The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	ストリングから生成されるアクシオン暗黒物質のスペクトル解析
Author(s)	齋川, 賢一
Citation	サイバーメディアHPCジャーナル. 2023, 13, p. 21-25
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/92752
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

ストリングから生成されるアクシオン暗黒物質のスペクトルの解析

齋川 賢一
金沢大学 理工研究域 数物科学系

1. はじめに

アクシオンは強い相互作用を記述する量子色力学(QCD)の理論的問題に関連して存在が予言されている素粒子であり、宇宙における暗黒物質の有力候補として近年注目を集めている。アクシオンは通常の物質と非常に弱くしか相互作用しないため、長年その検出は困難とされてきたが、近年の技術的進歩により、近い将来に実際に検出されることも現実的だと見なされるようになってきている（最近の理論・実験双方の進展を含むアクシオン研究の総合的レビューとしては、例えば文献[1]に詳しくまとめられている）。

アクシオン模型では、宇宙初期において Peccei-Quinn 対称性と呼ばれる大域的対称性の自発的破れが起こり、それに伴いストリングと呼ばれるひも状にエネルギーの高い領域が分布するような場の配位が形成されることが知られている。特に、インフレーションと呼ばれる宇宙初期の加速膨張期の後に対称性の破れが起こった場合、大量のストリングが生成され、それらから放出されたアクシオンが現在の宇宙における暗黒物質の主要な成分となる可能性がある。この可能性は 1986 年頃に初めて指摘[2]されて以来、様々なグループにより研究されてきたが、最終的にどの程度の量のアクシオンがストリングから放出されるかという点についてのコンセンサスは未だに得られておらず、深刻な未解決問題となっている。

アクシオン暗黒物質の残存量は理論の未知パラメターであるアクシオンの質量の関数として書けるので、アクシオンが現在観測されている暗黒物質の 100%を占めていると仮定すれば、残存量の理論計算の結果と照らし合わせることにより、暗黒物質を説明するのに必要なアクシオンの質量を推定することができる。したがって、上記の暗黒物質残存量についての不定性は、アクシオンの質量予言の不定性に対応づけることができる。図 1 に、最近 10 年程度の間に発表された研究におけるアクシオン質量の予言値を示す。図に見られるように、予言値はおおよそ 10 μ eV から 10^3 μ eV の間の値をとるが、より精密な予言を与えるにあたっては研究グループごとに数値計算結果の解釈が食い違っており、これらの論争の解決が喫緊の課題となっている。

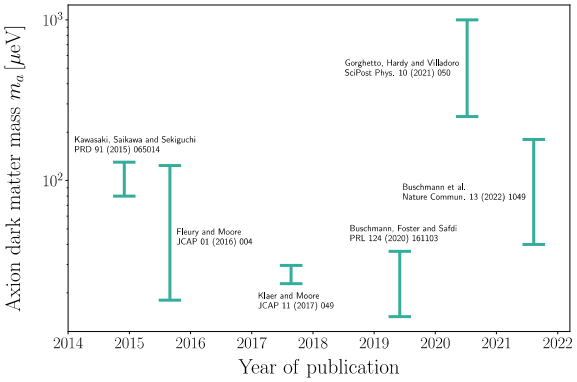

図 1：近年出版された論文[3-5]におけるアクシオン暗黒物質の質量予言値の推移

このような問題を解決困難にしている要因として、系の発展を正しく記述するにはストリングコアの厚さに対応する極めて微小なスケールと、宇宙の地平線半径（またはストリングの典型的な長さ）に対応する巨大なスケールという 2 つの極端に異なるスケールの物理を同時に考慮しなければならないことが挙げられる。特に、ストリングの「張力」（単位長さあたりのエネルギー）はこれらの 2 つのスケール比の対数に比例することが知られている。現実的な状況ではこれらの比は 10^{30} 程度の数になり、その（自然）対数は 70

程度となるので、現実的なストリングは素朴な見積りに比べて 70 倍程度「重い」ということになる。数値計算では 10^{30} もの大きなスケール比を実現することは不可能なため、小さなスケール比で得られた（非物理的な）結果を大きな対数の場合に外挿しなければならない。このような莫大なスケールにわたる外挿を行う必要があるため、計算結果の僅かな解釈の違いが最終結果に大きな影響を及ぼし得るのである。（以下では簡単のため、このスケール比の対数を「log」と表記する。宇宙の地平線半径は時間と共に増加するので、log の値も時間と共に増加することに注意されたい。）

