

Title	スピнкаイラリティによる異常ホール効果と永久電流 : スピンJosephson効果
Author(s)	多々良, 源
Citation	大阪大学低温センターだより. 2005, 130, p. 1-7
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/9797">https://hdl.handle.net/11094/9797</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

# スピнкаイラリティによる異常ホール効果と永久電流： スピン Josephson 効果

理学研究科 多々良 源\* (内線 5494)

E-mail: tatara @ess.sci.osaka-u.ac.jp

最近の低温センターだよりに谷口氏がスピнкаイラリティによるホール効果を用いたスピングラスの測定について書いている<sup>[1]</sup>。ここではそのホール効果のメカニズムを詳しく紹介することにする。この現象は実験も理論も阪大のオリジナルな仕事である。

## 1. 背景：強磁性体の電気伝導特性の歴史

強磁性金属の電気伝導特性についての異常は19世紀から多く知られていた。例えば電気抵抗が電流と磁化の相対的な向きに依存すること（異方性磁気抵抗効果）<sup>[2]</sup>、磁場をかけなくてもホール効果が現れること（異常ホール効果）<sup>[3]</sup>などである<sup>[4]</sup>。これらは強磁性体には磁化が存在していることを考えれば今となつては特に「異常」な現象ではないが、こうした問題が理論的に解決されたのは実に1950年以降のことである（もちろん量子論が十分発展してからのことである）。異方性磁気抵抗効果は Smit<sup>[5,6]</sup>、異常ホール効果は Smit<sup>[5,8]</sup>、Kaplan と Luttinger<sup>[7,9]</sup>らによって、どちらも磁化の存在とスピン軌道相互作用による磁化と伝導の結合が原因であることが初めてわかってきたのである。異常ホール効果については当初は多バンドが本質的である<sup>[7]</sup>か、不純物散乱が本質的である<sup>[8]</sup>かなど、理解に混乱があった。また不純物散乱の効果についても、Smit<sup>[8]</sup>の skew scattering 効果が重要なのか、Berger<sup>[10]</sup>の side jump 効果が重要なのかという混乱も長い間続いた。今ではこれらの効果は不純物濃度によって重要性がクロスオーバーするとして決着している。（特に skew scattering、side jump の効果については、現代の Feynman diagram を用いる視点では両者を足したものがゲージ不変な物理量である。）それはさておき、その他にも強磁性転移温度近くで磁化の秩序が弱まった領域での Kondo による異常ホール効果の理論<sup>[11]</sup>を始めとして数多くの理論的研究が行われた。これらの異常ホール効果の理論はすべてスピン軌道相互作用に基づくものである。以後「異常ホール効果＝スピン軌道」という認識は定着していた。（もっとも実験的には強磁性体の異常ホール効果は物質による依存性や温度や磁場依存性などは複雑な挙動を示し<sup>[4]</sup>、すべてを理論的に定量的に説明するのは到底無理である（と私は考えている）。

---

\*科学技術振興機構さきがけ (PRESTO)、4月より首都大学東京・都市教養学部。

## 2. Berry 位相による異常ホール効果

ところが最近、一様強磁性秩序のない、つまり磁化が disorder の状況で現れる新たなホール効果の起源が Ye らにより指摘された<sup>[12]</sup>。彼らの指摘は、磁化が一様でなく全体として有限の Berry 位相をもつような状況 (図 1) では伝導電子と磁化との交換相互作用

$$H_{\text{ex}} = J \int dx \mathbf{S}_x \cdot (c_x^\dagger \boldsymbol{\sigma} c_x), \quad (1)$$

を通じてその位相によりホール効果が生じるというものである。ただし彼らの議論では  $J$  が十分大きく伝導電子スピンはいつも磁化の方向にそろえられているという断熱的極限を考えている。

スピンの Berry 位相はもとは 1 つのスピンの時間的変化に対して定義され、極座標で表すと

$$\Omega_B = \hbar S \int dt \dot{\phi} (\cos \theta - 1), \quad (2)$$

である。これはその時間内にスピンがはった立体角である<sup>[16,17]</sup>。今のホール効果に効くのはこの実空間版で、連続体近似で

$$\Omega = \hbar S \oint_C dx \cdot \nabla \phi (\cos \theta - 1), \quad (3)$$

という量である (経路  $C$  にそった線積分)。経路  $C$  を微小にした極限を取ってみればわかるように、この線積分は  $C$  で囲まれる領域  $S$  上での幾何学量  $\mathbf{S} \cdot (\partial_x \mathbf{S} \times \partial_y \mathbf{S})$  の面積分で

$$\Omega = \hbar S \int_S dS \mathbf{S} \cdot (\partial_x \mathbf{S} \times \partial_y \mathbf{S}), \quad (4)$$

