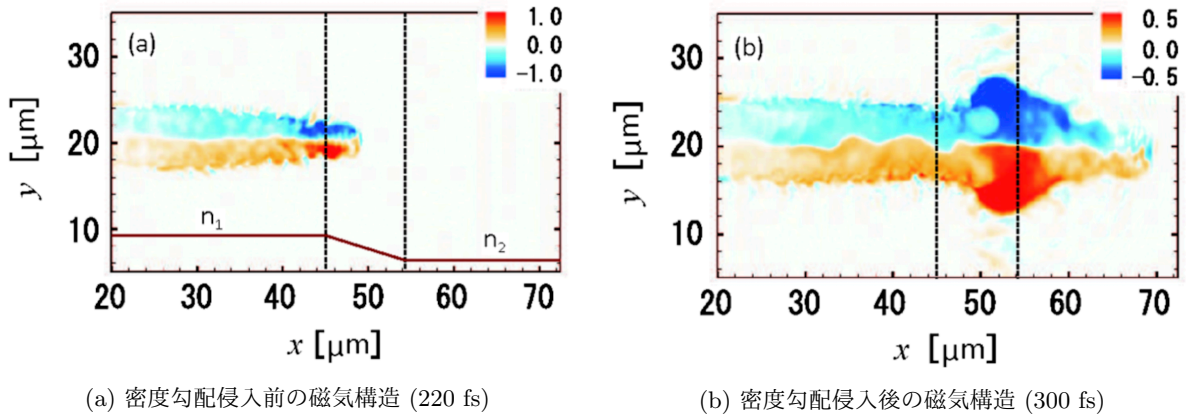


図 1.11. 220 fs と 300 fs における磁気分布。レーザー波長  $0.8 \mu\text{m}$ 、スポット径  $1.67 \mu\text{m}$ 、パルス幅 30 fs、エネルギー 100 TW のレーザーが左端から入射している。シミュレーション領域は  $120 \mu\text{m} \times 41.6 \mu\text{m}$  である。背景プラズマ密度は  $2 \mu\text{m} \sim 13 \mu\text{m}$  までは  $0.1n_c$ 、 $20 \mu\text{m} \sim 45 \mu\text{m}$  まで  $2n_c$ 、 $54 \mu\text{m} \sim 99 \mu\text{m}$  まで  $0.25n_c$  である。減少勾配による磁気双極渦の拡大が見て取れる。

実際に密度勾配がエネルギー伝達過程を変化させるという結果は数多く報告されている。Nakamura et al. 2DPIC により、 $2n_c$  の高密度領域に、 $0.25n_c$  の低密度領域を接続した密度分布に対して高密度領域側から高強度レーザーを照射するシミュレーションを行った。この結果高密度領域でレーザーのエネルギーが枯渇し、磁気双極渦構造が形成され、この双極渦が減少勾配を進行するにつれ拡大するという結果が得られている (図 1.11)。この拡大に伴い磁気強度は減少し、双極渦に伴う磁気圧により双極渦の進行方向にイオン加速が起こることが報告されている。また Ohkubo et al. は 2DPIC シミュレーションより、密度勾配によりレーザー航跡場加速においてインジェクションされる電子量を増やすことができるという結果を報告している [4]。この論文では高強度レーザーを  $0.01n_c$  程度のプラズマに照射する状況を考え、真空領域とプラズマ領域の間の密度勾配を変化させたシミュレーションを行った。この結果密度勾配が小さいとき、Wave breaking が抑えられ、急峻な密度勾配の場合と比較して低エネルギーの電子が生成することが分かった。また、Injection される電子の数は、密度勾配が急峻な場合のほうが多くなることが分かった。これは Injection は Wave breaking によって引き起こされ、また Wave breaking は急峻な密度勾配によりより多く誘起されるからであると考えられる。これらの結果は高速点火方式において爆縮コアのもつ密度勾配が高速電子のエネルギーに影響を与える可能性を示唆している。

## 1.12 高強度レーザー実験

ヨーロッパ最大のレーザー施設である ELI-NP[25] では  $2 \times 10 \text{ PW}$  の超高強度レーザーの運用が予定されており、レーザ加速、光核反応などの研究に用いられる予定である。高強度レーザーを用いる実験でも密度勾配下のエネルギー伝播は多くの実用的な問題として生じる。例えば高強度レーザーと固体との相互作用ではメインパルスが到達する前にターゲットに到達するプレパル

スと呼ばれる、立ち上がり部のパルスによってプラズマ化し、プレプラズマと呼ばれるプラズマをターゲット付近に形成することが知られており、このためメインパルスがターゲットに到達する際には密度勾配をもつプラズマ中を伝播することになる。またレーザー加速で使われるプラズマの生成にはガスジェットなどが使われるがこれも必ず密度勾配をもつ。また超高強度レーザー特有の問題として、ターゲットからの戻り光も十分に強度が高いため、光路系を逆流しレーザー装置にダメージを与える可能性が懸念されている。このため、ターゲット付近に極薄プラズマミラーを設置し、入射光を反射した直後に消失することで戻り光の逆流を防ぐ手法が考えられている。これに関するシミュレーションについて付録に掲載した。

### 1.13 本論文の構成

本論文では、プラズマの密度勾配が乱流化を伴ったエネルギー輸送に与える影響を調べ、それが高速点火やレーザー加速など、高強度レーザーとプラズマとの相互作用研究において重要となることを示すことを目的とする。第2章ではシミュレーション手法、EMHDや数値モデルについて説明する。第3章では臨界密度以上のエネルギー輸送について調べる。ここではプラズマ中の高速電子の作る流体構造をEMHD双極渦構造によりモデル化し、双極渦構造の密度勾配中の伝播を二次元電磁粒子シミュレーション(2DPIC)によって評価した。第4章では臨界密度以下のプラズマ中のエネルギー輸送について調べる。ここではレーザー航跡波の伝播過程を密度勾配による構造スケールの変化に着目し2DPICにより評価する。第5章は総括である。

## 参考文献

- [1] J D Lawson, Proc. Phys. Soc. B. **70**, 6 (1957).
- [2] <https://www.ansys.com/content/dam/news-center/iter-pr.jpg>, (2022/06/03).
- [3] <https://www.science.org/content/article/bizarre-reactor-might-save-nuclear-fusion>, (2022/06/03).
- [4] R. C. Wolf, A. Alonso, S. Akaslompolo, et al. Phys. Plasmas. **26**, 082504 (2019).
- [5] J. Lindl, Phys. Plasmas. **2**, 3933 (1995).
- [6] A. B. Zylstra, O. A. Hurricane, D. A. Callahan, et al. *Nature*, **601**, 542-548 (2022).
- [7] E. M. Campbell, V. N. Goncharov, T. C. Sangster, et al. Matter Radiat. Extrem. **2**, 37-54 (2017).
- [8] J. Nuckolls, L. Wood, A. Thiessen, and G. Zimmerman, *Nature*, **239**, 139 (1972).
- [9] M. Tabak, I. Hammer, M.E. Glinsky, et al. Phys. Plasmas. **1**, 1626 (1994).
- [10] R. Kodama, H. Shiraga, K. Shigemori, et al. *Nature*. **418**, 933 (2002).
- [11] A. Okabayashi, H. Habara, T. Yabuuchi, T. Iwasaki, and K. A. Tanaka, Phys. Plasmas. **20**, 083301 (2013).
- [12] L. Tonks, I. Langmuir, Phys. Rev. **33**, 195 (1929).
- [13] E. S. Weibel, Phys. Rev. Lett. **2**, 83-84 (1959).
- [14] Penrose O. Phys. Rev. **112**, 1429 (1960).
- [15] D.H. Sharp, Physica D. **12**, 1-3 (1984).
- [16] A. N. Kolmogorov, A.N. and Tihomirov V.M, Uspekhi Mat. Nauk. **14**, 86 (1959).
- [17] L. F. Richardson. Soc. Lond. A. **110**. 709-737 (1926).
- [18] N. Navon, C. Eigen, J. Zhang, et al. Science. **366** 6463 (2019).

- [19] D. Biskamp, E. Schwarz, and A. Zeiler, Phys. Plasmas. **6**, 751 (1999).
- [20] S. K. Yadav, A. Das and P. Kaw, Phys. Plasmas. **15**, 062308 (2008).
- [21] I. Prigogine, *Science New Series* **201**, 4358 777-785 (1978).
- [22] P. Kaw, G. Schmidt, T. Wilcox, Phys. Fluids. **16**, 9 (1973).
- [23] W. Lu, M. Tzoufras, C. Joshi, et al., Phys. Rev. Spec. Top. - Accel. Beams. **10**, 061301 (2007).
- [24] T. Ohkubo, A. Zhidkov, T. Hosokai, et al., Phys. Plasmas. **13**, 033110 (2006).
- [25] F. Lureau, G. Matras, O. Chalus, High Power Laser Sci. Eng. **8**, E43 (2020).



## 第2章 プラズマの理論と計算手法

### 2.1 概要

この章ではプラズマの基本的な理論と、プラズマの計算手法について述べる。

### 2.2 プラズマの集団的ふるまい

プラズマ中の自由電子は外部の電磁場の影響を受けると電磁場を打ち消すように運動するために、電気的中性を保とうとする働きが生じる。この働きにより、流体が体積を一定に保とうとする傾向と同様に、プラズマは内部の電磁場を打ち消し電気的中性を保とうとする傾向をもつ。このような静的な性質の他に、動的な性質も生じる。流体の場合、ある領域に過剰な粒子が存在するとき、圧力勾配により粒子はその領域の外へ出ていく。しかし定常密度に達しても粒子は外への運動量を持っているため、その領域の粒子は欠乏し、はじめと逆の運動が生じる。この繰り返しにより音波の振動が生じる。

#### 2.2.1 プラズマ振動

プラズマでも同様の運動が生じる。ある領域に過剰な電子が存在すると、クーロン力により互いに反発し、電子はその領域から出ていく。電荷中性が保たれた後も、電子ははじめの運動量を持っているため、その領域の電子は欠乏し、逆の運動が生じる。この振動をプラズマ振動とよび、その角振動数  $\omega_p$  は以下の式で表される。

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\epsilon_0}} \quad (2.1)$$

ここで  $n$  は電子密度、 $m$  は電子質量、 $\epsilon_0$  は真空の誘電率である。プラズマ振動の導出は続く小節で行う。

#### 2.2.2 流体方程式

流体の集団的振る舞いは、粒子どうし相互作用が短距離かつ高頻度で起こるために生じる。この場合、粒子の運動は短時間に無数のランダムな変化を受けるが、その平均の運動は十分に予測することができる。たとえば粒子密度が一様でないとき、粒子は低密度側よりも高密度側とより

衝突するため、結果として低密度側への平均の運動が生じる。この働きが流体の定常密度を保とうとする傾向を生じる。また流体にはこの他にも粒子どうしの速度を合わせようとする働きが生じる。例えば粒子がその付近の粒子の平均速度よりも早い速度で運動するとき、その粒子は後方からよりも前方からの衝突をより多く受け、このためその粒子は減速する。粒子が周りの平均速度よりも遅い場合、その逆のことが起こる。結果として粒子は周りの平均速度に合わせようとする働きを受ける。以下に示す流体方程式はこれらの効果を表している。

$$\rho \left( \frac{d\mathbf{v}}{dt} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (2.2)$$

ここで  $\rho$  は密度、 $\mathbf{v}$  は流速、 $P$  は圧力、 $\nu$  は粘性率である。この方程式はナビエ・ストークス方程式と呼ばれ、ラグランジュ座標系の表現である。ラグランジュ座標系では、個々の粒子の位置、運動量を追う代わりに、固定された単位体積中における流体の速度、運動量などの変化を追う。左辺はある単位体積中の運動量の変化を表す。式 (2.2) の左辺第二項は移流項と呼ばれ、流体として運ばれる運動量を表す。移流項はラグランジュ座標系で物理量の変化を記述する際に必要な項であり、なんらかの物理的な仮定を表しているわけではない。式 (2.2) の右辺の二項は先に述べた2つの効果を表しており、第一項は流体の定常密度を保とうとする働きを表し、第二項は粒子が周りの平均速度に合わせようとする働きを表す。

### 2.2.3 プラズマの多体問題のフーリエ解析

プラズマの場合、流体とは異なる仕組みで集団的振る舞いが生じる。プラズマでは粒子どうしの相互作用が長距離であり、かつ弱いため個々の粒子の運動はこの相互作用によりほとんど影響を受けず、ほぼ自由粒子として振る舞う。しかしながら個々の粒子は他の粒子全体からの電磁場によって速度変化を受ける。この速度変化は小さいが、長距離にわたって位相が一致するため、全体として大きな効果を生じる。いま、 $n$  個の電子のクローン力による相互作用を考える。 $i$  番目の電子の運動方程式は以下の式で表される。

$$m\dot{v}_i = \sum_j -e\nabla\phi(|x_i - x_j|) \quad (2.3)$$

ここで  $\phi$  はクーロンポテンシャルであり、以下の式で表される。

$$\phi(|x_i - x_j|) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0|x_i - x_j|} \quad (2.4)$$

このような多体問題は直接解くことは非常に難しいが、Pines と Bohm により、フーリエ解析によってプラズマのいくつかの特徴を捉えられることが示された [1]。ここで個々の粒子による電子密度分布は以下の式で表される。

$$\rho(\mathbf{x}) = \sum_i \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \quad (2.5)$$

$\rho(\mathbf{x})$  のフーリエ級数  $\tilde{\rho}(\mathbf{k})$  は以下の式で表される。

$$\tilde{\rho}(\mathbf{k}) = \sum_i e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_i} \quad (2.6)$$

また  $f(\mathbf{x}) = 1/|\mathbf{x}|$  のフーリエ係数  $\tilde{f}(\mathbf{k})$  は以下のようにして計算される。

$$\tilde{f}(\mathbf{k}) = \iiint \frac{e^{-i(k_x x + k_y y + k_z z)}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} dx dy dz \quad (2.7)$$

$$= 2\pi \int_0^\infty \int_0^\pi r \sin \theta e^{-ikr \cos \theta} dr d\theta \quad (2.8)$$

$$= \frac{4\pi}{k} \int_0^\infty \sin(kr) dr \quad (2.9)$$

ここで最後の式の積分は以下のようにして求めることができる。まず被積分関数に  $e^{-\lambda r}$  をかけたものの積分を考える。すると

$$\int_0^\infty e^{-\lambda r} \sin(kr) dr = \frac{k}{\lambda^2 + k^2} \quad (2.10)$$

と求まる。ここで  $\lambda \rightarrow 0$  の極限をとれば  $\int_0^\infty \sin(kr) dr = \frac{1}{k}$  が求まる。よって

$$\tilde{f}(\mathbf{k}) = \frac{4\pi}{k^2} \quad (2.11)$$

これより式 (2.4) は以下のフーリエ級数展開で表される。

$$\phi(|x_i - x_j|) = \frac{e}{\epsilon_0} \sum_j \frac{e^{i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}}{k^2} \quad (2.12)$$

これより式 (2.3) は以下のように表される。

$$m\dot{\mathbf{v}}_i = -\frac{ie^2}{\epsilon_0} \sum_{\mathbf{k}' \neq 0} \sum_j \frac{e^{i\mathbf{k}' \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}}{k'^2} \quad (2.13)$$

ここで式 (2.6) の時間微分を考えると

$$\dot{\tilde{\rho}}(\mathbf{k}) = -i \sum_i (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_i) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_i} \quad (2.14)$$

もう一度微分すると

$$\ddot{\tilde{\rho}}(\mathbf{k}) = - \sum_i [(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_i)^2 + i\mathbf{k} \cdot \dot{\mathbf{v}}_i] e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_i} \quad (2.15)$$

これに式 (2.13) を代入し、プラズマ周波数  $\omega_p$  (式 (2.1))、式 (2.6) を用いると以下の式が得られる。

$$\ddot{\tilde{\rho}}(\mathbf{k}) + \omega_p^2 \tilde{\rho}(\mathbf{k}) = - \sum_i (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_i)^2 e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_i} - \frac{\omega_p^2}{n} \sum_{\mathbf{k}' \neq \mathbf{k}} \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'}{k'^2} \sum_{ij} e^{-i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{x}_i - i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x}_j} \quad (2.16)$$

式 (2.16) の右辺第二項は他の波数の波からの効果を表す。一般に  $\sum_i e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}_i}$  という形の項は  $\mathbf{x}_i$  がランダムなとき、 $\mathbf{k} = 0$  を除く項は互いに打ち消しあい小さくなる。よってこの形の項の  $\mathbf{k} = 0$  以外の寄与を無視する近似ができる。この近似をランダム位相近似 (RPA) と呼ぶ [1]。これらの近似により以下の式が得られる。

$$\ddot{\tilde{\rho}}(\mathbf{k}) + \omega_p^2 \tilde{\rho}(\mathbf{k}) = - \sum_i (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_i)^2 e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}_i} \quad (2.17)$$

式 (2.17) の右辺は粒子の相互作用がない場合にも存在する項で、粒子のランダム運動による効果を表す。この項は以下の条件で無視できることが分かる。

$$k^2 \langle v^2 \rangle = k^2 (K_b T / m) \ll \omega_p^2 \quad (2.18)$$

ここで  $\langle v^2 \rangle$  は熱運動を表す。  $K_b$  はボルツマン定数、  $T$  は電子温度、  $m$  は電子の質量を表す。この条件は以下のように書き直せる。

$$k \ll k_D \quad (2.19)$$

ここで  $\lambda_D = 2\pi/k_D$  はデバイ長とよばれ、以下の関係を満たす。これはデバイ長よりも大きいスケールでは粒子のランダム運動による効果が無視できることを示す。

$$k_D^2 \langle v^2 \rangle = \omega_p^2 \quad (2.20)$$

よってデバイ長よりも大きいスケールでは以下の式が成り立つ。

$$\ddot{\tilde{\rho}}(\mathbf{k}) + \omega_p^2 \tilde{\rho}(\mathbf{k}) = 0 \quad (2.21)$$

この式は  $\tilde{\rho}(\mathbf{k})$  が振動数  $\omega_p$  で振動することを示す。プラズマ振動は流体方程式からも導くことができる。いま定常状態の電子密度を  $n_0$ 、電子流速を 0 とする。ここに擾乱が加わったときの電子密度、電子流速をそれぞれ  $n_0 + n$ 、 $v$  とし、 $n$  と  $v$  について考える。ただし  $n v$  に関する二次以上の項は無視する。電場を受ける電子流体の方程式は以下ようになる。

$$\dot{\mathbf{v}} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = - \frac{e}{m} \mathbf{E} \quad (2.22)$$

ここで  $m$  は電子質量  $\mathbf{v}$  は流速、 $\mathbf{E}$  は電場である。連続の方程式は以下の式で表される。

$$\dot{n} + n_0 \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.23)$$

また Maxwell 方程式より

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = - \frac{ne}{\epsilon_0} \quad (2.24)$$

ここで式 (2.23) を時間微分すると

$$\ddot{n} + n_0 \nabla \cdot \dot{\mathbf{v}} = 0 \quad (2.25)$$

となる。これに式 (2.22) を代入すると

$$\ddot{n} + n_0 \nabla \cdot \left( -\frac{e}{m} \mathbf{E} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = 0 \quad (2.26)$$

となる。これに式 (2.24) を代入し、プラズマ周波数  $\omega_p$  を用いると以下の式が得られる。

$$\ddot{n} + \omega_p^2 n = n_0 \nabla \cdot (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \quad (2.27)$$

ここで電子流速を空間についてフーリエ級数展開したときの波数  $\mathbf{k}$  の成分について考えると  $\nabla$  は  $i\mathbf{k}$  で置き換えることができ

$$\ddot{n} + \omega_p^2 n = -n_0 (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2 \quad (2.28)$$

という式が得られる。この式は式 (2.17) を平均化したものになっている。

#### 2.2.4 デバイ遮蔽

多体問題のフーリエ解析では流体方程式による扱いよりもより詳細な描像が得られる。式 (2.17) の  $\tilde{\rho}(\mathbf{k})$  は集団的成分  $\tilde{q}(\mathbf{k})$  と粒子的成分  $\tilde{\eta}(\mathbf{k})$  に分けられることが示される [1]。

$$\tilde{\rho}(\mathbf{k}) = \tilde{q}(\mathbf{k}) + \tilde{\eta}(\mathbf{k}) \quad (2.29)$$

$$\tilde{q}(\mathbf{k}) = \sum_i \frac{\omega_p^2}{\omega_k^2 - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_i)^2} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_i} \quad (2.30)$$

$$\tilde{\eta}(\mathbf{k}) = \sum_i \eta_{ki} \quad (2.31)$$

ここで  $\eta_{ki}$  は以下の式で表される。

$$\eta_{ki} = \frac{\omega_p^2 - \omega_k^2 - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_i)^2}{\omega_k^2 - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_i)^2} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_i} \quad (2.32)$$

また  $\omega_k$  は以下の分散関係式を満たす。

$$n = \sum_i \frac{\omega_p^2}{(\omega_k - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_i)^2} \quad (2.33)$$

この分散関係は  $k$  が小さいとき、 $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_i / \omega_k)$  についてテイラー展開することで以下の分散関係式に近似できる。

$$\omega_k^2 = \omega_p^2 + k^2 \langle v^2 \rangle \quad (2.34)$$

この式は電子プラズマ波もしくは Langmuir 波の分散関係式と呼ばれる。ここで集団的成分  $\tilde{q}(\mathbf{k})$  は以下の式を満たす。

$$\ddot{\tilde{q}}(\mathbf{k}) + \omega_k^2 \tilde{q}(\mathbf{k}) = 0 \quad (2.35)$$

これから  $\tilde{q}(\mathbf{k})$  は式 (2.34) を満たす振動数  $\omega_k$  で振動する。また式 (2.17) とは異なり個々の粒子の運動に起因する項がないことから、プラズマ全体としての集団的振る舞いを表すことが分かる。粒子的成分  $\tilde{\eta}(\mathbf{k})$  は以下の式を満たす。

$$\ddot{\tilde{\eta}}(\mathbf{k}) = - \sum_i (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_i)^2 \eta_{ki} \quad (2.36)$$

この式は個々の粒子の運動は振動数  $\omega_i = \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_i$  の擾乱を  $\tilde{\eta}(\mathbf{k})$  に与えるが個々の粒子の速度に関連がない限りこの効果はランダムなゆらぎとなることが分かる。電子  $i$  の速度を 0 としたとき  $\eta_{ki}$  の逆フーリエ変換  $\eta_i(\mathbf{x})$  は以下の式で表されることを示すことができる [1]。

$$\eta(\mathbf{x}) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) - \frac{1}{4\pi\lambda_D^2} \frac{e^{-|\mathbf{x}-\mathbf{x}_i|/\lambda_D}}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|} \quad (2.37)$$

$\eta_i(\mathbf{x})$  は電子  $i$  とともに動く正電荷の雲を表し、この雲は電子  $i$  により生じる電場を半径  $\lambda_D$  程度で遮蔽する効果をもつ。非常に面白いことに、プラズマ中の個々の電子はデバイ長程度の正電荷の雲によって遮蔽され、デバイ長以上の距離には影響を及ぼさないことが分かる。よってデバイ長以上のスケールの現象はすべて  $\tilde{q}(\mathbf{k})$  の効果によると考えることができる。ただし、これは電子の速度が熱速度より小さい場合のみ当てはまる。電子速度が熱速度よりも十分に大きいとき、電子の運動に追従する Wake 波が誘起され、電子は造波抵抗を受け減速し、電子プラズマ波を通じて周囲の電子はエネルギーを受けとることが知られている [1]。このことからプラズマも流体と同様に、粒子の速度を平均速度と合わせようとする傾向があることが分かる。このような効果のため無衝突性のプラズマにおいても圧力項や衝突項を含めた流体方程式が多くの場合に有効である。実際に、Langmuir の実験により無衝突性プラズマにおいて電子速度分布が Maxwell 型になることが知られている [2]。

## 2.2.5 Vlasov 方程式

Vlasov は式 (2.34) を別の方法で導いた。Vlasov はラグランジュ座標系の速度分布  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  の時間発展の方程式を考えた。 $f_0 = f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, 0)$  とし、 $f = f_0 + f_1$  とすると、 $f$  の全微分から以下のような方程式がたてられる。これを Vlasov 方程式とよぶ [3]。

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_1 - \frac{e}{m} \nabla \phi \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} = 0 \quad (2.38)$$

ここで  $\frac{e \nabla \phi}{m}$  は Coulomb 力による項である。この式を  $f_1 \sim e^{i(\mathbf{k}\mathbf{x} - \omega t)}$  を仮定して線形化すると

$$-i(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) f_1 = \frac{ie}{m} \phi \mathbf{k} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} \quad (2.39)$$

$$f_1 = \frac{e \phi \mathbf{k} \cdot \partial f_0 / \partial \mathbf{v}}{m (\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})} \quad (2.40)$$

となる。ここで Poisson 方程式より

$$-\nabla^2 \phi = -\frac{en}{\epsilon_0} = -\frac{e}{\epsilon_0} \int f_1 d\mathbf{v} \quad (2.41)$$

これを線形化して式 (2.40) に代入すると、

$$k^2 \phi = -\frac{e^2 \phi}{m \epsilon_0} \int \frac{\mathbf{k} \cdot \partial f_0 / \partial \mathbf{v}}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} d\mathbf{v} \quad (2.42)$$

これよりプラズマ周波数  $\omega_p$  を用いれば

$$n = -\frac{\omega_p^2}{k^2} \int \frac{\mathbf{k} \cdot \partial f_0 / \partial \mathbf{v}}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} d\mathbf{v} \quad (2.43)$$

この式は部分積分によって以下のように変形できる。

$$n = \omega_p^2 \int \frac{f_0}{(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2} d\mathbf{v} \quad (2.44)$$

これは式 (2.33) と同等であるので、これから電子プラズマ波の分散関係式 (2.34) が得られる。

## 2.2.6 粒子-波相互作用

式 (2.33)、式 (2.44) は  $\omega_k = \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_i$  のとき発散する。また項が発散するために集団的成分と粒子的成分への分割もできなくなる。これは電子速度と電子プラズマ波の位相速度が近いときに、特別な物理が働くことを示している。電子の速度とプラズマ波の位相速度が十分に近いとき、電子はプラズマ波の作る電位の波に補足される [4]。図 2.1 に電子プラズマ波の位相速度で動くフレームからみた電子の位置と速度の関係を示す。青色で示された軌道が波に補足された電子である。このような補足された電子の効果の一つとして Landau 減衰がある [5]。Landau は式 (2.40) の線形化のさいに、空間に対してはフーリエ変換、時間に対してはラプラス変換をして、波が時間的に減衰することを見つけた。この減衰は波の位相速度に近い速度を持つ粒子と波と相互作用し、Maxwell 型の分布では平均して波から電子にエネルギーが移動し、波が減衰すると解釈できる。Landau 減衰の物理的な詳細は F. Chen のプラズマ物理入門の非常に混乱した記述からも分かるように難解である。また逆に電子ビームのように決まった速度を持つ電子が多く存在するとき、逆ランダウ過程がおこり、ビーム速度と同じ位相速度をもつ電子プラズマ波が誘起される。プラズマの研究者はこれらの物理が起こる具体的な状況によって、逆ランダウ減衰、二流体不安定性、ビームプラズマ不安定性などと異なる名前を使うことで初学者を混乱させているが、これらは全て粒子-波相互作用である。このような粒子-波相互作用は Wakefield 加速において重要である。Wakefield 加速ではプラズマ中に粒子や高強度レーザー光を使い強いプラズマ波を励起し、粒子-波相互作用によりプラズマ波に補足された電子を加速する。

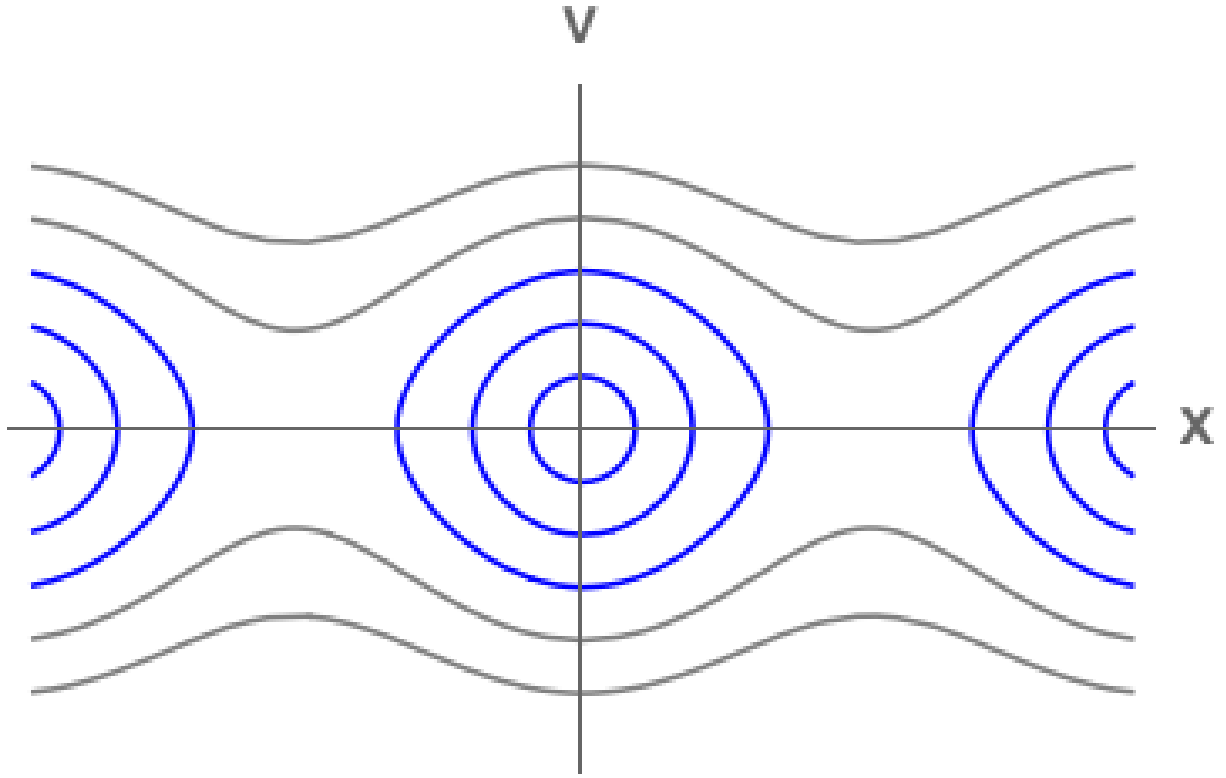


図 2.1. 電子プラズマ波の位相速度で動くフレームからみた電子の位置と速度の関係。青色で示された軌道が補足された電子を表す。

### 2.2.7 プラズマ中の電磁場の伝播

電磁場は以下の Maxwell 方程式で記述される。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.45)$$

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{J}}{\epsilon_0} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.46)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.47)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.48)$$

ここで  $\rho$  は電荷密度、 $\epsilon_0$  は真空の誘電率を表す。 $\mathbf{J}$  は電流密度を表す。式 (2.45) の回転をとると以下の式になる。

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\nabla \times \dot{\mathbf{B}} \quad (2.49)$$

ベクトル三重積はアインシュタインの縮約記法を用いたテンソル表記で  $jij - jji$  という形になる。この場合  $\partial_j \partial_i E_j - \partial_j \partial_j E_i$  である。よって

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\nabla \times \dot{\mathbf{B}} \quad (2.50)$$



式 (2.46) を微分すると

$$c^2 \nabla \times \dot{\mathbf{B}} = \frac{\dot{\mathbf{J}}}{\epsilon_0} + \ddot{\mathbf{E}} \quad (2.51)$$

ここで電流密度  $\mathbf{J}$  は以下の式で表される。

$$\mathbf{J} = -nev \quad (2.52)$$

ここで  $n$  は電子密度、 $e$  は単位電荷、 $\mathbf{v}$  は電子速度である。また電場の影響を受ける電子の運動方程式は以下の式で表される。ここで磁場の影響は無視している。

$$m\dot{\mathbf{v}} = -e\mathbf{E} \quad (2.53)$$

式 (2.52) を微分し式 (2.53) を用いると

$$\dot{\mathbf{J}} = -ne\dot{\mathbf{v}} = \frac{ne^2}{m}\mathbf{E} \quad (2.54)$$

これを式 (2.51) に代入すると以下の式が得られる。

$$c^2 \nabla \times \dot{\mathbf{B}} = \omega_p^2 \mathbf{E} + \ddot{\mathbf{E}} \quad (2.55)$$

ここで  $\omega_p$  はプラズマ振動数である。一様電子密度を仮定し ( $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ )、式 (2.50) に式 (2.55) を代入すると以下の式が得られる。

$$c^2 \nabla^2 \mathbf{E} = \omega_p^2 \mathbf{E} + \ddot{\mathbf{E}} \quad (2.56)$$

これより、 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})}$  の形を仮定すると以下の分散関係式が得られる。

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2 \quad (2.57)$$

この式よりプラズマ中の波動は  $\omega_p > \omega$  となるようなプラズマ中では波数  $k$  が虚数となり、伝播できないことが分かる。これはプラズマの外部電場を遮蔽する速度が電磁場の周波数よりも高くなることを示している。プラズマの外部電場を打ち消す速さは電子密度が高くなると高くなり、より高周波の擾乱を打ち消すことができる。ある振動数  $\omega$  のレーザー光に対してレーザーが伝播できなくなるプラズマ密度を臨界密度  $n_c$  とよび、以下の式で表される。

$$n_c = \frac{m_0 \epsilon_0 \omega^2}{e^2} \quad (2.58)$$

## 2.2.8 スキン長

式 (2.57) より  $\omega_p > \omega$  のとき波数が虚数となることが分かる。このとき波数は

$$k_{Im} = \pm i \frac{\sqrt{\omega_p^2 - \omega^2}}{c} \quad (2.59)$$

となる。波数が虚数のとき  $e^{i(\omega t - kx)}$  は  $x$  方向に減衰する波もしくは増大する波を表す。物理的にありえるのは減衰波なので上式の正の値が正しい物理を表す。このとき

$$e^{i(\omega x - kx)} = e^{i\omega t} e^{-k_{im}x} \quad (2.60)$$

となり、 $x$  方向に減衰する波を表すことが分かる。 $\omega_p \gg \omega$  のときこの波数は以下の値に近づくことが分かる。

$$k_s = \frac{\omega_p}{c} \quad (2.61)$$

$\lambda_s = 2\pi/k_s$  をスキン長といい、電磁波が十分密度の高いプラズマによって遮蔽される長さを表す。この式は金属による電磁波の遮蔽に対しても成り立つ [6]。波数が虚数となり指数関数的に減少しながら伝わる波をエバネッセント波と呼び、この波が減衰するよりも先に媒質が途切れると再び波動が伝わる。この減少はトンネル効果と呼ばれる。付録では超極薄プラズマミラーの検討を行ったが、プラズマミラーの厚さはスキン長よりも大きくなければトンネル効果により鏡として機能しなくなるため、スキン長は重要なパラメータである。波動の方程式において振動数が虚数のときに減衰解もしくは増大解となることは電気工学でもなじみのあることであるが、虚数や三角関数と指数関数の関係など、考案された当初は現実世界とはかけ離れた数学的概念であったものが、このように物理現象を見事に表わすことには感動的である。ランダウ減衰で複素積分により正しい物理が導かれたことや、ゼータ関数による発散級数に割り当てられた値がカシミール効果の計算に用いられるなど、数学の興味深い定理が物理現象として具現化する例は非常に感慨深い。

## 2.2.9 相対論的レーザー

レーザー光の強度が  $10^{18} \text{W/cm}^2$  を超えると、相対論的強度と呼ばれる強度になり、電場によって振動する電子の速度が光速近くなる。このとき式 (2.57) の分散関係は補正を受けるが、実質的には  $\omega_p$  が以下のような補正を受けるとみなせる。

$$\omega_p^{rel} = \sqrt{\frac{ne^2}{\gamma m \epsilon_0}} \quad (2.62)$$

ここで新しく加わった  $\gamma$  はローレンツ因子 ( $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ ) である。すなわち、電子が光速に近い速度で振動するとき、電子の質量が  $\gamma$  因子の分だけ重くなると解釈することができる。

## 2.2.10 規格化ベクトルポテンシャル

超高強度レーザーの強度を示す指標として規格化ベクトルポテンシャル  $a_0$  がよく用いられる。これを用いるとローレンツ因子は以下の式で表される。

$$\gamma = \sqrt{1 + a_0^2} \quad (2.63)$$

規格化ポテンシャルは以下のように導出される。まず電子の運動方程式を考える。

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.64)$$

ここで  $\mathbf{p}$  は電子の運動量を表す。電場と磁場はベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  とスカラーポテンシャル  $\phi$  により以下のように表される。

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.65)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.66)$$

これから

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = -\nabla\phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \quad (2.67)$$

$$= -\nabla\phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} + \nabla(\mathbf{v} \cdot \mathbf{A}) - (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{A} \quad (2.68)$$

$$= -\nabla\phi - \frac{d\mathbf{A}}{dt} + \nabla(\mathbf{v} \cdot \mathbf{A}) \quad (2.69)$$

ここで最終式は  $\mathbf{A}$  の全微分を用いた。この式はオイラー座標系の式であり、ラグランジュ座標系のように、ある固定位置の運動量を追っているのではなく、一つの粒子の運動量を追っている。 $d\mathbf{A}/dt$  は運動する粒子からみた  $\mathbf{A}$  の変化を表す。式 (2.64) と合わせると

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{p} - e\mathbf{A}) = e\nabla(\phi - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{A})) \quad (2.70)$$

ここで両辺を電子の静止エネルギー  $mc^2$  で割ると

$$\frac{d}{cdt} \left( \frac{\mathbf{p}}{mc} - \frac{e\mathbf{A}}{mc} \right) = \nabla \left( \frac{e\phi}{mc^2} - \left( \frac{\mathbf{v}}{c} \cdot \frac{e\mathbf{A}}{mc} \right) \right) \quad (2.71)$$

ここで以下の式で表される、規格化ベクトルポテンシャル  $\mathbf{a}$ 、規格化スカラーポテンシャル  $\varphi$ 、規格化速度  $\beta$  を導入する。

$$\mathbf{a} = \frac{e\mathbf{A}}{mc} \quad (2.72)$$

$$\varphi = \frac{e\phi}{mc^2} \quad (2.73)$$

$$\beta = \mathbf{v}/c \quad (2.74)$$

すると式 (2.71) は以下ようになる。

$$\frac{d}{cdt} \left( \frac{\mathbf{p}}{mc} - \mathbf{a} \right) = \nabla (\varphi - (\beta \cdot \mathbf{a})) \quad (2.75)$$

この方程式をレーザー軸方向の成分と径方向の成分に分ける。このときレーザー径方向の電磁場の変化は軸方向の変化に対して小さいことから、レーザー径方向の電磁場の変化を無視し、 $\nabla_{\perp} = 0$  とする。すると式 (2.75) は

$$\frac{d}{cdt} \left( \frac{\mathbf{p}_{\perp}}{mc} - \mathbf{a}_{\perp} \right) = 0 \quad (2.76)$$

$$\frac{d}{cdt} \left( \frac{\mathbf{p}_{\parallel}}{mc} - \mathbf{a}_{\parallel} \right) = \nabla_{\parallel} (\varphi - (\beta_{\parallel} \cdot \mathbf{a}_{\parallel})) \quad (2.77)$$

この式からレーザー径方向の電子の運動量はベクトルポテンシャルで表されることが分かる。

$$\frac{\mathbf{p}_\perp}{mc} = \mathbf{a}_\perp \quad (2.78)$$

よってレーザー径方向の電子運動のローレンツ因子は以下のように表される。

$$\gamma_\perp = \sqrt{1 + \left(\frac{\mathbf{p}_\perp}{mc}\right)^2} = \sqrt{1 + a_\perp^2} \quad (2.79)$$

これから、式 (2.63) の導出ができた。次にレーザー光の強度  $I$  と電場の関係を求める。レーザー光が  $\tau$  秒間の間に進む距離は  $c\tau$  である。レーザー光の面積を  $S$  とすると  $\tau$  秒間のレーザー照射で  $I\tau S$  のエネルギーが体積  $Sc\tau$  の中に含まれることになるのでレーザー光のエネルギー密度  $\varepsilon$  は  $\varepsilon = I/c$  と求まる。一方で電磁場のエネルギー密度は以下の式で表される。

$$\varepsilon = \frac{2}{\epsilon_0} E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 \quad (2.80)$$

ここで磁場が最大のときを考えると

$$I/c = \varepsilon = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \quad (2.81)$$

である。

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.82)$$

であり、レーザー波数を  $k$  として  $|\nabla| = k$  であるので

$$B = kA \quad (2.83)$$

である。よって規格化ベクトルポテンシャル  $\mathbf{a}$  を用いると以下の式が成り立つ。

$$I/c = \varepsilon = \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \frac{\epsilon_0 k^2 c^2}{2} \left(\frac{mca_0}{e}\right)^2 \quad (2.84)$$

これを臨界密度  $n_c$  を用いて簡略化すると以下のようなになる。

$$I/c = n_c \cdot mc^2 \cdot \frac{a_0^2}{2} \quad (2.85)$$

この式から  $a_0$  はレーザーのエネルギー密度  $I/c$  と臨界密度  $n_c$  の電子の静止エネルギーの密度の比の平方根に比例し、両者が同程度となるときの1になることが分かる。これから  $a_0$  が1を超えると電子のエネルギーが相対論的になるといえることがわかる。この式は具体的には以下のような式になり、レーザー強度が  $10^{18} \text{ W/cm}^2$  を超えると相対論的強度となることが分かる。

$$a_0 = 0.85493 \times 10^{-9} \lambda [\mu\text{m}] \sqrt{I [\text{W/cm}^2]} \quad (2.86)$$

### 2.2.11 Pondermotive 力

レーザーパルスなど非一様な強度分布をもつ電磁波が電子に作用すると、電子の強度の高い領域から低い領域への正味の運動が生じる。この効果を Pondermotive 力とよぶ。Pondermotive は人名ではなく、ラテン語で重さを与えるという意味の ponder を用いて Electromotive, Magnetomotive にちなんで命名された。これは電子の振動の半周期の間に電子が電磁場の強度の高い部分から低い部分へ移動すると、もう半周期ではそこで元になっていた場所よりも弱い復元力を受けるために、電子が正味の移動が生じる効果である。Pondermotive 力は以下の式で表される。

$$\mathbf{F}_p = -\frac{e^2}{4m\omega^2}\nabla(E^2) \quad (2.87)$$

この力は電荷の正負に依存しないが質量に逆比例するため、電子はイオンに比べて大きく力を受ける。高強度レーザーパルスがプラズマ中を伝播するとき、Pondermotive 力によりレーザーパルス付近の電子が押しのけられ、レーザー空洞が生じる。またこの電子の排斥により Wake 波の形状をとる電子プラズマ波が誘起される。

## 2.3 Particle-In-Cell シミュレーション

レーザープラズマ相互作用の複雑な物理を解明するためにはコンピュータシミュレーションが強力な手段となる。電磁流体コードは、空間を格子に分割し、各格子について電磁場と粒子の平均の物理量を定義して、流体方程式により時間発展を計算する。この手法は計算コストが小さいため、巨視的なスケールの現象を取り扱うのに適している。しかしながら、流体モデルは非平衡な速度分布を扱うことができないという欠点をもつ。たとえばランダウ減衰や二流体不安定性などの波動-粒子相互作用では、速度分布のうち光波の位相速度に近い速度をもつ粒子だけが波動とエネルギーをやりとりする。このため平均運動を追うだけではこの過程を再現することができない。このような現象を扱うためには、非平衡な粒子の速度分布の時間発展を扱わなければならない。ブラソフ・シミュレーションでは、位相空間を格子に分割することにより速度分布の時間発展を計算する。この方法では運動論的現象を扱えるが、レーザープラズマ相互作用を扱う場合、レーザーの波長を解像しなければならないため、位相空間全体として格子数が膨大になるという欠点をもつ。レーザープラズマ相互作用を扱う最も一般的な手法は Particle-In-Cell(PIC) 法である。この手法では電磁場を格子点について定義し、粒子については個々の運動を追って計算する。PIC シミュレーションでは各粒子の運動を個別にシミュレーションする。このとき個々の電子全てを扱う場合、粒子数は  $10^{20}$  のオーダーになり、計算量的に現実的ではない。このため、PIC シミュレーションでは多数の粒子をひとまとめにして超粒子として扱い計算を行う。ローレンツ力は質量電荷比にのみ依存するため、超粒子も通常の粒子と同じ軌道をとる。各格子に対する超粒子の寄与を割り振るため、超粒子の電荷分布の形状を与える必要がある。最も単純な形状はトップハット型だが、高次のスプライン関数を使うことにより、ノイズを削減することができる [7]。格子間隔は

