Title	ATM交換網におけるレート制御方式に関する研究
Author(s)	太田, 能
Citation	大阪大学, 1995, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3081442
rights	
Note	

ATM 交換網における
レート制御方式に関する研究

1994年12月

太 田　能

(1)

ATM 交換網における
レート制御方式に関する研究

1994年12月

太田　能

序文

本論文は，筆者が大阪大学大学院工学研究科（通信工学専攻）在学中に行った，ATM 交換網におけるレート制御方式に関する研究の成果をまとめたものであり，次の 6 章から構成されている．

第 1 章は緒論であり，本研究の背景である ATM について概説し，本研究の位置付けを論述している．

第 2 章では，ATM 交換網のユーザインタフェースにおける最大伝送速度を制御するレート制御について論述している．セル送出速度の記述法として，ある一定時間間隔 T セル伝送時間内に送出可能なセル数 N により表現する方法がある．この (T, N) によって記述された最大セル送出速度の制御に，ジャンピングウィンドウ方式に代表されるウィンドウ型レート制御方式とリーキーバケット方式の適用性について検討している．ウィンドウ型レート制御では，ウィンドウ内に連続的なセル送出を許すため，セル送出過程の変動が大きくなる可能性があり，またリーキーバケット方式は，連続的なセル送出を許さないものの，これまでの実装方法では T/N が整数とならない場合，伝送路とのセル同期に問題があった．本章では，リーキーバケット方式のセル同期問題を解決し，(T, N) を満足するセル送信制御を可能とする実現方法を提案している．また，本実現法によるリーキーバケット方式とジャンピングウィンドウ方式の出力過程解析し，リーキーバケット方式のセル送出過程の変動がジャンピングウィンドウ方式に比べ十分小さく，最大セル送出速度の制御に適していることを明らかにしている．

第 3 章では，B-ISDN を介した LAN 間相互接続におけるゲートウェイ間トラヒック制御について論述している．B-ISDN では，呼が申告するトラヒック属性に基づき利用可能な帯域を割当てる．LAN 間トラヒックは，その発生量の時間的変動が大きく，B-ISDN の網資源を効率的かつ経済的に利用するには，発生するトラヒック量に応じてトラヒック属性として申告するセル送出速度を変更し，必要となる網資源を動的に確保することが有効である．これまでに，送信側 LAN から送信側 GW に到着するトラヒック量に応じて網資源を確保する送信側 GW 輻輳回避型トラヒック制御方式 (SGW 方式) が提案されている．本章では，網資源をより有効に利用するには，送信側 GW だけでなく受信側 GW の状況も考慮する必要があるという観点から，GW 間において

セル送信権によるフロー制御を行い，このフロー制御から得られるフィードバック情報をもとに受信側 GW のスループットをも考慮した帯域確保を行う受信側 GW 輻輳回避型制御方式 (DGW) を提案している．また，LAN に FDDI を適用した場合のシミュレーションにより，DGW と SGW 方式を比較し，提案方式の有効性を明らかにしている．

第 4 章では，ATM-LAN において，データ系サービスクラスへの適用が考えられているフィードバック型レート制御について論述している．まず，代表的なフィードバック型レート制御方式（固定パラメータ方式）を取り上げ，流体近似解析により送信端末がセル送出速度を制御するパラメータと交換機を経由するコネクション数の影響を考察している．この結果から，コネクション数の増加によりグッドプットが劣化する可能性があることを明らかにしている．次に，この問題を解決するものとして，交換機を経由するコネクション数の増減を検出し，送信端末がセル送出速度を増加させる際のパラメータを変更する適応パラメータ方式を提案している．また，シミュレーションにより，適応パラメータ方式が固定パラメータ方式に比べ，コネクション数によらず良好なパワー特性を持つことを明らかにしている．

第 5 章では，レート制御など ATM 交換網におけるトラヒック制御システムへの適用を考慮した待ち行列モデルの解析について論述してる．従来，ATM に適した離散時間環境において解析されていた待ち行列モデルは，その多くがサービス過程に再生過程を仮定しており，レート制御などのトラヒック制御をモデル化するには不十分であった．また，ATM 交換網では，音声や動画像など情報発生過程に相関性のあるトラヒックを扱う必要がある．本章では，到着過程とサービス過程に相関性を有する待ち行列モデルをとして D-BMAP/D-MAP/1/N を解析している．本章の結果は，サービス過程に D-MAP を仮定しているため，セル送出規律が有限マルコフ連鎖で記述されるトラヒック制御システムの性能評価に幅広く適用できる．まず，対象待ち行列の状態遷移確率行列が大規模化するという問題に対し，状態遷移確率行列を構成するブロック行列単位の演算により定常状態解を導出するアルゴリズムを提案している．また，この結果をもとに，稼働期間，廃棄率，システム滞留時間，退去間隔について検討している．最後に，レート制御への適用例としてバッファードリーキーバケットを解析し，数値結果を示している．

第 6 章は結論であり本研究で得られた成果を総括している．

目次

第 1 章

緒論

産業社会と通信事業は相互補完のもとに発展してきた．産業技術の成熟とともに，通信サービスに対するニーズは多様化し，通信網を構築する基盤技術はより高度なものとなった．このような流れの中で，公衆網では，ディジタル交換技術，光ファイバ伝送技術，LSI 技術などの進歩に支えられ，電話ディジタル交換網をベースに，音声やデータ通信等のサービスを統一されたインタフェースにより提供できるサービス総合ディジタル網（ISDN:Integrated Services Digital Network）[(1)-(3)]の構築が可能となった．また，マイクロプロセッサを用いたパーソナルコンピュータ（PC）やワークステーション（WS）などの小型計算機が普及し，企業や大学において，LAN （Local Area Network）[(3)]の構築が進み，私設網による計算機資源や情報の共有化が一般的となった．このように，情報通信は，産業活動や社会活動において必要不可欠なものとなっている．

現在，高度情報化社会を迎え，通信サービスに対するニーズは，高精細画像通信や高速 LAN 間接続など大容量なものへと向かっている．しかし，現在サービスが行われている ISDN の伝送速度は一次群（日本・北米:1.5Mbps，ヨーロッパ:2.0Mbps）[(1)-(3)][†]程度にとどまっており，高度情報化社会を支えるインフラストラクチャとしては不十分との認識が強まっている

このような背景から，公衆網として，より高速で広帯域な通信サービスの提供を目指した広帯域サービス総合ディジタル通信網（B-ISDN: Broadband-Integrated Services Digital Network）[(1)-(3),(5),(6)] 構築への気運が高まり，1985 年，ITU-TS（International

---

[†]電話ディジタル網との整合性を図るため，基本伝送速度は 64kbps であり，利用可能な速度はこの整数倍に制限される．B-ISDN に対し，N-ISDN（Narrowband ISDN）とも呼ばれる．

Telecommunication Union Telecommunication Standerdization Sector）において B-ISDN 標準化が開始された．B-ISDN は，サービス提供や網運用の側面から，1）相互通信形サービスや分配形サービスを提供できること，2）低速から高速まで，様々な速度に対応できること，3）固定速度呼や可変速度呼など多様なサービスを同時に収容できること，4）各サービスの要求品質を満たしつつ収容できること，5）経済的な網資源運用が可能なこと，などの条件を満足する必要がある[7]．

ITU-TS では，これらの条件を満足する伝送方式の検討を行い，1988 年，B-ISDN の伝送方式を非同期転送モード（ATM:Asynchronous Transfer Mode）[1]-[4]とすることを勧告した．ATM は，従来のパケット交換で高速化の障害となる部分を除去し，回線交換で培った技術を取り入れることにより高速伝送の実現を目指しており，次に述べるように，1）情報伝送単位を固定長のセルとする，2）セルをラベル多重する，3）網内プロトコルを簡略化している，などの特徴がある[1]-[3],[5]-[7]．

1）セルによる転送

情報伝送単位を固定長のセルとする．セルは，5byte のヘッダと 48byte の情報フィールドから成る．ヘッダは，仮想パス（VP:Virtual Path）や仮想チャネル（VC:Virtula Channel）を識別するための識別子（VPI/VCI:Virtual Path Identifier/Virtual Channel Identifier），ヘッダーエラー検出のためのエラーチェックコード（HEC:Header Error Check），情報フィールドの種別を表すペイロードタイプ表示（PT:Payload Type），セルの優先権を示すセル損失優先表示（CLP:Cell Loss Priority），などから構成される．全ての情報は，セルという統一フォーマットを用いた多重・分離・交換により，メディアに依存しない通信が可能である．

2）ラベル多重

伝送路上ではセル単位の同期が取られるものの，セルの挿入位置には制約がなく，この意味で非同期である．呼設定時には，発着端末間を結ぶ網内経路が決定され，VPI/VCI が割当られる．ATM 交換機では，セルヘッダ内の VPI/VCI（すなわちラベル）により仮想パスおよび仮想チャネルを識別し出線に交換する，いわゆるラベル多重を行う．セルが固定長であること，伝送路上でセル単位の同期が取られていることから，ATM 交換機でのセルの先頭の識別が容易となり，ハードウェアの簡単化と高速化が可能となる．セルは情報発生時にのみ網内に送出されるため，統計的多重効果[8],[9]により網資源の効率的利用が期待できる．

3）網内プロトコルの簡略化

これまでの網では，リンク・バイ・リンクでの誤り制御やフロー制御が行われていたが，このような高速性な高速化の障害となるプロトコル処理を網内から極力排除し，エンド・ツー・エンドで行うものとする．これにより，網は情報伝送に専念できる．

このように，ATM は，B-ISDN の伝送方式として生まれたものである．

一方，高速・広帯域化，マルチメディア化への要求は，公衆網だけでなく LAN においても高まっている．近年の PC や WS の性能の向上は著しく，音声，動画像などのリアルタイム処理が可能となった．このようなマルチメディア端末の登場に対し，従来の Ethernet や FDDI などのデータ通信を主体とした媒体共有型 LAN[3]では，高速化・マルチメディア化を図る上で問題が生じている．第一に，各端末が同時に利用可能な伝送速度を高速化するには，伝送媒体の大容量化と，それに伴うインタフェースの高速化が必要であり，コストや技術面での限界がある．第二に，マルチプルアクセスに基づくメッセージ交換技術がベースとなるため，動画像，音声などリアルタイム性を要求する通信のサポートが困難である[10],[11]．

これらの問題を解決するものとして，ATM の利点が LAN ベンダーにも理解され，ATM-LAN [10]-[15] と呼ばれる ATM 交換機を中央局とするスイッチ型 LAN が検討され始めた．現在，ATM-LAN は，LAN ベンダーを中心に結成された ATM Forum [12],[15] において標準化が進められている．ATM-LAN では，高速スイッチングにより，伝送媒体を独立に利用することでネットワーク容量の増大を目指している．このため，媒体共有型 LAN に比べて，伝送媒体の大容量化やインターフェイス速度の高速化がそれほど要求されない．また，全ての情報をセルにより一元処理することから，マルチメディア化も容易と考えられている[10],[11]．

このように ATM は，B-ISDN や LAN において高速・広帯域化，マルチメディア化をはかるうえで極めて有力な伝送方式である．しかし，B-ISDN や ATM-LAN など，ATM を伝送方式とする交換網（ATM 交換網）を運用するにあたって，解決しなければならない問題は数多く存在する．本論文は，これらの問題の中でも，トラヒック制御に関して論述するものである．ATM 交換網では，要求品質や特性の異なる多様なト

ラヒックを収容する必要があり，従来のパケット交換網など，トラヒックが限定されていた場合のトラヒック制御手法では十分に対応できない．このため，ATM 交換網に適したトラヒック制御や，その性能評価手法の確立が重要な課題となる．

ATM 交換網におけるトラヒック制御としては，従来のパケット交換網に用いられていたようなリンク・バイ・リンクでのウィンドウ・フロー制御では，高速化の妨げになることや，リンク全体のトラヒックを対象するため個々のコネクションの通信品質を保証するものではないため，その適用は考えられていない[16]．このため，ATM 交換網でのトラヒック制御では，網入力部において網内へ送出されるトラヒック量を制限する方法が考えられており，そのアプローチは，次の輻輳予防型と輻輳適応型に大別できる[16],[17]．

- **輻輳予防型**：網内で輻輳が発生しないように，予め呼の受付を制限する方法．
- **輻輳適応型**：網内で輻輳が発生した場合，各呼源にフィードバック信号を送信することで，セル送出を規制し，輻輳からの回復を図る方法．

このうち，B-ISDN では輻輳予防型トラヒック制御が検討されている[16],[17]．これは，B-ISDN では，網の規模が大きいため，制御のフィードバック遅延が無視できず，輻輳対応型トラヒック制御では十分な効果が期待できないためである．輻輳予防型トラヒック制御は，網へ入力されるトラヒック量を呼レベルで規制する呼受付制御[9],[18]-[21]とセルレベルで規制する使用量パラメータ制御[22]-[26]を組合わせることで実現される．このため，呼は網との契約で申告した値以下にセル送出速度を制御する機能が必要となる．一方，ATM-LAN では，輻輳予防型と輻輳対応型トラヒック制御の併用が検討されている[12]．輻輳予防型は，画像や音声などのリアルタイムトラヒックに対して適用される．一方，データトラヒックには，呼設定処理の低減と空き帯域の有効利用のために，輻輳対応型トラヒック制御の適用される．具体的には，網内の輻輳状況に応じ，呼のセル送出速度を動的に変化させることで網資源を共有する方法が検討されている[12]-[14]．

このように，適応予防型，輻輳適応型ともに，ユーザ側でのセル送出速度の制御が必要不可欠である．本論文では，網入力部においてセル送出速度を制御することにより，呼の通信品質の維持し，網資源の共有を図るためのトラヒック制御をレート制御と呼び，さまざまな適用領域におけるレート制御方式についての検討を行う．

まず，第2章では，ユーザインタフェースにおいて，最大セル送出速度を制御するレート制御について議論する．ATM 交換網では，最大セル送出速度が網内品質に及ぼす影響が大きく[9]，インタフェースにおいて最大セル送出速度を制限するレート制御を実装する必要がある．本章では，ウィンドウ型レート制御方式[22],[23]とリーキーバケット方式[22],[23],[27]-[29]の最大セル送出速度制御への適用性について検討する．ATM におけるセル送出速度の規定法に，Tセル伝送時間内に送出可能なセル数Nにより表現する方法[5],[9],[29]-[31]がある．ジャンピングウィンドウ方式[22],[23]に代表されるウィンドウ型レート制御方式は，伝送路との同期が容易なものの，セル送出過程の変動が大きくなる可能性があった．一方，リーキーバケット方式は，T/Nが整数の場合は伝送路との同期が容易であり，セル送出過程の変動を抑えられるものの，T/N が整数とならない場合，従来の実装方法では[23]伝送路とのセル同期に問題があった．そこで，この同期問題を解決し，T/Nが整数とならない場合においても，(T, N) を満足するセル送信制御を可能とするリーキーバケットの実現方法[25],[26],[32],[33] を提案する．また，本実現法によるリーキーバケット方式とジャンピングウィンドウ方式のセル送出過程を解析し，リーキーバケット方式のセル送出過程の変動がジャンピングウィンドウ方式に比べ十分小さく，最大セル送出速度の制御に適していることを明らかにする．

第3章では，B-ISDN を介した LAN 間相互接続におけるゲートウェイ間トラヒック制御について議論する．B-ISDN では，呼が申告する使用量パラメータに基づき利用可能な帯域を割当てる．LAN 間のトラヒック量は時間的な変動のスケールが大きく，網資源を多く必要としない場合においても網資源を確保することは経済的ではない．そこで，可変容量制御[34],[35]を利用し，発生するトラヒック量に応じて申告するセル送出速度を変更し，必要な網資源を動的に確保することが有効である．これまでに，送信側の LAN から送信側 GW に到着するトラヒック量に応じて網資源を確保する送信側ゲートウェイ輻輳回避型方式（SGW 方式:congestion contorl for Source GateWay scheme）が提案されている[36]．しかし，SGW 方式は，受信側 GW の状況を考慮しない方式であり，送信側 GW のセル送出速度が受信側 GW のスループットを上回ると，受信側 GW で輻輳が発生する可能性がある．受信側 GW でのセル損失は，LAN の PDU（Protocol Data Unit）再送の原因となり B-ISDN での無効トラヒック増加につながる．本章では，受信側 GW のスループットを考慮した帯域確保を行う DGW 方式（congestion control for Destination GateWay）[37]-[40] を提案する．また，LAN に FDDI[41],[42]を適用した

シミュレーションにより DGW 方式と SGW 方式の比較し，DGW 方式がフレーム廃棄率と平均使用帯域に関してより優れた特性を持つことを示す．

第 4 章では，ATM-LAN におけるデータ系サービスクラスの輻輳制御として検討されているフィードバック型レート制御について議論する．フィードバック型レート制御とは，交換機が輻輳を検出すると，送信側端末に輻輳通知を行い，送信端末はセル送出速度を減少させることで輻輳からの回復を図るものである．本章では，代表的なフィードバック型レート制御として，送出レートを加算増加・乗算減少させる二値フィードバック型レート制御[43]-[46]を取り上げ，流体近似解析[43],[46]により，送信端末がセル送出速度を制御する際のパラメータと，交換機を経由するコネクション数がデータ系サービスクラスの通信品質に与える影響を明らかにする．この結果から，コネクションの増加によりグッドプットが急激に劣化する可能性があることを指摘する．次に，この問題を解決するものとして，交換機を経由するコネクション数に応じて，送信端末がセル送出速度を増加させる値を変更する適応パラメータ方式[47]を提案する．また，シミュレーションにより，提案方式が，従来の固定パラメータ方式に比べ，コネクション数に関わらず良好なパワー（グッドプット/遅延）特性が得られることを示す．

第 5 章では，レート制御方式などの性能評価に適した待ち行列モデルについて議論する．ATM 交換網においては，音声や動画像など，情報発生過程に相関性のあるトラヒックを扱う必要がある[48]．またレート制御などのトラヒック制御では，セルの送出規律に相関性を有する場合がある．従来は，到着過程に相関性をもつ待ち行列モデルの解析がなされていた[49]-[52]が，サービス過程に相関性を持つ待ち行列モデルの解析は少なく，レート制御方式などモデル化するには不十分であった．本章では，到着過程とサービス過程にそれぞれ相関性を有する離散時間単一サーバ有限待ち行列として，D-BMAP/D-MAP/1/N 待ち行列を解析する[55],[56]．まず，状態遷移確率行列の規模が大きくなるという問題に対し，状態遷移確率行列を構成するブロック単位の行列演算により定常状態解を導出するアルゴリズムを提案する．提案手法は，系内客数の減少する際の初到達行列を利用しており，これにより稼働期間分布のモーメントを計算できる利点がある．また，廃棄率，システム滞留時間分布，退去間隔分布についても検討する．本待ち行列モデルは，相関性のある集団到着過程を有し，セル送出規律が離散時間有限マルコフ連鎖の状態遷移確率行列で表現可能なトラヒック制御システムのモデル化に適している．最後に，レート制御方式への適用例としてバッファードリーキーバケット[27],[28]の性能評価を行う．

最後に第 6 章では，本研究によって得られた成果を総括して述べている．

第2章

インタフェース部におけるレート制御方式

2.1 緒言

B-ISDNでは，呼受付制御[(9),(18)-(21)]と，使用量パラメータ制御[(22)-(26)]により輻輳予防型トラヒック制御を実現する．これらの制御は，呼が申告するトラヒックの特性を表す使用量パラメータに基づいて行われるため，呼は伝送フェーズにおいて申告した値を守る必要がある．トラヒックの特性を記述する使用量パラメータには，1）ユーザのトラヒック特性を反映していること，2）トラヒック特性からの申告パラメータの生成が容易なこと，3）送信制御が容易であること，4）網側での送信状況の監視（使用量パラメータ制御）が容易なこと，などの条件が要求される[(24)]．中でも，最大セル送出速度は，網内の通信品質に大きな影響を与えることが知られており重要なパラメータである[(9)]．本章では，送信端末において最大セル送出速度を制御するレート制御を検討する．また，ここで述べる最大セル送出速度の制御方式は，輻輳予防型トラヒック制御だけでなく，輻輳適応型トラヒック制御として，網入力部でのセル送出速度を動的に変更する場合にも適用できるものである．

最大セル送出速度の規定法としては，連続するセル送出間隔の最小値 T_{min} の逆数で定義する方法が考えられる[(24)]．しかし，伝送路上はセル単位で同期されている（つまり，1セル伝送時間でスロット化されている）ため，取りうる最大セル送出速度が制約される．例えば，リンク容量が150 Mbit/sの場合，最小のセル送出間隔が2スロットならば最大セル送出速度は75 Mbit/s，3スロットならば50 Mbit/sとなる．一方，セ

ル送出速度の最大値や平均値をより柔軟に記述する方法として，(T, N)（T セル伝送時間内に送出可能なセル数 N）により記述する方法がある[(9),(30),(29),(31)]．(T, N) により最大セル送出速度を記述する場合，N はできる限り小さな値に選ばれる．例えば，リンク容量 150 Mbit/s の回線における最大伝送速度が 100 Mbit/s の場合，$(T, N) = (3, 2)$ となる[(31)]．このように，(T, N) による表現方法は，送出速度の離散時間環境へのマッピングが容易である．しかし，リンク容量 150 Mbit/s の回線における最大伝送速度が 38 Mbit/s となるような場合は，$(T, N) = (150, 38)$ となり，Nを小さな値に選ぶことはできない．

最大セル送出速度を制御する方法としては，使用量パラメータ制御として検討されている手法を適用することが考えられる．例えば，ジャンピングウィンドウ（JW:Jumping Window）方式[(22),(23)]，スライディングウィンドウ（SW:Sliding Window）方式[(22),(23)]，リーキーバケット（LB:Leaky Bucket）方式[(22),(23),(27)-(29)]などである．以下，これらについて概説する．

[JW 方式]

サイズ T スロットのウィンドウ内に送出されるセル数を N 以下に制限することでセル送出速度を制御する．JW では，ウィンドウが終了すると無条件で次のウィンドウが開始される．JW は，最大値 N，最小値 0 のカウンタと，カウンタを T スロット毎に N にリセットするためのタイマから構成され，少ないハードウェア量で実現できる．セル送出要求時にカウンタが正ならば，カウンタは一つ減じられ，セルが網内に送出される．一方，カウンタが 0 ならば，セルの送出は規制される．ATM では，伝送路においてセル単位の同期が必要であるが，JW 方式はスロット毎のカウンタ演算で実現されるため伝送路との同期が容易である．しかし，連続する二つのウィンドウ内に，連続する $2N$ 個のセル送出を許す場合がある．

[SW 方式]

SW では，サイズ T スロットのウィンドウを時間とともに進行させ，ウィンドウ内に送出されるセル数を常に N 以下に制限する．つまり，任意の T スロット内に送出されるセル数は必ず N 以下になる．スロット毎の動作で実現されるため，伝送路との同期が容易であるが，過去 T スロット内のセル送出時刻を保持するメモリが必要になるため，JW や LB に比べ多くのハードウェア量を必要とする．また，T スロット内に連続する N のセル送出を許す場合がある．

[LB 方式]

LB では，最大値 M，最小値 0 のカウンタにより制御される．セル送出要求時にカウンタが正ならば，カウンタは一つ減じられ，セルが網内に送出される．一方，カウンタが 0 ならば，セルの送出は規制される．カウンタは，M を上限として，タイマにより Kスロット毎に 1 だけ加算される．(T, N) を満たすように最大セル送出速度を規制するには M を 1 とし，$K = T/N$ とすることが考えられている[(27)]．この場合，JW や SW のような連続的なセルが送出されることはないが，$X = T/N$ が整数とならない場合は，タイマの動作と伝送路との同期が問題となる．例えば，文献 (23) に示される LB の実装例や，文献 (28) で解析されているバッファードリーキーバケットでは，X に整数を仮定したものとなっている．

このように，JW 方式や SW 方式は伝送路とのセル同期が容易であるものの，ウィンドウ内においてセルを送出する位置に制約がないためにセルの連続的な送出を許す．一方，LB は，T/Nが整数となる場合は，(T, N) を満足しかつセルを連続的な送出を許さないものの，T/N が整数とならない場合に伝送路との同期が問題となる．そこで，T/N が整数とならない場合でも伝送路との同期が容易な LB の実現法を提案する[(25),(26),(32),(33)]．また，本実現法による LB と JW を解析し，最大セル送出速度を制御した場合に必要となるバッファ容量と出力過程を比較，検討する．

2.2 リーキーバケット方式の実装法

最大セル送出速度を制御する場合において，伝送路との同期が容易となるリーキーバケット方式の実装法について述べる．本実装法では，最大値 $T - 1$，最小値 0 により実現される．セル送出要求を受付るか否かは，スロット開始時点のカウンタ値 Xが閾値 $T_{th} = N - 1$ 以下かどうかで決定される．ここで，n スロット開始時点における Xの値を X_nとする．次に，セル送出規律について述べる．

[セル送出規律]

n スロット開始時点においてセル送出要求がある場合，$X_n \leq T_{th}$ならば，セル送出要求は受付られ，カウンタは $X_{n+1} = X_n + (T - N)$ にセットされる（つまり，カウンタを Tだけ増加させ，直ちに Nだけ減少させることと等価である）．また $X_n > T_{th}$ならば，セル送出は規制され，カウンタ値は $X_{n+1} = X_n - N$にセットされる．一方，n

スロット開始時点においてセル送出要求がない場合，カウンタを減少するかどうかのみが決定される．$X_n > T_{th}$ならば，カウンタは$X_{n+1} = X_n - N$にセットされる．また，$X_n \leq T_{th}$ならば，カウンタは保存（$X_{n+1} = X_n$）される．従来の実現法と異なる点は，カウンタの最大値を1ではなく$T-1$とし，カウンタの増加，減少を1以上の値，T，Nとしていることである．

この時，次の3つが成立する．

(a). セル伝送要求が毎スロットある場合，任意のTスロット内に受付られるセル伝送要求はNに等しい．

(b). セル伝送要求が毎スロットある場合，セル伝送要求が受付られる時間間隔の最小値T_{min}は$T_{min} = \lfloor T/N \rfloor$，最大値$T_{max}$は$T_{max} = \lceil T/N \rceil$となる．

(c). 任意のTスロット内に受付られるセル伝送要求はN以下である．

[(a) の証明]

$T = N = 1$の時は明らかである．以下，$N < T$の場合を考える．この時，$T - N \geq 1$から，$X_{n+1} \neq X_n$である．ここで，セル伝送要求が毎スロットある場合のカウンタXのマルコフ連鎖を考える．Xの状態空間は有限であり，Xは少なくとも一つ以上の同値類をもつ．ある同値類に着目し，その周期をT_r，T_r内に受付られる伝送要求の回数をmとする．カウンタ値が再帰するとき，次の条件式が成立する．

$$m(T-N) - (T_r - m)N = 0. \tag{2.1}$$

これは，次のように書き換えられる．

$$mT - T_rN = 0. \tag{2.2}$$

つまり，

$$T_r = lT, \quad m = lN \quad (1 \leq l). \tag{2.3}$$

が成立し$T_r \geq T$を得る．ここで，$T_r > T$を仮定すると，Xの状態数は高々Tであるから，着目する同値類に属するカウンタのうち，再帰時間がT_r未満となるものが存在することになり，$T_r \geq T$に矛盾する．従って，着目する同値類の周期は，式 (2.3) から，$T_r = T, m = N$となる．よって，セル伝送要求が毎スロットある条件下では，任意のTスロット内に受付られるセル伝送要求はNに等しくなる． ■

[(b) の証明]

セル伝送要求が毎スロットある場合を仮定しているため，スロット開始時点において$X_n \leq N-1$ならばセル伝送要求は受付られる．セル送出間隔が受付られる時間間隔が最小となるのは，$X_n = 0$の時から，次にスロット開始時点のカウンタが$N-1$以下になる場合である．従って，

$$T_{min} = \left\lceil \frac{T - N + (N-1)}{N} + 1 \right\rceil = \left\lfloor \frac{T}{N} \right\rfloor. \tag{2.4}$$

となる．同様に，セル送出間隔が受付られる時間間隔が最小となるのは，$X_n = N-1$の時から，次にスロット開始時点のカウンタが$N-1$以下になる場合である．従って，

$$T_{max} = \left\lceil \frac{T - N}{N} + 1 \right\rceil = \left\lceil \frac{T}{N} \right\rceil. \tag{2.5}$$

となる． ■

[(c) の証明]

セル伝送要求が毎スロットある場合は (a) が成立する．従って，セル伝送要求が毎スロットない場合においては，任意のTスロット内に受付られる伝送要求はN以下になる． ■

このように，(a)，(c) から(T, N)により表現されるセル送出速度を満し，(b) から，Tスロット内にセルが分散して送出されることがわかる．図2.1に，$(T, N) = (5, 2)$であり，セル伝送要求が毎スロットある場合の動作例を示す．提案実装法によるリーキーバケットは次の特徴をもつ．

- セル伝送時間単位のカウンタ演算で動作し，伝送路との同期が容易である．
- SWに比べ，少ないハードウェア量で実現できる．
- (T, N)により表される最大セル送出速度（多元速度）を制限できる．
- セルの最小送出間隔が保証され，最大セル送出速度を$1/T_{min}$で記述する場合のように連続的なセル送出を行わない．

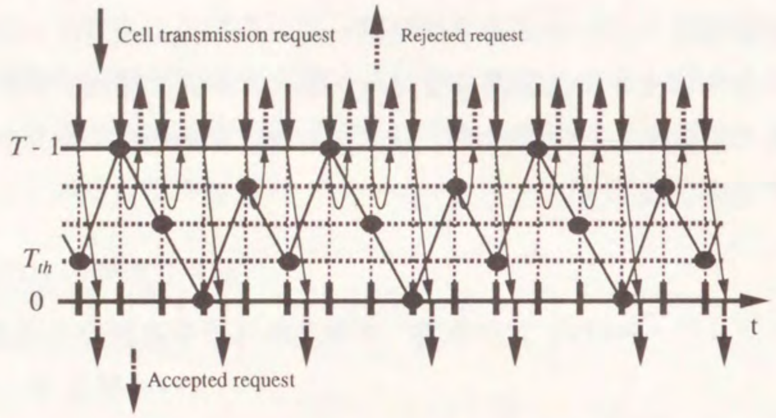


図 2.1 セル伝送要求が毎スロットある場合における，提案実装法によるリーキーバケットの動作例 $(T, N) = (5, 2)$.