のように表される。この形で見ると、確かにこの量が磁化のねじれ (空間変化) を表していることが  $\partial_x, \partial_y$  のかかりかたから何となくわかる。この形は図 1 のように 3 つのスピン  $\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \mathbf{S}_3$  の場合には  $\mathbf{S}_1 \cdot (\mathbf{S}_2 \times \mathbf{S}_3)$  というスカラーカイラリティに帰着する。ただし Ye らの断熱極限では、実空間での幾何学量  $\Omega$  とホール係数の関係は複雑で、ホール係数はむしろ運動量空間の幾何学量でうまく記述される<sup>[13,19]</sup>。

Ye らの指摘したもうひとつの重要な点は、(少なくとも規則的な格子では) Berry 位相を持った磁化配置を産み出すにはスピン軌道相互作用が必要であり、結果的にこの新しい起源による異常ホール係数は Kaplus-Luttinger の通常の異常ホール効果と同じくスピン軌道相互作用の大きさに比例することである。その後かごめ格子ではスピン軌道なしにネットな Berry 位相を持つ磁化配置が実現されうり、したがってスピン軌道と無関係な異常ホール効果が出現しうることが示された<sup>[13]</sup>。こうして Kaplus Luttinger より 50 年近く後に初めてスピン軌道以外を起源とする異常ホール効果、Berry 位相による異常ホール効果の存在が理論的には明らかになったのである。

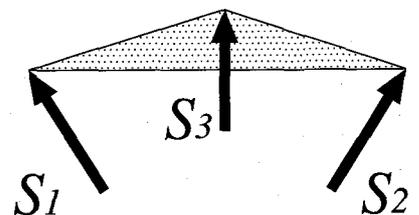


図 1 : スピンカイラリティ (= Berry 位相) をもつ磁化配置。3 つのスピンでつくられるカイラリティは  $\mathbf{S}_1 \cdot (\mathbf{S}_2 \times \mathbf{S}_3)$  である。

### 3. その本質 (=地味な解釈) は?

さて、この Berry 位相による異常ホール効果は位相幾何学的な仮想磁束がホール効果を生じるといふファンシイな現象である<sup>[14,15]</sup>。この説明は伝導電子スピンの磁化 (局在スピン) と強く結合した極限 ( $J \rightarrow \infty$ , 断熱極限) でのみ働く筋書きである。この枠組みでは実際の異常ホール係数は、磁化配置を取り入れた電子のバンド構造を数値的に解いて、その運動量空間での vortex 数をカウントすることで計算される<sup>[13,14]</sup>。これで式の上で確かにホール効果が生じるのは納得できるが、私のような poor man にとってはこれではいまいち理解した気になれない。そこで実直に  $J$  に関する摂動論で示してみたのが文献<sup>[18]</sup>である。その結果、 $J$  の 3 次で、ホール伝導度  $\sigma_{xy}$  に次のような項が存在することがわかった。

$$\sigma_{xy} = (4\pi)^2 \sigma_0 J^3 \nu^2 \tau \chi_0. \quad (5)$$

ここで  $\nu$ ,  $\tau$ ,  $\sigma_0 (= e^2 n \tau / m)$  はそれぞれフェルミ面での状態密度、不純物散乱による寿命、ボルツマン伝導度である ( $n$  は電子密度、 $e$ ,  $m$  は伝導電子の電荷と質量である)。  $\chi_0$  が磁化のスピン配置を反映する量で

$$\chi_0 \equiv \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{X}_i} \mathbf{S}_{\mathbf{X}_1} \cdot (\mathbf{S}_{\mathbf{X}_2} \times \mathbf{S}_{\mathbf{X}_3}) \times \left[ \frac{(\mathbf{a} \times \mathbf{b})_z}{ab} I'(a) I'(b) I'(c) + \frac{(\mathbf{b} \times \mathbf{c})_z}{bc} I(a) I'(b) I'(c) + \frac{(\mathbf{c} \times \mathbf{a})_z}{ca} I'(a) I(b) I'(c) \right], \quad (6)$$