通常デバイ長程度にする。デバイ長  $\lambda_d = v_{th}/\omega_p$  以下のスケールの電磁場はプラズマの反応時間  $1/\omega_p$  の間に熱運動によりかき消されてしまうので、これより小さな格子間隔をとる必要はない。

### 2.3.1 基礎方程式

PIC シミュレーションでは粒子の運動方程式と Maxell 方程式を用いて計算を行う。i 番目の荷電粒子の相対論的な運動方程式は以下のように表される。

$$\frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = q_i (\mathbf{E}(x_i) + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}(x_i)) \quad (2.88)$$

$$\mathbf{p}_i = \gamma_i m_i \mathbf{v}_i \quad (2.89)$$

$$\gamma_i = \sqrt{(\mathbf{p}_i/m_i c)^2 + 1} \quad (2.90)$$

ここで  $x_i, \mathbf{p}_i, q_i, m_i, \gamma_i$  はそれぞれ i 番目の粒子の位置、運動量、電荷、質量、ローレンツ因子を表す。 $\mathbf{E}, \mathbf{B}$  はそれぞれ電場、磁場を表す。c は真空の光の速度を表す。電磁場の時間発展は Maxwell 方程式 (式 (2.45 ~ 2.48)) これらの方程式を用いて系の時間発展を求める。図 2.2 (a) に示すように、粒子に作用する電磁力は近傍の格子点で定義された電磁場のみによって求められる。また電磁場の更新も図 2.2 (b) に示すように近傍の粒子のみからの影響を考慮して更新する。

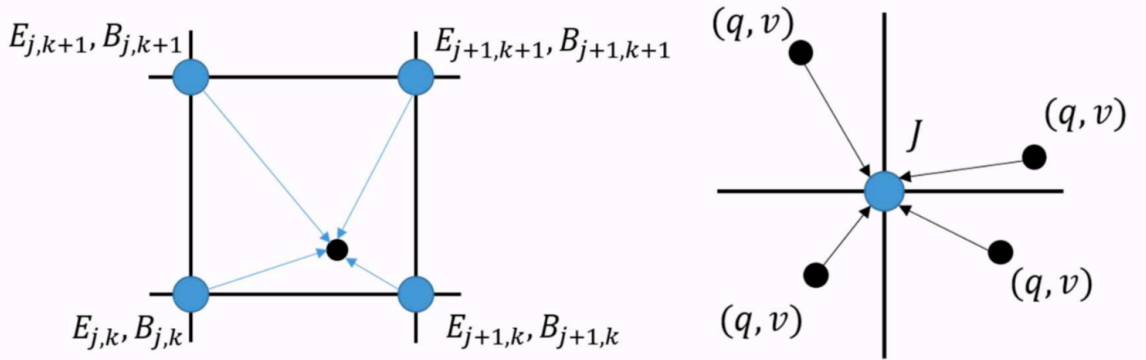


図 2.2. (a) 粒子位置更新の図。セル内の粒子が受ける力は近傍の格子点で定義された電磁場からの平均から計算される。(b) 電磁場更新の図。格子点で定義された電磁場は近傍のセルの粒子からの効果の平均から計算される。各格子点で粒子の位置、速度を取得する (左上)。各セルの電荷密度、電流密度をセル内の粒子の位置、速度から求める (右上)。各セルの電磁場を電荷密度、電流密度から求める (右下)。各セルの電磁場を用いて各粒子の位置、速度を更新する (左下)。

図 2.3 に Particle-In-Cell 法の計算ループを示す。荷電粒子の位置  $\mathbf{x}$  と速度  $\mathbf{v}$  から、空間メッシュ上に定義される電荷密度  $\rho$  と電流密度  $\mathbf{J}$  を計算する。得られた電荷密度  $\rho$  と電流  $\mathbf{J}$  と Maxwell 方程式から更新された電場  $\mathbf{E}$  とと磁場  $\mathbf{B}$  を求める。最後にこれから運動方程式をとく、荷電粒子の位置  $\mathbf{x}$  と速度  $\mathbf{v}$  を更新する。本研究では、空間二次元速度三次元相対論的電磁粒子コード EPOCH2D[5] を用いて研究を行った。

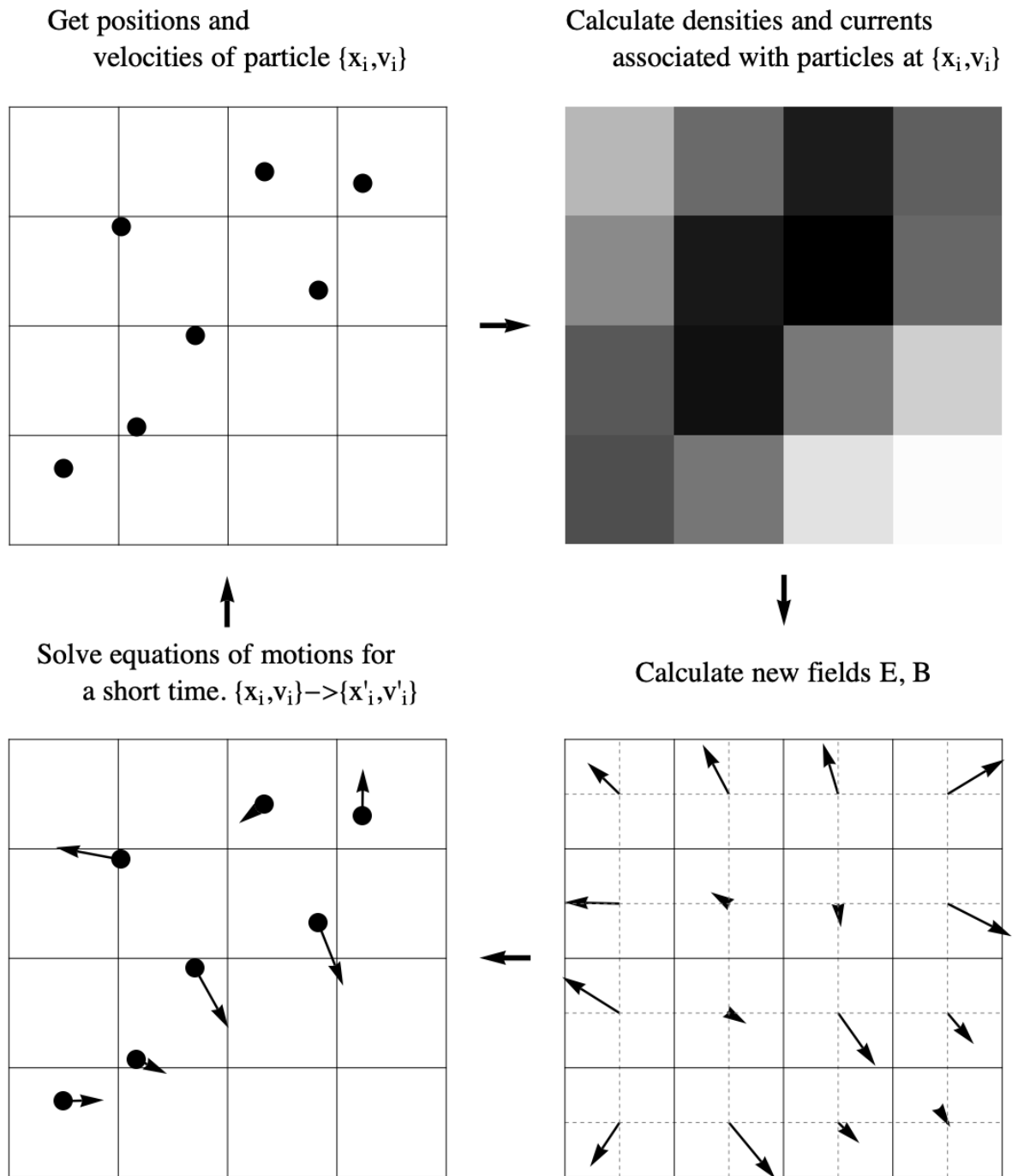


図 2.3. Particle-In-Cell 法の計算ループ

## 2.4 電子磁気流体 (EMHD) モデル

3章では EMHD モデルで計算された物理を PIC で比較するため、ここでは EMHD モデルの説明をする。EMHD モデルでは磁化された電子流を扱う流体モデルである。EMHD 計算は流体計算であり計算コストが小さいが、プラズマ振動、ラーマー運動や波-粒子相互作用などの運動論的効果は無視されている。一方で PIC ではプラズマ振動や、個々の粒子の運動を扱うために運動論的効果が含まれており、計算コストが大きいかわりに、より現実に近い物理を表すことができる。

電子磁気流体 (EMHD) モデルは静止したイオン背景中の磁化された電子流体の運動を考えている。EMHD モデルでは  $\omega_{ce}^{-1} \ll T \ll 1/\omega_{ci}$  の時間スケールの現象を考えており、この時間スケールの現象としては高速点火、Plasma Opening Switch[9], Z Pinch[10] などがある。

### 2.4.1 EMHD 方程式

プラズマの流体方程式は以下ようになる。

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -en (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla P \quad (2.91)$$

移流項は以下のように変形できる。

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \nabla \left( \frac{\mathbf{v}^2}{2} \right) - \mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} \quad (2.92)$$

ここで、 $\boldsymbol{\omega}$  は渦度である。右辺の第一項は流体の動圧に対応する。また第二項は渦の径が広がろうとする力であり、大まかに言えば遠心力に対応する。

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{v} \quad (2.93)$$

この渦度を用いて式 (2.91) を表すと以下ようになる。

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \rho \mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} - \nabla \left( \frac{1}{2} \rho \mathbf{v}^2 + P \right) + ne(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.94)$$

また電磁場とベクトルポテンシャル、静電ポテンシャルの関係

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.95)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.96)$$

を用いると、式 (2.94) は

$$n \frac{\partial}{\partial t} (m\mathbf{v} - e\mathbf{A}) = n(\mathbf{v} \times (\nabla \times (m\mathbf{v} - e\mathbf{A}))) - \nabla \left( P + \frac{1}{2} nm\mathbf{v}^2 - ne\phi \right) \quad (2.97)$$

と表せる。ここで一般化運動量  $\mathbf{p}$ 、一般化渦度  $\mathbf{g}$  を以下のように定義する。

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} - e\mathbf{A} \quad (2.98)$$

$$\mathbf{g} = \nabla \times \mathbf{p} \quad (2.99)$$



これらを用いると、式 (2.97) は

$$n \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = n(\mathbf{v} \times \mathbf{g}) - \nabla \left( P + \frac{1}{2} n m v^2 - n e \phi \right) \quad (2.100)$$

となる。この式の第三項の発散の中身はエネルギー密度であり広義の圧力と解釈できる。この式は、式 (2.94) の電磁場がない場合とほとんど同等であるが、第一項が  $\mathbf{p} \times \mathbf{g}$  ではなく、 $\mathbf{v} \times \mathbf{g}$  となっている点で異なる。式 (2.100) の両辺の回転をとると圧力項が消え

$$\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{g}) \quad (2.101)$$

となる。EMHD では、サイクロトロン周期よりも短い時間スケールだが、変位電流を無視できるのに十分な長い時間スケール ( $\omega_{ci} \ll \omega \ll \omega_{pe}^2 / \omega_{ce}$ ) を考える。変位電流を無視できるとき、アンペアの法則から、

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{J}}{\epsilon_0 c^2} \quad (2.102)$$

$\mathbf{J} = -ne\mathbf{v}$  から

$$\mathbf{v} = -\frac{\epsilon_0 c^2}{ne} \nabla \times \mathbf{B} \quad (2.103)$$

となる。また渦度は

$$\nabla \times \mathbf{v} = \frac{\epsilon_0 c^2}{ne} \Delta \mathbf{B} = \frac{e}{m k_p^2} \Delta \mathbf{B} \quad (2.104)$$

となる。ここで  $k_p = \omega_p / c$  はスキンの逆数である。これから一般化渦度は

$$\mathbf{g} = -e\mathbf{B} + m \nabla \times \mathbf{v} = -e \left( \mathbf{B} - \frac{\Delta}{k_p^2} \mathbf{B} \right) \quad (2.105)$$

これらの導出から、EMHD 方程式は以下の式によりプラズマの運動を記述する。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \mathbf{B} - \frac{\Delta}{k_p^2} \mathbf{B} \right) = \nabla \times \left[ \mathbf{v} \times \left( \mathbf{B} - \frac{\Delta}{k_p^2} \mathbf{B} \right) \right] \quad (2.106)$$

$$\mathbf{v} = -\frac{e}{m k_p^2} \nabla \times \mathbf{B} \quad (2.107)$$

式 (2.106), (2.107) から、EMHD モデルはスキンの長程度のスケールにおいて意味をもつことが分かる。スキンの長より十分に大きいスケールでは、 $\Delta / k_p^2 \ll 1$  となり、式 (2.106) は以下に示す MHD 方程式の磁場の誘導方程式に帰着する。

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \quad (2.108)$$

この式はプラズマの磁場に対する凍りつき条件を示している。式 (2.106) は、EMHD モデルでは MHD での磁場の凍りつき条件が弱まることが分かる。 $\Delta \mathbf{B} / k_p^2$  は渦度を表すことから、磁場がプラズマを横切るときにスキンの長のスケールの渦が伴うことを示している。

### 2.4.2 G-EMHD 方程式

Shared らは EMHD 方程式を密度勾配を持つプラズマについて一般化した G-EMHD (Generalized-Electron MagnetoHydrodynamics) 方程式を考案した [3]。G-EMHD 方程式は以下ようになる。

$$\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{g}) \quad (2.109)$$

$$\mathbf{g} = -e \left( \mathbf{B} - \frac{\Delta}{k_p^2} - \frac{m}{e} \mathbf{v} \times \frac{\nabla n}{n} \right) \quad (2.110)$$

$$\mathbf{v} = -\frac{e}{mk_p^2} \nabla \times \mathbf{B} \quad (2.111)$$

G-EMHD 方程式では EMHD 方程式の一般化渦度  $g$  に対し、 $\mathbf{v} \times \nabla n$  に比例する新たな項が加わっていることがわかる。

### 2.4.3 密度勾配中の磁気双極子の伝搬

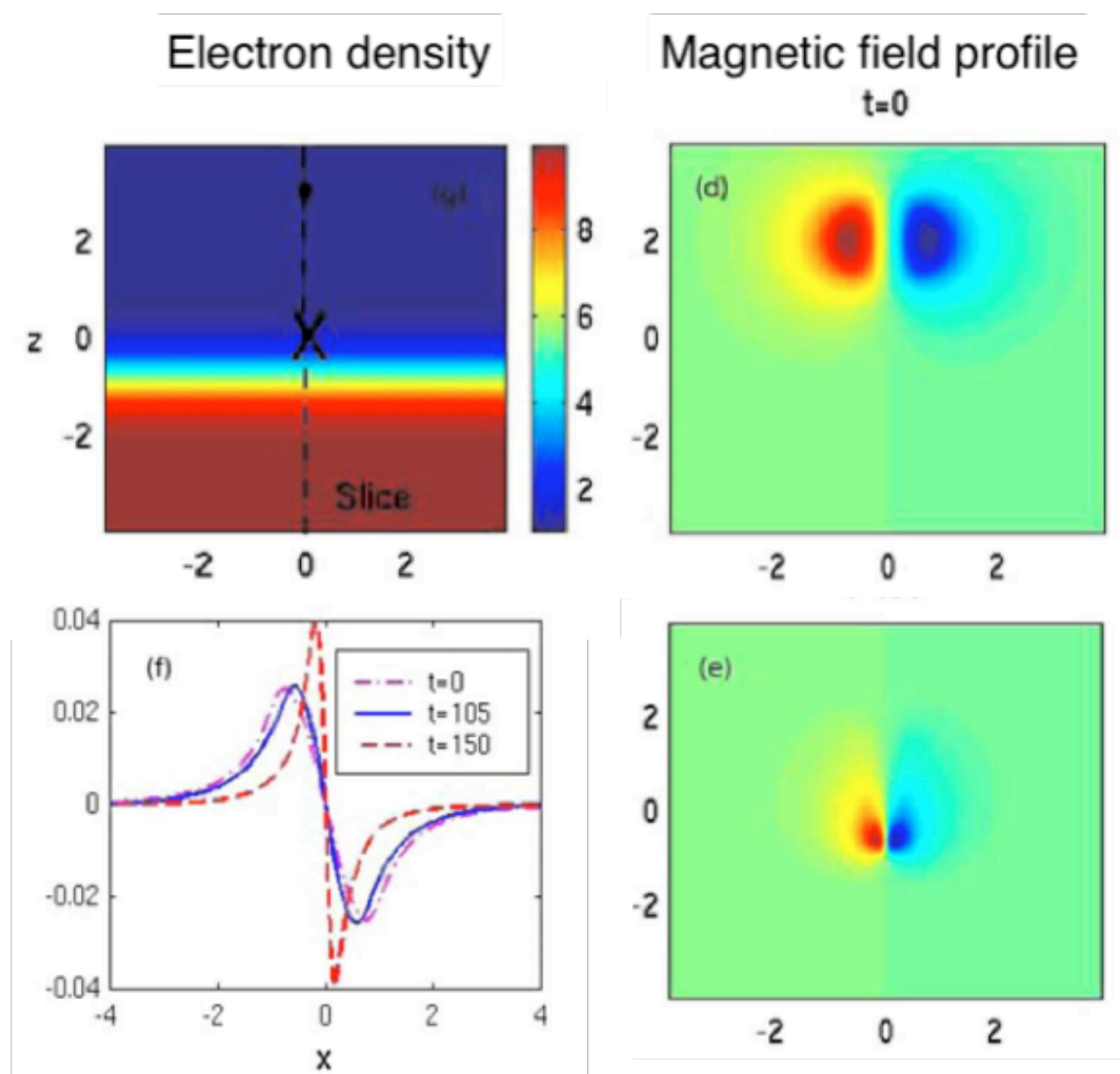


図 2.4. G-EMHD 計算による上昇密度勾配プロファイルへの双極渦の伝播シミュレーション [3]。(g) は電子密度分布を表す。(d),(e) はそれぞれ  $t=0$ ,  $t=150$  における磁場分布を表す。(f) は磁場分布の 1 次元プロファイルを表す。磁気双極渦は下向きに移動し、高密度領域でピンチングを受けている。

Shared らは EMHD 方程式を密度勾配を持つプラズマについて一般化した G-EMHD (Generalized-Electron MagnetoHydrodynamics) 方程式を用いてシミュレーションを行った。図 2.4 にシミュレーションの結果を示す。G-EMHD 計算から、磁気双極渦密度勾配を持つプラズマ中で進行方向と垂直な方向にピンチングを受け、構造長が縮小することがわかった。この結果から磁気双極渦の構造長は背景プラズマの電子密度から定まるスキニング長に強く依存し、密度変化に伴い自身の構造長を変化させる働きがあることがわかった。また構造長の変化の際に磁場構造の急峻化がおき、粘

性項によらないエネルギー散逸を起こされることが示された [3]。

2.4 では G-EMHD 方程式から密度勾配中の磁気構造の時間発展はバーガース方程式と同型になり、磁場分布が急峻化する解を持つことが示された。双極渦の電子は磁場の凍りつき条件により、磁場構造の変化に追従した運動を行う。このため磁場構造の急峻化にともない電子流体の運動のスケールも小さくなると考えられる。理想的な場合、磁場の急峻化は際限なく続くが、実際には電子流体の運動のスケールが熱運動によるラーモア半径に近づくと、磁場との結びつきを逃れる電子が増加し磁場構造のエネルギーが熱エネルギーとして散逸されることが考えられる。

Shared らの研究は EMHD 方程式の解のうち、急速な急峻化を伴うショック解が存在した場合、それが現実の系では急速なエネルギー散逸を意味することを示しており、このような条件の具体的な例として密度勾配下を進行する磁気双極渦が存在することを示している。

#### 2.4.4 磁気単極渦の PIC 計算

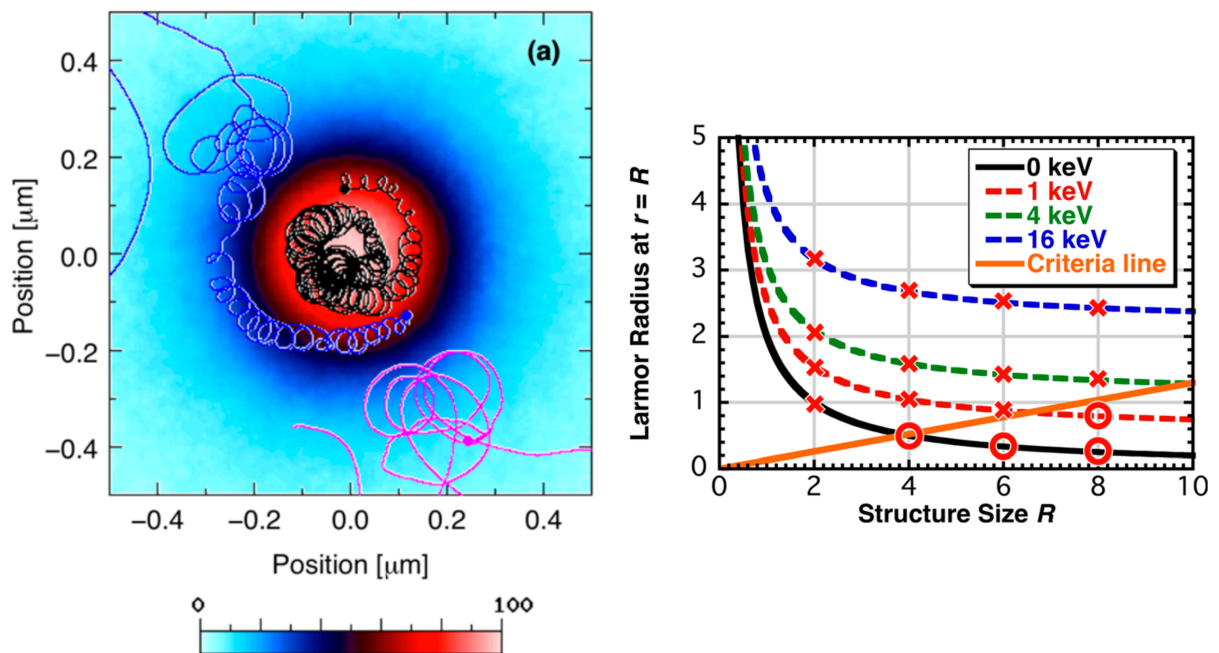


図 2.5. 図 (a) 単極渦の磁場分布と電子の軌道。赤青のカラースケールは紙面垂直方向の磁場強度を表す。黒、青、ピンクの線は電子軌道を表す。図 (b) は双極渦の構造径とラーモア径と安定性の関係を示す。横軸は構造径  $R$  を表し、縦軸は単極渦の中心からの距離が  $R$  の位置におけるラーモア半径を表す。この関係は図に示すような曲線で表される。色の違いは温度の違いを表し、丸印は単極渦が安定であること、バツ印は単極渦が不安定であることを示す。

Hata et al. は PIC 計算により単極渦のシミュレーションを行い、単極渦の安定性に関する研究を行った [12]。Hata et al. は以下の式で表されるガウス型の単極渦を用いた。

$$b = \exp\left(-\frac{r^2}{R^2}\right) \quad (2.112)$$

$$v_\theta = -\frac{2r}{R^2} \exp\left(-\frac{r^2}{R^2}\right) \quad (2.113)$$

ここで  $R$  は構造径、 $b$  は紙面垂直方向の磁場。 $v_\theta$  は周方向の電子速度である。Hata et al. は構造径  $R$  と電子温度をパラメータとしてこれらの単極渦の安定性への影響を調べた結果、単極渦構造径が小さいとき、また温度が高いときに散逸が早まることを示した。図 (2.5,a) に単極渦の磁場分布と、電子の軌道を示す。これから電子の軌道はラーモア回転運動と渦を維持する流れが合わさったものであることが分かる。双極渦の構造径とラーモア径が近くなると、渦から逃げ出す電子が増えること、渦を維持する運動が乱されることにより構造が散逸すると考えられる。図 (2.5,b) には各パラメータで行ったシミュレーションの結果を、構造径とラーモア径の関係上にプロットしたものである。ここで丸印は構造が安定して維持された結果を表し、バツ印は散逸した結果を表す。この結果から構造径がラーモア径の約 8 倍程度のときに、単極渦が安定して維持されるということが示されている。

## 参考文献

- [1] D. Pines, D. Bohm, Phys. Rev. **85**, 338-353 (1952).
- [2] L. Tonks, I. Langmuir, Phys. Rev. **33**, 195 (1929).
- [3] A. A. Vlasov, Sov. Phys. Usp. **10**, 721 (1968).
- [4] D. Bohm, E. Gross, Phys. Rev. **75** 1815-1864 (1949).
- [5] L. Landau, J. Phys. U.S.S.R. **10**, 25 (1946).
- [6] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. L. Sands (1963). *The Feynman lectures on physics*. **2**, chap 32.
- [7] H. Sakagami, Y. Kishimoto, Y. Sentoku and T. Taguchi, J. Plasma Fusion Res. **81**, 64-75 (2005).
- [8] T D Arber, K bennett, C S Brady, et al. Plasma Phys. Control. Fusion. **57**, 113001 (2015).
- [9] P. F. Ottinger, S. A. Goldstein, and R. A. Meger, J. Appl. Phys. **56**, 774 (1984)
- [10] V. V. Yankov, Sov. J. Plasma Phys. **17**, 305 (1991).
- [11] S. K. Yadav and A. Das, P. Kaw, and S. Sengupta Phys. Plasmas **16**, 040701 (2009).
- [12] M. Hata, H. Sakagami, and A. Das. Phys. Plasmas **20**, 042303 (2013).

## 第3章 非一様密度分布プラズマ中の磁気双極渦の伝播

### 3.1 概要

電磁流体力学 (EMHD) モデル [1, 2, 3] の定常解である双極渦の密度勾配をもつ電子密度分布中の伝播シミュレーションを行った。2次元 EMHD 計算による双極渦構造の伝播シミュレーション [2] では、双極渦構造が密度勾配中でピンチを受け、磁場分布の急峻化が際限なくすすむショック構造を形成し、磁場から熱エネルギーへ急速な変換が生じることが報告されている。流体計算において流体速度と熱速度は分離して扱われ、抵抗率、粘性率により決められた割合でこれらの間のエネルギー変換が計算されるが、ショック形成の際の流体速度から熱速度への変換の詳細のプロセスは明らかにされない。これは EMHD では流体の運動エネルギーから熱エネルギーへの変換は粘性率と抵抗率により決められたレートで計算されるが、実際には流体の運動のスケールの変化していく Kolomogorov 過程を経て熱化が生じるはずだからである。本章では個々の電子の運動論的效果が含まれる PIC シミュレーションによりこれらの現象の再現を行った。その結果、PIC 計算でも EMHD 計算と同様なショック形成と急激なエネルギー散逸を確認した。EMHD 計算では高密度領域でも双極子の流体構造が維持されたまま伝播されたのに対し、PIC 計算では、磁場構造は密度勾配を伝播中に崩壊し、乱流化が引き起こされた。ピンチングにより双極渦の中心で上昇したせん断速度により、ケルビン・ヘルムホルツ (KH) 不安定性が観測された。[4]

### 3.2 導入

レーザーが進入できないプラズマの高密度領域までエネルギーを付与する手段として、相対論的な高速電子の高密度プラズマ中の振る舞いの理解はとても重要である。特に慣性核融合の高速点火方式では、燃料プラズマを点火条件を満たす温度にまで加熱するために高速電子を用いるため、その理解が非常に重要である。しかしながら臨界密度以上のプラズマ中で高速電子電流が Alfvén 条件を超えると帰還電流が発生し、互いに逆向きの電子流が存在する状態となる。この状態は Weibel 不安定性 [5] を引き起こし、高速電子流を軸としその周囲を帰還電流が取り囲む微小な電流チャンネルが形成される。電流チャンネルの径はプラズマのスキン長程度であり、チャンネルの周りには径方向の磁場が伴う。電流チャンネルの多くの特徴は、互いに逆方向の渦から形成される電子流体の双極渦構造と類似しており、双極渦構造は EMHD モデルにおいて高速電子流を模擬するモデルとしてシミュレーションが行われている [1]。T. Yabuuchi et al. [4] は高速点火方式の模

擬実験を行い、平均自由行程がコア径をはるかに超える高エネルギー電子がコアでストップされる可能性を結果を報告した (図 3.1)。この実験ではレーザー爆縮により径約  $20\ \mu\text{m}$ 、密度約  $100\ \text{g cm}^{-3}$  のコアプラズマを生成し、エネルギー 200~300 J、パルス幅 0.5 ps の相対論的レーザーをガイドコーンを通じてコアに照射した。コアを通過してきた電子のエネルギースペクトル、最大で 15 MeV までの高エネルギー電子がコアでストップされている可能性を示す結果が得られている。電子、イオンによる二体衝突及び、プラズマ波の誘起による造波抵抗によるプラズマ中の電子のストップは近似的に以下の式で表される [6]。

$$\rho\langle x\rangle[\text{g/cm}^2] = \frac{0.82E[\text{MeV}]^2}{0.44 + E[\text{MeV}]} \left( \frac{\rho[\text{g/cm}^3]}{300} \right)^{0.07} \times \left( \frac{T[\text{keV}]}{5} \right)^{-0.02} \quad (3.1)$$

ここで  $\langle x \rangle$  は電子の進行方向に対する飛程、 $E$  は電子のエネルギー、 $\rho$  はプラズマ密度、 $T$  はプラズマ温度である。この式より、密度約  $100\ \text{g cm}^{-3}$ 、温度 1 keV のコアプラズマにおける 15 MeV の電子の飛程は約  $40\ \mu\text{m}$  となり、コア径を超えていることが分かる。

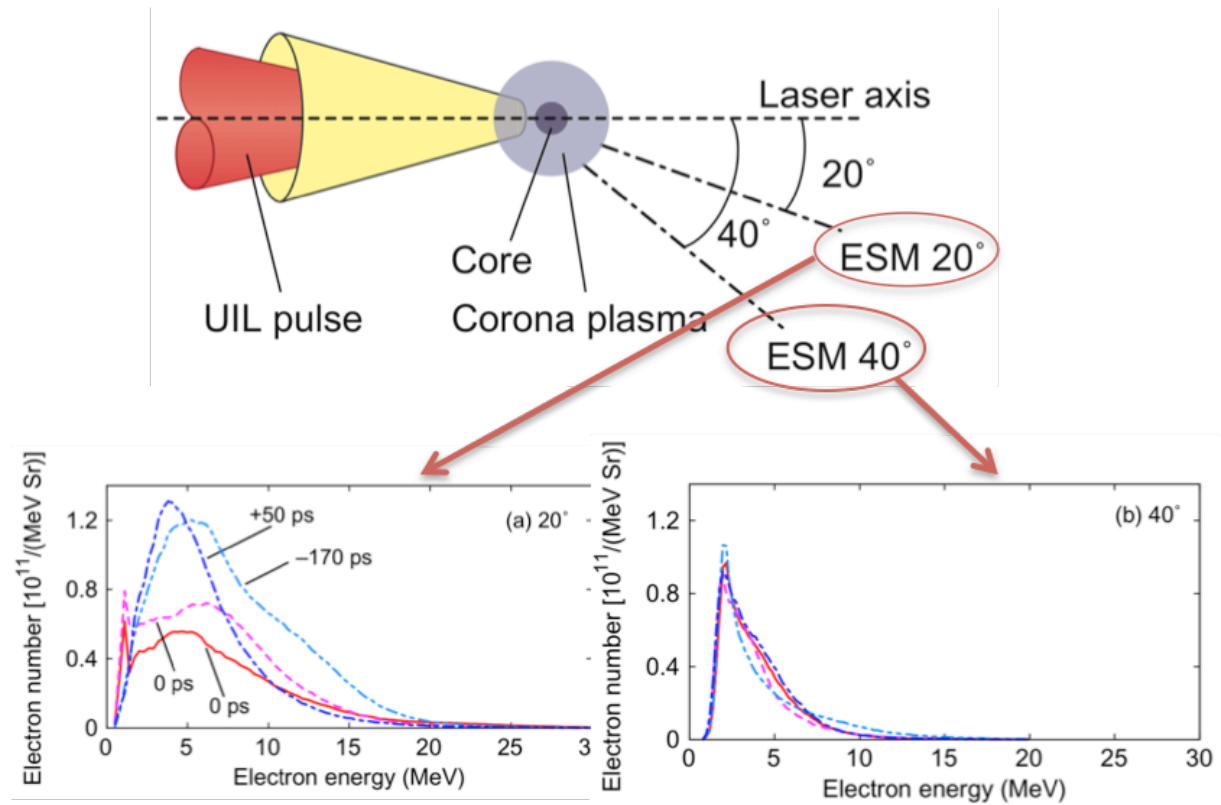


図 3.1. 高速点火統合実験における ESM 計測による電子のエネルギースペクトル [4]。上図は実験セットアップを示す。爆縮レーザーにより生じたコアプラズマに対してガイドコーンを通して追加熱レーザーが照射された。追加熱レーザーのレーザー軸に対して 20 deg および 40 deg の方向の透過電子を ESM により計測した。図 (a) は ESM 20 deg の計測結果を表す。時間は爆縮コアの密度が最大になる時間と追加熱レーザーの照射時間の差を表す。2 つの 0 ps の結果はショット毎のバラつきを示す。図 (b) は ESM 40 deg の計測結果を表す。

Yadav et al.[1, 2, 3] は密度勾配の影響を考慮した一般化 EMHD モデルを用いて密度勾配中の双



極渦の伝播を研究し、双極渦が高密度領域に進入する際に双極渦の2つの渦が互いに接近し、高密度領域に向かって加速することを発見した。また2つの渦が互いに接近することで、ショックが形成され、流体の粘性や抵抗に依存しないエネルギー散逸が起きることを発見した。

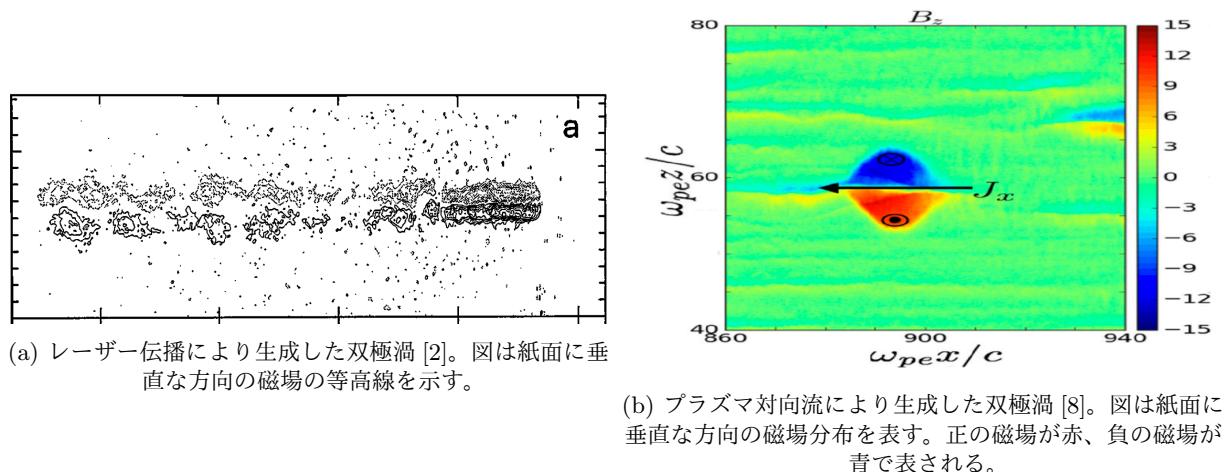


図 3.2. 自己形成により生じた磁気双極渦。(a) 臨界密度以下のプラズマ中をレーザーパルスを進む際に生じた磁気双極渦を表している。レーザーパルスの先端から後方に磁気渦の列が生じている。(b) 相対論的速度の対抗プラズマ流によって生じた磁気渦。紙面の左右方向に  $\gamma = 15$  に相当する速度の対向流が存在する。

双極渦はきのこと雲のように流体が別の流体中を運動する際に自然に発生する構造であり、磁気流体における対応物である磁気双極渦も多くの基本的な条件から自己形成されることが報告されている。3.2 に先行研究で報告された双極渦の自己形成の例を示す。[8, 9] ではプラズマ対向流により自己形成した磁気双極渦が報告されている。また [2] では臨界密度以下のプラズマ中をレーザーが伝播する際に双極渦が生成することが報告されている。

双極渦のピンチングは単極渦が密度勾配中で受けるドリフト速度により理解される。

$$\vec{v}_d = \frac{\mathbf{B} \times \nabla n}{e\mu_0 n^2} \quad (3.2)$$

双極渦の2つの渦は互いに逆方向の磁場をもち、正の密度勾配中では  $\vec{v}_d$  は2つの渦を互いに近づける働きをする。

流体シミュレーションは衝突などの力学的な効果が含まれず、エネルギー散逸の過程の詳細が明らかにならないという欠点がある。Particle-In-Cell (PIC) シミュレーションでは力学的効果を扱えまた、磁場エネルギーと運動エネルギーとの間のエネルギーの移り変わりを見ることができる。これによりエネルギー散逸における力学的効果の役割および、ショック領域でどのようにエネルギーが保存されるかを知ることができる。

### 3.3 二次元 PIC による被一様密度分布中の双極渦構造の伝播計算

#### 3.3.1 PIC シミュレーションを用いた双極渦構造の伝播計算

まずはじめに、2つの回転方向の異なる単極渦 [10] によって双極渦構造を扱った。単極渦は EMHD モデルの厳密解の一つである。Hata *et al.* は PIC シミュレーションにより単極渦の性質を以下の電子速度分布及び磁気分布を用いて研究した。ここで、4つの渦モデルを用いた。前節で述べたように、双極渦は多くの条件で自己形成する普遍的な構造であるため、近似的な構造でも十分にモデルとして成り立つと考えられる。このため、1つ目は双極渦の表現として2つのガウシアン型の単極渦によるセットアップを用いてシミュレーションを行った。2つ目は EMHD モデルでは考慮されていない初期電場の効果を検証するために、初期電場を設定したシミュレーションを行った。3つ目は高速点火実験で示唆された異常ストッピングの考察のため、相対論的なエネルギーの双極渦のシミュレーションを行った。最後に2つの単極渦による近似の妥当性の検証のため、厳密解との比較を行った。また高速点火では電子流がコアに垂直に入射することが期待されているが、様々な不安定性によりコアに対して斜めに入射する可能性がある。そのため、密度勾配に対して双極渦の入射角が異なる場合の検証を行った。最後に本論文の主要テーマであるエネルギー輸送時の乱流化を数値的に検証するため、エネルギーの波数分布の解析を行った。

#### 3.3.2 2つの単極渦を用いた双極渦近似解

ここでは上に述べたように、双極渦の表現として2つのガウシアン型の単極渦によるセットアップを用いてシミュレーションを行った。このとき、単極渦の磁場と速度分布は以下のように定義される。

$$b(r, r_0) = b_0 \exp\left(-\frac{(r - r_0)^2}{R^2}\right) \quad (3.3)$$

$$v_\theta(r, r_0) = -v_0 \frac{2(r - r_0)}{R^2} \exp\left(-\frac{(r - r_0)^2}{R^2}\right) \quad (3.4)$$

ここで  $b(r, r_0)$  は位置  $r$  における磁束密度の強度 ( $|\mathbf{b}(r, r_0)|$ )、 $r_0$  は渦の中心の位置、 $R$  は渦の半径、 $v_0 = b_0/\mu_0 e$  は平均電子速度を表す。単極渦についてのこの式を用い、双極渦を以下の式により定義した。

$$b(r) = b(r, -r_0) - b(r, r_0) \quad (3.5)$$

$$v_\theta(r) = v_\theta(r, r_0) - v_\theta(r, -r_0) \quad (3.6)$$

PIC シミュレーションコードとして EPOCH2D [5] を用いた。力学的効果による影響を比較するため、磁場分布と電子密度分布は Yadav らの EMHD シミュレーションと同様とした。シミュレーション領域は  $0.6 \mu\text{m} \times 1.8 \mu\text{m}$  とし、グリッドサイズは  $0.8 \text{ nm} \times 0.8 \text{ nm}$  とした。シミュレーション粒子数は1セルあたり100個とした。図 3.3(a) は最高磁場強度が 7000T の双極渦構造の磁場分

布を表す。このシミュレーションでは、 $v_0$  は 20kV の電子の速度とした。これは高速点火で想定される相対論的高速電子のエネルギー (MeV 以上) よりも小さいが、ここでは流体シミュレーション [1, 2, 3] が提唱する密度勾配によるエネルギー散逸の過程を確認することが目的であるため、双極渦の安定性を優先し、低いエネルギーの電子流を用いた。渦どうしの間隔  $0.15 \mu\text{m}$  とした。電流密度分布  $J_{x,y}$  は図 3.3(b) に示してある。

プラズマの密度分布は領域上部の 1/3 は一様な低密度領域からなり、領域下部の 2/3 は一様な高密度領域となっている。高密度領域と低密度領域は幅  $0.1 \mu\text{m}$  の急激な勾配で繋がれている。低密度領域、高密度領域の密度はそれぞれ  $10^{22} \text{ cm}^{-3}$  と  $10^{23} \text{ cm}^{-3}$  である。双極渦の位置は低密度領域の中心 ( $y = -0.3 \mu\text{m}$ ) とし、高密度領域へ進入させた。イオンと電子の質量比は実際と同じ 1836 倍とした。電子温度とイオン温度は流体シミュレーションとの比較のため、ゼロ温度とした。また電子密度  $10^{22} \text{ cm}^{-3}$  の一様密度プロファイルによるシミュレーションも行った。

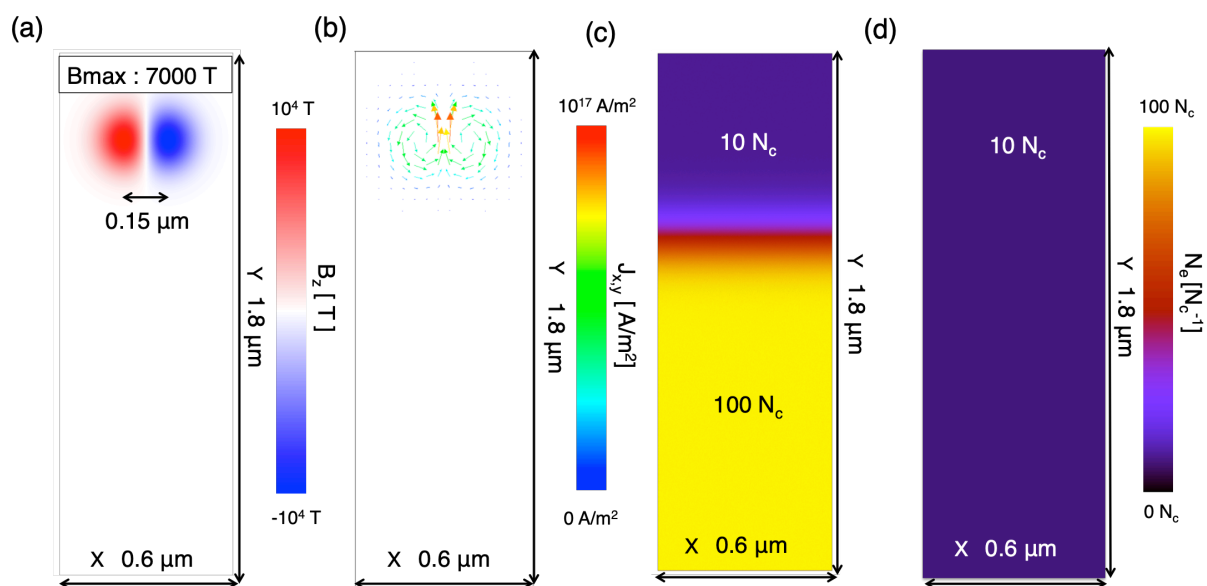


図 3.3. 計算セットアップ. (a) 初期磁場分布. 磁場の最大強度は 7000 T. 磁気渦の大きさは  $0.1 \mu\text{m}$ 、磁極間隔は  $0.1 \mu\text{m}$ . (b) 電流密度のベクトル図. (c) 電子密度 (非一様密度分布). (d) 電子密度 (一様密度分布). 青と黄色の領域はそれぞれ、 $10^{22} \text{ cm}^{-3}$  ( $10 N_c$ ) と  $10^{23} \text{ cm}^{-3}$  ( $100 N_c$ ) の電子密度を表す。