2.3 解析

LB および JW は，伝送路への同期が容易でありかつ少ないハードウェアで実現可能である．本節では，音声や動画像のように情報の発生過程に変動がある呼源の最大セル送出速度を，JW と提案実装法による LB により制御する場合に必要となるバッファ量とセル送出過程を解析する．

2.3.1 評価モデル

情報源から発生したセルは，容量無限大の FIFO バッファに蓄積され，本実装法による LB，または JW により網内に送出される（図 2.2）．FIFO バッファ内にセルが存在すれば，スロット開始時点にセル伝送が要求される．FIFO バッファへのセル到着過程には，離散時間 2 状態 MMPP（Markov Modulated Poisson Process）を仮定する（図 2.3）．ここで，状態 $i(i = 1, 2)$ の継続時間は平均 $1/\mu_i$ の幾何分布に従い，その間，平均到着率 λ_i のベルヌーイ過程によりセルが生成される．ここで，2 状態 MMPP

を記述する次の行列を定義する．

$$\boldsymbol{\Lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 1-\mu_1 & \mu_1 \\ \mu_2 & 1-\mu_2 \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

スロット内の事象は，“セル送出事象”，“MMPP の状態遷移事象”，“システムへのセル到着事象” の順に発生すると仮定する．

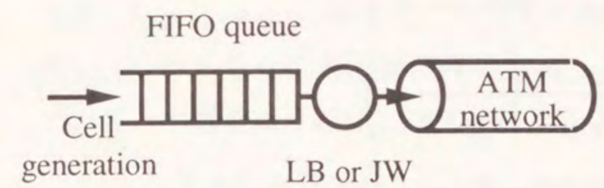


図 2.2 評価モデル

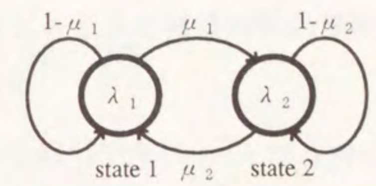


図 2.3 2 状態 MMPP

2.3.2 定常状態確率分布

本節では，文献 (57) に示される M/G/1 型無限容量待ち行列のマトリックス解析手法を適用し，LB，JW の順にシステムの定常状態確率分布を導出する．

[LB の場合]

次のスロット開始時点におけるシステム状態を表す確率変数を定義する．

- C_n：FIFO バッファ内のセル数
- X_n：カウンタ値
- Y_n：2 状態 MMPP の状態

この時，次式が成立する．

$$C_{n+1} = C_n - \delta_{C_n>0}\,\delta_{X_n \le T_{th}} + \alpha(Y_n), \tag{2.7}$$

$$X_{n+1} = X_n + (T-N)\delta_{C_n>0}\,\delta_{X_n \le T_{th}}. - N\delta_{X_n > T_{th}} \tag{2.8}$$

但し，δは添字が真ならば 1，偽ならば 0 である．また，$\alpha(Y_n)$ は，MMPP の状態がY_nである場合の発生セル数を表す確率変数である．

まず，カウンタの遷移を表す$T \times T$行列，$\boldsymbol{D}_0^{[0]}$，$\boldsymbol{D}_0^{[+]}$，$\boldsymbol{D}_1^{[+]}$を考える．但し，上付きの添字は，スロット開始時点における FIFO バッファ内のセル数が 0 か正かを表して

おり，下付きの添字は，送出されるセル数を表している．この場合，$D_0^{[0]}$，$D_0^{[+]}$，$D_1^{[+]}$は，次式のようになる．

$$
\begin{aligned}
D_0^0 &= \left(\begin{array}{c|c} I_N & O_{T-N,T-N} \\ \hline I_{T-N} & O_{N,N} \end{array}\right) && (2.9) \\
D_0^{[+]} &= \left(\begin{array}{c|c} O_{N,T-N} & O_{N,N} \\ \hline I_{T-N} & O_{T-N,N} \end{array}\right) && (2.10) \\
D_1^{[+]} &= \left(\begin{array}{c|c} O_{N,T-N} & I_N \\ \hline O_{T-N,T-N} & O_{T-N,N} \end{array}\right) && (2.11)
\end{aligned}
$$

但し，行列I_rは$r \times r$の単位行列であり，行列$O_{r,s}$は$r \times s$の零行列である．

ここで，結合確率$x_{i,j,k} = \lim_{n\to\infty} \Pr\{C_n = i, X_n = j, Y_n = k\}$を定義すると，その結合確率分布ベクトル$x$は次のように表される．

$$x = (x_0, x_1, x_2, \ldots) \tag{2.12}$$

但し，

$$x_i = (x_{i,0,1}, x_{i,0,2}, x_{i,1,1}, x_{i,1,2}, \ldots, x_{i,T-1,1}, x_{i,T-1,2}). \tag{2.13}$$

この時，マルコフ連鎖(C_n, X_n, Y_n)の状態遷移確率行列Qは，ブロック行列$B_i (i = 0, 1)$，$A_i (i = 0, 1, 2)$を用いて次式のように表される．

$$
Q = \begin{pmatrix}
B_0 & B_1 & & & & O \\
A_0 & A_1 & A_2 & & & \\
 & A_0 & A_1 & A_2 & & \\
 & & A_0 & A_1 & A_2 & \\
O & & & \ddots & \ddots & \ddots
\end{pmatrix}. \tag{2.14}
$$

但し，$B_i (i = 0, 1)$，$A_i (i = 0, 1, 2)$は$2T \times 2T$行列であり，次式で表される．

$$
\begin{aligned}
B_0 &= D_0^{[0]} \otimes P(I_2 - \Lambda) && (2.15) \\
B_1 &= D_0^{[0]} \otimes P\Lambda && (2.16) \\
A_0 &= D_1^{[+]} \otimes P(I_2 - \Lambda) && (2.17) \\
A_1 &= D_1^{[+]} \otimes P\Lambda + D_0^{[+]} \otimes P(I_2 - \Lambda) && (2.18) \\
A_2 &= D_0^{[+]} \otimes P\Lambda && (2.19)
\end{aligned}
$$

但し，$\otimes$はクロネッカ積を表す．

以下，状態遷移確率行列Qをもつマルコフ連鎖の定常状態解xを導出する．以下，文献(57)に従い，C_nをレベル，(X_n, Y_n)をフェーズと呼ぶ．ここで，$G(z)$を$2T \times 2T$行列とし，その(i, j)要素は，基本期間（一つ下のレベルへの初度到達時間）開始時のスロット開始時点におけるフェーズがiであるという条件の元で，基本期間終了時のフェーズがjであるときの基本期間の母関数を表すものとする．また，$K(z)$を$2T \times 2T$行列とし，その(i, j)要素は，レベルが0でありかつフェーズがiであるという条件の元で，レベル0への再帰時点でのフェーズがjであるときの再帰時間の母関数を表している．本章では，$G(z)$，$K(z)$は次のようになる．

$$
\begin{aligned}
G(z) &= z \sum_{k=0}^{2} A_k G^k(z) && (2.20) \\
K(z) &= z \sum_{k=0}^{1} B_k G^k(z). && (2.21)
\end{aligned}
$$

次に，$2T \times 2T$行列$G \triangleq G(1)$，$K \triangleq K(1)$を定義する．行列Gの(i, j)要素は，基本期間開始時点においてフェーズがiにあったという条件の元で，基本期間終了時においてフェーズがjにある確率を表す．一方，行列Kの(i, j)要素は，レベル0への再帰時間開始時点でのフェーズがiという条件の元で，再帰時間終了時点においてフェーズがjにある確率を表す．レベル0での定常状態確率分布ベクトルκは，次式を解くことで得られる．

$$
\begin{aligned}
\kappa &= \kappa K, && (2.22) \\
\kappa e_{2T} &= 1. && (2.23)
\end{aligned}
$$

また，レベル0への再帰期間開始時点におけるフェーズがiであるという条件下での平均再帰時間を$(i, 1)$要素とする$2T \times 1$ベクトルκ_1は，次式から計算される．

$$\kappa_1 = \left[\frac{\partial K(z)}{\partial z}\right]_{z=1} e_{2T}. \tag{2.24}$$

但し，e_rは全要素が1の$r \times 1$ベクトルを表す．本章では，

$$\kappa_1 = e_{2T} + B_1 \left[I_{2T} - A_1 - A_2(I_{2T} - G)\right]^{-1} e_{2T}. \tag{2.25}$$

となる．

以上の結果から得られるベクトル$\boldsymbol{\kappa}$，$\boldsymbol{\kappa}_1$を用いることにより，レベルが 0 であるときのフェーズ確率分布ベクトル$\boldsymbol{x}_0$は次式から計算できる．

$$\boldsymbol{x}_0 = \frac{\boldsymbol{\kappa}}{\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\kappa}_1} \tag{2.26}$$

一方，レベルがiであるときにフェーズ確率分布ベクトル$\boldsymbol{x}_i$は，レベルがi以下のフェーズ確率分布ベクトルを用いて次のように表される．

$$\boldsymbol{x}_1 = \boldsymbol{x}_0\boldsymbol{B}_1 + (\boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2\boldsymbol{G})\boldsymbol{x}_1 \tag{2.27}$$

$$\boldsymbol{x}_i = \boldsymbol{x}_{i-1}\boldsymbol{A}_2 + (\boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2 G)\boldsymbol{x}_i \quad (i \geq 2) \tag{2.28}$$

式 (2.27)，(2.28) を解くことにより

$$\boldsymbol{x}_i = (\delta_{i=1}\boldsymbol{x}_0\boldsymbol{B}_1 + \delta_{i\geq 2}\boldsymbol{x}_{i-1}\boldsymbol{A}_2)\left[\boldsymbol{I}_{2T} - \boldsymbol{A}_1 - \boldsymbol{A}_2\boldsymbol{G}\right]^{-1}. \tag{2.29}$$

を得る．レベルiのときのフェーズ確率分布ベクトル$\boldsymbol{x}_i (i \geq 1)$ は，$\boldsymbol{x}_0$を初期値として，式 (2.29) を再帰的に用いることで計算できる．

[JW の場合]

JW は，最大値N，最小値 0 のカウンタから構成され，カウンタはタイマによりTスロット毎にNにリセットされる．スロット開始時点において，セル送出要求がある場合，カウンタが正ならばセルは網内に送出され，カウンタは 1 だけ減少する．また，カウンタが 0 ならばセル送出は規制される．JW の場合も LB と同様の解析によりシステムの定常状態分布が導出できる．

まず，次のスロット開始時点におけるシステム状態を表す確率変数を定義する．

- C_n：FIFO バッファ内のセル数
- X_n：カウンタ値
- T_n：タイマ値
- Y_n：2 状態 MMPP の状態

ここで，タイマの値は次式に従い変化するとする．

$$T_{n+1} = (T_n + 1) \bmod T. \tag{2.30}$$

但し，T_nが 0 の時，セル送出事象の後にカウンタがリセットされるものとする．この時，次式が成立する．

$$C_{n+1} = C_n - \delta_{C_n>0}\,\delta_{X_n>0} + \alpha(Y_n) \tag{2.31}$$

$$X_{n+1} = \delta_{T_n\neq 0}\min(X_n - \delta_{C_n>0}, 0) + \delta_{T_n=0}N \tag{2.32}$$

ここで，タイマの遷移を表す$T \times T$行列$\boldsymbol{F}_0$，$\boldsymbol{F}_1$を考える．添字 1 は，カウンタがリセットされる場合を意味し，添字 0 は，それ以外の場合を表している．$\boldsymbol{F}_0$，$\boldsymbol{F}_1$は，次のように表せる．

$$\boldsymbol{F}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ . & . & . & . & \cdots & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{F}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ . & . & . & . & \cdots & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \tag{2.33}$$

ここで，カウンタとタイマの遷移を表す$(N+1)T \times (N+1)T$行列，$\boldsymbol{D}_0^{[0]}$，$\boldsymbol{D}_0^{[+]}$，$\boldsymbol{D}_1^{[+]}$を考える．但し，上付きの添字は，スロット開始時点における FIFO バッファ内のセル数が 0 か正かを表しており，下付きの添字は，送出されるセル数を表している．この場合，$\boldsymbol{D}_0^{[0]}$，$\boldsymbol{D}_0^{[+]}$，$\boldsymbol{D}_1^{[+]}$は，次式のようになる．

$$\boldsymbol{D}_0^{[0]} = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ \\ N-1 \\ N \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & & N-1 & N \end{array} \\ \begin{pmatrix} \boldsymbol{F}_0 & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \cdots & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{F}_1 \\ \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{F}_0 & \boldsymbol{O}_T & \cdots & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{F}_1 \\ . & . & . & \cdots & . & . \\ \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \cdots & \boldsymbol{F}_0 & \boldsymbol{F}_1 \\ \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \cdots & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{F}_0 + \boldsymbol{F}_1 \end{pmatrix} \end{array} \tag{2.34}$$

$$\boldsymbol{D}_0^{[+]} = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ \\ N-1 \\ N \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & & N-1 & N \end{array} \\ \begin{pmatrix} \boldsymbol{F}_0 & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \cdots & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{F}_1 \\ \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \cdots & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T \\ . & . & . & \cdots & . & . \\ \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \cdots & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T \\ \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \cdots & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T \end{pmatrix} \end{array} \tag{2.35}$$

$$\boldsymbol{D}_1^{[+]} = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ \\ N-1 \\ N \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & & N-2 & N-1 \quad N \end{array} \\ \begin{pmatrix} \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \cdots & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T \\ \boldsymbol{F}_0 & \boldsymbol{O}_T & \cdots & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{F}_1 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \cdots & \boldsymbol{F}_0 & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{F}_1 \\ \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{O}_T & \cdots & \boldsymbol{O}_T & \boldsymbol{F}_0 & \boldsymbol{F}_1 \end{pmatrix} \end{array} \tag{2.36}$$

ここで，結合確率 $x_{i,j,k,l} = \lim_{n\to\infty} \Pr\{C_n = i, X_n = j, T_n = k, Y_n = l\}$ を定義すると，LB の場合と同様，その結合確率分布ベクトル $\boldsymbol{x}$ は次のように表される．

$$\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots). \tag{2.37}$$

但し，

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_i &= (x_{i,0,0,1}, x_{i,0,0,2}, \cdots, x_{i,0,T-1,1}, x_{i,0,T-1,2}, \cdots \\ &\quad \cdots, x_{i,N,0,1}, x_{i,N,0,2}, \cdots, x_{i,N,T-1,1}, x_{i,N,T-1,2}). \end{aligned} \tag{2.38}$$

この時，マルコフ連鎖 (C_n, X_n, T_n, Y_n) の状態遷移確率行列 $\boldsymbol{Q}$ は，式（2.14）と同様の構造を持つ．また，ブロック行列$\boldsymbol{B}_i (i=0,1)$，$\boldsymbol{A}_i (i=0,1,2)$ は，式 (2.34)-（2.36）を，式 (2.15)-（2.19）に代入することで得られる．以降 LB の場合と同様の手順により，レベルが i であるときにフェーズ確率分布ベクトル $\boldsymbol{x}_i$ が計算できる．

ここで，LB，JW の双方の場合において，定常状態におけるスロット開始時点での FIFO バッファ内セル数が i である確率は，$\boldsymbol{x}_i$ の要素の和をとることで計算できる．このとき次式で表される $B(P_{loss})$ は，FIFO バッファが有限の場合において，最大セル送出速度を制御する際にセル廃棄率 P_{loss}（例えば，10^{-9}）以下を満足するのに必要なバッファ容量の安全側の近似となる．

$$B(P_{loss}) = \min\{l | \Pr(\text{Queue length} > l) \le P_{loss}\}. \tag{2.39}$$

2.3.3 セル送出間隔分布

本節では，セル送出間隔の確率母関数を LB，JW の順に導出する．

[LB の場合]

n スロットにおいてセル送出がある条件の元で，$\{C_{n+1} = i, X_{n+1} = j, Y_{n+1} = k\}$ となる確率を $P'(i,j,k)$ とし，次のセル送出までのスロット数を表す確率変数を $d_{i,j,k}$で表す．この時，$P'(i,j,k)$ は次のように表される．

$$\begin{aligned} P'(i,j,k) &\triangleq \Pr(C_{n+1} = i, X_{n+1} = j, Y_{n+1} = k | C_n > 0, X_n \le T_{th}) \\ &= \frac{\Pr\begin{pmatrix} C_n + \alpha(Y_n) = i+1,\ X_n = j-(T-N), \\ Y_{n+1} = k,\ C_n > 0,\ X_n \le T_{th} \end{pmatrix}}{\Pr(C_n > 0,\ X_n \le T_{th})}. \end{aligned} \tag{2.40}$$

ここで，セルの平均生成率を$\overline{\lambda}$で表すと，リトルの公式から，式（2.40）の分母は次式のようになる．

$$\Pr(C_n > 0, X_n \le T_{th}) = \mathrm{E}[\alpha(Y_n)] = \frac{\lambda_1\mu_2 + \lambda_2\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} = \overline{\lambda}. \tag{2.41}$$

式（2.41）を代入し，システムの定常状態確率 $x_{i,j,k}$を用いることにより式（2.41）は次式のようになる．

$$P'(i,j,1) = \frac{\begin{bmatrix} \delta_{i>0}\left\{x_{i,j-(T-N),1}(1-\mu_1)\lambda_1 + x_{i,j-(T-N),2}\mu_2\lambda_1\right\} \\ +x_{i+1,j-(T-N),1}(1-\mu_1)(1-\lambda_1) + x_{i+1,j-(T-N),2}\mu_2(1-\lambda_1) \end{bmatrix}}{\overline{\lambda}}. \tag{2.42}$$

また，$P'(i,j,k,2)$ は，$P'(i,j,k,1)$ において MMPP の状態の 1 と 2 を反させることにより得られる．

ここで，スロット開始時点において MMPP の状態 kにある条件の元で，次にセルが到着するまでの経過スロット数を表す確率変数を I_k（I_kスロット間セル到着がなく、I_k+1 スロット目にセルの到着がある）とすると，付録.A から，次式を得る．

$$P(I_1 = l) = \Phi_{1,1}k_1^l + \Phi_{1,2}k_2^l, \quad P(I_2 = l) = \Phi_{2,1}k_1^l + \Phi_{2,2}k_2^l. \tag{2.43}$$

但し，$\Phi_{1,1}$，$\Phi_{1,2}$，$\Phi_{2,1}$，$\Phi_{2,2}$，k_1，k_2 は，付録.A から計算できる．

$d_{i,j,k}$は，i，j，k の値により以下のように表される．

- $i > 0, j \le T_{th}, \forall k : d_{i,j,k} = 1$
- $i > 0, T_{th} < j, \forall k : d_{i,j,k} = 2 + \left\lfloor \frac{j-(T_{th}+1)}{N} \right\rfloor$
- $i = 0, j \le T_{th} : d_{i,j,k} = 2 + I_k$
- $i = 0, T_{th} < j : d_{i,j,k} = 2 + \max(I_k, \left\lfloor \frac{j-(T_{th}+1)}{N} \right\rfloor)$

従って，セル送出間隔の確率母関数 $D(z)$ は，付録.B で計算される確率母関数

$$g_{k,L}(z) \triangleq \sum_{l=0}^{\infty} P(\max(I_k, L))z^l, \ (k = 1, 2) \tag{2.44}$$

を用いると次のようになる．

$$\begin{aligned}
D(z) \ &\triangleq \sum_{\substack{i\geq 0, k=1,2\\ T-N\leq j\leq T-1}} P'(i,j,k)z^{d_{i,j,k}} \\
&= \delta_{T-N\leq T_{th}} z \sum_{\substack{i>0, k=1,2\\ T-N\leq j\leq T_{th}}} P'(i,j,k) + z^2 \sum_{\substack{i>0, k=1,2\\ \max(T_{th}, T-N)<j\leq T-1}} P'(i,j,k) z^{\left\lfloor \frac{j-(T_{th}+1)}{N}\right\rfloor} \\
&+ \delta_{T-N\leq T_{th}} z^2 \sum_{\substack{m=1,2\\ T-N\leq j\leq T_{th}}} \sum_{l=0}^{\infty} P'(0,j,m)\left(\Phi_{m,1}k_1^l + \Phi_{m,2}k_2^l\right) z^l \\
&+ z^2 \sum_{\substack{k=1,2\\ \max(T_{th}, T-N)<j\leq T-1}} \sum_{l=0}^{\infty} P'(0,j,k)\Pr\left\{\max(I_k, \lfloor \tfrac{j-(T_{th}+1)}{N}\rfloor) = l\right\} z^l \\
&= \delta_{T-N\leq T_{th}} z \sum_{\substack{i>0, k=1,2\\ T-N\leq j\leq T_{th}}} P'(i,j,k) + \sum_{\substack{i>0, k=1,2\\ \max(T_{th}, T-N)<j\leq T-1}} P'(i,j,k) z^{2+\left\lfloor \frac{j-(T_{th}+1)}{N}\right\rfloor} \\
&+ \delta_{T-N\leq T_{th}} z^2 \sum_{\substack{m=1,2\\ T-N\leq j\leq T_{th}}} P'(0,j,m)\left(\frac{\Phi_{m,1}}{1-k_1 z} + \frac{\Phi_{m,2}}{1-k_2 z}\right) \\
&+ z^2 \sum_{\substack{k=1,2\\ \max(T_{th}, T-N)<j\leq T-1}} P'(0,j,k) g_{k,\left\lfloor \frac{j-(T_{th}+1)}{N}\right\rfloor}(z)
\end{aligned} \tag{2.45}$$

[JW の場合]

LB の場合と同様の手順に従う．n スロットにおいてセル送出がある条件の元で，$\{C_{n+1} = i, X_{n+1} = j, T_{n+1} = k, Y_{n+1} = l\}$ となる確率を $P'(i,j,k,l)$ とし，次のセル送出までのスロット数を表す確率変数を $d_{i,j,k,l}$ で表す．$P'(i,j,k,l)$ は次のように表される．

$$\begin{aligned}
P'(i,j,k,l) \ &\triangleq \ \Pr\left(C_{n+1} = i, X_{n+1} = j, T_{n+1} = k, Y_{n+1} = l | C_n > 0, X_n > 0\right) \\
&= \frac{P\left(\begin{array}{c} C_n + \alpha(Y_n) = i+1, \delta_{T_n=0}N + \delta_{T_n>0}(X_n - 1) = j, \\ (T_n+1) \bmod T = k, Y_{n+1} = l, \ C_n > 0, \ X_n > 0 \end{array}\right)}{P(C_n > 0, \ X_n > 0)}
\end{aligned} \tag{2.46}$$

また，リトルの公式より次式が成立する．

$$P(C_n > 0, \ X_n > 0) = E\left[\alpha(Y_n)\right] = \overline{\lambda} \tag{2.47}$$

式 (2.47) を代入し，システムの定常状態確率 $x_{i,j,k,l}$ と用いることにより，式 (2.46) は次のように表せる．

$$P'(i,j,k,1) = \frac{\begin{array}{l} \delta_{i>0}\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l} \delta_{k\neq 1}\ \delta_{j<N}\ x_{i,j+1,(T+k-1)\bmod T,1} \\ +\delta_{k=1}\sum_{m=1}^{N} x_{i,m,0,1}\end{array}\right\}(1-\mu_1)\lambda_1 \\ +\left\{\begin{array}{l} \delta_{k\neq 1}\ \delta_{j<N}\ x_{i,j+1,(T+k-1)\bmod T,2} \\ +\delta_{k=1}\sum_{m=1}^{N} x_{i,m,0,2}\end{array}\right\}\mu_2\lambda_1 \end{array}\right] \\ +\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l} \delta_{k\neq 1}\delta_{j<N} x_{i+1,j+1,(T+k-1)\bmod T,1} \\ +\delta_{k=1}\sum_{m=1}^{N} x_{i+1,m,0,1}\end{array}\right\}(1-\mu_1)(1-\lambda_1) \\ +\left\{\begin{array}{l} \delta_{k\neq 1}\delta_{j<N} x_{i+1,j+1,(T+k-1)\bmod T,2} \\ +\delta_{k=1}\sum_{m=1}^{N} x_{i+1,m,0,2}\end{array}\right\}\mu_2(1-\lambda_1) \end{array}\right] \end{array}}{\overline{\lambda}} \tag{2.48}$$

また，$P'(i,j,k,2)$ は，$P'(i,j,k,1)$ において MMPP の状態 1 と 2 を反転させることにより得られる．

ここで，$d_{i,j,k,l}$ は，i, j, k, l の値により，LB の場合と同様 I_1，I_2 を用て次のように表される．

- $i > 0, j > 0, \forall l : d_{i,j,k,l} = 1$
- $i > 0, j = 0, \forall l : d_{i,j,k,l} = 2 + (T - k) \bmod T$
- $i = 0, j > 0 : d_{i,j,k,l} = 2 + I_l$
- $i = 0, j = 0 : d_{i,j,k,l} = 2 + \max(I_l, (T - k) \bmod T)$

従って，式 (2.44) に示される確率母関数を用いれば，セル送出間隔の確率母関数 $D(z)$ は次のようになる．

$$\begin{aligned}
D(z) \ &\triangleq \sum_{\substack{i\geq 0, 0\leq j\leq N\\ 0\leq k\leq T-1, \ l=1,2}} P'(i,j,k,l)z^{d_{i,j,k,l}} \\
&= z \sum_{\substack{i>0, 0<j\leq N\\ 0\leq k\leq T-1, l=1,2}} P'(i,j,k,l) + z^2 \sum_{\substack{i>0, l=1,2\\ 0\leq k\leq T-1}} P'(i,0,k,l) z^{(T-k)\bmod T} \\
&+ z^2 \sum_{\substack{0<j\leq N\\ 0\leq k\leq T-1\\ l=1,2}} \sum_{m=0}^{\infty} P'(0,j,k,m)\left(\Phi_{l,1}k_1^l + \Phi_{l,2}k_2^l\right) z^m \\
&+ z^2 \sum_{\substack{0\leq k\leq T-1\\ l=1,2}} \sum_{m=0}^{\infty} P'(0,0,k,l)\Pr\left(\max(I_l, (T-k) \bmod T) = l\right) z^m
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= z \sum_{\substack{i>0,0<j\le N\\ 0\le k\le T-1,l=1,2}} P'(i,j,k,l) + \sum_{\substack{i>0,l=1,2\\ 0\le k\le T-1}} P'(i,0,k,l) z^{2+\{(T-k)\mathrm{mod}T\}} \\
&+ z^2 \sum_{\substack{0<j\le N\\ 0\le k\le T-1\\ l=1,2}} P'(0,j,k,l)\left(\frac{\Phi_{l,1}}{1-k_1 z}+\frac{\Phi_{l,2}}{1-k_2 z}\right) \\
&+ z^2 \sum_{\substack{0\le k\le T-1\\ l=1,2}} P'(0,0,k,l) g_{l,(T-k)\mathrm{mod}T}(z) \qquad (2.49)
\end{aligned}
$$

ここで，LB，JW の双方の場合において，セル送出間隔の変動係数 Cv_{out} は次式から計算できる．

$$
Cv_{out} = \frac{\sqrt{D^{(2)}(1)+D^{(1)}(1)-\{D^{(1)}(1)\}^2}}{D^{(1)}(1)}. \qquad (2.50)
$$