と、3つの局在スピン  $\mathbf{X}_i$  がつくるカイラリティ  $\mathbf{S}_{\mathbf{X}_1} \cdot (\mathbf{S}_{\mathbf{X}_2} \times \mathbf{S}_{\mathbf{X}_3})$  を電子がホップして回りながら感じるという寄与である。カイラリティはもちろんそれだけではどういう順序でスピンをラベルするかの任意性があるので物理量にならない<sup>1</sup>。向きは電子がホップして回る振幅により、3つのスピンのなす各辺の長さベクトル  $\mathbf{a} \equiv \mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2$ ,  $\mathbf{b} \equiv \mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_3$ ,  $\mathbf{c} \equiv \mathbf{X}_3 - \mathbf{X}_1$  同士の外積の因子をとおして規定されている。電子のホップする振幅は RKKY 的な因子  $I(r) \equiv \frac{\sin k_{\text{Fr}}}{k_{\text{Fr}}} e^{-r/2\ell}$  とその微分  $I'(r) = \frac{dI(r)}{dr}$  で表される。このため、電子の平均自由行程  $\ell$  程度より大きな三角形はホール効果に効かない。

結果から考えるとスピンのカイラリティは交換相互作用の 3 次摂動では必然的に現れる量である。なぜなら 3つのスピンからスカラー量を作るには  $\mathbf{S}_1 \cdot (\mathbf{S}_2 \times \mathbf{S}_3)$  しかないからである。ただ、先に強調したようにスピンの順序付けが本質的に重要であるため、電気伝導度  $\sigma_{xx}$  には現れず、スピン空間と座標空間がカップルできるホール伝導度  $\sigma_{xy}$  に現れるわけである。

現実に測定される異常ホール抵抗は Kaplus-Luttinger の通常の異常ホール効果をあわせて

1 その観点からは、スピングラスの理論で議論されている「カイラリティ」は 1 直線状にならぶ 3つのスピンの定義されており、単なる乱雑度とでもいうべきでここで問題にしている幾何学的に意味のあるカイラリティとは異なるものである。

$$\rho_{xy} = \lambda M(A\rho + B\rho^2) + C\chi_0, \quad (7)$$

となっているとはずである<sup>[18]</sup> ( $A, B$ は定数 (少なくともあまり強く温度依存しない関数)、 $C$ もおそらく)。 $\rho$ は電気抵抗率、 $\lambda$ はスピン軌道相互作用定数である。

式(6)は複雑な表式であるがこれが伝導電子の感じるカイラリティである。しかし平均自由行程が spin texture の変化のスケールよりも十分長いときには数学的な topological number

$$\Phi = \frac{1}{4\pi S^3} \int d^2x \mathbf{S} \cdot (\partial_x \mathbf{S} \times \partial_y \mathbf{S}), \quad (8)$$

に帰着する<sup>[19]</sup>。このときにはホール伝導度も実空間の vortex 数に応じて量子化される (ただし弱結合なので  $e^2/h$  の整数倍ではない)。

#### 4. さらに良く考える：カイラリティによる永久電流

上の結果で確かにスピンカイラリティがあるとホール効果が生じることがわかった。ここではもう少しその起源について交換相互作用の摂動で考えてみよう。スピン  $S_1$  との相互作用で電子に与えられる散乱振幅は内積  $(S_1 \cdot \sigma)$  の形である ( $\sigma$  は Pauli 行列の 3 成分ベクトル)。引き続き別のスピン  $S_2$  で散乱されればそこでは  $(S_2 \cdot \sigma)$  という振幅を電子は受ける。Pauli 行列は非可換であるから一般には  $1 \rightarrow 2$  という順番の散乱と逆の  $2 \rightarrow 1$  という散乱の結果は異なる。(図 2) しかし  $\text{Tr}[(S_2 \cdot \sigma)(S_1 \cdot \sigma)] = \text{Tr}[(S_1 \cdot \sigma)(S_2 \cdot \sigma)]$  であるから 2 次摂動の範囲では、電荷を見る限りは順番は関係しない。しかし 3 次摂動になると事情が異なる。Pauli 行列の性質  $\sigma_i \sigma_j \sigma_k = \delta_{ij} \sigma_k + \delta_{jk} \sigma_i - \delta_{ik} \sigma_j + i \epsilon_{ijk}$  をつかうとわかるように