### 3.3.3 プラズマ中の双極渦構造の伝播

非一様密度分布の双極渦の時間発展を図 3.4 に示す。10 fs から 20 fs にかけて双極渦は -y 方向に進行しつつ、渦が互いに押し付けあう方向に構造径が縮小し、また y 方向に構造が引き伸ばされていることが分かる。23 fs において、引き伸ばされた構造の先端が分離し、先端部は小さな構造径をもつ双極渦の構造をしていることが分かる。25 fs において縮小した双極渦の強度が小さくなり、散逸していることが分かる。一様密度分布の双極渦の時間発展を図 3.5 に示す。10 fs から 25 fs にかけて双極渦は構造径を保ちながら -y 方向に伝播していることが分かる。また図 3.4 と比較

すると、非一様密度分布の場合は双極渦の並進速度が加速していることが分かる。図 3.6(a) に双極渦の渦どうしの間隔の時間発展を示す。実線は非一様密度を表し、破線は一様密度を表す。この間隔は磁場の極大を渦の中心とし、正極と負極の距離とした。図 3.6(a) から非一様密度の場合は間隔が  $0.15\ \mu\text{m}$  から  $0.02\ \mu\text{m}$  まで縮小している一方、一様密度の場合は間隔が定常であることが分かる。図 3.6(b) は磁場強度の時間発展を示す。非一様分布では双極渦が密度勾配に侵入する際に磁場エネルギーが増大し、その後減少していることが示されている。これらは EMHD シミュレーションにより示された、双極渦のピンチングと磁場の増加という物理と一致している。

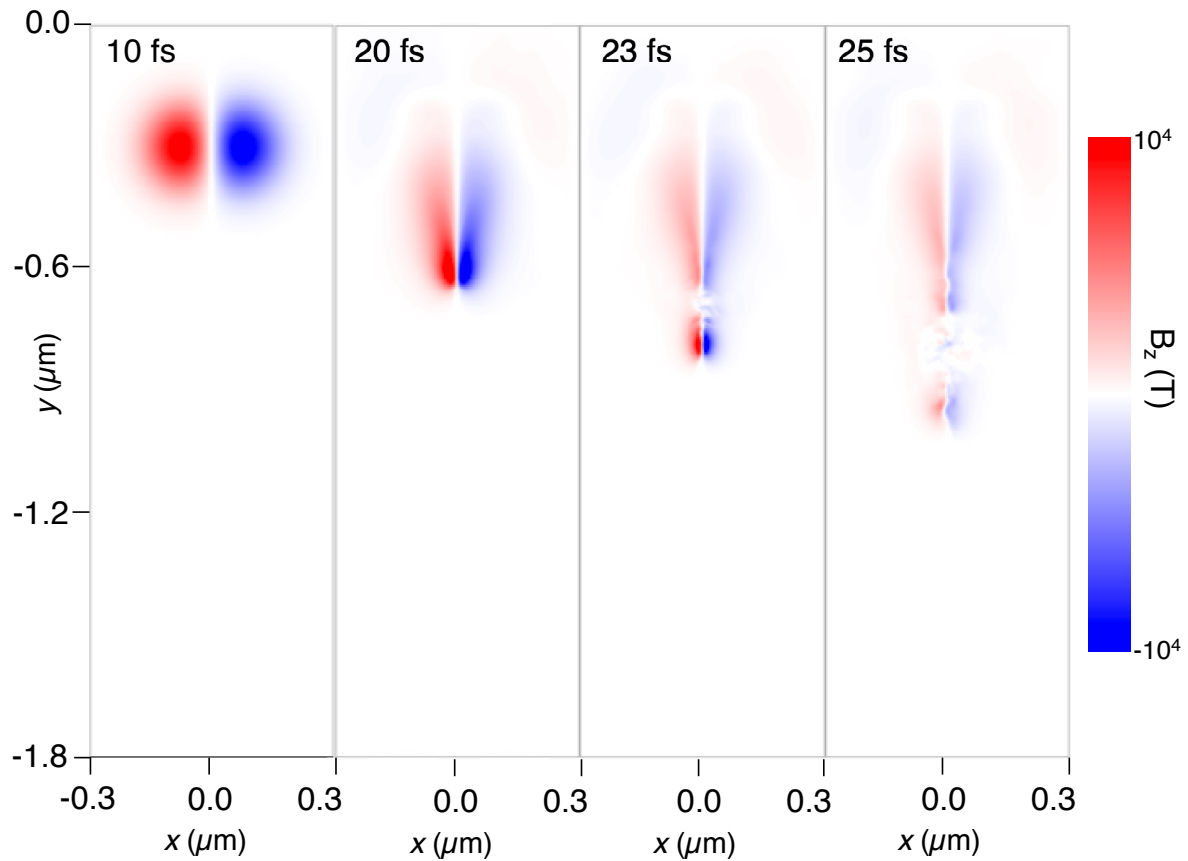


図 3.4. 非一様密度分布を用いたシミュレーションにおける磁場の  $z$  成分の時間発展。赤は正、青は負の磁場を表す。10,20,23,25 fs の

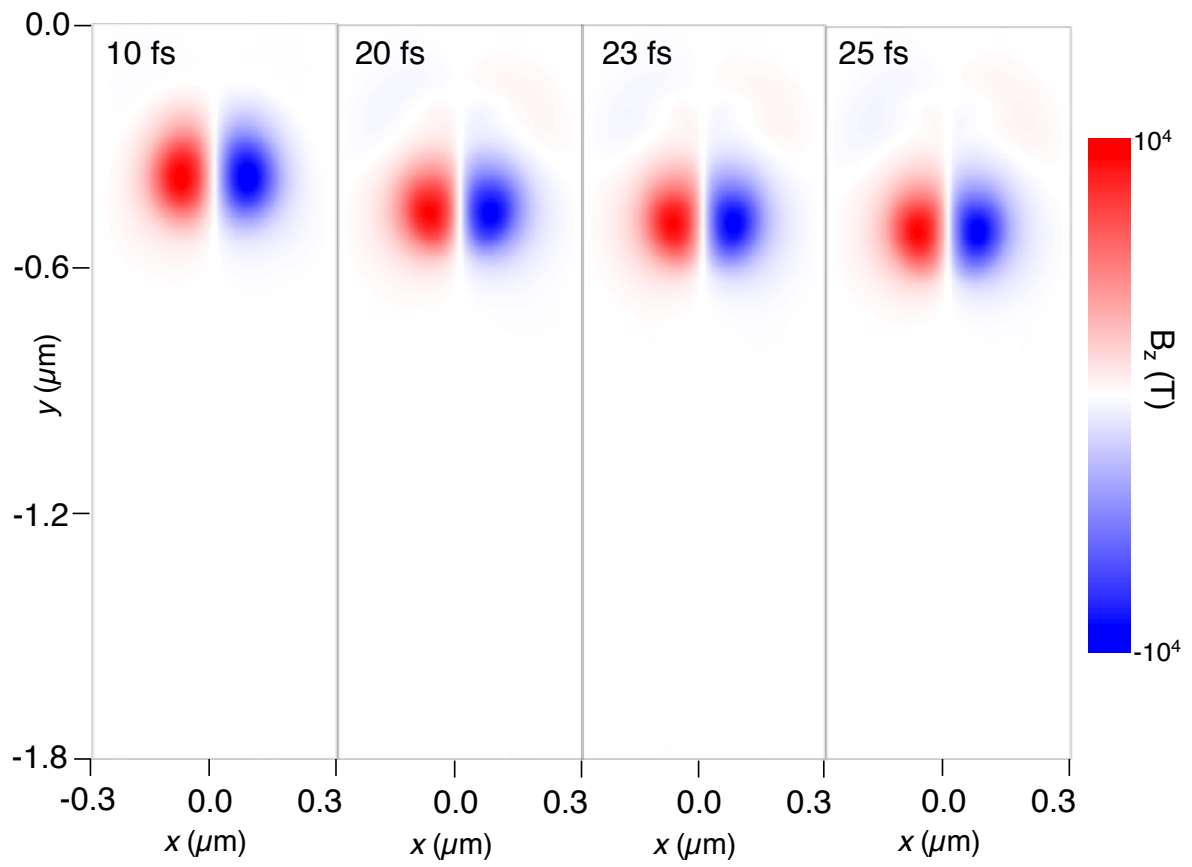


図 3.5. 一様密度分布における磁場の  $z$  成分。

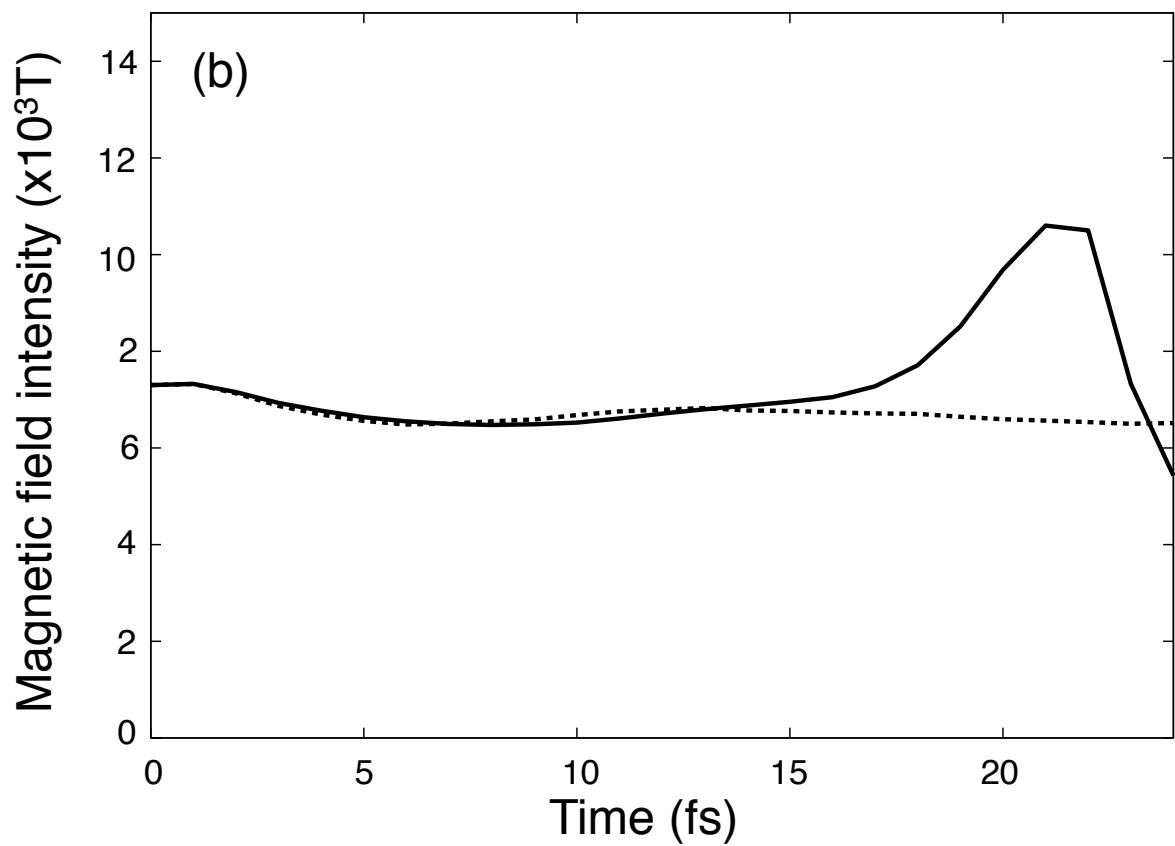
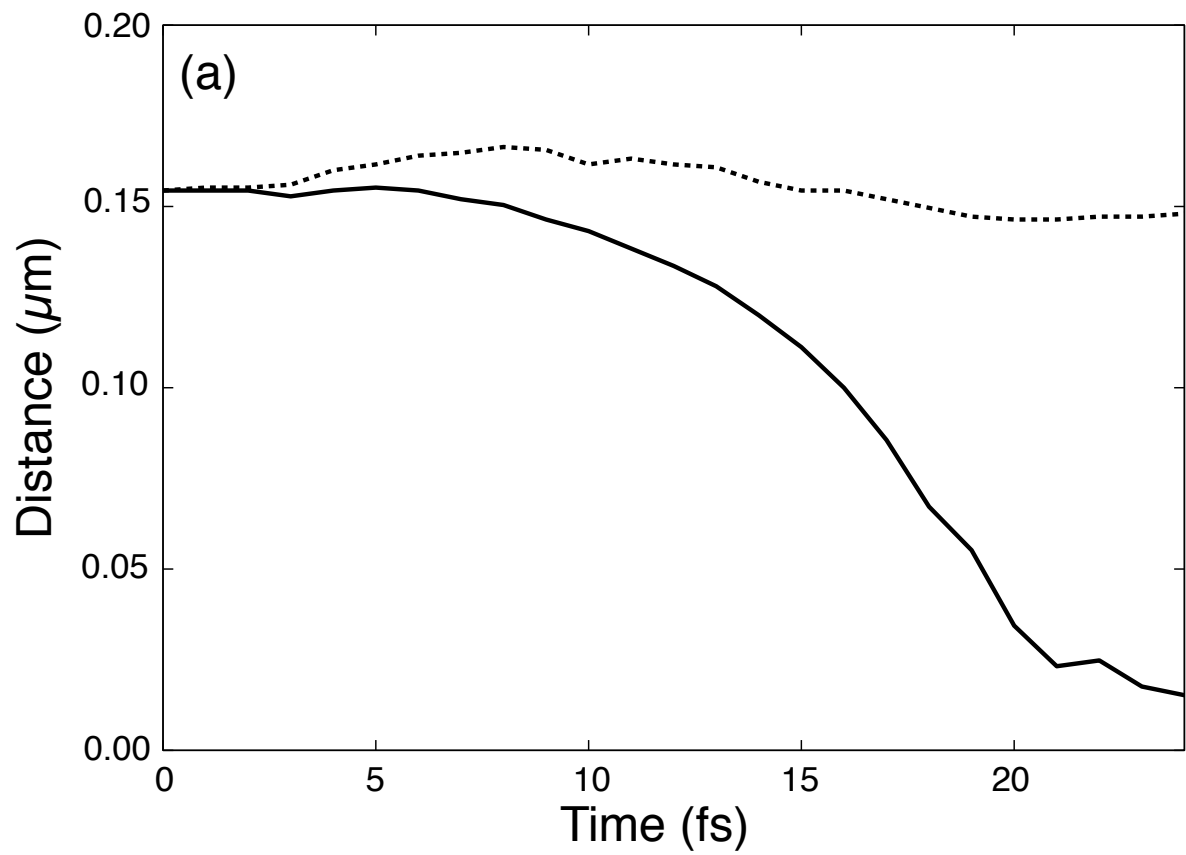


図 3.6. (a) 渦間の距離の時間発展および (b) 磁場強度の時間発展。実線は非一様密度分布、破線は一様密度分布を表す。

図 3.4 や図 3.5 で示されるように、ここで行ったシミュレーションでは、双極渦が  $-y$  方向に進行することが観測されている。実際、双極渦構造はそれ自体が並進速度を持つことが知られている。渦はその周りを周回する流れを生み出す。このため互いに逆回転する渦どうしが接近すると、2つの渦は全体として同じ方向に運動する。このような双極渦の速度は以下の式で表される。

$$u = \frac{\Gamma}{2\pi d}, \quad (3.7)$$

ここで、 $\Gamma$  は循環 ( $\Gamma = \int \omega dS$ 、ここで  $\omega$  は渦度を表し、 $S$  は渦の面積を表す。)、 $d$  は渦どうしの間隔を表す [12, 13]。本節で考えている磁気双極渦の場合、この式は以下の式で表される。

$$u = \frac{b_0 d e^{-\frac{d^2}{4R^2}}}{2e\mu_0 n R^2}, \quad (3.8)$$

ここで  $n$  は双極渦がある位置のプラズマの電子密度を表す。図 3.7 は (a) 非一様 (b) 一様密度分布についての双極渦の  $y$  座標位置の時間発展である。実線は式 3.8 にシミュレーションより得られた磁場 ( $b_0$ ) および渦どうしの間隔  $d$  を代入して求めたものである。赤線はシミュレーションから直接得られた値を示す。この図から数学的モデルがシミュレーションの結果とよく一致することが分かる。これにより双極渦の数学的モデルの妥当性および、PIC シミュレーションによる流体現象の再現性が実証されたと言える。

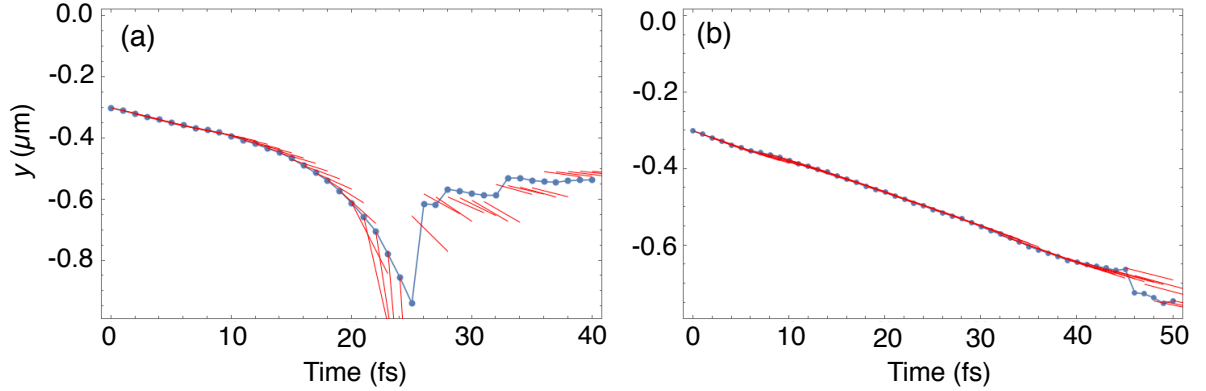


図 3.7. 双極渦のドリフト速度。数学的モデルにより得られた値 (実線) とシミュレーションより得られた値 (破線)。(a) 非一様密度分布と (b) 一様密度分布。

### 3.3.4 非一様密度分布中の双極渦の分裂

図 ??に示すように、非一様密度分布では双極渦が進行方向に分裂する現象が観測された。双極渦は密度勾配に進入した後、進行方向に引き伸ばされ、分裂した。このあと分裂により生じた前方の渦対は強度を強めながら高密度領域に進入した。分裂により生じた後方の渦対は前方に向かって低速で進行する減衰する波となった。図 3.8 に拡大図を示す。20 fs において、双極渦は  $y$  軸方

向 (図の縦方向) に引き伸ばされていることが分かる。23 fs において、双極渦の進行方向への分裂が起こっている。また  $v_d$  による 2 つの渦の衝突がケルビン・ヘルムホルツ (KH) 不安定性 [14] を引き起こす様子が観察された。実際に図 3.8 の 23、25 fs において、分裂によりできた上下の渦対の間に KH 不安定性の特徴をもつ擾乱を見ることができる。この擾乱の波長は 30 nm であり、KH 不安定性が最大となるスキン長に一致している。KH 不安定性の成長率 [14] は  $kv$  で表される。ここで  $k$  は流れに鉛直な方向の擾乱の波数であり、 $v$  は流体速度を表す。擾乱が見られた 23 fs において、磁場分布から  $k = 24 \mu\text{m}^{-1}$ 、図 3.7 から  $v = 0.08 \mu\text{m fs}^{-1}$  が求まり、これらの値から成長率  $kv \sim 2 \text{ fs}^{-1}$  が得られた。これは 20 ~ 23 fs でみられた擾乱の成長率と一致している。

また KH 不安定性は双極渦の分裂の要因となっている可能性も考えられる。分裂により生じた前方の渦対の大きさは付近のスキン長と一致している。これは EMHD モデルにおいて、許容される定常解の特徴的なサイズである。実際に流体シミュレーションにおいて、双極渦の大きさが付近のスキン長に自動的に調節されることが示されている [1, 2, 3]。

図 3.8(c) において、図 3.8(b) で KH 不安定性とみられた波のある領域の後方の構造が乱れ、乱流が生じている様子が分かる。乱流によるエネルギー散逸の機構は Richardson カスケードプロセス [15] と言われ、これは大きな渦から小さな渦へとエネルギーが移行していくエネルギー輸送過程である。本シミュレーションにおいてもこの過程を通じて磁気双極渦のエネルギーが背景プラズマの熱エネルギーに変換されると考えられる。双極渦のピンチングに伴い、渦対の中心でせん断速度が高まり、KH 不安定性が誘起されると考えられる。図 3.6(b) の 23 fs において磁場エネルギーは急激に減少していることから、磁場エネルギーの散逸が示唆される。KH 不安定性は Yadav らの流体シミュレーションでは観察されなかった。KH 不安定性自体は流体シミュレーションでも観察できる現象である [16] が、この計算体系で PIC シミュレーションにおいて KH 不安定性が観測されたことは、電子のサイクロトロン運動など力学的な影響が KH 不安定性の要因となっている可能性がある。Yadav らのケース、本論文のケースいずれの場合にせよ、せん断速度の増大によりエネルギー散逸が起きることが本質である。実際に EMHD シミュレーションではエネルギー散逸が粘性、抵抗に関わらず一定となるという結果が得られている [1, 4]。このような効果は EMHD 抵抗 [17] と呼ばれている。EMHD 流体では電子の運動エネルギーの多くが磁場に保持されているため、個々の電子ではなく磁力線の運動に抵抗が働くとみなせる状況がおきる。このとき電子運動が受ける抵抗や粘性は磁力線に伴う電子運動の詳細を決定するが磁力線の運動自体は別の要因によって抵抗を受けているために、このような過程で起きるエネルギー散逸はプラズマの抵抗や粘性に依存しなくなる。Yadav らの研究はプラズマの密度勾配に伴う磁力線の浸透性の勾配が双極渦に伴う磁力線の運動に対する抵抗効果を発生させている可能性を示している。



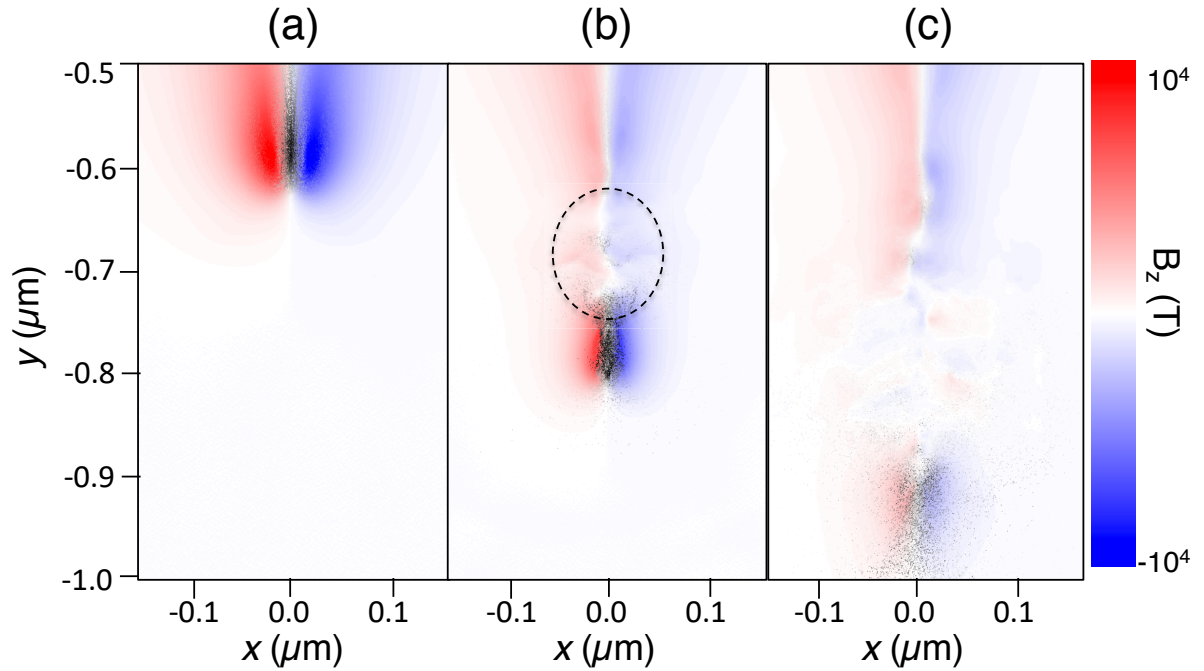


図 3.8. 非一様密度における (a) 20、(b) 23、(c) 25 fs、における双極渦の拡大図。双極渦は青と赤の濃淡で表されている。磁場の強さは右のカラーバーで表される。黒点は高エネルギー電子 ( $< 50$  keV) を表す。破線で囲われた領域 (b) は KH 不安定性が観察できる領域である。

### 3.3.5 磁場エネルギーから運動エネルギーへの変換

前節で述べたように、図 3.8 にみられる乱流により磁場エネルギーが背景プラズマへ散逸されている。図 3.8 において 10 から 50 keV のエネルギーをもつ電子は黒点で表されている。この図から分かるように、高速電子の大半はピンチングが生じた双極渦の中心から発生している。これに対し、同様な図を一様密度分布におけるシミュレーションについて作成したがそのような高速電子の発生は見られなかった。図 3.9 に電子の運動量分布を示す。時間発展の初期（左図）では大部分の電子は 10 keV の円内に存在することが分かる。また運動量分布の平均は  $y$  の負の方向に値をもち、双極渦が式 (3.8) で表される並進速度をもつことに対応している。非一様密度ではこの涙型の形状が双極渦の時間発展とともに変化していく。

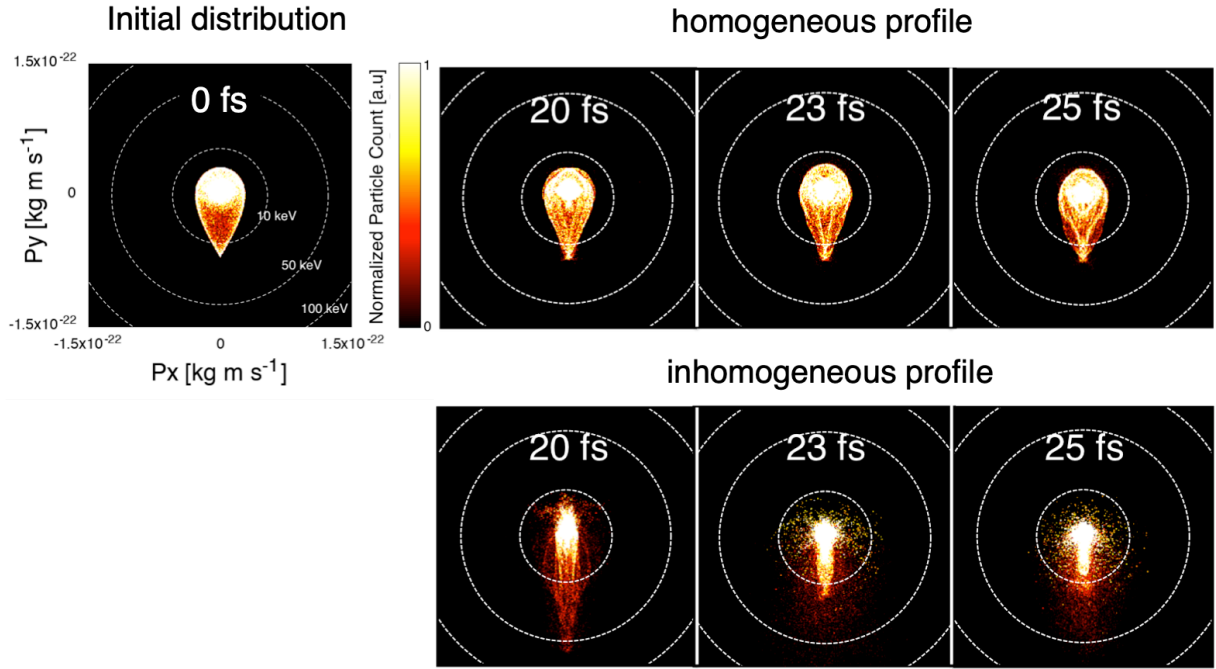


図 3.9. 初期の運動量分布と、20,23,25 fs における運動量分布。上図は一様密度分布の場合、下図は非一様密度分布の場合。横軸は  $x$  方向の運動量、縦軸は  $y$  方向の運動量を表す。色の濃淡は粒子数を表す。図中の円は 10 keV, 50 keV, 100 keV の円を表す。

20 fs において、分布は  $-y$  方向に伸び、また  $x$  方向については縮み、高密度領域に向かってコリメーションされていることが分かる。 $-y$  方向への加速の結果、電子のエネルギーは 50 keV にまで増加している。図 3.7 から分かるように、電子のエネルギーの増加は密度勾配により双極渦の並進速度が増加したためである。双極渦は高密度領域に達した 23 fs において、コリメートされた電子の散乱が始まっている。これに伴い運動量分布から 50 keV 以上のエネルギーを持つ電子は見えなくなり、10 keV の円内の電子が多くなっている。前に述べたとおりこの加熱過程は密度勾配が磁力線の運動に対して抵抗効果を示すことによる EMHD 抵抗効果であると考えられるため、MeV クラスのエネルギーをもつ電子に対しても同様な加熱効果が働く可能性がある。MeV クラスの電子に対して KH 不安定性による乱流形成が生じるかどうかは今後の課題である。一方、一様分布の場合、双極渦は初期分布と同じ構造を保っていることが分かる。

図 3.10 は  $P_y$ - $y$  空間の分布図である。負の  $P_y$  は双極渦進行方向の運動量を表す。0 fs において、磁気極渦が並進速度をもつため、 $-P_y$  方向の電子の運動量が  $P_y$  方向よりも大きくなっている。20 fs において、双極渦の加速にともない、 $-P_y$  方向の運動量が増加していることが分かる。23 fs, 25 fs において、双極渦の進行方向への分裂に伴い、運動量分布も分割している様子が分かる（赤矢印）。また、 $P_y \sim 0$  付近の電子が増加しており、双極渦の分裂および乱流化により、一部の電子は進行方向へより加速を受けるが、大部分の電子は熱化されることが分かる。このことは電子の  $P_x, P_y$ , および  $\sqrt{P_x^2 + P_y^2}$  の平均  $\langle P_x \rangle$ ,  $\langle P_y \rangle$ ,  $\langle \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \rangle$  の時間発展（図 3.11）からも分かる。

図 3.11 より電子の平均運動量の  $x$  成分および  $y$  成分の平均はゼロであり、特定の方向への加速は見られないことが分かる。しかしながら、 $\langle \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \rangle$  は双極渦の崩壊に伴い増加しており、双極渦の運動エネルギーの増加はほぼ全ては非等方成分の増加によるものであることが分かる。

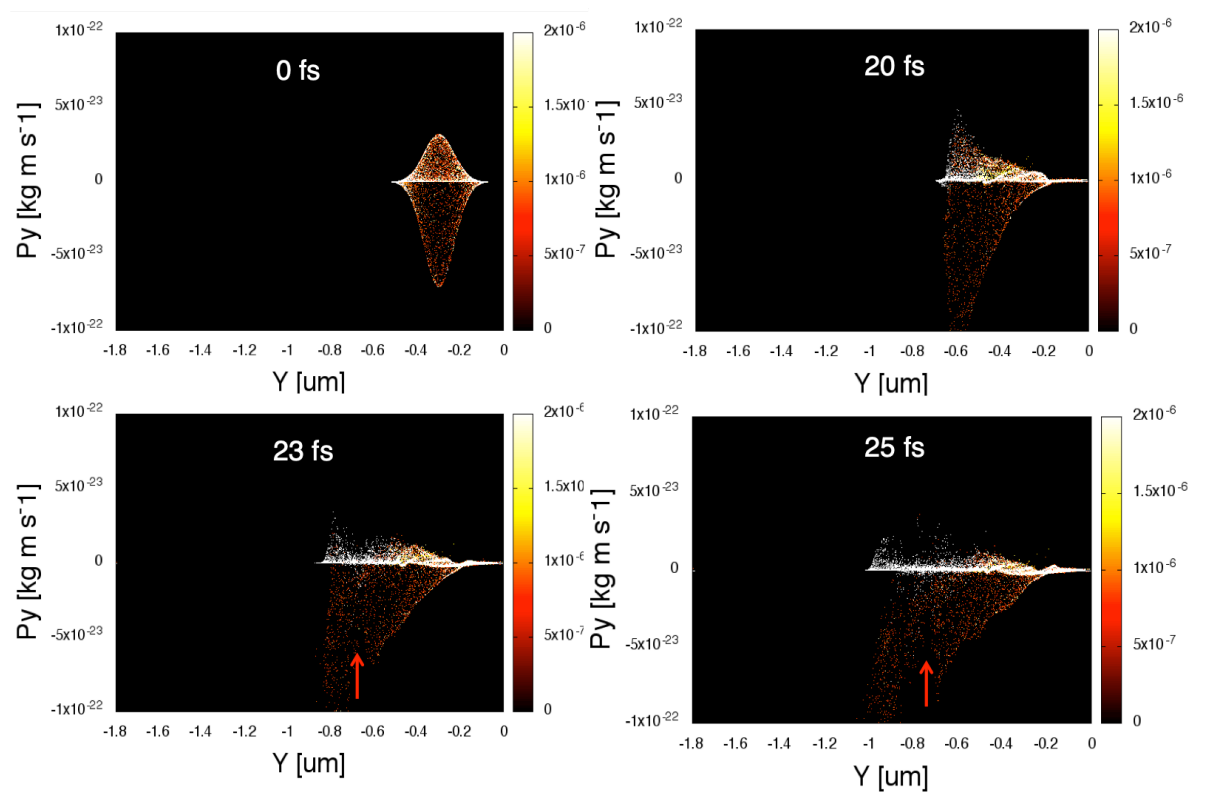


図 3.10. 非一様密度シミュレーションにおける、0,20,23,25 fs における  $P_y$ - $y$  空間分布図の初期分布および時間発展。横軸は  $y$  方向の位置、縦軸は  $y$  方向の運動量を表す。赤の矢印は双極渦の分離が起きた位置を示す。

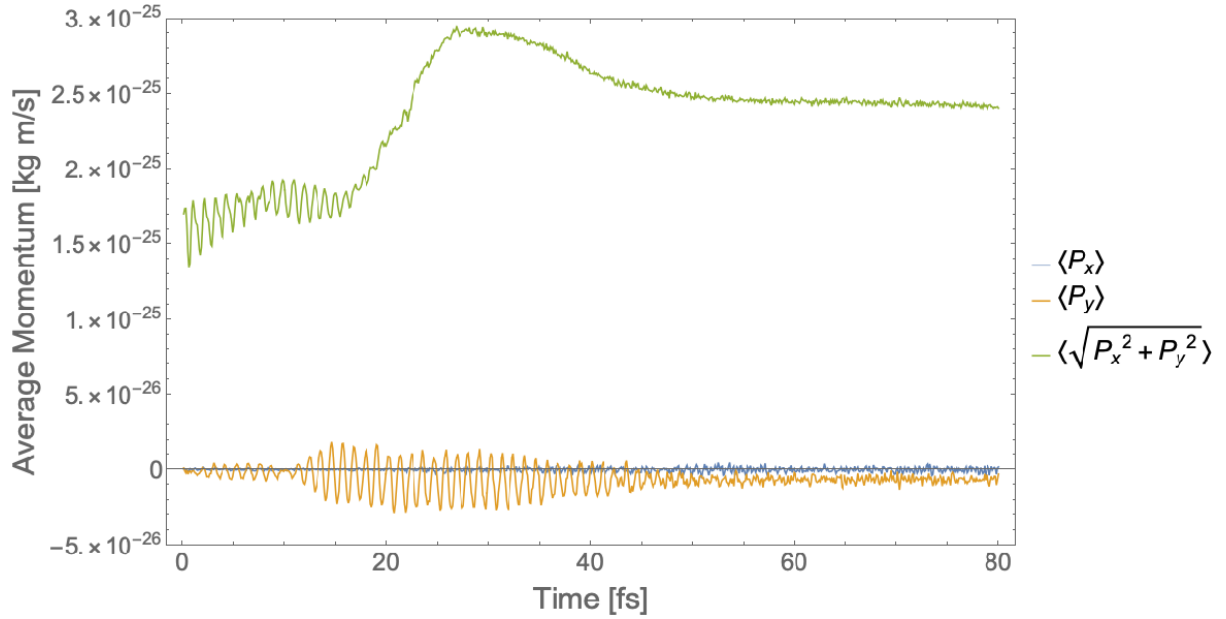


図 3.11.  $P_x, P_y$ , および  $\sqrt{P_x^2 + P_y^2}$  の平均の時間発展。

図 3.12 は 23 fs (図 3.12(a),(b)) と 25 fs (図 3.12(c),(d)), における  $E_y$  と  $E_x$  を示す。23 fs において、 $E_y$  (図 3.12(a)) は  $-0.78 < y < -0.73$  の領域に図 3.8(b) で見られた電子を加速する電場が見られる。この加速電場は初期において双極渦を構成する電場の一部であったが、ピンチングにより進行方向に引き伸ばされ、強い加速電場を作り出している。また  $E_x$  成分の  $-0.82 < y < -0.73$  領域 (図 3.12(b)) では、中心線に向かう方向のコリメーション電場が見られる。しかしながら、図 3.8(c) において KH 不安定性が見られた 25 fs においては、 $E_y$  と  $E_x$  (図. 3.12(c)、(d)) のどちらも、乱流により明瞭な構造が失われている。

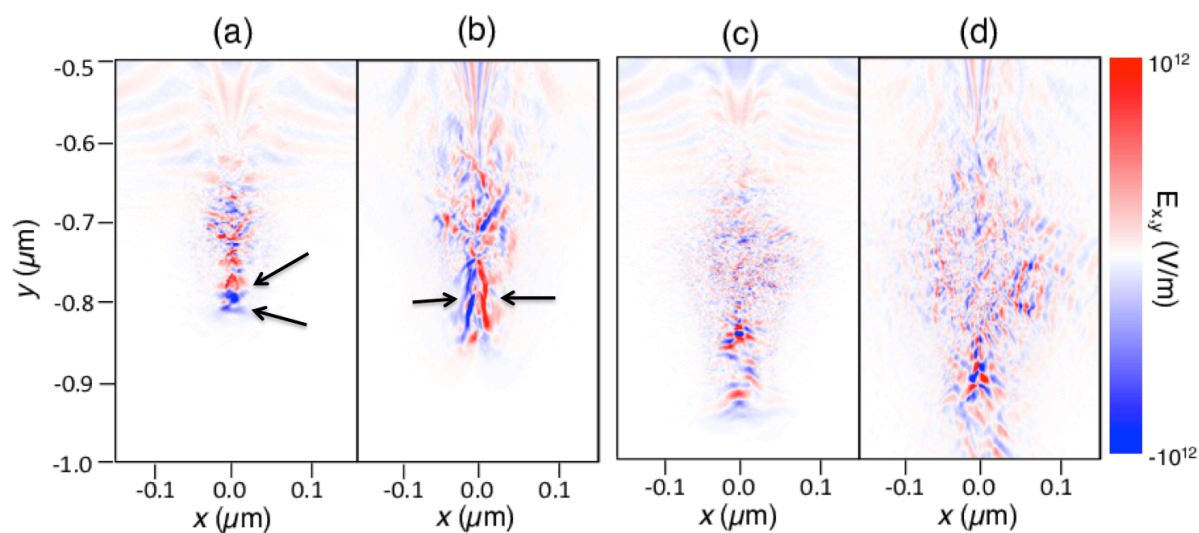


図 3.12. 23 fs (a)(b) と 25 fs (c)(d) における電場分布。(a) と (c) は垂直方向の成分  $E_y$  であり、(b) と (d) は水平方向の成分  $E_x$  を表す。

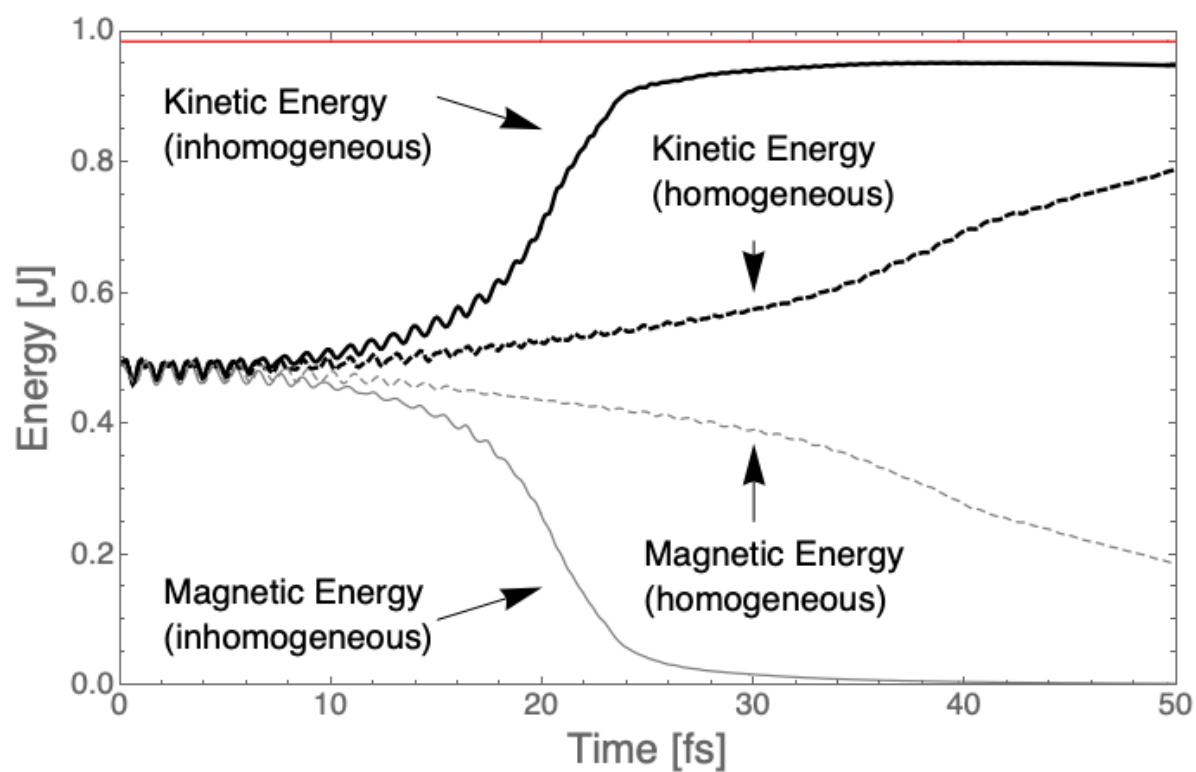


図 3.13. 磁場エネルギー、運動エネルギーの時間発展。実線は非一様密度分布、破線は一様密度分布を表す。黒は運動エネルギー、灰色は磁場エネルギーを表す。赤線は全エネルギーを表す。

図 3.13 にシミュレーション領域全体の磁場エネルギーと運動エネルギーの時間発展を表す。磁場エネルギーと運動エネルギーはそれぞれ灰色と黒色の線で表される。実線と破線はそれぞれ非一様分布、一様分布に対応する。また赤線は全エネルギーを表す。この図から見てわかるように全エネルギーは保存している。どちらの場合においても、磁場エネルギーから運動エネルギーへの遷移が見られる。一様密度分布の場合、磁場エネルギーは 50 fs において元の半分となっている。それに対し、非一様密度分布の場合、磁場エネルギーは 20 fs において急激に減少している。これは双極渦が垂直方向に分裂し KH 不安定性が生じた時間と一致する。運動量分布から磁場エネルギーのうち、非熱的な成分に与えられたエネルギーはごくわずかであることが分かった。このため、磁場エネルギーの大部分は背景プラズマの熱的な成分に変換されたことが分かる。