この問題の解決は容易ではないが、本研究はそのための第一歩として、現時点で利用できる計算資源を最大限に活用したブルートフォースの計算を実施することにより、ストリングから放出されるアクシオンのスペクトルを特徴づける量の log 依存性を正確に計算し、外挿に伴う不定性がどの程度存在するかを明らかにすることを目的としている。

2. アクシオンのスペクトル

暗黒物質残存量の計算において最も重要となるのは、以下に定義する量 （瞬間のエネルギー密度放出率）の形である[6]。

$$\mathcal{F}(x) = \frac{1}{(f_a H)^2}\frac{1}{R^3}\frac{\partial}{\partial t}\left(R^4\frac{\partial \rho_a}{\partial k}\right)$$

ここで、ρ_a はアクシオンのエネルギー密度、kは共動運動量、R は宇宙のスケール因子、t は時間、H はハッブルパラメター、f_a は対称性の破れのスケールを表す。この量は物理的な運動量とハッブルパラメターの比 $x = k/(RH)$ の関数であり、単位時間あたりxでラベルされる運動量のモードがどの程度放出されるかを表すものである（典型的なスケール$(f_a H)^2$で割ることにより無次元量に換算している）。

先行研究[4-6]において、$\mathcal{F}(x)$は地平線半径に相当するスケール $k{\sim}RH$ とストリングコアに相当するスケール $k{\sim}Rf_a$ にそれぞれ赤外/紫外カットオフを持ち、それらの間では単純な冪乗則 $\mathcal{F} \propto x^{-q}$ で良く記述できることが示されている。ここで q は冪を表す正の実数である。図 2 に、冪乗則を用いて解析的に求めたストリング起源のアクシオンの数密度 n_a を q の関数としてプロットしたものを示す。図 2 に見られるように、$q = 1$ を境としてアクシオン生成量が大きく変わっている。$q > 1$ はスペクトルが赤外側に傾き、エネルギーの低いアクシオンが大量に生成される状況に対応し、逆に $q < 1$ は高エネルギーのアクシオンが多く生成されるためアクシオンの総数自体は少なくなる状況に対応する。このように、スペクトルの傾き q はアクシオン生成量の見積りに大きな影響を与える重要な測定量であり、大きな log へ数値計算結果を外挿した時に q がどのような値をとるかという点を注意深く調べる必要がある。

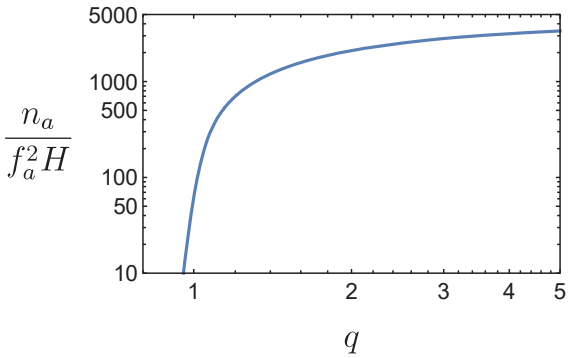

図 2：log = **70** におけるアクシオンの数密度（と典型的な値 $\boldsymbol{f_a^2 H}$ との比）のアクシオン放出率の冪 $\boldsymbol{q}$ に対する依存性

3. シミュレーションとスペクトルの解析

初期宇宙におけるストリングの発展及びアクシオン放出は、対称性の破れを担う複素スカラー場（Peccei-Quinn 場）ϕ の古典的運動方程式

$$\partial_\tau^2\phi - \nabla^2\phi + \lambda\phi(|\phi|^2 - \tau^2) = 0$$

を解くことにより調べられる。ここで τ は共形時間、λ は結合定数である。本研究では、3 次元空間を有限の間隔を持った格子に分け、格子上に場の値を定義することにより、上記の運動方程式

を数値的に解く手法を用いる。実際の計算では最大で 256 ノードを利用した MPI 並列計算を行うことにより格子点数 11264^3 での大規模シミュレーションを実現し、$\log = 9$ 程度までスペクトルの時間発展を測定した。

複素スカラー場を $\phi = \rho e^{i\theta}$ と書いたとき、アクシオン場はその位相方向の自由度θに対応する。シミュレーションでは各時間ステップ毎に$\phi(x)$とその時間微分の空間配位の情報が得られるので、そこからθの時間微分に相当する量を構成し、そのフーリエ変換からアクシオンのスペクトルを以下のように計算することができる。

$$\frac{1}{f_a^2}\frac{\partial \rho_a}{\partial k} = \frac{k^2}{2\pi^2 L^3}\int \frac{d\Omega_k}{4\pi}|\tilde{\theta}(k)|^2$$