$$\text{Tr}[(S_3 \cdot \sigma)(S_2 \cdot \sigma)(S_1 \cdot \sigma)] - \text{Tr}[(S_1 \cdot \sigma)(S_2 \cdot \sigma)(S_3 \cdot \sigma)] = 2i S_1 \cdot (S_2 \times S_3), \quad (9)$$

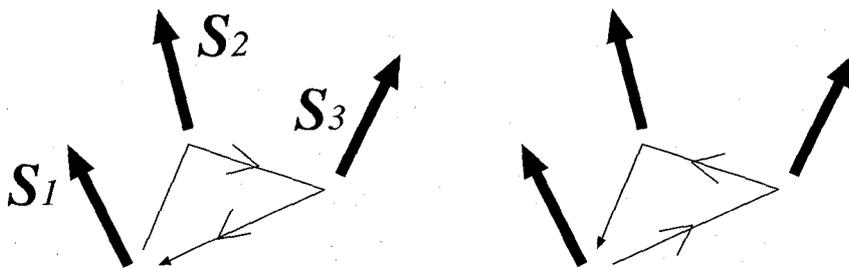


図 2：たくさんのスピン  $S_i$  による電子の散乱と逆周りの振幅。両者はもし局在スピンの配置であればその分、式(9)だけ異なり、結果的に自発的な電流が生じる。

となり、局在スピンの配置がカイラリティを持つときはそのスピン散乱により電荷の流れの方向の対称性が破れるのである。つまり自発的な電流が生じる。これが先に見たホール効果の本質である。なぜなら円運動する電荷に電場をかけると軌道が横にドリフトしていくことは古典的によく知られていることである (図 3)。

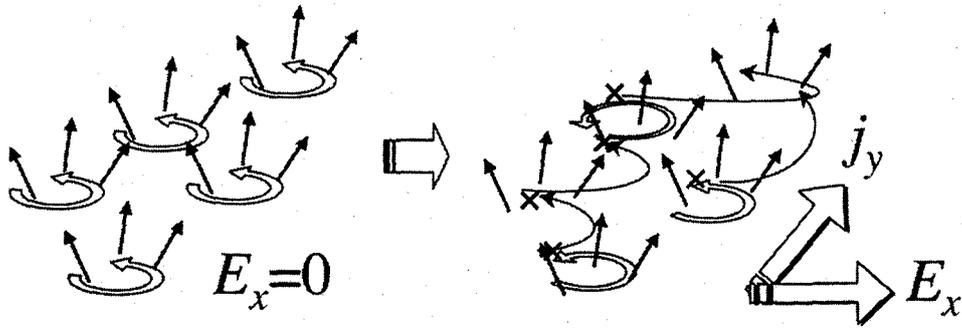


図3：永久電流が電場でドリフトしてホール効果につながる。

## 5. スピン Josephson 効果

こうしてみるとカイラリティによるホール効果や永久電流は非常に基本的なスピンの量子力学から生じていることがわかる。そうした意味では近藤効果と類似といえよう（近藤効果は局在スピンの非可換性からでるが今の効果は伝導電子の非可換性である点異なる）。もっといえばこの効果はスピンの Josephson 効果といえる。位相が異なる超伝導体をつなげると位相差により電流が生じる Josephson 効果はよく知られている。実は強磁性体でも同じことが期待されるのである。図のような磁化の向き異なる2つの強磁性体（金属性とする）接合では先と同様な議論により電子は  $1 \rightarrow 2$  と  $2 \rightarrow 1$  の向きにはそれぞれ  $(S_2 \cdot \sigma)(S_1 \cdot \sigma) = (S_1 \cdot S_2) - i\sigma \cdot (S_1 \times S_2)$  と  $(S_1 \cdot \sigma)(S_2 \cdot \sigma) = (S_1 \cdot S_2) + i\sigma \cdot (S_1 \times S_2)$  という散乱振幅を受ける。つまりネットにその差

$$(S_2 \cdot \sigma)(S_1 \cdot \sigma) - (S_1 \cdot \sigma)(S_2 \cdot \sigma) = -2i\sigma \cdot (S_1 \times S_2)$$