### 3.3.6 初期電場分布の影響、双極渦の安定化

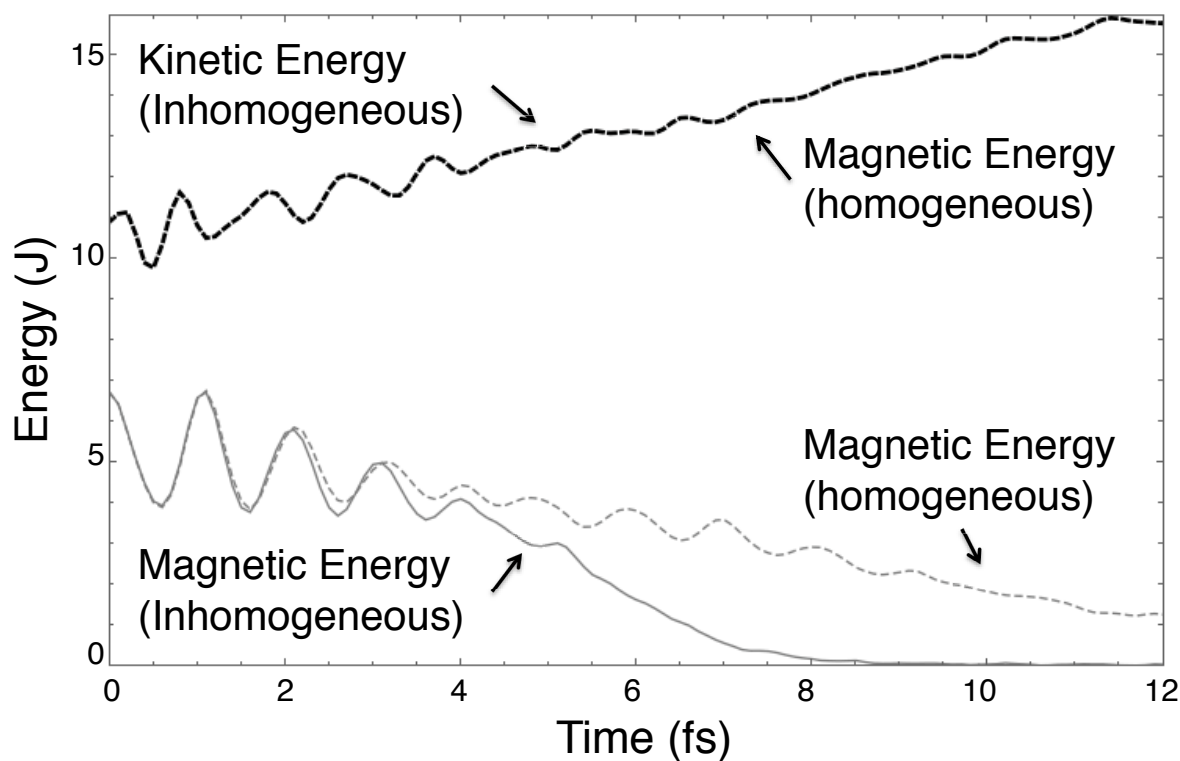


図 3.14. MeV エネルギーの双極渦の磁場および運動エネルギーの時間発展。実線は非一様密度分布、破線は一様密度分布を表す。黒は運動エネルギー、灰色は磁場エネルギーを表す。

図 3.13 はまた、初期に起きる微小な振動 (20 fs まで) を示している。EMHD は変位電流項を無視しているため、プラズマ振動を考慮していない。このため EMHD 安定性は初期の電荷分離により起こるプラズマ振動は制限しない。図 3.13 から分かるように、プラズマ振動の強度が十分に小



さければ、全体の過程は EMHD の予測と一致するものとなる。これからも前節と同様に EMHD の妥当性が分かる。しかしながら、プラズマ振動が大きすぎると結果は EMHD の結果と一致しなくなる。図 3.14 は双極渦の初期電子流のエネルギーを 1MeV にしたときの磁場、運動エネルギーの時間発展である。電子のエネルギーの増加に伴い、磁場強度は 37000 T まで増加させてある。図 3.13 と異なり、非一様密度分布と一様分布の間でほとんど差が見られない。これは初期のプラズマ振動の強度が大きいため、双極渦の電子は急速に渦の外へ放出され、双極渦が密度勾配に進入する前に散逸してしまうからである。実際に図 3.14 は磁場及び電場のエネルギーの時間発展に図 3.13 と比較して大きな振動が見られる。この結果は双極渦モデルの適用性の限界を示している。

初期のプラズマ振動を抑制するため、双極渦に伴う初期電場分布を検討した。流体方程式は以下の式で表される。

$$\rho \left( \frac{d\mathbf{v}}{dt} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -en(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla P, \quad (3.9)$$

ここで初期状態が定常かつ一様であると仮定すると、式の左辺と圧力項を無視することができる。これから初期の速度分布を定常に保つための電場は

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} - \frac{m}{e} (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \quad (3.10)$$

であることが分かる。

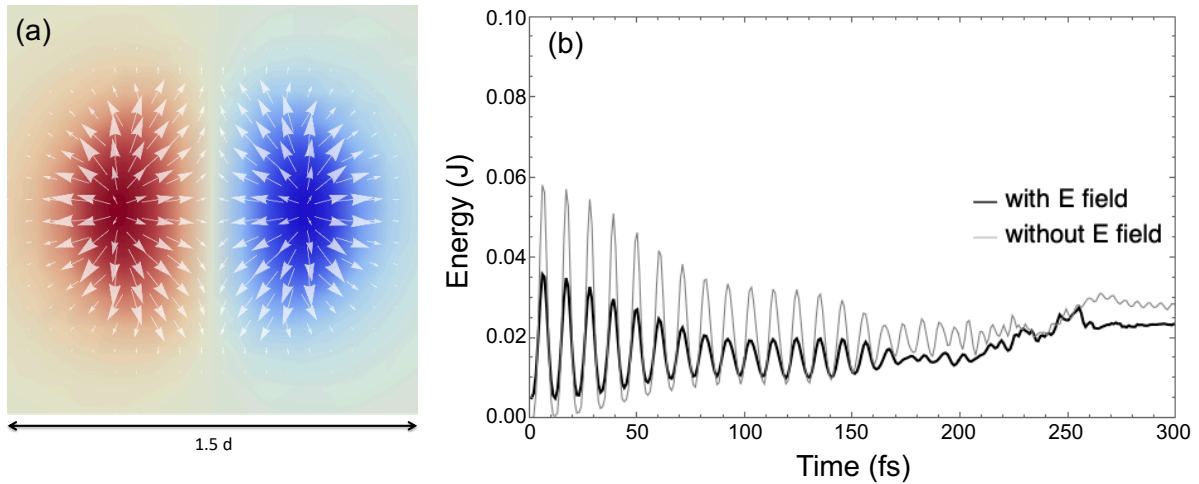


図 3.15. (a) 初期の電場分布 (ベクトル) と磁場分布 (色の濃淡)。赤は正の磁場、青は負の磁場を表す。(b) 初期電場がある場合とない場合の磁場エネルギーの時間発展。黒線は電場あり、灰線は電場なしを表す。

この式に従い、20keV のエネルギーの電子流からなる双極渦に初期電場を設定した。図 3.15(a) は  $t = 0$  における電場分布 (ベクトル) と磁場分布 (色の濃淡) である。ベクトルの長さは電場の強さを表す。電場の最大値は  $1.17 \times 10^{12}$  V/m である。このパラメータを使い、磁場強度の時間発展をみたものが図 3.15(b) である。明らかに分かるように、初期の振動が初期電場を設定することでほとんど半分になっている。この結果から PIC シミュレーションにおいて EMHD の定常解を扱う場合は初期電場の設定が重要であることが分かる。

### 3.3.7 EMHD 双極渦の厳密解

2つの単極渦の組み合わせで双極渦を表すのは簡易モデルである。Isichenko *et al* は EMHD 方程式の並進速度をもつ厳密解 [18] を、渦度関数がある半径  $r_0$  以内では線形であり、半径  $r_0$  以上では 0 とする仮定のもと求めた。これは Yadav により以下の式のように簡単化された。

$$\begin{aligned} b(r, \theta) &= (d_1 J_1(k_1 r) + d_2) \cos \theta, & (r < r_0) \\ b(r, \theta) &= d_3 K_1(r) \cos \theta, & (r > r_0) \end{aligned}$$

ここで  $d_1, d_2, d_3$  は双極渦のサイズと並進速度により求まる定数である [1, 19]。双極渦の厳密解についてもシミュレーションを行い、単極渦の組み合わせの場合と比較した。図 3.16 は双極渦の厳密解を用い、式 3.10 より初期電場を設定した場合の磁場、電場エネルギーの時間発展である。この場合も、磁場エネルギーから運動エネルギーの急速な変換が見られる。

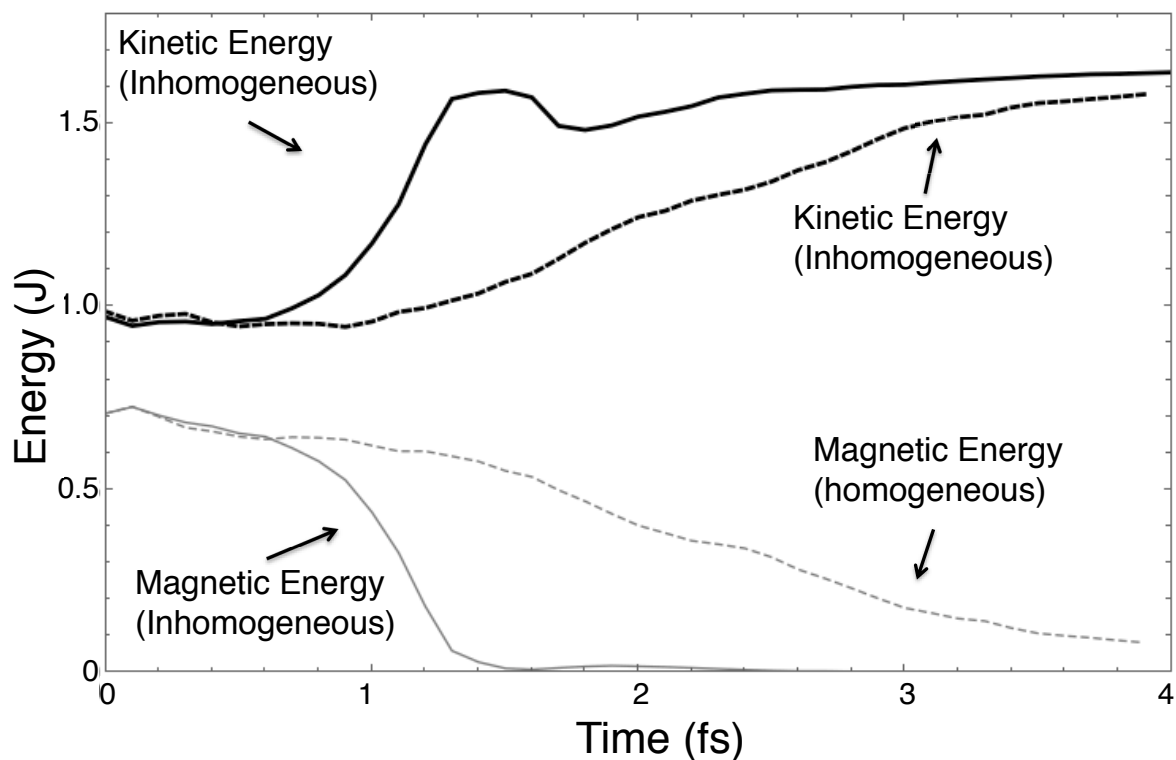


図 3.16. Isichenko モデル [18] における磁場および運動エネルギーの時間発展。実線は非一様密度分布、破線は一様密度分布を表す。黒は運動エネルギー、灰色は磁場エネルギーを表す。

### 3.3.8 密度勾配に対する入射角の効果

これまで、双極渦が密度勾配に対して鉛直に進入した場合のシミュレーションを行ってきた。これらの現象が入射角によってどう変化するか、また光波との類推として、透過率の入射角依存性



は大変興味深い。また核融合において、コアに向かう高速電子流はコアに対して鉛直に向かっていくものだけではなく、現実には角度分布をもっている。このため密度勾配に対する入射角の影響は重要である。これらのことを検討するために、本節では入射角を変化させたシミュレーションを行った。

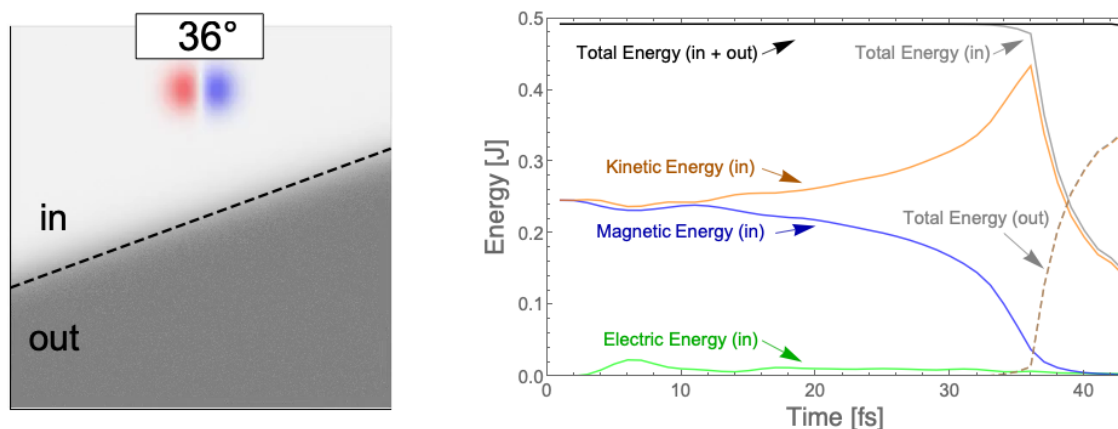


図 3.17. 双極渦の進入角を変化させたシミュレーションセットアップ。左図：電子密度プロファイル及び、双極渦の初期配置。黒破線は入射側領域 (in)、透過側領域 (out) の境界を表す。右図：エネルギーの時間発展の一例。青線、緑線、橙線、灰線はそれぞれ磁場、電場、運動、全エネルギーを表す。実線は入射側領域 (in) でのエネルギーを表し、破線は透過側領域 (in) でのエネルギーを表す。黒の実線は全領域での全エネルギーを表す。

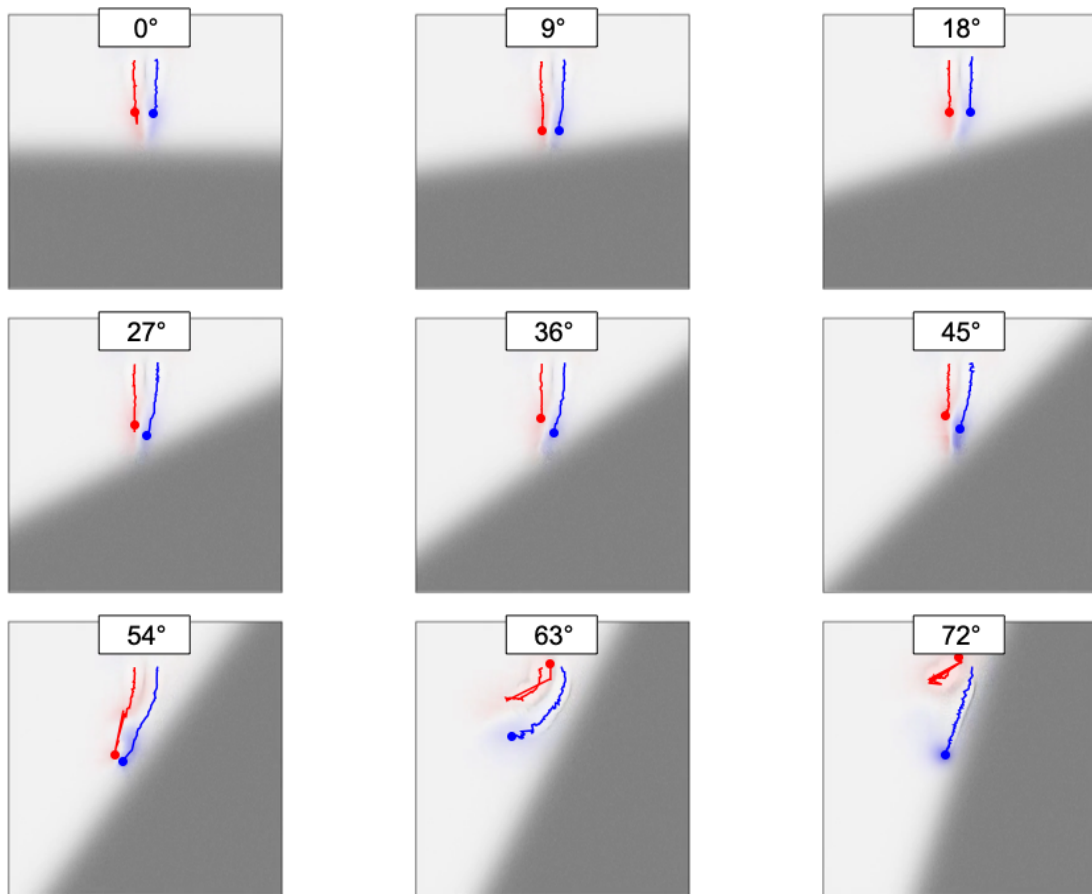


図 3.18. 密度比 10 における双極渦の進入角を変化させたシミュレーション。電子密度プロファイル及び、双極渦のそれぞれの極の軌跡。赤は正極、青は負極を示す。

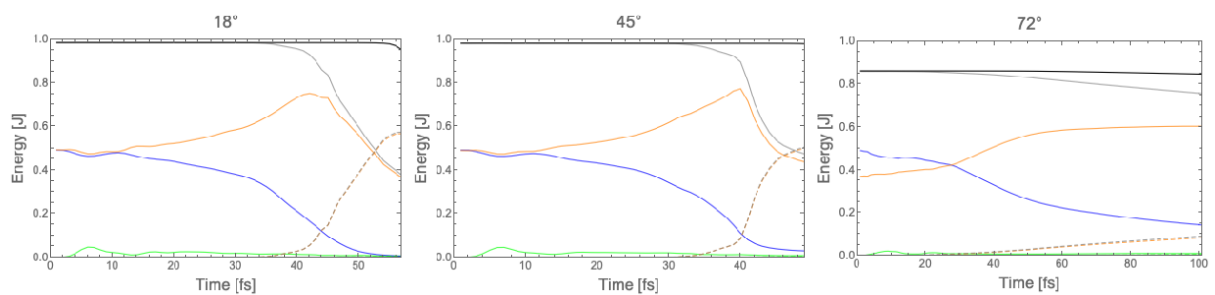


図 3.19. 密度比 10 における進入角 18 deg, 45 deg, 72 deg に対するエネルギーの時間発展図。青線、緑線、橙線、灰線はそれぞれ磁場、電場、運動、全エネルギーを表す。実線は入射側領域 (in) でのエネルギーを表し、破線は透過側領域 (in) でのエネルギーを表す。黒の実線は全領域での全エネルギーを表す。

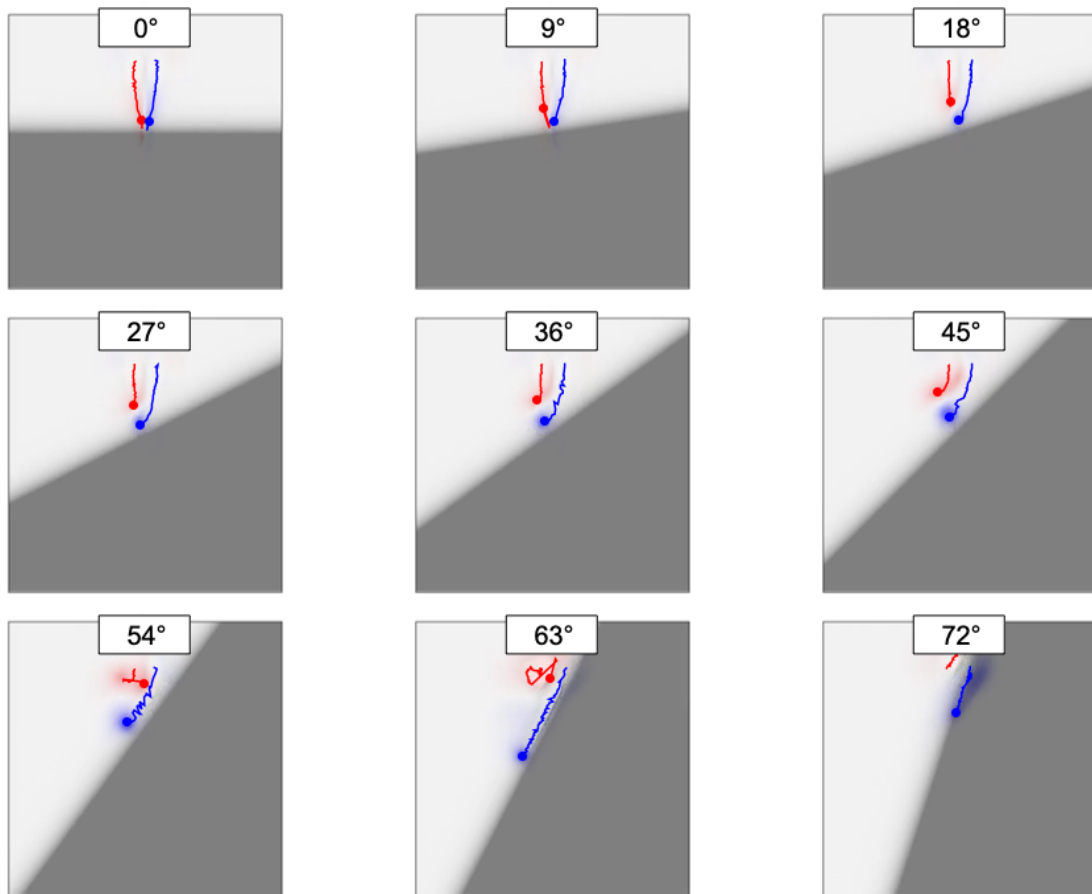


図 3.20. 密度比 100 における双極渦の進入角を変化させたシミュレーション。電子密度プロファイル及び、双極渦のそれぞれの極の軌跡。赤は正極、青は負極を示す。

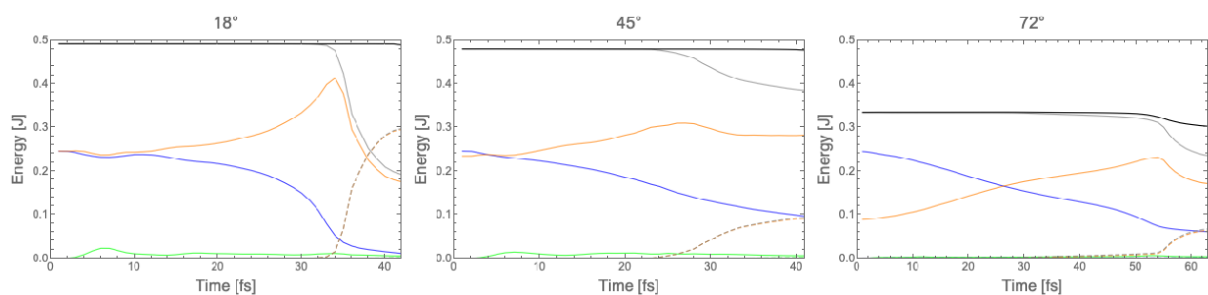


図 3.21. 密度比 100 における進入角 18 deg, 45 deg, 72 deg に対するエネルギーの時間発展図。青線、緑線、橙線、灰線はそれぞれ磁場、電場、運動、全エネルギーを表す。実線は入射側領域 (in) でのエネルギーを表し、破線は透過側領域 (in) でのエネルギーを表す。黒の実線は全領域での全エネルギーを表す。

図 3.17 にシミュレーションセットアップ及び、エネルギー発展の例を示す。密度比、入射角以外の条件はこれまでの計算と同様とした。透過率の計算のため、領域を入射側領域と透過側領域にわけ、それぞれの領域内のエネルギーの時間発展を得た。入射角は  $0^\circ$  から  $90^\circ$  まで  $9^\circ$  ずつ変化させ

計算した。高密度領域、低密度領域の密度比は  $10N_c / 100N_c$  の密度比 10 及び、 $10N_c/1000N_c$  の密度比 100 の 2 条件でシミュレーションを行った。図 3.18 に密度比 10 の場合の双極渦の軌跡を示す。入射角が  $45^\circ$  以内の場合、 $0^\circ$  入射と同様にピンチング、並進速度の加速が観測された。入射角が  $45^\circ$  を超えると境界面で反射される運動が起こり、さらに入射角が大きくなると渦対が分離し、それぞれが単独の渦として運動をする様子が確認された。このとき、双極渦の負極は密度境界面を沿うようにして運動し、正極は分離してとどまる様子をみせた。

図 3.19 に密度比 10 の場合の入射角 18 deg, 45 deg, 72 deg に対するエネルギー発展の図を示す。入射角が 18 deg のとき、入射角なしのときの結果と同様に、磁場エネルギーから運動エネルギーの変換がみられ、32 fs 付近で透過側のエネルギーの増加がみられる。40 fs あたりで磁場エネルギーは完全になくなることがわかる。入射角が 45 deg の場合、磁場エネルギーは 40 fs 付近で完全になくならず、はじめの半分ほどを保持していることが分かる。これから磁気エネルギーから運動エネルギーの変換は双極渦が密度勾配を透過することにより強く引き起こされ、反射する場合は構造を保持できることが分かった。入射角が 72 deg の場合、磁場エネルギーから運動エネルギーへの変換が継続的にみられ、図 (3.18) でみられたように片方の極が高密度領域に接したまま継続的にエネルギーを失うことと対応している。

図 3.20 に密度比 100 の結果を示す。密度比 10 の場合と比較して、磁場エネルギーから運動エネルギーの変化がより急峻になっていることがわかる。また渦対の分離が生じる結果がより浅い角度で起こることがわかる。図 3.21 に密度比 100 の場合の入射角 18 deg, 45 deg, 72 deg に対するエネルギー発展の図を示す。入射角が 18 deg, 45 deg のとき、入射領域側で磁場エネルギーが減少するにともない透過側領域で運動エネルギーが増加しており、透過のパターンを示している。

高密度領域では磁場エネルギーが無くなっていることから、双極渦としての構造は崩壊して、電子流として透過側領域を伝播することが分かる。72 deg では透過側領域のエネルギーの透過はみられない。18 deg, 45 deg のときと比べ、磁場エネルギーから運動エネルギーの変換は少ない

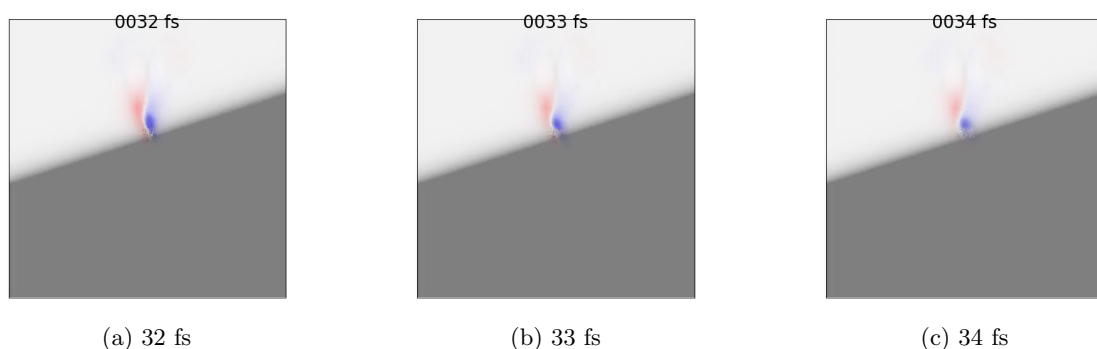


図 3.22. 密度比 100、角度  $18^\circ$  の磁場分布及び密度分布

また、浅い入射角において高密度側へ透過する双極渦と、反射される双極渦に分離する様子も確認された。図 3.22 に密度比 100、角度  $18^\circ$  の磁場分布及び密度分布の時間発展を示す。32 fs

において双極渦は変形し、その先端部は高密度側へ進入する。一方で、33 fs、34 fs からわかるように、双極渦の後方部分は進行軸を曲げ、密度境界で反射されている。図 3.23 にエネルギー透過率の入射角依存性を示す。透過率は以下のように計算した。図 3.17 で示した黒点線のように入射側領域、透過側領域を定義し、最終時間におけるそれぞれの領域の全エネルギーの比をエネルギー透過率とした。密度比 10 の場合、透過率は  $45^\circ$  までは 0.6~0.5 で比較的一定があるが、 $45^\circ$  を超えてから低下することが分かった。密度比 100 の場合透過率の低下はより浅い角度 ( $18^\circ$ ) で起こることが分かった。双極渦の渦対は密度勾配に対して垂直に互いに向き合う方向にドリフト運動を受ける。入射角が浅い場合これらの運動は双極渦のピンチングを引き起こすが、入射角が深くなると双極渦は回転モーメントを受け、双極渦全体の運動が曲げられ、反射されると考えられる。これらの入射角による効果が高速電子にも同様に働く場合、深い入射角ではエネルギーがコアに届きにくくなるため、発散角をおさえる重要性が示唆される。

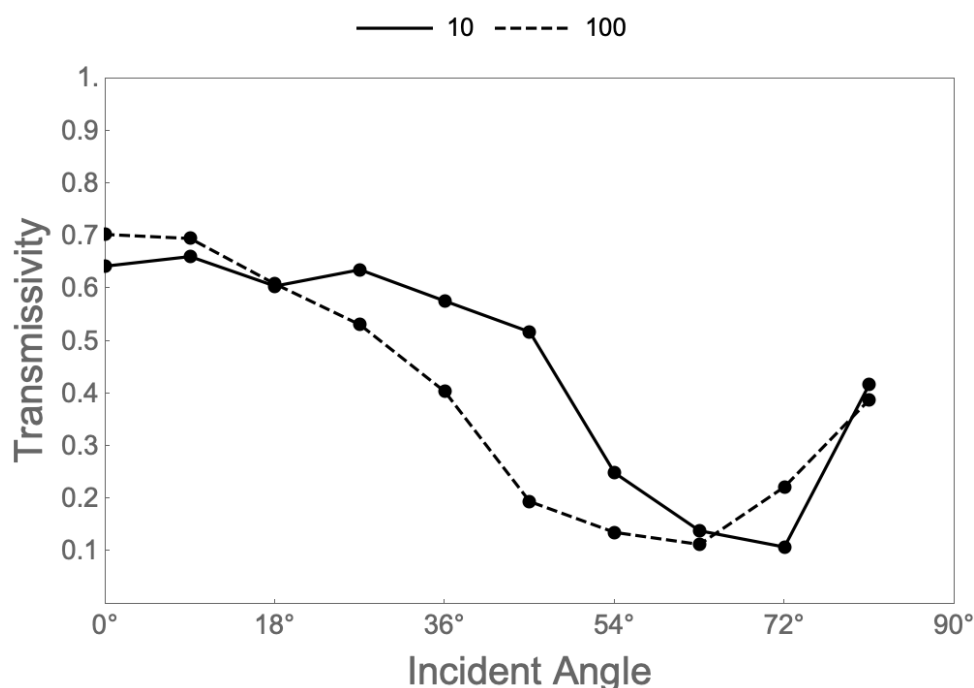


図 3.23. エネルギー透過率の入射角依存性。黒線は密度比 10、黒点線は密度比 100 のシミュレーション。

### 3.3.9 波数空間におけるエネルギーの推移

ここでは異なるスケール間のエネルギーの推移を見るため、フーリエ変換により、エネルギーの波数分布を計算した。また密度勾配による依存性を調べるため、密度比 1, 10, 50, 100, 500 の場合についてシミュレーションを行い結果を比較した。

## データ解析手法

まず各タイムステップにつき、電場、磁場、運動エネルギー分布を求め、各々に 2DFFT を行った。得られた二次元波数分布の絶対値をとり、シフト操作により二次元配列の中心を波数ゼロに対応させた。得られた二次元波数分布  $A(k_x, k_y)$  から、波数の絶対値の関数として一次元波数分布  $A_{1D}(|k|)$  を重み関数

$$w(k_x, k_y, |k|) = \exp \left( - \left( \sqrt{k_x^2 + k_y^2} - |k| \right)^2 / \sigma^2 \right) \text{ を用い、以下のように計算した。 (3.11)}$$

$$A_{1D}(|k|) = \frac{\sum_{k_x, k_y} A(k_x, k_y) w(k_x, k_y, |k|)}{\sum_{k_x, k_y} w(k_x, k_y, |k|)} \quad (3.12)$$

行数と列数が異なるため、 $|k|$  の最大値は  $|k_x|, |k_y|$  の最大値のうち小さい方を用いた。 $|k|$  は最小値から最大値まで 500 分割し、重み関数の  $\sigma$  はシミュレーションボックスの 2 グリッドに対応する値にした。密度比を変えると双極渦の進行速度も変化するため、同時刻での比較はあまり意味をなさない。ここでは、磁場エネルギーの時間推移から、磁場エネルギーが初期の 90% のときを進入前の時刻、25% のときを進入後の時刻とし、それぞれの時刻について比較を行った。二次元 FFT は長方形の領域をもつが、一次元 FFT にする際に円形の領域を用いるため、用いられない波数領域が生じてくる。このため一次元波数分布において全エネルギーは保存しないように見えているが、全領域について考えれば全エネルギーが保存している。

## Kolmogorov の -5/3 乗スペクトルとの比較

第一章で述べたように、乱流の運動エネルギーの波数分布は、Kolmogorov の -5/3 乗スペクトルに従うことが知られている。実験で得られた運動エネルギーの波数分布と Kolmogorov 分布を比較するため、以下のような計算を行った。まずモデル関数を  $f(x) = -5/3x + b$  とし、この関数を用いて、 $|k|$ 、 $A_{1D}(|k|)$ 、それぞれに対数をとったデータ列に対し最小二乗法でフィッティングし、切片  $b$  を求めた。フィッティングにより得られた直線を用い、データとの比較を行った。また、この直線と実際のデータとの二乗誤差平均 (MSE) を乱流化の指標として定義し、これの時間発展を各密度比のシミュレーションについて比較した。MSE が小さいとき、運動エネルギーのスペクトルが -5/3 スペクトルに近いことを表す。

## フーリエ解析の結果

図 3.24、図 3.25 に密度比 1, 10, 50, 100, 500 のフーリエ解析の結果を示す。左図は磁場エネルギーが初期の 90% (進入前) の時刻、右図は初期の 25% (進入後) の時刻における波数分布を示す。右図から分かるように、進入後の時刻において、密度勾配がある場合、運動エネルギー Kolmogorov の -5/3 乗則とのよい一致がみられる。一方で、平坦なプロファイルの場合は一致しないことが分

かる。また、進入前の時刻ではどの密度比でも $-5/3$ 乗則との一致は見られない。これらの結果から、密度勾配に双極渦が進入し崩壊する際に乱流化が生じていると考えられる。磁場の波数分布は双極渦の縮小に対応してくびれ部分が高波数部分に移動していることが確認された。

図 3.26 に $-5/3$ 乗則との二乗平均誤差の時間発展を示す。平坦分布では時間を通して $-5/3$ 乗則からのずれが維持されているが、密度勾配をもつ分布の場合、エネルギー分布はある一定の時間 $-5/3$ 乗則に近づき、その後離れることがわかる。例えば密度比 10 のグラフでは、双極渦が密度勾配に侵入する 20 fs 前後から、渦が崩壊する 25 fs にかけてほぼ 0 に近い値をとる。同様に、図 3.26 の点線は、双極渦の磁場エネルギーが 70%になる時間を表している。これから分かるように、エネルギー分布が $-5/3$ 乗則に近づく時間は双極渦が密度勾配に進入した時間と一致している。

以上のことから双極渦が密度勾配に進入し崩壊する際、密度比によらず乱流化が起きていることが分かる。エネルギーの波数分布の $-5/3$ 乗則が密度勾配のスケールによってのみ生じ、磁場のパラメータが入ってこない理由は、図で見ている波数領域は電子のラーマー半径よりも小さい領域であり、ラーマー運動が影響するスケールではないためであると考えられる。密度勾配は乱流化の要因とはなるが、乱流そのものの本質に影響を与えるものではないと考えられる。EMHD 理論からは双極渦はどのような密度比でも背景プラズマのスキン長に合わせて縮小し、構造を保つと考えられるが、これらシミュレーション結果は、現実には進入の途中で崩壊し乱流化することを示している。誤差が再び上昇をみせている理由は、電子流がシミュレーションボックスから外れていくためであると考えられる。

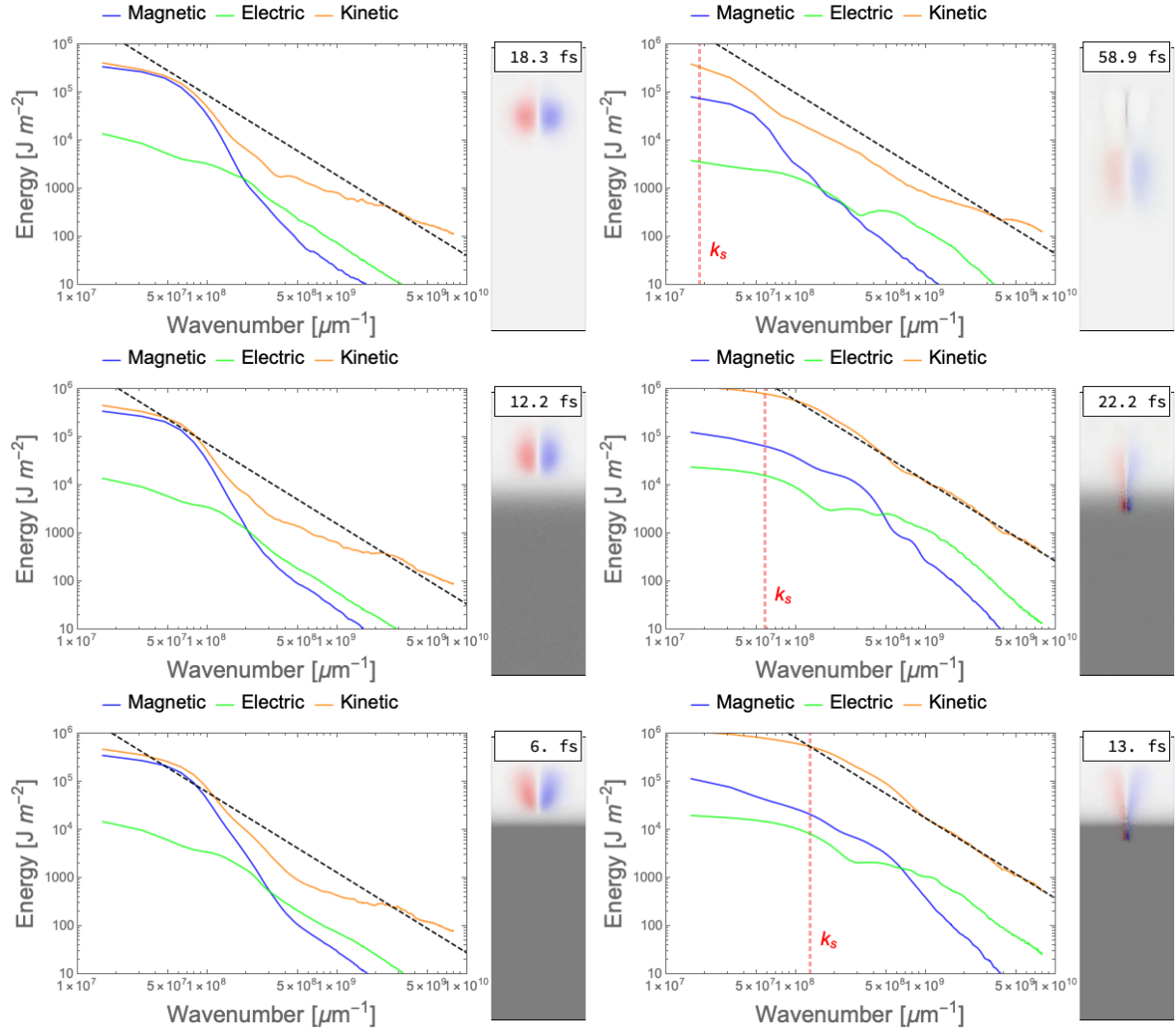


図 3.24. エネルギーの波数分布とエネルギーの時間推移。上から密度比 1,10,50 のシミュレーション。左図は磁場エネルギーが初期の 90%（進入前）の時刻、右図は初期の 25%（進入後）の時刻における波数分布を示す。右はシミュレーション領域のエネルギーの時間推移を示す。波数分布において、黒点線は Kolmogorov の  $-5/3$  乗スペクトルを表す。赤点線は高密度部におけるスキン長に対応する波数を表す。



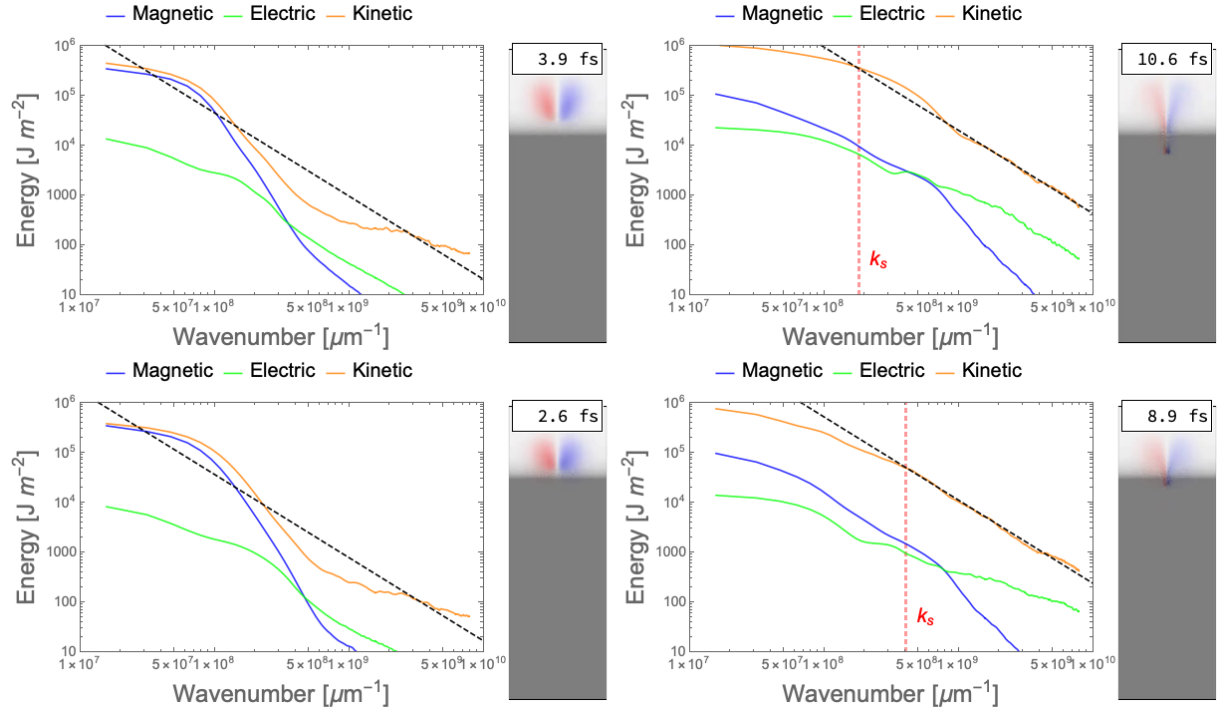


図 3.25. エネルギーの波数分布とエネルギーの時間推移。上から密度比 100,500 のシミュレーション。左図は磁場エネルギーが初期の 90%（進入前）の時刻、中央は初期の 25%（進入後）の時刻における波数分布を示す。右はシミュレーション領域のエネルギーの時間推移を示す。波数分布において、黒点線は Kolmogorov の  $-5/3$  乗スペクトルを表す。赤点線は高密度部におけるスキン長に対応する波数を表す。