ここで、L^3 はシミュレーションボックスの共動座標系での体積、$\int d\Omega_k$ はフーリエ空間における立体角積分を表す。シミュレーションを実行すると上記の手続きによって適当な時間ステップ毎にアクシオンのスペクトルが計算され、1 次元配列データとして出力される。そうして得られたスペクトルのデータの時間微分を計算することにより $\mathcal{F}(x)$ を求め、それを冪乗則 x^{-q}にフィットすることにより、q が log に対してどのように変化していくかを調べた。

図 3 に、エネルギー密度放出率 $\mathcal{F}(x)$ の計算結果を示す。図に見られるように、log を大きくしていくと $\mathcal{F}(x)$ はより右肩下がりになっていき、q に増加傾向があることが確認できる。ただし、log が大きいところでは離散化エラーの影響が無視できないように見える。例えば図 3 の$\log = 7, 8, 9$ でのプロットを見ると、スペクトルの右端に別の鋭いピークが現れている。これらは、log の大きなところでストリングの分解能が悪くなるために起こる非物理的なノイズであると考えられる。

ストリングの分解能は、格子間隔 a とストリングコアの厚さ m_r^{-1} との比 $m_r a$ で表すことができる（$m_r = \sqrt{2\lambda} f_a$ は場 ϕ の動径方向の自由度の質量に相当する）。物理的な格子間隔は宇宙膨張と共にスケール因子に比例して大きくなるので、$m_r a$ は時間と共に増加する量であることに注意が必要である。すなわち、格子間隔は時間と共に大きくなるのに対し、ストリングコ

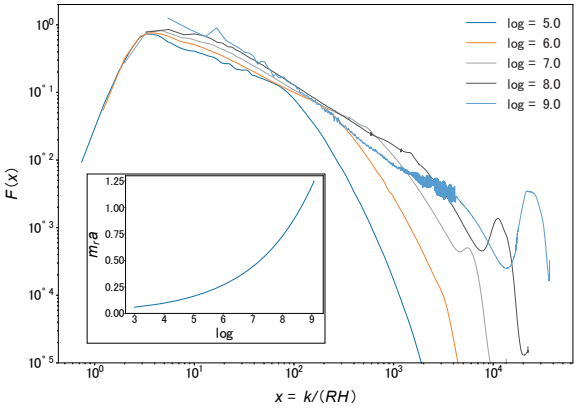

図 3：様々な log で計算されたアクシオンのエネルギー密度放出率、およびシミュレーションにおけるストリングの分解能 $\boldsymbol{m_r a}$ の時間変化

アの物理的な厚さは一定なので、シミュレーションを進めるとストリングの分解能は次第に悪くなっていく。図 3 には、$m_r a$ を log の関数としてプロットしたものも示してある。$\log = 7$ 以下では $m_r a < 0.5$ となりストリングコアの厚さは格子 2 個以上で良くフォローされているが、シミュレーションの最後の $\log = 9$ 付近では $m_r a$ が 1 を超えており、コアの分解能が悪く離散化エラーの影響が大きいと考えられる。

図 3 に見られるように、離散化エラーの影響はスペクトルを歪ませ、本来低波数のアクシオンとして放出されるべきものが極めて高い波数のものとして放出されている。このため、log の大きいところではスペクトルの傾き q が過大評価されている可能性がある。この影響を詳しく見るため、格子点数 3072^3 で m_r に相当するパラメターを変えながら低分解能のストリングのシミュレーションを実行し、計算結果を比較した。その結果得られた q の log 依存性のプロットを図 4 に示す。図に示されたように、低分解能のシミュレーションでは離散化エラーの影響がさらに大きく、$m_r a$ が大きいところで q が非常に大きな値

をとっている。

離散化による影響を取り除くため、q の測定値を以下のようなモデル関数でフィットした。

$$q = q_{\mathrm{model}}(\log) + q_{\mathrm{disc}}(\log, m_r a)$$

ここで、q_{model} は連続極限のモデル（log の任意関数）、q_{disc} は離散化の影響を表す項で log の他に $m_r a$ に依り、$m_r a$ が大きいほど値が大きくなり、$m_r a \to 0$ の極限でゼロになるような関数を選んである。そのような関数でデータをフィットした後、q_{disc} を除いた部分をプロットしたものを図 4 に示す。このようにして離散化の影響を除くと、$\log = 9$ における q の値は $q \approx 1$ またはそれよりやや小さい値となった。