という量が残る。

これはとりもなおさず2つのスピンの外積に比例したスピン流  $j_s$  が存在することを意味している。これはスピンの Josephson 効果である<sup>[20,21,22]</sup>。(Pauli 行列で表される散乱振幅は一般的に  $SU(2)$  位相因子  $e^{i\theta c}$  の形に書ける ( $c$  は定数ベクトル)。) 通常の Josephson 効果との違いは代数が  $SU(2)$  であるため、生じる流れはスピンと電荷双方であるという点である。つまり現象は  $U(1)$  の超伝導の Josephson 効果よりも豊富である。実際3つの強磁性体の接合をつくれば上で議論したように電荷の流れが生じることになる。きちんとした解析によるとナノ系でリングを作り3つの強磁性コンタクトをつけた場合、期待される永久電流は

$$j = -2e \frac{v_F}{L} \cos(k_F L) \left( \frac{J}{\epsilon_F} \right)^3 S_1 \cdot (S_2 \times S_3), \quad (10)$$

である<sup>[20]</sup>。この永久電流は電子の波動関数がつながっているときに生じる量子効果であるのでリングは位相緩和長より小さくないといけない（位相緩和長は電子のコヒーレンスの保たれている距

$$j_s = S_1 \times S_2$$

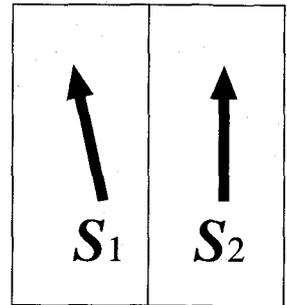


図4：磁化の異なる強磁性体の接合。  $S_1 \times S_2$  に比例したスピンの流れ  $j_s$  が生じる。これは Josephson 効果と類似の現象である。

離)。実現されるのは半導体では  $\mu\text{m}$  以下のサンプルで温度は  $0.1\text{K}$  以下というところであろう。原理的にはこれは量子 XOR 演算素子になっており、これを連結することで量子計算が可能である<sup>[21]</sup>。

## 6. 終りに

現実問題としてはスピнкаイラリティによるホール効果を実験で確認するのは容易ではない（と私は考える）。一番の難しさはスピン軌道相互作用による「通常の」異常ホール効果との分離であろう。この通常の効果でさえかなり複雑な挙動をするのである<sup>[4]</sup>。そこをどれだけ定量的に理論側が詰められるかが鍵となる。詳細な解析と実験とを比較して  $\text{Nd}_2\text{Mo}_2\text{O}_7$  などのパイロクロア物質で Berry 位相によるホール効果は確認されているという報告がある<sup>[14,15]</sup>。一方で実験事実は Berry 位相（カイラリティ）では説明できないという主張もある<sup>[23]</sup>。定量性を問題にしだせばきりがなく、最終的にはフルに第一原理計算をやってみないと決着はつかないのではないかと私は思う。さらに幾何学的なフラストレーションがないスピングラスのような場合も理論はまだ不十分である。つまり式(6)で示される一様カイラリティが残ればホール効果がでるのだが、均一系では単純には local なカイラリティは全体としてはキャンセルしてしまう。一様カイラリティが残る可能性として知られているのはスピン軌道相互作用がある場合で<sup>[12,18]</sup>、だいたい

$$\chi_0 \propto \lambda M, \quad (11)$$

が期待される。スピングラスなどの一様系で本当にこの比例係数が有限に残っているのかは理論では未解決であるが、おおざっぱには Dzaloshinsky-Moriya 相互作用がある系では一様成分が生じることが期待される<sup>[18]</sup>。