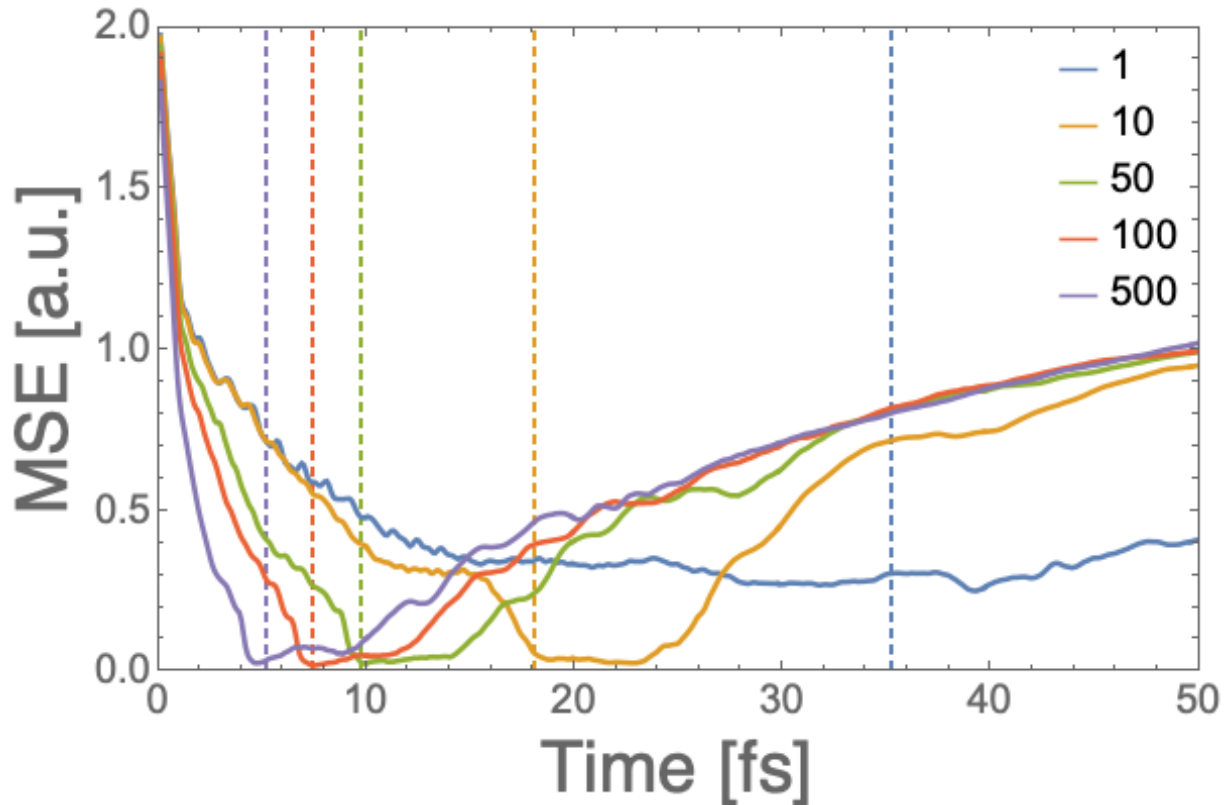


図 3.26.  $-5/3$  乗則との二乗平均誤差の時間発展。青、橙、緑、赤、紫はそれぞれ密度比 1, 10, 50, 100, 500 に対応する。点線はそれぞれの密度比のシミュレーションで磁場エネルギーが初期の 70% になった時間を表す。

### 3.4 結言

二次元 PIC シミュレーションにより非一様密度中の磁気双極渦構造の伝播を研究した。その結果、EMHD 計算と同様に、双極渦構造のピンチング、並進速度の増大、エネルギー散逸を確認した。流体計算では双極渦はピンチングによりスケールを縮小するものの、流体構造を維持したまま伝播し、そのエネルギーの一部が熱化するという結果が得られていたが、著者が行った PIC シミュレーションではピンチングに伴い、流体構造の乱流化が観測された。ピンチングに伴いせん断速度の増加によってケルビン・ヘルムホルツ不安定が引き起こされ、乱流化の要因となっている可能性が示された。これにより EMHD 計算で示された流体速度から熱速度への変換は現実の系ではその過程で乱流化に伴い、流体構造の崩壊が起ることを確認した。また著者は双極渦の安定性の研究も行い、単極渦の組み合わせにより厳密解と同様の現象を再現できること、初期電場の導入により初期のプラズマ振動を抑制し、PIC シミュレーションにおいて双極渦構造の安定性を高めることができることを示した。密度勾配に対する双極渦の進入角の依存性を調べ、浅い入射角では密度境界面で反射が起きることが分かった。波数空間におけるエネルギーの推移から磁

気渦の崩壊に伴いエネルギーの波数分布が乱流に特徴的な  $-5/3$  乗則となることが分かった。また一様密度分布の場合は  $-5/3$  乗則との一致が見られないことが分かった。このため磁気渦の崩壊にともない乱流化がおこり磁気エネルギーから運動エネルギーの変換が生じることが示された。これより EMHD 流体計算の結果と比較して、以下の新しい見地が得られた。EMHD 流体計算の場合、磁場分布の急峻化は熱的緩和が起こるスケールまで進むため、異常加熱がおこる。また、磁気渦構造は高密度部においても構造を維持したまま進行する。一方で PIC 計算の場合は、磁場分布の急峻化が生じるものの、それが熱的緩和が起こるスケールに進行する前に、KH 不安定性などにより磁気渦が崩壊する。このときに磁気エネルギーの大部分が運動エネルギーに変換され、乱流化した電子流を作り出す。

## 参考文献

- [1] S. K. Yadav, A. Das and P. Kaw, Phys. Plasmas. **15**, 062308 (2008).
- [2] S. K. Yadav, A. Das, P. Kaw and S. Sengupta, Phys. Plasmas. **16**, 040701 (2009).
- [3] S. K. Yadav, A. Das, Phys. Plasmas. **17**, 052306 (2010).
- [4] T. Yabuuchi, A. Das, G.R. Kumar, H. Habara, P.K. Kaw, R. Kodama, K. Mima, P.A. Norreys, S. Sengupta and K.A. Tanaka, New J. Phys. **11**, 093031 (2009).
- [5] E. S. Weibel, Phys. Rev. Lett. **2**, 83-84 (1959).
- [6] A. A. Solodov and R. Betti, Phys. Plasmas. **15**, 042707 (2008).
- [7] S. V. Bulanov, and M Lontano, Phys. Rev. Lett. **76**, 19 (1996).
- [8] N. Naseri, S. G. Boncharev and P. Ruan, et al. Phys. Plasmas. **25**, 012118 (2018).
- [9] Q. Jia, K. Mima, H. Cai, et al. Phys. Rev. **91**, 023107 (2015).
- [10] M. Hata, H. Sakagami, and A. Das, Phys. Plasmas. **20**, 042303 (2013).
- [11] T. D. Arber, K. Bennett, C. S. Brady, A. Lawrence-Douglas, M. G. Ramsay, N. J. Sircombe, P. Gillies, R. G. Evans, H. Schmitz, A. R. Bell, and C. P. Ridgers, Plasma Phys. Control. Fusion. **57**, 113001 (2015).
- [12] P. G. Saffman, *Vortex Dynamics*, (Cambridge University Press, Cambridge, 1992).
- [13] Y. Matsumoto, K. Ueno, and T. Saito, Phys. Fluids **21**, 047103 (2009).
- [14] A. Das and P. Kaw, Phys. Plasmas. **8**, 4518 (2001).
- [15] L.F. Richardson, *Weather Prediction by Numerical Process* (Cambridge Univ. Press, 1922).
- [16] D. Biskamp, K. Hallatschek, and E. Schwarz, Phys. Rev. E **63**, 045302 (2001).
- [17] A. S. Kingsep, K. V. Chukbar, and V. V. Yankov, in *Reviews of Plasma Physics* **16**, (1990).
- [18] M.B. Isichenko and A.M. Marnachev, Sov. Phys. JETP **66**, 702 (1987).
- [19] S. K. Yadav, doctral thesis (2011).

## 第4章 非一様密度分布プラズマ中のレーザー航跡場の伝播

### 4.1 概要

前章では非一様密度分布をもつ高密度プラズマ中での高速電子流の伝搬を模擬した双極渦の振る舞いを調べたが、本章ではレーザー航跡場加速や Flying mirror などへの応用と、臨界密度以下のプラズマの密度勾配中のエネルギー輸送の研究という観点から、非一様密度分布を持つ臨界密度以下のプラズマ中を伝搬するレーザーの振る舞いを調べた。レーザーが臨界密度以下のプラズマを伝搬すると航跡波 (wake 波) が形成されることが知られており、二次元 PIC シミュレーションを用いて行い、レーザーの集光と密度勾配が電子のエネルギースペクトル、wake 波の位相速度に与える影響を研究した。Wake 波の位相速度は背景密度に依存するため、密度勾配があるプラズマ中では Wake の位相速度も変化する。加速する位相速度を持つ Wake には次のような応用の可能性がある。一つは粒子加速 [1] である。Wake 波による粒子加速では、粒子が加速され、粒子が Wake 波を追い越すとそれ以上の加速が起こらなくなる。粒子の加速とともない、Wake 波の位相速度も加速すれば、粒子が加速を受ける時間を伸ばすことが期待できる。もう一つの利用の可能性は Flying Mirror [2] である。Wake 波面は光速近くで運動する鏡として捉えることができる。このような鏡が加速する場合、ブラックホールの事象の地平線を模擬できる可能性が指摘されている [3]。

本章で取り扱う密度分布としては、一様密度分布、単調増加、単調減少の密度分布と、レーザー集光の影響を調べるため、3つのガウシアン型の密度分布について研究した。シミュレーションの結果、レーザー航跡場の状態が安定した航跡波をもつ定常流状態と乱流状態に非連続的に変化する様子が見られた。乱流の要因は主に背景プラズマの上昇とレーザー強度の増大による。レーザーの集光径が背景プラズマのプラズマ波長  $2\pi c/\omega_p$  よりも大きい場合、レーザー光により生じた空洞が進行方向と垂直な方向に分裂し、乱流の要因となることが分かった。また、定常流状態から乱流状態への移行により多くの電磁エネルギーが運動エネルギーに変換されることが観測された。一様密度分布と単調減少密度分布については Mono-Energetic なエネルギースペクトルが観測されたが、ガウシアン型の密度分布では指数 2 の Power-law 型のエネルギースペクトルが見られた。位相速度については、単調増加密度分布では減速する超光速の位相速度が見られ、Kolmogorov の  $-5/3$  乗則に従う空間波数分布が観測された。単調減少密度分布では加速する光速以下の位相速度が見られた。ガウシアン型の密度分布では超光速から亜光速へ減速する位相速度が得られた。

## 4.2 導入

### 4.2.1 レーザー航跡場加速

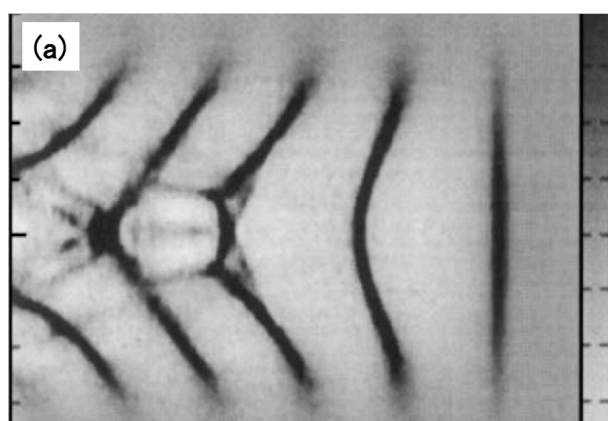
臨界密度以下のプラズマ中に高強度レーザーを照射すると、ポンデラモーティブ力によりプラズマ中の電子が排斥され、周囲よりも電子密度が小さい空洞を形成する。空洞に取り残されたイオンがもつ正電荷のため、周囲の電子は空洞に引きつけられるが、電子の質量による慣性が働くため、この緩和は直ちに起こらず、 $1/\omega_p$  程度の反応時間を要する。このため、電子が空洞の正電荷を打ち消した後も電子の流入は止まらず、空洞は逆に電子の過剰な状態となる。この過程が同様に繰り返されることで、電子プラズマ振動が生じる。このプラズマ振動は、波の励起源が光速に近い速度で移動しているために、 $c/\omega_p$  程度の波長を持つ航跡波としてレーザーの後方に現れる。空洞は光速で移動する電位ポテンシャル井戸とみなすことができる。ランダウ減衰や二流体不安定性と同様に、波の位相速度に近い粒子は波のポテンシャル井戸に補足され、エネルギーのやり取りが起こる。この原理を用いた粒子加速はレーザー航跡場加速 [1] と言われ、従来の加速器よりも大幅に加速長の短い加速器の実現を可能にすると考えられている。従来の加速器は加速電場の強度を高くとりすぎると絶縁体の電離を引き起こし、絶縁が保てなくなるという課題があった。すでに電離しているプラズマを媒体として使う航跡場加速では電離の心配はないため従来よりも大きな加速電場を得ることができる。

航跡場加速には大きく分けて2つの課題がある。一つは航跡場に加速される条件をもつ電子、すなわち航跡波の位相速度よりもわずかに遅い電子をいかにして得るかという問題である (injection)。もう一つは電子が航跡波の位相速度以上に加速されると、航跡場との位相が合わなくなり、加速がそれ以上起こらなくなるという問題である (dephasing)。このため航跡波に望まれる性質は、初めは電子の熱速度に近い位相速度をもち、加速される電子の運動と位相を合わせながら光速近くまで加速されるという性質である。電子プラズマ波の位相速度は背景プラズマの密度に依存するため、非一様密度分布をもつプラズマによりこのような性質をもつ航跡波を作り出せる可能性がある。

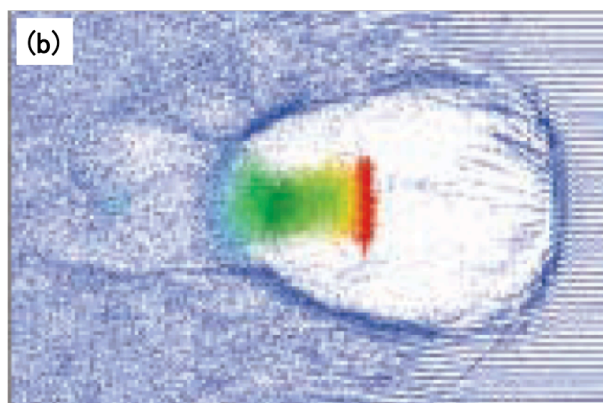
### 4.2.2 Wave breaking と Bubble regime

レーザー光強度が高いとき、レーザー航跡波により生じるプラズマ波の振幅が増大し様々な非線形効果が生じる。プラズマ波が低強度であるときは、密度波は個々の電子運動の僅かな変化により形成され、背景プラズマは流体として静止した状態とみなせる。しかしながら、プラズマ波が高強度となり、プラズマ波の高密度部と低密度部の比が背景プラズマの密度に近づくと、密度波の形成にプラズマの流体としての運動が無視できなくなってくる。レーザー航跡波の場合、プラズマ波の励起源は光速で移動するため、静電力は光速で移動する波頂を作ろうとする一方で、慣性力は流体をその場に留めようとする。Wave Breaking[2] はこの力のバランスが崩れ、航跡波の波頂を構成する流体要素が (レーザー光とともに移動する座標からみて) 後方に流出する現象で

ある。Wave Breaking は航跡波の乱流化を引き起こし、またこの際に航跡波に伴う電場に補足される電子群が生成されることが知られている [4](図 4.1a)。またレーザー光が高強度であるとき、レーザー光により電子の排斥される効果と、プラズマ中の光波の位相速度の密度依存性により低密度部へ光波が回折する効果によって、プラズマ中を光波が自律的に収束する正のフィードバックが起こる。この効果によりレーザー空洞が形成されるが、この効果がさらに強くなると、レーザー空洞が泡のようになり空洞と背景プラズマの境界がより明確になる状態が生じ、Bubble regime[5]と呼ばれる (図 4.1b)。



(a) レーザーにより生成した Wake 波の密度分布、レーザー右方向に進行している。後方の Wake 波が Wave breaking をおこなっている様子がみられる [2]。



(b) Bubble regime における電子分布。レーザー光は右方向に進行している。レーザー光のにより電子が排斥され空洞を作り出している。緑、赤で表されている部分は加速電場に捉えられた電子を表す。 [5]。

図 4.1. レーザー航跡波の非線形効果

## Transverse Wave Breaking

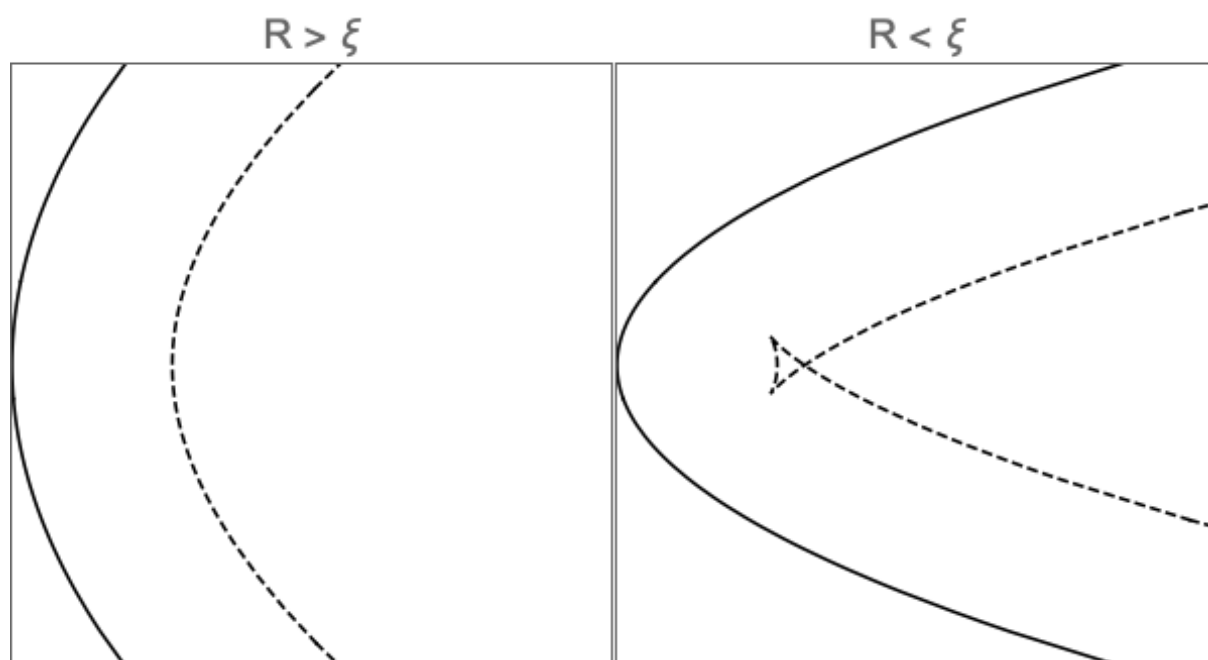


図 4.2. Transverse Wave Breaking モデル。黒線は Wake 波の等位相面、黒破線はそれに振動の変位  $\xi$  を加えたもの。左図は  $R > \xi$ 、 $R < \xi$  の条件を表す。

Wave Breaking の原理として提唱されている Transverse Wave Breaking[2] では以下のような原理が述べられている。電子は Wake 波の等位相面に対し垂直な運動をしている。このとき、等位相面が湾曲すると、曲率の大きい部分で電子の軌道が交差する。これにより振動中心に戻らなくなる電子が生じるため、Wake が崩壊する。このモデルでは、Wake 波を構成する電子の振動の変位  $\xi$  と 等位相面の曲率半径  $R$  の比  $\xi/R$  が主要なパラメータとされる。図 4.2 に示すように  $\xi/R > 1$  のとき軌道の交差がおきることがわかる。

### 4.2.3 Flying mirror

レーザー航跡波は密度波であり、十分な強度の航跡波は高密度部分において光を反射することができると考えられる。このため、レーザー航跡波を光速に近い速度で運動する鏡として利用することが考えられ、Flying mirror と呼ばれている [2]。Flying mirror は光波のパルスを圧縮し、波長を短くすることができると考えられている。また加速する Flying mirror を作ることでさらに興味深い研究が提案されている。理論上、加速運動する系には事象の地平線が発生する。事象の地平線とはその境界の向こう側からの情報が光速で伝達されたとしても伝わらなくなる境界であり、ブラックホールの中心部に存在するとされる。ホーキング放射とは事象の地平線の境界付近で対生成した光子の片方が事象の地平線の向こう側にいくため、対消滅できなくなった光子が事象の



地平線から放出される現象であり、ホーキング博士によりメカニズムとして予想された [6]。ホーキング放射と同様の理論で加速する系からは全方位から加速度に応じた輻射が見えるという現象が予測され Unruh 効果と呼ばれている [7]。これらの現象は理論的にもまだ見解がわかれており、存在自体まだ見解のわかれていないブラックホールの内部で起きる現象のため、実験的な検証もまだ行われていない。ただし加速する系を作り出し類似の現象を確認できる可能性が提案されており、P. Chen et al. により加速する Flying mirror によりホーキング放射の研究を行う提案がなされている [3]。

#### 4.2.4 レーザー航跡波の構造スケールの背景密度依存性

レーザーによりできる空洞の空間スケールは、レーザー軸に対し垂直方向についてはフィラメント不安定性 [8]、鉛直方向については変調不安定性 [9] により、両者ともプラズマ波長  $2\pi c/\omega_p$  程度に調節されることが知られている。このため前章の双極渦構造と同様に、レーザー航跡波もまた、密度勾配をもつプラズマを進入する際に動的な構造スケールの変化を受けると考えられる。また集光により、レーザー光波の垂直方向のスケールは動的に変化するため、通常は光波の空間スケールは空洞の空間スケールと一致せず、前者が後者より大きい場合フィラメンテーションが起これ、レーザー光波はプラズマ波長の幅の光波に分割される [10]。逆に前者が後者よりも小さい場合、レーザー光のエネルギーがレーザー空洞内の一部に集中し、レーザー空洞内に捉えられた電子に対するレーザー光波による直接加速 (DLA) [5] の効果が小さくなると考えられる。このように、構造スケールに着目すると、集光によるスポット径の変化と密度勾配によるプラズマ波長の変化が等しくなるような密度勾配をレーザーが進行するとき、最も効率よくレーザー航跡波を生成できると予想できる。

### 4.3 二次元 PIC による非一様密度分布をもつプラズマ中のレーザー航跡場の伝播計算

密度勾配による位相速度のコントロール、及びレーザースポット径と構造長のマッチングの効果を検討するため 2 次元 PIC シミュレーションコード EPOCH2D [5] による検討を行った。シミュレーション条件を表 4.1 に示す。

表 4.1: シミュレーションセットアップ

<b>シミュレーション領域:</b>	
$x$ 方向長さ ( $L_x$ )	100.0 $\mu\text{m}$
$y$ 方向長さ ( $L_y$ )	100.0 $\mu\text{m}$
メッシュサイズ ( $N_x \times N_y$ )	3000 $\times$ 1500 meshes
イオン質量 ( $m_i$ )	1836.2 $m_e$
プラズマ電子温度 ( $T_e$ )	1000 eV
<b>レーザー:</b>	
レーザー波長	0.8 $\mu\text{m}$
集光点におけるレーザー強度	$10^{20}$ W/cm <sup>2</sup>
レーザー偏光	P
パルス幅 (FWHM)	70.65 fs
シミュレーション端からの集光距離	600.0 $\mu\text{m}$

$x$  はレーザー進行方向、 $y$  はそれと垂直な方向である。wake の位相速度を調べるため、レーザー光を常に追いかける moving frame を用いた。光速で移動するフレームを用い、レーザー光波が常にシミュレーション領域内に捉えるようにした。

密度分布については、まず密度勾配の効果について調べるため、(a) 一様密度、(b) 単調減少、(c) 単調増加の密度分布を用いた。次に、レーザー光波とレーザー空洞のスケール長のマッチングによる効果を調べるため、集光によるスポット径の変化とプラズマ波長の変化を等しくした密度分布を作成し、これを基準にして、(e) レーザー集光位置の前方に密度のピークをもつ密度分布、(f) 集光位置と密度のピークを一致させた密度分布、(g) 集光位置の後方に密度のピークをもつ密度分布、を用いてシミュレーションを行った。以下に密度分布の導出手順を示す。集光位置からの距離が  $z$  のときのガウシアンビームのスポット径  $w(z)$  は以下の式で表される。

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \quad (4.1)$$

ここで  $z_R$  はレイリー長  $\pi w_0^2/\lambda$  である。ここで  $w_0$  は集光点におけるスポット径、 $\lambda$  はレーザー波長である。 $c$  は光速である。相対論的な効果を含めるとプラズマ周波数  $\omega_p$  は以下の式で表される。

$$\omega_p = \frac{ne^2}{\gamma m \epsilon_0} \quad (4.2)$$

ここで  $n$  は電子密度、 $e$  は単位電荷、 $m$  は電子質量、 $\epsilon_0$  は真空の誘電率、 $\gamma$  はローレンツ因子である。プラズマ波長  $\lambda_p$  は  $2\pi c/\omega_p$  なので、 $\lambda_p$  と  $n, \gamma$  の関係がこの式より求まる。ローレンツ因子  $\gamma$

とレーザー強度  $I$  の関係は以下の式から求められる。

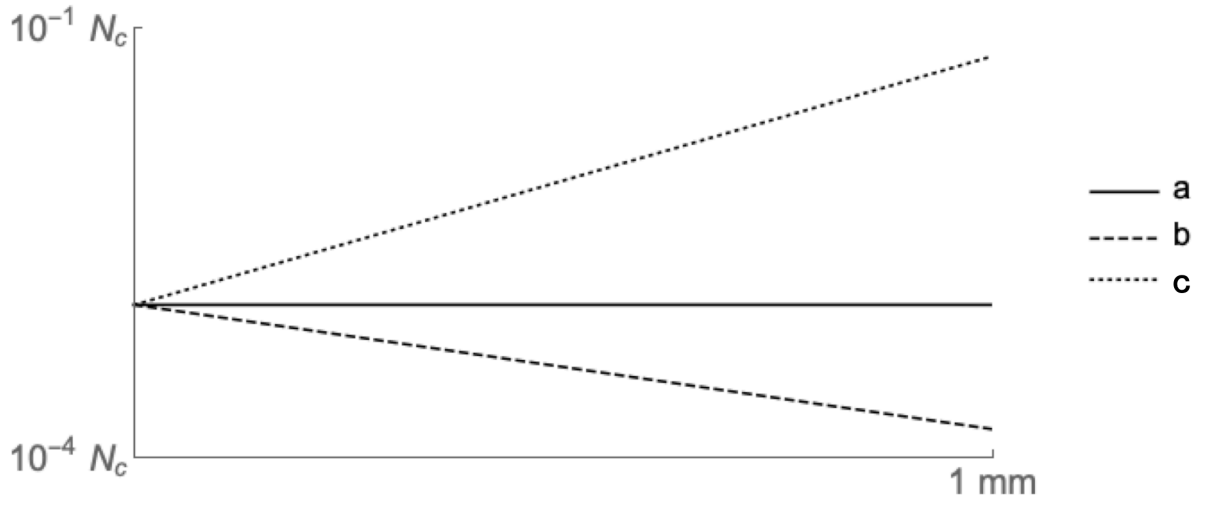
$$\gamma = \sqrt{\left(1 + \left(\frac{e}{mc\omega_L}\right)^2 \cdot \frac{I/c}{\epsilon_0}\right)} \quad (4.3)$$

ここで  $\omega_L$  はレーザーの周波数である。これらの式から電子密度  $n$  とレーザー強度  $I$ , プラズマ波長  $\lambda_p$  の関係が求まる。集光位置からの距離が  $z$  におけるスポット径と集光強度は式 4.1 から求まるので  $\lambda_p$  に  $w(z)$  を代入することで、スポット径の変化とプラズマ波長の変化を等しくした密度分布  $n(z)$  が求まる。 $n(z)$  は以下のような式となる。

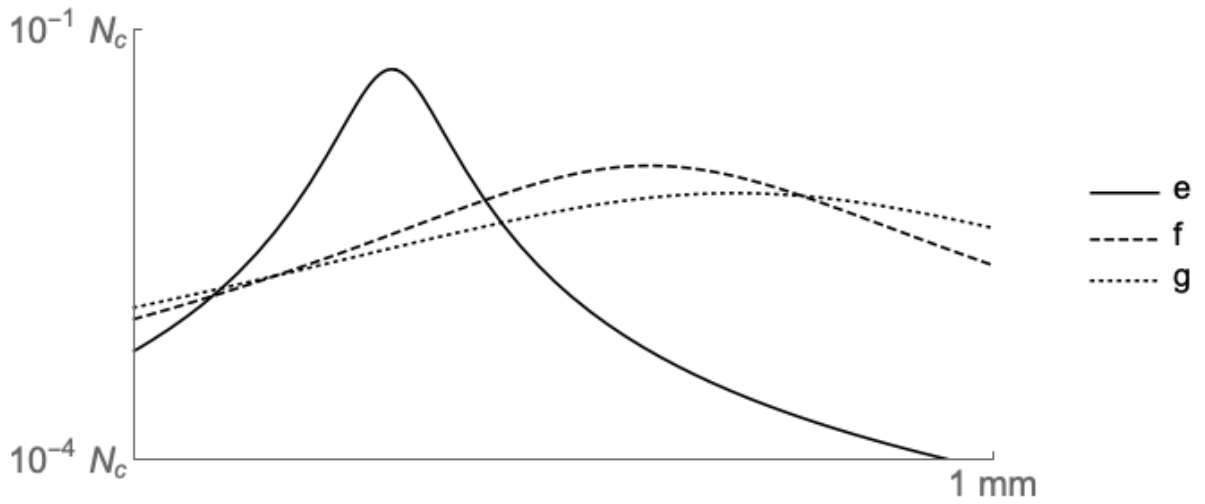
$$n(z) = \frac{m\epsilon_0}{e^2} \left(\frac{2\pi c}{w(z)}\right)^2 \quad (4.4)$$

ここで  $w(z)$  は式 (4.1) である。

シミュレーションで用いた図 4.3 に電子密度分布を示す。



(a) 単調電子密度分布。a. 一様分布、b. 単調増加、c. 単調減少



(b) ガウシアン型電子密度分布。密度分布 f の極大がレーザー集光位置を表す。

図 4.3. 初期密度分布。(a) は単調密度分布、(b) はガウシアン型密度分布を表す。

具体的には  $n(z)$  の式は以下のようなものを用いた。

$$n_{\text{flat}}(z) = 0.002N_c \quad (4.5)$$

$$n_{\text{grad}}(z) = 0.002N_c \exp(4 \times 10^3 z) \quad (4.6)$$

$$n_{\text{inv}}(z) = 0.002N_c \exp(-2 \times 10^3 z) \quad (4.7)$$

$$n_{\text{gauss}}(z) = \frac{3.81 \times 10^2 4 \sqrt{1 + \frac{23.98}{1.24 \times 10^7 z^2 + 1}}}{1.24 \times 10^7 z^2 + 1} \quad (4.8)$$

ここで  $n_{\text{flat}}$  は一様密度分布、 $n_{\text{grad}}$  は増加密度分布、 $n_{\text{inv}}$  は減少密度分布、 $n_{\text{gauss}}$  はガウス型密度分布である。

### 4.3.1 電子密度の時空図

航跡波の位相速度を明瞭にするため、シミュレーション結果から時空図を作成した。時空図の作成例を図 4.4 に示す。まず各時刻から、レーザー軸にそった一次元の密度分布を取得し、これらを縦に並べることで、二次元の時空図を取得した。時空図の横軸はレーザー軸方向の距離を表し、縦軸は時間を表す。シミュレーションフレームは光速で移動しているため、時空図において時間軸に並行な直線は光速を表す。またこの時空図で右、左に曲がる線はそれぞれ加速、減速に対応する。

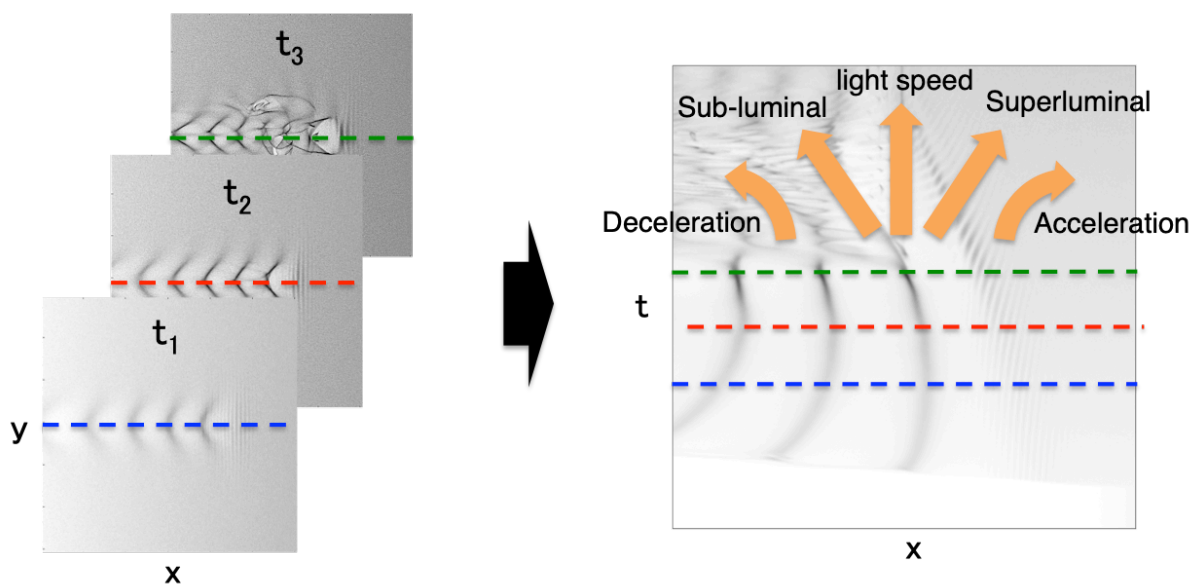


図 4.4. 電子密度の時空図の作成例。

### 4.3.2 単調密度分布中のレーザー航跡波の伝播

図 4.5 に真空中の光波の時間発展および、密度分布を示す。横軸はレーザー入射面からとった鉛直方向の距離を表す。上図には各時間におけるレーザー光波の電場分布（赤青）と密度分布（グレースケール）の空間分布が並べられている。横軸に対する各図の中心位置は各時点におけるシミュレーションフレームの中心位置を表している。上図の縦軸はレーザー軸からの垂直距離を表す。上図の各図の縦方向の長さは縦軸のスケールと対応しているが、横方向の長さは横軸のスケールに対し 2.5 倍に拡大している。下図には、背景プラズマの密度分布が表示されている。縦軸は密度を表す。上手の黒色の破線はシミュレーションの入力パラメータから求めた理想的なガウシアンビームのスポット径の変化を表す。これから、スポット径の変化は理想的なガウシアンビームと一致しており、シミュレーションの条件に問題のないことが分かる。

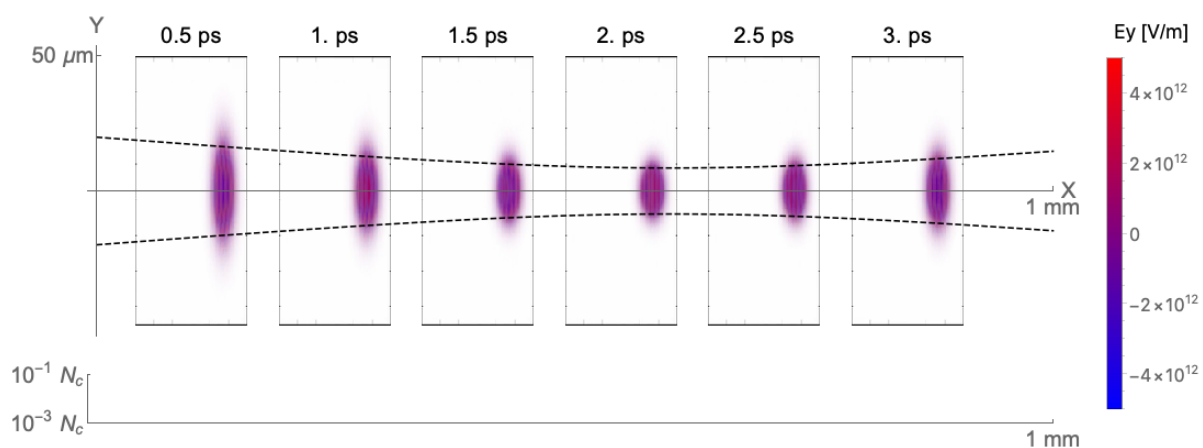
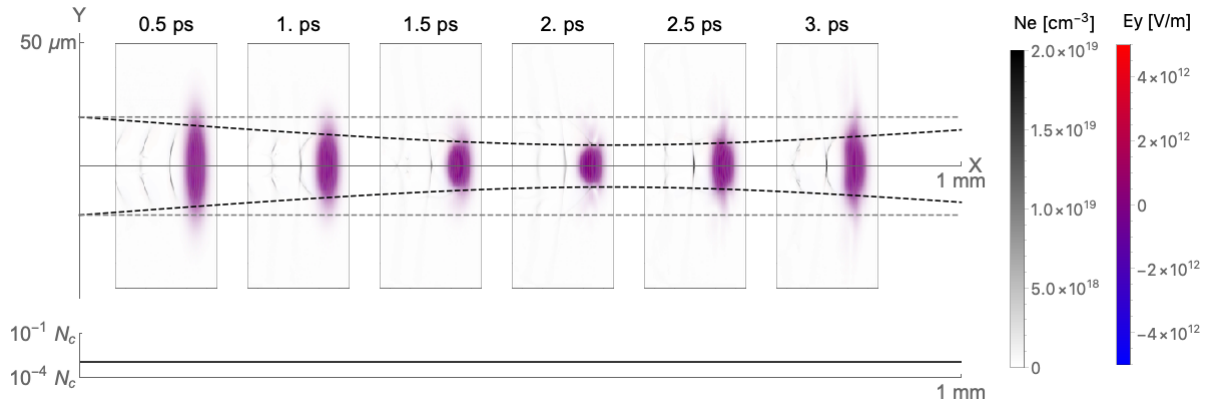
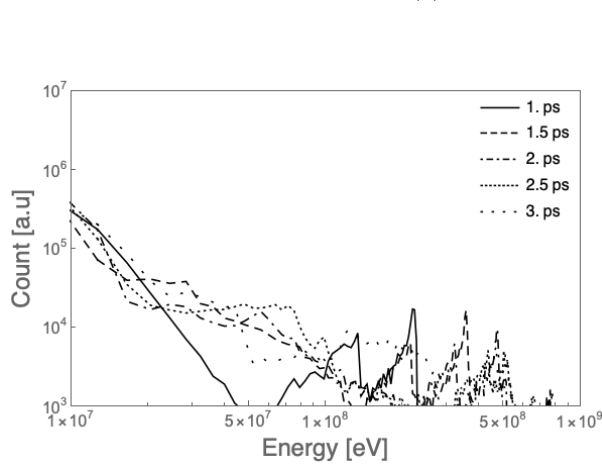


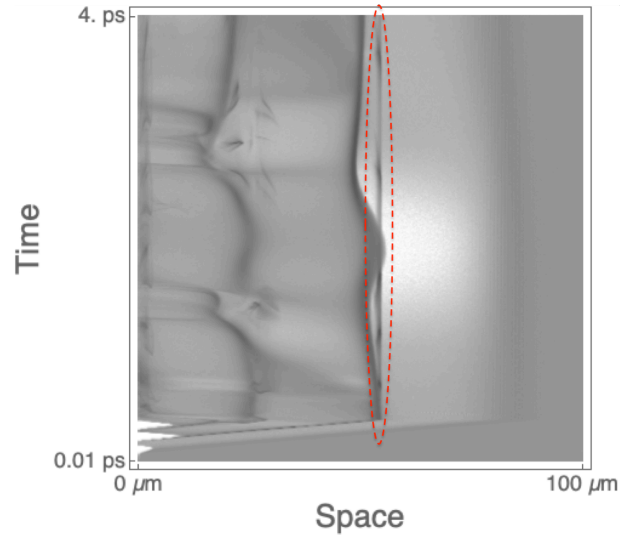
図 4.5. 真空中のレーザー伝播の様子。横軸はレーザー入射面からとった鉛直方向の距離を表す。上図には各時間におけるレーザー光波の電場分布（赤青）と密度分布（グレースケール）の空間分布が並べられている。横軸に対する各図の中心位置は各時点におけるシミュレーションフレームの中心位置を表している。上図の縦軸はレーザー軸からの垂直距離を表す。上図の各図の縦方向の長さは縦軸のスケールと対応しているが、横方向の長さは横軸のスケールに対し 2.5 倍に拡大している。



(a) レーザー電場と密度分布の時間発展



(b) 電子のエネルギー分布の時間発展



(c) 電子密度の時空図

図 4.6. 一様密度分布 ( $1.97 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ) のシミュレーション結果。図 (a) はレーザー電場と密度分布を表す。図 (a) において、灰色の破線の縦の間隔はプラズマ波長を表している。その他は真空の場合と同様である。図 (b) は電子のエネルギー分布を表す。横軸はエネルギー (eV)、縦軸は電子数 (arb. unit) を表す。異なる種類の線はそれぞれ 1 ps, 1.5 ps, 2 ps, 2.5 ps, 3 ps における時刻を表す。図 (c) は前節で述べた手法により作成した時空図であり、点線で囲まれた部分は航跡波の第一波で補足され加速された電子群を表している。

図 4.6 に一様密度分布プラズマの結果を示す。プラズマの密度は  $1.97 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  ( $0.002 N_c$ ) である。この密度におけるプラズマ波長は図 4.6(a) 中の上下の灰色の線の間隔は、この密度におけるプラズマ波長を示しており、このシミュレーションではレーザー入射時のスポット径と等しくなるよう取っている。黒色の破線は、図 4.5 と同様の真空中における理想的なガウシアンビームのスポット径の変化であり、集光は真空のときと同様で背景プラズマによる影響は少ないことが分かる。図 4.6(b) に電子のエネルギー分布の時間発展を示す、1 ps の時点で 300 MeV 付近にピークをもつ Mono-energetic なエネルギースペクトルが見られる。また時間とともにこのピークは高エネルギー側に移動し、2.5 ps では 500 MeV 付近まで加速されていることが分かる。このこ

とは、航跡場形成の初期の段階でレーザー群速度に近い速度をもつ電子が航跡波のポテンシャル井戸に捉えられ、その後継続して加速された結果であると考えられる。図 4.6(c) に電子密度の時空図を示す。この図からプラズマ波長 (約  $30\ \mu\text{m}$ ) の間隔で並んだ密度波が明瞭に見ることができる。この密度波は右側から順に、レーザー光波の先端にできる圧力波 ( $x \sim 80\ \mu\text{m}$ )、航跡波の第一波 ( $x \sim 55\ \mu\text{m}$ )、第二波 ( $x \sim 25\ \mu\text{m}$ ) を表す。先端波と航跡波の第一波の間の密度が希薄な領域がレーザー空洞である。航跡波の位相速度はほとんど光速であり、一定の速度であることが分かる。またレーザーの集光にともないレーザー空洞の電子密度が低下し、その付近で航跡波の位相速度のわずかな加速と減速が見られる。航跡波の第一波の付近で時間軸に平行な直線状の高密度領域として、加速電場に捉えられた電子群 (図中、点線で囲まれた部分) が見られる。



