



Title	部分等距離作用素によって生成されたC*-環の類について
Author(s)	藤井, 正俊
Citation	大阪大学, 1984, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/955">https://hdl.handle.net/11094/955</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名・(本籍)	藤井正俊
学位の種類	工学博士
学位記番号	第 6307 号
学位授与の日付	昭和 59 年 2 月 15 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
学位論文題目	部分等距離作用素によって生成された $C^*$ -環の類について
論文審査委員	(主査) 教授 竹之内脩 (副査) 教授 高木修二 教授 坂口実 教授 永井治 教授 山本稔

### 論文内容の要旨

$C^*$ -環の研究において、単純  $C^*$ -環の考察は非常に重要であるにもかかわらず、その具体例があまりないというのが現状です。ここでは、その数少ない例である  $O_n$  及び  $O_A$  を  $C^*$ -環の拡大理論及び K-理論の方向から研究しました。この研究の特徴の一つは、グラフ理論を利用した点にあります。要素が 0 と 1 からなる行列  $A = (A(i, j))$  は、 $A(i, j) = 1$  のときのみ、 $j$  から  $i$  への辺をもつという規則によって有向グラフと対応が付いています。そこで、 $O_A$  を有向グラフを骨組みにもつ  $C^*$ -環と見ることは、それを調べる際、かなり有益だと考えられます。

さて、 $O_n$  はある条件をもった  $n$  個の等距離作用素によって生成された  $C^*$ -環で、その条件の下で、同型を除いて一意に定まることが知られています。このことより、 $O_n$  上に古典的なユニタリ群  $U(n)$  からの作用を定義することができます。 $O_n$  は  $n$  個の生成元をもつ自由半群からも構成することができるので、自由群の左正則表現から構成された群-フオン-ノイマン環の議論を参考にしながら、ユニタリ行列より作った  $O_n$  の周期的自己同型による固定環を決定しました。さらに、 $O_2$  の場合に、周期 2 の同値性について議論しました。

一方、 $C^*$ -環  $O_n$  は、複素平面の単位円上の連続関数のなす可換  $C^*$ -環の一般化とも見ることができますので、 $O_n$  を拡大理論や K-理論を展開する格好の対象としてとらえることができます。実際に、コンパクトイデアルによる  $O_n$  の拡大は、単位円上の連続関数環との類似によって、片側シフトを使うことによって与えられることをまず指摘し、次に  $O_n$  の一般化である  $O_A$  の拡大について考察しました。 $C^*$ -環  $O_A$  は、行列  $A$  から決まるある交換関係をもつ部分等距離作用素の族によって生成されますが、 $A$  が既約の場合には、 $O_A$  が単純になることは知られています。 $O_A$  の拡大は二つの方法を使

って与えることができます。一つは、フォック空間上のテンソル代数を使い、もう一つは、グラフから生じる自由カテゴリーを使います。前者の応用として、 $O_A$  のわくの中で  $O_n$  を特徴付けることができました。また後者の前段階として、双対グラフに対応する  $C^*$ -環がもとの環と同型であることをおさえておく必要がありました。

第三の問題は、 $O_A$  を分類することです。そのために、 $K_0$ -群を精密にした不变量を導入しました。 $K_0$ -群の単位元の“位置”に注目して、 $K_0$ -群と“位置”を組にしたもの  $O_A$  を分類するための不变量として採用しました。実際に既約な  $3 \times 3$  行列については、この不变量によって  $O_A$  を分類した後、行列の間に、 $O_A$  の同型を保存するある変換を新しく定義することによって、完全に  $O_A$  を分類することができました。さらに、それぞれの類の代表をきめるために、行列環とのテンソル積により、単位元の位置がどのように変わるか調べるとともに、もう一つのグラフ間の変換を導入しました。その他に、この不变量を利用して、 $O_n$  間の包含関係を  $n$  のことばで記述することができました。

最後に、 $O_A$  上のゲージ作用より与えられる  $C^*$ -力学系の KMS 状態の存在について省察しました。そして、 $O_n$  上の  $C^*$ -力学系に対する KMS 状態の唯一性に関する結果を  $O_A$  の場合に拡張することに成功しました。これは、 $\beta$ -KMS 状態が存在する  $\beta$  の値は、 $A$  に関するマルコフ連鎖の位相的エントロピーと一致すると言い換えることができます。この証明の鍵は、古典的なペロンーフロベニウスの定理の利用にあります。さらに、その唯一の KMS 状態による  $III_\lambda$ -型表現  $\lambda$  の値を  $A$  のスペクトル半径と周期によって決定しました。

### 論文の審査結果の要旨

ヒルベルト空間上、適当な条件を満足するいくつかの等距離作用素または部分的等距離作用素から生成された  $C^*$  環は、Cuntz 環、あるいは Cuntz-Krieger 環とよばれ、注目され、研究されている。著者は、これらに対して、いくつかの寄与をしている。本論文は、それらをまとめたものである。

第1章では、Cuntz 環上で与えることのできる自己同形をいくつか定義し、それらの不動点環を求めている。これらが異なることから、それを与える自己同形が同値でないことが導かれる。

第2章では、Cuntz 環、Cuntz-Krieger 環のコンパクト作用素環による延長の標準的構成方法を与えており、このためには、グラフ理論の利用が有効である。

第3章では、Cuntz-Krieger 環を定める行列が既約な  $3 \times 3$  行列の場合に、これらの完全な分類を与えている。次いでこの分類のために用意した命題を基礎として、一般に、任意の有限生成アーベル群を弱延長群にもつ Cuntz-Krieger 環が構成できることを示している。

第4章では、Cuntz-Krieger 環のゲージ変換に対する KMS 状態の存在と、それから GNS 構成を通じて生ずる フォンノイマン環の型を決定している。

以上によって、著者によってもたらされた知見は、 $C^*$  環の一つの類型に対して精細な情報を与えるものであり、学位論文として価値あるものと認める。