セル送出間隔の変動係数 Cv_{out} が小さいほど最大セル送出速度を厳密に規制していることになる．

2.4 性能評価

本節では，本実装法による LB と JW により，セル送出速度を制御した場合の出力過程と，ある一定のセル廃棄率を満足するバッファ容量の比較を行う．

まず，図 2.4に，平均発生率 $\overline{\lambda}$ のベルヌーイ過程（MMPP において，$\lambda_1 = \lambda_2$ の場合）に従ってセルが生成される呼源の最大セル送出速度を，LB，JW により $N/T = 0.3 : (T, N) = (10, 3)$ に制御した場合のセル送出間隔の変動係数特性を示す．ここでは，付録.C から得られるセル生成間隔の変動係数も併せて示す．JW の場合，セルの発生速度が最大セル送出速度に近付くと，そのセル送出過程は，セル生成過程よりも大きい変動を示している．これは，負荷が上がるにつれて，ウィンドウ開始直後に連続的に送出されるセルの割合が増加するためと考えられる．バースト性の小さい呼に対しては，交換機での多重化特性を M/D/1 待ち行列で近似し，網を管理する方法が検討されている[58]．しかし，JW などのウィンドウ型レート制御では，セルの連続的な送出を許すため，セル送出過程が，ベルヌーイ過程よりも大きな変動を持つ場合があり，M/D/1 近似による管理が適用できなくなる可能性があることが分かる．一方，LB の場合は，セル生成率が最大セル送出速度に近付くと，セル送出過程の変動は小さくなっており，セル送出速度が一定に制御されていることが分かる．

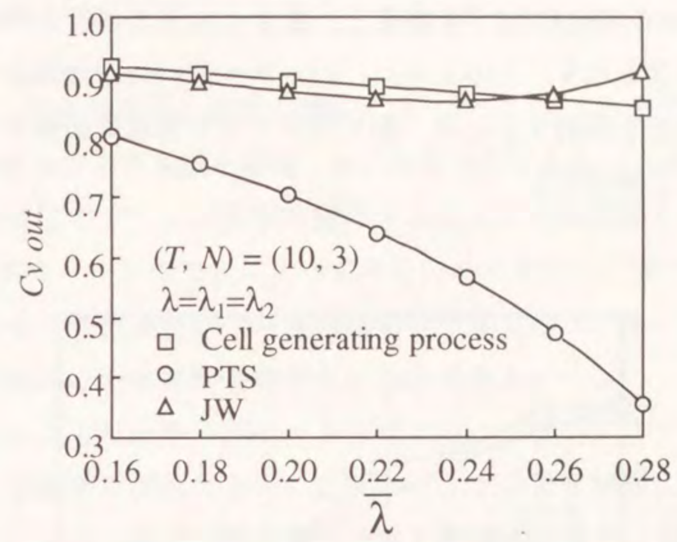


図 2.4 Bernoulli 過程をセル生成過程とする場合のセル送出間隔変動係数特性

次に，発生速度の変動が大きい呼源から生成されるセルの最大セル送出速度を制御する場合を考える．このような制御は，トラヒックのバースト性を緩和し，網内での多重度を向上させることを目的とするものである．GI/G/1 待ち行列では，到着間隔の変動係数が小さい程，平均待ち行列長は小さくなることから[59]，セル送出間隔の変動係数が小さい程，網内通信品質に与える影響は小さいといえる．図 2.5，2.6に，$N = 4$ とし，T を可変とすることで最大セル送出速度を変化させた場合のセル送出間隔の変動係数特性と要求バッファ特性を示す．但し，T，N は互いに素とならない場合は，N が小さくなるよう，互いに素になるように選び直すものとする．ここで，セル生成過程が $\lambda_1 = 0.5$，$\lambda_2 = 0$，$1/\mu_1 = 50$，$1/\mu_2 = 50$ の IPP（Interrupted Poisson Process）に従って生成される．

図 2.5から，T が大きくなるほど最大セル送出速度 N/T は小さくなり，両方式によるセル送出間隔の変動係数は減少している．しかし，JW では，T，N が小さくなるように選べない場合，セル送出間隔の変動係数を抑制する効果が減少していることが分かる．一方，LB は，T スロット内に分散してセルを送出するため，T，N の値に関わらず，セル送出間隔の変動係数は十分小さく抑えられている．

次に，図2.6に，セル廃棄率10^{-9}を満足し，最大セル送出速度を抑制するのに必要となるバッファ量特性を示す．このように，バースト性の強い呼源から生成されるセルの最大セル送出速度を抑制するには，多くのバッファ容量を必要とするが，両方式に有意な差はないことが分かる．

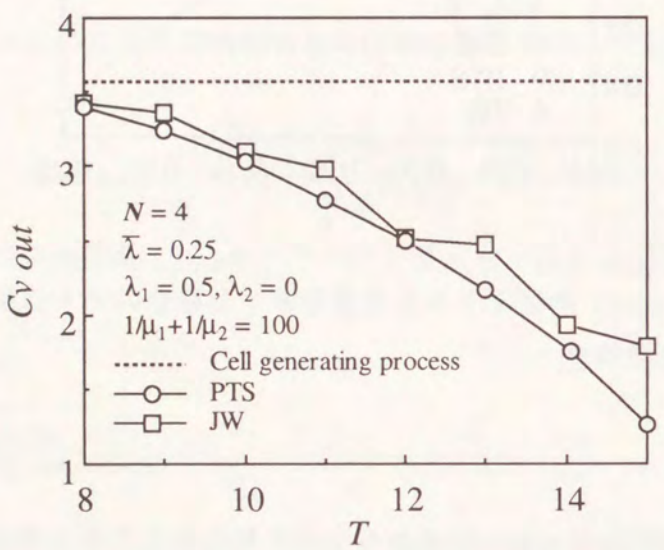


図 2.5 IPP をセル生成過程とする場合のセル送出間隔変動係数特性

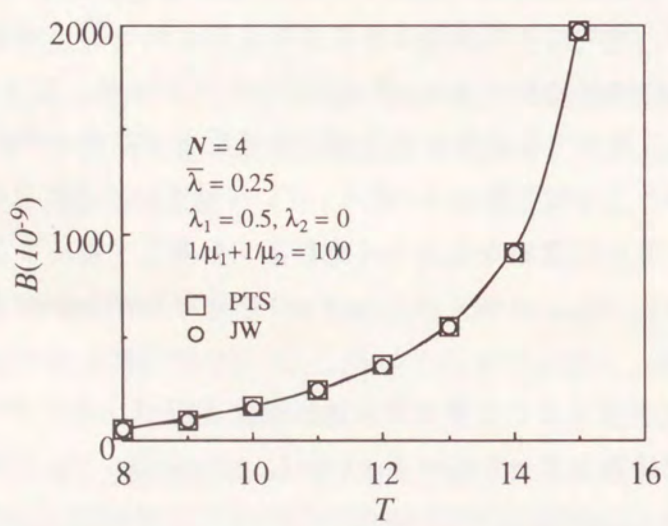


図 2.6 IPP をセル生成過程とする場合の要求バッファ量特性

2.5 結言

本章では，まず，最大セル送出速度の制御にリーキーバケットを適用する場合の伝送路との同期問題を解決する実現法を提案した．本実現法によるリーキーバケットの特徴は，セル伝送時間単位のカウンタ演算で動作することから伝送路との同期が容易なこと，スライディングウィンドウ方式に比べて少ないハードウェア量で実現でき，(T, N)で表現された最大セル送出速度のセル送信制御が可能であり，ウィンドウ型レート制御で発生しうる連続的なセル送出を許さないことである．

また，本実現法によるリーキーバケット方式とジャンピングウィンドウ方式の出力過程と一定のセル廃棄率を満足するのに必要なバッファ量を解析した．その結果，セル生成過程の変動が少ない呼源の最大送出速度を制御する場合，ジャンピングウィンドウ方式では，そのセル送出過程がセル生成過程よりも大きな変動を持つことがあるが，リーキーバケット方式では，セル送出過程の変動を十分小さく抑えられることを明らかにした．また，セル生成過程の変動が大きい呼源の最大セル送出速度を制御する場合，ジャンピングウィンドウ方式では，TやNの値によっては，セル送出速度を制御する効果が減少する場合があるが，リーキーバケット方式は，T，Nの値に関わらず，セル送出過程の変動は小さくなることが明らかになった．また，必要となるバッファ容量にも有意な差はなかった．これらの結果から，本実現法によるリーキーバケット方式は，最大セル送出速度の制御に適した方式であることが分かる．

第3章

LAN 間相互接続におけるゲートウェイ間レート制御方式

3.1 緒言

B-ISDN の構築が望まれるようになった要因の一つに，一次群速度（約 1.5 Mbit/s）を越える高速ディジタル専用線サービスによる LAN 間相互接続に対する需要増加が挙げられる[7]．B-ISDN を介した LAN 相互接続の形態としては，B-ISDN により提供される仮想パス（VP:Virtual Path）によりゲートウェイ（GW:GateWay）間を相互接続する方法が考えられる[36],[60]．これは，現在，公衆網を介して企業網を構築する場合の専用線サービスを B-ISDN によりサポートする場合に相当する．

B-ISDN では，呼が申告する使用量パラメータに基づき利用可能な帯域を割当てる．LAN 間相互接続を専用線サービスとしてサポートする場合，LAN の最大速度に相当する帯域を VP に割当てる方法が考えられるが，LAN 間のトラヒックは時間的な変動のスケールが大きいため，網資源を多く必要としない場合でも網資源を確保することは経済的ではない．

ところで，ATM 交換網では，ヘッダ内の VPI/VCI に基づいてセルをラベル多重するため，交換機内の制御装置に記憶されている容量データを更新するのみで比較的容易に可変容量制御を行うことが可能であり[34]†，文献 (35) では，VP の帯域制御をリアルタイムで行う方式が提案されている．LAN 間相互接続においても，VP の可変容

†回線交換において容量制御を行うには，呼対応に同期して与えられていたタイムスロットを入れ換えるなどの複雑な処理が必要である[34]．

量制御を利用し，LAN 間トラヒック量に応じて申告するセル送出速度を変更し，必要となる帯域を動的に確保することが有効である．このような手法は，セル送出速度の申告値を動的に変更することで，網内資源を確保するという観点からレート制御の一種と捉えられる．これまでに，送信側の LAN から送信側 GW に到着するトラヒック量に応じて網資源を確保する送信側ゲートウェイ輻輳回避型制御方式（SGW 方式：congestion contorl for Source GateWay scheme）が提案されている[36]．SGW 方式は，送信側 GW の状態のみを考慮した可変容量制御を行う方式であり，送信側 GW のセル送出速度が受信側 GW のスループットを上回ると，受信側 GW で輻輳が生じる可能性がある．受信側 GW でのセル損失は，LAN PDU（Protocol Data Unit）単位の再送の原因となり無効トラヒックが増加する．

そこで本章では，LAN として，現在主流である Ethernet より高速な FDDI（Fiber Distributed Data Interface）を対象とし，受信側 GW のスループットも考慮した帯域確保を行う受信側ゲートウェイ輻輳制御方式（DGW：congestion control for Destination GateWay）方式を提案する[37]-[40]．DGW 方式の特徴は，GW 間でセル送信権にもとづくフロー制御を実行することと，可変容量制御により，このフロー制御から得られる受信側 GW のスループットと送信側 GW への到着トラヒック量を考慮した動的な帯域確保を行うことである．また，シミュレーションにより DGW 方式と SGW 方式の比較し，DGW 方式がフレーム廃棄率，平均割当帯域に関し，SGW 方式より優れた特性を持つことを示す．

3.2　受信側 GW 輻輳回避型制御方式

LAN 間相互通信のための専用線サービスを想定し，GW 間がメッシュ状 VP サブネットワークで相互接続されている網環境を仮定する[36],[60]．本節では，簡単化のため一対の LAN 間相互通信を考える．LAN プロトコルは，現在主流である Ethernet より，より高速な FDDI 方式を想定する．FDDI の伝送単位は，最大 4500 byte の可変長フレームであり，GW ではフレームをセルに分解・組立てをおこなうアセンブル・リアセンブル処理が必要となる．図 3.1に DGW 方式の基本原理図を示す．提案方式は，セル送信権であるパーミット（PM:PerMit）により，GW 間のフロー制御を行う．送信側 LAN から送信側 GW に到着した FDDI フレームは，AAL（ATM Adaptation

Layer）によってセル化され，FIFO バッファに収容される．セルは，PM を保持するためのパーミットキュー（PQ:Permit Queue）内に，PM が存在すれば，VP に割当られた速度で B-ISDN に送出される．受信側 GW では，到着したセルを FIFO バッファに蓄積し，受信側 LAN に送信可能となれば，セルから AAL により FDDI フレームを再構成し，送出する．PQ の容量は，受信側 GW の FIFO バッファに収容可能な最大セル数と等しく設定されている．以下に，PM による GW 間フロー制御，並びに VP への帯域割当アルゴリズムについて述べる．

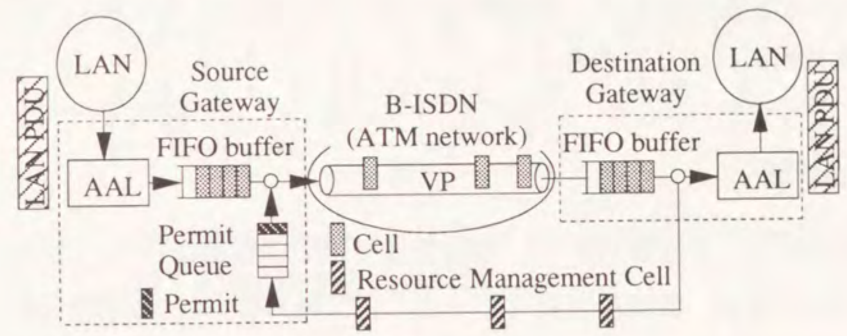


図 3.1　DGW 方式基本原理図

3.2.1　ゲートウェイ間フロー制御

GW 間フロー制御は，以下の通りである．

- 初期状態において，送信側 GW の PQ には，受信側 GW の FIFO バッファ容量に等しい PM が設定される．以下の手順により，送・受信側 GW 間に存在する PM の総数は，常に受信側 GW の FIFO バッファ容量に等しく保たれる．
- 送信側 GW の FIFO バッファ内のセルは，PQ に PM が存在すれば，PM を 1 つ減じ，VP に割当てられているセル伝送速度で B-ISDN に送出される．
- 受信側 GW は，フレームを再構成し受信側 LAN に伝送する毎に，フレームを構成するセル数に等しい PM を解放し，これを制御セル（RM cell:Resource Management cell）により送信側 GW に通知する．
- 送信側 GW は，RM セルを受信すると，解放された数に等しい PM を PQ に補充する．

DGW 方式では，PM によるフロー制御により，B-ISDN 内に送出されるセル数は受信側 GW の FIFO バッファ容量を越えないため，受信側 GW でのオーバーフローによるセル損失は発生しない．また，RM セルにより通知される PM 情報は，受信側 GW のスループットを反映しており，後述するように，DGW 方式では，この情報を基に，B-ISDN における帯域確保を行う．

3.2.2　可変容量制御

B-ISDN における帯域確保は，受信側 GW のスループットを考慮した帯域算出をおこなう帯域割当制御により行われる．

(1). 帯域割当制御

帯域割当制御では，送信側 GW は，割当帯域要求を T秒毎に行う．以後，Tをスライドインターバルと呼ぶ．帯域割当要求時には，送信側 GW は，受信側 GW から送信される RM セルから得られる情報に基づき受信側 GW のスループットを推定し，B-ISDN へ申告するセル送出速度を変更する．B-ISDN は，申告を受けた使用量パラメータに基づき利用可能帯域を割当てる．

- 割当帯域要求時に，過去 Mスライドインターバル間に送信側 GW で受信された RM セルから，Mスライドインターバル間の受信側 GW の平均スループット G を計算し，要求帯域とする．図 3.2において，X_iは，i 番目に送信側 GW に到着した RM セルにより通知される，受信側 GW から送出されたフレーム長に相当するセル数を表している．Mスライドインターバル間に，i_1から i_2番目の RM セルが送信側 GW に到着したとすると，その間の受信側 GW の平均スループット G は，

$$G = \left\lceil \frac{53 \times 8 \times 10^6 \sum_{i=i_1}^{i_2} X_i}{MT} \right\rceil \tag{3.1}$$

  と算出される．ここでは，1Mbit/s を，網が規定する一定の伝送速度単位とし，それ以下の値を切り上げている．以下，Mを制御区間と呼ぶ．
- 割当帯域としては，最小の利用可能帯域 B_{min} を保証する．算出した要求帯域が B_{min}以下の場合は，B_{min} を要求帯域とする．

- LAN 間を相互接続する VP の通過リンク上に要求帯域を満たす空き帯域がある場合，帯域変更要求が受理され VP には要求帯域が割当てられる．ここでは，リンク上には空き帯域が十分あると考え，帯域変更要求は必ず受理されるものとする．また，帯域変更要求から実際に帯域が割当てられるまでの遅延時間は，数十から百ミリ秒であることが報告されている[35]．

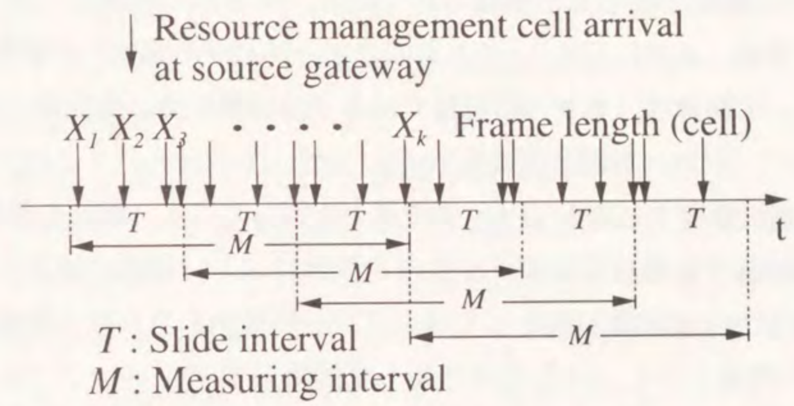


図 3.2　帯域割当制御

(2). 帯域増加制御

帯域割当制御は，受信側 GW のスループットを算出し，要求帯域を決定する．受信側 GW のスループットは，受信側 GW への到着トラヒック量に依存し，VP に割当帯域を越えない．よって，送信側 LAN から送信側 GW へ到着するトラヒック量が増加した場合，帯域割当制御では，十分な帯域増加は期待できない．この場合，VP への割当帯域を越えるトラヒックは，送信側 GW 内の FIFO バッファに蓄積されることになる．一方，受信側 LAN の負荷が小さく，受信側 GW が受信側 LAN で利用可能な帯域が十分ある場合，受信側 GW の FIFO バッファに滞留するセルは少なく，結果的に送信側 GW の PQ にある多くの PM が蓄積される．このような状況下では，送信側 GW での輻輳を軽減するために，VP 割当帯域の増加要求をおこなう．

- 送信側 GW の FIFO バッファと PQ に，それぞれ閾値 Q_F，Q_Pを設定する．
- 帯域変更要求時，FIFO バッファ内セル数と PQ 内 PM 数が共に閾値を越えていれば，要求帯域を，VP の割当帯域から帯域増加ステップ B_{inc}だけ増加した値と

する．
- 本制御は，帯域割当制御に優先して実行される．

本方式は，受信側GWがFDDIフレーム送出を行う毎に制御セルを送信側GWに伝送する．これにより，FDDIフレームの送達確認を同時に実現できる．また，FDDIのプロトコルに依存しない利用形態としては，一定時間毎に制御セルを伝送し，PMを送信側GWに解放することで実現可能である．本方式の特徴は，次の二つである．第一に，GW間に，エンド・ツー・エンドのフィードバック型フロー制御を実装していることである．本制御は，セルの伝送権であるPMに基づき，受信側GWでのセルレベルでのオーバーフローを回避するものであるが，フィードバックはフレーム単位で行っており，制御負荷や制御トラヒックの減少を図っている．第二の特徴は，B-ISDNにおいて帯域確保する輻輳予防型トラヒック制御により，網内の通信品質を維持していることである．可変容量制御としては，フロー制御から得られる情報を利用し，送信側GWへの到着トラヒック量だけでなく受信側GWのスループットを考慮した帯域要求を行い，必要以上の帯域を確保しない．これにより，ユーザは経済的な網利用が可能であり，また網提供側にとっては，リンクを共有する他のコネクションが利用可能な帯域が増加するため，網資源の効率的運用が可能となる．

3.3 性能評価

本節では，SGW方式とDGW方式の比較を行う．性能評価尺度としては，VPへの割当帯域特性と，GWでのフレーム廃棄率特性を考える．

3.3.1 比較モデル

比較対象であるSGW方式を，文献(36)に基づいて次のようにモデル化する．
- 送信側GWは，T秒毎に帯域変更要求を行う．要求帯域は，送信側FDDIから送信側GWに到着した過去$M \times T$秒間のトラヒック量の平均値（ここでは，Mbit単位とする）である．
- DGWと同様に，送信側GWのFIFOバッファに閾値$\tilde{B}_F$を設け，帯域変更要求時に，待ち行列長が閾値以上であれば，VP割当帯域から帯域増加ステップ幅B_{inc}だけ増加させた帯域を要求帯域とする．

3.3.2 仮定

一対のFDDIがB-ISDNを介して相互接続されている場合を考える．まず，送信側GWと受信側GWをモデル化する．FDDIは，Timed Token Rotation Protocol [42]を用いたトークンリングネットワークである．トークンの平均巡回時間は，ネットワーク上で決められている定数TTRT（Target Token Rotation Time）以下であり，最大でもTTRTの2倍以下となる[42],[61]．また，FDDIの負荷とともにトークンの巡回時間はTTRTに漸近し，各局へのトークン到着時間間隔は一定値に近づく[62]．よって，高負荷時では，各局のトークン保持時間（送信可能時間）は，TTRTを伝送すべきフレームを有する局（以下，アクティブ局と呼ぶ）数で等分した値に近づく．この考察を基に，送信側FDDIから送信側GWへのフレーム到着過程と受信側GWから受信側FDDIへのフレーム送出過程を，以下のように仮定する．

《送信側FDDIから送信側GWへのフレーム到着過程》

次の仮定を設ける．
- 送信側FDDIにおけるアクティブ局の数：N_S
- アクティブ局の内，受信側FDDIへフレーム伝送を行う局数：N_G
- 受信側FDDIへフレームを伝送する局はFDDIリング中に均等に分布

以下，送信側FDDIにおいて，受信側FDDIへフレーム伝送をおこなう局に着目し，送信側GWへのフレーム到着過程を考える（図3.3）．
- 各局を無限FIFOバッファによりモデル化
- 各局でのフレーム発生過程：平均λ_1（frame/s）のポアソン過程
- 各局での発生フレームのうち，LAN間トラヒックである確率：P
- 各局はトークン保持中はフレームを伝送
- 各局のトークン保持時間THT：平均$\frac{TTRT}{N_S}$（s）の指数分布
- 受信側FDDIへフレーム伝送を行う第i番目の局がトークン解放後，受信側FDDIへフレーム伝送を行う第$i+1$番目の局がトークンを捕捉するまでの時間間隔：平均$\frac{TTRT}{N_S} \times \frac{N_S-N_G}{N_G}$（s）の指数分布
- 送信側GWはLAN間トラヒックのみを受信しFIFOバッファに収容

《受信側 GW から受信側 FDDI へのフレーム送出過程》

- 受信側 FDDI におけるアクティブ局の数：N_R
- 受信側 GW へのトークン到着時間間隔：平均 $TTRT$（s），位相 N_Rのアーラン分布
- 受信側 GW のトークン保持時間 THT：平均$\frac{TTRT}{N_R}$（s）の指数分布

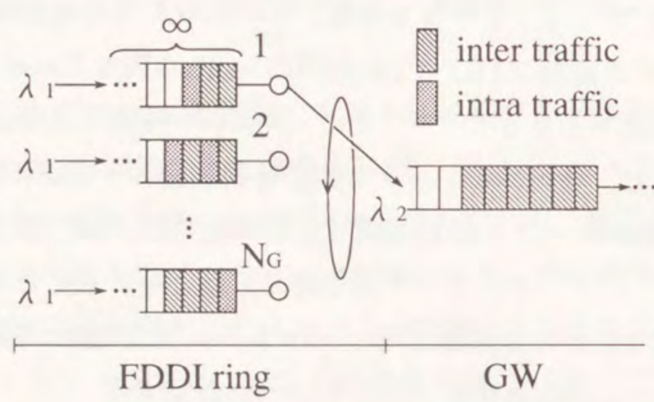


図 3.3　送信側 FDDI モデル

以上から，送信側 FDDI から送信側 GW への平均フレーム到着率λ_2，受信側 GW の平均処理率μは次のようになる．

$$\lambda_2 = \lambda_1 \times P \times N_G \text{ (frame/s)} \quad (3.2)$$

$$\mu = \frac{100 \times 10^6}{L \times 44 \times 8} \times \frac{1}{N_R} \text{ (frame/s)} \quad (3.3)$$

但し，L は平均フレーム長（cell）である．また，システム利用率ρ を，次のように定義する．

$$\rho = \frac{\lambda_2}{\mu} \quad (3.4)$$

その他に，次のシミュレーション仮定を設ける．

- FDDI 間の距離：500km（東京–大阪間）
- 送・受信側 GW の FIFO バッファ容量：50×最大長 FDDI フレーム（4500byte）
- FDDI フレーム長：最小 50 セル，最大 103 セル，平均 70 セルの切捨て幾何分布

- TTRT：167.7 msec[63]
- 帯域変更要求から帯域割当までの遅延時間：50msec
- 伝送路の伝搬遅延：5.0μsec/km
- 最小帯域 B_{min}：1Mbps
- セルペイロードタイプ：タイプ 3[7],[36]

3.3.3　結果

(1).　割当帯域過渡特性

VP の帯域は，送信側 FDDI から送信側 GW へのフレーム到着率が受信側 GW の処理率より小さな場合，送信側 GW での輻輳を回避するため送信側 GW へのフレーム到着率に応じて割当られることが望ましい．また，送信側 FDDI から送信側 GW へのフレーム到着率が受信側 GW の処理率を越える場合には，受信側 GW の輻輳を回避するため，受信側 GW の処理率に応じた帯域を VP に割当ることが望ましい．ここでは，トラヒック変動に対する VP への割当帯域の追従性を比較するため，送信側 FDDI へのフレーム到着率λ_2並びに受信側 GW の平均処理率μを一時的に変化させた場合の VP への帯域割当て特性を検討する．ここでは，$N_S = N_R = 50$，$N_G = 10$，$P = 0.8$，$M = 5$，$T = 0.2$ s，$B_F = \tilde{B}_F = B_P = 3000$ cell，$B_{inc} = 1.0$ Mbit/s としている．

図 3.4に示す条件下（トラヒック条件 1）での VP への帯域割当て特性を図 3.5に示す．ここでは，送信側 FDDI から送信側 GW へのフレーム到着率λ_2が受信側 GW の処理率μ以下である条件の元で，λ_1を増加させることによりλ_2を 2sec の間（20 – 22sec）一時的に増加させている．図 3.5から，SGW 方式の方がわずかに早いものの SGW 方式，DGW 方式共にトラヒック変動から約 1sec 後に帯域増加がおこなわれており，両方式とも VP への割当帯域が，送信側 GW への到着トラヒック量の変動に追従することがわかる．

図 3.6に示す条件下（トラヒック条件 2）での VP への帯域割当特性を図 3.7に示す．ここでは，受信側 GW の処理率μが送信側 FDDI から送信側 GW へのフレーム到着率λ_2以上の状態から，N_R を増加させることによりμを 2sec の間（20 – 22sec）λ_2以下に一時的に減少させている．図 3.7から，SGW 方式では，μの変動が VP への割当帯域に反映されず無効な帯域が割当られることがわかる．一方，DGW 方式では，μの減少