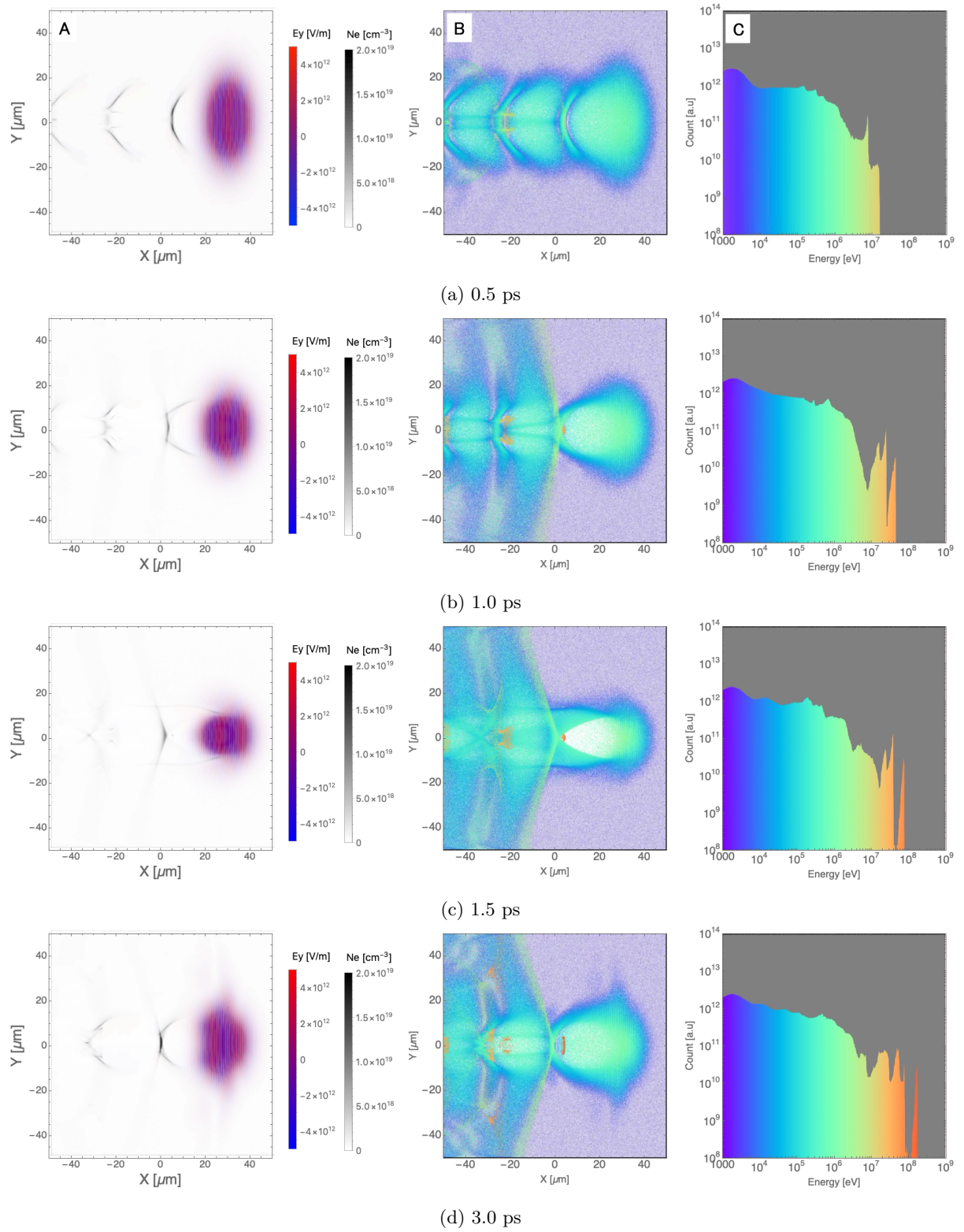
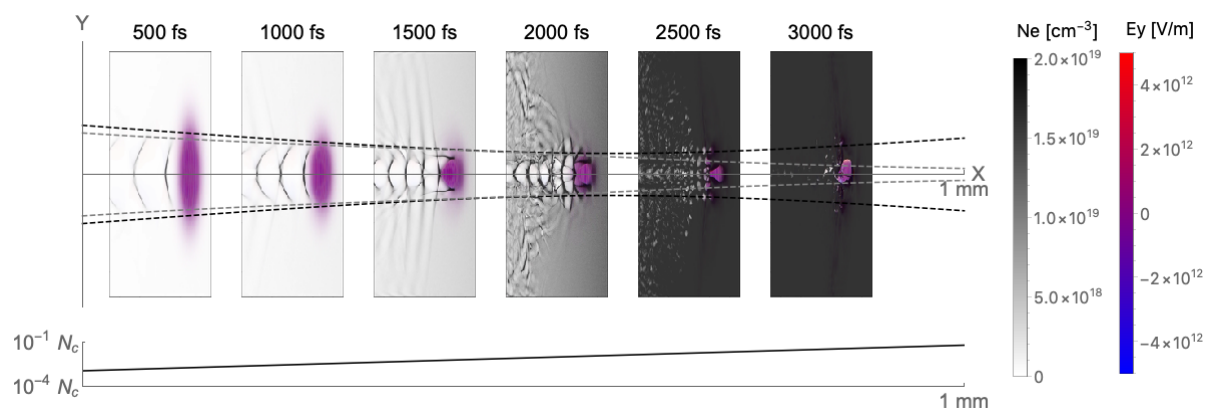


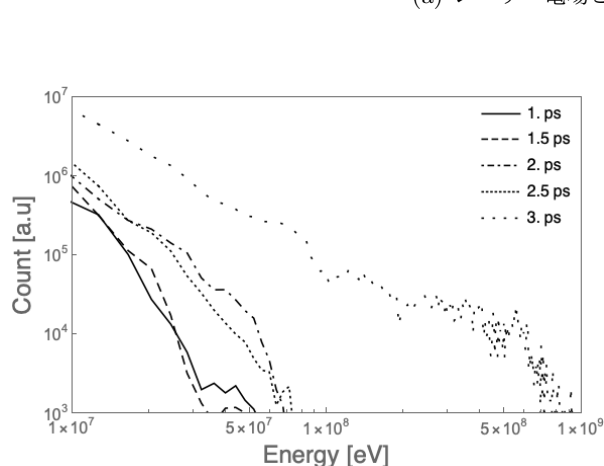
図 4.7. 一様密度分布のシミュレーションにおける各時刻の航跡波の様子。図 A はレーザーと垂直方向の電場分布（赤青）と電子密度分布（グレースケール）を示す。図 B は電子をエネルギーに対応して色付けしたものである。カースケールは図 C と対応している。図 C は電子のエネルギー分布を表す。

図 4.7 に一様密度分布のシミュレーションにおける各時刻の航跡波の様子。図 A はレーザーと垂直方向の電場分布（赤青）と電子密度分布（グレースケール）を示す。図 B は電子をエネルギーに対応して色付けしたものである。カラースケールは図 C と対応している。図 C は電子のエネルギー分布を表す。0.5 ps において、図 4.7(a)-A において、 $x \sim 10 \mu\text{m}$  近傍に見られるように、航跡波の第一波はレーザー進行方向に開いたパラボラ型の形状している。この時点で、図 C にみえるエネルギーのピークは第二波の Wave Breaking により生じた高速電子 (A,B において  $x = -20 \mu\text{m}$  付近) に対応している。1.0 ps (図 4.7(b)) において、第一波の形状がレーザー軸付近でレーザー進行方向への凹み ( $x=0 \mu\text{m}$  付近) が生じ、この凹みの部分がエネルギー分布図で約 40 MeV のピークをもつ Mono-energetic な電子に対応していることが分かる。またこの第一波の上下ウイングに衝撃波のような構造が生じていることが分かる。1.5 ps (図 4.7(c)) において、第一波の前方、赤く示された Mono-energetic 電子群を起点としたパラボラ状に、ほとんど真空に近い領域が現れている。この時、第一波に捉えられた高速電子は 70 MeV 程度まで加速されていることが分かる。3.0 ps (図 4.7(d)) において、再びパラボラ型の航跡波構造が現れる。このとき高速電子は 100 MeV にまで加速される。図 4.6(c) で見られたレーザー集光点付近における位相速度の変化は、航跡波の第一波の形状の変化に伴うことが分かる。

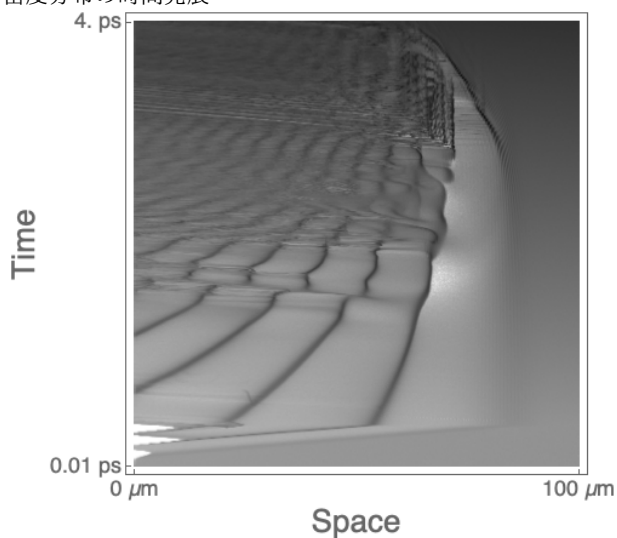
### 4.3.3 増加密度分布中のレーザー航跡波の伝播



(a) レーザー電場と密度分布の時間発展



(b) 電子のエネルギー分布の時間発展



(c) 電子密度の時空図

図 4.8. 正の勾配をもつ密度分布のシミュレーション結果。プラズマの密度分布は  $n_0 \exp(4 \times 10^3 x)$  である。 $n_0 = 1.97 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、 $x$  の単位は  $\mu\text{m}$  である。図 (a) はレーザー電場と密度分布を表す。図 (a) において、灰色の破線の縦の間隔はプラズマ波長を表している。その他は真空の場合と同様である。図 (b) は電子のエネルギー分布を表す。横軸はエネルギー (eV)、縦軸は電子数 (arb. unit) を表す。異なる種類の線はそれぞれ 1 ps, 1.5 ps, 2 ps, 2.5 ps, 3 ps における時刻を表す。図 (c) は前節で述べた手法により作成した時空図である。

図 4.8 に正の勾配をもつ密度分布のシミュレーション結果を示す。プラズマの密度分布は  $n_0 \exp(4 \times 10^3 x)$  である。 $n_0 = 1.97 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、 $x$  の単位は  $\mu\text{m}$  である。図 4.8(a) から、初期は安定な航跡波が生成されている。レーザーの進行とともにプラズマ密度が高くなるため、灰色の破線の上下の感覚で表されるプラズマ波長が短くなっており、プラズマ波長に近い大きさのレーザー空洞が形成されていることが分かる。図 4.8(b) の電子エネルギー分布をみると、2.5 ps までは、一様密度分布のときのような Mono-Enegetic な電子群の生成は見られず、電子加速が起こっていないことが分

かる。しかし、3.0 ps において急激にブロードな分布をもつ高エネルギー電子が出現していることが分かる。このときのエネルギー分布は指数 2 の冪乗則に近く、乱流化した航跡波により生成される電子のエネルギー分布が指数 2 の冪乗則になるという Yao. Li, et al., の結果 [10] と一致する。図 4.8(c) の時空図をみると、航跡波の位相速度は光速を超えており、レーザーが高密度に進行するにつれ減速し光速に近づいている。このことから、初期の電子加速が生じない要因は、航跡波の位相速度が光速を超えているために、加速電場により継続的な加速を受ける電子が存在しないためであると考えられる。

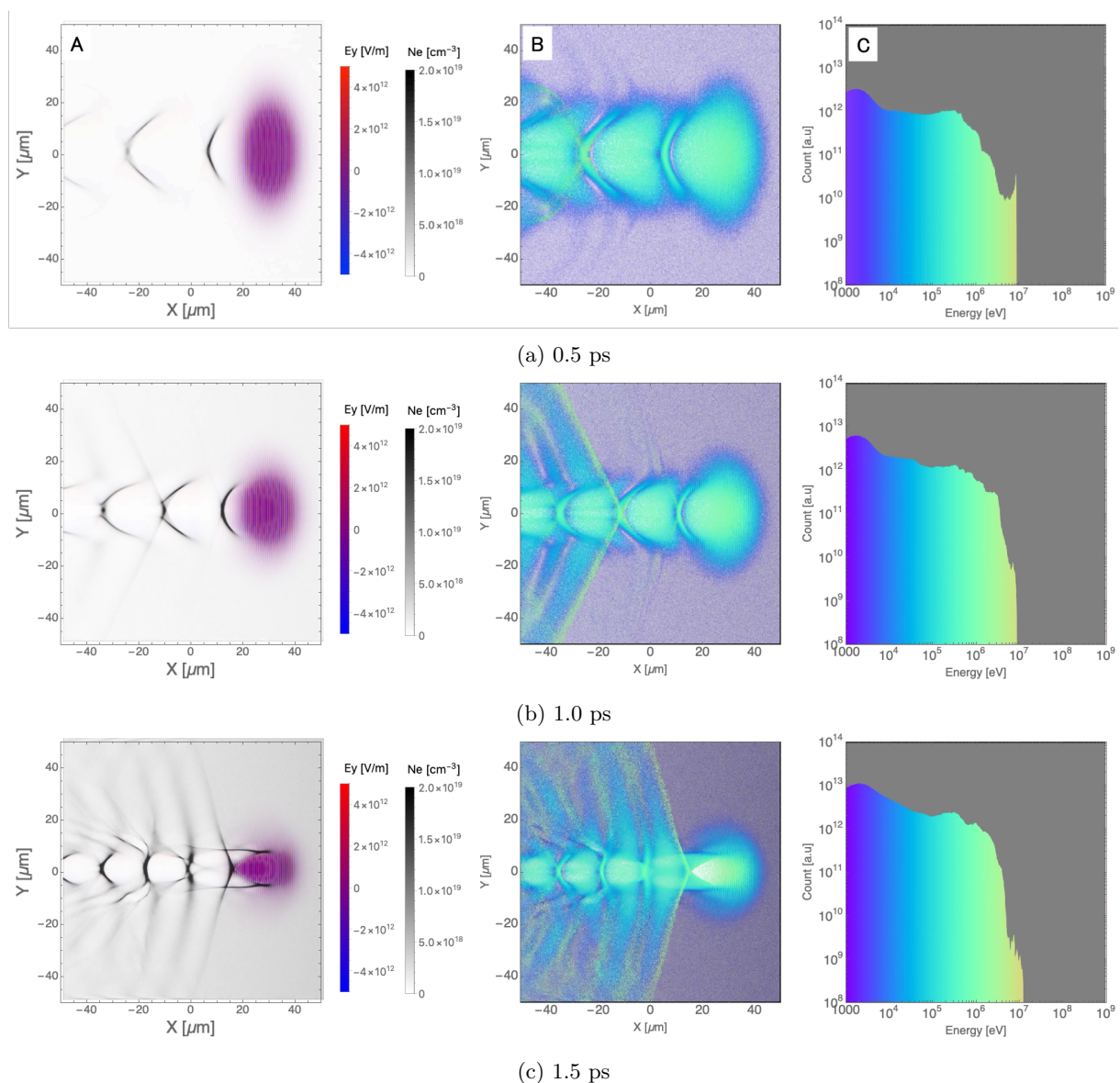
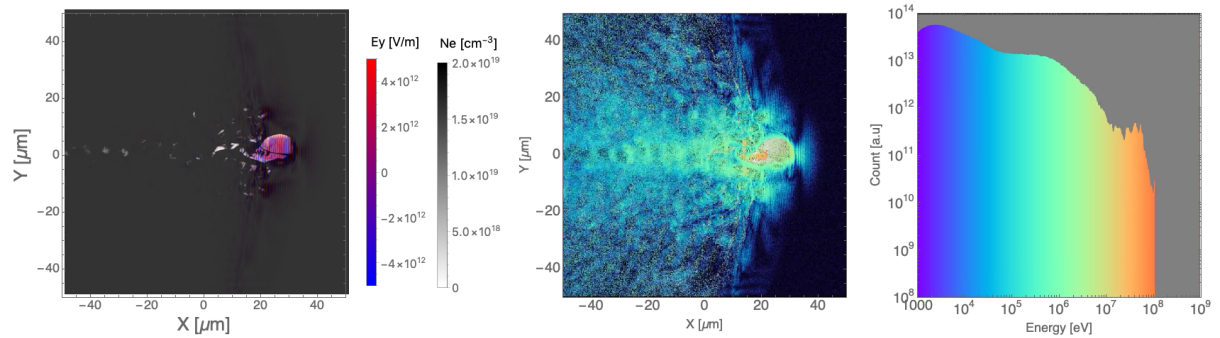
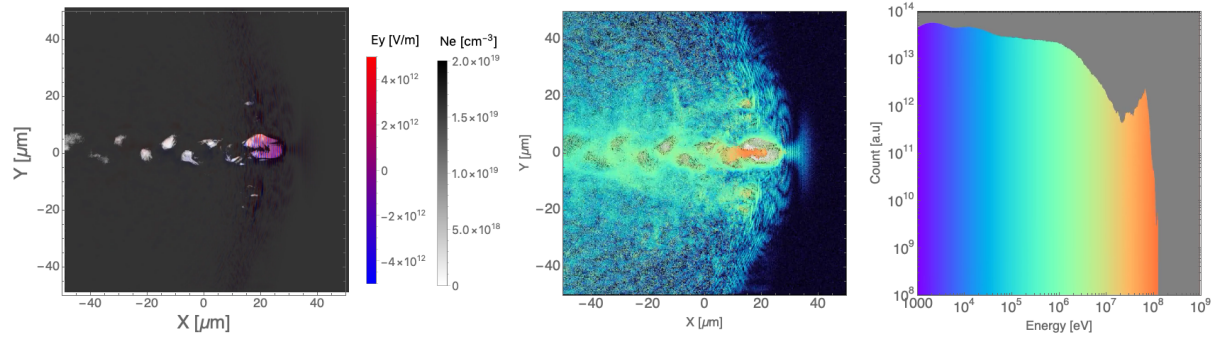


図 4.9. 正の密度勾配をも密度分布における、0.5 ps, 1 ps, 1.5 ps における航跡波。図 A はレーザーと垂直方向の電場分布（赤青）と電子密度分布（グレースケール）を示す。図 B は電子をエネルギーに対応して色付けしたものである。カラスケールは図 C と対応している。図 C は電子のエネルギー分布を表す。

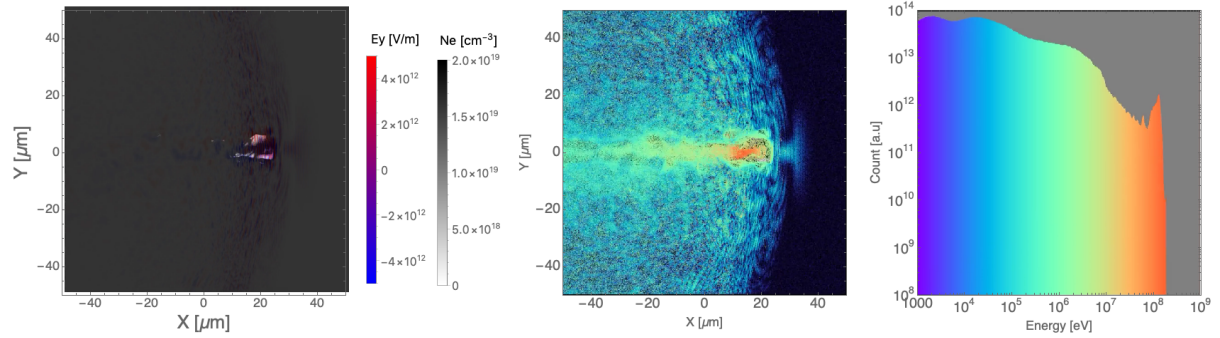




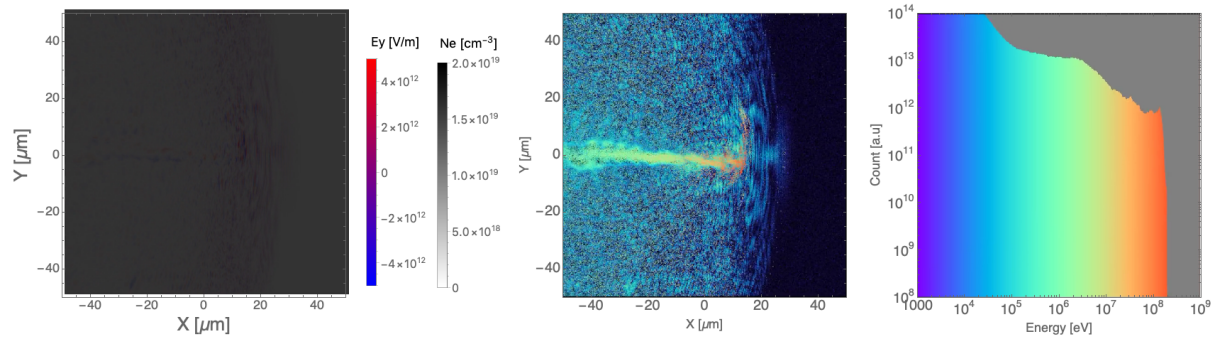
(a) 3.0 ps



(b) 3.25 ps



(c) 3.5 ps



(d) 4.0 ps

図 4.10. 正の密度勾配をも密度分布における、3 ps, 3.25 ps, 3.5 ps, 4 ps における航跡波。図 A はレーザーと垂直方向の電場分布（赤青）と電子密度分布（グレースケール）を示す。図 B は電子をエネルギーに対応して色付けたものである。カラスケールは図 C と対応している。図 C は電子のエネルギー分布を表す。図 と比べ密度が上昇しているため、背景が濃くなっている。

図 4.3.3、4.10 に正の密度勾配をも密度分布における、3 ps, 3.25 ps, 3.5 ps, 4 ps における航跡波を表す。図 A はレーザーと垂直方向の電場分布（赤青）と電子密度分布（グレースケール）を示す。図 B は電子をエネルギーに対応して色付けしたものである。カラースケールは図 C と対応している。図 C は電子のエネルギー分布を表す。図 と比べ密度が上昇しているため、背景が濃くなっている。0.5 ps ～ 1.5 ps (図 4.3.3) から、航跡波の波長が電子密度の上昇とともに短くなっていることが分かる。また、一様密度のときと同様に Wave Breaking や、レーザ空洞の形状の変化、衝撃波の形成が起こっている。しかしながら、Mono-energetic な電子群は見られない。この原因は先に述べてあるとおり、航跡波の位相速度が光速を超えているためと考えられる。3.0 ps(図 4.10(a)) において、レーザー空洞の Bubble regime への移行が見られ、空洞の内部で 50 MeV 程度の Mono-energetic な電子群が生じていることが分かる。3.25 ps (図 4.10(b)) において、レーザー空洞の後方に約 10  $\mu\text{m}$  間隔でカルマン渦が生成している。またカルマン渦の発生は 3.0 ps から 3.5 ps の間の短い時間にのみ見られている。カルマン渦は流体の流れにある範囲の大きさの障害物があるときに障害物の後ろに発生する渦列であり、図 4.10(b) の場合、レーザー光による電子の排斥作用が、流体の流れの中の障害物と同様の作用をもたらしていると考えられる。カルマン渦の生成は流体の慣性力と粘性力の比の目安であるレイノルズ数がある値以上になると発生することが知られている。レイノルズ数  $R_e$  は次の式で表される。

$$R_e = \frac{\rho u L}{\mu} \quad (4.9)$$

ここで  $\rho$  は密度、 $u$  は流速、 $L$  は障害物の特性長さ、 $\mu$  は粘性係数である。本シミュレーション条件の場合、 $u$  は光速、 $L$  はレーザーの空洞径であり、また  $\mu$  は衝突および電磁気的な結びつきを含めたプラズマの実行的な粘性が当てはまる。式 (4.9) から、背景密度の増加によりレイノルズ数が増加することが分かる。このことから図 4.10(b) で見られるカルマン渦の発生は、プラズマの背景密度の増加によりレイノルズ数の増加、すなわち慣性力の効果が増大したため、カルマン渦の発生する条件が満たされたためと考えられる。3.0 ps 時点の平均電子密度は  $0.016N_c$ 、3.25 ps 時点で  $0.022N_c$  であり、この条件では背景電子密度が  $0.02N_c$  付近でカルマン渦の発生が見られている。またカルマン渦の特性は以下の式に示す Strouhal 数により表され、多くのレイノルズ数で約  $St = 0.02$  であることが知られている [12]。

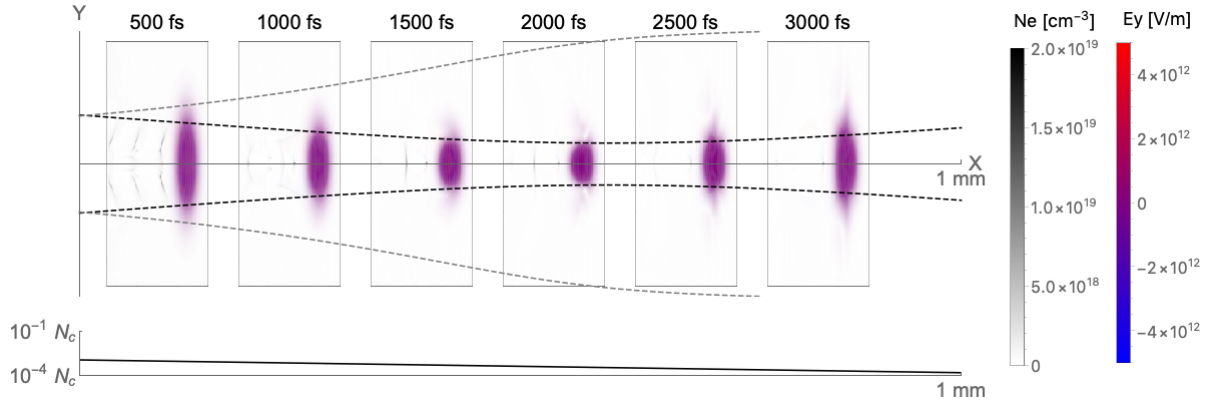
$$St = \frac{fD}{U} \quad (4.10)$$

ここで  $f$  は渦の剥離の周期、 $D$  は障害物の特性長さ、 $U$  は流速である。多くのレイノルズ数で約  $St = 0.025$  であることが知られている [12]。(図 4.10(b)) より、 $D=5 \mu\text{m}$ ,  $f = c/(20 \mu\text{m})$ ,  $U = c$  と見積もることができる。ここで  $c$  は光速である。これから  $St = 0.02$  となり、カルマン渦に特徴的な値であることが分かる。

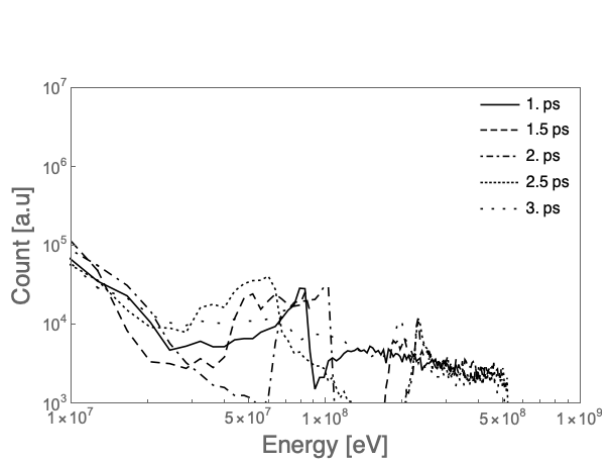
また 3 章で述べたように、電子流体の渦のスケールは背景プラズマのスキン長程度に調節される効果がある。このためにカルマン渦のスケールが背景プラズマのスキン長と一致する条件でカルマン渦が安定すると考えられる。図 4.10(b) の背景プラズマ密度からスキン長を計算した結果、

0.6  $\mu\text{m}$  となり、観測されたカルマン渦の径 6  $\mu\text{m}$  と一致しなかった。また密度の低下の効果を含めるため、図 4.10(b) のカルマン渦の一つの中心の密度を用いてスキン長を計算しても 1.2  $\mu\text{m}$  程度となった。このため、図 4.10(b) の渦は EMHD 渦とは異なった渦であると考えられる。

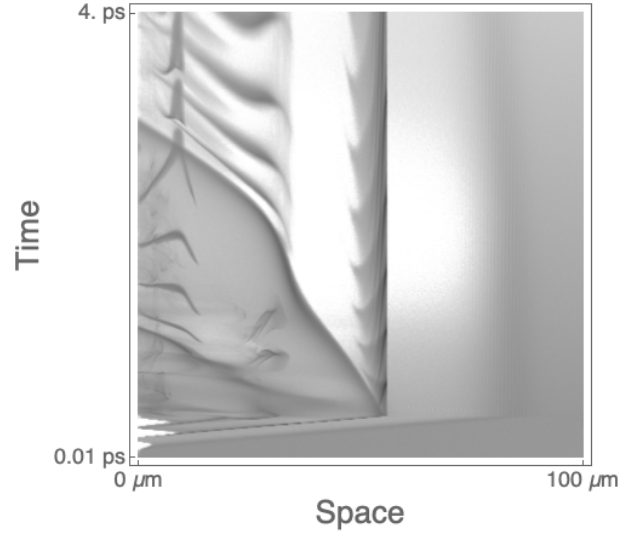
時空図 (図 4.8(c)) のこの時間に対応する点で、Bubble regime への移行に伴いレーザー空洞の中の電子がほとんど排斥されることで、空洞前端の壁が急峻になっていることが分かる。また光速電子の壁の速度が光速以下の位相速度に低下している。これは、Bubble regime においてはレーザー空洞の移動に流体的な運動が伴うために空洞の移動に伴う抵抗が発生するからと考えられる。この時点を境にレーザーの下流側では、静電プラズマ波による周期的な密度構造がかき消され、乱流が支配的になる。3.5 ps(図 4.10(c)) において、Mono-energetic の電子のエネルギーが 100 MeV まで増加している。加速電場が光速以下に低下したため、再び加速を継続的にうける電子群が生じていると捉えられる。一様密度のときの電子群は進行方向の長さが短く、空洞と独立しているのに対し、図 4.10(c) に見られる電子群は、下流部まで連続してつながった形状をしている。これは Wave-Breaking によってレーザー空洞内に捉えられる流体要素は、航跡波の波頂の一部であるのに対して Bubble regime においてはレーザー空洞の下流全体が流体的な運動をしているために継続的にレーザー空洞内の電場による引きずりを受けるためと考えられる。4.0 ps(図 4.10(d)) において、Mono-energetic な電子群が大きく散乱されていることが分かる。これは減速したレーザー空洞の前端と Mono-energetic な電子群との衝突により引き起こされていると考えられる。時空図 (図 4.8(c)) でもこの時点でレーザー空洞の前端と、Mono-energetic な電子群が位置する、レーザー空洞の後端が交差していることが分かる。



(a) レーザー電場と密度分布の時間発展



(b) 電子のエネルギー分布の時間発展



(c) 電子密度の時空図

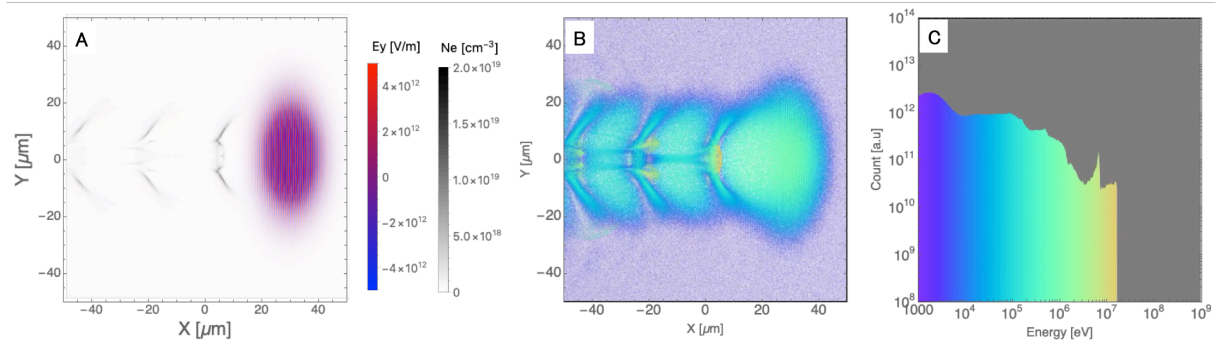
図 4.11. 負の勾配をもつ密度分布のシミュレーション結果。プラズマの密度分布は  $n_0 \exp(-2 \times 10^3 x)$  である。 $n_0 = 1.97 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 、 $x$  の単位は  $\mu\text{m}$  である。

#### 4.3.4 減少密度分布中のレーザー航跡波の伝播

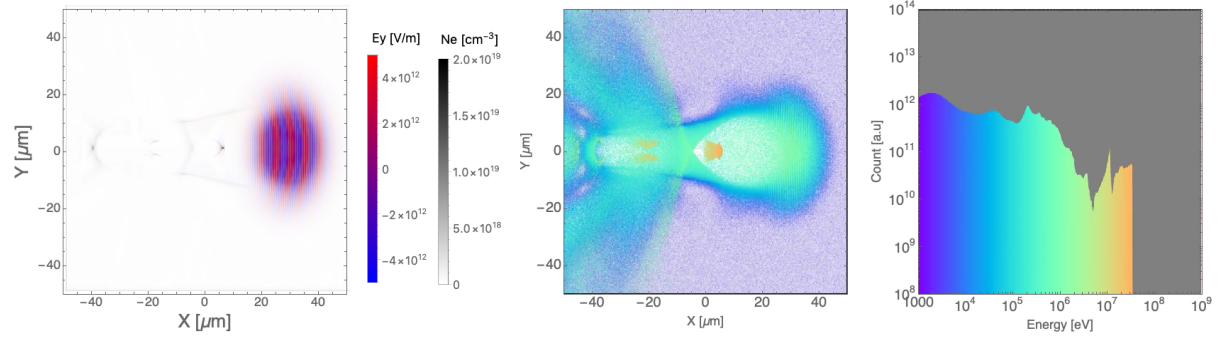
図 4.11 に負の密度勾配をもつ密度分布の結果を示す。図 4.11(b) を見ると、1 ps の時点で 100 MeV 付近にピークをもつ Mono-energetic なエネルギースペクトルが見られる。その後、1.5 ps において電子は 200 MeV 付近にピークが形成され、100 MeV 付近のピークはわずかに高エネルギー側にずれている。その後、100 MeV のピークは低エネルギー側にシフトし、時間がたつにつれブロードになっている。このことは、背景密度の低下によりレーザー空洞が拡大した結果、加速電場の位置が下流側に移動して高速電子の位置から外れ、加速が止まったためと考えられる。図 4.6(c) に電子密度の時空図を示す。時間軸に平行な直線状の高密度領域として、レーザー空洞内に流入した電子群が見られる ( $x \sim 60 \mu\text{m}$  近傍)。一様密度のときと同じように、Wave Breaking によりレーザー軸付近の航跡波の一部が加速電場に捉えられた結果生じた電子群である。またこの



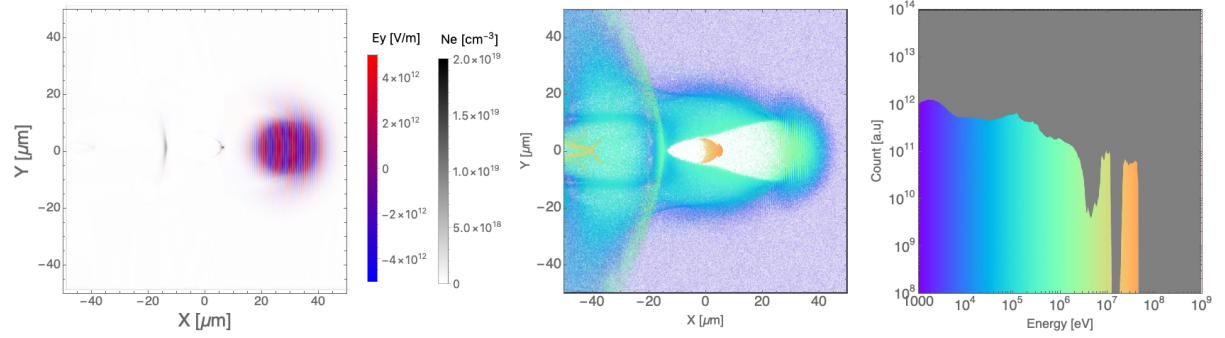
図から、この電子群は周期的な運動をしており、この運動の周期が密度の低下とともに増大していることが分かる Wake の第一波は光速以下の位相速度をもち、レーザー空洞のレーザー軸方向の長さは時間とともに大きくなっている。第一波の位相速度は一様密度のときと同様に、レーザーの集光にともなう位相速度の変化が見られる。



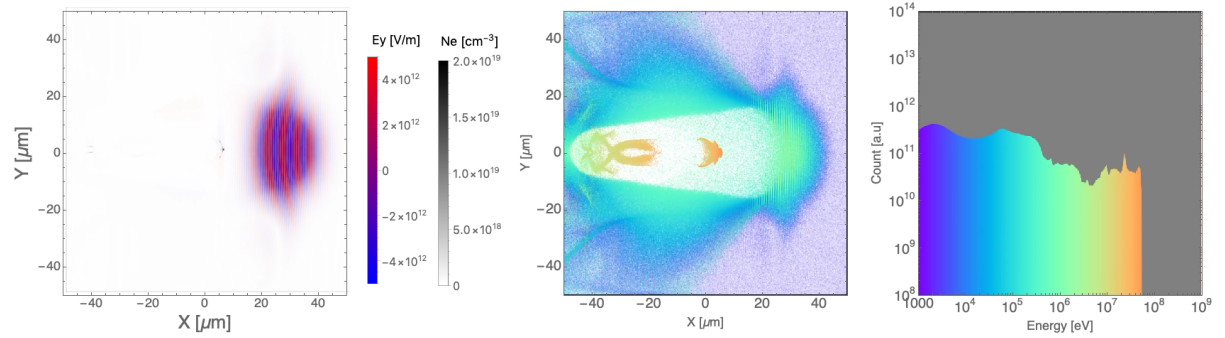
(a) 0.5 ps



(b) 1.0 ps



(c) 1.5 ps

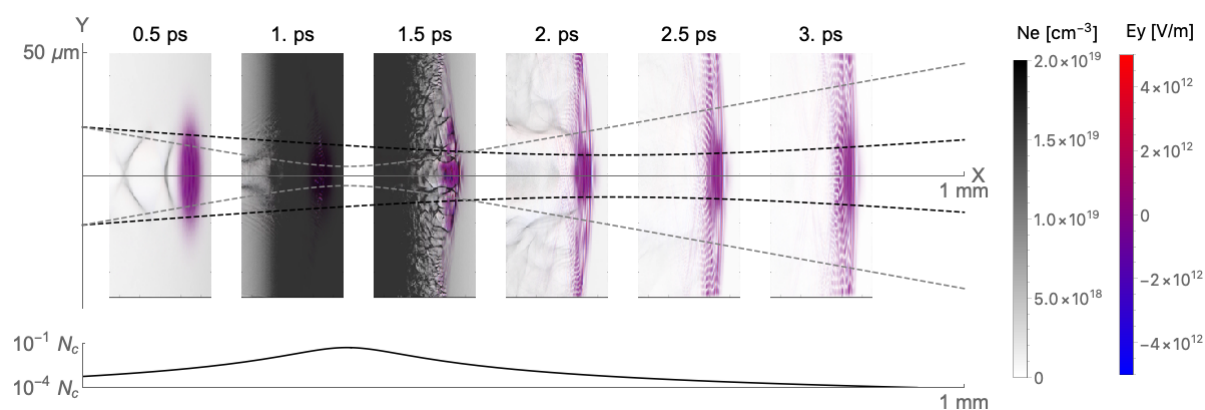


(d) 2.0 ps

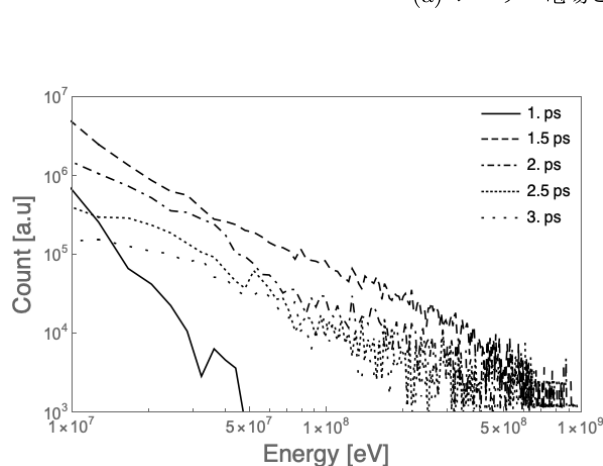
図 4.12. 負の密度勾配をもつ密度分布の 0.5 ps, 1 ps, 1.5 ps, 3 ps における航跡波。図 A はレーザーと垂直方向の電場分布 (赤青) と電子密度分布 (グレースケール) を示す。図 B は電子をエネルギーに対応して色付けしたものである。カラースケールは図 C と対応している。図 C は電子のエネルギー分布を表す。

図 4.12 に各時刻の航跡波を示す。0.5 ps (図 4.12(a))A 及び B において、航跡波の第一波が Wave Breaking を起こし、レーザー軸付近の波の一部が加速電場に捉えられる様子がみえる。1 ps (図 4.12(b)) においてレーザー空洞内に捉えられた電子群を明瞭に見ることができる。レーザー空洞の鉛直方向の長さやレーザー航跡波の波長が増加している。3 ps (図 4.12(c)) において、空洞の拡大の結果、第二波に属する電子群が空洞内に捉えられていることが分かる。第一波に属する電子群は  $5\ \mu\text{m}$  ほどの長さを持っており、第二波に属する電子群は下流側に連続的につながった形状になっている。これは時空図 4.11(c) から明らかである。これは、レーザ空洞の拡大に伴い、空洞の後端が後方に移動する際に、レーザーの後端から継続的に空洞内へ電子が流出するためと考えられる。

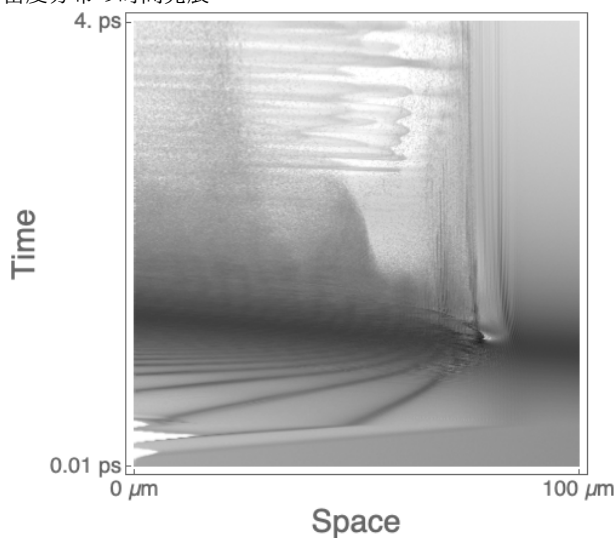
#### 4.3.5 レーザー集光点の手前にピークをもつ密度分布



(a) レーザー電場と密度分布の時間発展



(b) 電子のエネルギー分布の時間発展



(c) 電子密度の時空図

図 4.13. レーザー集光点の手前にピークをもつ密度分布のシミュレーション結果。プラズマの密度分布は集光位置  $300\ \mu\text{m}$  のガウシアンビームのスポット径とプラズマ波長が一致する密度分布である。

図 4.13 にレーザー集光点の手前にピークをもつ密度分布の結果を示す。図 4.13(a) からレーザー光波が高密度領域に進入する前 (0.5 ps) と通過する後 (1.5~2.0 ps) の密度構造のスケールはプラズマ長 (灰色破線) と一致していることが分かる。電子エネルギー分布 (4.13(b)) から、レーザー光波の高密度部への進入によりブロードなエネルギー分布の電子が生成することが分かる。またこのエネルギー分布は正の密度勾配で見られた高エネルギー電子と同様に、指数 2 のべき乗則に従っている。時空図 (4.13(c)) から高密度部に進入する前では、航跡波は超光速の位相速度をもっている。このため正の密度勾配のときと同様に、Mono-energetic な電子の生成が起こっていない。高密度部を通過することで、レーザーの下流は乱流化し、空洞に流出した電子群 (横方向に伸びた構造に相当) が見られる。

