The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Studies on Numerical Methods for Backward Stochastic Differential Equations with Spatially/Temporally Discrete Structures
Author(s)	兼子, 晃寛
Citation	大阪大学, 2024, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/96130
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

様式３

論　文　内　容　の　要　旨

氏　名　（兼子晃寛）	
論文題名	Studies on Numerical Methods for Backward Stochastic Differential Equations with Spatially/Temporally Discrete Structures （空間/時間に離散構造を含む後退確率微分方程式の数値解法の研究）

論文内容の要旨

後退確率微分方程式(backward stochastic differential equation: BSDE)の数値計算に関する研究は、従来、空間および時間に関して連続構造を持つ設定で集中的に行われてきていた。本論文では、応用上興味深い対象となる空間/時間に離散構造を含むBSDEに着目し、それらの効率的な数値計算手法を提示する研究を行った。

第２章では、空間に離散構造を持つ連続時間マルコフ連鎖(continuous-time Markov chain; CTMC)によって駆動される定数終端時刻を持つBSDEに着目した。これに対する数値解析手法として、一般のマルチステージのオイラー・丸山法を構成し、これが「硬い」連立ODEを安定的に解く数値解法群であるexponential integratorに相当することを明らかにした。さらに、ブラウン運動で駆動される（空間が連続的な）BSDEを、空間離散化を経由してCTMCで駆動される「硬い」BSDEに帰着させ、マルチステージオイラー・丸山法で数値解析することを提案した。

第３章では、第２章で得られた結果を、CTMCによって駆動される有界停止時刻を終端時刻に持つBSDEに対して拡張した。この拡張は数理ファイナンス分野への重要な応用を含んでいる（バリア型オプションの価格付け・ヘッジなど）。まず、このBSDEに対するオイラー・丸山法がexponential integratorに補正項を加えたものに帰着されることを示し、さらに、ブラウン運動で駆動されるBSDEに対する、空間離散化を通じたマルチステージオイラー・丸山法による数値解析法の提案を行った。

第４章では、高次元空間の効率的数値計算に長けているスパースグリッド法に基づくマルチレベル空間離散化法を提案し、第２－３章の結果がより高次元状態空間を持つ問題に効率的に拡張されることを示した。

第５章では、空間が連続的で時間が離散的な（高次元）状態空間を持つ後退確率差分方程式(backward stochastic difference equation; BSΔE)に着目し、スパースグリッド法を用いた効率的数値解法を構成した。具体的には、解の表現の中に現れる条件付期待値と非線形写像の入れ子構造をスパースグリッド補間公式によって近似し、また、期待値の計算をスパースグリッド求積公式を用いて行った。

また各章において数理ファイナンス分野での実例を用いて数値実験を行い、提案手法の有用性を数値的に検証した。

様式７

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名　（　兼子　晃寛　）			
論文審査担当者		（職）	氏　名
	主 査	教　授	関根　順
	副 査	教　授	深澤　正彰
	副 査	教　授	矢野　裕子

論文審査の結果の要旨

本博士学位論文の中では、連続時間マルコフ連鎖(Continuous-Time Markov Chain: CTMC)で駆動される後退確率微分方程式(Backward Stochastic Differential Equation: BSDE)が取り扱われ、特にその効率的数値解法について考察と数値実験が行われている。本論文の重要な貢献を以下に箇条書きする。

１）マルコフ型のCTMC-BSDEを時間離散化した「オイラー・丸山近似」が、対応する常微分方程式系にexponential integratorを用いて離散化した離散方程式系に他ならないことを見出した点。さらに、exponential integratorが「硬い」連立ODEを安定的に解く数値解法であるという特徴に着目し、Brown運動で駆動されるBSDEに空間離散化を施して得られるCTMC-BSDEの数値解析において、上記のオイラー・丸山近似法が有効であることを見出した点。論文では、オイラー・丸山近似法をさらに一般化した高次精度を持つマルチステージオイラー・丸山近似法の提案や非一様な空間離散化法の提案がなされ、数値実験を通じてその効率性が確認されている。

２）上記１）をさらに一般化し、終端時刻が有界な停止時刻で与えられるCTMC-BSDEに対するマルチステージオイラー・丸山近似法を提案した点。この結果は、ファイナンス・金融工学分野で重要な応用を持っており（非線形富過程を持つ設定下でのバリア型オプションの価格計算など)、重要な貢献が認められるものである。

３）上記１)、２）の結果に対して、スパースグリッド法に基づくマルチレベル空間離散化法を組み合わせることで、より高次元の状態空間を持つCTMC-BSDEに有効な数値解法を提案した点。応用として、ファイナンス・金融工学分野の複雑な問題（非線形富過程を持つ設定下で4次元状態空間を持つバリア型オプション価格評価）が取り扱われ、良好な数値実験結果が得られており、興味深い貢献と考えられる。

４）大規模なCTMC-BSDEに関する数値解析手法について、具体的提案を行った既存研究はあまり見られない（あるいは、不完全な提案に留まっている)。本論文は、確率微分方程式やマルコフ過程に関する解析手法と常微分方程式の数値解析手法の双方に通じて、大規模なCTMC-BSDEに対して実行可能な、平易で使いやすい数値解析手法を提案しており、その貢献は評価できるものである。

なお、兼子氏の研究の一部は既に学会でも報告され、2022年9月開催の日本応用数理学会年会における若手優秀講演賞を受賞している。また、博士論文に関係した内容について、既に掲載済みの論文1編があり、さらにもう1編、査読付き国際専門誌への掲載が決まっている状態である。
以上の貢献により、兼子氏の博士学位論文は博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認めるものである。