から約 1sec 後に VP への割当帯域が減少しており，受信側 GW の処理率に追従した帯域確保が可能であることが分かる．

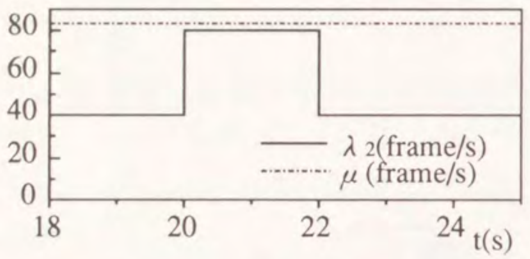


図 3.4 トラヒック条件 1

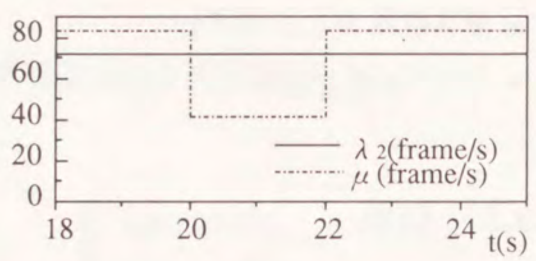


図 3.6 トラヒック条件 2

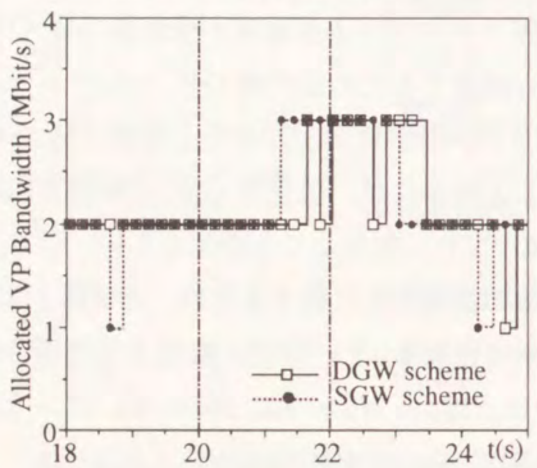


図 3.5 λ_2変化時の割当て帯域特性

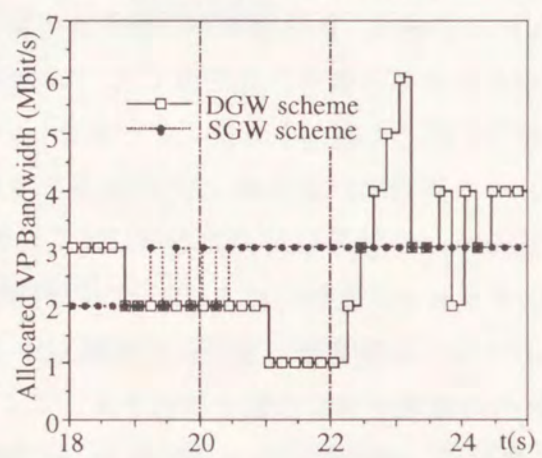


図 3.7 μ変化時の割当て帯域特性

(2). 平均割当帯域特性およびフレーム廃棄率特性

ここでは，送信側 FDDI から送信側 GW への平均フレーム到着率λ_1によりρを変化させた場合の VP への平均割当帯域特性とフレーム廃棄率特性について検討する．ここでは，$N_S = N_R = 50$，$N_G = 10$，$P = 0.8$，$M = 5$，$T = 0.5$ s，$B_F = \tilde{B}_F = B_P = 3000$ cell，$B_{inc} = 1.0$ Mbit/s としている．

図 3.8に VP への平均割当帯域特性を示す．上述したように，$\rho < 1$ の領域ではλ_1に相当する帯域割当が，$\rho \geq 1$ の領域ではμに相当する帯域割当が望ましい．そこで，これを理想帯域割当として図中に破線により示す．図 3.8から，$\rho < 1$ の領域では，両方式ともほぼ等しい帯域割当がおこなわれており，また，ρとともに増加している．$\rho \geq 1$

の領域では，SGW 方式では VP への割当帯域がρ とともに増加しているが，DGW 方式では，VP への割当帯域が増加せず，より理想的な帯域割当てをおこなっていることがわかる．

次に，図 3.9にフレーム廃棄率特性を示す．$\rho < 1$ の領域では，両制御方式とも VP への割当帯域がほぼ等しいにも関わらず，DGW 方式が SGW 方式より小さなフレーム廃棄率特性を示している．DGW 方式では，パーミットによるフロー制御により受信側 GW でのフレーム廃棄は発生しないため，フレーム廃棄は，送信側 GW でのオーバフローが原因となっている．一方，SGW 方式については，本シミュレーションでは送信側 GW でのフレーム廃棄は発生せず，受信側 GW でのみ発生するという結果が得られた．これは，SGW 方式が，送信側 GW の輻輳が発生しないよう，送信側 FDDI から送信側 GW へのトラヒック量に応じた帯域確保をおこなうためである．このように，SGW 方式では網資源を利用した後の受信側 GW でフレームが廃棄される．これは，GW 間での再送の原因となり，B-ISDN での網資源を有効に利用できなくなる可能性がある．一方，DGW 方式では，B-ISDN にフレームが送出される前に廃棄されるため，フレーム再送は，送信側 LAN 内のプロトコル処理で対応できる．

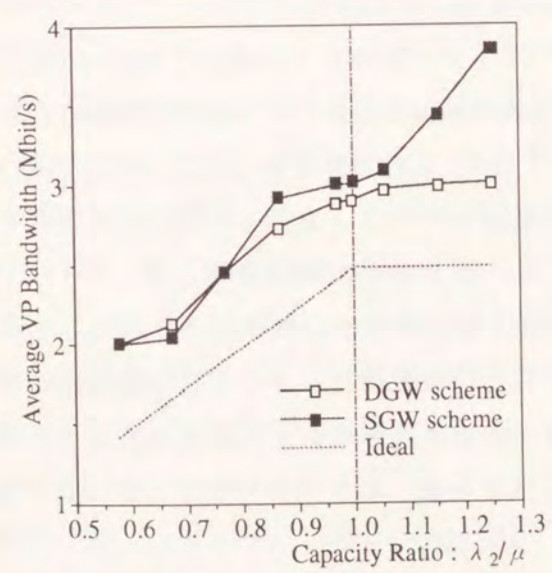


図 3.8 平均割当帯域特性

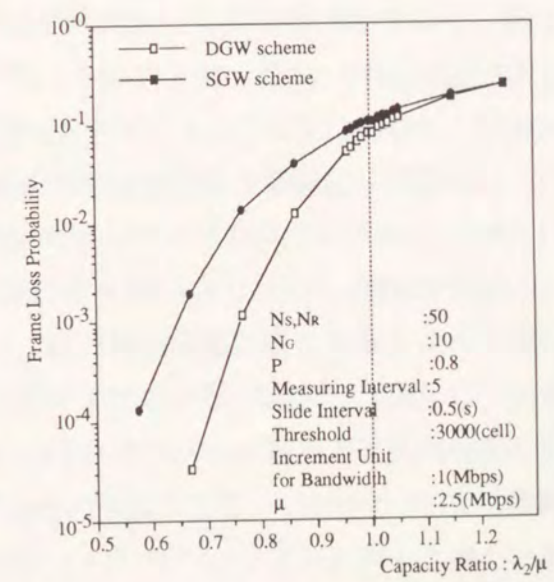


図 3.9 フレーム廃棄率特性

3.4 結言

B-ISDNを介したLAN間接続におけるレート制御方式として，VPの可変容量制御を利用し，送受信ゲートウェイ間でフロー制御情報をもとに受信側ゲートウェイの状況も考慮した帯域確保を行う受信側ゲートウェイ輻輳回避型制御方式を提案した．可変容量制御は，セル送出速度などの使用量パラメータを変更することで，必要に応じた網資源確保を行うものであり，これにより経済的かつ効率的な網資源利用が可能となる．また，シミュレーションにより送信側ゲートウェイ輻輳回避型制御方式との比較を行った．この結果，割当帯域特性については，受信側ゲートウェイ輻輳回避型方式は，送・受信側ゲートウェイの状況を考慮した帯域確保が可能なことを示した．また，フレーム廃棄率特性の比較から，受信側ゲートウェイ輻輳回避型方式は，送信側ゲートウェイ輻輳回避型制御方式に比べ，フレーム廃棄率が小さく，B-ISDNにおける網資源を効率的に利用できることを明らかにした．

第4章

ATM-LANにおけるレート制御方式

4.1 緒言

高速マルチメディアLANを実現するものとして，ATM-LANが注目されている．ATM-LANの標準化機構であるATM Forumでは，音声，動画像などのアプリケーションのサポートするためのCBR（Constant Bit Rate）やVBR（Variable Bit Rate）等のサービスクラスに加え，TCP/IP[3]などの既存のデータ系のサービスをサポートするものとして，VBR+（Variable Bit Rate Plus），ABR（Available Bit Rate），UBR（Unspecified Bit Rate）を規定している[12],[15]．CBRやVBRに対しては，B-ISDNと同じく輻輳予防型のトラヒック制御の適用が考えられている．これとは異なり，VBR+，ABR，UBRでは，呼処理低減とCBRやVBRの未使用帯域を積極的に利用するという目的から，帯域予約なしにデータ転送が開始できるサービスクラスである．UBRについては，特に輻輳制御は行われないが，VBR+やABRに対しては，輻輳が発生した場合においても低セル損失を実現するために，網の輻輳状態に応じてセル送出を規制する輻輳適応型トラヒック制御を行うことが検討されている．VBR+，ABRは，ある最大セル送出速度以下での送信が可能であり，ABRクラスは，最小セル送出速度の保証がないが，VBR+クラスは，最小セル送出速度が保証される．VBR+やABRの輻輳制御には，バックプレッシャー方式[64]，クレジット方式[65]，フィードバック型レート制御方式（RBCC : Rate Based Congestion Control）[13],[14]が検討されている．しかし，バックプレッシャー方式やクレジット方式のようなリンク・バイ・リンクでの輻輳制御方式は，VC毎の管理が難しく実装面で問題がある．このため，VBR+，ABRのための輻輳適応型トラヒック制御としては，フィードバック型レート制御が有力で

ある．本章では，以後，RBCC に関する検討を行う．

RBCC の代表的なものに，二値フィードバック方式（Binary RBCC : 以下 BRBCC）がある[(43)-(46)]．VBR^+，ABR では，交換機に到着したセルが特定の出力リンクに集中的に加わり，その利用可能帯域以上の速度となる場合には，交換機内のバッファ（以下，ボトルネックキュー）において輻輳が発生する．BRBCC では，交換機がボトルネックキューの待ち行列長などから輻輳が発生しているか否か（即ち，二状態）を判断し，輻輳時には，これを送信端末側に通知する．送信端末は，輻輳通知を受け取らなければ送出速度を増加させ，輻輳通知を受け取ると送信速度を減少させることで輻輳からの回復を図る．文献 (45) では，BRBCC における送信端末側での送出レート制御方式を比較し，送出レートを加算増加・乗算減少（Additive increae-Multicative decrease）させる方式（以下，AM-BRBCC）がスループット，公平性の面で優れることを示している（これについては，後述する）．この AM-BRBCC に関しては，これまでさまざまな研究[(43)-(46)]が行われている．これらの研究では，ボトルネックキューを経由するコネクション数を一定とした環境を仮定している．ATM-LAN におけるコネクションの接続形態としては，相手固定接続（PVC : Permanent Virtual Connection）と，相手選択接続（SVC : Switched Virtual Connection）が検討されている[(12)]．SVC では，コネクションの設定・解放によりボトルネックキューを経由するコネクション数は時間的に変化する．また，PVC では，コネクションが設定されていても，常に情報転送が行われる訳ではなく，実際に情報転送を行っているコネクション（以下，アクティブコネクションと呼ぶ）数は一定ではない．しかし，このようなアクティブなコネクション数が ABR サービスクラスの通信品質に与える影響についての検討は十分になされていない．

本章ではまず，流体近似モデル解析ならびにシミュレーションにより，AM-BRBCC の制御パラメータとアクティブコネクション数がスループット等に与える影響を検討し，アクティブコネクションの増加により，グッドプットが低下する可能性があることを指摘する．次に，この問題を解決する方法として，送信端末が送出レートを増加する値（レート増加幅）をコネクション数に応じて制御する適応パラメータ方式[(47)]を提案する．以後，AM-BRBCC を提案方式と対比させ，固定パラメータ方式と呼ぶ．最後に，シミュレーションにより適応パラメータと，従来の固定パラメータ方式を比較し，その有効性を明らかにする．

4.2 固定パラメータ方式

ここでは，固定パラメータ方式の制御パラメータとアクティブコネクション数がスループット等に与える影響を，流体近似モデル解析ならびにシミュレーションにより検討する．まず，固定パラメータ方式について解説する．固定パラメータ方式は，次の輻輳検出方法，輻輳通知方法，送出レート制御方法に分けて説明できる．

[輻輳検出方法]

ある一定時間 T_f cell time 内のボトルネックキューの平均待ち行列長 $q_f(t)$ が閾値 $Q_{th,1}$ 以上になると輻輳状態とし，閾値 $Q_{th,2}(\leq Q_{th,1})$ 未満になると輻輳が解消されたとみなす[(44)]．

[輻輳通知方法]

輻輳通知方法としては，ATM Fourum において FECN（Forward Explicit Congestion Control）[(15)]と BECN（Backward Explicit Congestion Control）[(66)]が検討されている．BECN では，交換機が輻輳検出すると，送信端末に制御セル（RM cell :Resource Management cell）を送信端末に伝送し，輻輳を通知する[(66)]．一方，FECN では，交換機は輻輳を検出すると，受信端末に輻輳を通知し，受信端末が送信端末に制御セルを送信することで輻輳の発生を伝える．両方式においては，制御セルは一定間隔 T_d 毎に送出される[(14)]．

[送信端末でのレート制御方法]

送信端末は初期レート λ_{init}Mbit/s で送信を開始し，一定間隔 T_i s 毎に送出レートをレート増加幅 A Mbit/s だけ加算的に増加させる．一方，輻輳通知のための制御セルを受信すると，送信レートを乗算的に減少係数 B (< 1) 倍することにより減少させる．このように，固定パラメータ方式は，徐々に伝送レートを増加させることにより利用可能帯域に適応させる方式である．しかし，輻輳が検出されてから，送信端末に輻輳が通知されるまでの遅延が存在するため，λ_{init}はあまり大きく設定できないことが知られている[(44)]．

ここで，ネットワークを図 4.1のようにモデル化する．ここでは，一つのボトルネックキューに着目し，他のノードの影響はないものとする．VBR^+，ABR では，CBR や VBR の空き帯域を利用して伝送されるが，CBR，VBR クラスのコネクション継続時間は十分長く，VBR^+，ABR クラスが利用できる帯域は一定とする．また，閾値につ

いては $Q_{th}=Q_{th,1}=Q_{th,2}$と仮定する．また，図4.2に，図4.1において1つのアクティブコネクションが伝送中である場合のボトルネックキューへのセル到着速度とボトルネックキューの待ち行列長の変化を示す．アクティブコネクションが1であることから，ボトルネックキューへのセル到着速度は，伝搬遅延だけ前の送信端末のセル送出速度に相当する．図4.1，4.2における各パラメータは次の意味をもつ．

[定義]

- N：アクティブコネクション数 = ソースノード数
- Q_{max}：ボトルネックキューのバッファ容量
- Q_{th}：輻輳検出のための閾値
- μ：ボトルネックキューの処理率
- $\tau_{sb,i}$：コネクション i の送信端末・ボトルネックノード間の伝搬時間
- $\tau_{bs,i}$：コネクション i のボトルネックノードから送信端末への輻輳通知に要する時間
- $\tau_i=\tau_{sb,i}+\tau_{bs,i}$：コネクション i の制御遅延時間
- $q(t)$：時刻 t でのボトルネックキューの待ち行列長
- $\lambda_{s,i}(t)$：時刻 t でのコネクション i の送信端末の送出レート
- $\lambda_b(t)$：時刻 t でのボトルネックノードへの到着レート

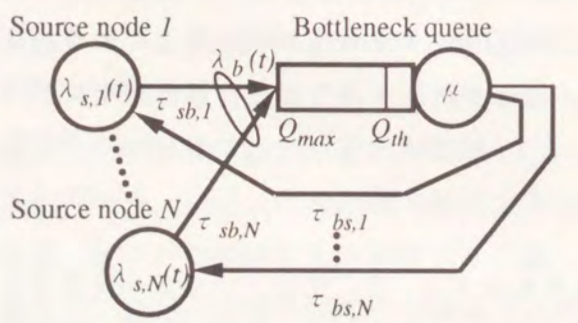


図 4.1 複数コネクションをもつボトルネックキューモデル

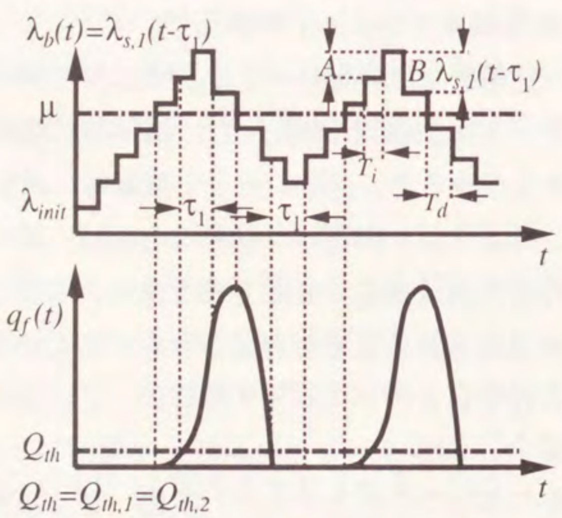


図 4.2 ボトルネックキューへのセル到着速度と待ち行列の変化

4.2.1 解析

文献 (43)，(46) では，流体近似により，固定パラメータ方式においてボトルネックキューが無限容量を持つ場合の定常状態における最大待ち行列長，スループット等を解析している．ここでは，有限容量の場合における解析を基に，制御パラメータ A，B ならびにコネクション数が，待ち行列長の変動におけるピーク値 q_{max}，送信端末の平均送出レート$\overline{\lambda}$，セルレベルのスループット g，廃棄率 P_{loss}に与える影響を検討する．

流体近似では，輻輳検出は瞬時値 $q(t)$ に基づいて行われ，加算増加・乗算減少は，線形増加・指数減少として表現される．増加係数，減少係数をα，βとすると，次の関係式が成り立つ．

$$A = \alpha T_i \tag{4.1}$$

$$B = e^{-(1-\beta)T_d} \tag{4.2}$$

このとき，図4.1におけるシステムの振舞は，$1\le i\le N$に対し次のように記述できる．

$$\frac{d\lambda_{s,i}(t)}{dt}=\begin{cases}\alpha & : q(t-\tau_{bs,i})\le Q_{th}\\ -(1-\beta)\lambda_{s,i}(t) & : q(t-\tau_{bs,i})>Q_{th}\end{cases} \tag{4.3}$$

$$\lambda_b(t)=\sum_{i=1}^{N}\lambda_{s,i}(t-\tau_{sb,i}) \tag{4.4}$$

$$\frac{dq(t)}{dt}=\begin{cases}0 & : q(t)=0,\lambda_b(t)-\mu<0\\ & \text{ or } q(t)=Q_{max},\lambda_b(t)-\mu>0\\ \lambda_b(t)-\mu & : \text{otherwise}\end{cases} \tag{4.5}$$

ここで，全コネクションが等しい制御遅延時間τを有すると仮定する．この場合，各コネクションからボトルネックキューへの到着レートが増加あるいは減少に転じる時刻は一致するため，式 (4.3)，(4.4) から次の関係が成り立つ．

$$\frac{d\lambda_b(t)}{dt}=\begin{cases}N\alpha & : q(t-\tau)\le Q_{th}\\ -(1-\beta)\lambda_b(t) & : q(t-\tau)>Q_{th}\end{cases} \tag{4.6}$$

これは，図4.1のモデルが，増加係数 $N\alpha$，減少係数βを持つ単一コネクションのモデルに置き換えられることを意味する．逆に言えば，アクティブコネクション数が Nの場合の結果は，単一コネクションにおいてαを N倍した結果と等価と考えられる．単一コネクションの場合の解析結果は付録.D に示す．

4.2.2 検討

図4.3に，付録.Dの結果を基にして $N \times A$，Bの値を変化させたときの待ち行列長の変動のピーク値（a），セル廃棄率（b），セルレベルのスループット（c），送信端末の平均送出レート（c）を示す．ここで，パラメータには次のものを仮定する．ボトルネックキューの利用可能帯域：155 Mbit/s，送・受信端末間距離：75 km，ファイバ中の伝搬遅延[68]：4.9 ns/m，輻輳通知方法：FECN，$Q_{max} = 100$ cell，$Q_{th} = 2$ cell，$T_i = 1$ ms，$T_d = 0.5$ msとした．

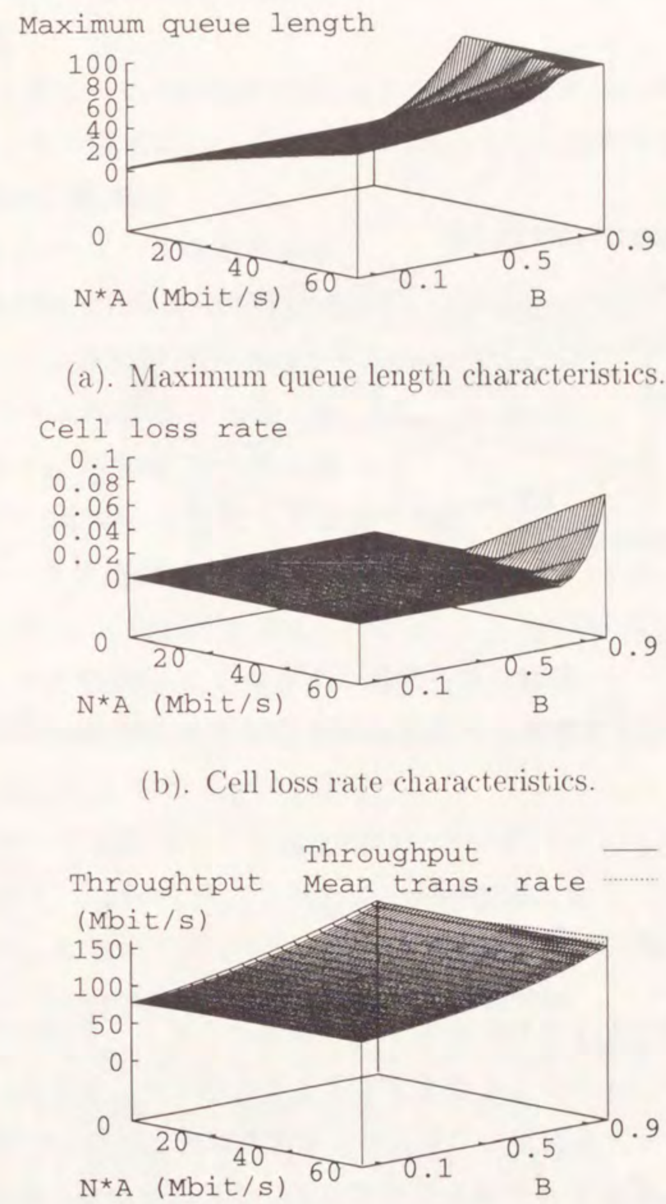
図4.3（a），（b）から，1）定常状態における最大待ち行列長は，$N \times A$，B の値とともに増加し，2）バッファ容量 100 cell に達するとセル損失が発生していることが分かる．図4.3（c）から，3）セルレベルでのスループットは，Bの値とともにほぼ線形に増加し，1に近くなると，ほぼ利用可能帯域に近づくこと，4）$N \times A$ の値は，スループットにはほとんど影響しないことが分かる．

セルにより構成されるパケットのレベルまで考慮すると，セル損失はパケット再送を引き起こすため，セル損失が発生する領域での実効スループット（グッドプット）は大きく減少すると思われる．そこで，図4.3と同様の仮定のもと，**4.4** で用いるパケットレベルでの再送を考慮したシミュレーション（モデル等詳細は **4.4** を参照）により，グッドプット特性を検討する．ただし，コネクションを常にアクティブとするため，パケットバッファ内には，常に送出されるパケットが存在するものとした．

図4.4に，各アクティブコネクションのレート増加幅を $A = 5$ Mbit/s とした場合のトータルのグッドプット特性を示す．$N \times A$，Bが共に大きい領域では，セル損失によるパケットの再送によりグッドプットが低下していることが分かる．また，グッドプットの低下がみられない領域では，$N \times A$ はほとんど影響を及ぼさず，Bが大きいほどグッドプットは高くなることが分かる．これは，流体近似モデルから予想される結果と一致する．

以上から分かるように，固定パラメータ方式では，アクティブなコネクション数が多い場合，セル損失によりグッドプットが低下する可能性がある．高いグッドプットを得るには，Bを大きくする必要があるが，アクティブコネクションが増加した場合においてもセル損失によるグッドプットの低下を抑えるには，レート増加幅 A を小さく設定する必要がある．しかし，固定パラメータ方式は送出レートを初期レートから徐々に利用可能帯域に適応させる方式であり，Aの値を小さく設定すると，コネクショ

ン数が少な



(a). Maximum queue length characteristics.

(b). Cell loss rate characteristics.

(c). Mean transmission rate and throughtput characteristics.

図4.3 単一コネクション流体近似有限容量ボトルネックキューモデルによる性能評価

くその継続時間が短い場合には十分な送出レートが得られず，遅延が大きくなるという問題がある．この場合，セル損失が発生しない範囲で A の値を大きく設定することが望ましいといえる．

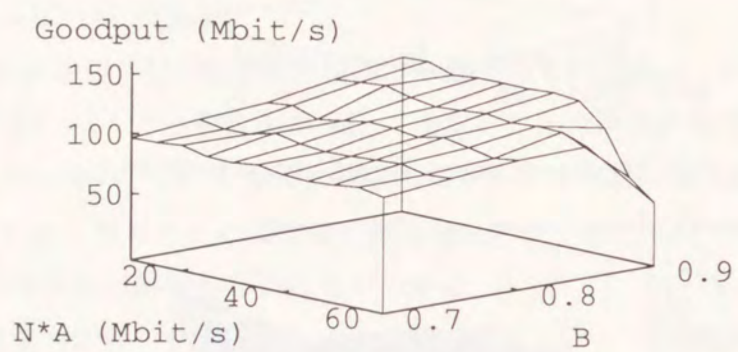


図 4.4 再送を考慮した AM-BRBCC のグットプット特性

4.3 適応パラメータ方式

固定パラメータ方式に関する検討から，ボトルネックキューを経由するコネクション数に応じ，各コネクションの A を変更することが有効と考えられる．しかし，PVC の場合など，コネクションを設定しても実際には情報転送を行わない場合が考えられ，設定コネクション数に応じて A の値を変更すると，その値を小さく設定しすぎる可能性がある．図 4.3 (a) から分かるように，アクティブコネクション数の増加は，A，B を固定とすると，ボトルネックキューでの待ち行列長の変動におけるピーク値に反映される．

そこで，ボトルネックキューが輻輳状態に陥った時の待ち行列長のピークを観測し，この情報を基にアクティブコネクションの増減を検出し，送信端末に A の変更を伝える，適応パラメータを用いたフィードバック型レート制御方式を提案する．以下，時刻 t の単位を 1 セル転送時間とし，提案方式を，輻輳検出方法，レート増加幅の決定方法，送信端末への通知方法，送信端末のレート制御方法に分けて述べる．

[輻輳検出方法]

ボトルネックキューでの輻輳検出は，**4.2** で述べた文献 (44) の方法に従う．以後，輻輳検出の基準となる閾値は，$Q_{th} = Q_{th,1} = Q_{th,2}$ として説明する．

[レート増加幅の変更方法]

まず，以下のパラメータを定義する．

- t_n：輻輳が解消される n 番目の時刻（$q(t_n) < Q_{th}$，$Q_{th} \le q(t_n - 1)$）
- A_{def}：レート増加幅 A のデフォルト値
- A_{max}：レート増加幅 A の最大値 （$A_{max} = A_{def}$）
- A_{min}：レート増加幅 A の最小値
- L_α：レート増加幅 A の取りうるレベル数
- $A(i)$：レート増加幅 A の取りうる値
  （但し，$A_{max} = A(L_\alpha) \ge A(L_\alpha - 1) \ge \cdots \ge A(1) = A_{min}$）
- Q_{dec}：レート増加幅 A を減少する基準となる閾値
- Q_{inc}：レート増加幅 A を増加させる基準となる閾値
- $q_{max,n}$：$(t_n, t_{n+1}]$ での $q_f(t)$ の最大値
- $l(t)$：時刻 t におけるレート増加幅のレベル値 $(1 \le l(t) \le L_\alpha)$
- A_n：時刻 t_n において決定されたレート増加幅の値
- l_n：時刻 t_n において決定されたレート増加幅のレベル値（$l_n = l(t_n)$）
- P_{inc}：レート増加幅 A の増加を決定する時間間隔
- P_{reset}：レート増加幅 A をリセットするための時間間隔
- t_{inc}：レート増加幅 A の増加の基準となる時刻
- t_{reset}：レート増加幅 A のリセットの基準となる時刻

現在時刻を t とすると，ボトルネックキューが要求するレート増加幅は，図 4.5に示される手順により決定される．

- #1 では，t_nにおいて，$q_{max,n}$が閾値 Q_{dec} を超えた場合，レート増加幅のレベル値を下げる．
- #2 では，$q_{max,n}$がある一定時間 P_{inc}の間，閾値値 Q_{inc}をこえなければレート増

加幅のレベル値を上げる．

- #3 では，$q_f(t)$ がある一定時間 P_{reset}の間，閾値 Q_{th}をこえなければ，時刻 t においてレート増加幅をデフォルト値にリセットする．