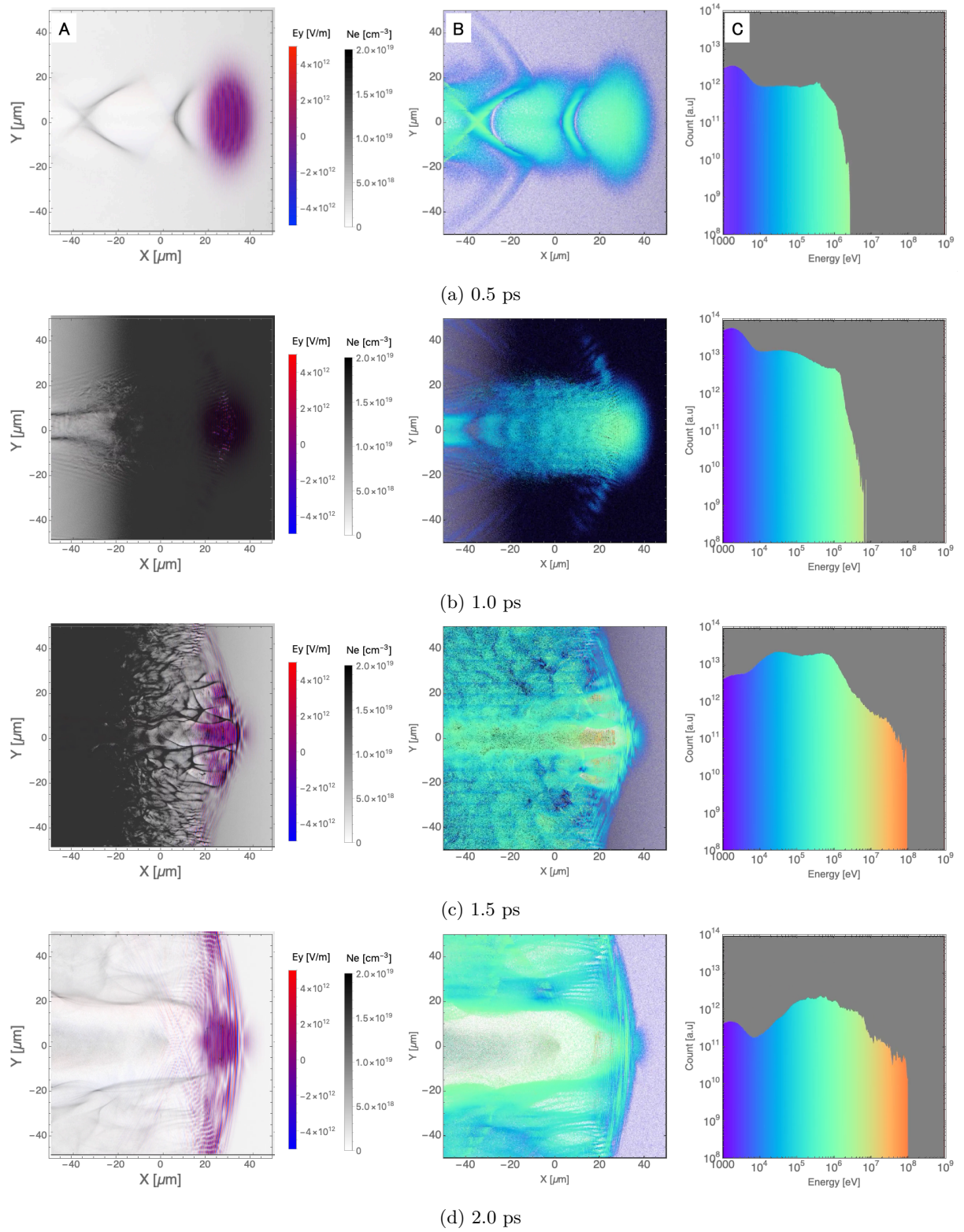


図 4.14. レーザー集光点の手前にピークをもつ密度分布のシミュレーションの 0.5 ps, 1 ps, 1.5 ps, 2 ps における航跡波。図 A はレーザーと垂直方向の電場分布 (赤青) と電子密度分布 (グレースケール) を示す。図 B は電子をエネルギーに対応して色付けしたものである。カラースケールは図 C と対応している。図 C は電子のエネルギー分布を表す。

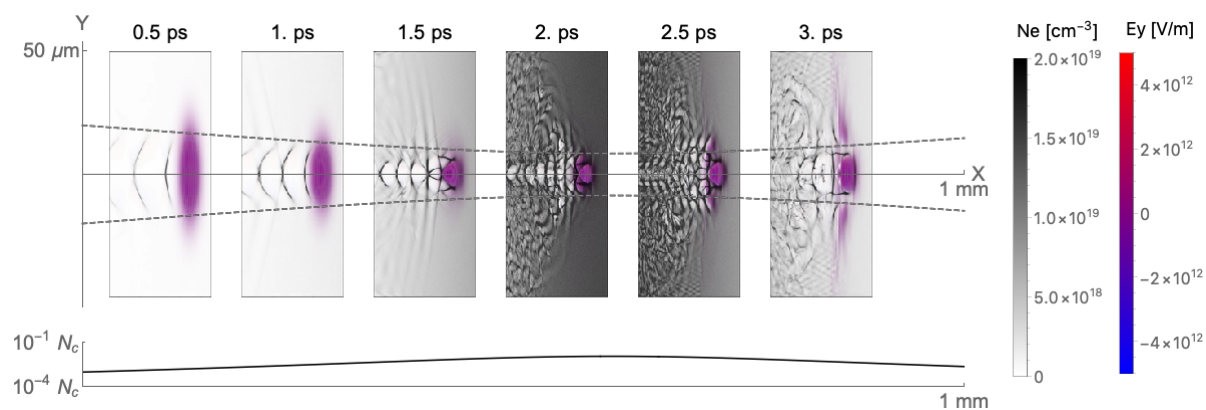
図 4.14 に集光点の手前にピークをもつ密度分布の各時間の航跡波を示す。0.5 ps(図 4.14(a)) において、一様密度同様な航跡波の構造がみられる。正の密度勾配のときと同様に、空洞に流出して加速される電子群は見られない。1 ps(図 4.14(b)) において、高密度領域においてははっきりとしたレーザー空洞が見られないことが分かる。これは、電子の排斥による電子密度の減少よりも、密度勾配による密度の上昇が上回った結果であると推察される。実際、密度勾配が  $\nabla n$  とき、プラズマの反応時間  $1/\omega_p$  の間の電子密度の増加  $\Delta n$  は

$$\Delta n = \frac{\nabla n \cdot c}{\omega_p} \quad (4.11)$$

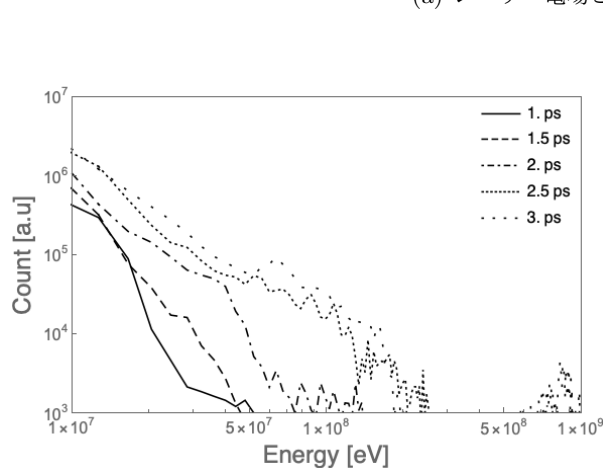
となる。この式から、図 (4.14(b)) の位置の  $\Delta n$  を求めると背景プラズマの 5%程度となった。1.5 ps(図 4.14(b)) において、レーザー空洞の形成がみられ、この形状は径方向に分裂した複数の空洞となっていることが分かる。2 ps(図 4.14(b)) において、進行方向に広がる一つの大きな空洞とその中に捉えられた稀薄な電子群が観察される。



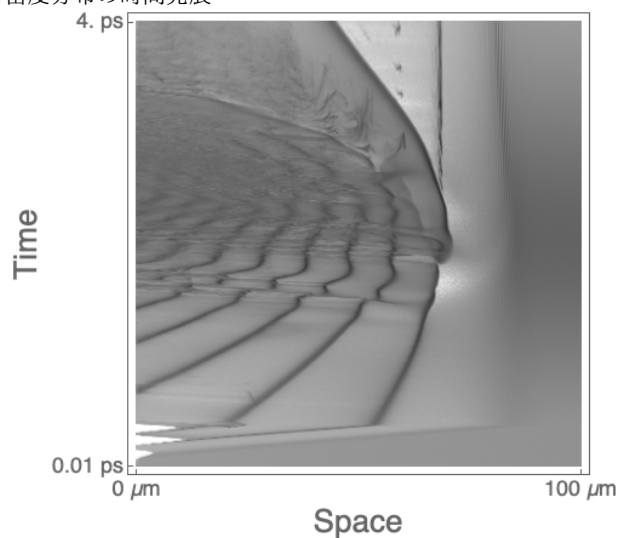
#### 4.3.6 レーザー集光点にピークをもつ密度分布



(a) レーザー電場と密度分布の時間発展



(b) 電子のエネルギー分布の時間発展



(c) 電子密度の時空図

図 4.15. レーザー集光点にピークをもつ密度分布のシミュレーション結果。プラズマの密度分布は集光位置  $300 \mu\text{m}$  のガウシアンビームのスポット径とプラズマ波長が一致する密度分布である。

図 4.13 にレーザー集光点にピークをもつ密度分布の結果を示す。図 4.15(a) から、レーザー空洞の幅がレーザー径よりも小さいことが分かる。このためフィラメント化が起こり、光波が径方向に分割していることが分かる。空洞径とレーザー径のマッチングを狙った電子密度分布であったが、実際には自己収束の効果などによりプラズマ波長がその効果がない場合と比べ短くなっている可能性が考えられる。エネルギー分布図 (図 4.15(b)) から、レーザー光波が上昇勾配にいる間は電子加速はみられず、高密度部に達したときに指数べき乗則分布の高エネルギー電子が発生している。また減少勾配中で、Mono-energetic な電子群が生成している。時空図 (図 4.15(c)) から、航跡波の位相速度が超高速から光速以下の位相速度へと減速する様子が分かる。第二波以降の航跡波は、密度分布のピークを過ぎた後に、乱流によりかき消されている。光波が高密度領域を抜

ける際に空洞に捕獲される電子群が生じていることが分かる。

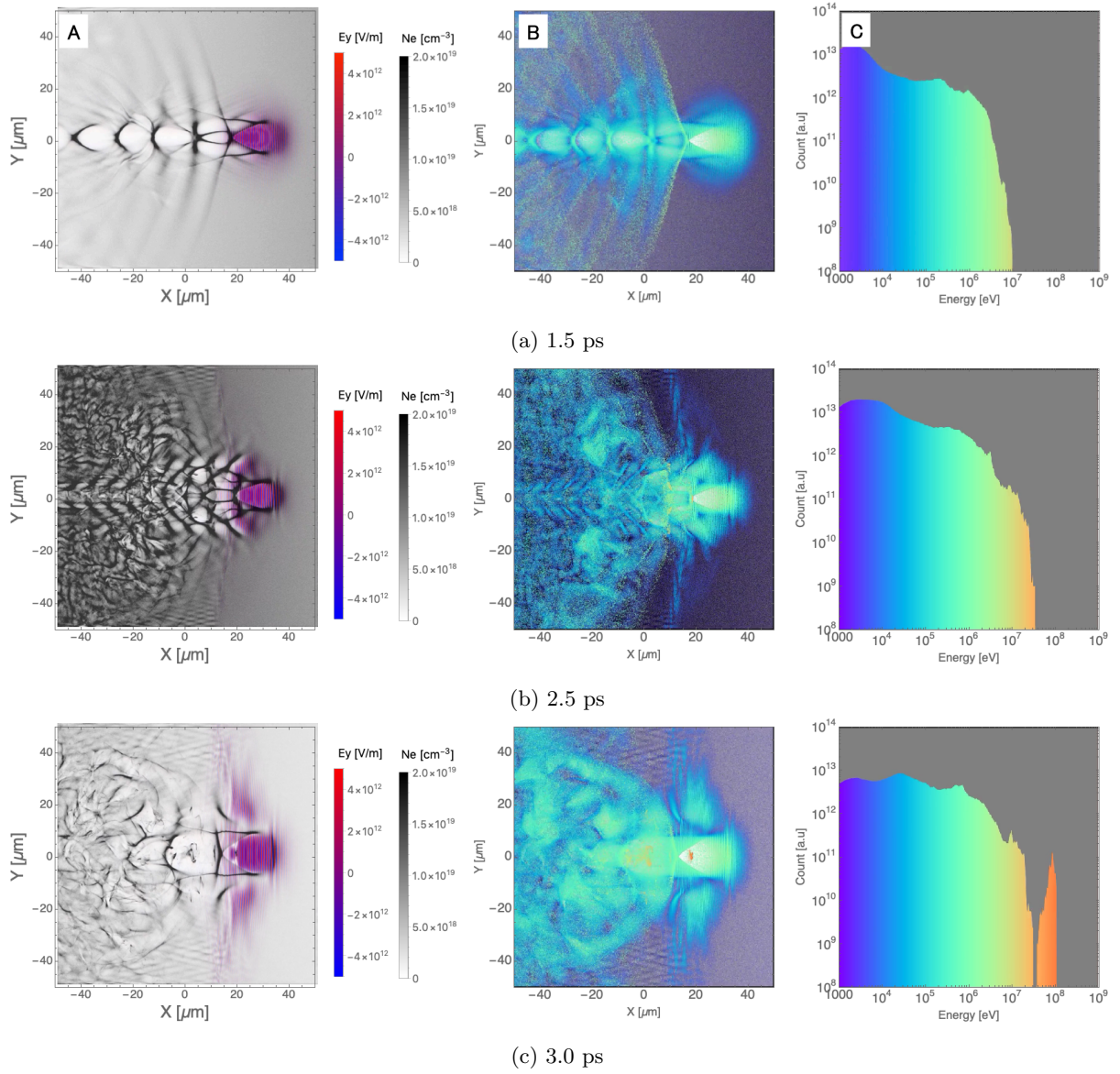
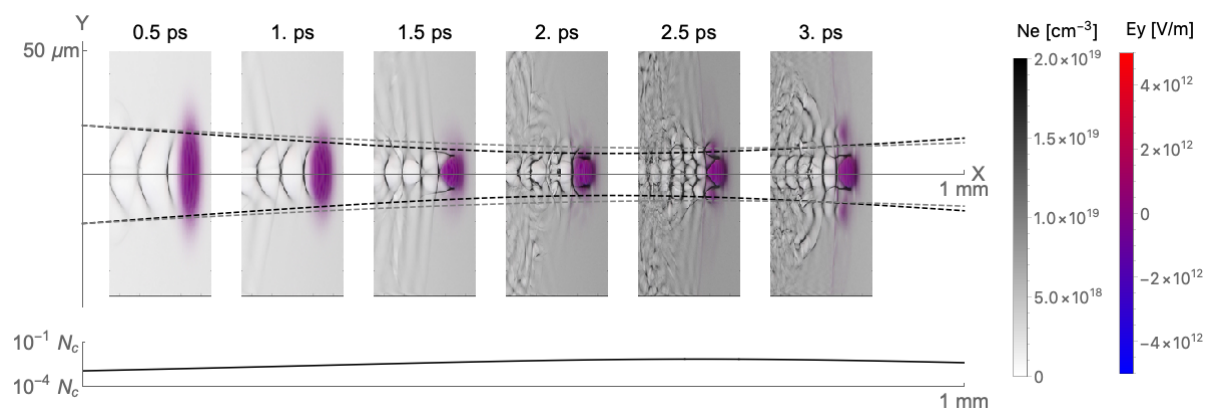


図 4.16. レーザー集光点にピークをもつ密度分布のシミュレーションにおける、1.5 ps, 2.5 ps, 3 ps における航跡波。図 A はレーザーと垂直方向の電場分布（赤青）と電子密度分布（グレースケール）を示す。図 B は電子をエネルギーに対応して色付けしたものである。カースケールは図 C と対応している。図 C は電子のエネルギー分布を表す。

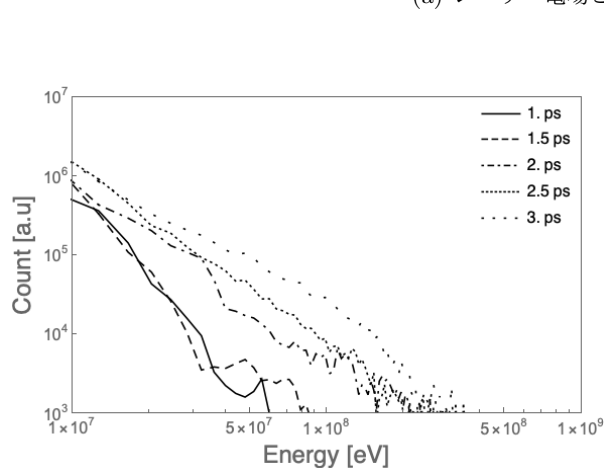
図 4.16 にレーザー集光点にピークをもつ密度勾配をもつプラズマの各時間の航跡波を示す。1.5 ps(図 4.16(a)) において、パラボラ構造の航跡波とうろこ状の衝撃波構造がみられる。これまでの結果と同様に、増加勾配ではレーザー空洞内に束縛される電子は見られない。2.5 ps(図 4.16(b)) において、空洞の分割と乱流化がみられる。3 ps(図 4.16(b)) において、空洞に束縛された電子が生じ、Mono-energetic なエネルギー分布が現れる。



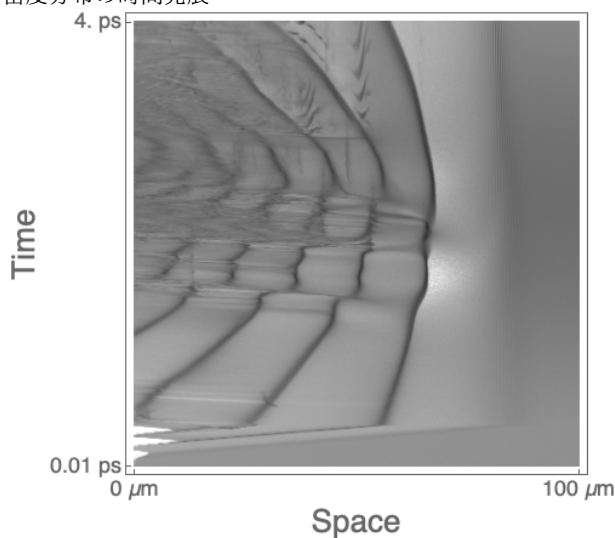
#### 4.3.7 レーザー集光点よりも後ろにピークをもつ密度分布



(a) レーザー電場と密度分布の時間発展



(b) 電子のエネルギー分布の時間発展



(c) 電子密度の時空図

図 4.17. レーザー集光点よりも後方にピークをもつ密度分布のシミュレーション結果。図 A はレーザーと垂直方向の電場分布（赤青）と電子密度分布（グレースケール）を示す。図 B は電子をエネルギーに対応して色付けしたものである。カラースケールは図 C と対応している。図 C は電子のエネルギー分布を表す。

図 4.17 にレーザー集光点よりも遠方にピークをもつ密度勾配をもつプラズマの結果を示す。図 4.17(a) から、レーザー空洞の分裂がこの条件でも見られることが分かる。エネルギー分布図 (図 4.17(b)) から、べき乗則のエネルギースペクトルが見られ、Mono-energetic なエネルギー分布はみられないことが分かる。時空図 (図 4.17(c)) から、超光速から光速以下の位相速度への位相速度の減速が生じており、束縛電子が形成されないことが分かる。

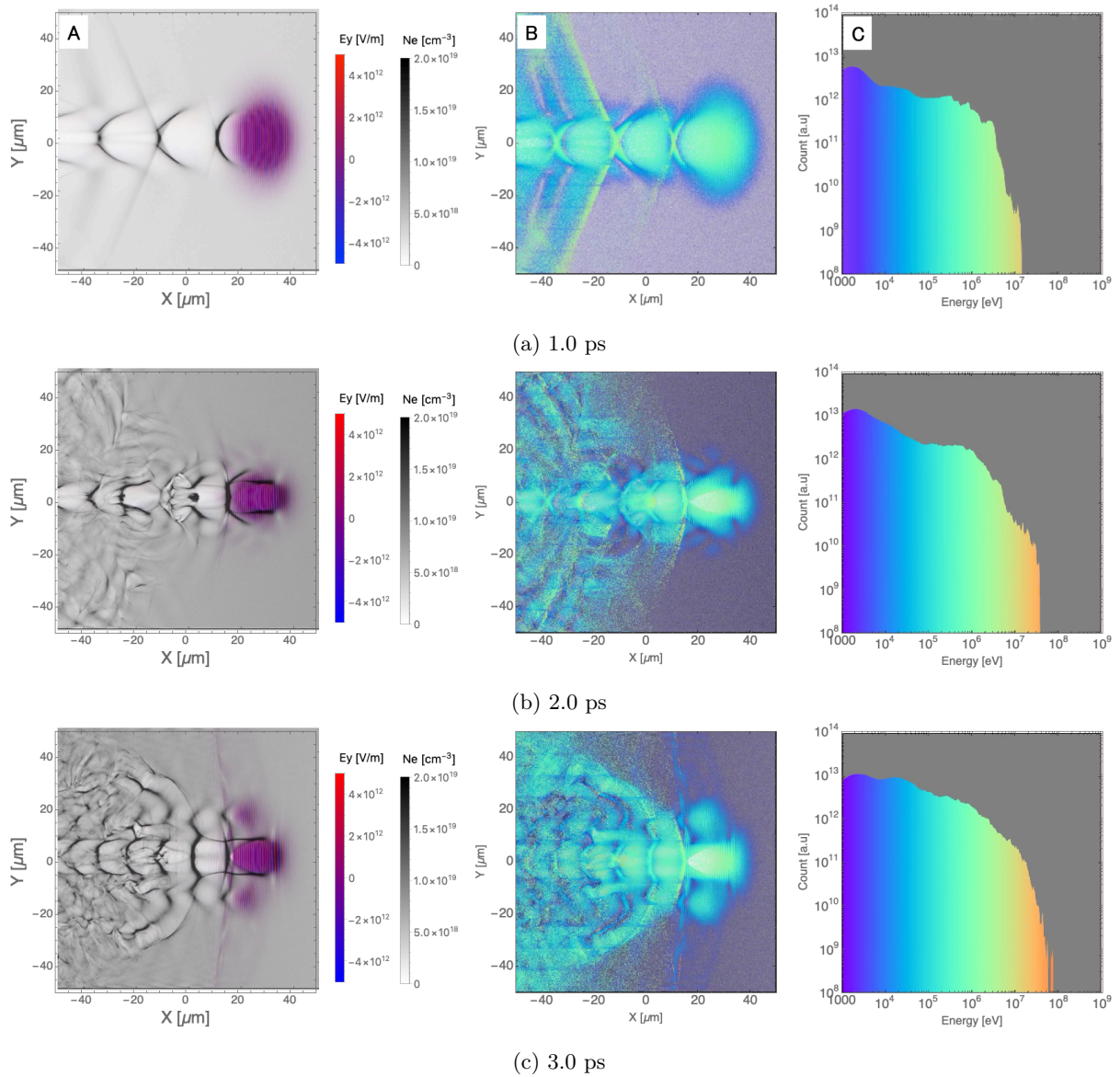


図 4.18. レーザー集光点よりも後方にピークをもつ密度分布のシミュレーションにおける、1 ps, 2 ps, 3 ps における航跡波。図 A はレーザーと垂直方向の電場分布（赤青）と電子密度分布（グレースケール）を示す。図 B は電子をエネルギーに対応して色付けしたものである。カラースケールは図 C と対応している。図 C は電子のエネルギー分布を表す。

図 4.18 にレーザー集光点の遠方にピークをもつ密度勾配をもつプラズマの各時間の航跡波を示す。1 ps(図 4.18(a))において、ピークに密度を保つ場合と同様にパラボラ構造の航跡波とうろこ状の衝撃波構造がみられる。2 ps(図 4.18(b)),3 ps(図 4.18(c))において、空洞の分割と乱流化がみられる。この条件では空洞に束縛される電子は見られなかった。

#### 4.3.8 波数空間におけるエネルギーの推移

3章と同様に波数空間上でのエネルギー推移を調べた。3章と同様の手法で、運動エネルギーの波数分布をとり、Kolmogorov の $-5/3$ 乗則との二乗平均誤差 (MSE) の時間発展を計算した結果を図 4.19 に示す。青、黄、橙、緑、はそれぞれ一様、増加勾配、減少勾配、ガウシアン型プロファイルに対応する。一様密度と減少勾配では 1 ps 周辺と 3 ps 周辺で MSE は増加し、2 ps 周辺では小さくなっている。また、増加勾配とガウシアン型の MSE はシミュレーション時間前半では複数のピークを持ち、3 ps 周辺では低くなっている。

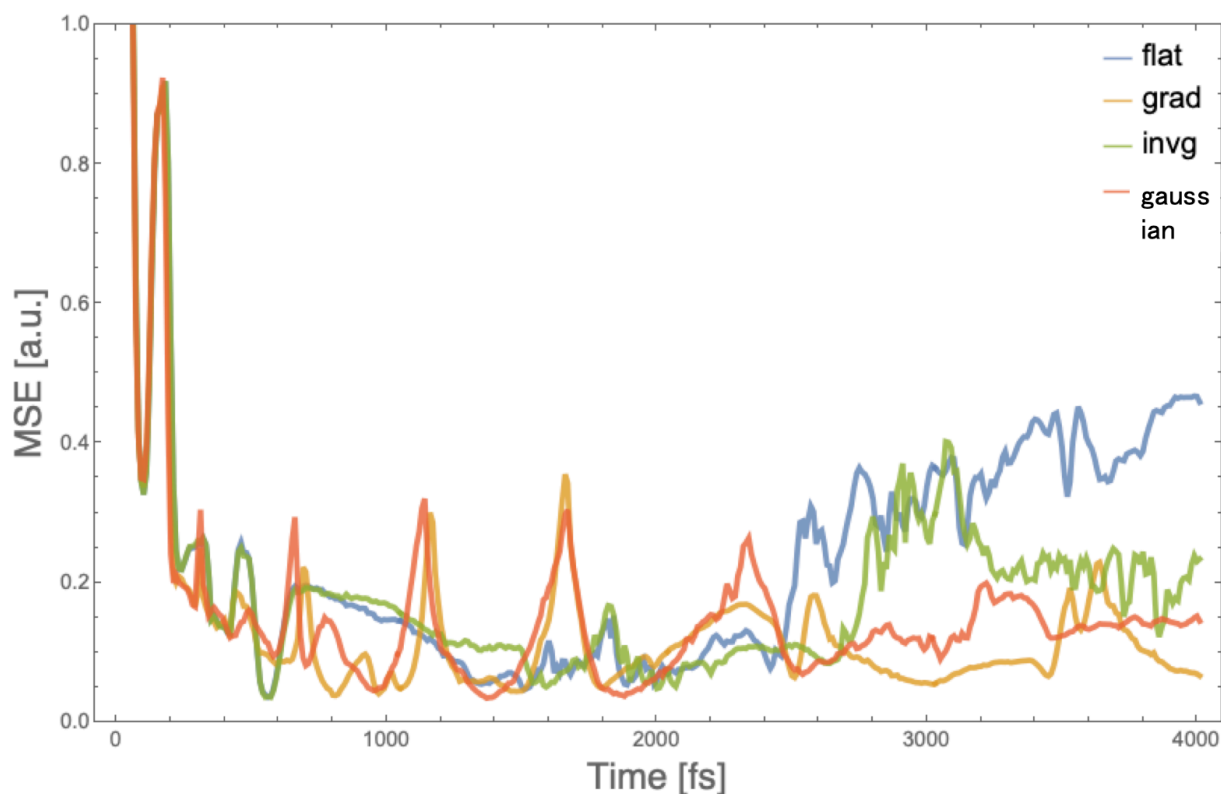
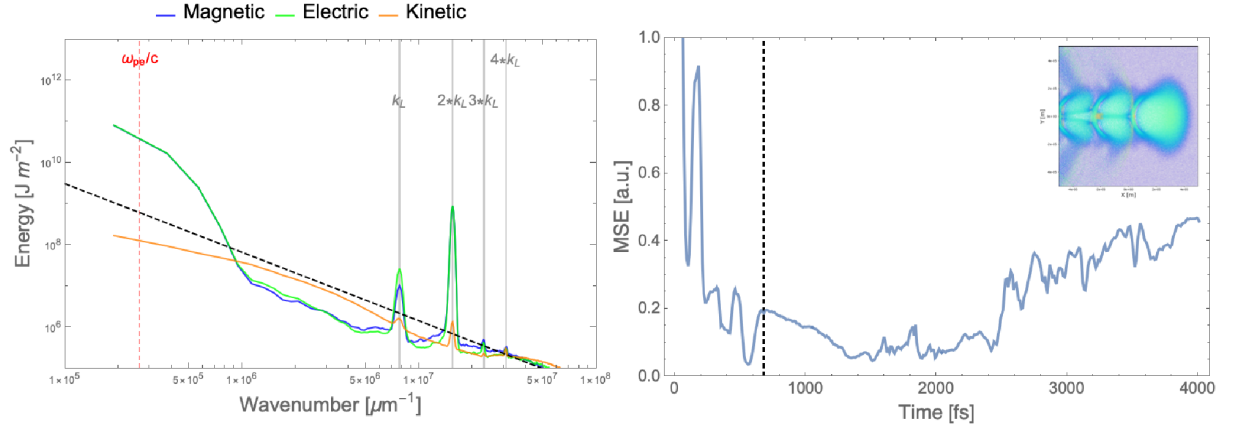
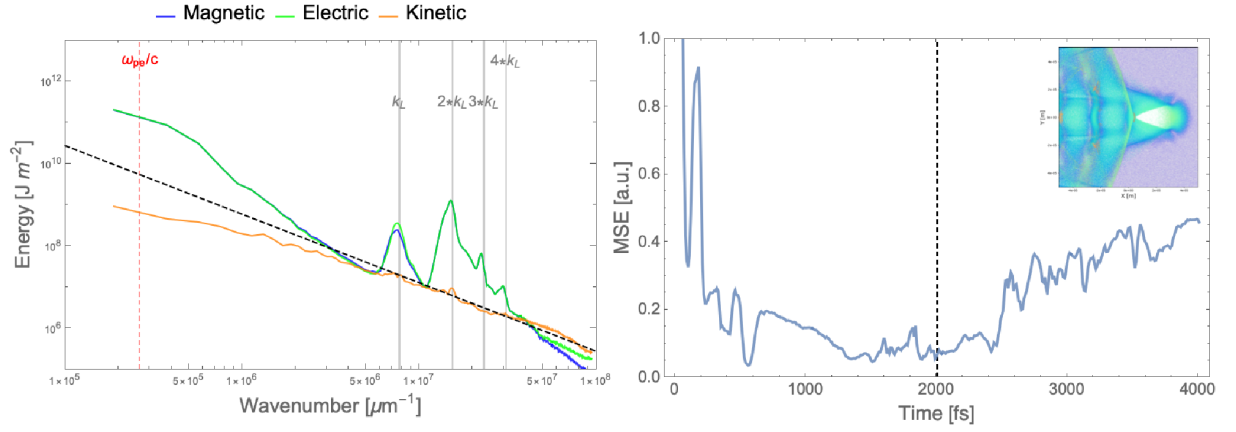


図 4.19.  $-5/3$  乗則との二乗平均誤差の時間発展。青、黄、橙、緑、はそれぞれ平坦、増加勾配、減少勾配、ガウシアン型プロファイルに対応する。

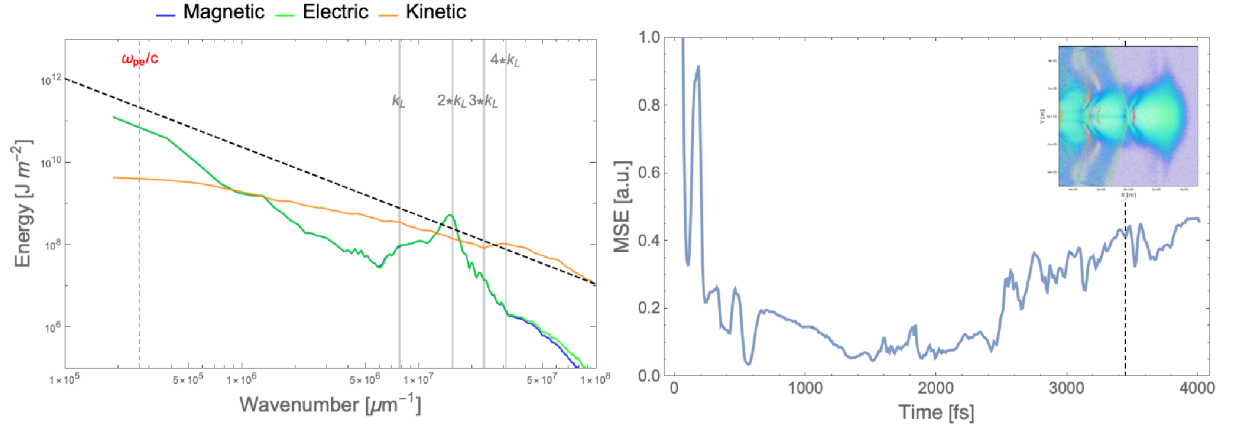
図 4.20 に一様密度におけるエネルギー波数分布を示す。MSE が大きくなる 1 ps, 3 ps 周辺ではレーザー光によるキャビティの電子の排斥が進んでいない状態であるのに対し、MSE が小さくなる 2 ps 付近ではキャビティの電子の排斥が進む Bubble regime となっている。これより Bubble regime になるときに乱流化した電子流が生成し、安定した航跡波が立っている状態では乱流化が抑えられると考えられる。



(a) 0.68 ps



(b) 2.01 ps



(c) 3.45 ps

図 4.20. 0.68, 2.01, 3.45 ps における一様密度分布における波数分布。左図はエネルギーの波数分布を表す。青、緑、橙線はそれぞれ磁場、電場、運動エネルギーを表す。黒点線は $-5/3$ 乗則を表す。赤点線はスィン長を表す。灰線はレーザー波長とその整数倍を表す。右図は $-5/3$ 乗則との二乗平均誤差の時間発展を表し、黒点線左図および埋め込み図に対応する時間を表す。埋め込み図は電子のエネルギー及び電子密度の空間分布図を表す。

図 4.21 に増加勾配密度におけるエネルギー波数分布を示す。乱流化が発達した 3.05 ps において、 $-5/3$  乗則とのよい一致が見られている。随所にみられる MSE のスパイクは、Wake 波の極大がシミュレーション領域の端に到達する時間と、Wake 波の形態の変化に伴い比較的規模の大きな流体要素が下流に流される時間に対応している。

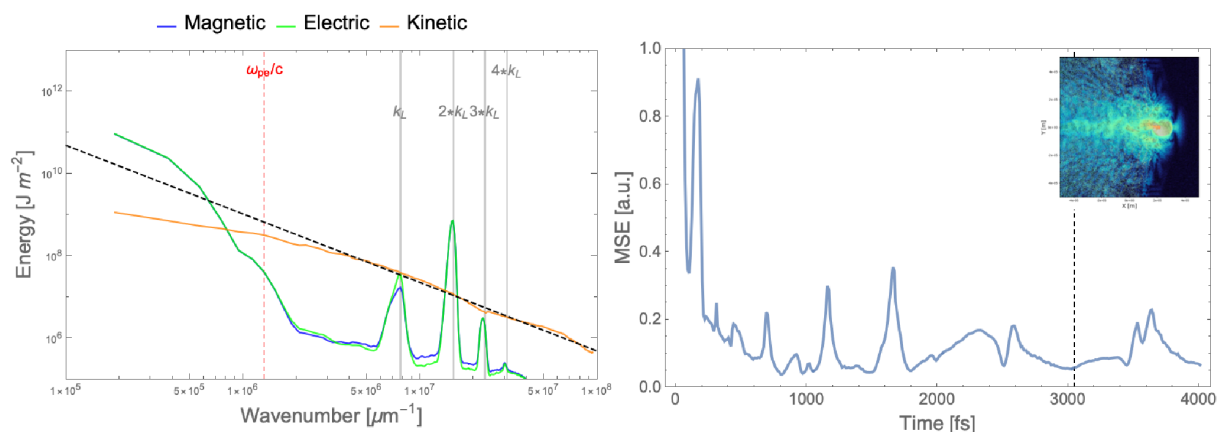


図 4.21. 3.05 ps における増加勾配分布における波数分布。

図 4.22 に時空図と MSE の時間発展の比較を示す。これから初期の MSE のピークは、Wake 波の極大がシミュレーション領域の左端に達した時間と対応していることが分かる。

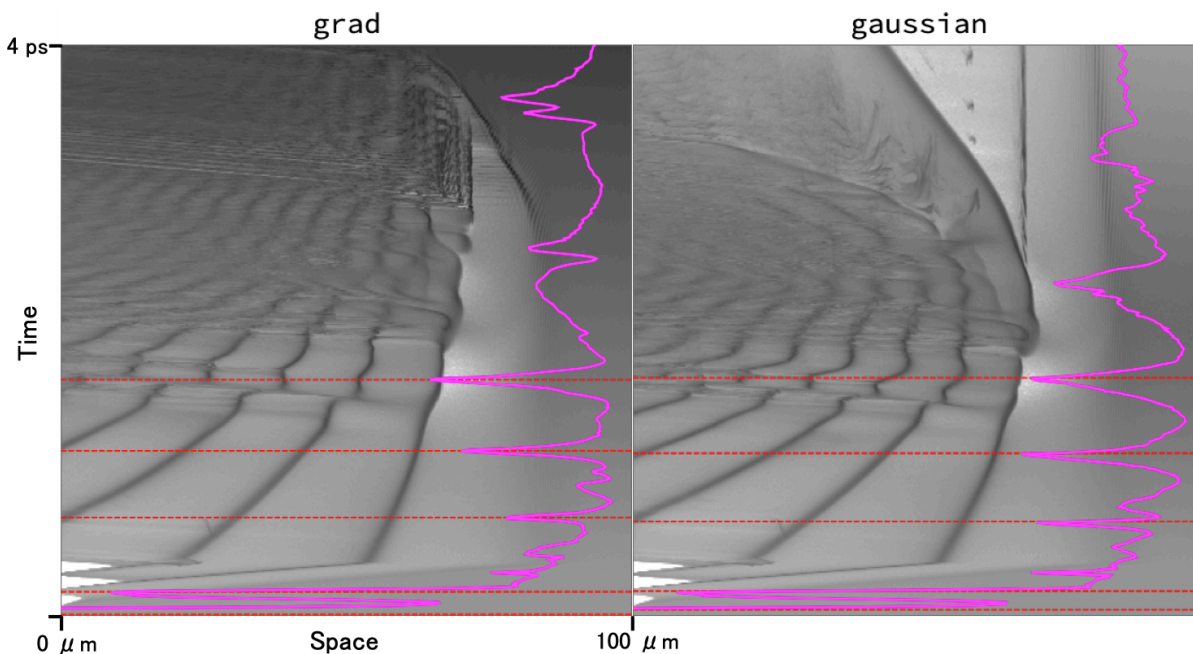


図 4.22. 時空図と MSE の時間発展の比較。左図が増加勾配密度分布、右図がガウス型密度分布を示す。朱色線は MSE を表す。赤点線は MSE のピークの位置を示す。



1.66 ps 付近にみられるピークは Wake 波の形態の変化に伴い比較的規模の大きな流体要素が下流に流される時間に対応している。図 4.23 に 1.66 ps 付近の電子のエネルギー及び電子密度の空間分布図を示す。1.57 ps ~ 1.66 ps において Wake 後方の構造が崩れ、下流に流される様子が見られる。またこれに伴い上流側では新たに安定した Wake が生じる様子が分かる。図 4.22 の時空図に示すように、増加密度勾配では基本的には Wake 波の波長は連続的に短くなっていくが、その処々で図 4.23 で示すような断続的な変化が生じ、この際に多くの流体要素が下流に放出される。4.19 でみられた増加勾配、ガウス型の密度分布にみられる MSE のピークは、このような断続的に起こる現象と、Wake 波の極大がシミュレーション領域から外れることと対応していると考えられる。

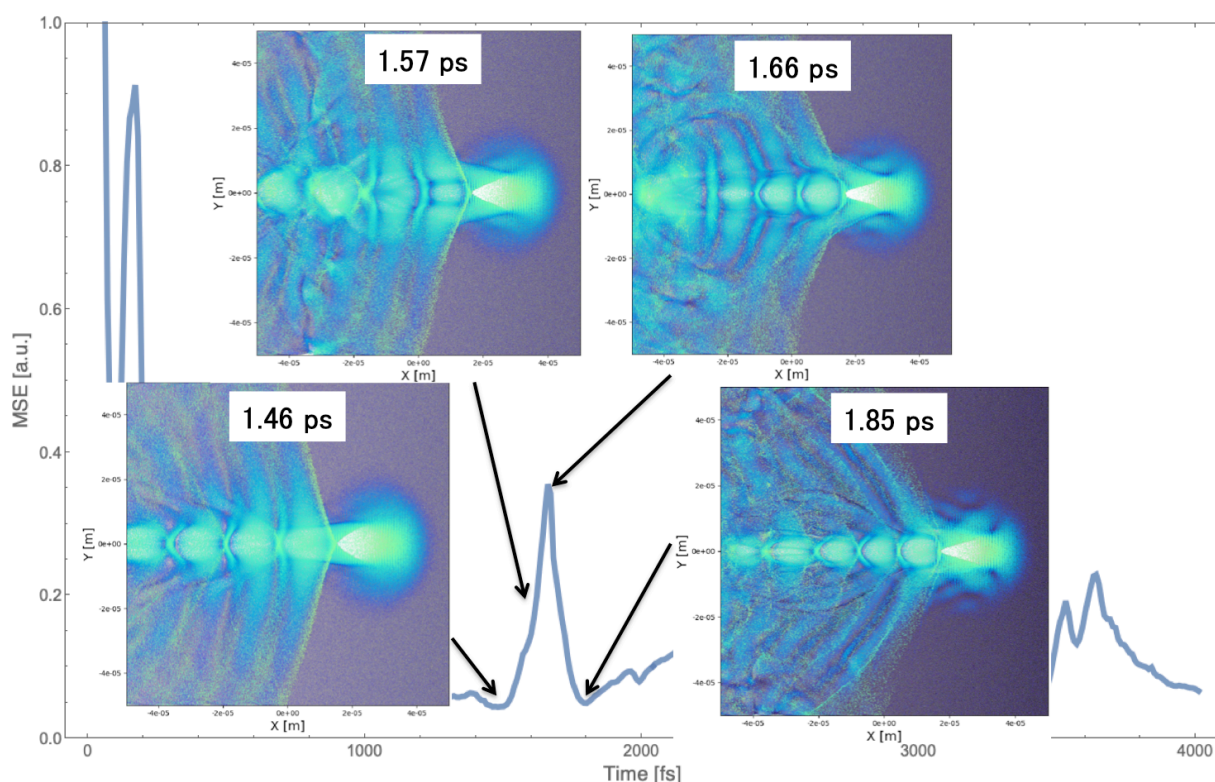


図 4.23. MSE の時間発展と 1.66 ps 付近の電子のエネルギー及び電子密度の空間分布図。

## 4.4 結言

密度勾配により航跡波の位相速度およびレーザー空洞のスケール長さがレーザー進行とともに変化し、位相速度は増加勾配では位相速度は超光速から光速に減速し、また減少勾配では光速以下の位相速度から減速することが示された。Chen et al.[3] が提案する航跡波の加速については、減速密度勾配で一時的な加速が見られたが、本シミュレーション条件では定常的に加速する位相速度をもつ航跡波は確認されなかった。密度勾配をもつプラズマを進行するレーザー航跡波は大

きく形態的な変化を受けることが分かった。レーザーの集光によりレーザー空洞後端の形状は、初期のレーザー進行方向に開いたパラボラ型の構造から、衝撃波様の構造に変化する。この際、Wave Breaking が起こり、レーザー空洞後端の壁のうち、レーザー付近の電子群がレーザー光波とともに流出する。航跡波の位相速度が光速以下である、一様密度および減少密度勾配では、Wave Breaking に流出した電子群はレーザー空洞の加速電場に捉えられ、Mono-energetic なエネルギー分布をもつ電子群が生じる。しかしながら、航跡波の位相速度が光速を超える増加勾配の場合、電子が継続的に加速を受けることができず、空洞に束縛される電子群は生じないと考えられる。増加勾配の場合、Wave Breaking の後、レーザー空洞は Bubble regime に移行し、位相速度が光速になるに伴い、空洞内に電子群が捉えられ、Mono-energetic なエネルギー分布をもつ電子群が発生することが確認された。この電子群はレーザー空洞が潰れる際に径方向に大きく散乱される。減少勾配の場合、レーザー空洞が下流側に延長し、初めは第二波に束縛されていた電子群がレーザー空洞内に捉えられることが分かった。

ガウス型の密度分布の場合、航跡波の位相速度は増加勾配で超光速、減少勾配で光速以下の位相速度をもち、どの場合も減速する位相速度をもつ。ただし、4.13 や 4.15 のように、高密度部で乱流化がおこった場合、減少勾配で航跡波の発生は抑えられる。本シミュレーション条件では Wave Breaking および乱流化と密度勾配、集光径の関係性は明らかにならなかった。しかしながら、どの密度分布においても、異なる最大密度にも関わらず増加勾配では束縛電子の生成が抑制されるという結果が確認された。

波数空間におけるエネルギー推移の解析の結果、以下のことが分かった。平坦分布、減少勾配分布においては、Wake 波の状態により  $-5/3$  べき乗則との一致度が変化した。定常的な Wake が立つ状態では  $-5/3$  べき乗則との一致は良くないが、Wake の状態がレーザー空洞でほとんどの電子が排斥される Bubble regime になると  $-5/3$  べき乗則との一致度が増加した。このことより Bubble regime では乱流の生成が助長されると考えられる。増加勾配分布、ガウシアン型分布では、 $-5/3$  べき乗則との全体的な一致と、増加勾配における間欠的な Wake 波の変化に対応して  $-5/3$  べき乗則との一致度が変化する事が分かった。増加勾配中では Wake 波やレーザー空洞の形状は、常に連続的に変化するのではなく、間欠的に変化することが分かった。 $-5/3$  べき乗則との一致度が高い 3 ps で高エネルギーの粒子が大きく発生していることから、乱流化によりレーザーのエネルギーから電子のエネルギーへの変換が促進されていると考えられる。

## 参考文献

- [1] T. Tajima, J. Dawson, Phys. Rev. Lett. **43**, 267 (1979).
- [2] S. V. Bulanov, T. Zh. Esirkepov, M. Kando and J Koga, Sci. Technol. **25**, 053001 (2016).
- [3] P. Chen and G. Mourou, Phys. Rev. Lett. **118**, 17, 054001 (2017).
- [4] T. Ohkubo, S. V. Bulanov, A. G. Zhidkov, T. Esirkepov and J. Koga, M. Uesaka and T. Tajima, Phys. Plasmas. **13**, 103101 (2006)
- [5] A. Pukhov, Z.M. Sheng and J. Meyer-ter-Vehn: Phys. Plasmas. **6**, 2847 (1999).
- [6] S. Hawking, *Nature*, **248**, 30-31 (1974).
- [7] W. G. Unruh, Phys. Rev. D. **14**, 870-892 (1976).
- [8] P. Kaw, G. schmidt, and T. Wilcox, Phys. Fluids. **16**, 1522 (1973).
- [9] V. E. Zakharov and LA. Ostrovskyc, Physica. D. **238**, 5 (2009).
- [10] Y. L. Liu, Y. Kuramitsu, T. Moritaka and S. H. Chen, High Energy Density Phys. **22**, 46 (2017).
- [11] T D Arber, K bennett, C S Brady, et al. Plasma Phys. Control. Fusion. **57**, 113001 (2015).
- [12] Sakamoto and Haniu, J. Fluids. Eng. **112**, 386-392 (1990).