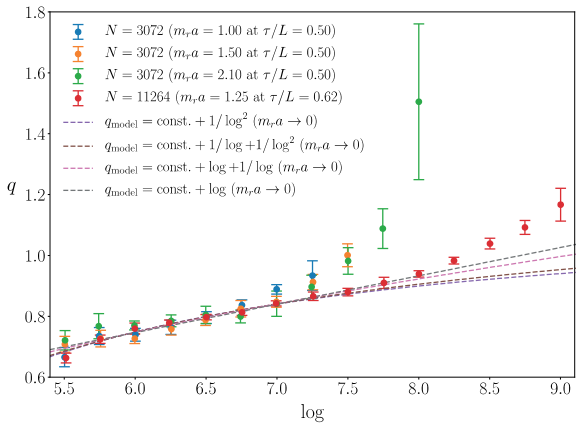

図 4：$\boldsymbol{q}$の測定値と連続極限のモデル

最後に、フィットしたモデル関数を用いて log の大きい場合への外挿を行った。データに良くフィットしたモデルとしては、qが log に比例して単調増加するものと、log 依存性が $1/\log^2$ のように消えていき定数に漸近するものの 2 通りがあった。図 4 に示した範囲では両者の違いは僅かだが、log が大きくなるとそれらの違いが大きく現れてくると予想できる。$\log = 70$ へ外挿した場合、モデルの違いにより q のとり得る範囲は $1 \lesssim q \lesssim 7$ となった。この範囲を暗黒物質残存量の不定性に換算し、それを観測された暗黒物質の存在量と比較すれば、現時点でのアクシオンの質量予言の不定性を算出することができる。そのような質量予言値の最終結果は、上記の解析内容の詳細と合わせて、近いうちに論文として発表し、プレプリントサーバー（arXiv）に公開する予定である。

4. おわりに

本研究では、大規模計算を用いて $\log = 9$ 程度までアクシオン放出率の冪指数 q を測定したが、$\log = 8\text{-}9$ 付近では離散化エラーの影響が大きく、q が過大評価され得ることがわかった。このため、暗黒物質残存量の見積もりには依然として数値計算結果の外挿に伴う不定性が存在すると言える。一方、奇しくも現在の計算資源で到達可能な log の範囲において、q の値は図 2 に示した暗黒物質残存量の見積りを大きく変えるか否かのクリティカルな値である $q = 1$ 付近の値を示している。現時点では $q \approx 1$ 付近に漸近する可能性と $q > 1$ へ増加し続ける可能性の両方が残されているので、今後はよりストリングの分解能を上げて離散化エラーを抑えるようなシミュレーションを行い、これらを峻別していくことが重要である。限られた計算資源の中でそのような計算を行うためには、本研究で用いた一様一定な格子による方法に代わり、ストリングコアの周辺のみ動的に格子を細かく配置する[5]などの新しいシミュレーション手法を取り入れていく必要があると考えられる。

参考文献

(1) L. Di Luzio, *et al.*, *Phys. Rept.* **870** (2020) 1 [arXiv:2003.01100].

(2) R. L. Davis, *Phys. Lett. B* **180** (1986) 225.

(3) M. Kawasaki, K. Saikawa and T. Sekiguchi, *Phys. Rev. D* **91** (2015) 065014 [arXiv:1412.0789]; L. Fleury and G. D. Moore, *JCAP* **01** (2016) 004 [arXiv:1509.00026]; V. B. Klaer and G. D. Moore, *JCAP* **11** (2017) 049 [arXiv:1708.07521]; M. Buschmann, J. W. Foster and B. R. Safdi, *Phys. Rev. Lett.* **124** (2020) 161103 [arXiv:1906.00967].

(4) M. Gorghetto, E. Hardy and G. Villadoro, *SciPost Phys.* **10** (2021) no.2, 050 [arXiv:2007.04990].

(5) M. Buschmann, *et al.*, *Nature Commun.* **13** (2022) no.1, 1049 [arXiv:2108.05368].

(6) M. Gorghetto, E. Hardy and G. Villadoro, JHEP **07** (2018) 151 [arXiv:1806.04677].