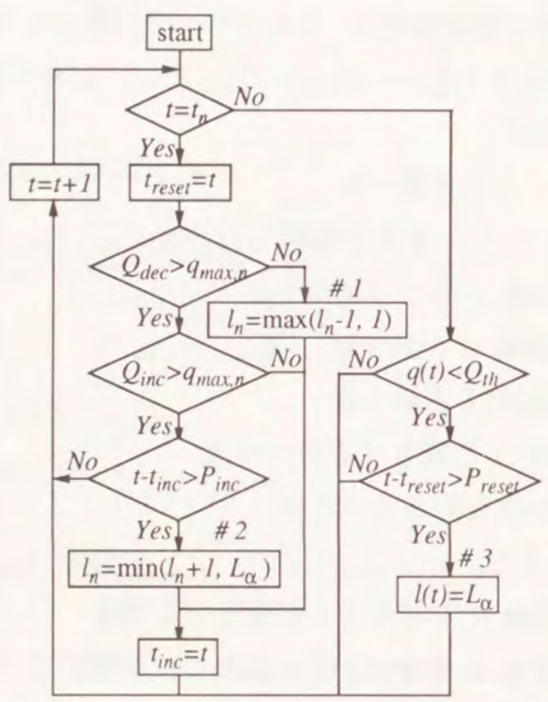


図 4.5 レート増加幅決定アルゴリズムフローチャート

[送信端末への通知方法]

BECN または FECN をベースにする方法が考えられる．BECN の場合，交換機が直接制御セルを伝送することで，輻輳並びに変更された A のレベル値 l_n を送信端末に通知できる．FECN の場合は，受信端末から送信端末に伝送される輻輳通知のための制御セルを利用し†，変更された A のレベル値 l_n を受信端末に知らせる方法が考えられる．この場合，制御セルのペイロード部には，レベル値を記述するフィールドが必要である．制御セルが受信端末から送出される時点においては，レベル値 L_α が設定される．ボトルネックキューは，この制御セルが通過する際に，要求するレート増加幅のレベルとこの値を比較し，制御セルのペイロード部のレベル値をより小さな値

†ATM では通常上りと下りリンクは同一経路に設定されることを利用する．

に設定する．これにより，送信端末は，コネクションのパス上に複数のボトルネックキューがある場合においても，最も多くのコネクションに共有されているボトルネックノードが要求する A のレベル値を，送出レートを増加させるまでに知ることが可能である．

[送出端末のレート制御方法]

固定パラメータ方式での送出端末のレート制御方法を基本とし，送出レートを増加させる場合は，最も新しいレート増加幅 A_n に基づき加算増加させる．レート増加幅通知方式を FECN とする場合は，制御セルを受信する毎に A のレベル値を更新する．BECN とする場合は，コネクションが経由する交換機から制御セルが到着する度に各交換機が要求するレート増加幅を保存し，送出レートの増加時にはその中の最少値を用いる．

4.4 性能評価

提案方式では，A_{max} $(= A_{def})$，A_{min}，L_α 及び $A(i)$ の設定方法が重要となる．本検討では，レート増加幅を制御することの効果を調べるため，その最大値をレベル数で等分する場合を考える．この時，レート増加幅のレベルが i の時の値 $A(i)$ は次式で表現される．

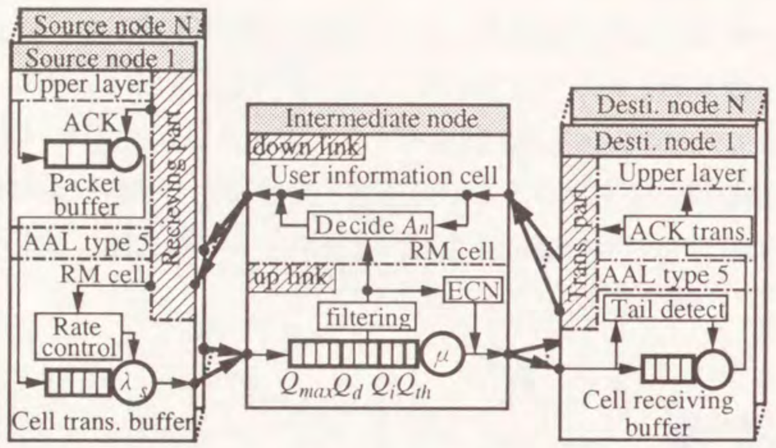
$$A(i) = \frac{i}{L_\alpha} A_{max} \tag{4.7}$$

$$A_{min} = \frac{A_{max}}{L_\alpha} \tag{4.8}$$

4.4.1 評価モデル

図 4.6 に本検討で用いる評価モデルのシミュレーションモデルを示す．プロトコルスタックとしては，物理層を除き下位層から，ATM レイヤ，AAL（ATM Adaptation Layer）レイヤ，パケットレイヤとする．AAL レイヤには Type 5 を仮定する[67]．パケットの再送方式には，ウィンドウサイズ 8 の Go-back-N[69],[8]を仮定する．送出可能なパケットは，セルバッファが空になると，1 パケットを収容するに十分な容量をもつセルバッファに収容される．リンク容量 C を 155 Mbit/s とし，ボトルネックキューの利用可能帯域（処理率）BW はリンク容量と等しく設定した．ATM レイヤにおける輻輳通知方法は FECN とした．その他のパラメータとしては，ファイバ中の伝搬遅

延：4.9 ns/m，パケット長: 8 Kbyte，パケットバッファ：1 Mbyte，Q_{max}：100 cell, Q_{th}：2 cell，Q_{inc}：15 cell, Q_{dec}：40 cell, T_f：15 cell time，B：0.9，T_d：0.5 ms，T_i：1 ms，P_{inc}：10 ms，P_{reset}：10 ms，λ_{max}：155 Mbit/s，λ_{min}：0 Mbit/s，λ_{init}：10 Mbit/s を用いた．



Simulation model.

図 4.6 シミュレーションモデル

以後，レート増加幅の最大値 A_{max} Mbit/s とレベル数 L_α を (A_{max}, L_α) により表す．適応パラメータとしない固定パラメータ方式は，レベル数が 1 の場合に相当する．

4.4.2 結果

[過渡特性]

複数のアクティブコネクションの伝送中に新たなアクティブコネクションが加わった場合の，ボトルネックキューの待ち行列長（a）ならびに送信端末の送出レート（b）の過渡特性を検討する．本検討では，送・受信端末間距離を 75 km とし，ボトルネックノードは中間に位置するものとする．アクティブコネクションにおいては，パケットバッファは常にパケットで満たされているものとし，時刻 70000 cell time において，6 本のアクティブコネクションに 7 番目のコネクションが加わるものとする．図 4.7，4.8 に，固定パラメータ方式：$(A_{max}, L_\alpha) = (8, 1)$，提案方式 $(8, 4)$ の場合の結果を示す．

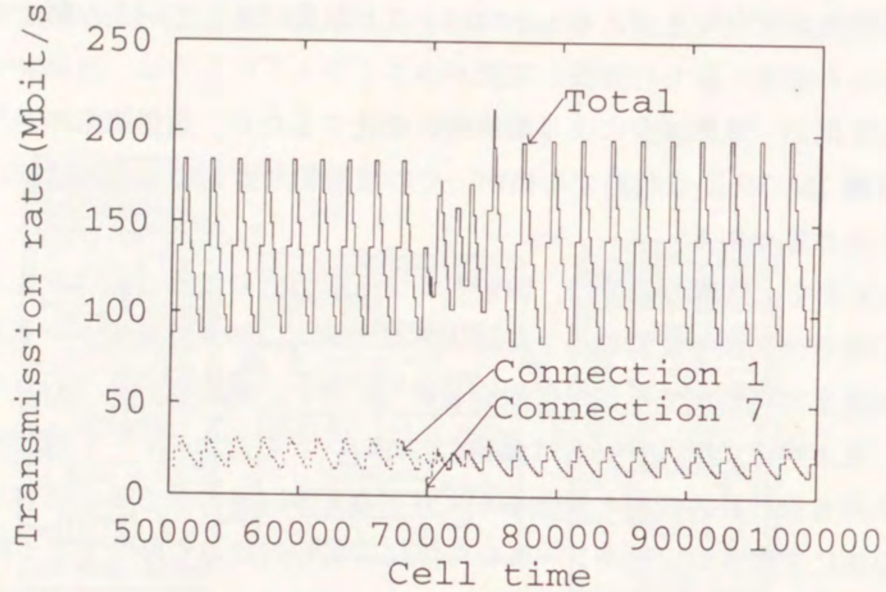
図 4.7 から，固定パラメータ方式では，7 番目のコネクションが加わった直後に，待ち行列長は一旦減少するものの，その後送出レート，待ち行列長共に大きく変動し，待ち行列長はボトルネックキューのバッファ容量に達している．新たなコネクションが加わった直後に待ち行列長の変動が小さくなっているのは，送出レートが一定間隔毎の加算増加・乗算減少により離散的に変化するため，送信端末の送出レートが利用可能帯域 155 Mbit を超過する値が，その離散的な変化により一時的に小さくなっているためと思われる．

図 4.8 から，提案方式では，固定パラメータ方式の結果と比べると，送出レートならびに待ち行列長の変動は小さく抑えられており，待ち行列長がボトルネックキューの最大値までに増加する状況は観測されていない．新たなコネクションが加わった直後は，先と同様に待ち行列長は減少しており，このためにレート増加幅のレベルが増加され待ち行列長の変動の最大値が大きくなるが，その後はレート増加幅のレベルは小さな値に変更され，送出レートならびに待ち行列長の変動は小さく抑えられている．つまり，レート増加幅の制御により，アクティブなコネクションが増加した場合でも待ち行列の変動を小さくし，セル損失の発生を抑えることが可能である．

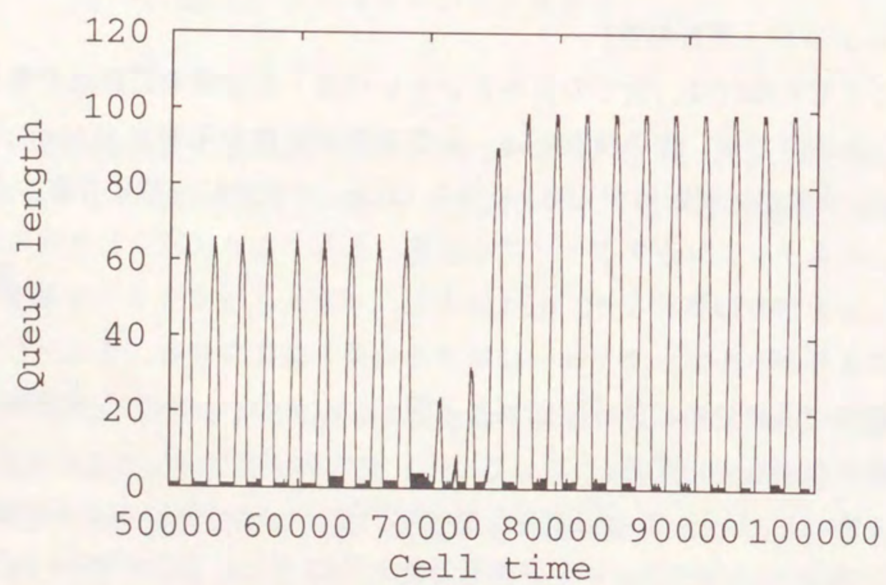
[グッドプット・遅延特性]

ここまでの検討は，全てのコネクションの送・受信端末間距離が等しい場合を仮定した．本検討では，先の検討と送・受信端末間距離の平均値 ($75km$) が等しくなるよう，送・受信端末間距離が 100 km から 50 km の範囲に一様に存在する場合を考える．また，コネクションがアクティブな状態とそうでない状態をとり得る環境として，コネクション当りの負荷を 10 Mbit/s とし，ボトルネックキューを共有するコネクション数によりボトルネックキューに対する負荷を変化させる．また，パケットはバッチ到着間隔が幾何分布に従う集団到着過程とし，そのバッチサイズ分布は，平均 5 の幾何分布をなすものとする．

図 4.9（a），（b）に，固定パラメータ方式：$(4, 1)$，$(8, 1)$ および提案方式：$(8, 4)$ のグッドプット・エンドツーエンド遅延特性とそのパワー（グッドプットと End-to-end パケット転送遅延の比）特性を示す．図 4.9（a）から，固定パラメータ方式では，$A = 4$ の場合，コネクション数が増加しても良好なグッドプット特性を示しているが，$A = 8$ の場合，コネクション数がある程度増加するとエンドツーエンド遅延が急激に増加している．一方，図 4.9（b）から，コネクション数が少ない場合，$A = 8$ の場合の方がパ

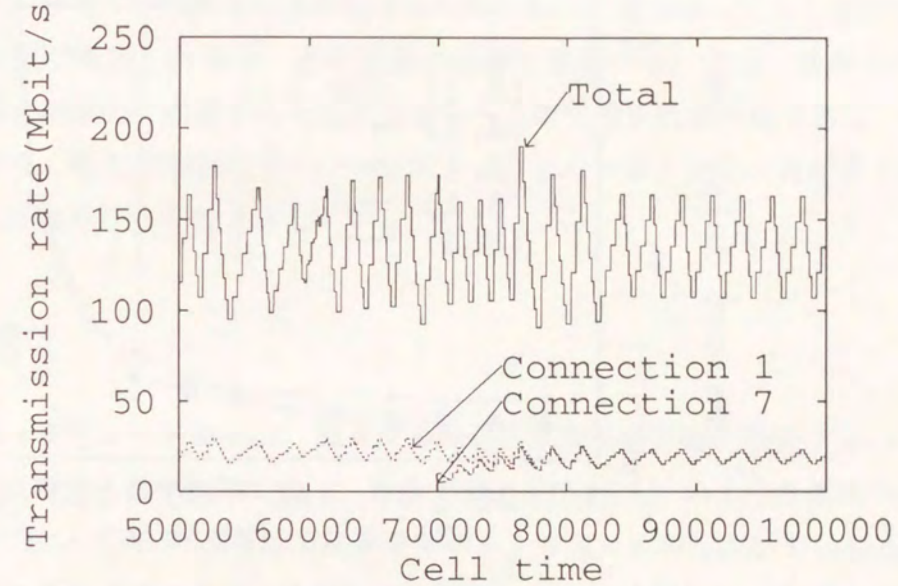


(a). Transmission rate characteristics.

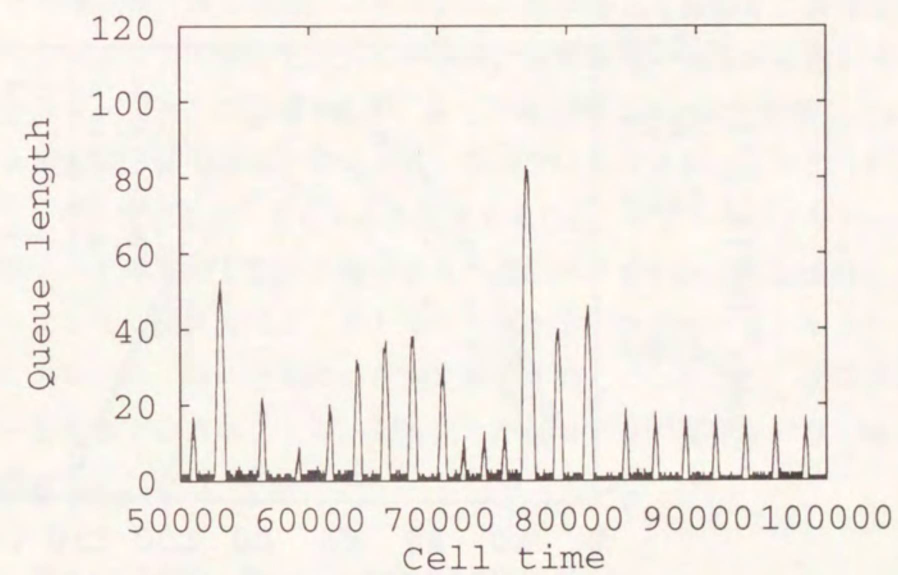


(b). Queue length characteristics.

図 4.7 シミュレーションによる AM-RBCC 方式の伝送レートおよび待ち行列長の過渡特性

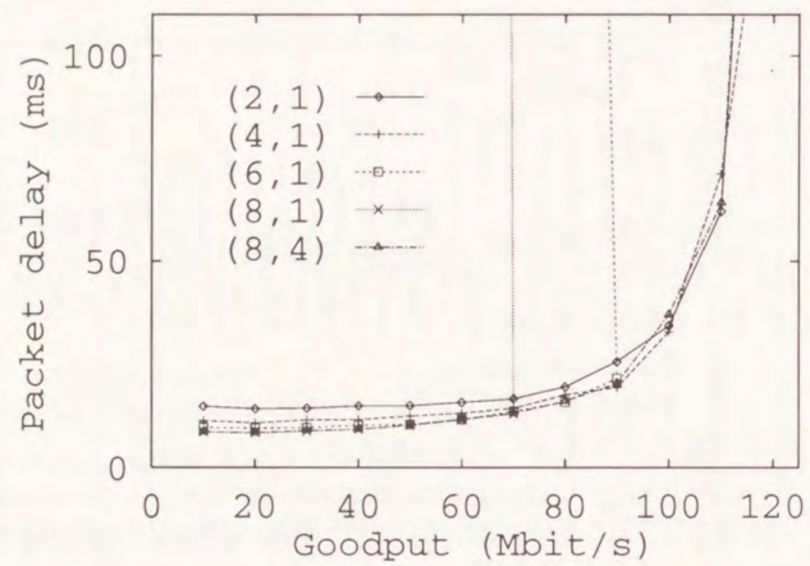


(a). Transmission rate characteristics.

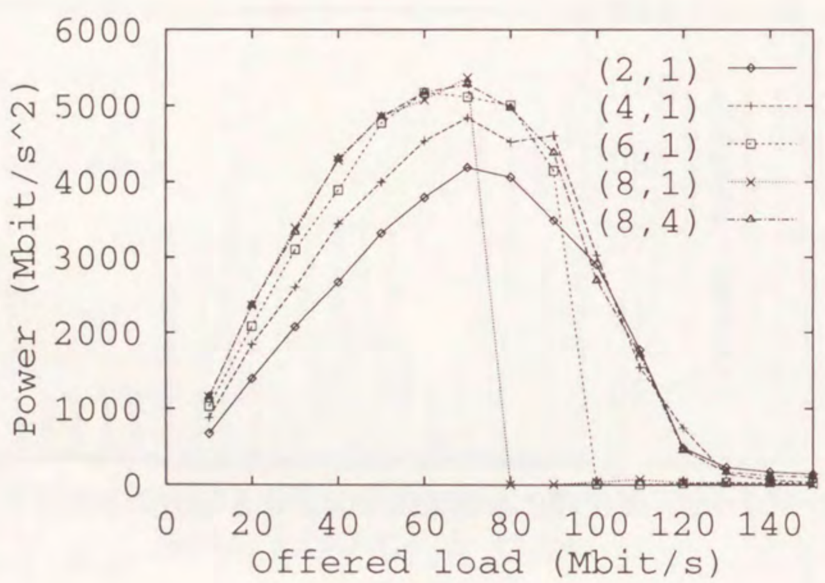


(b). Queue length characteristics.

図 4.8 シミュレーションによる提案方式の伝送レートおよび待ち行列長の過渡特性



(a). Goodput vs. end-to-end packet delay characteristics.



(b). Power characteristics.

図 4.9 不均一距離モデルにおけるパワー特性と End-to-end パケット転送遅延特性

ワーが大きくエンドツーエンドパケット転送遅延がより小さいことが分かる．通常の利用において，コネクション数が少なく，負荷が中低負荷である場合は，このような領域においてよりパワーが大きい方が好ましいが，レート増加幅を大きく設定すると，コネクション数が増加した場合，その性能が極端に悪化する．一方，提案方式では，レート増加幅を適応的に変更するため大きなレート増加幅を設定可能であり，コネクション数が少なく低負荷の領域でパワーが大きく，またコネクション数が多く高負荷においても良好なパワー特性を示している．

4.5 結言

フィードバック型レート制御は，端末がセル送出速度を自律的に制御することにより，網資源を共有する輻輳制御である．本章では，ATM-LAN のような規模の小さな ATM 交換網において，データトラヒックをサポートするための VBR$^+$ や ABR などのクラスに適用されるフィードバック型レート制御について検討した．まず送出レートを加算増加・乗算減少させる二値フィードバック型レート制御（固定パラメータ方式）において，レート増加幅，減少係数，コネクション数が与える影響を，流体近似ならびにシミュレーションにより検討した．この結果，定常状態では減少係数が大きいほどセルレベルのスループットは向上するが，レート増加幅はほとんど影響しないこと，ならびにレート増加幅，減少係数が共に大きい領域ではセル損失によりグッドプットが低下することを明らかにした．また，この結果をもとに，ボトルネックキューの待ち行列の変化からレート増加幅を動的に変更する，適応パラメータ方式を提案した．シミュレーションにより，提案方式が，ボトルネックキューを経由するコネクションが増加する場合においても，待ち行列長の変動を小さく抑えていること，ならびにボトルネックキューを共有するコネクションが変化した場合でも，良好なパワー特性が得られることを明らかにした．

第 5 章

レート制御方式の性能評価に適した待ち行列モデルの解析

5.1 緒言

待ち行列解析は，従来，通信システムの性能評価に幅広く適用されてきた(59)．ATM 交換網では，従来のパケット交換網での情報伝送単位であるパケットに比べ，セルが 53 byte と短く，トラヒックやトラヒック制御システムの振舞をより微小な視点から記述する必要があり，ATM 交換網に適した待ち行列解析が重要となる．

ATM では，情報の発生時にのみセルが網内に送出されるため，音声を音声検出器を用いて符号化している場合や可変速度符号化された高精細画像の場合では，セルはバースト的に網に送出される．これにより，セル生成過程には相関性が生じる．従って，ATM 交換網において，待ち行列解析により，セルレベルのトラヒック制御システムの性能評価を行う場合，相関性のある到着過程を仮定する必要がある．また，使用量パラメータ制御(22)や優先権制御(70)などのシステムをモデル化するには，より複雑なサービス過程を表現できる待ち行列モデルが必要となる．例えば，セル送出規律がリーキーバケット(22)に従うバッファードリーキーバケット(27),(28)では，セルのサービス過程はトークンプール内のトークン数やトークン生成過程に依存する．このため，サービス時間は単純な再生過程とはならない．

これまで，ATM に親和性の高い離散時間環境において，到着過程に相関性のある有限容量単一サーバ待ち行列の解析がなされている．例えば，二状態 MMBP（Markov Modulated Bernoulli Process）の重畳過程(48)，D-MAP（Discrete time Markovian

Arrival process)[49], D-BMAP (Discrete time Batch Markovian Arrival Process)[50]-[52], D-SMP (Discrete time Semi-Markov Process)[53]などを到着過程とする待ち行列モデルが解析されている．しかしながら，サービス過程に関しては，サービス時間は互いに独立な同一分布に従う，一定分布[48],[50],[51],[53]や一般分布[49],[52]を仮定しており，サービス過程にも相関性のある，より複雑な待ち行列モデルを扱った離散時間待ち行列モデルはない．

そこで本章では，到着過程とサービス過程のそれぞれに相関性のある離散時間有限容量単一サーバ待ち行列として D-BMAP/D-MAP/1/N を解析する．解析結果として，到着過程，サービス過程のそれぞれが系内客数に依存する場合において，定常状態確率分布と稼働期間の確率母関数，廃棄率を得ている．また，サービス過程が系内客数に依存しない場合に限定して，システム時間，退去間隔の確率母関数を導出している．これにより，待ち行列で被る遅延や遅延変動，また，制御が退去過程に及ぼす影響などの評価が可能である．

本章で，到着過程，サービス過程に仮定した D-BMAP (Discrete-time Batch Markovian Arrival Process)[51], D-MAP (Discrete-time Markovian Arrival Process)[71]は離散時間状態遷移確率行列によって表される位相型の到着過程である．D-BMAP は，D-MAP を集団到着過程に拡張したものであり，MMBP や Discrete-time PH-RP (PHase-type Renewal Process) 等，相関性を有する到着過程を表現でき[71]，しかもその重畳過程が D-BMAP となるという利点がある[51]．この D-BMAP を到着過程とすることで，相関性を有するトラヒックやその重畳過程のモデル化が可能である．一方，サービス過程である D-MAP は，有限マルコフ連鎖の状態遷移確率行列として表現されるため，セル送出規律が状態遷移確率行列で表現できるトラヒック制御システムのモデル化が可能である．このようなトラヒック制御システムには，セル送出規律がリーキーバケットやジャンピングウィンドウなどに従う有限容量待ち行列システムや HOL (Head Of Line) 制御などの優先権制御システムなどが挙げられる．

このように，D-BMAP/D-MAP/1/N は，さまざまなトラヒック制御システムへの適用が可能であるが，到着過程やサービス過程の位相数の増加に伴い，その状態遷移確率行列の状態数が多くなるという問題がある．この問題を解決するため，本章では，文献 (57) に示される M/G/1 型の無限容量単一サーバ待ち行列に対する解析手法を有限容量待ち行列に拡張し，状態遷移確率行列を構成するブロック行列単位の行列演算

により定常状態解を導出する手法を提案する．本手法では，アルゴリズム導出過程において系内客数の減少に要する初期到達時間の確率母関数を求めており，この結果を用いて稼働期間の確率母関数を表現できる．これにより，定常状態解の導出過程において得られた行列を用いて稼働期間のモーメントを計算できる．

以後，対象とする待ち行列モデルシ述べ，定常状態確率分布，稼働期間分布，システム滞留時間分布，退去間隔分布の導出をする．また，レート制御システムへの適用例としてバッファードリーキーバケットを解析した場合の数値例を示す．

5.2 待ち行列モデル

時間はスロット化され，スロット内では，図 5.1 に示すように，退去，到着の順に事象が発生すると仮定する．また待ち行列システムの系内容量を N とし，サービス規律は，FIFO (First In First Out) に従うと仮定する．待ち行列システムへの到着過程は D-BMAP に従う集団到着をなし，一つの集団到着内ではランダム順に到着すると仮定する．集団到着に対する受け入れ規律としては，空きバッファ以上の集団到着が発生した時，空きバッファ分だけを受け入れ，あとは廃棄する PBAS (Partial Batch Acceptance Strategy) を仮定する[72]．また，サービス過程には D-MAP を仮定しており，スロット内での退去数は高々1 である．

5.2.1 到着過程とサービス過程

D-BMAP，D-MAP について説明する．D-BMAP は，D-MAP を集団到着に拡張したものである．D-MAP は，D-BMAP において，最大到着サイズが 1 の場合に相当する．

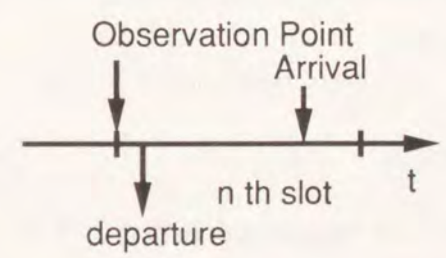


図 5.1 スロット内での発生事象の順序

D–MAP は，離散時間有限マルコフ連鎖の $s \times s$ の状態遷移確率行列 $\overline{\boldsymbol{D}} = \sum_{k=0}^{\infty} \overline{\boldsymbol{D}}_k$ により表現される．ここで，$\overline{\boldsymbol{D}}\boldsymbol{e}_s = \boldsymbol{e}_s$ が成立する．但し，$\boldsymbol{e}_s$ は全要素が 1 である $s \times 1$ ベクトルを表す．$(\cdot)_{l,l'}$ が行列の (l, l') 要素を表すとすると，D–BMAP の状態が，あるスロット開始時点において l であり，次スロット開始時点で状態 l' に遷移する条件の元で，サイズ k の集団到着が発生する確率は，$\left(\overline{\boldsymbol{D}}_k\right)_{l,l'} / \left(\overline{\boldsymbol{D}}\right)_{l,l'}$ となる．状態遷移確率行列 $\overline{\boldsymbol{D}}$ の不変ベクトルを $\boldsymbol{\theta}$ とすると，単位スロット当たりの平均到着率 ρ は，$\rho = \boldsymbol{\theta} \sum_{k=1}^{\infty} k \overline{\boldsymbol{D}}_k \boldsymbol{e}_s$ で与えられる．但し，$\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}\overline{\boldsymbol{D}}$，$\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{e}_s = 1$ を満足する．また，状態遷移確率行列 $\overline{\boldsymbol{D}}^A = \sum_{k=0}^{\infty} \overline{\boldsymbol{D}}_k^A$ ($r \times r$ 行列) と $\overline{\boldsymbol{D}}^B = \sum_{k=0}^{\infty} \overline{\boldsymbol{D}}_k^B$ ($s \times s$ 行列) によって支配される D–BMAP の重畳過程は，状態遷移確率行列 $\overline{\boldsymbol{D}}^A \otimes \overline{\boldsymbol{D}}^B$ ($rs \times rs$ 行列) により支配される D–BMAP となる．ここで $\otimes$ はクロネッカ積を表す．この場合，あるスロット開始時点において，状態遷移確率行列 $\overline{\boldsymbol{D}}^A \otimes \overline{\boldsymbol{D}}^B$ の位相が l であり，次スロット開始において l' に遷移する条件のもとで，サイズ k の集団到着が発生する確率は，$\sum_{m=0}^{k} \left(\overline{\boldsymbol{D}}_m^A \otimes \overline{\boldsymbol{D}}_{k-m}^B\right)_{l,l'} / \left(\overline{\boldsymbol{D}}^A \otimes \overline{\boldsymbol{D}}^B\right)_{l,l'}$ である．このように，D–BMAP の重畳過程もまた D–BMAP により容易に表現できる．