## 第5章 総括

本論文では高速電子およびレーザー光が非一様密度分布中を伝播する際のエネルギー伝達過程をシミュレーションによって研究し、密度勾配によりエネルギー伝達に伴う構造スケールが変化し、乱流化やエネルギー散逸が引き起こされることを明らかにした。以下に、本論文の各章ごとに得られた結論についてまとめる。

第1章では、本論文の目的を述べ、その背景となる核融合の概要、乱流の理論、プラズマにおけるスケールの重要性について概要を述べ、本論文との関連について述べた。

第2章では、まず本論文と関連の深いプラズマの基礎的な特性やレーザープラズマ相互作用などについて数式を用いて説明した後、本論文で用いた数値計算ツールである粒子シミュレーションについて詳細を説明し、最後に特に3章を理解するための基礎的な方程式系である流体力学及び電子流体力学についてその詳細を述べ、3章の背景となった研究について述べた。

第3章では、2DPIC シミュレーションを用い、非一様密度中の磁気双極構造の伝播を研究した。シミュレーション結果より磁気双極渦の振る舞いにおいて、G-EMHD モデルの予測との一致が見られ、双極渦が高密度領域に進入する際に、2つの渦どうしが接近し、磁場の増大と並進速度の増大がみられた。同時に、以下の点が明らかになった。

- 双極渦の中心のせん断速度の増加により KH 不安定性が引き起こされ、双極渦の分裂及び乱流の発生が確認された。
- 同時に磁場エネルギーは運動エネルギーへ急速に変換され、高密度領域の背景プラズマの加熱を引き起こした。
- 単極渦の組み合わせにより厳密解と同様の現象を十分に再現できること、初期電場の導入により初期のプラズマ振動を抑制し、PIC シミュレーションにおいて双極渦構造の安定性を高めることができることを示した。
- 双極渦伝播の入射角依存性の研究を行い、入射角が45度を超えると透過率が低下すること、入射角が極端に大きい時双極渦が単極渦に分離することを示した。

以上のことに加え、本論文の大きな目的であるエネルギー輸送の解析のため、フーリエ解析によるエネルギーの波数分布の解析を行い、双極渦が高密度領域で崩壊する際に乱流に特徴的な $-5/3$ 乗則がみられることを示した。

第4章では2DPICシミュレーションにより非一様密度中のレーザー航跡波の伝播を研究した。密度勾配により航跡波、レーザー空洞のスケールが変化し、高速電子の生成、乱流化などの物理に影響を与えることを明らかにした。これによって以下の点が明らかになった。

- Wave Breakingにより空洞内に電子が流出し、加速電場に捉えられて加速されることで Mono-energetic な電子群が発生することを示した。
- 航跡波の位相速度は増加勾配では超光速であり、光速に向かい減速すること、減少勾配では亜光速であり、減速することが示された。位相速度が光速を超える増加勾配では、乱流化が起こる前の空洞に束縛された電子の加速はみられないことを示した。
- レーザー航跡波は密度またはレーザー強度の上昇にともない、パラボラ型の形状から衝撃波様の形状に変化し、その後乱流化がおこることを示した。
- 空洞に束縛された電子のエネルギー分布は Mono-energetic であるのに対して、乱流化により生じた高エネルギー電子のエネルギー分布は指数-2 のべき乗則分布であることを明らかにした。
- 減少勾配ではレーザー空洞が拡大にともない、航跡波の第二波以降に属する電子群が連続的に空洞内に放出されることを明らかにした。
- 増加勾配ではレーザー空洞が減少し、安定した航跡波がたっている間は、空洞内に束縛される電子は生じないが、高密度において空洞が泡状の構造に変化したあと、電子の束縛が発生し、Mono-energetic な電子が生成するが、採集的に空洞が潰れ、そのときに大きく散乱されることが示された。
- ガウス型の分布では、急峻なピークをもつ分布では乱流化によりべき乗則のエネルギー分布をもつ電子が発生した。穏やかな分布では超光則から亜光速へ連続的に位相速度が変化し、増加勾配では空洞に束縛される電子の発生が抑えられることが示された。
- Bubble regime への移行、Wave Breaking などにより乱流化が引き起こされることを確認した。

以上に加え、3章と同様にフーリエ解析によるエネルギーの波数分布の解析を行い、増加密度勾配での $-5/3$ 乗則との一致の傾向と、Wakeの状態の間欠的な変化を確認した。

以上のように本研究では密度勾配中で電子、及びレーザー光の伝搬に伴うエネルギー輸送について調べた。3章での電子流体の場合は密度勾配によって直接的に構造スケール長が減少し、その結果、どのような不安定性が引き起こされ、どのようにエネルギーの変化がもたらさせるのを直接的に観測することができた。4章の場合はwake波で励起された電子流体のスケール長の縮小による乱流化とそれに伴うレーザーエネルギーの散逸が観測され、どちらの場合も $-5/3$ 乗則の一致の傾向が見て取れた。その結果、電子流とレーザー光の伝播に対して、密度勾配により構造ス

ケールを変化させる働きが生じることを確認し、またこの働きにより構造の崩壊が早まり、最終的には乱流化が生じることが示された。導体中の電磁場の伝搬でインピーダンス整合が重要であるように、エネルギーが伝播する媒体のパラメータの変化とその勾配はエネルギー伝播に大きな影響を与えることがプラズマについても示されたと言える。太陽コロナ中の電子流の伝播や、レーザー固体相互作用で必ず発生するプリプラズマ存在下のレーザー伝播など、密度勾配下のエネルギー伝播は多くの実用的な問題で生じる一般的な状況であるので、今後これらの現象の深い理解が本研究を足がかりに進むことが期待できる。

# 研究発表および論文

## 論文

1. “2D Particle-In-Cell Simulation of Laser Wakefield in an Inhomogeneous Plasma.”, Y. Hayashi, Y. Kuramitsu, Y. L. Liu, and H. Habara, *IEEE Transactions on Plasma Science* **47**, 9-11 (2019).
2. “プラズマ粒子シミュレーションにより薄膜プラズマミラーの反射率計測”, 林 宜章, Mihail Cernaianu, 田中 和夫, 羽原 英明, *The Review of Laser Engineering* **48**, 193-197 (2020).
3. “Propagation of dipole structure in an inhomogeneous density plasma using 2D particle-in-cell simulation.”, Y. Hayashi, A. Das, H. Habara, P. K. Kaw and K. Tanaka, *Plasma Physics and Controlled Fusion* **64**, 035018 (2022).
4. “Boundary driven unconventional mechanism of macroscopic magnetic field generation in beam-plasma interaction.”, A. Das, A. Kumar, C. Shukla, R. K. Bera, D. Verma, D. Mandal, A. Vashistha, B. Patel, Y. Hayashi, K. A. Tanaka, G. Chatterjee, A. D. Lad, G. R. Kumar and P. Kaw, *Phys. Rev. Res.* **2**, 033405 (2020).
5. “Direct observation of imploded core heating via fast electrons with super-penetration scheme.”, T. Gong, H. Habara, K. Sumioka, M. Yoshimoto, Y. Hayashi, S. Kawazu, T. Otsuki, T. Matsumoto, T. Minami, K. Abe, K. Aizawa, U. Enmei, Y. Fujita, A. Ikegami, H. Makiyama, K. Okazaki, K. Okida, T. Tsukamoto, Y. Arikawa, S. Fujioka, Y. Iwasa, S. Lee, H. Nagatomo, H. Shiraga, K. Yamanoi, M. Wei and K. A. Tanaka, *Nat. Commun.* **10**, 5614 (2019).

## 国際会議

(口頭発表)

1. “Heating Mechanism via. High energy electrons in ultra dense plasma”, Y. Hayashi, H. Habara and K. Tanaka, ASHULA2015, Mumbai, 1/20 - 1/21 (2015)

2. “Electron transport in the background plasma with steep density gradient”, Y. Hayashi, A. Das, H. Habara and K. Tanaka, OPIC2016, Pacifico Yokohama, Yokohama, 5/17 - 5/20 (2016).

(ポスター発表)

1. “Electron Transport In The Background Plasma With Steep Density Gradient”, Y. Hayashi, A. Das, H. Habara, P. K. Kaw, K. Tanaka, IFSA2015, Seattle, Washington, 9/20 - 9/25 (2015).
2. “Dipole propagation in the plasma with density gradient”, Y. Hayashi, A. Das, H. Habara, P. K. Kaw and K. Tanaka, ASHULA Grand Seminar/Symposium 2016, Osaka, Japan, 1/5 - 1/7 (2016).
3. “Electron Transport in the background plasma with steep density gradient”, Y. Hayashi, A. Das, H. Habara and K. Tanaka, HEDS2017, Pacifico Yokohama, 4/18 - 4/21 (2017).
4. “2DPIC Simulation of the Laser Wakefield in the plasma with the varying density profile” Y. Hayashi, H. Habara, Yao-Li Liu and Y. Kuramitsu, PlasmaConference, Himeji, 11/20 - 11/24 (2017).
5. “Numerical Simulations of Laser Wakefield in inhomogeneous Plasmas” Y. Hayashi, H. Habara, Yao-Li Liu and Y. Kuramitsu, HEDLA2018, Kurashiki, 5/27 - 6/1 (2018).
6. “Effect of Plasma Density Gradient on Fast Electrons Produced by Laser Wakefield Acceleration” Y. Hayashi, H. Habara, Yao-Li Liu and Y. Kuramitsu, IFSA2019, Osaka, 9/22 - 9/27 (2019).

## 謝辞

本研究を進めるにあたり、懇切なるご指導賜りました羽原英明准教授に感謝の意を表します。本研究に対し懇切なるご指導賜りました田中和夫名誉教授に感謝の意を表します。本研究に対し懇切なるご指導賜りました蔵満康浩教授に感謝の意を表します。

論文の審査を頂きました蔵満康浩教授、白神宏之名誉教授、村上匡且教授に感謝の意を表します。

大阪大学在籍中に講義にてご指導賜りました、上田良夫教授、兒玉了祐教授、高井重昌教授、舟木剛教授、村上匡且教授、吉村政志教授、尾崎典雅准教授、加藤裕史准教授、杉原英治准教授、巽啓司准教授、中嶋誠准教授、中田芳樹准教授、畑中健志准教授、宮本俊幸准教授、長友英夫准教授、伊庭野健造助教、井瀨貴章助教、楠木祥文助教、椿本孝治助教、中村浩隆助教、林直樹助教、劉佳助教、Lee Heun Tae 講師、有川安信准教授に深く感謝いたします。また本研究において御指導を頂いた城崎知至准教授(広島大学)に心より感謝致します。

常日頃からご指導・ご助言を賜りました蔵満研究室の Dr. GongTao、南卓海氏、牧山 大暉氏、阿部健太郎氏、延命佑哉氏、沖田圭司氏、萩本敬悟氏、大熊祐輝氏、境健太郎氏、檜原崇正氏、森田隆紘氏、高野晟輝氏、富田晃氏、福田将也氏、山本盛仁氏、西本貴博氏に深く感謝申し上げます。常日頃からご指導・ご助言を賜りました旧田中研究室の岡林篤紀氏、三上勝大氏、岩脇智行氏、三島 陽介氏、大本直輝氏、木久山健士郎氏、西村清秀氏、森岡朋也氏、森田澄氏、影山慶氏、柴田怜氏、天野裕基氏、黒田和孝氏、永見亮介氏、彭明超氏、小田浩之君、白石亮平君、仁井大心君、山下正直君、白石亮平君、高木一茂君、植松祐二君、久保田善大君、塚本太郎君、中口真之介君、吉田有祐君、今村圭佑君、辻井章紘君、村上莉穂君、八幡航大君、山内智輝君、野間君に深く感謝致します。

極薄プラズマミラーの設計につき、ご議論、ご助言を頂いた ELI-NP の Mihail Cernaianu 氏に深く感謝致します。

本研究並びに共同研究を行うにあたり、ご議論、ご助言を頂きましたインド INSTITUTE FOR PLASMA RESEARCH(IPR) の Amita Das 教授、P.K. Kaw 教授に深く感謝致します。

またダイポール磁場構造についてのご助言や、インド出張の際に大変にお世話になった大学レーザー科学研究所のポストドクターの畑昌育氏に深く感謝致します。インド出張の際に大変にお世話になった大阪大学レーザー科学研究所の坂和准教授に深く感謝致します。

本研究は 日本学術振興会アジア研究教育拠点事業「ASHULA」による支援をいただいたので、此処に感謝致します。最後に学生生活を送るにあたり経済的・精神的にいつも支えてくれた家族

や友人達に心から感謝いたします。

# 付 録 A    2DPIC シミュレーションによる極薄プラズマミラーの設計

## A.1    概要

二次元 PIC シミュレーションにより超高強度レーザーと極薄プラズマミラー (PM) の相互作用を実際の実験の条件を想定し検討した。本研究では、1 : メインパルスと PM の相互作用、2 : ターゲットからの戻り光と PM の相互作用を検討した。シミュレーションの結果、メインパルス到達時と戻り光到達時で反射率を 79% から 0.1% まで低下した。この結果から極薄プラズマミラーにより危険な戻り光の削減が可能であることが分かった。

## A.2    導入

前章でみたように、臨界密度以下であってもレーザーはプラズマと強く相互作用し、高速電子の発生などを引き起こし、そのとき密度分布が重要な役割を果たすことが分かった。この章では  $10^{23}$  W/cm<sup>2</sup> の集光強度が予定されている欧州極限レーザー核科学研究所 (Extreme Light Infrastructure - Nuclear Physics: ELI-NP) を用いることを想定し、制御された密度勾配でのエネルギー変換の実験を行う際にあたる現実的な問題を扱った。超高強度レーザーを用いる実験をする際まず問題となるのはプレパルスである。レーザーは自然放射増幅光 (Amplified Spontaneous Emission; ASE) により、メインパルスの立ち上がり以前にプレパルスと呼ばれる光の放出が起こる。超高強度レーザーでは集光強度が  $10^{22}$  W/cm<sup>2</sup> を超えるため、たとえメインパルスとプレパルスの消光比 (コントラスト比) が 10 桁以上あったとしても、その強度は固体をアブレーションしプラズマ化するのに十分である。メインパルス到達前にターゲットにターゲット表面にプラズマが形成される。このプラズマをプレプラズマと呼ぶ。プレパルスはターゲット表面の構造を崩すために、制御された密度勾配を用いる実験にとって障害となる。

プレパルス低減の手段として、プラズマミラー (以下 PM) が広く使われている [1, 2]。PM はレーザーのエネルギーを吸収し、表面に高密度プラズマ層を形成することによりミラーとして機能する平板ターゲットである。プレパルスは PM を透過するが、メインパルスに対してはミラーとして機能するため、プレパルスの低減が可能となる。PM を集光鏡と照射ターゲットの間の適切に設置することで、PM の反射率は 80% 以上にできる [4]。また別の問題として超高強度レーザーを扱う場合、ターゲットからの戻り光が非常に高強度となるために、戻り光からレーザー装置を保護する必要がある。超高強度レーザーとターゲットとの相互作用では、ターゲット表面の変形



が引き起こされ、不規則な方向に反射光が発生する。文献 [3] によれば、ターゲットからの戻り光の強度は入射光の数%に及ぶと予測されている。このため、ターゲットからの戻り光が光学系を逆流し、光学部品やレーザー装置の損傷を引き起こす懸念がある。通常、ファラデー回転機と偏光板を組み合わせることで戻り光を除去しているが、このような高強度レーザーの場合、通常高額なそのような光学素子にダメージを与える可能性がある。ここで、PM として薄い薄膜を用いることで、メインパルスとの相互作用の後、膨張により低密度プラズマとなり、メインターゲットからの戻り光が到達する時の PM の反射率を低下させて、戻り光が光学系を逆流することを防ぐことができると考えられる。本研究ではこの概念を 2 次元 PIC コード EPOCH2D[5] により検討した。ELI-NP のレーザー装置によける実験体系を想定し (図 A.1)、膜厚 20 nm の CH フィルムで構成された PM を使い、ターゲットと PM 間の距離を 27mm (メインパルス到達から戻り光が到達するまでの時間が 180 ps) とした。メインパルスの PM 到達時点の強度は  $2.5 \times 10^{16} \text{W/cm}^2$ 、戻り光の強度をそのおよそ 2% である  $5 \times 10^{14} \text{W/cm}^2$  とする。

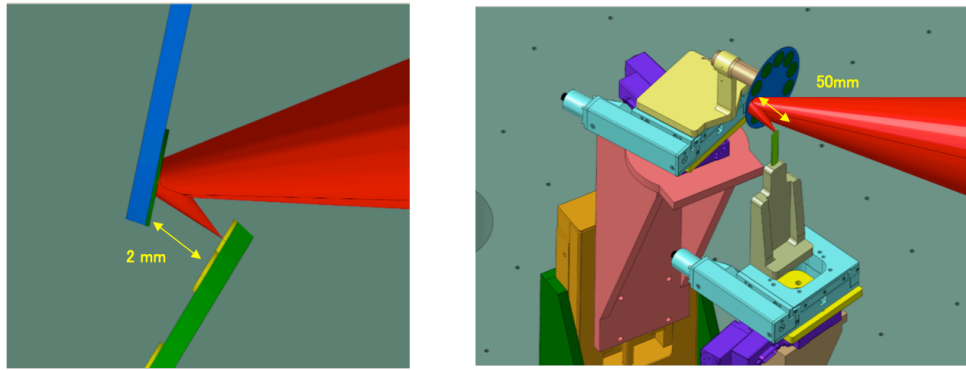


図 A.1. ELI-NP における実験セットアップ図

### A.3 シミュレーションによる検討

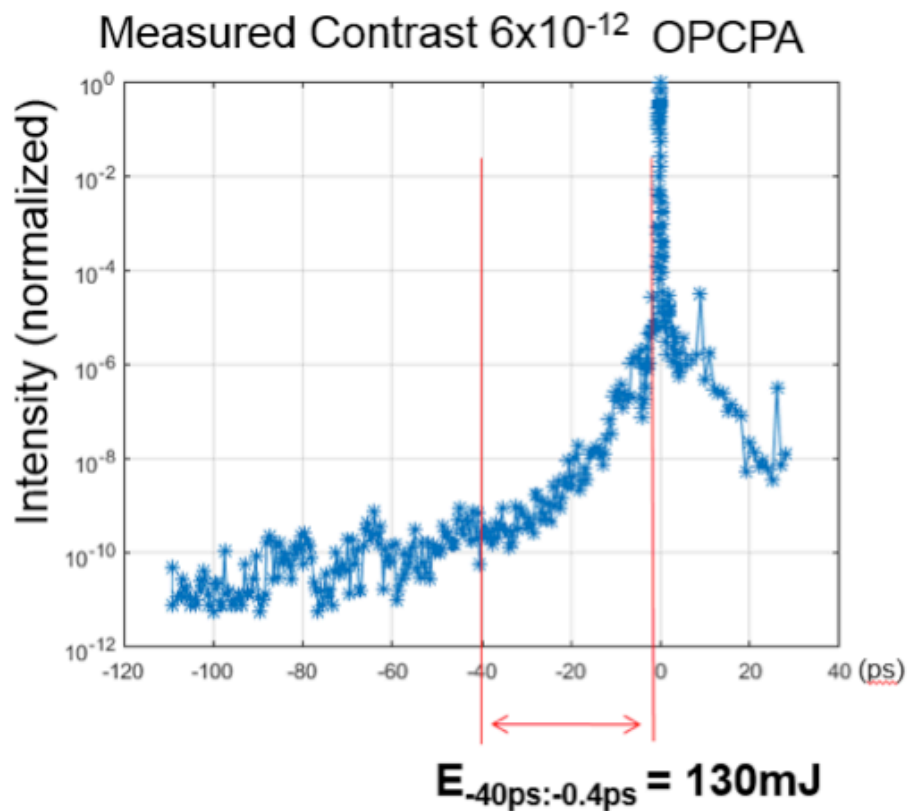


図 A.2. ELI-NP レーザーパルス波形. 赤線で示された区間はシミュレーションでプレパルスの入力として用いた区間を示す.

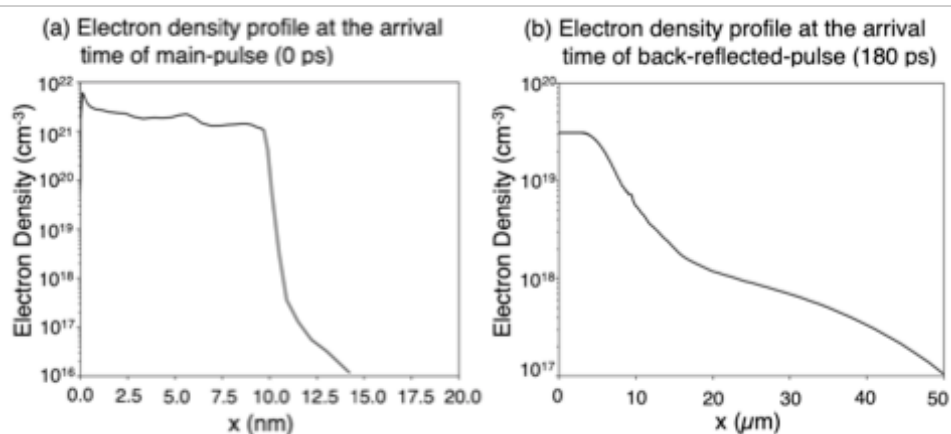


図 A.3. 一次元流体シミュレーションにより得られた電子密度分布. (a) メインパルス到達時 (0 ps) の密度分布, (b) 戻り光到達時の密度分布.

まず、プレパルスによるプラズマ化及び、戻り光との相互作用までの膨張を一次元流体コードにより計算した。なお、1次元流体シミュレーションの詳細は別論文 [6] に記載する。図 (A.3) に1次元流体シミュレーションで得られた密度分布を示す。レーザーパルス入射条件は ELI-NP のレーザー装置の OPCPA 増幅器後に実測されたパルス波形からとった (図 A.2)。コントラスト比はメインパルスの -40 ps において  $10^{-10}$ 、-1 ps において  $10^{-6}$  であり、指数関数的に上昇するペDESTAL成分を用いている。図 (A.3)(a) はメインパルス照射時、図 (A.4)(b) がメインパルスと相互作用した 180 ps 後の戻り光到着時の、PM 中心を原点とした電子密度分布である。メインパルス照射時には  $10 \text{ nm} < x < 15 \text{ nm}$  の範囲でわずかに低密度プラズマが発生しているが、 $x < 10 \text{ nm}$  では臨界密度 ( $\sim 1.8 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ ) を超える急峻な密度分布となっており、初期ターゲットプロファイルをよく保存している。一方、その 180 ps 後においては最も高い密度領域でも臨界密度よりも1桁以上低密度になっている。この計算にはメインパルスによる PM の温度上昇や密度変化は含まれていないが、その影響がある場合プラズマ密度は図 (A.3)(b) よりさらに低下する。このため、戻り光除去の観点からは結論に影響を与えない。したがってこの密度分布を上限密度として以降議論を行う。

次に得られたプロファイルを用い、二次元 PIC シミュレーションコード EPOCH2D[5] により、PM とメインパルス、戻り光との相互作用を計算した。図 (A.4) に二次元 PIC で用いた初期プラズマ密度分布を示す。図 (A.4)(a) はメインパルス照射時、図 (A.4)(b) は戻り光到着時における分布で、 $x$  軸に対し、 $22.5^\circ$  傾けた軸を中心に、図 (A.3) の密度分布を1次元的に線対称に配置している。図 (A.4) の矢印で示すように、簡単のためメインパルス、戻り光どちらに対しても入射軸は  $x$  軸正方向にとっており、入射軸と反射方向のなす角は  $45^\circ$  となる。また図中の楕円は後述するように電磁場のエネルギーを計算した領域を表している。メインパルス、戻り光ともに平面波を用い、計算で用いたレーザーパラメータ、及びシミュレーションパラメータをそれぞれ表 A.1、A.2 に示す。戻り光到着時の密度分布はメインパルス到着時に比べ大きく広がっているため、それに合わせ  $t$  戻り光の計算では領域を6倍程度大きくとっている。

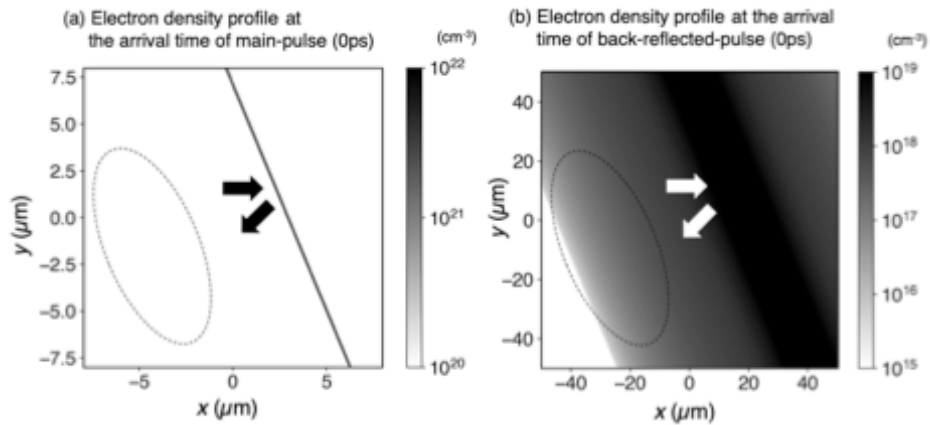


図 A.4. 2次元 PIC シミュレーションで用いた電子密度分布. (a) メインパルス到達時 (0 ps) の密度分布. (b) 戻り光到達時の密度分布. 破線の楕円領域は反射率の計測に使った領域を表す. レーザーは左端から  $22.5^\circ$  の入射角でプラズマに入射する .

表 A.1: レーザーパラメータ

波長	$0.81 \mu\text{m}$
パルス波形・幅	ガウシアン・25 fs
レーザー強度 (メインパルス)	$2.5 \times 10^{16} \text{ W/cm}^2$
レーザー強度 (戻り光)	$5 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$
レーザー入射角	$22.5^\circ$
レーザー偏光	P
空間分布	一様

表 A.2: シミュレーションパラメータ。MP:メインパルス、BS:戻り光

格子あたりの粒子数	32
格子数	$2000 \times 2000$
シミュレーション領域 (MP)	$16 \mu\text{m} \times 16 \mu\text{m}$
シミュレーション領域 (BS)	$100 \mu\text{m} \times 100 \mu\text{m}$
境界条件	開放

### A.3.1 反射率計測手法

シミュレーションの結果から反射率を計測する手法を以下に述べる。まず、同一レーザーの条件で粒子数をゼロにした（プラズマ配置なし）シミュレーションを行い、その入射波の電磁場強

度分布を取得した。これを粒子がある場合の分布から減算することで、入射波と反射波の混ざった状態から反射波のみの分布を得ることができる。得られた入射波、反射波の分布について、図 (A.4) に破線で示す楕円形の領域で電磁場のエネルギーを積分し、ある時刻  $t$  における領域内の電磁エネルギー  $U(t)$  を得た。実際の計算においては楕円領域内における各計算格子嬢での電磁場のエネルギー密度を求め、格子間隔を乗じて領域全体で足し合わせた後、適当な時間幅で積分を行い、この値の比から反射率を比較した。

### A.3.2 シミュレーション結果

#### メインパルス-PM の相互作用

まず、メインパルスと PM の相互作用についての結果を述べる。メインパルス入射後 120 fs における電場強度、及び電子密度分布を図 (A.5) に示す。図 (A.5)(a) から、強い反射光が観測でき、PM がメインパルスを十分反射していることが分かる。表皮長は数 10 nm 程度であるので、メインパルスの一部が厚さ 20 nm 程度の PM を透過しているのも観測できる。一方、図 (A.5)(b) は相互作用時の PM の密度分布である。PM 上のレーザー強度は  $10^{16} \text{W/cm}^2$  であり、相対論的強度 ( $10^{18} \text{W/cm}^2$ ) から 2 桁低く、パルス幅も短いため、レーザー光波による PM 表面の変形は小さいことは明らかである。

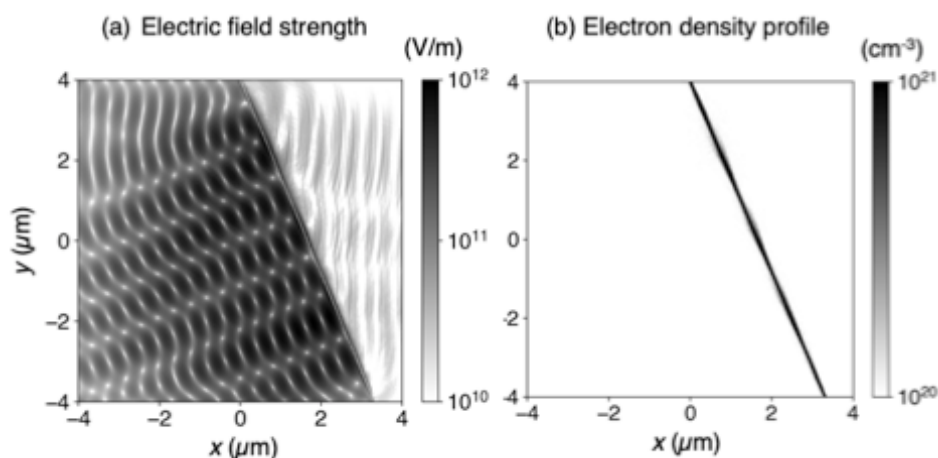


図 A.5. メインパルスのシミュレーションの 120 fs における (a) 電場強度分布と (b) 電子密度分布。

図 (A.6) に前節の手法で計算した  $U(t)$  を示す。実線がメインパルスの入射波、破線が反射波であり、入射波と反射波で主要部の時間分布に大きな違いが見られないことが分かる。反射波の時間分布において 200 fs 後に見られるピークより 2 桁以上小さいテール部分は、ターゲット表面で発生したシース電場を計測しているものと考えられる。入射波、反射波ともに見られるパルス立ち下がり部分のこぶ状の形状は PIC 手法において離散化に起因する数値的なノイズによるものと考えられるが、値としては十分小さいため計算への影響はほとんどない。

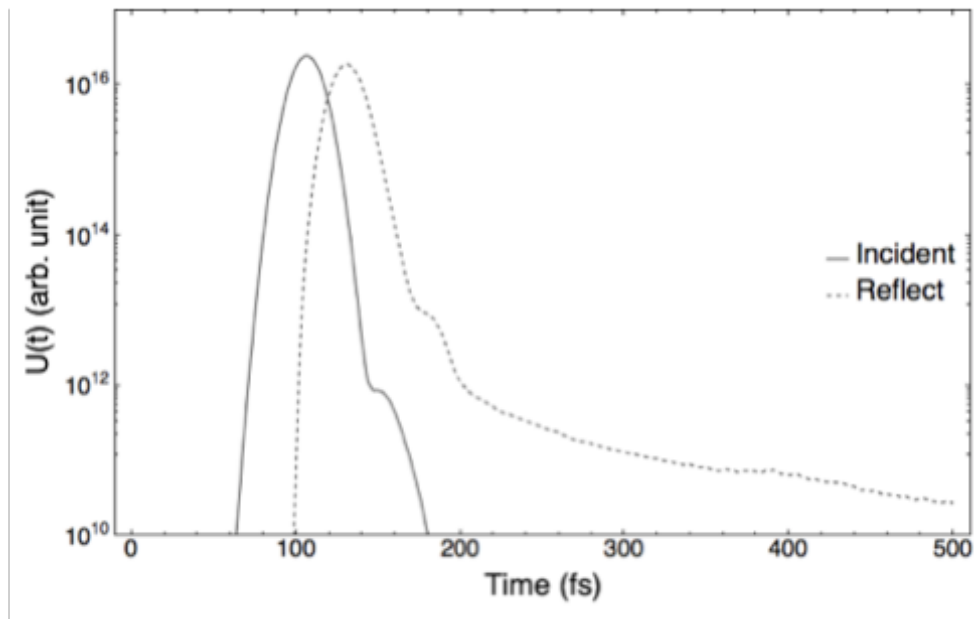


図 A.6. メインパルスのシミュレーションにおける  $U(t)$ . 実線と破線はそれぞれ入射波と反射波を表す。

### 戻り光-PM の相互作用

次に戻り光と PM の相互作用についての結果を述べる。メインパルスの場合と同様、戻り光がプラズマと相互作用中（戻り光入射から 300fs 後）の電場強度および電子密度分布を図 (A.7) に示す。二章冒頭で述べたように、戻り光は図の左端から  $x$  軸正方向に伝播している。図 (A.7)(a) に示すように、プラズマが存在しているのにも関わらず、戻り光は直進している。上下の境界近くの横方向の変調（横縞）はプラズマによる影響ではなくシミュレーション境域による数値的な変調である。プラズマ密度が十分低く、また戻り光の強度も低くパルス幅も十分短いため、プラズマの変調も起こさず、ほとんど相互作用をしないことが図 (A.7)(b) からわかる。

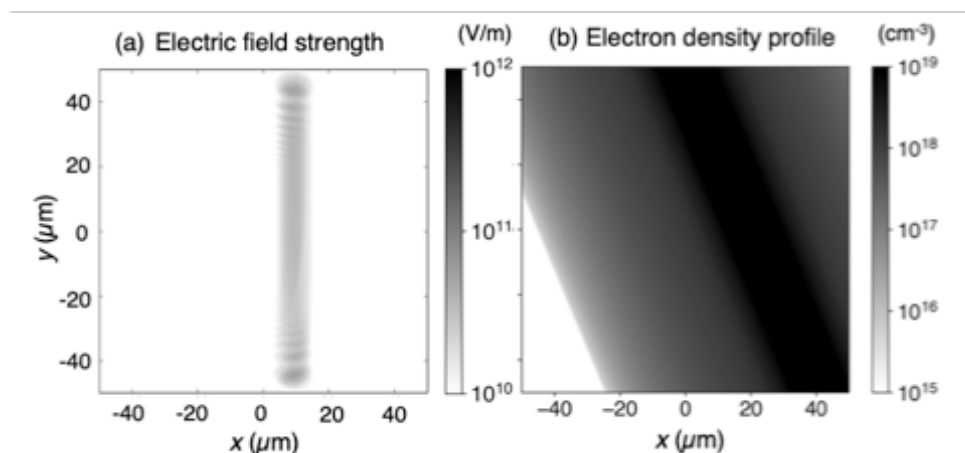


図 A.7. 戻り光のシミュレーションの 300fs における (a) 電場強度分布と (b) 電子密度分布.

## 反射率計測結果

表 A.3: 反射率計測結果

	反射率
メインパルスとの相互作用	79%
戻り光との相互作用	< 0.1%

反射率計測の結果を表 A.3 に乗せる。表 A.3 より、メインパルスに関しては、一般的な PM、さらには薄膜を用いた PM における反射率 [7] とほぼ同一であり、十分な反射率が得られていることが分かる。また戻り光においては反射率が 0.1% と計算されたが、図 (A.6) に示したようなプラズマ粒子が生成する電場と計測しているため、戻り光の反射率としてはこれ以下になる。どちらにしても十分小さな値であり、図 (A.7) で示したようにほとんど相互作用せずに透過していることがこの値からも分かる。したがって想定した条件において PM はメインパルスに対しては十分な反射率を持ち、戻り光に対しては十分な透過率を持つ。この結果は PM に戻り光を除去し、レーザーシステムを保護するという新しい機能を追加できることを示している。

### A.3.3 反射率のプラズマ密度依存性

次に上記のシミュレーション条件より離れ、PM にこの様な新しい機能を追加するにあたって必要な条件を検討する。図 (A.8) は入射レーザーのパルス幅及び強度を上述のメインパルスの条件に固定し、密度分布として図 (A.3)(a) のものを用い、その密度を人為的に増減させたときの反射率の変化を示している。横軸の最大プラズマ密度は波長 810 nm のレーザーの臨界密度 ( $N_c$ ) で規格

化している。当然ながら臨界密度 ( $1.0N_c$ ) 以上の密度を持つプラズマに対しては、反射率は 80% 以上を保っている。一方、プラズマ密度が  $0.5N_c$  以下であると反射率は 5% 以下となる。透過率はプラズマ中での散乱・吸収の影響があるためプラズマの厚みにも依存するが、反射率に関してはプラズマ密度に強く依存するため、図 (A.8) を戻り光に対しても当てはめることが可能である。その結果、少なくとも戻り光の PM 到達時の密度を  $0.5 - N_c$  以下、可能であれば図 (A.3)(b) で示したような  $0.1 - N_c$  以下になるように、PM とターゲットの距離を設定すれば良いことが分かる。

PM とターゲットの距離は、メインパルスの PM 上での許容フルエンスに依存するため、距離 (= 戻り時間) を変化するとフルエンスはその 2 乗で変化するので、場合によっては最適な解が存在しない可能性もある。その様な場合でも、1) PM の厚みを変更して PM の最大密度が変化する速度を遅くする又は早める。2) ビームを分け、メインパルスが PM で反射された後に PM 上に別ビームを集光し PM の密度低下を早める。3) 最適な解を持つように集光鏡の F 値を変更する。などの対策を講じることにより他のシステムにおいてもレーザー装置の保護を実現できると考えられる。

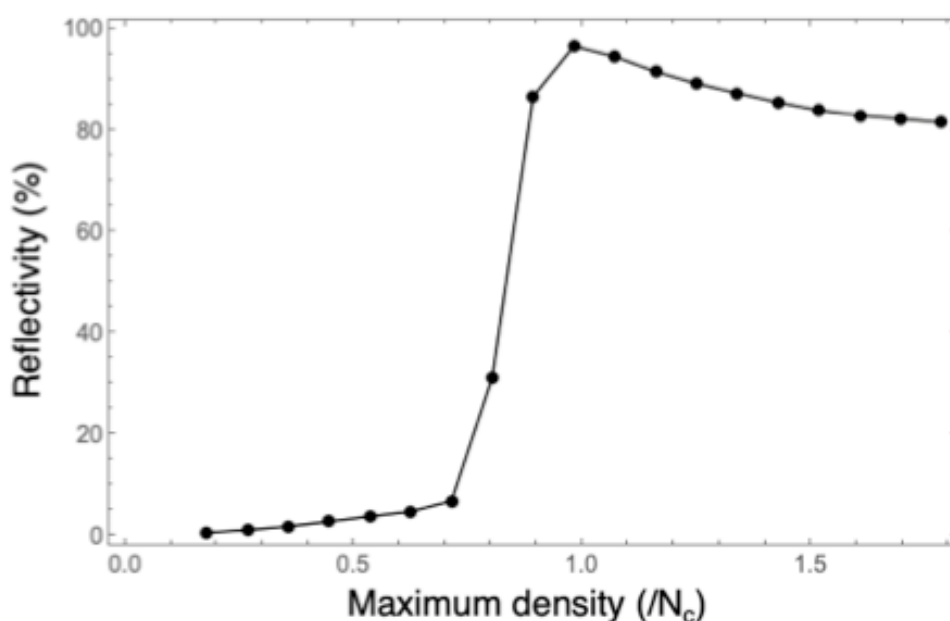


図 A.8. PM の密度との反射率の関係. レーザーのパルス幅と強度は 5.3 節のシミュレーション条件と合わせた。

## A.4 結言

高強度レーザーを用いた実験において、メインターゲットからの有害な戻り光を除去する方法として、膜厚 20 nm の薄膜プラズマミラーを用いる方式を検討した。ELI-NP の超高強度レーザー装置の導入を想定し、1 次元流体シミュレーションと 2 次元 PIC コードを用いたシミュレーショ



ンの結果、PMの反射率はメインパルス到達時79%、戻り光到達時に0.1%となった。この結果からPMを用いた戻り光の除去が可能であり、PMにレーザーシステムを保護するという新しい機能を追加できることが示された。

## 参考文献

- [1] J. Schreiber, P. R. Bolton, and K. Parodi: Rev. Sci. Instrum. **87**, 071101 (2016).
- [2] J. Fuchs, P. Antici, E. d’Humières, et al., Nature Phys. **2**, 48 (2006).
- [3] S. Ter-Avetisyan, A. Andreev, K. Platonov, et al., Opt. Express **24**, 28104 (2016).
- [4] S. Inoue, K. Maeda, S. Tokita, et al., Appl. Opt. **55**, 5647 (2016).
- [5] T. D. Arber, K. Bennett, C. S. Brady, et al., Plasma Phys, Control. Fusion. **57** (2015).
- [6] P. Ghenuche, M.O. Cernaianu, D. Ursescu, et al., APS BAPS.2017.DPP.TO8.9 (2017).
- [7] P. L. Poole, A. Krygier, G. E. Cochran, et al., Sci. Rep. **6** 32041 (2016).