実験ではスピングラスの異常ホール効果に関して最近精力的に研究が行われている<sup>[1,25,24]</sup>。特にスピングラス特有の性質である zero-field-cool と field-cool の場合での磁化の差を用いて「異常な」異常ホール効果を正常な異常ホール効果と分離することに最近成功したことは谷口氏の解説にある通りである<sup>[1]</sup>。一様カイラリティがスピン軌道相互作用で誘起されているとすると理論式(7)(11)からいえるようにホール抵抗率は  $\rho_{xy} = \lambda M (A\rho + B\rho^2 + C')$  とかかれ、係数  $C'$  がカイラリティからの寄与となる。谷口らは  $\rho_{xy}/M$  を温度の関数としてプロットしたときに field-cool, zero-field-cool の場合の差を見つけ、一方で  $\rho$  はそういう振る舞いを持たないことを確認した。つまり field-cool, zero-field-cool の場合の差は Kaplus-Luttinger の異常ホール効果では理解できず、カイラリティによるホール効果 ( $C'$  項) を表していると彼らは結論づけた。この実験はランダムな一様系であるはずのスピングラス系で一様カイラリティが生じていることの初の発見としての意味も大きい。こうした優れた実験データがでてきたことで理論も発展が求められている。

最近スピントロニクス分野でホットな話題である電流による磁化反転や磁壁駆動<sup>[26,27,28]</sup> もその起源は交換相互作用によるスピン Josephson 効果である。つまりこの効果により電流を流した際に磁壁に力やトルクが働き運動をおこす。詳しくは文献をみてほしい。

## 参考文献

- [1] 谷口年史、低温センターだより No.129 (2005) ; T. Taniguchi et al., Phys. Rev. Lett. **93**, 246605 (2005).
- [2] W. Thomson, Proc. Royal Soc. London **8**, 546 (1857).
- [3] A. Kundt, Wied. Ann. **49**, 257 (1893).
- [4] 詳しくは磁性体ハンドブック (朝倉書店) を。
- [5] J. Smit, Physica **17**, 612 (1951).
- [6] T. R. McGuire and R. I. Potter, IEEE Trans. Magn. **MAG-11**, 1018 (1975).
- [7] R. Karplus and J. M. Luttinger, Phys. Rev. **95**, 1154 (1954).
- [8] J. Smit, Physica **21**, 877 (1955); **24**, 39 (1958).
- [9] J. M. Luttinger, Phys. Rev. **112**, 739 (1958).
- [10] L. Berger, Phys. Rev. **B2**, 4559 (1970); **B5**, 1862 (1972).
- [11] J. Kondo, Prog. Theor. Phys. **27**, 772 (1962).
- [12] J. Ye, Y. B. Kim, A. J. Millis, B. I. Shraiman, P. Majumdar and Z. Tesanovic, Phys. Rev. Lett. **83**, 3737 (1999).
- [13] K. Ohgushi, S. Murakami and N. Nagaosa, Phys. Rev. **B62**, R6065 (2000).
- [14] Y. Taguchi, Y. Oohara, H. Yoshizawa, N. Nagaosa and Y. Tokura, Science **291**, 2573 (2001).
- [15] ファンシィでエレガントな理論が好きな方は、永長直人、日本物理学会誌 **59**, 520 (2004).
- [16] A. Auerbach, "Interacting Electrons and Quantum Magnetism", Springer-Verlag (1994).
- [17] 永長直人、「物性論における場の量子論」、岩波書店(1995).
- [18] G. Tatara and H. Kawamura, J. Phys. Soc. Jpn., **71**, 2613 (2002).
- [19] M. Onoda, G. Tatara and N. Nagaosa, J. Phys. Soc. Jpn. **73**, 2624 (2004).
- [20] G. Tatara and H. Kohno, Phys. Rev. **B67**, 113316 (2003).
- [21] G. Tatara and N. Garcia, Phys. Rev. Lett. **91**, 076806 (2003).
- [22] G. Tatara, phys. stat. sol. (b) **241**, 1174 (2004).
- [23] Y. Yasui, S. Iikubo, H. Harashina, T. Kageyama, M. Ito, M. Sato and K. Kakurai, J. Phys. Soc. Jpn. **72**, 865 (2003).
- [24] T. Kageyama, N. Aito, S. Iikubo and M. Sato, J. Phys. Soc. Jpn. **72**, 1491 (2003).
- [25] P. Pureur et al., Europhys. Lett. **67**, 123 (2004).
- [26] G. Tatara and H. Kohno, Phys. Rev. Lett. **92**, 086601 (2004).
- [27] E. Saitoh, H. Miyajima, T. Yamaoka and G. Tatara, Nature, **432**, 203-206 (2004).
- [21] 多々良源、パリテイ **20**, 19 (2005).