本章では，到着過程，サービス過程である，D–BMAP，D–MAP がスロット開始時点における系内客数に依存する場合を考える．つまり，スロット開始時点における系内客数が i の時，到着過程，サービス過程を表す D–BMAP，D–MAP が次のように表現されるものとする．

$$\text{到着過程} \quad : \quad \overline{\boldsymbol{D}}^{[i]} = \sum_{k=0}^{\infty} \overline{\boldsymbol{D}}_k^{[i]} \ (s \times s \text{ 行列}),\ \overline{\boldsymbol{D}}^{[i]} \boldsymbol{e}_s = \boldsymbol{e}_s \tag{5.1}$$

$$\text{サービス過程} \quad : \quad \boldsymbol{D}^{[i]} = \sum_{j=0}^{1} \boldsymbol{D}_j^{[i]} \ (r \times r \text{行列}),\ \boldsymbol{D}^{[i]} \boldsymbol{e}_r = \boldsymbol{e}_r \tag{5.2}$$

ここで，$\overline{\boldsymbol{D}}_k^{[i]}, \boldsymbol{D}_j^{[i]}$ の添字 k，j は，それぞれスロット内における集団到着サイズ，退去数を表す．但し，系内客数が 0 の場合，退去は発生しないため $\boldsymbol{D}_1^{[0]} = \boldsymbol{O}_r$ となる．但し，$\boldsymbol{O}_r$ は r 次正方零行列を表す．

5.2.2 状態遷移確率行列

図 5.1 に示すように，スロット開始時点を視察点とする．ここで，第 n スロット開始時点における系内客数 C_n，サービス過程の位相 X_n，到着過程の位相 Y_n からなる 3 次元状態空間 (C_n, X_n, Y_n) を考える．以後，特に断らなければ，C_n をレベル，サービス過程と到着過程の位相 (X_n, Y_n) をフェーズと呼ぶことにする．3 次元状態空間

(C_n, X_n, Y_n) は，$\Omega = \{(i, h, l) | 0 \le i \le N, 1 \le h \le r, 1 \le l \le s\}$ 上の確率過程となり，その状態遷移確率 $\boldsymbol{Q}$ は次のようになる．

$$\boldsymbol{Q}_N = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ \vdots \\ N \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 0 & 1 & 2 & \cdots & N-2 & N-1 & N \end{array} \\ \begin{pmatrix} \widetilde{\boldsymbol{B}}_0 & \widetilde{\boldsymbol{B}}_1 & \widetilde{\boldsymbol{B}}_2 & \cdots & \widetilde{\boldsymbol{B}}_{N-2} & \widetilde{\boldsymbol{B}}_{N-1} & \widetilde{\boldsymbol{B}}_N \\ \widetilde{\boldsymbol{A}}_{1,0} & \widetilde{\boldsymbol{A}}_{1,1} & \widetilde{\boldsymbol{A}}_{1,2} & \cdots & \widetilde{\boldsymbol{A}}_{1,N-2} & \widetilde{\boldsymbol{A}}_{1,N-1} & \widetilde{\boldsymbol{A}}_{1,N} \\ \boldsymbol{O}_{rs} & \widetilde{\boldsymbol{A}}_{2,0} & \widetilde{\boldsymbol{A}}_{2,1} & \cdots & \widetilde{\boldsymbol{A}}_{2,N-3} & \widetilde{\boldsymbol{A}}_{2,N-2} & \widetilde{\boldsymbol{A}}_{2,N-1} \\ \boldsymbol{O}_{rs} & \boldsymbol{O}_{rs} & \widetilde{\boldsymbol{A}}_{3,0} & \cdots & \widetilde{\boldsymbol{A}}_{3,N-4} & \widetilde{\boldsymbol{A}}_{3,N-3} & \widetilde{\boldsymbol{A}}_{3,N-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \boldsymbol{O}_{rs} & \boldsymbol{O}_{rs} & \boldsymbol{O}_{rs} & \cdots & \boldsymbol{O}_{rs} & \widetilde{\boldsymbol{A}}_{N,0} & \widetilde{\boldsymbol{A}}_{N,1} \end{pmatrix} \end{array} \tag{5.3}$$

但し，

$$\widetilde{\boldsymbol{B}}_k = \begin{cases} \boldsymbol{D}_0^{[0]} \otimes \overline{\boldsymbol{D}}_k^{[0]} & (0 \le k \le N-1) \\ \boldsymbol{D}_0^{[0]} \otimes \sum_{m=N}^{\infty} \overline{\boldsymbol{D}}_m^{[0]} & (k = N) \end{cases} \tag{5.4}$$

$$\widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,k} = \begin{cases} \boldsymbol{D}_1^{[i]} \otimes \overline{\boldsymbol{D}}_0^{[i]} & (k = 0) \\ \boldsymbol{D}_1^{[i]} \otimes \overline{\boldsymbol{D}}_k^{[i]} + \boldsymbol{D}_0^{[i]} \otimes \overline{\boldsymbol{D}}_{k-1}^{[i]} & (1 \le k \le N-i) \\ \boldsymbol{D}_1^{[i]} \otimes \sum_{m=N-i+1}^{\infty} \overline{\boldsymbol{D}}_m^{[i]} + \boldsymbol{D}_0^{[i]} \otimes \sum_{m=N-i}^{\infty} \overline{\boldsymbol{D}}_m^{[i]} & (k = N-i+1) \end{cases} \tag{5.5}$$

である．三次元マルコフ連鎖 $\{C_n, X_n, Y_n\}$ の定常状態確率を，$x_{i,h,l} = \lim_{n \to \infty} Pr\{C_n = i, X_n = h, Y_n = l\}$ とすると，定常状態確率ベクトル $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_N)$ は，

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}\,\boldsymbol{Q}_N,\ \boldsymbol{x}\boldsymbol{e}_{rs(N+1)} = 1 \tag{5.6}$$

を満たす．ここで，部分ベクトル $\boldsymbol{x}_i$ は，

$$\boldsymbol{x}_i = (x_{i,1,1}, \cdots, x_{i,1,s}, x_{i,2,1}, \cdots, x_{i,2,s}, \cdots, x_{i,r,1}, \cdots, x_{i,r,s}) \tag{5.7}$$

である．このように，状態遷移確率行列 $\boldsymbol{Q}_N$ は，上ヘッセンバーグ行列[73]となる．

5.3 解析

5.3.1 系内客数分布

本章では，文献 (57) に示される M/G/1 型の無限容量単一サーバ待ち行列に対する解析手法を拡張し，有限容量の場合の定常状態確率ベクトル$\boldsymbol{x}$を計算するアルゴリズムを導出する．文献 (72),(73) では，連続時間系において，微小生成作用素が上ヘッセンバーグ行列となる場合の定常状態解を導出している．提案アルゴリズムは，離散時間系における状態遷移確率行列が上ヘッセンバーグ行列となる場合において，下方法への初度到達行列を得ることができ，これを用いて稼働期間の確率母関数を表現できるという利点がある．

まず，$\boldsymbol{G}_k^{(i,i')}$を，$rs \times rs$ 行列とし，その (u,u') 要素は，レベル i から i'への初度到達時間開始時におけるフェーズが u であるという条件の元で，初度到達時間が kスロットでありかつその終了時のフェーズが u'となる確率を表すものとする．但し，

$$\boldsymbol{G}_k^{(i,i')} = \begin{cases} \boldsymbol{I}_{rs} & (k=0, i=i') \\ \boldsymbol{O}_{rs} & (k=0, i>i') \end{cases} \tag{5.8}$$

である．ここで，$\boldsymbol{I}_{rs}$は，rs 次単位行列である．また，行列$\boldsymbol{G}_k^{(i,i')}$の初度到達時間に関する確率母関数行列

$$\boldsymbol{G}^{(i,i')}(z) \triangleq \sum_{k=0}^{\infty} \boldsymbol{G}_k^{(i,i')} z^k \tag{5.9}$$

を定義する．行列$\boldsymbol{G}^{(i,i')} \triangleq \boldsymbol{G}^{(i,i')}(1)$ の (u,u') 要素は，レベル i から i'への初度到達時間開始時に置けるフェーズが u であるという条件の元で，終了時のフェーズが u'となる確率を表す．

ここで，行列$\boldsymbol{G}^{(i,i-1)}$を考える．無限容量の解析では，到着過程，サービス過程が系内客数に依存しないとき，行列$\boldsymbol{G}^{(i,i-1)}$は，系内客数 i によらず一様となる．一方，本章で解析するような有限容量解析の場合では，行列$\boldsymbol{G}^{(i,i-1)}$は系内客数 i に依存する．本節では，行列$\boldsymbol{G}^{(i,i-1)}$を求めるための再帰式を導出し，これを基にして定常状態確率ベクトルを計算する方法を示す．

定義から，行列$\boldsymbol{G}_k^{(i+m-1,i-1)}$は，

$$\boldsymbol{G}_k^{(i+m-1,i-1)} = \begin{cases} \displaystyle\sum_{\substack{k_1+\cdots+k_m=k \\ k_1\ge 1,\cdots,k_m\ge 1}} \prod_{j=1}^{m} \boldsymbol{G}_{k_j}^{(i+m-j,i+m-j-1)} & (k \ge m \ge 1) \\ \boldsymbol{I}_{rs} & (m=0, k=0) \\ \boldsymbol{O}_{rs} & (\text{otherwise}) \end{cases} \tag{5.10}$$

と表される．ここで，行列$\boldsymbol{G}_k^{(i,i-1)}$は，式 (5.10) を用いて，

$k=1$ の時，

$$\boldsymbol{G}_1^{(i,i-1)} = \widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,0}, \tag{5.11}$$

$k \ge 2$ の時，

$$\begin{aligned} \boldsymbol{G}_k^{(i,i-1)} &= \sum_{m=0}^{N-i+1} \widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,m} \boldsymbol{G}_{k-1}^{(i+m-1,i-1)} \\ &= \sum_{m=0}^{N-i+1} \widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,m} \sum_{\substack{k_1+\cdots+k_m=k-1 \\ k_1\ge 1,\cdots,k_m\ge 1}} \prod_{j=1}^{m} \boldsymbol{G}_{k_j}^{(i+m-j,i+m-j-1)}, \end{aligned} \tag{5.12}$$

となる．よって，式 (5.10)- (5.12) より，確率母関数行列$\boldsymbol{G}^{(i,i-1)}(z)$ は，

$$\begin{aligned} \boldsymbol{G}^{(i,i-1)}(z) &\triangleq \sum_{k=0}^{\infty} \boldsymbol{G}_k^{(i,i-1)} z^k \\ &= z \sum_{m=0}^{N-i+1} \widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,m} \prod_{j=1}^{m} \boldsymbol{G}^{(i+m-j,i+m-j-1)}(z) \end{aligned} \tag{5.13}$$

となる．但し，$\prod_{j=l}^{m} \cdot = \boldsymbol{I}_{rs} (m<l)$ である．式 (5.13) において，$z=1$ を代入することにより，

$$\boldsymbol{G}^{(i,i-1)} = \sum_{m=0}^{N-i+1} \widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,m} \prod_{j=1}^{m} \boldsymbol{G}^{(i+m-j,i+m-j-1)} \tag{5.14}$$

を得る．ここで，式 (5.14) は，到着過程，サービス過程が系内客数に依存しないような無限容量の場合における，行列$\boldsymbol{G}$に関する行列多項式表現に相当する(57),(28).

式 (5.13) は，右辺に$\boldsymbol{G}^{(i,i-1)}(z)$ を含んでいることから，

$$\boldsymbol{G}^{(i,i-1)}(z) = z \left[\boldsymbol{I}_{rs} - z \sum_{m=1}^{N-i+1} \widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,m} \prod_{j=1}^{m-1} \boldsymbol{G}^{(i+m-j,i+m-j-1)}(z) \right]^{-1} \widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,0} \tag{5.15}$$

を得る．ここで，

$$\overline{\overline{\boldsymbol{A}}}_{i,k} \triangleq \sum_{m=k-i+1}^{N-i+1} \widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,m} \prod_{j=1}^{i+m-k-1} \boldsymbol{G}^{(i+m-j,i+m-j-1)} \tag{5.16}$$

を定義する．式 (5.15) において $z=1$ を代入し，式 (5.16) を用いることにより，行列$\boldsymbol{G}^{(i,i-1)}$を計算するための再帰式

$$\boldsymbol{G}^{(i,i-1)} = \left[\boldsymbol{I}_{rs} - \overline{\overline{\boldsymbol{A}}}_{i,i}\right]^{-1} \widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,0} \tag{5.17}$$

を得る．行列$\boldsymbol{G}^{(i,i-1)}$は，行列$\boldsymbol{G}^{(N,N-1)}$を初期値とし，式 (5.17) を $i=N,N-1,\cdots,1$ として再帰的に用いることにより計算できる．ここで，初期値$\boldsymbol{G}^{(N,N-1)}$は，

$$\boldsymbol{G}^{(N,N-1)} = \left[\boldsymbol{I}_{rs} - \widetilde{\boldsymbol{A}}_{N,1}\right]^{-1} \widetilde{\boldsymbol{A}}_{N,0} \tag{5.18}$$

である．

次に，$\boldsymbol{K}_k$を，$rs \times rs$ 行列とし，その (u,u') 要素は，レベル 0 への再帰時間開始時のフェーズが u であるという条件の元で，再帰時間が k でありかつその終了時の位相が u'である確率を表すものとする．この時，次式が成立する．

$$\boldsymbol{K}_k = \begin{cases} \boldsymbol{O}_{rs} & (k=0) \\ \widetilde{\boldsymbol{B}}_0 & (k=1) \\ \displaystyle\sum_{m=1}^{N} \widetilde{\boldsymbol{B}}_m \boldsymbol{G}_{k-1}^{(m,0)} & (k \geq 2) \end{cases} \tag{5.19}$$

また，行列$\boldsymbol{K}_k$の再帰時間に関する確率母関数行列$\boldsymbol{K}(z)$ は，

$$\boldsymbol{K}(z) \triangleq \sum_{k=1}^{\infty} \boldsymbol{K}_k\, z^k = z \sum_{m=0}^{N} \widetilde{\boldsymbol{B}}_m \prod_{j=0}^{m-1} \boldsymbol{G}^{(m-j,m-j-1)}(z) \tag{5.20}$$

となる．ここで，

$$\overline{\overline{\boldsymbol{B}}}_i = \sum_{m=i}^{N} \widetilde{\boldsymbol{B}}_m \prod_{j=0}^{m-i-1} \boldsymbol{G}^{(m-j,m-j-1)} \tag{5.21}$$

を定義する．

行列$\boldsymbol{K} \triangleq \boldsymbol{K}(1)$ の (u,u') 要素は，レベル 0 への再帰時間開始時のフェーズが u であるという条件の元で，終了時の位相が u'となる確率を表している．式 (5.21) を用いると，行列$\boldsymbol{K}$ は，

$$\boldsymbol{K} = \sum_{m=0}^{N} \widetilde{\boldsymbol{B}}_m \prod_{j=0}^{m-1} \boldsymbol{G}^{(m-j,m-j-1)} = \overline{\overline{\boldsymbol{B}}}_0 \tag{5.22}$$

と表される．

ここで，レベル 0 という条件の元でのフェーズの定常状態確率分布ベクトル$\tilde{\boldsymbol{x}}_0$は，

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_0 = \tilde{\boldsymbol{x}}_0 \boldsymbol{K}, \quad \tilde{\boldsymbol{x}}_0 \boldsymbol{e}_{rs} = 1 \tag{5.23}$$

を満たす不変ベクトルとして計算できる．但し，ベクトル$\boldsymbol{x}_0$とベクトル$\tilde{\boldsymbol{x}}_0$の間には，次の関係式が成立する．

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_0 = \gamma \boldsymbol{x}_0 \quad (\gamma : \text{比例定数}). \tag{5.24}$$

また，システムの平衡状態方程式は，式 (5.16)，(5.21) を用いて

$$\boldsymbol{x}_i = \boldsymbol{x}_0 \overline{\overline{\boldsymbol{B}}}_i + \sum_{j=1}^{i} \boldsymbol{x}_j \overline{\overline{\boldsymbol{A}}}_{j,i} \quad (1 \leq i \leq N) \tag{5.25}$$

と表される．式 (5.25) は，右辺にベクトル$\boldsymbol{x}_i$を含んでいることから次式を得る．

$$\boldsymbol{x}_i = \left[\boldsymbol{x}_0 \overline{\overline{\boldsymbol{B}}}_i + \delta_{(i\geq 2)} \sum_{j=1}^{i-1} \boldsymbol{x}_j \overline{\overline{\boldsymbol{A}}}_{j,i}\right] \left(\boldsymbol{I}_{rs} - \overline{\overline{\boldsymbol{A}}}_{i,i}\right)^{-1} \quad (1 \leq i \leq N) \tag{5.26}$$

但し，$\delta_{(\cdot)}$は，添字が真ならば 1 であり，偽ならば 0 となる．ここで，ベクトル$\tilde{\boldsymbol{x}}_i = \gamma \boldsymbol{x}_i$を定義する．これらを式 (5.26) に代入するすることにより，ベクトル$\tilde{\boldsymbol{x}}_i$を計算するための再帰式

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_i = \left[\tilde{\boldsymbol{x}}_0 \overline{\overline{\boldsymbol{B}}}_i + \delta_{(i\geq 2)} \sum_{j=1}^{i-1} \tilde{\boldsymbol{x}}_j \overline{\overline{\boldsymbol{A}}}_{j,i}\right] \left(\boldsymbol{I}_{rs} - \overline{\overline{\boldsymbol{A}}}_{i,i}\right)^{-1} \quad (1 \leq i \leq N) \tag{5.27}$$

を得る．

$\tilde{\boldsymbol{x}}_i$は，$\tilde{\boldsymbol{x}}_0$を初期値とし，式 (5.27) を $i=1,\cdots,N$として，再帰的に用いることにより計算できる．ここで，正規化条件$\sum_{i=0}^{N} \boldsymbol{x}_i \boldsymbol{e}_{rs} = 1$ から，γは，

$$\gamma = \sum_{i=0}^{N} \tilde{\boldsymbol{x}}_i \boldsymbol{e}_{rs} \tag{5.28}$$

となる．よって，ベクトル $\boldsymbol{x}_i$ $(0 \leq i \leq N)$ を$\boldsymbol{x}_i = \widetilde{\boldsymbol{x}}_i / \gamma$より得る．

以上の定常状態分布$\boldsymbol{x}$を導出するための手順をまとめると次のようになる．

[step.1] $\boldsymbol{G}^{(i,i-1)} = \left[\boldsymbol{I}_{rs} - \overline{\overline{\boldsymbol{A}}}_{i,i}\right]^{-1} \widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,0}\ (i = N, \cdots, 1)$ を計算する．
[step.2] $\boldsymbol{K} = \overline{\overline{\boldsymbol{B}}}_0$を計算する．
[step.3] $\tilde{\boldsymbol{x}}_0 = \tilde{\boldsymbol{x}}_0\boldsymbol{K},\ \tilde{\boldsymbol{x}}_0\boldsymbol{e}_{rs} = 1$ を計算する．
[step.4] $\tilde{\boldsymbol{x}}_i = \left[\tilde{\boldsymbol{x}}_0\overline{\overline{\boldsymbol{B}}}_i + \delta_{i\geq 2}\sum_{j=1}^{i-1}\tilde{\boldsymbol{x}}_j\overline{\overline{\boldsymbol{A}}}_{j,i}\right]\left(\boldsymbol{I}_{rs} - \overline{\overline{\boldsymbol{A}}}_{i,i}\right)^{-1}\ (i = 1, \cdots, N)$ を計算する．
[step.5] $\gamma = \sum_{i=0}^{N}\tilde{\boldsymbol{x}}_i\boldsymbol{e}_{rs}$を計算する．
[step.6] $\boldsymbol{x}_i = \tilde{\boldsymbol{x}}_i/\gamma\ (i = 0, \cdots, N)$ を計算する．

5.3.2　稼働期間分布

Yを稼働期間を表す確率変数とする．この時，稼働期間分布 $\Pr\{Y = m\}$ は次式で与えられる．

$$\Pr\{Y = m\} = \frac{\boldsymbol{x}_0\sum_{i=1}^{N}\widetilde{\boldsymbol{B}}_i\boldsymbol{G}_m^{(i,0)}\boldsymbol{e}_{rs}}{\boldsymbol{x}_0\left(\boldsymbol{I}_{rs} - \widetilde{\boldsymbol{B}}_0\right)\boldsymbol{e}_{rs}} \tag{5.29}$$

よって，稼働期間の確率母関数 $Y(z) \triangleq \sum_{m=1}^{\infty} Pr\{Y = m\}\, z^m$は，式（5.10），(5.29) 式から

$$Y(z) = \frac{\boldsymbol{x}_0\sum_{i=1}^{N}\widetilde{\boldsymbol{B}}_i\prod_{j=1}^{i}\boldsymbol{G}^{(i-j+1,i-j)}(z)\boldsymbol{e}_{rs}}{\boldsymbol{x}_0\left(\boldsymbol{I}_{rs} - \widetilde{\boldsymbol{B}}_0\right)\boldsymbol{e}_{rs}} \tag{5.30}$$

となる．ここで，稼働期間の平均値 $E[Y]$ は次式から計算できる．

$$E[Y] = \left.\frac{dY(z)}{dz}\right|_{z=1} = \frac{\boldsymbol{x}_0\sum_{i=1}^{N}\widetilde{\boldsymbol{B}}_i\sum_{k=1}^{i}\left\{\prod_{j=1}^{i-k}\boldsymbol{G}^{(i-j+1,i-j)}\right\}\left.\frac{d\boldsymbol{G}^{(k,k-1)}(z)}{dz}\right|_{z=1}\boldsymbol{e}_{rs}}{\boldsymbol{x}_0\left(\boldsymbol{I}_{rs} - \widetilde{\boldsymbol{B}}_0\right)\boldsymbol{e}_{rs}} \tag{5.31}$$

ここで，$\left.\frac{d\boldsymbol{G}^{(j+1,j)}(z)}{dz}\right|_{z=1}\boldsymbol{e}_{rs}$は，式（5.15）を zで微分し，$z = 1$ を代入して得られる再帰式を用いることにより計算できる．

5.3.3　廃棄率

廃棄率をシステムに到着した着目客が廃棄される確率と定義する．第 n スロットに着目客が到着する事象を A_nとし，その着目客が廃棄される事象を L_nとする．この時，

廃棄率 P_{loss}は次のように表される．

$$P_{loss} \triangleq Pr\{L_n|A_n\} \tag{5.32}$$

ここで，単位スロット当たりの平均到着数ρ_{input}，平均収容客数ρ_{accom}，平均退去数ρ_{output}は次式のようになる．

$$\rho_{input} = \sum_{i=0}^{N}\sum_{k=1}^{\infty}k\boldsymbol{x}_i\left(\boldsymbol{I}_r \otimes \overline{\boldsymbol{D}}_k^{[i]}\right)\boldsymbol{e}_{rs} \tag{5.33}$$

$$\rho_{accom} = \sum_{i=0}^{N}\boldsymbol{x}_i\sum_{j=0}^{1}\sum_{k=1}^{\infty}\min\{N - i + j, k\}\left(\boldsymbol{D}_j^{[i]} \otimes \overline{\boldsymbol{D}}_k^{[i]}\right)\boldsymbol{e}_{rs} \tag{5.34}$$

$$\rho_{output} = \sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_i\left(\boldsymbol{D}_1^{[i]} \otimes \boldsymbol{I}_s\right)\boldsymbol{e}_{rs} \tag{5.35}$$

ここで，付録.E に示すように，

$$\rho_{accom} = \rho_{output} \tag{5.36}$$

が成立する．式（5.33)-（5.36）を用いて，式（5.32）は

$$P_{loss} = \frac{\rho_{input} - \rho_{accom}}{\rho_{input}} = \frac{\rho_{input} - \rho_{output}}{\rho_{input}} \tag{5.37}$$

と表される．

5.3.4　システム滞留時間分布

サービス過程が系内客数に依存しない場合，つまり，

$$\boldsymbol{D}_j^{[i]} = \boldsymbol{D}_j^{[1]}\ \ (1 \leq i \leq N,\ j = 0, 1) \tag{5.38}$$

の場合に限定して考える．この時，サービス過程と到着過程は独立となり，ある着目客のシステム滞留時間は，着目客が到着時に収容されるバッファ内での位置とサービス過程の位相にのみ依存する．そこで，$\boldsymbol{W}_k^{(i,i-1)}$を，$r \times r$行列とし，次のように定義する．

$$\boldsymbol{W}_k^{(i,i-1)} \triangleq \boldsymbol{D}_0^{[1]^{k-1}}\boldsymbol{D}_1^{[1]}\ (i \geq 1) \tag{5.39}$$

$\boldsymbol{W}_k^{(i,i-1)}$の (u, u') 要素は，ある着目客のバッファ内での収容位置が待ち行列の先頭から i 番目にあり，かつサービス過程の位相が u にあるという条件の元で，ある着目客

のバッファ内の収容位置が先頭から $i-1$ 番目となる初度到達時間が k スロットであり，初度到達時間終了時のサービス過程の位相が u' になる確率を表している．ここで，行列 $\boldsymbol{W}_k^{(i,i-1)}$ の初度達時間に関する確率母関数行列 $\boldsymbol{W}^{(i,i-1)}(z) \triangleq \sum_{k=1}^{\infty} \boldsymbol{D}_0^{[1]k-1} \boldsymbol{D}_1^{[1]} z^k$ は，

$$\boldsymbol{W}^{(i,i-1)}(z) = z \left[\boldsymbol{I}_r - z\boldsymbol{D}_0^{[1]} \right]^{-1} \boldsymbol{D}_1^{[1]} \tag{5.40}$$

と表される．また，行列 $\boldsymbol{W}_k^{(i,0)}$ を $r \times r$ 行列とし，その (u,u') 要素は，ある着目客のバッファ内での収容位置が待ち行列の先頭から i 番目にあり，かつサービス過程の位相が u にあるという条件の元で，着目客が退去するまでに要する時間が時間が k スロットであり，着目客退去時のサービス過程の位相が u' になる確率を表すものとする．この時，行列 $\boldsymbol{W}_k^{(i,0)}$ は次式のようになる．

$$\boldsymbol{W}_k^{(i,0)} = \begin{cases} \displaystyle\sum_{\substack{k_1+\cdots+k_i=k \\ k_1 \geq 1,\cdots,k_i \geq 1}} \prod_{j=1}^{i} \left(\boldsymbol{D}_0^{[1]^{k_j-1}} \boldsymbol{D}_1^{[1]} \right) & (k \geq i \geq 1) \\ \boldsymbol{O}_r & (\text{otherwise}) \end{cases} \tag{5.41}$$

式 (5.40), (5.41) より，行列 $\boldsymbol{W}_k^{(i,0)}$ の着目客が退去に要する時間に関する確率母関数行列 $\boldsymbol{W}^{(i,0)}(z) \triangleq \sum_{k=1}^{\infty} \boldsymbol{W}_k^{(i,0)} z^k$ は，次式のようになる．

$$\boldsymbol{W}^{(i,0)}(z) = \left\{ z \left[\boldsymbol{I}_r - z\boldsymbol{D}_0^{[1]} \right]^{-1} \boldsymbol{D}_1^{[1]} \right\}^i \tag{5.42}$$

ここで，V_n を，第 n スロットに着目客が到着し，到着直後の FIFO バッファ内での先頭からの収容位置を表す確率変数とすると，その分布関数は次式から計算できる．

$$\Pr\{V_n = i\} = \frac{\displaystyle\sum_{j=0}^{1} \sum_{l=0}^{i+j-1} \sum_{k=i-l+j}^{\infty} \boldsymbol{x}_l \left(\boldsymbol{D}_j^{[l]} \otimes \overline{\boldsymbol{D}}_k^{[l]} \right) \boldsymbol{e}_{rs}}{\rho_{output}} \tag{5.43}$$

また，S を着目客のシステム滞留時間を表す確率変数とすると，式 (5.41), (5.43) から，システム滞留時間分布 $\Pr\{S = m\}$ は次式のようになる．

$$\Pr\{S = m\} = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=0}^{1} \sum_{l=0}^{i+j-1} \sum_{k=i-l+j}^{\infty} \boldsymbol{x}_l \left(\boldsymbol{D}_j^{[l]} \otimes \overline{\boldsymbol{D}}_k^{[l]} \right) \left(\boldsymbol{W}_m^{(i,0)} \otimes \boldsymbol{I}_s \right) \boldsymbol{e}_{rs}}{\rho_{output}} \tag{5.44}$$

