



Title	On the Metric Temporal Logic for Continuous Stochastic Processes
Author(s)	池田, 光優
Citation	大阪大学, 2024, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/96129">https://doi.org/10.18910/96129</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

論 文 内 容 の 要 旨

氏 名 ( 池 田 光 優 )	
論文題名	On the Metric Temporal Logic for Continuous Stochastic Processes (連続時間確率過程に対する距離時相様相論理について)
論文内容の要旨	
<p>この博士論文では、一般の連続時間確率過程が連続時間距離時相論理 (MTL) の式を満たす事象の可測性を証明し、その事象の確率を近似する手法について考察した。</p> <p>時相様相論理とは、時間の進行に伴う制約を自然な方法で定義する概念であり、もともとプログラムを自動検証するために活用されてきた。さらに近年は、物理的なシステムと計算機が深く相互作用するサイバーフィジカルなどの研究分野で注目されている。サイバーフィジカルシステムは、連続時間において常にノイズの影響を受け、不確実性をもつ場合もある。飛行機や自動車、ドローンなどの無人操縦がその例である。そのため、確率過程の見本過程が時相様相論理を満たす確率を考察した先行研究がある。特に MTL は「様相作用素」という記号を用いて、システムが満たすべき連続時間的制約を簡単な記号で定義できるという利点がある。</p> <p>しかし、そのような事象の可測性は、確率の定式化に関して本質的な問題であるにもかかわらず自明ではない。その非自明さは、様相作用素が非可算な命題の論理和によって定義されている点に依拠している。古典的な測度論的手法を用いてそのような事象の可測性を証明することは難しいため、我々は capacity theory における重要な定理を用いて証明した。この定理は、確率過程の到達時刻の可測性を証明するために利用され、capacity theory における重要な結果でもある。</p> <p>更に本研究では、時間に MTL 時間に対して離散化し、見本過程が離散化された MTL を満たす確率について調べた。先行研究では、時間の離散化幅を縮めることで連続時間 MTL の確率を近似できると期待されていたが、私は確率の近似が失敗する例を数種類示した。さらに、様相作用素が入れ子にならないという制約を課すことで、離散時間 MTL の確率が連続時間 MTL の確率に収束することを証明した。さらに、時間変化法を用いて一次元の確率微分方程式を新しい離散化方法で示し、その離散化誤差を推定した。これにより、確率微分方程式と MTL の両方を同時に離散化することで確率を近似することが可能になった。</p>	

## 論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 ( 池 田 光 優 )			
	(職)	氏 名	
論文審査担当者	主 査	教 授	深澤 正彰
	副 査	教 授	関根 順
	副 査	教 授	矢野 裕子

## 論文審査の結果の要旨

本論文は時相様相論理を連続時間確率過程で記述される系に適用する際に問題となる、論理式が定義する集合の可測性、及びその集合の測度（事象の確率）の時間離散近似の正当性を、数学的に厳密に考察したものである。

連続時間パラメータの集合は非可算集合であり、よって連続時間の時相様相論理は非可算個の命題によって集合を定義する。したがってその集合の可測性は全く自明ではない。本論文ではしかし確率過程論の基礎理論を新しい形で応用することにより、そのような集合が一般に可測となることを証明している。可測性が証明されたことにより、その集合を事象としてその確率を測ることができる。これは時相様相論理における先行研究では見過ごされて来た数学的な基礎を初めて構築し、今後の関連研究の土台となる成果である。

連続時間の系に関する事象の確率は一般に、時間的に離散化した系において対応する事象の確率によって近似される。本論文ではブラウン運動の経路の性質に関する確率解析を駆使することにより、とくに確率微分方程式によって記述される系において時間離散近似の振る舞いが研究されている。本論文では時間離散近似が不適切となる例が与えられ、さらに時間離散近似が可能となる命題の十分条件が与えられている。確率微分方程式が陽な解を持たない場合には、確率微分方程式自体も時間離散化によって近似する必要がある。本論文では確率微分方程式の新しい離散近似法も提案され、その誤差評価も与えられている。

本論文に関する公聴会を開催し、主査と2名の副査を含む参加者の前で、池田氏自身が、博士論文研究の背景や主結果の説明に加えて、その理論的な新規性、技術的な革新性、応用分野での適用可能性について解説を行った。さらにその後、質疑応答を行った。いずれの質問に対しても池田氏の回答は適切なものであった。

以上より本論文を博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。