よって，システム滞留時間分布の確率母関数 $S(z) \triangleq \sum_{m=1}^{\infty} Pr\{S = m\} z^m$ は，式 (5.42), (5.44) より，

$$S(z) = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=0}^{1} \sum_{l=0}^{i+j-1} \sum_{k=i-l+j}^{\infty} \boldsymbol{x}_l \left(\boldsymbol{D}_j^{[l]} \otimes \overline{\boldsymbol{D}}_k^{[l]} \right) \left(\boldsymbol{W}^{(i,0)}(z) \otimes \boldsymbol{I}_s \right) \boldsymbol{e}_{rs}}{\rho_{output}} \tag{5.45}$$

となる．システム滞留時間の高次モーメントは，次式を用いて $S(z)$ を微分することで計算できる．

$$\left.\frac{d^m}{dz^m} z \left[\boldsymbol{I}_u - z\boldsymbol{C} \right]^{-1} \boldsymbol{D} \right|_{z=1} = m! \boldsymbol{C}^{m-1} \left(\left[\boldsymbol{I}_u - \boldsymbol{D} \right]^{-1} \right)^{m+1} \boldsymbol{D}. \tag{5.46}$$

但し，行列 $\boldsymbol{C}$，$\boldsymbol{D}$ は $u \times u$ 行列であり，$(\boldsymbol{C} + \boldsymbol{D}) \boldsymbol{e}_u = \boldsymbol{e}_u$ を満足する．

5.3.5　退去間隔分布

システム滞留時間分布と同様，サービス過程が系内客数に依存しない場合について考える．退去間隔は，ある着目客が退去したスロットの次のスロット開始時点のレベルが正の場合，次に退去する客のサービス時間に等しくなる．また，零の場合は，退去間隔は，新たな客が到着するまでに要する時間とその新たに到着した客のサービス時間の和となる．行列 $\boldsymbol{W}_m^{(1,0)}$ の (u,u') 要素は，第 $n+1$ スロット開始時点においてレベルが正でありかつサービス過程の位相が u にあるという条件の元で，ちょうど m スロット後に次の退去が発生し，退去後のサービス過程の位相が u' となる確率を表している．ここで，便宜上，次の位相遷移確率行列 $\boldsymbol{U}_m$ を定義する．

$$\boldsymbol{U}_m \triangleq \boldsymbol{W}_m^{(1,0)} \otimes \boldsymbol{I}_s \tag{5.47}$$

また，行列 $\boldsymbol{U}_k$ の k に関する確率母関数行列を $\boldsymbol{U}(z) \triangleq \sum_{m=1}^{\infty} \boldsymbol{U}_m z^m$ とすると，行列 $\boldsymbol{U}(z)$ は次式のようになる．

$$\boldsymbol{U}(z) = \boldsymbol{W}^{(1,0)}(z) \otimes \boldsymbol{I}_s \tag{5.48}$$

一方，第 $n+1$ スロット開始時点においてレベルが零のとき，次の退去が発生するには，新たにシステムに到着した客が退去する必要がある．$\boldsymbol{R}_m$ を，$rs \times rs$ 行列とし，その (u,u') 要素は，あるスロット開始時点においてレベルが零であり，かつフェーズが u にあるという条件の元で，ちょうど m スロット後に新たな客が到着し，かつ到着後のフェーズが u' となる確率を表わすものとする．この時，行列 $\boldsymbol{R}_m$ は，次式で与えられる．

$$\boldsymbol{R}_m = \left(\boldsymbol{D}_0^{[0]} \otimes \overline{\boldsymbol{D}}_0^{[0]} \right)^{m-1} \left(\boldsymbol{D}_0^{[0]} \otimes \sum_{k=1}^{\infty} \overline{\boldsymbol{D}}_k^{[0]} \right) \tag{5.49}$$

また，行列 $\boldsymbol{U}_m$ の m に関する確率母関数行列 $\boldsymbol{R}(z) \triangleq \sum_{m=1}^{\infty} \boldsymbol{R}_m z^m$ は次のようになる．

$$\boldsymbol{R}(z) = z \left[\boldsymbol{I}_{rs} - z \left(\boldsymbol{D}_0^{[0]} \otimes \overline{\boldsymbol{D}}_0^{[0]} \right) \right]^{-1} \left(\boldsymbol{D}_0^{[0]} \otimes \sum_{k=1}^{\infty} \overline{\boldsymbol{D}}_k^{[0]} \right). \tag{5.50}$$

ここで，Dを退去間隔を表す確率変数とすると，式 (5.35)，(5.47)，(5.49) から，退去間隔分布 $Pr\{D=m\}$ は次式のようになる．

$$Pr\{D=m\}=\frac{\begin{bmatrix}\left\{\boldsymbol{x}_1\left(\boldsymbol{D}_1^{[1]}\otimes\sum_{k=1}^{\infty}\overline{\boldsymbol{D}}_k^{[1]}\right)+\sum_{i=2}^{N}\boldsymbol{x}_i\left(\boldsymbol{D}_1^{[i]}\otimes\boldsymbol{I}_s\right)\right\}\boldsymbol{U}_m\\+\delta_{(m\geq2)}\boldsymbol{x}_1\left(\boldsymbol{D}_1^{[1]}\otimes\overline{\boldsymbol{D}}_0^{[1]}\right)\sum_{l=1}^{m-1}\boldsymbol{R}_l\boldsymbol{U}_{m-l}\end{bmatrix}\boldsymbol{e}_{rs}}{\rho_{output}} \tag{5.51}$$

よって，退去間隔分布の確率母関数 $D(z)\triangleq\sum_{m=1}^{\infty}Pr\{D=m\}z^m$ は，式 (5.48)，(5.50)，(5.51) から，

$$D(z)=\frac{\begin{bmatrix}\left\{\boldsymbol{x}_1\left(\boldsymbol{D}_1^{[1]}\otimes\sum_{k=1}^{\infty}\overline{\boldsymbol{D}}_k^{[1]}\right)+\sum_{i=2}^{N}\boldsymbol{x}_i\left(\boldsymbol{D}_1^{[i]}\otimes\boldsymbol{I}_s\right)\right\}\boldsymbol{U}(z)\\+\boldsymbol{x}_1\left(\boldsymbol{D}_1^{[1]}\otimes\overline{\boldsymbol{D}}_0^{[1]}\right)\ \boldsymbol{R}(z)\,\boldsymbol{U}(z)\end{bmatrix}\boldsymbol{e}_{rs}}{\rho_{output}} \tag{5.52}$$

となる．ここで，退去間隔の高次モーメントは，式 (5.46) を用いて $D(z)$ を微分することにより計算できる．

5.4　数値例

本章で解析した待ち行列モデルの適用例として，集団到着でかつ相関性のある到着過程をもち，サービス過程がリーキーバケットに従う，容量 Nの FIFO バッファ，容量 Kのトークンプールからなるバッファードリーキーバケット（図 5.2）[27],[28]を考える．ここで，トークンはTスロット毎に生成され，トークンプールに空きがあればトークンプールに収容され，なければ廃棄される．FIFO バッファの先頭にあるセルは，トークンプール内にトークンがあれば，スロット開始直後にトークンを一つ減らし網内に送出される．そうでなければ，トークンが生成されるまでセルの送出が規制される．ここで，スロット内の発生事象の順序は，退去事象，到着事象，トークン生成事象とする．トークンは，スロット開始時点におけるトークン生成位相が 0 のとき，退去事象の後に生成されるものとする．

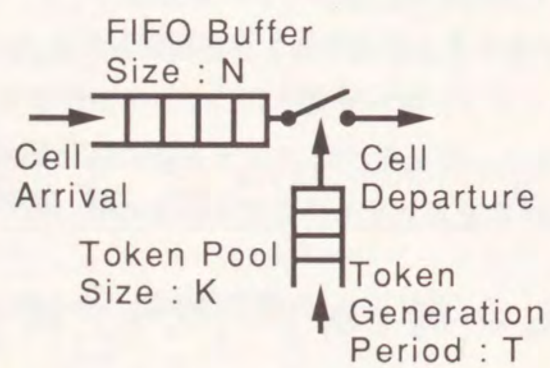


図 5.2　リーキーバケットの待ち行列モデル

到着過程には，各状態でのスロット当りの平均到着率を変化させるパラメータ c ($0\leq c\leq 1$) を導入した，二状態 MMPP（Markov Modulated Poisson Process）を想定する．ここで，各状態は，平均 $1/\alpha$の幾何分布に従い，状態 1 では平均 $(1+c)\rho$，状態 2 では平均 $(1-c)\rho$のポアソン分布に従う集団到着をなすものとする．この時，単位スロット当りの平均到着率ρ_{input}はρとなる．ここで，スロット内での到着セル数の変動係数 C_bならびに n スロット後のセル到着数との相関係数 $C_c(n)$ は，

$$C_b^2=\rho^{-1}+c^2,\quad C_c(n)=\frac{c^2\rho}{1+c^2\rho}\times(2\alpha-1)^n \tag{5.53}$$

となる[50]．つまり，c ならびにαの値が大きいほど到着過程の相関性が強くなる．

サービス過程であるリーキーバケットの制御パラメータとしては，トークンプールサイズ K，トークン生成間隔 Tがある．リーキーバケットでは，単位スロット当りの最大スループットはトークン生成間隔の逆数となる[74]．そこで，最大スループットが一定になるように，トークンプールサイズ Tを固定とし，トークンプール容量 Kをパラメータとして，到着過程の相関性をパラメータ c により変化させた場合のセル廃棄率 P_{loss}，平均システム滞留時間 $E[s]$，システム滞留時間の標準偏差σ_s，セル送出間隔の変動係数 C_dを検討する．ここで，トークン生成間隔 $T=3$，FIFO バッファ容量 $N=30$，スロット当たりの平均到着率$\rho=0.25$，$\alpha=0.95$ とした．平均システム時間は，セルがバッファードリーキーバケットにより被る遅延と考えられる．また，システム時間の標準偏差については，その値が大きいほどシステムで被る遅延変動つまりジッタの増大を意味する．

図 5.3に，廃棄率特性を示す．cの値，すなわち到着過程における各状態間でのスロット当りの平均到着率の差が大きくなるにつれ，セル廃棄率が大きくなっており，セル

到着過程の相関性がセル廃棄率特性に大きな影響を与えていることが分かる．また，トークンプール容量 K が大きいほどセル廃棄率は小さくなるが，c の値が大きい，つまり，セル到着過程の相関性が強いほど，その効果が小さいことが分かる．

図5.4に，平均システム滞留時間特性を示す．セル到着過程の相関性が強いほど平均システム滞留時間が大きくなり，システムで被る遅延が大きくなっている．また，トークンプール容量 K が大きいほど平均システム滞留時間は小さくなる．$K=7$ とすると，$K=1$ の場合に比べ平均システム滞留時間が半分程度になる．従って，システムで被る遅延を小さくするには，トークンプール容量をある程度大きくする必要がある．

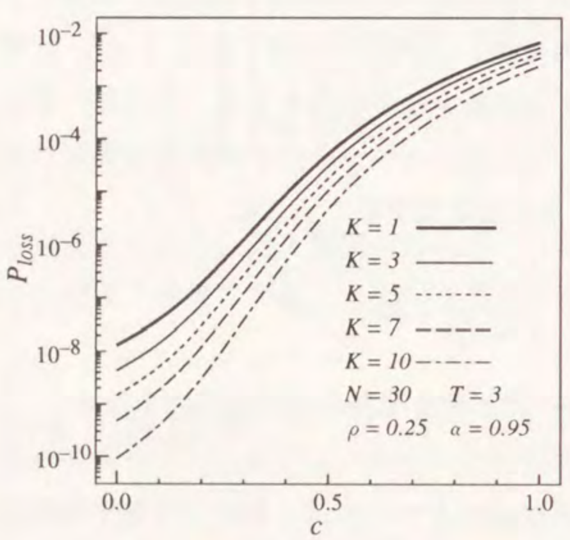


図 5.3 セル廃棄率特性

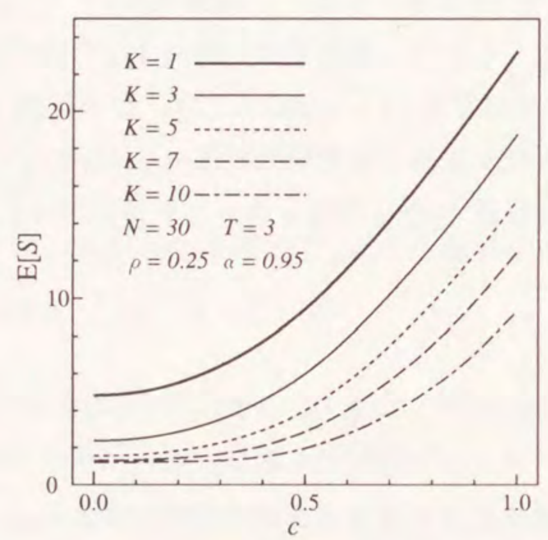


図 5.4 平均システム滞留時間特性

図5.5に，システム滞留時間の標準偏差特性を示す．c の値が大きいほど，システム滞留時間の標準偏差が大きくなっている．平均システム滞留時間と同じく，トークンプール容量 K を大きくすればシステム滞留時間の標準偏差は小さくなるが，その効果は平均システム滞留時間の場合に比べ小さいことが分かる．これは，トークンプール容量を大きくすれば，あまりFIFOバッファで待たされず連続的に送出されるセルの割合が増加する反面，そうでないセルが被る遅延との差が大きくなるためと考えられる．従って，遅延変動を小さくするには，トークンプール容量をある程度大きくする必要がある．

図5.6に退去間隔の変動係数特性を示す．c の値が大きいほど，退去間隔の変動係数は大きくなっている．また，トークンプール容量が大きいほど，退去間隔の変動係数は小さくなり，セル到着過程の相関性がセル送出過程に残存していることが分かる．これは，トークンプール容量を大きくすると，FIFOバッファで待たされることなく連続的に送出されるセルの割合が増加し，リーキーバケットによるセル送出の規制が緩くなるためと考えられる．従って，リーキーバケットによりトラヒックのバースト性を緩和する場合は，トークンプール容量を大きく設定できないことが分かる．

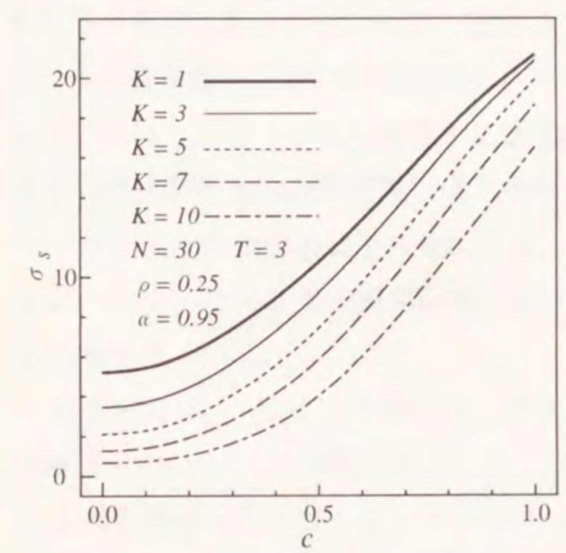


図 5.5 システム滞留時間の標準偏差特性

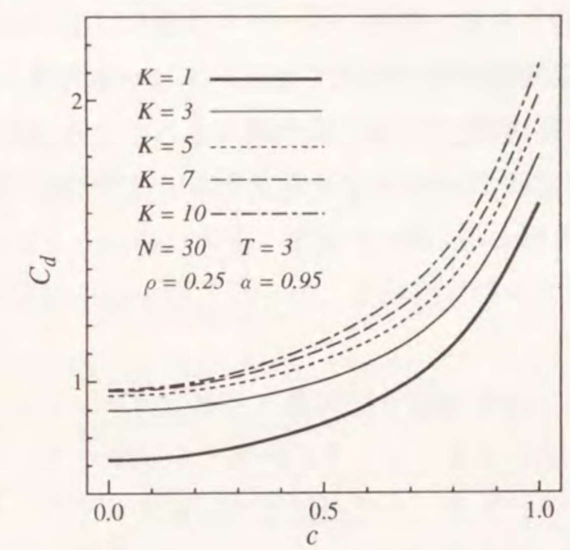


図 5.6 退去間隔の変動係数特性

5.5 結言

ATM交換網では，情報伝送単位であるセルが短く，トラヒックやトラヒック制御システムの振舞をより微小な視点から記述する必要があり，ATM交換網に適した待ち行列の解析が重要となる．ATM交換網ではトラヒックのバースト性が網品質に大きな影響を与えるため，相関性のある到着過程を仮定する必要がある．また，第2章で検討したようなレート制御に代表される，セルレベルのトラヒック制御システムを単一サーバ待ち行列によりモデル化する場合，より複雑なサービス過程を表現できる待ち行列モデルが必要となる．

本章では，到着過程とサービス過程に相関性のある離散時間有限容量単一サーバ待ち行列として，D-BMAP/D-MAP/1/N を考え，定常状態確率，稼働期間，廃棄率，システム滞留時間，退去間隔について解析した．状態遷移確率行列の規模が大きくなるという問題に対し，状態遷移確率行列を構成するブロック単位の行列演算により，定常状態確率を導出するアルゴリズムを提案した．本章の解析は，行列演算という極めて一般的な記述で表現されている．この手順をプログラミングすることで，対象とする到着過程，サービス過程を支配する行列を入力するだけで，定常状態確率，廃棄率や稼働期間，システム滞留時間，退去間隔のモーメントを計算できるツールの構築が可能となる．また，サービス過程には D-MAP を仮定しており，セル送出規律が状態遷移確率行列で表現できるトラヒック制御システムの性能評価に幅広く適用できる．本待ち行列モデルの応用例として，セル送出規律がリーキーバケットに従うバッファードリーキーバケットを解析し，セル廃棄率，システム滞留時間，退去間隔に関する数値例を示した．

第6章

結論

ATM は，広帯域サービス総合ディジタル通信網や LAN において，網の高速・広帯域化，マルチメディア化を実現する有力な伝送方式である．ATM 交換網では，通信品質を維持しつつ網資源を共有するためには，網入力部においてセル送出速度を制御するトラヒック制御が必要不可欠である．このような観点から，本論文では，レート制御について，さまざまな適用領域における検討を行った．以下に，本研究で得られた諸結果をまとめる．

第2章では，ATM 交換網のユーザインタフェースにおいて最大セル送出速度を制御するためのレート制御方式として，ウィンドウ型レート制御方式とリーキーバケット方式の適用性を検討した．従来のリーキーバケット方式の実現法では，最大セル送出速度制御に適用する場合，伝送路との同期に問題があったが，これを解消する実現法を提案した．本実現法では，セル伝送時間単位のカウンタ演算で動作し，伝送路との同期が容易であり，少ないハードウェア量で実現できる．また，ジャンピングウィンドウ方式に代表されるウィンドウ型レート制御に比べ，セル送出間隔の変動が小さくなるという利点がある．これは，網内品質に与える影響がより小さいことを意味している．性能評価として，情報の発生過程に変動がある呼源を考え，本実現法によるリーキーバケットとジャンピングウィンドウ方式により最大セル送出速度を制御する際に必要なバッファ量とセル送出過程に関する解析を行った．その結果，情報発生の変動が大きい呼源の最大セル送出速度を制御する場合，必要となるバッファ容量について，両方式間に有意な差は見られなかった．また，情報発生の変動が小さい呼源の場合，リーキーバケット方式では，セル送出過程の変動を小さくできるが，ジャンピングウィンドウ方式では，逆に大きくなった．これらの結果から，本実現法によるリーキー

パケット方式が，最大セル送出速度の制御方式として有効であること明らかにした．

第3章では，B-ISDNを介したLAN間相互接続におけるゲートウェイ間レート制御を検討し，受信側ゲートウェイ（GW:GateWay）の状況を考慮した動的な帯域確保を行う受信側GW輻輳回避型制御方式を提案した．提案方式の特徴は，GW間でのフロー制御により受信側GWの輻輳を回避するとともに，可変容量制御を利用して，フロー制御から得られる情報をもとに，送信側GWへの到着トラヒック量だけでなく受信側GWのスループットを考慮した帯域確保を行えることである．このような動的な網資源確保により，ユーザは経済的な網利用が可能であり，また網側は，網資源の効率的運用を可能としている．またシミュレーションにより，送信側GWの状況しか考慮しない送信側GW輻輳回避型制御方式との比較を行い，提案方式が受信側GWの状態を考慮することで，必要以上の帯域を確保しないこと，ならびにフレーム廃棄率特性の比較から，提案方式がB-ISDNにおける網資源をより有効に利用できることを明らかにした．

第4章では，ATM-LANにおいて，データ系サービスクラスへの適用が考えられているフィードバック型レート制御を検討し，ボトルネックキューを経由するコネクション数を考慮した適応パラメータ方式を提案した．まず，代表的なフィードバック型レート制御として，送出レートを加算増加・乗算減少させる二値フィードバック型レート制御を取り上げ，流体近似解析とシミュレーションから，レート増加幅，減少係数，コネクション数がスループットやボトルネックキューの最大待ち行列長に与える影響を調べた．この結果，定常状態では減少係数が大きいほどセルレベルのスループットは向上するが，レート増加幅の影響はほとんどないこと明らかにした．また，レート増加幅，減少係数が共に大きい領域では，ボトルネックキューを経由するコネクション数が増加すると，ボトルネックキューでのセル損失による再送トラヒックの増加によりグッドプットが低下することを明らかにした．この問題を解決する方式として，ボトルネックキューの待ち行列の変化から経由コネクションの増減を検出しレート増加幅を動的に変更する適応パラメータ方式を提案した．シミュレーション結果から，適応パラメータ方式を用いることで，ボトルネックキューを経由するコネクションが少ない場合には低遅延伝送を可能とし，コネクションが増加した場合においても高いグッドプットを維持できることを明らかにした．

第5章では，レート制御方式などの性能評価に適用可能な待ち行列モデルとして，

D-BMAP/D-MAP/1/Nを解析した．ATM交換網で扱われるトラヒックは，バースト性と呼ばれる性質を持ち，セルの到着過程に相関性がある．また，第2章で扱ったようなセルレベルでのトラヒック制御システムをモデル化するには，サービス過程が再生過程であるような待ち行列モデルでは不十分である．本章で扱った待ち行列の特徴は，到着過程とサービス過程のそれぞれに相関性を有しており，レート制御などのトラヒック制御システムのモデル化への適用性が高いことである．本章では，まず，対象待ち行列の状態遷移確率行列が大規模化するという問題に対し，無限容量M/G/1型待ち行列の解析を拡張することで，状態遷移確率行列を構成するブロック行列単位の演算により定常状態確率を導出するアルゴリズムを提案した．次に，稼働期間，廃棄率，システム滞留時間，退去間隔に関して検討した．本章の解析は，行列演算による一般的な記述で表現されており，この手順をプログラミングすることで，対象とする到着過程，サービス過程を支配する行列を入力するだけで，種々の計算結果を得るシステムの構築が可能となる．最後に，本待ち行列モデルの応用例として，バッファードリーキーバケットを解析し，レート制御方式の性能評価に適用できること示した．

以上，レート制御に関し，さまざまな適用領域について検討した．第2章で検討した，ユーザインタフェースにおけるセルレベルでの最大セル送出速度制御は，第3章で述べた可変容量制御を利用した動的資源確保や，第4章で述べたフィードバック型レート制御を実現するための基盤技術として捉えることができる．また，第3章，第4章で検討した方式は，その適用領域がB-ISDN，ATM-LANとネットワークの規模は異なるものの，その基本概念としてはセル送出速度を動的に制御することで，通信品質を維持し，網資源の共有を図るというものであり，ATMの特徴である多元速度性を積極的に利用した網運用方法である．第3章では，受信側GWの状況を考慮すること，第4章では，輻輳交換機を経由するコネクション数を考慮することで，より効率的な網資源活用が可能となることを明らかしており，今後のATM交換網の実用化に向けて，一つの指針を与えるものである．また，より複雑化するトラヒック制御方式の性能評価には，解析手法の検討も重要である．ATM交換網は伝送単位であるセル長が短く，トラヒックの振舞やトラヒック制御システムの動作をより詳しく記述できる待ち行列モデルが必要となる．第5章で検討した待ち行列モデルは適用範囲が広く，レート制御を含む様々なトラヒック制御の性能評価にも適用できるものである．

ATMは，B-ISDNやATM-LANなど，次世代の通信網の伝送方式として期待され

ているが，多様なサービスを，その要求品質を維持しつつ効率良く収容するにはまだ解決しなければならない問題は多い．本研究の成果が，これらの問題の解決に多少なりとも貢献し得るならば，筆者の最も幸いとするところである．

謝辞

本論文は，大阪大学大学院工学研究科在学中，池田 博昌 教授，故手塚 慶一 名誉教授 の御指導のもとに行った研究の成果をまとめたものである．博士後期課程において，本研究を遂行し，その成果をまとめるにあたり，池田 博昌 先生には，終始懇切丁寧なる御指導と御鞭撻を賜った．また，故 手塚 慶一 先生には，大阪大学工学部において通信網工学講座配属以来，研究分野への最初の手ほどきを与えて戴き，博士前期課程在学中，御厚情溢れる御薫陶を賜わった．御指導戴いた両先生に，深甚なる感謝の意を表する次第である．

大阪大学工学部，同大学院において，御指導，御教示賜わり，又，本研究に関し，御審査戴いた 大阪大学産業科学研究所 北橋 忠宏 教授，同学工学部通信工学教室 倉薗 貞夫 教授，森永 規彦 教授，長谷川 晃 教授，前田 肇 教授 に衷心より御礼申し上げる．

本研究の途上，大阪大学基礎工学部情報工学教室 宮原 秀夫 教授 には貴重な御教示を賜わった．ここに深く感謝申し上げる．

通信網工学講座において，本研究を遂行するにあたり，岡田 博美 助教授 には，有益な御助言と多大な御支援を賜わった．また，山本 幹 講師 ならびに 戸出 英樹 助手 には，本研究の細部に至るまで昼夜をおかず熱心な御指導，御助言を戴いた．ここに衷心より感謝申し上げる．

本研究における解析手法に関して，大阪大学基礎工学部情報工学教室 村田 正幸 助教授 ならびに 同学工学部情報システム工学教室 滝根 哲哉 助教授 には，貴重な御助言を戴いた．ここに厚く御礼申し上げる．

通信網工学講座に配属以来，大阪大学大学院言語文化研究科 中西 暉 教授，同学産業科学研究所 馬場口 登 助教授，和歌山大学工学部 内尾 文隆 助教授，後藤 嘉代子 技官には，公私にわたり御厚意溢れる御助言と御支援を戴いた．ここに心から御礼申し上げる．

通信網工学講座 ATM グループの 酒井 康晴氏（現，関西電力），平田 稔人 氏（現，四国電力），崔 永福氏，上山 憲昭氏，上野 喜昭氏，尾尻 健氏，西村 和人氏には，熱心な御討論と御協力を戴いた．また，通信網工学講座ならびに大阪大学産業科学研究所北橋研究室の諸兄には，多くの御助言，御協力を戴いた．ここに深謝申し上げる．

ここに記して，以上の皆様に深甚なる感謝の意を表す．

参考文献

[1] 池田 博昌, 石川 宏："ディジタル通信ネットワーク", 昭晃堂.

[2] 秋丸 春夫, 池田 博昌："現代 交換システム工学", オーム社.

[3] 岡田 博美："情報ネットワーク", 倍風館.

[4] S.E.Minzer : "Broadband ISDN and Asynchronous Transfer Mode (ATM)", IEEE, Commun. Mag., **27**, 9, pp.17-24, (Sep. 1989).

[5] M.Prycker : "ASYNCHRONOUS TRANSFER MODE Solution for Broadband ISDN", ELLIS HORWOOD.

[6] R.Hanändel and M.N.Huber : "Integrated Broadband Networks", ADDISON-WESLEY.

[7] 淺谷 耕一, 岡田 忠信, 川原崎 雅敏, 山崎 克之："B-ISDN 入門", オーム社.

[8] D.Bertsekas and R.Gallager："データネットワーク", オーム社.

[9] 野口 清広, 大西 廣一, 岡田 忠信："ATM 交換網における統計的多重効果とバーストトラヒックの規定法", 信学論, **J73-B-I**, 1, pp.25-33 (1990-1).

[10] 清水 洋, 西田 竹志, 鈴木 洋："ATM-LAN へ至る道 (上)", 日経コミュニケーション, 165, pp.88-99 (1994-01).

[11] 清水 洋, 西田 竹志, 鈴木 洋："ATM-LAN へ至る道 (下)", 日経コミュニケーション, 166, pp.99-115 (1994-01).

[12] 今井 和雄：“ATM フォーラムの全体的動向と技術検討課題”, 信学技法, **IN94**-39, pp.1-8 (May 1994)

[13] 鈴木 洋, 岩田 淳, 池田 千夏, 森 直樹 “ATM マルチメディア LAN アーキテクチャ”, 信学論, **J76-B-I**, 11, pp.869-881 (1993-11).

[14] C.Ikeda and H.Suzuki : “Adaptive Congestion Control Scheme for ATMLANs”, Proc. IEEE INFOCOM'94, pp.829-838 (June 1994).

[15] “The ATM Forum Version 3.0, ATM User-Network Interface Specification”, PTR PRENTICE HALL Englewood Cliffs

[16] 村田 正幸, 尾家 祐二, 宮原 秀夫：“トラヒック理論からみた ATM 網におけるトラヒック制御の動向”, 信学論, **J72-B-I**, 11, pp.979-990 (1989-11).

[17] G.M.Woodruff, R.G.H.Rogers and P.S.Richards : “A Congestion control framework for high-speed integrated packetized transport”, Proc. GLOBECOM'88, pp.203-207 (1988).

[18] B.Kraimeche and M.Schwartz : “Bandwidth Allocation Strategies in Wide-Band Integrated Networks”, IEEE J.Select. Areas Commun., **SAC-4**, 6, (1986).

[19] 新井 英哲, 河原崎 雅敏, 能上 慎也：“ATM 網における呼受付制御方式の解析”, 信学論, **J72-B-I**, 11, pp.1000-1007, (1989-11).

[20] 太田 能, 戸出 英樹, 山本 幹, 岡田 博美, 手塚 慶一：“ATM 網におけるクラス分けを用いた呼受付制御法”, 1990 信学秋季全大, B-525 (1990).

[21] 太田 能, 戸出 英樹, 山本 幹, 手塚 慶一：“クラス分けを用いた ATM 網呼受付制御法”, 信学技法, **SSE90**-91 (1990).

[22] E.P.Rathgeb : “Modeling and Performance Comparison of Policing Mechanisms for ATM Networks”, IEEE J. Sel. Areas in Commun., Vol.9, No.3, (April 1991).

[23] K.Shimokoshi : “Evaluation of Policing Mechanisms for ATM Networks”, IEICE Trans. Commun., **E76-B**, 10, pp.1341-1351 (Nov. 1993).

[24] 井戸 信彦, 大津 和之：“ATM トラヒック申告パラメタと監視方法について”, 信学技法, **SSE90**-10, pp.31-36 (1990).

[25] C.Ohta, H.Tode, M.Yamamoto and H.Okada : “A Study on Policing Mechanism of Peak Cell Rate in ATM Networks”, in Proc. International Workshop on Mobile Communications and High-Speed Networks, pp.89–99 (Nov. 1993).

[26] 太田 能, 戸出 英樹, 山本 幹, 岡田 博美：“セル伝送時間単位で動作するピークレート UPC システムの提案”, 1994 信学春季全大, B-784 (1994).

[27] M.Sidi, W.Liu, I.Cidon and I.Gopal : “Congestion Control Through Input Rate Regulation”, Proc. GLOBECOM'88, pp.1764-1768 (1989).

[28] H.Ahmadi, R.Guerin and K.Sohraby : “Analysis of a Rate-Based Access Control Mechanism for High-Speed Networks”, IBM Research Report (1990).

[29] 山中 直明, 佐藤 陽一, 佐藤 健一：“確定的 UPC による ATM 網トラヒックマネージメント方式”, 信学論, **J76-B-I**, 3, pp.253-263 (1993-03).

[30] 吉田 真：“ネットワーク構成”, 信学誌, **74**, 11, pp.1146-1154 (1991-11).

[31] Y.Sato and K.Sato : “Evaluation of Statistical Call Multiplexing Effects and Path Capacity Design in ATM Networks”, IEICE Trans. Commun., **E75-B**, 7, pp.642-648 (July 1992).

[32] C.Ohta, H.Tode, M.Yamamoto, H.Okada and Y.Tezuka : “Peak Rate Regulation Scheme for ATM Networks and Its Performance”, Proc. IEEE INFOCOM'93, 6A.4, pp.680–689 (1993).

[33] 太田 能, 戸出 英樹, 山本 幹, 岡田 博美, 手塚 慶一：“ATM 網におけるレート制御型輻輳制御方式の性能解析”, 信学技法, **SSE91**-143 (1992).

[34] 塩田 茂雄, 魚瀬 尚郎, “ATM 網におけるバーチャルパス容量可変制御方式”, 信学技法, **IN91**-3, (1991).

[35] 楠田 和弘, 坂内 秀記, 阿部 広明, 江川 尚志, 長谷川 聡, 山口 勝 : "ATM 網におけるバーチャルパス容量変更方式の検討", 1992 信学春季全大, B-683 (1992).

[36] L.Mongiovi, M.Farrell, and V.Trecordi : "A Proposal for Interconnecting FDDI Networks Through B-ISDN", Proc. IEEE INFOCOM'91, pp.1160–1167 (1991).

[37] M.Yamamoto, T.Hirata, C.Ohta, H.Tode, H.Okada and Y.Tezuka : "Traffic Control Scheme for Interconnection of FDDI Networks through ATM Network", Proc. IEEE INFOCOM'93, 4A.4, pp.411–420 (1993).

[38] 平田 稔人, 太田 能, 戸出 英樹, 山本 幹, 岡田 博美, 塚 慶一 : "ATM 網を介した FDDI 相互接続におけるトラヒック制御方式の検討", 信学技法, **IN92**-10 (1992).

[39] 平田 稔人, 太田 能, 戸出 英樹, 山本 幹, 岡田 博美, 手塚 慶一 : "ATM 網を介した都市域網間接続におけるトラヒック制御方式", 1992 信学春季全大, B-679 (1992).

[40] 平田 稔人, 太田 能, 戸出 英樹, 山本 幹, 岡田 博美 : "ATM を介した LAN 相互接続におけるトラヒック制御方式の一検討", 1993 信学春季全大, B-604 (1993).

[41] F.E.Ross : "An Overview of FDDI:The Fiber Distributed Data Interface", IEEE J.Select. Areas Commun., **SAC-7**, 7, pp.1043–1051 (Sep. 1989).

[42] W. Stallings : "Handbook of Computer-Communications Standards", **2**, chapter7, New York : Macmillan Publishing Company.

[43] J.-C.Bolot and A.U.Shankar : "Dynamical Behavior of Rate-based Flow Control Mechanisms", Comput. Commun. Review, **20**, 2, pp.35-49 (April 1990).

[44] H.Inai, Y.Kamichika, M.Murata and H.Miyahara : 'Rate-Based Congestion Control in High Speed Packet-Switching Networks", IEICE Trans. Commun. **E75-B**, No.11 (Nov. 1992).

[45] H.Inai, M.Kato, Y.Oie, M.Murata and H.Miyahara : "Transient Analysis of Packet Transmission Rate Control to Release Congestion in High Speed Networks", IEICE Trans. Commun. **E75-B**, No.12 (Dec. 1992).

[46] N.Yin and M.G.Hluchyj : "On Closed-Loop Rate Control for ATM Cell Relay Networks", Proc. IEEE INFOCOM'94, pp.99-108 (June 1994).

[47] 太田 能, 山本 幹, 池田 博昌 : "適応パラメータを用いたフィードバック型レート制御方式", 信学論, (投稿中).

[48] 平野 美貴, 渡辺 直也 : "ATM 交換機におけるバーストトラヒック多重化特性の評価", 信学論, **J72-B-I**, 4, pp.264-271 (1989-04).

[49] U.Briem, T.H.Theimer and H.Kröne : "A General Discrete-Time Queueing Model : Analysis and Applications", Teletraffic and Datatraffic in a Period of Change, **ITC-13**, pp.13-19 (1991).

[50] T.Takine, T.Suda and T.Hasegawa : " Cell Loss and Output Process Analysis of a Finite-Buffer Discrete-Time Queueing System with Correlated Arrivals", Proc. INFOCOM'93, pp.1259-1269 (1993).

[51] C.Blondia and O.Casals : "Statistical Multiplexing of VBR Sources : A Matrix-Analytic Approach", Performance Evaluation, **16**, pp.5-20 (1992).

[52] C.Blondia : "A Discrete–Time Batch Markovian Arrival Process", PRLB(Philips Research Laboratory)_123_0028_CD_CC, (Dec. 1990).

[53] C.Hermann : "Analysis of the ¡Discrete-time SMP/D/1/s Finite Buffer Queue with Applications in ATM", Proc. INFOCOM'93, pp.160-167 (1993).

[54] D.M.Lucantoni, Meier-Hellstern K.S. and Neuts M.F. : "A Single Server Queue with Server Vacation and a Class of Non-Renewal Arrival Process", Adv. in Applied Prob., **22**, pp.676-705 (1990).

[55] 太田 能, 戸出 英樹, 山本 幹, 岡田博美 : "相関性のある到着とサービス過程を有する離散時間有限容量単一サーバ待ち行列の解析", 信学論, **J77-B-I**, 8, pp.493-505 (1994-08).

[56] C.Ohta, H.Tode, M.Yamamoto and H.Okada : "Analytic Method for the Discrete-Time M/G/1 Type Finite-Buffer Queue and Its Application in ATM", Proc. IC-CCN'94, pp.151-158 (Sep. 1994).

[57] M.F.Neuts : "Structured Stochastic Matrices of M/G/1 Type and Their Applications", New York and Basel: Marcel Dekker, Inc., (1989).

[58] Y.Sato and K.Sato : "Virtual Path and Link Capacity Design for ATM Networks", IEEE J. Sel. Areas in Commun., **9**, 1, pp.104-111 (Jan. 1991).

[59] 秋丸 春夫，川島 幸之助 : "情報通信トラヒック –基礎と応用–", 電気通信協会.

[60] P.Crocetti, G.Gallassi, and M.Gerla : "Bandwidth Advertising for MAN/ATM Connectionless Internetting", Proc. IEEE INFOCOM'91, pp. 1145–1150 (1991).

[61] K.C.Sevcik and M.J.Johnson : "Cycle Time Properties of The FDDI Token Ring Protocol", IEEE Trans. Software Eng., **SE-13**, 3, (March 1987).

[62] W. L.Genter : "Performance Analysis of The Token Passing Bus Network with Priority Classes", PhD thesis, Rensselaer Polytechnic Inst., Troy, New York, (May 1989).

[63] OSI 実装規約, "TF. 714 プロファイル", **8**, 財団法人 情報処理運用技術協会, (1991-03).

[64] J.Cherbonnier, D.Orsatti and J.Calvignac : "Network Backpressure Flow Control To Support The Best-Effort Service on ATM", ATM-Forum/93-1005 (Nov. 1993).

[65] J.Scott : "Digital Flow Control", ATM-Forum/93-778 (July 1993).

[66] P.Newman : "Backward Explicit Congestion Notification for ATM Local Area Networks", Proc. IEEE GLOBCOM'93, pp.791-723 (Nov. 1993).

[67] H.Hassan : "Impact of Cell Loss on the Efficiency of TCP/IP Over ATM", Proc. ICCCN'94, pp.165-169 (Sep. 1994).

[68] 石川 宏 監修, 行松 健一 編著 : "光スイッチング技術入門", p.79, 電気通信協会.

[69] 茶木 慎一郎, 斎藤 洋, 三宅 功 : "高速データ通信用 ATM 網におけるふくそう回復制御", 信学論, **J76-B-I**, 11, pp.838-848 (1993-11).

[70] C.Oh, M.Murata and H.Miyahara : "Circuit Emulation Technique in ATM Networks", IEICE Trans. Commun., **E76-B**, 6, pp.646-657 (1993).

[71] D.Liu : "Some Traffic Shaping Procedures in ATM Network", Ph.D dissertation, University of Arizona (1993).

[72] H.Yamada and F.Machihara : " Performance analysis of a statistical multiplexer with control on input and/or service process", Performance Evaluation **14**, pp.21-41 (1992).

[73] G.Latouche, P.A.Jacobs and D.P.Gaver : "Finite Markov Chain Models Skip-Free in One Direction", Nav. Res. Logist. Q., **31**, pp.571-588 (1984).

[74] B.Laugë, C.Rosengerg and F.Guillemin : "A Generalization of Some Policing Mechanisms", Proc. INFOCOM'92, pp.767-775 (1992).

付録

付録.A

2×2 行列 $\boldsymbol{P\Lambda}$, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{\Lambda})$ を次のように表す.

$$\boldsymbol{P\Lambda} \triangleq \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \omega \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{P}(\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{\Lambda}) \triangleq \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

$\Pr(I_k = l)$, $(k = 1, 2)$ は，スロット開始時点において MMPP の状態が k であり，ちょうど $l+1$ スロット後にセルが到着する確率である．従って，$\Pr(I_k = l)$, $(k = 1, 2)$ は，行列 $\{\boldsymbol{P}(\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{\Lambda})\}^l \boldsymbol{P}(1 - \lambda_2)\mu_1\mu_2 \neq 0$ のとき対角化でき，$\Pr(I_k = l), (k = 1, 2)$ は，次式で表される.

$$\Pr(I_1 = l) = \Phi_{1,1} k_1^l + \Phi_{1,2} k_2^l, \quad \Pr(I_2 = l) = \Phi_{2,1} k_1^l + \Phi_{2,2} k_2^l$$

但し，$\Phi_{1,1}$，$\Phi_{1,2}$，$\Phi_{2,1}$，$\Phi_{2,2}$，k_1，k_2 は次のようになる.

$$\begin{aligned}
k_1 &= \frac{a + d + \sqrt{(a-d)^2 + 4bc}}{2}, k_2 = \frac{a + d - \sqrt{(a-d)^2 + 4bc}}{2}, \\
\Phi_{1,1} &= \frac{b(\gamma + \omega) - (k_2 - a)(\alpha + \beta)}{\sqrt{(a-d)^2 + 4bc}}, \Phi_{1,2} = \frac{(k_1 - a)(\alpha + \beta) - b(\gamma + \omega)}{\sqrt{(a-d)^2 + 4bc}}, \\
\Phi_{2,1} &= \frac{c(\alpha + \beta) - (k_2 - d)(\gamma + \omega)}{\sqrt{(a-d)^2 + 4bc}}, \Phi_{2,2} = \frac{(k_1 - d)(\gamma + \omega) - c(\alpha + \beta)}{\sqrt{(a-d)^2 + 4bc}}.
\end{aligned}$$

ここで，k_1，k_2 は，行列 $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{\Lambda})$ の固有値である.

付録.B

$g_{k,L}(z)$ $(k=1,2)$ は次のように計算できる．

$$
\begin{aligned}
g_{1,L}(z) &\triangleq \sum_{l=0}^{\infty} \Pr(\max(I_k, L) = l) z^l \\
&= \Pr(I_k \le L) z^L + \sum_{l=L+1}^{\infty} \Pr(I_k = l) z^l \\
&= z^L \sum_{l=0}^{L} (\Phi_{k,1} k_1^l + \Phi_{k,2} k_2^l) + \sum_{l=L+1}^{\infty} (\Phi_{k,1} k_1^l + \Phi_{k,2} k_2^l) z^l \\
&= z^L \left\{ \Phi_{k,1} \left(\frac{1 - k_1^{L+1}}{1 - k_1} + \frac{k_1^{L+1} z}{1 - k_1 z} \right) + \Phi_{k,2} \left(\frac{1 - k_2^{L+1}}{1 - k_2} + \frac{k_2^{L+1} z}{1 - k_2 z} \right) \right\}
\end{aligned}
$$

付録.C

セル発生過程は，制御を行わない場合のセル送出過程となる．まず，スロット開始時点における FIFO バッファ内のセル数が i，MMPP の状態が j にある確率 $P_{i,j}$ を導出する．この時，次の平衡状態方程式が成り立つ．

$$
\begin{aligned}
&\{(1-\mu_1)\lambda_1 + \mu_1\lambda_2 + \mu_1(1-\lambda_2)\} P_{0,1} \\
&= \mu_2(1-\lambda_1)P_{0,2} + (1-\mu_1)(1-\lambda_1)P_{1,1} + \mu_2(1-\lambda_1)P_{1,2} \\
&\{(1-\mu_2)\lambda_2 + \mu_2\lambda_1 + \mu_2(1-\lambda_1)\} P_{0,2} \\
&= \mu_1(1-\lambda_2)P_{0,1} + \mu_1(1-\lambda_2)P_{1,1} + (1-\mu_2)(1-\lambda_2)P_{1,2} \\
&\{(1-\mu_1)(1-\lambda_1) + \mu_1(1-\lambda_2) + \mu_1\lambda_2\} P_{1,1} \\
&= (1-\mu_1)\lambda_1 P_{0,1} + \mu_2\lambda_1 P_{0,2} + \mu_2\lambda_1 P_{1,2} \\
&\{\mu_2\lambda_1 + \mu_2(1-\lambda_1) + (1-\mu_2)(1-\lambda_2)\} P_{1,2} \\
&= \mu_1\lambda_2 P_{0,1} + (1-\mu_1)\lambda_2 P_{0,2} + \mu_1\lambda_2 P_{1,1}.
\end{aligned}
$$

また，次の確率保存則が成り立つ．

$$
P_{0,1} + P_{0,2} + P_{1,1} + P_{1,2} = 1.
$$

これらを解くことにより，システムの定常状態確率は次のようになる．

$$
\begin{aligned}
P_{0,1} &= \frac{(1-\lambda_1)\mu_2}{\mu_1 + \mu_2}, \quad P_{0,2} = \frac{(1-\lambda_2)\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \\
P_{1,1} &= \frac{\lambda_1\mu_2}{\mu_1 + \mu_2}, \quad P_{1,2} = \frac{\lambda_2\mu_1}{\mu_1 + \mu_2}
\end{aligned}
$$

付録.A，付録.B の結果を用いると，無制御の場合のセル送出間隔分布 $d(n)$ は次式のようになる．

$$
\begin{aligned}
d(n) &= \frac{P_{1,1}\Pr(I_1 = n-1) + P_{1,2}\Pr(I_2 = n-1)}{P_{1,1} + P_{1,2}} \\
&= \frac{\lambda_1\mu_2(\Phi_{1,1}k_1^{n-1} + \Phi_{1,2}k_2^{n-1}) + \lambda_2\mu_1(\Phi_{2,1}k_1^{n-1} + \Phi_{2,2}k_2^{n-1})}{\lambda_1\mu_2 + \lambda_2\mu_1}.
\end{aligned}
$$

従って，セル送出間隔の確率母関数は次式のようになる．

$$
D(z) = \frac{\lambda_1\mu_2\left(\frac{\Phi_{1,1}z}{1-k_1z} + \frac{\Phi_{1,2}z}{1-k_2z}\right) + \lambda_2\mu_1\left(\frac{\Phi_{2,1}z}{1-k_1z} + \frac{\Phi_{2,2}z}{1-k_2z}\right)}{\lambda_1\mu_2 + \lambda_2\mu_1}.
$$

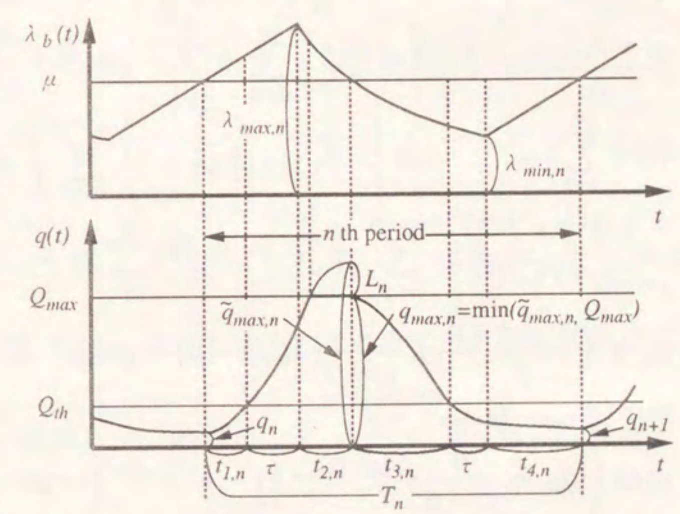


図 D.1 単一コネクション有限容量ボトルネックキュー流体近似モデルにおける，ボトルネックキューへの到着レートと待ち行列長の変化

付録.D

図 4.1において，$N=1$ とした場合の流体近似による解析結果を示す．時刻 0 において，送信端末の送出レートならびにボトルネックノードのキュー長は共に 0 と仮定する．ボトルネックノードへの到着レート $\lambda_b(t)$ がボトルネックの処理率μを越える n 番目の時刻を $t_{0,n}$ とし，その時刻におけるボトルネックノードのキュー長を q_n で表す．また，$[t_{0,n}, t_{0,n+1})$ を周期 n と呼ぶ．図 D.1に，周期 n における，ボトルネックノードへの到着レートとキュー長の変化を示す．図中に用いている各パラメータは，次のように計算できる．但し，Λ_n，L_n，G_nはそれぞれ，周期 n でのボトルネックキューにおける総到着セル量，廃棄セル量，総送出セル量であり，$\overline{\lambda}_n$，P_{loss}，g_nは周期 n におけるボトルネックへの平均到着率，廃棄率，グッドプットである．

$$
\begin{aligned}
t_{1,n} &= \sqrt{\frac{2(Q_{th}-q_n)}{\alpha}} && \text{(D.1)}\\
t_{2,n} &= \frac{1}{1-\beta}\ln\left(\frac{\lambda_{max,n}}{\mu}\right) && \text{(D.2)}\\
t_{3,n} &= \frac{1}{1-\beta}Root\left(1, \frac{(1-\beta)(q_{max,n}-Q_{th})}{\mu}\right) && \text{(D.3)}\\
t_{4,n} &= \frac{\mu-\lambda_{min,n}}{\alpha} && \text{(D.4)}\\
T_n &= 2\tau+\sum_{i=1}^{4} t_{i,n} && \text{(D.5)}\\
\lambda_{max,n} &= \mu+\alpha\,(t_{1,n}+\tau) && \text{(D.6)}\\
\lambda_{min,n} &= \mu e^{-(1-\beta)(t_{3,n}+\tau)} && \text{(D.7)}\\
\tilde{q}_{max,n} &= q_n+\frac{\alpha(t_{1,n}+\tau)^2}{2}+\frac{1}{1-\beta}(\lambda_{max}-\mu)-\mu t_{2,n} && \text{(D.8)}\\
q_{max,n} &= \min\left(\tilde{q}_{max,n}, Q_{max}\right) && \text{(D.9)}\\
q_{n+1} &= \max\left(Q_{th}+\frac{\mu}{1-\beta}e^{-(1-\beta)t_{3,n}}\left(1-e^{-(1-\beta)\tau}\right)-\mu\tau-\frac{1}{2}\alpha t_{4,n}^2, 0\right) && \text{(D.10)}\\
\Lambda_n &= \mu T_n+Q_{th}-q_n+\tilde{q}_{max,n}-q_{max,n}\\
&\quad +\frac{\mu}{1-\beta}e^{-(1-\beta)t_{3,n}}\left(1-e^{-(1-\beta)\tau}\right)-\mu\tau-\frac{1}{2}\alpha t_{4,n}^2 && \text{(D.11)}\\
L_n &= \max\left(\tilde{q}_{max,n}-Q_{max}, 0\right) && \text{(D.12)}\\
G_n &= q_n+\Lambda_n-L_n-q_{n+1} && \text{(D.13)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\overline{\lambda}_n &= \frac{\Lambda_n}{T_n} && \text{(D.14)}\\
P_{loss} &= \frac{L_n}{\Lambda_n} && \text{(D.15)}\\
g_n &= \frac{G_n}{T_n} && \text{(D.16)}
\end{aligned}
$$

ここで，式（D.3）における $Root(a,b)$ は，$1-e^{-x}=pax-b$ の解である．上式を $|q_n-q_{n+1}|<\varepsilon$となるまで再帰的に計算することにより，定常状態での結果を得る（本論文では，$\varepsilon=10^{-9}$とした）．また，この過程における最大の $q_{max,n}$ を最大待ち行列長 q_{max} とした．

付録.E

$\rho_{accom}=\rho_{output}$を証明する．式（5.4），(5.5)，(5.33) から，

$$
\begin{aligned}
\rho_{accom} &\triangleq \sum_{i=0}^{N}\sum_{j=0}^{1}\sum_{k=1}^{\infty}\min\{N-i+j,k\}\,\boldsymbol{x}_i\left(\boldsymbol{D}_j^{[i]}\otimes\overline{\boldsymbol{D}}_k^{[i]}\right)\boldsymbol{e}_{rs}\\
&= \boldsymbol{x}_0\sum_{k=1}^{N}k\widetilde{\boldsymbol{B}}_k\boldsymbol{e}_{rs}+\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_i\left\{\sum_{k=2}^{N-i+1}(k-1)\widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,k}+\sum_{k=1}^{N-i+1}\left(\boldsymbol{D}_1^{[i]}\otimes\overline{\boldsymbol{D}}_k^{[i]}\right)\right\}\boldsymbol{e}_{rs}\\
&= \boldsymbol{x}_0\sum_{k=1}^{N}k\widetilde{\boldsymbol{B}}_k\boldsymbol{e}_{rs}+\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_i\sum_{k=0}^{\infty}\left(\boldsymbol{D}_1^{[i]}\otimes\overline{\boldsymbol{D}}_k^{[i]}\right)\boldsymbol{e}_{rs}\\
&+ \sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_i\left\{\sum_{k=2}^{N-i+1}(k-1)\widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,k}-\widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,0}\right\}\boldsymbol{e}_{rs}\\
&= \rho_{output}+\boldsymbol{x}_0\sum_{j=1}^{N}j\widetilde{\boldsymbol{B}}_j\boldsymbol{e}_{rs}+\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_i\sum_{j=1}^{N-i+1}j\widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,j}\boldsymbol{e}_{rs}-\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{e}_{rs} && \text{(E.1)}
\end{aligned}
$$

となる．ここで，式（5.3），(5.6) から，$0\le i\le N$に対し，次の二式が成立する．

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{e}_{rs} &= \boldsymbol{x}_0\widetilde{\boldsymbol{B}}_i\boldsymbol{e}_{rs}+\sum_{k=1}^{\min\{i+1,N\}}\boldsymbol{x}_k\widetilde{\boldsymbol{A}}_{k,i-k+1}\boldsymbol{e}_{rs} && \text{(E.2)}\\
\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{e}_{rs} &= \boldsymbol{x}_i\sum_{k=0}^{N-i+1}\widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,k}\boldsymbol{e}_{rs} && \text{(E.3)}
\end{aligned}
$$

よって，式（E.2）から式（E.3）を減じることにより，

$$
(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_{i+1})\,\boldsymbol{e}_{rs}=\boldsymbol{x}_0\widetilde{\boldsymbol{B}}_i\boldsymbol{e}_{rs}+\sum_{k=1}^{\min\{i+1,N\}}\boldsymbol{x}_k\widetilde{\boldsymbol{A}}_{k,i-k+1}\boldsymbol{e}_{rs}-\boldsymbol{x}_{i+1}\sum_{k=1}^{N-i}\widetilde{\boldsymbol{A}}_{i+1,k}\boldsymbol{e}_{rs} \quad \text{(E.4)}
$$

を得る．また，式（E.2）より，

$$N\boldsymbol{x}_N\boldsymbol{e}_{rs} = N\boldsymbol{x}_0\widetilde{\boldsymbol{B}}_N\boldsymbol{e}_{rs} + \sum_{k=1}^{N}\boldsymbol{x}_k\widetilde{\boldsymbol{A}}_{k,N-k+1} \tag{E.5}$$

を得る．従って，式（E.4），(E.5）から，

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{e}_{rs} &= \sum_{i=1}^{N-1} i\,(\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_{i+1})\,\boldsymbol{e}_{rs} + N\boldsymbol{x}_N\boldsymbol{e}_{rs} \\
&= \boldsymbol{x}_0\sum_{i=1}^{N} i\widetilde{\boldsymbol{B}}_i\boldsymbol{e}_{rs} + \sum_{i=1}^{N} i\sum_{k=1}^{i}\boldsymbol{x}_k\widetilde{\boldsymbol{A}}_{k,i-k+1}\boldsymbol{e}_{rs} - \sum_{i=1}^{N-1} i\boldsymbol{x}_{i+1}\sum_{k=1}^{N-i}\widetilde{\boldsymbol{A}}_{i+1,k}\boldsymbol{e}_{rs} \\
&= \boldsymbol{x}_0\sum_{i=1}^{N} i\widetilde{\boldsymbol{B}}_i\boldsymbol{e}_{rs} + \sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_i\sum_{k=1}^{N-i+1} k\widetilde{\boldsymbol{A}}_{i,k}\boldsymbol{e}_{rs} \qquad \text{(E.6)}
\end{aligned}$$

が成立する．よって，式（E.1）は，

$$\rho_{accom} = \rho_{output} \tag{E.7}$$

となる． ■